



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

MATEUS ARAÚJO DE SOUZA CELESTINO

**RECOMENDAÇÕES PARA DETALHAMENTO DE APOIOS INDIRETOS EM**  
**VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Recife

2022

MATEUS ARAÚJO DE SOUZA CELESTINO

**RECOMENDAÇÕES PARA DETALHAMENTO DE APOIOS INDIRETOS EM  
VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz

Recife

2022

Catálogo na fonte:  
Bibliotecário Carlos Moura, CRB-4 / 1502

- C392r      Celestino, Mateus Araújo de Souza.  
              Recomendações para detalhamento de apoios indiretos em vigas de concreto armado. / Mateus Araújo de Souza Celestino. – 2022.  
              133 f.: il.
- Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz.  
              Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2022.  
              Inclui referências.
1. Engenharia Civil.    2. Apoio indireto.    3. Armadura de suspensão.  
              4. Recomendações de projeto.    I. Horowitz, Bernardo (orientador).    II. Título.

624 CDD (22. ed.)

UFPE  
BCTG/2022-321

MATEUS ARAÚJO DE SOUZA CELESTINO

**RECOMENDAÇÕES PARA DETALHAMENTO DE APOIOS  
INDIRETOS EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, Área de Concentração Estruturas.

Aprovada em 13/05/2022

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz - UFPE

**BANCA EXAMINADORA**

participação por videoconferência  
Prof. Dr. Tiago Ancelmo de Carvalho Pires de Oliveira (examinador interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

participação por videoconferência  
Prof. Dr. Paulo de Araújo Régis (examinador externo)  
Universidade Federal de Pernambuco

participação por videoconferência  
Prof. Dr. Leonardo Correia de Oliveira (examinador externo)  
Universidade Federal de Pernambuco

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, a Virgem Maria e a Santo Afonso que me acompanharam e protegeram durante essa etapa importante em minha vida.

Aos meus familiares que sempre estiveram presente e me apoiaram em cada etapa dessa jornada.

Ao meu orientador, professor Dr. Bernardo Horowitz, que apesar de todas as dificuldades impostas pela pandemia sempre esteve disponível para ensinar, tirar dúvidas e estimular o desenvolvimento desta pesquisa.

Aos amigos (Natália, Rodrigo e Windson) que me auxiliaram no desenvolvimento dos estudos do mestrado sem os quais teria sido bem mais difícil toda essa caminhada.

Aos professores e funcionários do programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFPE, que contribuíram para a conclusão deste mestrado.

À CAPES visto que o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

## RESUMO

Os apoios indiretos consistem no apoio de vigas sobre vigas e vem sendo cada vez mais comum a presença dessas situações de apoio nas construções por ser uma alternativa estrutural para aumento dos vãos sem pilares, por exemplo. Essas regiões são de regiões de descontinuidade e devem ser projetadas com o emprego do Método das bielas e tirantes (MBT). No presente trabalho é explicada a teoria para a aplicação do MBT e sua aplicação e importância é apresentada em um dos estudos expostos no trabalho. As recomendações presentes na literatura e as indicações normativas de diversas normas (ACI 318-19, CSA A23.3-04, entre outras) são apresentadas e comparadas entre si. Além disso cinco experimentos são apresentados sendo estes divididos em dois grupos: o primeiro que considera elementos em que a torção não atua na viga de suporte e um segundo em que a torção atua. Diante disso o presente trabalho, através de comparações entre as recomendações e os estudos experimentais, tem como objetivo apresentar recomendações para o projeto dos apoios indiretos em vigas de concreto armado. Observou-se divergências entre as recomendações da literatura e da norma na maior parte dos pontos de projeto: adição à armadura de cisalhamento, carga a ser suspensa, zona de distribuição, entre outros. Além disso, para regiões em que existe momento torsor atuando na viga de suporte percebeu-se que apenas as pernas internas colaboram para suspensão da carga e este ponto importante para segurança estrutural da região é desconsiderado por todas as normas. Por fim, se observou que a norma canadense CSA A23.3-04 se mostrou a mais adequada para o projeto e que em virtude dos poucos estudos encontrados e das divergências apresentadas se faz necessário a ampliação das pesquisas sobre esse tema onde este presente trabalho esperar servir como um impulsionador no desenvolvimento de estudos sobre apoios indiretos.

**Palavras-chave:** apoio indireto; armadura de suspensão; recomendações de projeto.

## ABSTRACT

Indirect supports consist of beams being supported by others beams and the presence of these support situations in constructions is increasingly common, as it is a structural alternative to increase spans without columns, for example. These are discontinuity regions and must be designed using the strut and tie method (STM). In the present work, the theory for the application of STM is explained and its application and importance is presented in one of the studies exposed in the work. The recommendations present in the literature and the normative indications of several standards (ACI 318-19, CSA A23.3-04, among others) are presented and compared with each other. In addition, five experiments are presented, which are divided into two groups: the first one that considers elements in which the torsion does not act on the support beam and a second one in which the torsion acts. Therefore, the present work, through comparisons between recommendations and experimental studies, aims to present recommendations for the design of indirect supports in reinforced concrete beams. Differences were observed between the recommendations of the literature and the standard in most of the design points: addition to the shear reinforcement, load to be suspended, distribution zone, among others. In addition, for regions where there is a torsional moment acting on the support beam, it was noticed that only the inner legs collaborate to suspend the load and this important point for the structural safety of the region is disregarded by all standards. Finally, it was observed that the Canadian standard CSA A23.3-04 proved to be the most suitable for the project and that due to the few studies found and the differences presented, it is necessary to expand research on this topic where this present work awaits to serve as a driver in the development of studies on indirect support.

**Keywords:** indirect support; hanger reinforcement; design recommendations.

## LISTA DE FIGURAS

|           |                                                                                                            |    |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1  | - Exemplo de apoio indireto.....                                                                           | 14 |
| Figura 2  | - Tipos de ligações de apoio indireto para viga suporte apoiada .....                                      | 21 |
| Figura 3  | - Tipos de ligações de apoio indireto para viga suporte em balanço .....                                   | 21 |
| Figura 4  | - Transmissão de cargas em vigas para o caso do apoio indireto.....                                        | 22 |
| Figura 5  | - Modelo de bielas e tirantes com vigas de mesma altura.....                                               | 23 |
| Figura 6  | - Modelo de bielas e tirantes com viga de apoio com altura inferior .....                                  | 23 |
| Figura 7  | - Regiões de descontinuidade.....                                                                          | 25 |
| Figura 8  | - Modelo de bielas e tirantes a partir do Método dos Elementos Infinitos .....                             | 28 |
| Figura 9  | - Biela prismática e em formato de garrafa (Bottle-shaped strut).....                                      | 30 |
| Figura 10 | - Campos de compressão no concreto .....                                                                   | 31 |
| Figura 11 | - Superfície de fissuração na interseção sem transferência de momento .....                                | 35 |
| Figura 12 | - Superfície de fissuração na interseção com transferência de momento.....                                 | 35 |
| Figura 13 | - Distribuição das tensões de cisalhamento em a) barras circulares b) barras retangulares.....             | 36 |
| Figura 14 | - Tensões principais e fissuração devido torção pura.....                                                  | 37 |
| Figura 15 | - Tensões de cisalhamento e fissuração devido a combinação de cisalhamento e momento torsor.....           | 38 |
| Figura 16 | - Apoio indireto onde $h_1 = h_2$ .....                                                                    | 40 |
| Figura 17 | - Apoio indireto com apoio por cima (onde $h_1 \ll h_2$ ) .....                                            | 41 |
| Figura 18 | - Apoio indireto com apoio por baixo (onde $h_1 \ll h_2$ ) .....                                           | 42 |
| Figura 19 | - Apoio indireto onde $h_1 > h_2$ .....                                                                    | 43 |
| Figura 20 | - Resumo para o cálculo da carga a ser suspensa.....                                                       | 43 |
| Figura 21 | - Viga apoiada na face superior da viga de suporte .....                                                   | 44 |
| Figura 22 | - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Leonhardt e Mönnig .....                     | 46 |
| Figura 23 | - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Fusco.....                                   | 47 |
| Figura 24 | - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Gertsenchtein para apoio de extremidade..... | 48 |
| Figura 25 | - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Gertsenchtein para apoio intermediário ..... | 48 |
| Figura 26 | - Esquema de apoio indireto indicando $h_b$ e $h_2$ .....                                                  | 49 |
| Figura 27 | - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Wight .....                                  | 50 |

|                                                                                                       |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 28 - Ancoragem das armaduras longitudinais a) apoio de extremidade b) apoio intermediário..... | 51 |
| Figura 29 - Arranjos das armaduras na região do apoio indireto .....                                  | 51 |
| Figura 30 - Direção dos ganchos da armadura longitudinal da viga apoiada.....                         | 52 |
| Figura 31 - Diagrama de cisalhamento para projeto da viga.....                                        | 53 |
| Figura 32 - Zona de distribuição da armadura de acordo com CSA A23.03-04 .....                        | 54 |
| Figura 33 - Armadura de suspensão ACI 318-19 .....                                                    | 55 |
| Figura 34 - Zona de distribuição da armadura de acordo com BS EN 1992-1-1:2004 .....                  | 56 |
| Figura 35 - Recomendações para projeto de apoio indireto da ACI 314R-16 .....                         | 57 |
| Figura 36 - Região de distribuição da norma GB 500010:2010.....                                       | 58 |
| Figura 37 - Esquema e analogia de treliça do apoio indireto .....                                     | 59 |
| Figura 38 - Região fissurada por solicitação de $M_{sd}$ e $V_{sd}$ .....                             | 63 |
| Figura 39 - Verificação da segurança dos estribos inclinados de ângulo $\alpha$ .....                 | 64 |
| Figura 40 - Arranjo para testes dos corpos de prova .....                                             | 65 |
| Figura 41 - Corpos de prova ensaiados (dimensões em polegadas).....                                   | 65 |
| Figura 42 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 1 .....         | 67 |
| Figura 43 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 2 .....         | 67 |
| Figura 44 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 3 .....         | 68 |
| Figura 45 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 4 .....         | 69 |
| Figura 46 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 5 .....         | 69 |
| Figura 47 - Fissuração na interseção da viga A e da viga B no corpo de prova 5.....                   | 70 |
| Figura 48 - Configuração da viga apoiada e de suporte .....                                           | 71 |
| Figura 49 - Esquema da aplicação das cargas nas vigas dos ensaios B1-L e B1-R .....                   | 71 |
| Figura 50 - Esquema da aplicação das cargas nas vigas dos ensaios C1-R.....                           | 72 |
| Figura 51 - Arranjo da armadura de suspensão do conjunto B1-L.....                                    | 72 |
| Figura 52 - Arranjo da armadura de suspensão dos conjuntos B1-R e C1-R.....                           | 73 |
| Figura 53 - Panorama de fissuração na região de apoio indireto para o conjunto B1-L .....             | 74 |
| Figura 54 - Ruptura na região de ligação no conjunto B1-L.....                                        | 75 |
| Figura 55 - Fissuração na região de ligação no conjunto B1-R.....                                     | 76 |
| Figura 56 - Fissuração na região de ligação no conjunto C1-R.....                                     | 76 |
| Figura 57 - Força suspensa na região de ligação para o Conjunto B1-L.....                             | 77 |
| Figura 58 - Força suspensa na região de ligação do conjunto B1-L.....                                 | 78 |
| Figura 59 - Forças suspensas pelos estribos no conjunto B1-L.....                                     | 79 |
| Figura 60 - Força suspensa na região de ligação para o Conjunto B1-R.....                             | 80 |

|                                                                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 61 - Forças suspensas pelos estribos no conjunto B1-R .....                                             | 81  |
| Figura 62 - Força suspensa na região de ligação para o Conjunto C1-R.....                                      | 82  |
| Figura 63 - Forças suspensas pelos estribos no conjunto C1-R .....                                             | 83  |
| Figura 64 - Tensão na parte inferior do estribo da viga apoiada para os três conjuntos .....                   | 84  |
| Figura 65 - Descrição do corpo de prova B1 (dimensões em mm) .....                                             | 85  |
| Figura 66 - Descrição do corpo de prova B2 (dimensões em mm) .....                                             | 86  |
| Figura 67 - Variação da força a ser suspensa de acordo com o procedimento simplificado da CSA .....            | 86  |
| Figura 68 - Detalhe dos carregamentos nos corpos de prova (dimensões em mm) .....                              | 87  |
| Figura 69 - Esquema de ensaio da 2ª etapa .....                                                                | 88  |
| Figura 70 - Viga B1 após o pico de carga de 400 kN.....                                                        | 88  |
| Figura 71 - Viga B1 após o pico de carga de 435 kN.....                                                        | 89  |
| Figura 72 - Cisalhamento versus deslocamento da viga B1 .....                                                  | 89  |
| Figura 73 - Deformação na armadura de suspensão na viga B1 .....                                               | 90  |
| Figura 74 - Viga B2 após o pico de carga de 392 kN.....                                                        | 91  |
| Figura 75 - Viga B2 após o pico de carga de 480 kN.....                                                        | 91  |
| Figura 76 - Cisalhamento versus deslocamento da viga B2.....                                                   | 92  |
| Figura 77 - Deformação nas armaduras das regiões de ligação na viga B2 .....                                   | 93  |
| Figura 78 - Forças de tração na armadura de suspensão .....                                                    | 94  |
| Figura 79 - Desenvolvimento da força de tração em função da relação $h_b/h_1$ .....                            | 95  |
| Figura 80 - Fissuração na interface da junta entre as vigas .....                                              | 96  |
| Figura 81 - Comparação entre as forças transmitidas pela armadura de suspensão e pela interface da junta ..... | 97  |
| Figura 82 - Modelo de bielas e tirantes da viga de suporte em carregamento indireto .....                      | 98  |
| Figura 83 - Modelo de bielas e tirantes com deformação do tirante reduzido 50%.....                            | 99  |
| Figura 84 - Modelo refinado de bielas e tirantes da viga de suporte em carregamento indireto.....              | 99  |
| Figura 85 - Modelo simplificado de bielas e tirantes da viga apoiada .....                                     | 100 |
| Figura 86 - Modelo de bielas e tirantes combinado para os corpos de prova.....                                 | 101 |
| Figura 87 - Modelo simplificado de bielas e tirantes combinado para os corpos de prova..                       | 101 |
| Figura 88 - Análise dos modelos tridimensionais simplificados.....                                             | 102 |
| Figura 89 - Esquema estrutural estudado .....                                                                  | 103 |
| Figura 90 - Distribuição do momento fletor, momento torsor e cisalhamento .....                                | 104 |
| Figura 91 - Falha da junta no corpo de prova S3 .....                                                          | 105 |

|                                                                                                                       |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 92 - Estrutura típica dos corpos de prova ensaiados .....                                                      | 107 |
| Figura 93 - Padrão de fissuração dos corpos de prova 2 e 3 .....                                                      | 109 |
| Figura 94 - Padrão de fissuração da viga de suporte nos corpos de prova 5 e 2 .....                                   | 109 |
| Figura 95 - Modelos de bielas e tirantes para apoios indiretos .....                                                  | 111 |
| Figura 96 - Relação entre $h_1/h_2$ e carga a ser suspensa - Apoio por baixo.....                                     | 113 |
| Figura 97 - Relação entre $h_1/h_2$ e carga a ser suspensa - Apoio por cima.....                                      | 113 |
| Figura 98 - Relação entre $h_1/h_2$ e carga a ser suspensa .....                                                      | 114 |
| Figura 99 - Modelo de bielas e tirantes para viga bi-apoiada com força centrada aplicada na face superior .....       | 115 |
| Figura 100 - Modelo de bielas e tirantes para viga bi-apoiada com força centrada aplicada na face inferior.....       | 116 |
| Figura 101 - Seção transversal de viga em T .....                                                                     | 117 |
| Figura 102 - Situações de apoio analisadas por Pereira et al. (2020).....                                             | 117 |
| Figura 103 - Região de distribuição da armadura de suspensão.....                                                     | 120 |
| Figura 104 - Situação de viga apoiada abaixo da viga de suporte.....                                                  | 122 |
| Figura 105 - Disposição da armadura longitudinal para viga apoiada que se encerra na viga de suporte .....            | 124 |
| Figura 106 - Disposição da armadura longitudinal para viga apoiada que continua após a viga de suporte.....           | 124 |
| Figura 107 - Exemplo de situação de apoio indireto com aplicação de torção na viga de suporte (dimensões em cm) ..... | 125 |
| Figura 108 - Distribuição da armadura de suspensão para vigas penduradas .....                                        | 127 |
| Figura 109 - Disposição da armadura de suspensão para um caso de viga pendurada .....                                 | 127 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                        |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tabela 1 - Valores de $\beta_c$ pela norma americana.....                                              | 31  |
| Tabela 2 - Valores de $\beta_s$ pela norma americana.....                                              | 32  |
| Tabela 3 - Valores de $\beta_n$ pela norma americana .....                                             | 33  |
| Tabela 4 - Valores de $\beta$ pela norma brasileira .....                                              | 34  |
| Tabela 5 - Valores de $\beta$ pela norma canadense .....                                               | 34  |
| Tabela 6 - Armadura de suspensão para cada caso de acordo com as equações 3.1, 3.2 e Thomaz (s.d)..... | 44  |
| Tabela 7 - Resumo dos pontos de projeto abordados pelas normas .....                                   | 60  |
| Tabela 8 - Resumo das armaduras das vigas (sem a armadura de suspensão) .....                          | 73  |
| Tabela 9 - Resumo dos resultados de carga máxima, resistência à compressão e flecha máxima .....       | 74  |
| Tabela 10 - Resumo dos corpos de prova ensaiados .....                                                 | 104 |
| Tabela 11 - Valores de tensão cisalhante na interface da viga apoiada e limites .....                  | 118 |

## SUMÁRIO

|          |                                                                       |           |
|----------|-----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>                                                | <b>14</b> |
| 1.1      | OBJETIVOS .....                                                       | 16        |
| 1.1.1    | Objetivo Geral .....                                                  | 16        |
| 1.1.2    | Objetivos Específicos .....                                           | 16        |
| 1.2      | JUSTIFICATIVA .....                                                   | 16        |
| 1.3      | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....                                           | 17        |
| 1.4      | METODOLOGIA.....                                                      | 19        |
| 1.5      | ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....                                         | 19        |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....</b>                                      | <b>21</b> |
| 2.1      | APOIOS INDIRETOS.....                                                 | 21        |
| 2.2      | REGIÕES DE DESCONTINUIDADE .....                                      | 24        |
| 2.3      | MODELO DE BIELAS E TIRANTES .....                                     | 26        |
| 2.3.1    | Processo de Modelagem .....                                           | 27        |
| 2.3.2    | Dimensionamento de bielas, nós e tirantes.....                        | 29        |
| 2.4      | TORÇÃO.....                                                           | 34        |
| <b>3</b> | <b>RECOMENDAÇÕES DA LITERATURA .....</b>                              | <b>39</b> |
| 3.1      | ESTUDOS ANTERIORES .....                                              | 39        |
| 3.1.1    | Dimensionamento da armadura de suspensão e carga a ser suspensa ..... | 39        |
| 3.1.2    | Necessidade da armadura de suspensão .....                            | 46        |
| 3.1.3    | Região de distribuição .....                                          | 46        |
| 3.1.4    | Arranjo e ancoragem da armadura longitudinal .....                    | 50        |
| 3.2      | PRESCRIÇÕES NORMATIVAS .....                                          | 52        |
| 3.2.1    | ABNT NBR 6118:2014 .....                                              | 52        |
| 3.2.2    | CSA A23.3-04 .....                                                    | 53        |
| 3.2.3    | ACI 318-19 .....                                                      | 55        |
| 3.2.4    | BS EN 1992-1-1:2004 .....                                             | 56        |
| 3.2.5    | ACI 314R-16 .....                                                     | 56        |
| 3.2.6    | GB 50010:2010.....                                                    | 57        |
| 3.2.7    | AS 3600 Supplement 1:2014 .....                                       | 58        |
| <b>4</b> | <b>RESULTADOS DE ENSAIOS .....</b>                                    | <b>62</b> |
| 4.1      | ENSAIOS SEM RESTRIÇÃO À ROTAÇÃO .....                                 | 62        |

|          |                                                            |            |
|----------|------------------------------------------------------------|------------|
| 4.1.1    | Mattock e Kumar (1992) .....                               | 62         |
| 4.1.2    | Ribeiro (1999).....                                        | 70         |
| 4.1.3    | Baek (2016) .....                                          | 84         |
| 4.2      | ENSAIOS COM RESTRIÇÃO À ROTAÇÃO .....                      | 103        |
| 4.2.1    | Collins e Lampert (1973).....                              | 103        |
| 4.2.2    | Mattock e Shen (1992).....                                 | 106        |
| <b>5</b> | <b>RECOMENDAÇÕES PARA DETALHAMENTO.....</b>                | <b>111</b> |
| <b>6</b> | <b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b> | <b>129</b> |
| 6.1      | CONCLUSÕES .....                                           | 129        |
| 6.2      | SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....                      | 130        |
|          | <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                   | <b>131</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Geralmente os elementos estruturais são dimensionados a partir da hipótese de Bernoulli ou a hipótese das seções planas, onde a seção transversal da viga permanece plana e normal ao eixo após deformação por flexão. Mas existem regiões particulares na estrutura em que essa hipótese não é observada e essas regiões são denominadas de regiões de descontinuidade.

Em função disso o seu dimensionamento é realizado a partir da aplicação do modelo de bielas e tirantes, onde é idealizada uma treliça que represente discretamente os campos de tensão no elemento estrutural através de barras comprimidas (bielas) e de barras tracionadas (tirantes). As regiões de descontinuidades são observadas por exemplo em mudanças bruscas da seção do elemento estrutural, vigas parede, vigas com abertura, apoios indiretos entre outros casos.

Neste trabalho será dada atenção ao caso especial dos apoios indiretos (Figura 1) que consistem nas regiões em que uma viga ao invés de se apoiar em um pilar se apoia em outra viga. Essas situações são previstas na etapa de lançamento estrutural do projeto e ocorrem normalmente para atender as demandas da arquitetura, por exemplo, em casos onde se deseja obter maiores vãos sem a presença de pilares.

Figura 1 - Exemplo de apoio indireto



Fonte: Pereira et al. (2020)

Na região de interseção entre as vigas é necessária a presença de uma armadura que irá atuar como um tirante de forma a suspender a carga aplicada da viga apoiada até o banzo superior da viga de suporte sendo esta armadura denominada de armadura de suspensão. De

acordo com Fusco (2013) a armadura de suspensão é uma armadura de solidarização e tem como finalidade solidarizar partes distintas das peças estruturais de modo que elas possam funcionar como um todo. São consideradas como armaduras de equilíbrio local, de forma que o equilíbrio dos esforços internos das peças estruturais depende da sua presença e assim podem ser tão importantes quanto as armaduras de equilíbrio geral (armaduras longitudinais e armaduras transversais) para a segurança das peças em relação aos estados limites últimos. Ainda de acordo com o autor, esse fator não era reconhecido e tais armaduras eram tratadas como meras armaduras auxiliares de importância estrutural secundária.

Em virtude disso pesquisadores e normas apresentam recomendações de dimensionamento e detalhamento, mas que apresentam muitas divergências entre si, e demonstram que os estudos sobre esse assunto ainda são escassos. Um exemplo a se destacar é a norma brasileira de projeto de elementos de concreto a ABNT NBR 6118:2014, onde a norma apesar de estabelecer no seu item 18.3.6 a necessidade da armadura de suspensão acaba por não fornecer indicações concretas de projeto como, por exemplo, percentuais das armaduras a serem colocadas nas vigas (visto a possibilidade de se distribuir nas duas vigas), e sua região de distribuição a fim de não haver um congestionamento da armadura, ou acerca da possível aplicação de um coeficiente minorador ou majorador da carga a ser suspensa, ou mesmo da dispensa desta armadura (PEREIRA et al., 2020). Com isso, recai por completo a responsabilidade sobre projetista que se encontra desamparado por sua principal norma de consulta.

Diante desse contexto, o engenheiro projetista acaba por ficar sem referencial e é levado a buscar diversas soluções para projetar com segurança e economia e assim propor soluções para resolver problemas de inconsistências. Assim, é necessário a comparação das recomendações indicadas nas normas com os resultados experimentais disponíveis na literatura possibilitando assim o estabelecimento de recomendações que permitam um adequado dimensionamento dessa região.

Uma situação importante, que é ignorada nas normas, é a em que se tem a atuação de momento torsor na viga de suporte. A superposição do cisalhamento oriundo do cortante e do momento torsor acaba por alterar a distribuição de esforços na viga de suporte e resulta em uma fragilização da viga, onde as pernas dos estribos adjacentes à face posterior da viga de suporte não contribuem efetivamente para suspensão da carga.

A produção de recomendações que auxiliem o engenheiro estrutural a projetar adequadamente apoios indiretos e ajudem o desenvolvimento de estudos futuros sobre o assunto é o objetivo deste trabalho. Para isso são comparadas as referências normativas com os resultados experimentais de forma a se estabelecer recomendações, possibilitando a verificação da eficácia das normas, bem como apresentando sugestões que futuramente podem ser adotadas nas mesmas.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

O trabalho tem como objetivo geral apresentar recomendações para dimensionamento e detalhamento da armadura de suspensão presente nos apoios indiretos em vigas de concreto armado.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Indicar as recomendações presentes na literatura para dimensionamento e detalhamento da armadura de suspensão.
- Analisar as prescrições normativas para armadura de suspensão das normas: ABNT NBR 6118:2014, CSA A23.3-04, ACI 318-19, BS EN 1992-1-1:2004, ACI 314R-16, GB 50010:2010 e AS 3600 Supplement 1:2014.
- Comparar as prescrições normativas das normas em estudo.
- Identificar estudos experimentais e analisar seus resultados.
- Comparar os resultados observados nos ensaios com as indicações das normas.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

Em situações de apoios indiretos uma viga acaba por transferir sua carga para outra viga sendo necessário a presença de uma armadura de suspensão para garantir que essa carga atue na face superior da viga de suporte permitindo que ela possa resistir adequadamente a esse

esforço. A presença dessa armadura permite o equilíbrio dos esforços internos na estrutura garantindo assim sua segurança, e caso não considerada pode ocasionar falha prematura por cisalhamento ou escoamento prematuro da armadura longitudinal da viga de suporte e apesar disso, seu projeto e provisão são muitas vezes negligenciados por projetistas além de não serem especificamente mencionados por normas (BAEK, 2016).

Para o seu dimensionamento podem ser adotados modelos de bielas e tirantes que simulam o comportamento dessa região de descontinuidade. Além disso, normas e pesquisadores mediante suas experiências fornecem provisões para serem seguidas no projeto desses elementos.

Entretanto tem-se que as recomendações acabam por divergirem muito em virtude do ainda reduzido número de estudos realizados sobre o assunto. Adição à armadura de cisalhamento, região de distribuição, situações em que pode ser dispensada, são alguns exemplos dos pontos em que são observadas essas divergências.

Além disso, tem-se situações em que as vigas apoiadas que transferem momento fletor para viga de suporte que são negligenciadas pelas normas. No estudo realizado por Collins e Lampert (1973) observa-se a ruptura da viga que apesar da presença da armadura de suspensão apresentou comportamento inadequado com descolamento da zona inferior da região de ligação.

A necessidade do projeto adequado da armadura de suspensão para o comportamento adequado da ligação entre vigas em especial nas situações com atuação de momento torsor na viga de suporte, ainda ignorada pelas normas, justificam o presente trabalho no sentido de avaliar a relação entre as normas e os resultados experimentais tendo como objetivo fornecer recomendações que auxiliam no dimensionamento desses elementos e servir de base para estudos futuros.

### 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apesar da armadura de suspensão ser necessária e recomendada pelas normas, não são apresentados critérios suficientes para o dimensionamento e detalhamento para esse tipo de armadura na maioria das normas. A norma brasileira ABNT NBR 6118:2014, por exemplo, trata muito brevemente sobre o assunto recomendando apenas a necessidade da armadura sem mais indicações. Limitações nas prescrições também são observadas na norma americana ACI

318-19, na norma Europeia BS EN 1992-1-1:2004 entre outras. A norma canadense CSA A23.3-04 dentre todas as normas é a que se mostra a mais completa e traz uma abordagem mais ampla no projeto de armaduras de suspensão.

Diante disso, as principais referências sobre o assunto consistem em estudos realizados por pesquisadores que foram publicados em artigos ou trabalhos acadêmicos, como dissertações de mestrado ou teses de doutorado.

Inicialmente cabe destacar Leonhardt e Mönnig (1978) no qual são apresentados critérios para o projeto de armadura de suspensão, sendo uma base teórica usada por outros estudos como referência. Nesse trabalho, considerações sobre a carga a ser suspensa, detalhamento das armaduras longitudinais na junta e região de distribuição da armadura de suspensão são apresentadas. Da mesma forma, Fusco (2013) traz suas recomendações que se assemelham às indicadas por Leonhardt e Mönnig (1978).

Os experimentos realizados por Mattock e Shen (1992) e Mattock e Kumar (1992) comprovaram a influência da armadura de suspensão no comportamento das vigas em situações de apoio indireto. No caso de Mattock e Shen (1992) tem-se ainda a verificação de que para casos em que a viga apoiada apresenta altura inferior à viga de suporte a carga a ser suspensa pela armadura pode ser reduzida.

Ribeiro (1999) realizou experimentos em vigas de concreto de alta resistência de forma a se estudar a melhor forma de detalhamento para a armadura de suspensão, a partir da comparação das recomendações de Leonhardt e Reineck. Já Baek (2016) estudou a influência da profundidade de aplicação de carga lateral no comportamento da região de ligação entre as vigas, sendo avaliada assim a interferência da altura da viga apoiada no valor da carga a ser suspensa.

Um aspecto importante que não é considerado pelas normas nem em referências bibliográficas como Leonhardt e Mönnig (1978) e Fusco (2013) consiste no comportamento do apoio indireto e da armadura de suspensão nos casos em que se tem momento torsor atuando na viga de suporte. Nos estudos realizados por Collins e Lampert (1973) as juntas foram dimensionadas seguindo as recomendações de Leonhardt e Mönnig (1978) sendo observada uma falha prematura com descolamento do concreto na parte inferior da junta, indicando um comportamento distinto das vigas nessa situação de momento torsor. Nesse contexto, o estudo de Mattock e Shen (1992) levou em consideração a atuação do momento torsor, sendo observado comportamento de fissuração similar ao visto no estudo de Collins e Lampert (1973).

As prescrições das normas, as considerações dos pesquisadores bem como os resultados dos ensaios indicados anteriormente são mais bem detalhados ao longo deste trabalho, especialmente nos capítulos 3 e 4.

#### 1.4 METODOLOGIA

A pesquisa seguiu as seguintes etapas:

1. Revisão bibliográfica sobre apoios indiretos e armadura de suspensão presentes na literatura;
2. Revisão sobre a aplicação do modelo de bielas e tirantes para dimensionamento de regiões de descontinuidade;
3. Estudo das recomendações presentes em normas utilizadas pela comunidade internacional de forma a apresentar os aspectos abordados para dimensionamento e detalhamento;
4. Comparação das sugestões dos pesquisadores com as propostas normativas;
5. Obtenção de dados experimentais pela busca do maior número de ensaios realizados com apoios indiretos;
6. Comparação dos dados experimentais com as recomendações propostas pelas normas e pesquisadores;
7. Indicação de recomendações para detalhamento e dimensionamento que auxiliem o projeto de apoios indiretos.

#### 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A presente dissertação está dividida em seis capítulos. Este primeiro capítulo refere-se à uma breve introdução do tema, além da apresentação dos objetivos, da justificativa do trabalho, uma breve revisão bibliográfica e a metodologia adotada para execução do estudo.

O segundo capítulo consiste na apresentação da fundamentação teórica que aborda os conceitos básicos necessários para o entendimento do problema em questão de armaduras de suspensão em apoios indiretos. Nessa parte do trabalho são tratados conceitos como apoio indireto, regiões de descontinuidade, armadura de suspensão além da apresentação das

características do modelo de bielas e tirantes, e o comportamento de peças submetidas ao esforço de torção.

A apresentação de indicações da literatura tanto para dimensionamento quanto para detalhamento da armadura de suspensão em regiões de apoio indireto será realizada na primeira parte do terceiro capítulo, sendo mostradas as sugestões feitas por pesquisadores. Na segunda parte são expostas as indicações normativas para as armaduras de suspensão da norma brasileira ABNT NBR 6118:2014, da norma canadense CSA A23.3-04, das normas americanas ACI 318-19 e ACI 314R-16, da norma europeia (BS EN 1992-1-1:2004), da norma chinesa GB 50010:2010 além da complementação da norma australiana presente na AS 3600 Supplement 1:2014, sendo por fim feito uma análise dos principais pontos divergentes entre as normas e as indicações da literatura.

No quarto capítulo são trazidos os resultados de ensaios realizados por pesquisadores, sendo esses ensaios divididos em dois grupos: o primeiro grupo conta com três estudos nos quais os elementos ensaiados não estavam sujeitos à esforços de torção e o segundo grupo conta com dois estudos nos quais as peças apresentavam restrição à rotação. Além disso, os resultados são comparados com os indicativos das normas de maneira a se observar se as prescrições normativas estabelecidas conseguem atender às condições de segurança no dimensionamento da armadura de suspensão.

O quinto capítulo corresponde às recomendações para dimensionamento e detalhamento das armaduras de suspensão. As recomendações são desenvolvidas a partir da análise dos resultados experimentais e das indicações das diferentes normas, tomando como base o desenvolvimento de regras para aplicação em casos que utilizam a norma brasileira como referência. Os critérios são descritos para dois casos: o caso em que não existe a presença de momento torsor, e o caso no qual o momento torsor atua.

No sexto capítulo são apresentadas as conclusões em relação aos resultados obtidos na pesquisa além da apresentação de algumas sugestões para trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas que foram utilizadas.

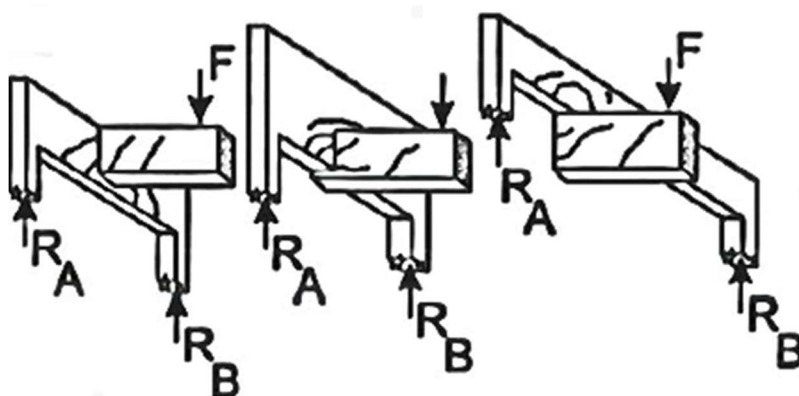
## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 2.1 APOIOS INDIRETOS

Na concepção estrutural as vigas normalmente são apoiadas em pilares ou em outras vigas, com predominância para os pilares. O caso em que o pilar é o apoio é denominado de apoio direto e o apoio indireto é caracterizado pelo apoio de uma viga sobre outra. (BASTOS, 2015)

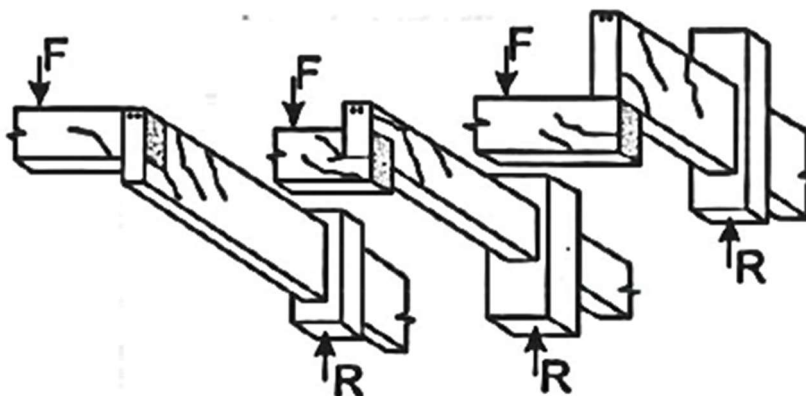
Fusco (2013) apresenta possíveis tipos de interação entre duas vigas (viga de suporte e viga apoiada) dividindo-as de acordo com a condição de apoio da viga de suporte. Os tipos de ligação para o caso da viga de suporte apoiada e em balanço são apresentados nas Figuras 2 e 3 respectivamente.

Figura 2 - Tipos de ligações de apoio indireto para viga suporte apoiada



Fonte: Fusco (2013)

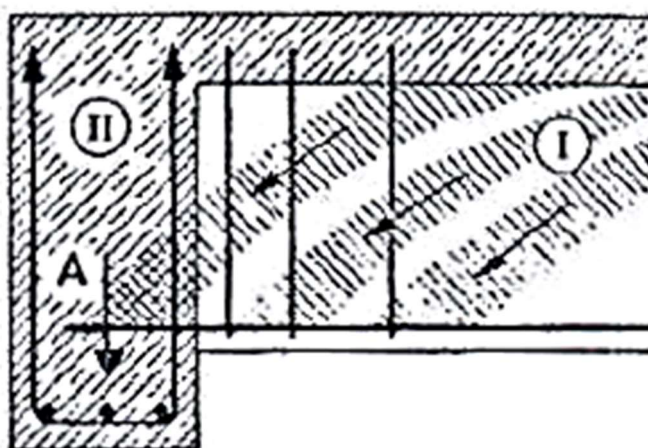
Figura 3 - Tipos de ligações de apoio indireto para viga suporte em balanço



Fonte: Fusco (2013)

Tem-se que as vigas de concreto transmitem suas cargas ao apoio preferencialmente por meio de bielas de compressão de forma que no caso de apoios indiretos essa carga é introduzida na parte inferior da viga de suporte, como pode ser observado na Figura 4, sendo indicada como a carga A. (LEONHARDT e MÖNNIG, 1978)

Figura 4 - Transmissão de cargas em vigas para o caso do apoio indireto



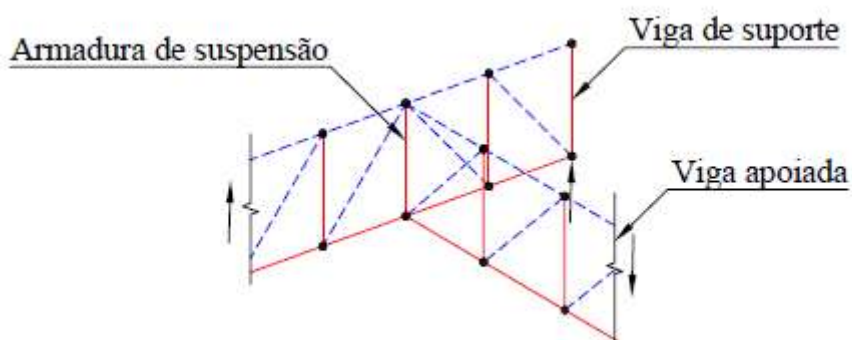
Fonte: Leonhardt e Mönnig, 1978

Dessa forma, o equilíbrio dos esforços internos exige que no cruzamento das duas vigas haja uma armadura que atue como um tirante com o objetivo de suspender a carga aplicada pela viga apoiada até o banzo superior da viga de suporte, e a essa armadura dá-se o nome de armadura de suspensão (FUSCO, 2013; LEONHARDT e MÖNNIG, 1978).

Existem casos onde a face inferior da viga apoiada está em contato com a face superior da viga suporte, e assim o esforço é aplicado por cima da viga suporte e o carregamento, neste caso, se dá de forma direta não havendo nessas situações a necessidade da armadura de suspensão.

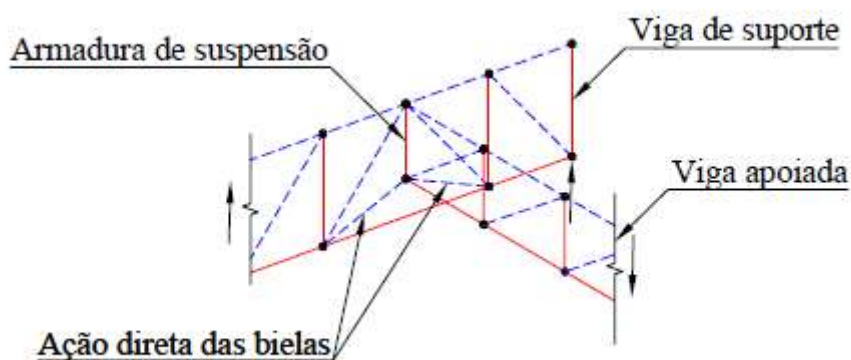
O cálculo dessa armadura consiste na conexão de dois modelos de bielas e tirantes, sendo um para a viga apoiada e outro para a viga de suporte. Mattock e Shen (1992), no seu estudo, apresentaram duas situações de apoios indiretos: uma primeira onde ambas as vigas apresentam mesma altura (Figura 5) e um segundo caso onde a viga apoiada tem altura ( $h_1$ ) inferior à altura da viga de suporte ( $h_2$ ) (Figura 6). No segundo caso, uma parcela do cortante é suportada diretamente por bielas abaixo do fundo da viga de suporte, sendo o restante carregado pelo tirante vertical (armadura de suspensão).

Figura 5 - Modelo de bielas e tirantes com vigas de mesma altura



Fonte: adaptado de Mattock e Shen (1992)

Figura 6 - Modelo de bielas e tirantes com viga de apoio com altura inferior



Fonte: adaptado de Mattock e Shen (1992)

Pela presença de bielas no segundo caso que passam a contribuir na transferência de carga da viga apoiada para a viga de suporte, a carga a ser suspensa ( $F_{\text{susp}}$ ) pode ser reduzida, sendo calculada pela Equação 2.1, onde essa equação é válida para casos em que a face superior de ambas as vigas coincide.

$$F_{\text{susp}} = \left( \frac{h_1}{h_2} \right) * V_f \quad (2.1)$$

Com,

$V_f$  = carga aplicada pela viga apoiada;

$h_1$  = altura da viga apoiada;

$h_2$  = altura da viga de suporte.

Em caso da armadura de suspensão não estar presente na região de interseção entre as vigas pode ser ocasionada uma falha prematura por cisalhamento ou o escoamento prematuro da armadura longitudinal da viga apoiada.

O dimensionamento bem como indicações de detalhamento, serão apresentados posteriormente no capítulo 3, onde são abordadas as recomendações da literatura e as prescrições normativas.

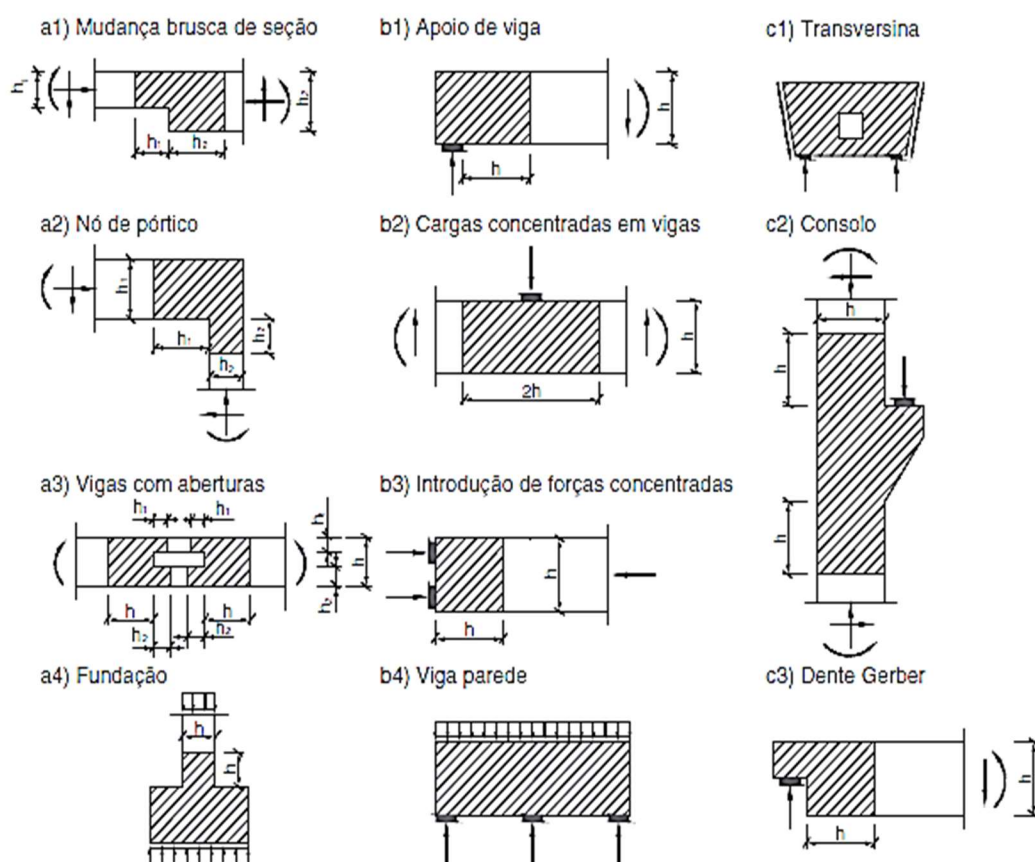
## 2.2 REGIÕES DE DESCONTINUIDADE

As vigas de concreto armado são constituídas basicamente por regiões contínuas (Regiões B) e por regiões descontínuas (Regiões D). A região contínua é aquela região na qual a hipótese da seção plana é válida e tem-se que uma distribuição linear específica na seção é aplicável.

A região de apoio indireto é considerada uma região de descontinuidade em virtude de existir nela um ponto de aplicação de carga. Essas regiões são caracterizadas por uma perturbação do campo de tensões de forma que a hipótese da seção plana não é válida, ou seja, a distribuição linear de deformações específicas na seção não é aplicável (ABNT NBR 6118:2014).

A delimitação dessas regiões normalmente é realizada a partir do Princípio de Saint Venant que sugere que o comprimento necessário para a regularização das tensões seja de aproximadamente a altura da viga a partir do ponto de perturbação. (FUSCO,2013; WIGHT,2015). Exemplos da delimitação dessas regiões baseadas no princípio de Saint Venant são trazidas pela ABNT NBR 6118:2014 e estão indicadas na Figura 7.

Figura 7 - Regiões de descontinuidade



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Antes de qualquer fissuração, nas regiões descontínuas, existe um campo de tensão elástico que pode ser quantificado com uma análise elástica, por exemplo, pela aplicação do método dos elementos finitos. Com o surgimento de fissuras se tem uma interrupção desse campo de tensão e assim ocorre uma grande reorientação das forças internas, de forma que após a fissuração essas forças não podem ser mais modeladas pela aplicação do modelo elástico (WIGHT,2015).

O projeto dessas regiões normalmente era realizado por recomendações práticas, baseando-se em experiências anteriores do projetista (WIGHT,2015; SILVA, 1991). Por se tratar de uma parte da estrutura de igual importância para o comportamento estrutural, a utilização de métodos baseados apenas na experiência dos projetistas não é justificada enquanto o restante é projetado com maior exatidão. Dessa forma, o modelo de bielas e tirantes surge como alternativa para o projeto desses elementos.

## 2.3 MODELO DE BIELAS E TIRANTES

A primeira idealização de um modelo de treliças para estruturas de concreto foi o modelo idealizado por Ritter e Mörsh, denominado de Analogia Clássica da Treliça. Esse modelo foi baseado nas hipótese de que a treliça é isostática e possui banzos (tracionado e comprimido) paralelos, as diagonais comprimidas (bielas) têm uma inclinação constante com ângulo de  $45^\circ$  em relação ao eixo longitudinal da viga e a inclinação da armadura transversal pode variar entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$ .

Pesquisas futuras sugeriram apenas modificações e aperfeiçoamentos nessa teoria inicial (SILVA, 1991). Ensaios realizados por Leonhardt e Mönnig (1977) apud Giongo (2011) mostraram que a treliça clássica conduzia a uma armadura transversal um pouco exagerada de forma que se passou a necessitar de um novo modelo surgindo assim a Analogia Generalizada da Treliça. Na analogia generalizada se utiliza de uma treliça com banzo comprimido inclinado e com a inclinação das bielas menor ou igual a  $45^\circ$  que passou a ser adotada de maneira compatível com o modelo obtido nos ensaios. (SILVA, 1991)

O modelo de bielas e tirantes é a representação discreta dos campos de tensões nos elementos estruturais. O modelo consiste em uma treliça idealizada composta por bielas, tirantes e nós, onde as bielas correspondem aos campos de compressão, os tirantes representam os campos de tração que são absorvidos por uma armadura ou um conjunto de armaduras concentradas em um único eixo, e os nós são os pontos de ligação entre as bielas e tirantes. Outro elemento do modelo é a zona nodal que corresponde ao volume de concreto em torno do nó e é responsável por transferir as forças das bielas inclinadas para outras bielas, tirantes e para as reações, sendo necessário assim verificar a resistência necessária para transmissão dessas forças (WIGHT, 2015; ABNT NBR 6118:2014).

Diante disso, um modelo adequado de bielas e tirantes é aquele que:

- a) Incorpora um sistema de forças que está em equilíbrio com um determinado conjunto de cargas, e
- b) As forças fatoradas em cada seção das bielas, tirantes e zonas nodais não excedem as resistências de projeto correspondentes para essas seções.

Assim, a estrutura precisa ser modelada de forma a descrever o comportamento real além de garantir a segurança do elemento, a partir do cumprimento dos itens a) e b) apresentados anteriormente.

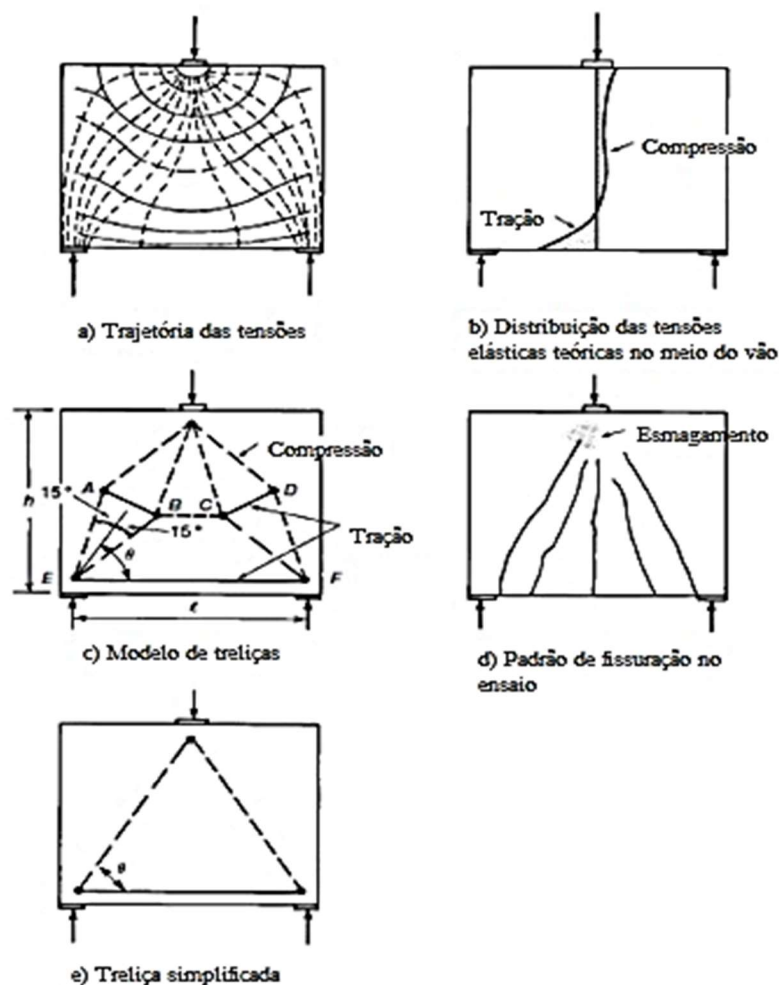
### 2.3.1 Processo de Modelagem

A determinação do modelo a ser utilizado pode se dar por meio de análise do elemento tanto no estado elástico como no estado plástico. Shelaich et al (1987) apud Silva (1991) propõem a definição do modelo através das trajetórias das tensões elásticas por se tratar de um modelo mais simples. Esse modelo pode ser rearranjado em caso do objetivo da modelagem seja a análise última, onde nessa situação se pode modificar o arranjo da estrutura de maneira que se obtenha um aumento na resistência. Porém, em casos de regiões com baixas tensões, a posição adequada pode desviar-se consideravelmente do modelo elástico e assim por tentativas, através do teorema do limite inferior da teoria da plasticidade, pode-se obter um modelo mais próximo do que ocorre antes da carga última.

Uma das formas de análise pela trajetória das tensões elásticas é o Método dos Caminhos da Carga. O método consiste na determinação das ações solicitantes no contorno da região de descontinuidade, valendo salientar que as ações distribuídas devem ser substituídas por cargas concentradas equivalentes (SILVA (1991)). Após a garantia do equilíbrio externo da região tem-se que as cargas de um lado devem encontrar as do outro lado e se equilibrar, de forma que esses caminhos não se cruzem e devem ser o mais curto possível, e caso seja necessário para equilíbrio dos nós devem ser acrescentados bielas e tirantes intermediários.

A determinação do campo de tensões em regime elástico também pode se dar pela aplicação do Método dos Elementos Finitos que possibilita a visualização da trajetória de esforços no regime elástico e a partir disso se adota um sistema isostático de bielas e tirantes que substitui o efeito dos esforços atuantes. A Figura 8 mostra um exemplo da aplicação desse método em uma viga parede. Tem-se inicialmente a distribuição de tensões e o modelo correspondente, onde as principais tensões de compressão atuam paralelamente às linhas tracejadas e as fissuras são esperadas que ocorram perpendicularmente às linhas sólidas, e por fim uma treliça simplificada e um modelo de treliça mais preciso para a mesma situação.

Figura 8 - Modelo de bielas e tirantes a partir do Método dos Elementos Infinitos



Fonte: adaptado de Wight (2015)

De acordo com Silva (1991), a definição da geometria do modelo é influenciada pelos seguintes fatores:

- Área de aplicação das ações e reações;
- Tipos de ações atuantes;
- Ângulos entre bielas e tirantes;
- Número de camadas de armaduras;
- Cobrimento das armaduras.

Os ângulos entre bielas e tirantes são delimitados pela ABNT NBR 6118:2014 que determina que eles tenham tangente entre 0,57 e 2, sendo assim os ângulos de  $29,7^\circ$  e  $63,4^\circ$ , respectivamente. Para Fusco (2013) esse intervalo seria de 0,5 e 2, permitindo assim ângulos de até  $18,4^\circ$ , e onde o valor de 2 seria um valor máximo absoluto em que a partir dele o problema

deveria ser tratado com um caso de flexão com cisalhamento. Tem-se que o ângulo das diagonais de compressão da viga esteja entre  $\pm 15^\circ$  dos ângulos resultantes das tensões de compressão obtidas pela análise elástica mesmo após a redistribuição de tensões.

Pode se observar que não existe apenas um modelo adequado para realizar a análise da estrutura. De forma que para otimização do modelo, tem-se que as cargas utilizam o caminho das mínimas forças e deformações e, sabendo que os tirantes são mais deformáveis, se consegue otimizar a estrutura utilizando um modelo com tirantes mais curtos.

### 2.3.2 Dimensionamento de bielas, nós e tirantes

Após a definição da geometria do modelo se procede para o dimensionamento dos tirantes, e para verificação das tensões nas bielas e nas zonas nodais.

Normalmente as forças dos tirantes são suportadas pelas armaduras cujo eixo deve coincidir com o do tirante, apesar de que a tensão do concreto possa ser utilizada no equilíbrio de forças em caso de não haver fissuras progressivas. (SILVA, 1991)

Dessa forma, é necessário dimensionar as armaduras que irão constituir os tirantes a partir da força atuante no tirante do modelo. Essas armaduras são dimensionadas pela Equação 2.2 que é definida no item 22.3.3 da ABNT NBR 6118:2014.

$$A_t = \frac{F_{Sd}}{f_{yd}} \quad (2.2)$$

Onde,

$A_t$  = área de aço a ser aplicada em cada tirante;

$F_{Sd}$  = valor de cálculo da força de tração determinada no tirante;

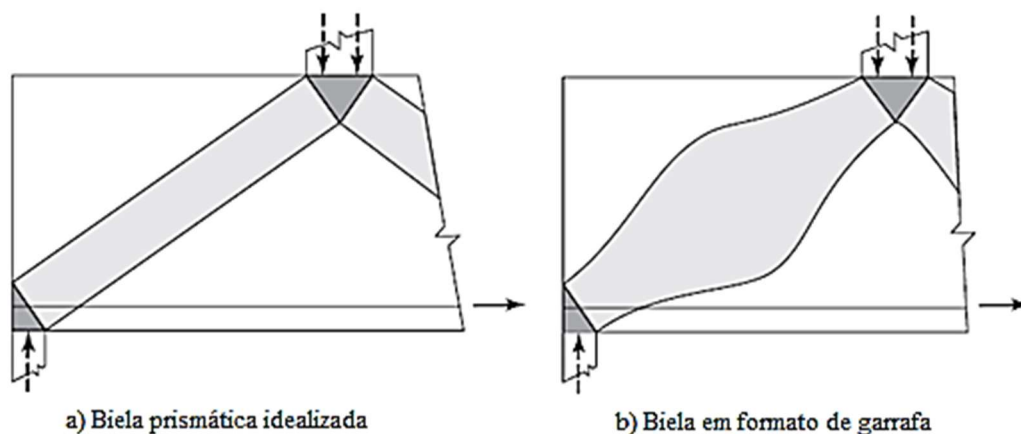
$f_{yd}$  = resistência ao escoamento de cálculo.

A armadura calculada deve então ser distribuída de forma que a abertura e a distribuição das fissuras sejam limitadas, e suas extremidades devem ser ancoradas, seja por aderência ou por dobramento.

As bielas representam campos de tensão de compressão sendo frequentemente idealizadas como membros prismáticos, apesar de que bielas inclinadas normalmente variam

de geometria ao longo do seu comprimento, conforme pode se observar na Figura 9. (WIGHT,2015)

Figura 9 - Biela prismática e em formato de garrafa (Bottle-shaped strut)

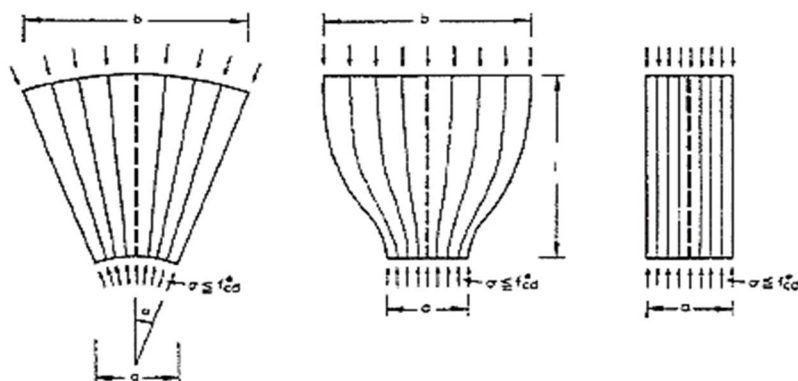


Fonte: adaptado de Wight (2015)

Dependendo da forma como as tensões de compressão se distribuem tem-se diferentes bielas, sendo três apresentadas por Schlaich e Schäfer (1988) apud Ribeiro (1999) que afirma serem suficientes para cobrir os diferentes tipos de compressão (Figura 10):

- a) Biela radial ou em leque: é uma idealização de campo com curvatura desprezível, encontrada em regiões D, onde forças concentradas são introduzidas e propagadas de maneira suave. Nesse caso não são desenvolvidas trações transversais;
- b) Biela em garrafa: Biela com distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afunilamento da seção e que desenvolve tensões transversais de compressão abaixo da força e depois tensões de tração transversais consideráveis;
- c) Biela prismática: Tem distribuição de tensões uniforme sem perturbação sendo típico de regiões B e não produz tensões de tração transversais.

Figura 10 - Campos de compressão no concreto



Fonte: Ribeiro (1999)

As dimensões das bielas devem ser grandes o suficiente para garantir que a força de compressão calculada não ultrapasse as tensões limites preconizadas pelas normas. Caso os limites não sejam atendidos, pode-se aumentar a resistência do concreto, aumentar as suas dimensões ou alterar o modelo de bielas e tirantes utilizado na análise.

Dessa forma, as bielas são dimensionadas limitando a tensão de compressão a partir do cálculo da resistência efetiva de compressão do concreto ( $f_{cu}$ ), sendo a seguir apresentadas as expressões de projeto da norma americana ACI 318-19, da norma canadense CSA A23.3-04 e da norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 que demonstram que apesar de empregarem o mesmo modelo como base apresentam dimensionamentos distintos.

Na norma americana ACI 318-19 na seção 23.4.3 tem-se a seguinte relação para o cálculo da resistência (Equação 2.3):

$$f_{cu} = 0.85\beta_c\beta_s f'_c \quad (2.3)$$

Onde,

$\beta_c$  = fator de modificação de confinamento para bielas e nós em um modelo de escoras e tirantes;

Tabela 1 - Valores de  $\beta_c$  pela norma americana

| Localização                                                                                                                                                            | $\beta_c$ |                                                             |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|-------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Fim de uma biela conectada a um nó que inclui uma superfície de apoio</li> <li>Nó que inclui uma superfície de apoio</li> </ul> | Menor de  | $\sqrt{A_1/A_2}$ , onde é definida pela superfície de apoio |
|                                                                                                                                                                        |           | 2.0                                                         |

|              |     |  |
|--------------|-----|--|
| Outros casos | 1.0 |  |
|--------------|-----|--|

Fonte: ACI 318-19

$\beta_s$  = fator usado para considerar o efeito de fissuração e da armadura de confinamento;

Tabela 2 - Valores de  $\beta_s$  pela norma americana

| Localização da biela                   | Tipo de biela      | Critério                                                | $\beta_s$ |
|----------------------------------------|--------------------|---------------------------------------------------------|-----------|
| Membros tracionados ou zonas de tração | Qualquer           | Todos os casos                                          | 0.4       |
| Outros casos                           | Bielas de contorno | Todos os casos                                          | 1.0       |
|                                        | Bielas internas    | Armaduras que atendam ao mínimo indicado no item 23.5.1 | 0.75      |
|                                        |                    | Regiões que satisfaçam o item 23.4.4                    | 0.75      |
|                                        |                    | Junta viga-coluna                                       | 0.75      |
|                                        |                    | Demais casos                                            | 0.4       |

Fonte: ACI 318-19

$f'_c$  = resistência à compressão especificada do concreto.

Na seção 11.4.2.3 da norma canadense (CSA A23.3-04) o valor de  $f_{cu}$  é calculado pela seguinte expressão (Equação 2.4):

$$f_{cu} = \frac{f'_c}{0.8 + 170\varepsilon_1} \leq 0.85f'_c \quad (2.4)$$

Onde,

$\varepsilon_1$  = deformação de tração principal em concreto fissurado;

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0.002)\cot^2\theta_s$$

$\varepsilon_s$  = deformação de tração no tirante inclinado em  $\theta_s$  para a biela;

$\theta_s$  = menor ângulo entre a biela e os tirantes adjacentes.

Pela norma brasileira (ABNT NBR 6118:2014) a verificação das bielas é realizada da mesma forma que para os nós, sendo essa verificação tratada posteriormente.

Os nós correspondem aos pontos em que as forças nas bielas e tirantes se encontram, sendo classificados como contínuos ou singulares. Os nós contínuos são aqueles em que os

desvios de forças são feitos gradativamente, não são considerados críticos e assim sendo suficiente para garantir a segurança a ancoragem das armaduras de tração. Os nós singulares são onde as forças concentradas são aplicadas e onde há desvios localizados de forças, são considerados nós críticos que precisam ser verificados através das forças que chegam para evitar deformações excessivas e fissuração elevada (SCHLAICH e SCHÄFER,1991).

As zonas nodais correspondem à região de concreto dentro e ao redor de um nó, e sua verificação é realizada em função de impedir a sua falha por esmagamento do concreto. A tensão máxima permitida nessa região é calculada pela Equação 2.5.

$$f_{cu} = \beta F_c \quad (2.5)$$

Onde  $F_c$  corresponde à resistência do concreto e o fator  $\beta$  varia em função do tipo da zona nodal na qual a análise será realizada. As zonas nodais podem ser do tipo C-C-C em virtude de chegarem três forças de compressão, C-C-T para duas forças de compressão e uma de tração, C-T-T para uma força de compressão e duas de tração, além do tipo T-T-T com três forças de tração.

Na norma americana na seção 23.9.2 (ACI 318-19) a Equação 2.5 tem a forma apresentada na Equação 2.6.

$$f_{cu} = 0.85\beta_c\beta_n f'_c \quad (2.6)$$

Onde,

$\beta_n$  = fator usado para considerar o efeito de ancoragem dos tirantes.

Tabela 3 - Valores de  $\beta_n$  pela norma americana

|           |      |
|-----------|------|
| Nós C-C-C | 1.00 |
| Nós C-C-T | 0.80 |
| Nós C-T-T | 0.60 |
| Nós T-T-T | 0.60 |

Fonte: ACI 318-19

Na norma brasileira (ABNT NBR 6118:2014) a Equação 2.5 tem a forma apresentada na Equação 2.7.

$$f_{cd} = \beta\alpha_{v2}f_{cd} \quad (2.7)$$

Onde,

$f_{cd}$  = resistência característica do concreto;

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa;}$$

Tabela 4 - Valores de  $\beta$  pela norma brasileira

|           |      |
|-----------|------|
| Nós C-C-C | 0.85 |
| Nós C-C-T | 0.72 |
| Nós C-T-T | 0.60 |
| Nós T-T-T | 0.60 |

Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Para a norma canadense (CSA A23.3-04), no item 11.4.4.1, os limites de tensão de compressão no concreto são calculados a partir da Equação 2.8:

$$f_{cu} = \beta \phi_c f'_c \quad (2.8)$$

Onde,

$\phi_c$  = fator de resistência do concreto (podendo ser 0.65 ou 0.70)

Tabela 5 - Valores de  $\beta$  pela norma canadense

|           |      |
|-----------|------|
| Nós C-C-C | 0.85 |
| Nós C-C-T | 0.75 |
| Nós C-T-T | 0.65 |
| Nós T-T-T | 0.65 |

Fonte: CSA A23.3-04

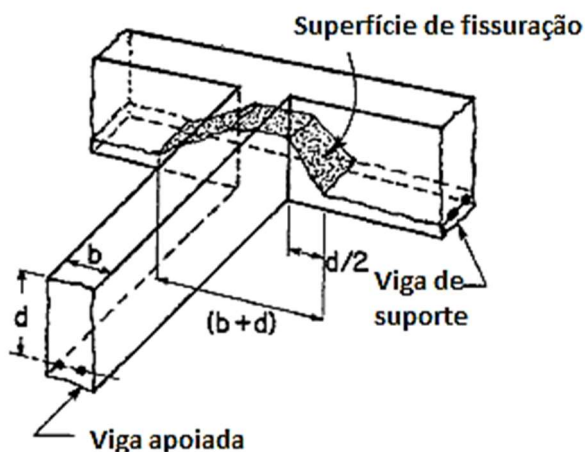
Ainda pela norma canadense, tem-se que membros que foram projetados por um modelo de bielas e tirantes devem conter uma grade ortogonal de barras de armadura para controle de fissuração próxima a cada face, onde a proporção de área da armadura para área bruta de concreto não seja inferior a 0,002 em cada direção, com espaçamento de no máximo 300mm.

## 2.4 TORÇÃO

No caso dos apoios indiretos, tem-se a possibilidade da viga de suporte ter sua rotação restringida de forma que um momento significativo seja transferido da viga apoiada para a viga de suporte. De acordo com Mattoch e Shen (1992) a superfície de fissuração para o caso da viga sem a presença de torção (Figura 11) intercepta todas as pernas dos estribos presentes na viga de suporte na região de interseção. Porém, no caso da presença de torção a superfície de

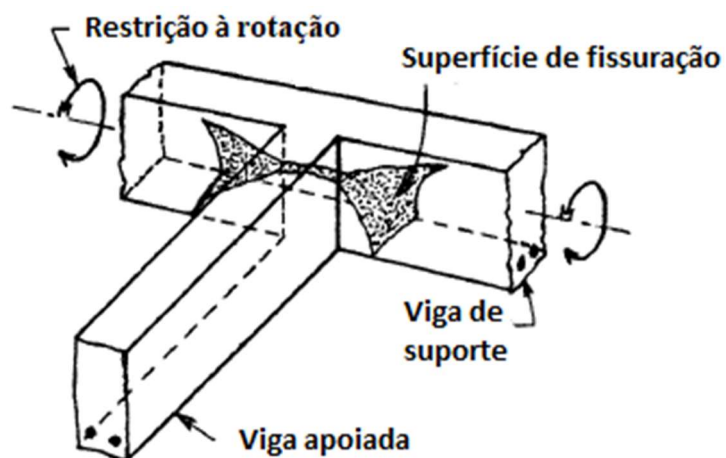
fissuração é modificada, sendo interceptada apenas pelas pernas próximas a interface entre as duas vigas (Figura 12).

Figura 11 - Superfície de fissuração na interseção sem transferência de momento



Fonte: adaptado de Mattock e Shen (1992)

Figura 12 - Superfície de fissuração na interseção com transferência de momento



Fonte: adaptado de Mattock e Shen (1992)

Diante disso, observa-se uma alteração do comportamento do apoio indireto na medida em que o momento torsor passa a atuar na viga de suporte. Assim, é importante o estudo do comportamento de peças submetidas somente à torção e de peças em que à torção e o esforço cortante se sobrepõem.

O momento torsor é um momento que atua em torno do eixo longitudinal de um membro causando tensões de cisalhamento ao longo da sua superfície (WIGHT,2015). Em

membros circulares a tensão de cisalhamento é zero no centro da barra e aumenta linearmente até o máximo ser atingido na parte externa da barra (Figura 13a). Para o caso de membros retangulares, a tensão de cisalhamento varia de zero no centro até atingir o máximo no centro das superfícies laterais (Figura 13b).

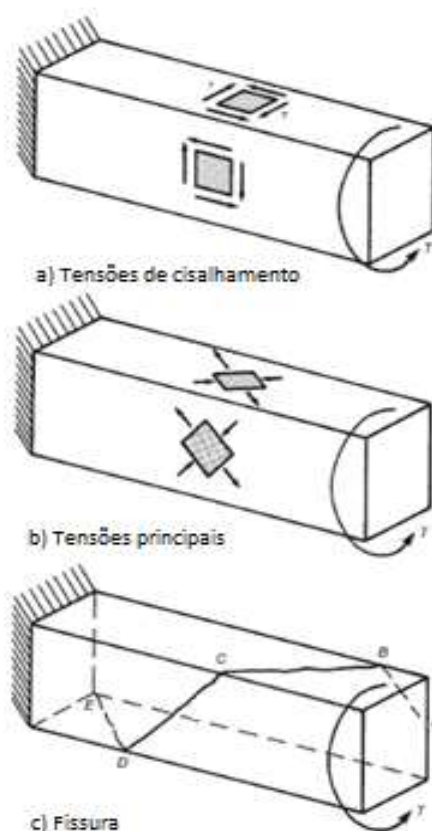
Figura 13 - Distribuição das tensões de cisalhamento em a) barras circulares b) barras retangulares



Fonte: adaptado de Wight (2015)

Quando a viga é submetida a momento torsor ( $T$ ), tensões de cisalhamento são desenvolvidas no topo e nas superfícies laterais conforme pode ser observado na Figura 14a. As tensões principais são apresentadas na Figura 14b. Essas tensões principais eventualmente causam fissuração ao redor do corpo como observado pela linha A-B-C-D-E na Figura 14c.

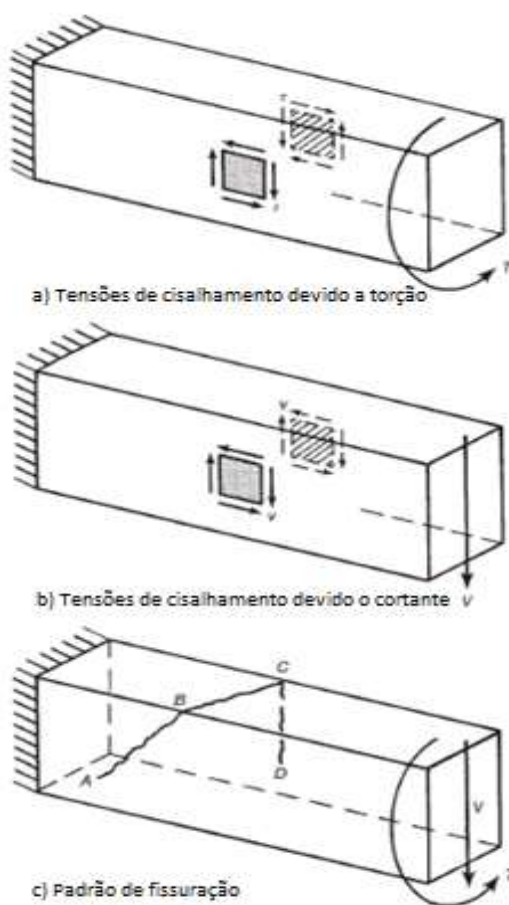
Figura 14 - Tensões principais e fissuração devido torção pura



Fonte: adaptado de Wight (2015)

Porém, se a viga está sujeita a torção e cisalhamento combinados, os dois componentes de cisalhamento são adicionados em uma das faces (face frontal da Figura 15) e atuam em sentido contrário entre si na outra face. Como resultado, a fissuração inclinada (Figura 15c) inicia na face onde as tensões se adicionam (fissura AB) e se estende ao longo da face superior da viga (fissura BC). Caso o momento fletor que atua na peça seja suficientemente grande, as fissuras (de flexão) se estendem quase que verticalmente ao longo da face posterior (fissura CD). A zona de compressão próxima ao fundo da viga, devido a flexão, previne que as fissuras se estendam por toda a altura das faces frontais e posterior.

Figura 15 - Tensões de cisalhamento e fissuração devido a combinação de cisalhamento e momento torsor



Fonte: adaptado de Wight (2015)

Pelo comportamento da estrutura quando submetida tanto à esforço cortante como momento torsor tem-se que pelo fato da face posterior apresentar apenas fissuração de flexão a perna do estribo nessa região não atua como armadura de suspensão, atuando apenas a perna interna do estribo. A partir dessa consideração tem-se que em caso de presença de momento torsor é necessária uma análise diferente no que diz respeito à armadura de suspensão.

### 3 RECOMENDAÇÕES DA LITERATURA

#### 3.1 ESTUDOS ANTERIORES

##### 3.1.1 Dimensionamento da armadura de suspensão e carga a ser suspensa

De acordo com Leonhardt e Mönnig (1978) a armadura de suspensão é constituída de estribos que devem envolver a armadura longitudinal da viga apoiada e que devem ser ancorados na parte superior da viga de suporte. Essa armadura é dimensionada de acordo com a Equação 3.1.

$$A_s = \frac{h_1}{h_2} \frac{V_{u1}}{f_{yd}} \quad (3.1)$$

Onde,

$V_{u1}$  = cisalhamento fatorado no fim da viga apoiada;

$f_{yd}$  = resistência de escoamento de cálculo da armadura transversal.

A expressão apresentada por Leonhardt e Mönnig (1978) foi também apresentada por Fusco (2013). De acordo com Fusco (2013) essa consideração de uma força de suspensão menor que a reação de apoio só é permitida quando as duas vigas tiverem suas faces superiores no mesmo nível.

Já Wight (2015) recomenda que a armadura seja calculada a partir da Equação 3.2.

$$A_s = \left(1 - \frac{h_b}{h_2}\right) \frac{V_{u1}}{f_{yd}} \quad (3.2)$$

Onde,

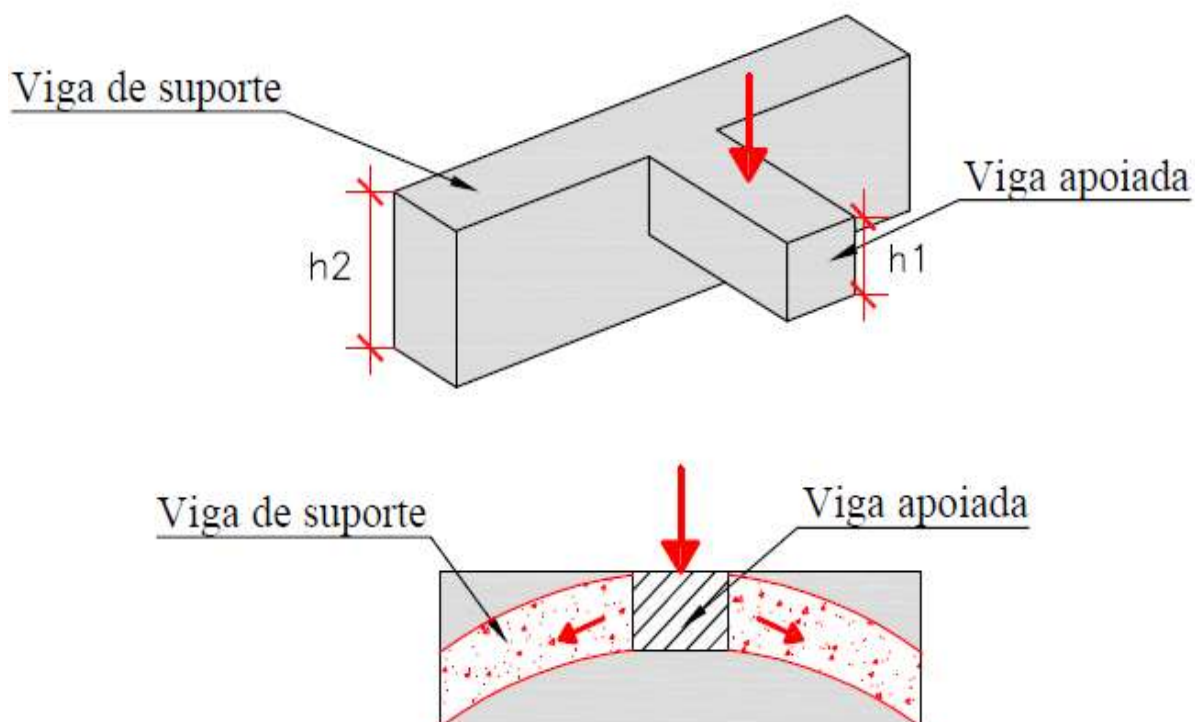
$h_b$  = distância vertical entre o fundo das duas vigas.

Baumann e Rüsch (1970) apud Ribeiro (1999) e Reineck (1996) apud Ribeiro (1999) indicam que a armadura deva ser dimensionada para suspender 100% da força em qualquer situação.

No que diz respeito à carga a ser suspensa Thomaz (s.d.) apresenta três casos de análise. No primeiro caso ambas as vigas apresentam mesma altura (Figura 16) e assim 100% da carga deve ser suspensa.



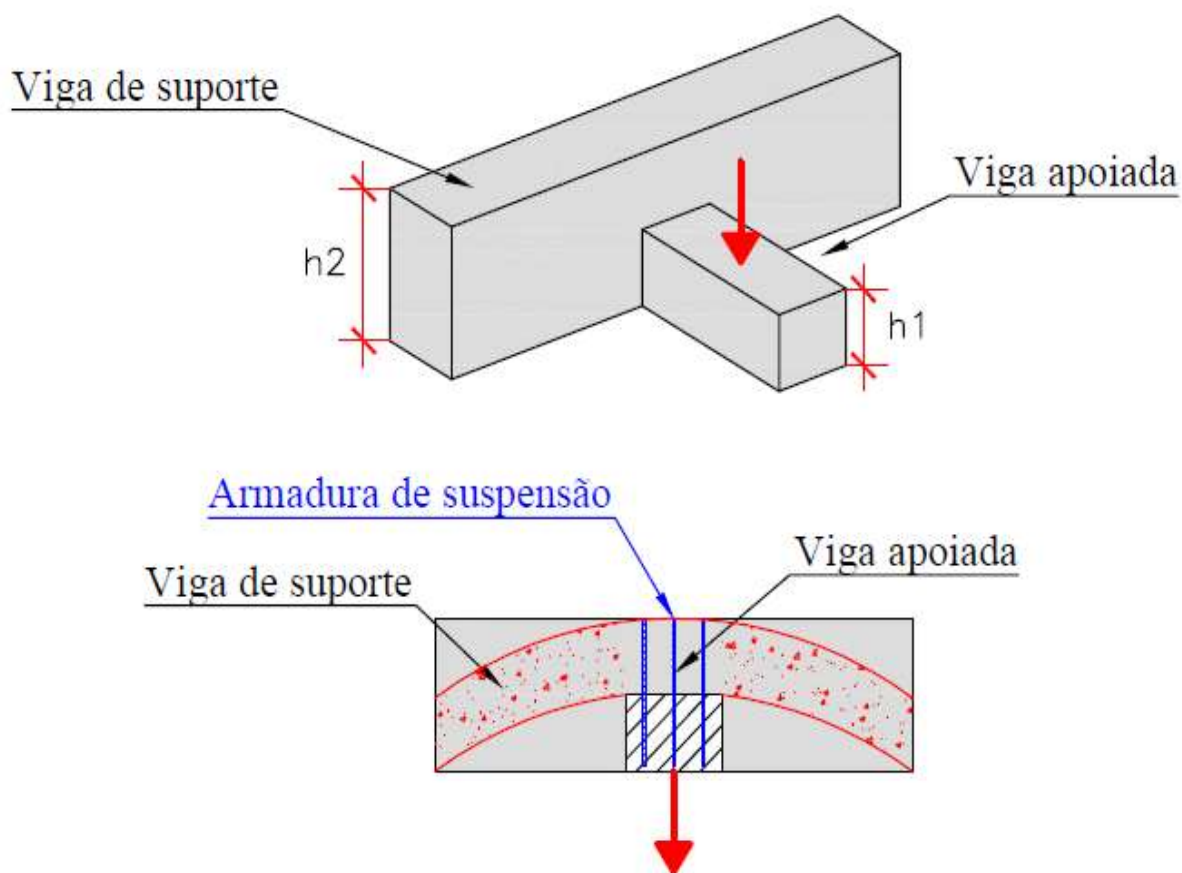
Figura 17 - Apoio indireto com apoio por cima (onde  $h_1 \ll h_2$ )



Fonte: Thomaz (s.d.)

Já a segunda situação (denominada pelo autor de “apoio por baixo”) é caracterizada com a viga apoiada apresentando sua face inferior no mesmo nível da face inferior da viga de suporte (Figura 18), nessa condição é necessário pendurar toda a carga. Diferentemente do que observado na primeira situação, a aplicação da equação resultaria em armadura insuficiente para garantir o comportamento adequado da região.

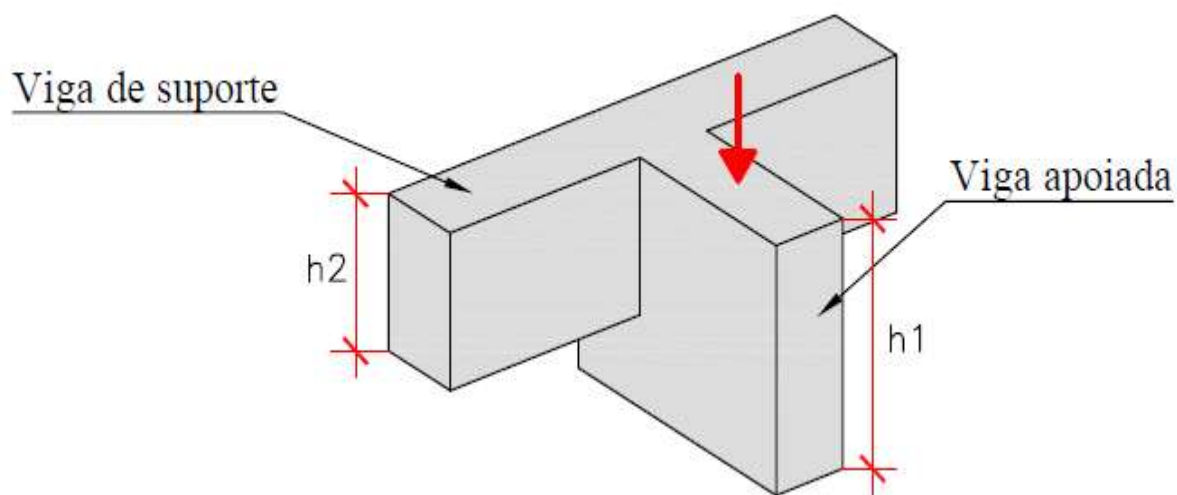
Figura 18 - Apoio indireto com apoio por baixo (onde  $h_1 \ll h_2$ )



Fonte: adaptado de Thomaz (s.d.)

Por fim, o terceiro caso corresponde ao caso de a viga apoiada ter altura superior à viga de suporte (Figura 19). Nessa situação 100% da carga a ser pendurada.

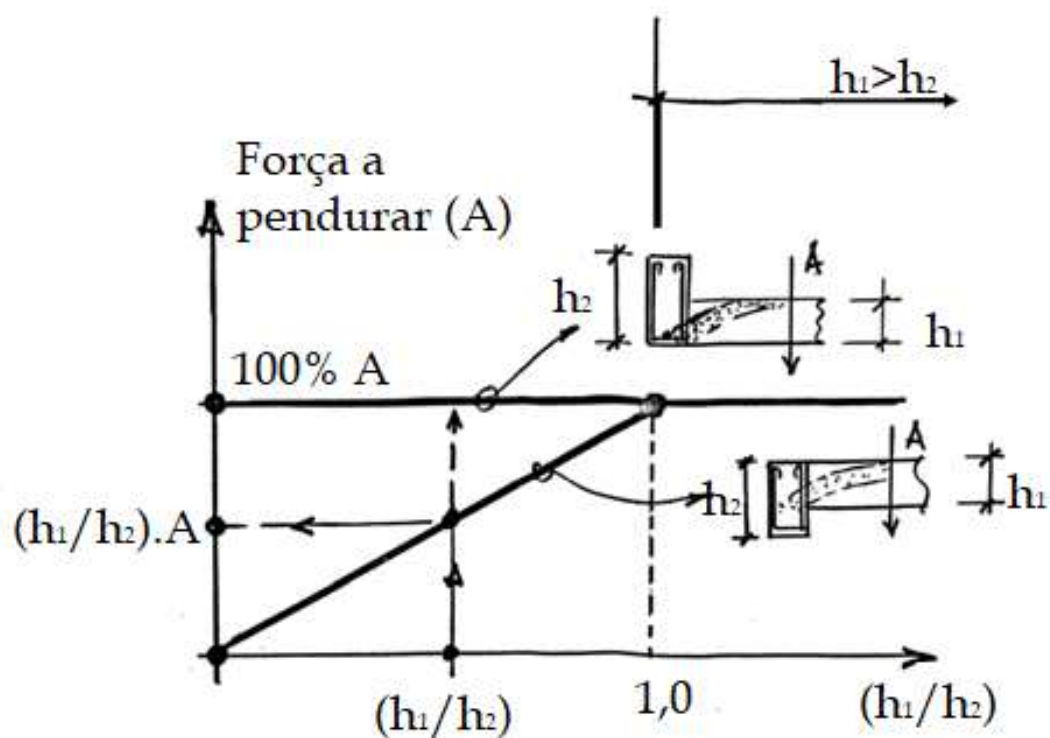
Figura 19 - Apoio indireto onde  $h_1 > h_2$



Fonte: Thomaz (s.d.)

O resumo do cálculo para os casos apresentados por Thomaz (s.d.) está apresentado na Figura 20.

Figura 20 - Resumo para o cálculo da carga a ser suspensa

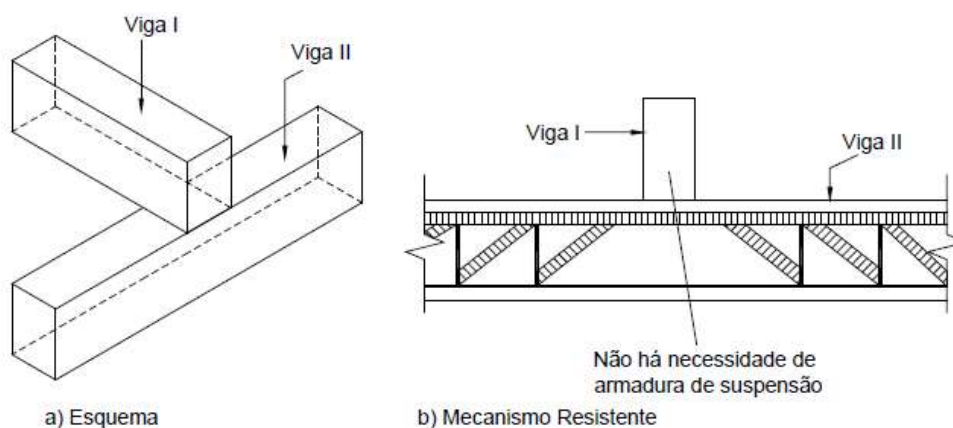


Fonte: adaptado de Thomaz (s.d.)

Na Figura 20 observa-se que a linha horizontal corresponde ao caso do apoio por baixo, onde independente da altura da viga apoiada toda a carga deve ser suportada. A linha inclinada corresponde a equação 3.1 apresentada anteriormente. E após o valor de 1,0 para o eixo horizontal observa-se que a carga a ser suspensa é de 100%, de forma que ilustra as considerações feitas por Thomaz (s.d) de forma gráfica.

Um último caso em que uma viga se apoia em outra é apresentada na Figura 21. Nessa situação tem-se que a face inferior da viga apoiada está sobre a face superior da viga de suporte, e assim não há necessidade de armadura de suspensão visto que a reação de apoio da viga apoiada é aplicada diretamente no banzo comprimido.

Figura 21 - Viga apoiada na face superior da viga de suporte



Fonte: Giongo (2011)

Após observar-se os diferentes casos de apoio indireto, os resultados da aplicação das equações 3.1 e 3.2, bem como os valores indicados por Thomaz (s.d), que descreve o comportamento esperado, para cada um dos casos são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 - Armadura de suspensão para cada caso de acordo com as equações 3.1, 3.2 e Thomaz (s.d)

| Caso        |                | Equação 3.1<br>$\frac{h_1}{h_2} \frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ | Equação 3.2<br>$\left(1 - \frac{h_b}{h_2}\right) \frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ | Thomaz (s.d)                 |
|-------------|----------------|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| $h_1 = h_2$ |                | $\frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$                                | $\frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$                                                 | $\frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ |
| $h_1 < h_2$ | Apoio por cima | $\frac{h_1}{h_2} \frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$                | $\frac{h_1}{h_2} \frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$                                 | 0                            |

|             |                 |                                              |                                              |                              |
|-------------|-----------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------|------------------------------|
|             | Apoio por baixo | $\frac{h_1}{h_2} \frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ | $\frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$                 | $\frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ |
| $h_1 > h_2$ |                 | $\frac{h_1}{h_2} \frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ | $\frac{h_1}{h_2} \frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ | $\frac{V_{u2}}{\phi f_{yt}}$ |

Fonte: Elaboração própria

Para o primeiro caso em que  $h_1 = h_2$  tem-se que as equações apresentam resultados iguais ao indicado por Thomaz (s.d). Já para o caso de  $h_1 < h_2$  são observadas distinções entre os resultados apontados pelas equações bem como com o proposto por Thomaz (s.d). Na situação do apoio por cima tem-se que não seria necessária a suspensão de carga, porém ambas as equações fornecem ainda uma parcela de carga a ser suspensa, de forma que elas tenderiam ao comportamento esperado indicado por Thomaz (s.d) à medida que a altura da viga apoiada tendesse a zero. Apesar disso, tem-se que essa parcela possa atuar como um coeficiente de segurança em virtude de não ser estabelecido para qual valor de  $h_1$  o apoio por cima acontece. Entretanto, para a situação de apoio por baixo nota-se que a equação 3.1 sugere um valor inferior ao indicado por Thomaz (s.d) e pela equação 3.2. Tem-se que quanto menor  $h_1$  menor a carga suspensa ocasionando assim no dimensionamento de uma armadura insuficiente podendo comprometer a segurança da estrutura.

Por fim, no terceiro caso ( $h_1 > h_2$ ) as equações 3.1 e 3.2 apresentam resultados iguais e superestimam a carga a ser suspensa de forma que ela seria superior à carga que é transferida à viga de suporte. Nesse caso a armadura seria superdimensionada ocasionando um maior congestionamento na região de ligação, bem como maiores gastos com a estrutura.

Um dos principais pontos de divergência entre os pesquisadores sobre o dimensionamento da armadura de suspensão consiste na necessidade ou não de se adicionar a área de aço da armadura de suspensão à armadura de cisalhamento.

Leonhardt e Mönnig (1978) citam que não há necessidade de armadura de cisalhamento adicional nessa região, devendo-se assim adotar o maior dos valores entre a armadura de suspensão e a armadura de cisalhamento necessária. Já Bastos (2015) considera que a armadura de suspensão deve ser somada à armadura transversal destinada a resistir às forças cortantes atuantes. E para Thomaz (s.d.), a armadura de suspensão deve ser somada ao estribo devido ao cortante apenas na viga de apoio, e para a viga apoiada se deve tomar o maior dos valores.

### 3.1.2 Necessidade da armadura de suspensão

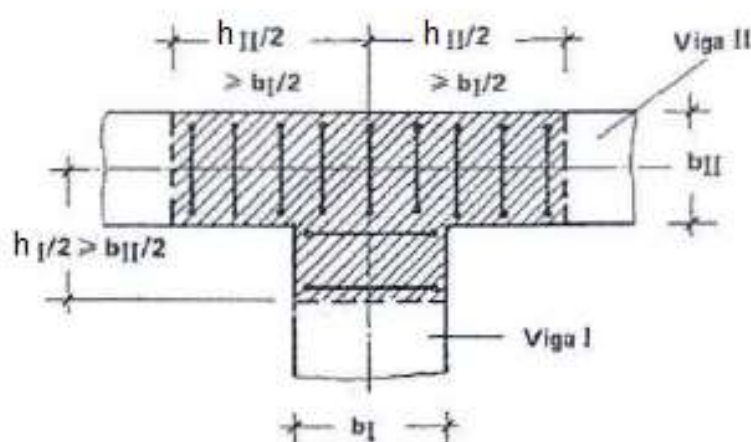
No que diz respeito à necessidade da armadura de suspensão Mattock e Shen (1992) e Wight (2015) dizem que ela pode ser dispensada se a tensão de cisalhamento no final da viga apoiada for menor que  $3\sqrt{f'_c}$  (psi) e  $0.25\sqrt{f'_c}$  (MPa). Isso se dá visto que a fissuração inclinada não está totalmente desenvolvida para este valor de força de cisalhamento, assim o comportamento de treliça não acontece e o cisalhamento na viga de apoio é transferido para a viga de suporte por toda sua profundidade.

### 3.1.3 Região de distribuição

Em um projeto estrutural, após o dimensionamento da armadura tem-se a etapa de detalhamento. Para o caso de apoios indiretos o primeiro passo nessa etapa consiste na delimitação da região na qual a armadura de suspensão deve ser distribuída.

Leonhardt e Mönnig (1978) recomendam a disposição de tal armadura o mais próximo possível do local de ligação entre as vigas, porém nessa região comum entre vigas, em casos de cargas elevadas, pode acontecer um acúmulo de barras que dificultam a execução, podendo assim ser distribuída na região indicada na Figura 22.

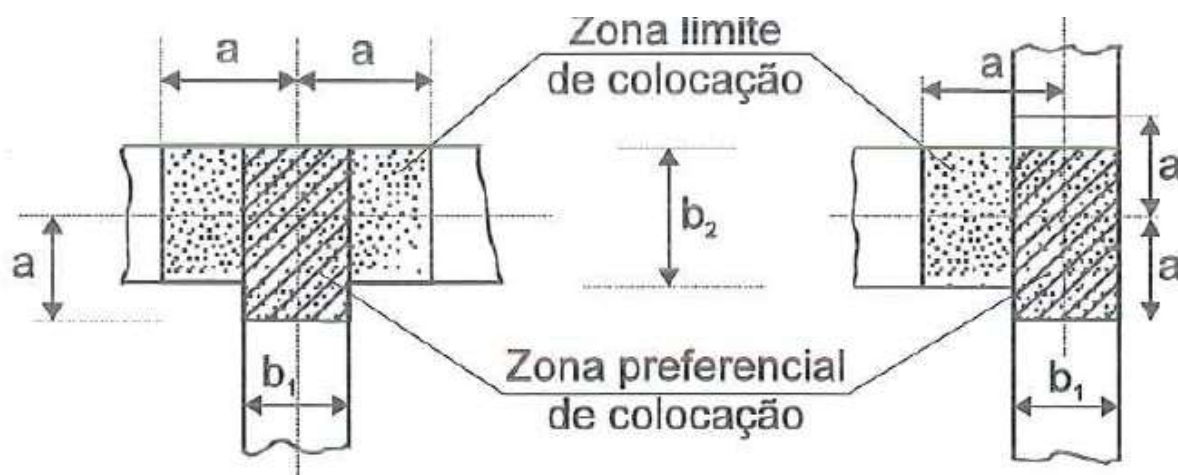
Figura 22 - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Leonhardt e Mönnig



Fonte: adaptado de Leonhardt e Mönnig (1978)

Assim como Leonhardt e Mönning (1978), Fusco (2013) sugere que a zona preferencial de colocação dessa armadura é a própria região de cruzamento, podendo ser colocada na vizinhança tão próxima quanto possível a região, desde que se garanta uma concretagem perfeita da área. Essa região é apresentada na Figura 23 onde “a” é a menor dimensão compatível com a montagem de armadura garantindo-se espaçamentos para uma concretagem perfeita do nó.

Figura 23 - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Fusco

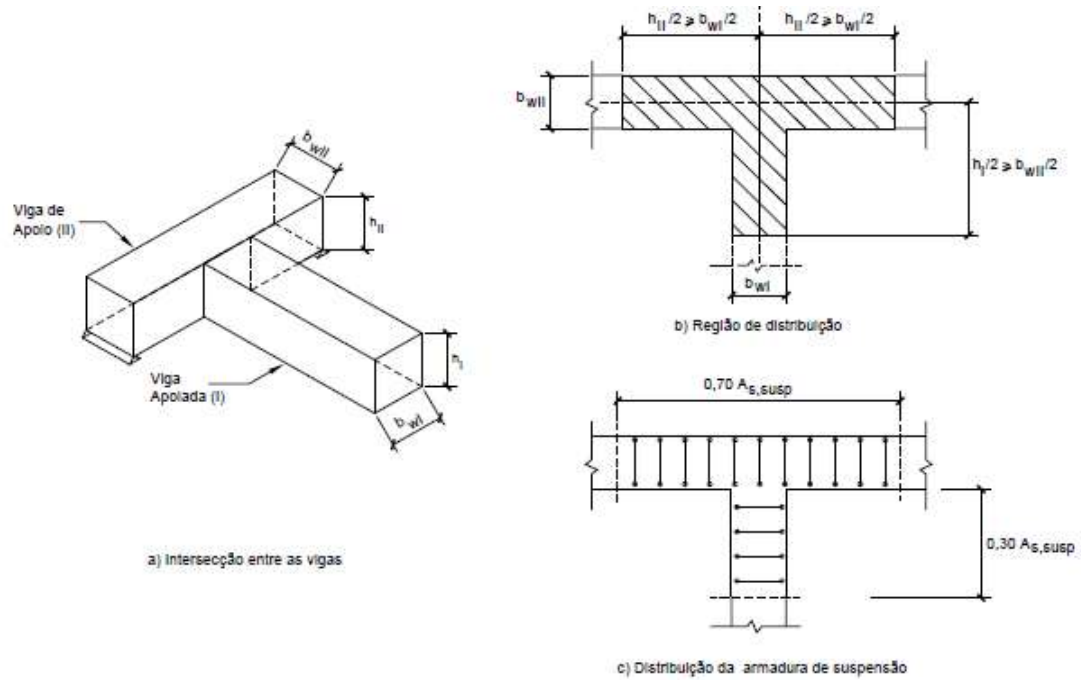


Fonte: Fusco (2013)

Tem-se que Fusco (2013) deixa a critério do projetista determinar o valor de “a” adequado para cada situação.

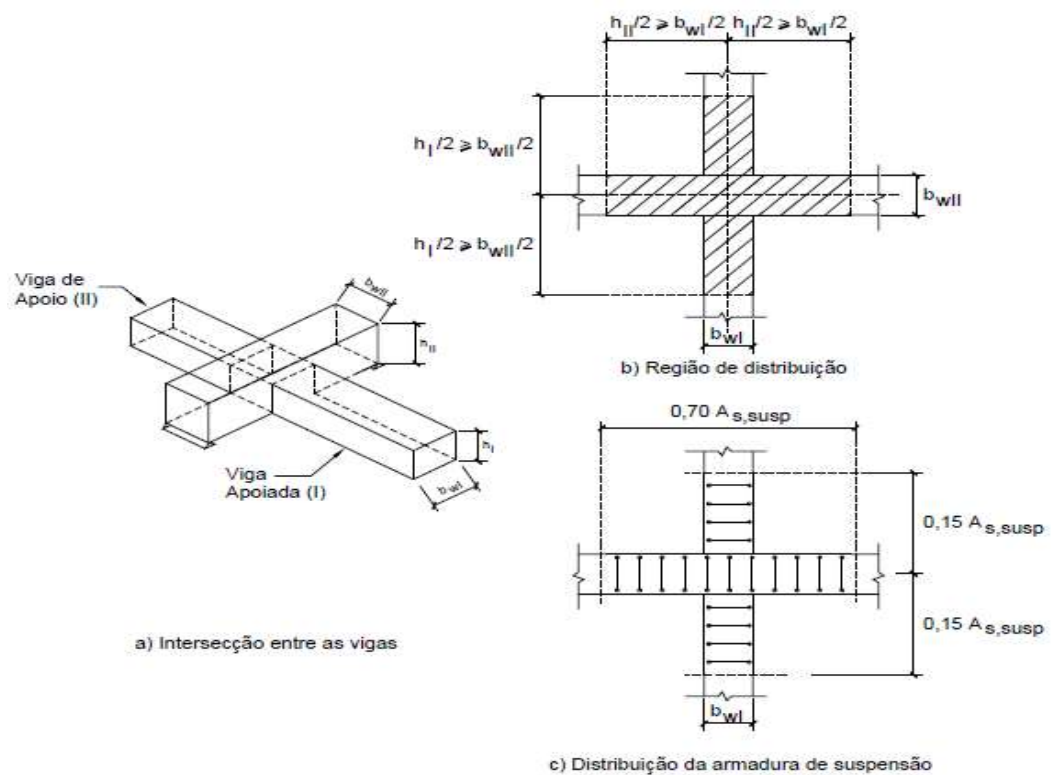
De acordo com Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011), a armadura de suspensão precisa ser distribuída nas regiões hachuradas na Figura 24 para o caso de apoio de extremidade e na Figura 25 para o caso do apoio intermediário. Tem-se que a região para o caso de apoio de extremidade coincide com o proposto por Leonhardt e Mönning (1978).

Figura 24 - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Gertsenchtein para apoio de extremidade



Fonte: Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011)

Figura 25 - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Gertsenchtein para apoio intermediário

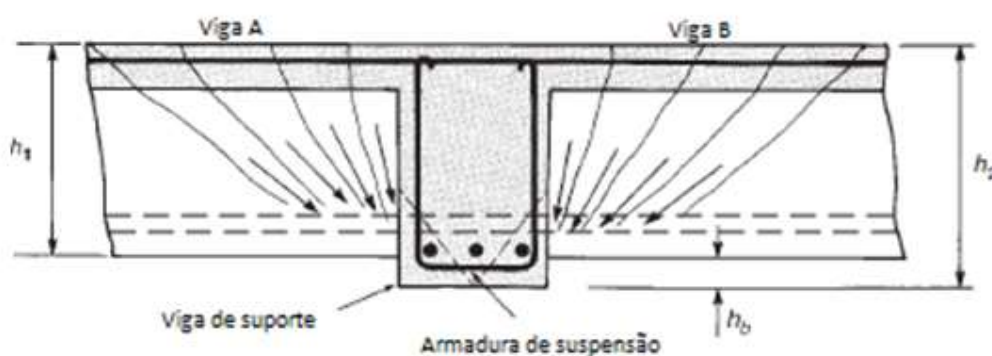


Fonte: Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011)

Observa-se que para Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011) 70% da armadura deve ser disposta na viga de suporte, e conseqüentemente 30% na viga apoiada. Onde para o caso de apoio intermediário os 30% sejam distribuídos de forma simétrica sendo 15% para cada lado da viga apoiada.

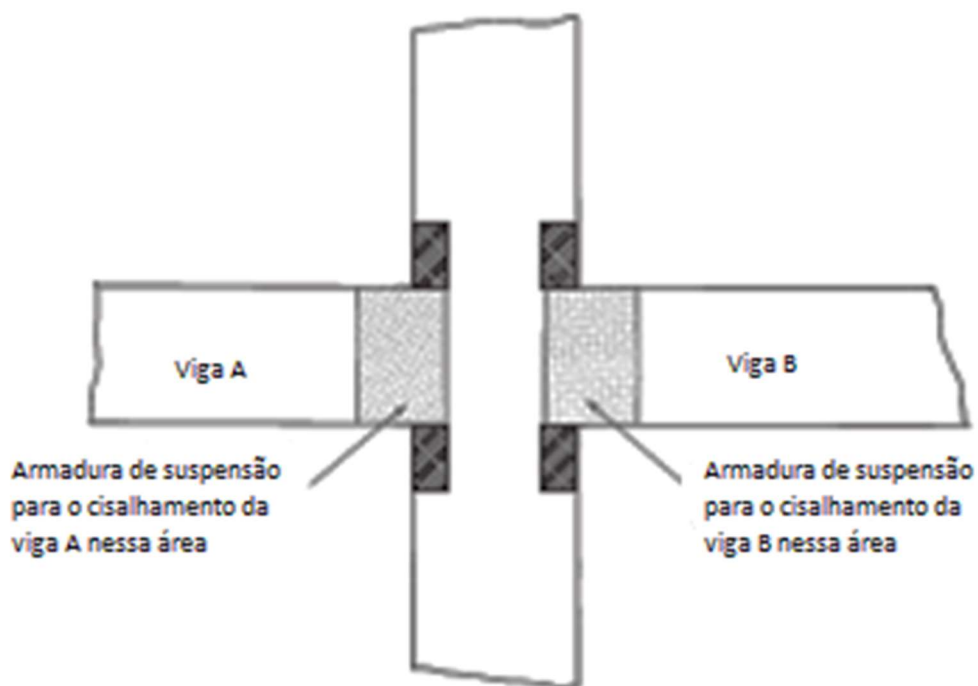
Para Wight (2015) os estribos na viga de suporte devem ser fornecidos dentro do comprimento de  $b_{w1} + \frac{h_1}{2} + 2h_b$  onde  $b_{w1}$  corresponde à largura da viga apoiada e  $h_1$  a altura da viga apoiada (Figura 26). Na viga apoiada a armadura deve ser disposta no comprimento de  $\frac{d_1}{4}$ , onde  $d_1$  é a altura útil da viga apoiada. A região indicada pelo autor é apresentada na Figura 27.

Figura 26 - Esquema de apoio indireto indicando  $h_b$  e  $h_2$



Fonte: adaptado de Wight (2015)

Figura 27 - Zona de distribuição da armadura de suspensão de acordo com Wight



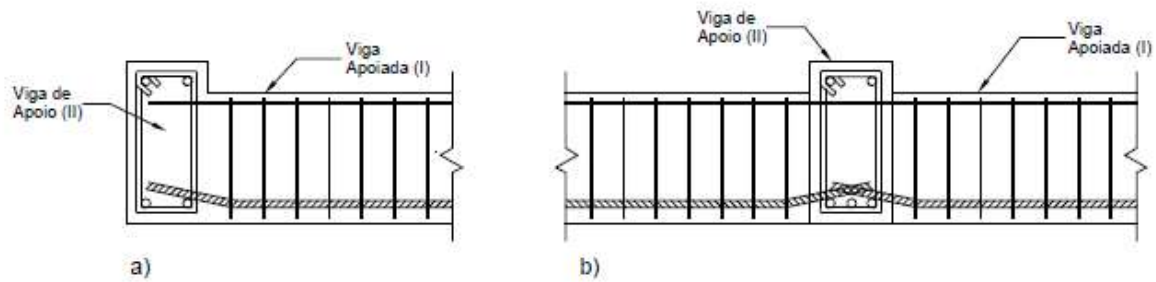
Fonte: adaptado de Wight (2015)

Assim, observa-se que no caso da recomendação de Wight (2015) a armadura deve ser disposta o mais próximo da interseção entre as vigas, de modo que na zona interna da região de ligação não é recomendada a disposição da armadura, divergindo do que é apontado por Fusco (2013), Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011) e Leonhardt e Mönnig (1978).

#### 3.1.4 Arranjo e ancoragem da armadura longitudinal

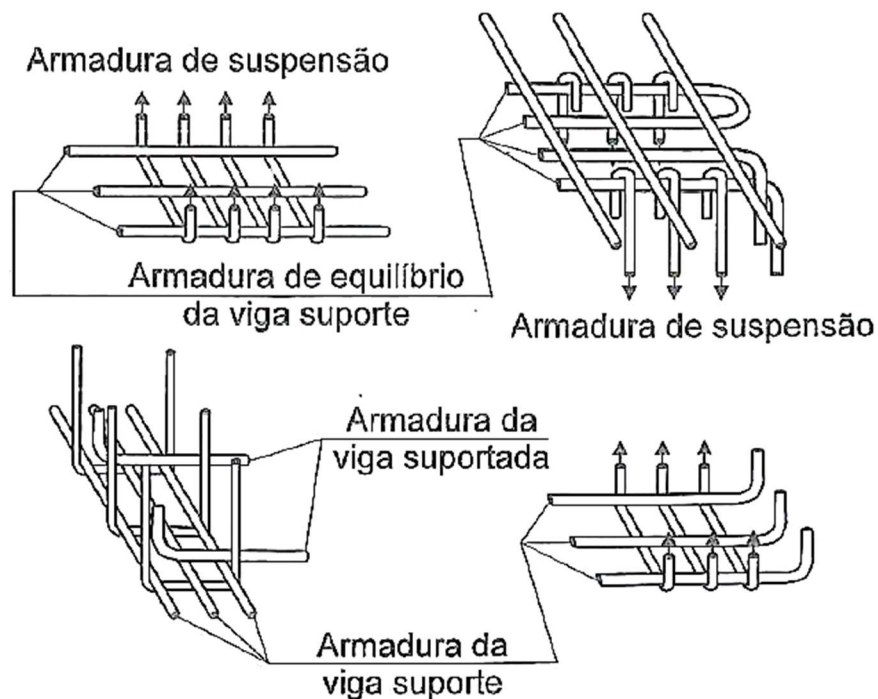
O arranjo geral das armaduras longitudinais recomendado por Wight (2015), Fusco (2013) e Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011) é apresentado nas Figuras 28 e 29. Nesse caso a armadura longitudinal do banzo inferior da viga apoiada deve ser disposta sobre a armadura do banzo inferior da viga de suporte.

Figura 28 - Ancoragem das armaduras longitudinais a) apoio de extremidade b) apoio intermediário



Fonte: Gertsenchein (1978) apud Giongo (2011)

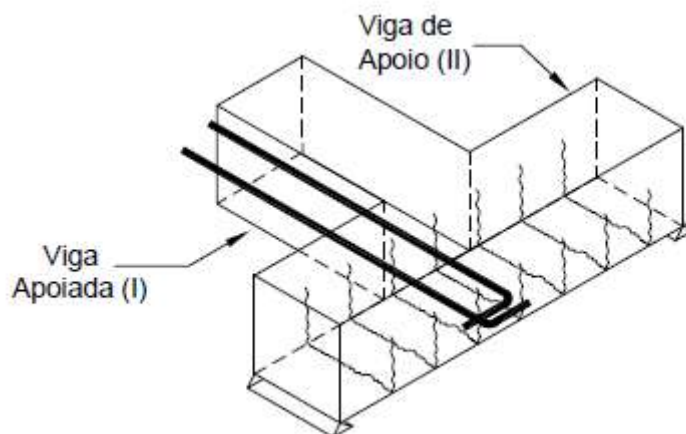
Figura 29 - Arranjos das armaduras na região do apoio indireto



Fonte: Fusco (2013)

No que diz respeito à ancoragem da armadura tem-se que para os casos em que o comprimento disponível não seja suficiente para ancoragem reta é preferível adotar ganchos deitados ou inclinados em vez de verticais com os quais haveria uma tendência à formação de fissuras de flexão na viga (Figura 30) (LEONHARDT e MÖNNIG,1978; GIONGO,2011).

Figura 30 - Direção dos ganchos da armadura longitudinal da viga apoiada



Fonte: Giongo (2011)

Com isso observa-se que diversos autores apresentaram sugestões para o dimensionamento de armaduras de suspensão, bem como seu detalhamento. Tem-se que existem muitas divergências entre suas sugestões e como será visto posteriormente divergências que se estendem também ao se comparar com as normas.

## 3.2 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

### 3.2.1 ABNT NBR 6118:2014

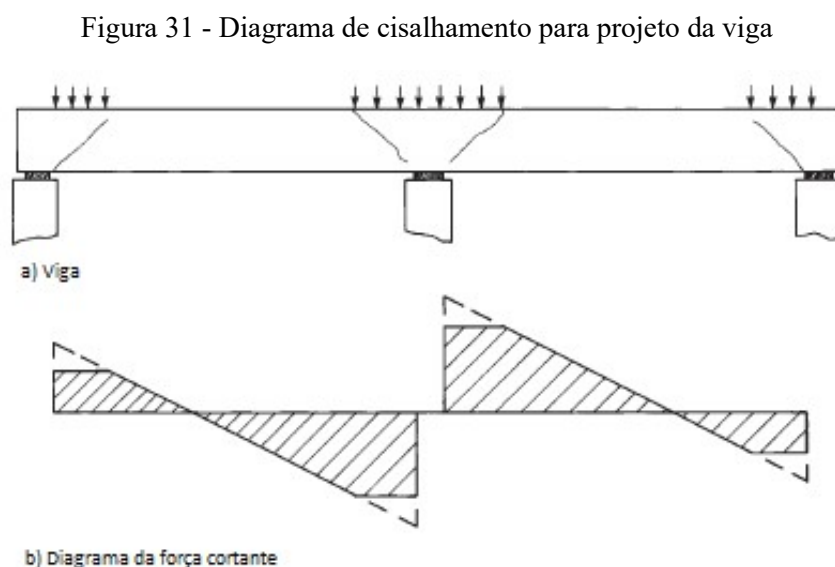
A norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 estabelece no item 18.3.6 que “nas proximidades de cargas concentradas transmitidas à viga por outras vigas ou elementos discretos que nela se apoiem ao longo ou em parte de sua altura, ou fiquem nela pendurados, deve ser colocada armadura de suspensão”.

Ao longo da norma são feitas considerações para o dimensionamento da armadura de suspensão para o caso de viga parede em situações nas quais o carregamento se dá pela parte inferior da viga se fazendo necessário uma armadura capaz de suspender toda a carga aplicada, devendo envolver as armaduras longitudinais. Além disso, determina critérios para o dimensionamento nos casos de consolos, dentes gerber e blocos sobre estacas.

Apesar das indicações para viga parede poderem ser aplicadas para apoios indiretos em determinados casos, observa-se que de forma geral a norma apenas indica a necessidade da

armadura, mas não apresenta indicações concretas para o dimensionamento e detalhamento em regiões de apoio indiretos deixando assim à critério dos projetistas.

Um aspecto abordado no que tange os apoios indiretos é o que diz respeito à redução de cargas próximas a apoios. De acordo com Wight (2015) essa redução acontece em virtude de cargas aplicadas nas vigas próximas do apoio são transmitidas diretamente para o apoio por um feixe de compressão acima das fissuras inclinadas e não afeta as tensões nos estribos que cruzam as fissuras como pode ser observado na Figura 31.



Fonte: adaptado de Wight (2015)

A norma brasileira permite a redução da carga no seu item 17.4.1.2.1 onde descreve as condições para aplicação dessa redução. Porém em virtude do comportamento do apoio indireto ser distinto essa reduções não são permitidas, visto que essa consideração é aplicável segundo Wight (2015) para cargas que são aplicadas no topo da viga ou próximo dele, o que não é observado no caso de apoios indiretos.

### 3.2.2 CSA A23.3-04

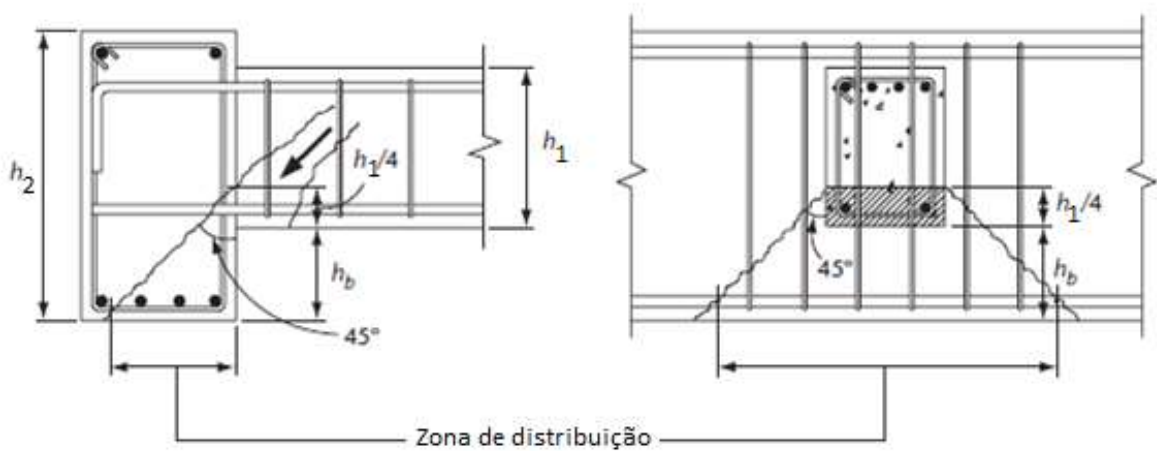
A norma canadense CSA A23.3-04 no item 11.2.12 determina que para o caso de vigas suportando outras vigas a carga aplicada deve ser resistida por uma armadura transversal adicional (armadura de suspensão). Onde essa armadura pode ser determinada a partir da aplicação de um modelo de bielas e tirantes, ou por um procedimento simplificado desde que o fundo da viga apoiada não seja inferior ao fundo da viga de suporte.

Para o modelo simplificado tem-se que a força a ser suspensa ( $F_{\text{susp}}$ ) pela armadura seja determinada pela equação 3.3.

$$F_{\text{susp}} = \left(1 - \frac{h_b}{h_2}\right) V_{u1} \quad (3.3)$$

Essa armadura deve ser posicionada na viga de suporte na região apresentada na Figura 32, delimitada por planos de  $45^\circ$  que se iniciam de uma altura de  $1/4h_1$  acima da face inferior da viga apoiada e se espalham pela viga de suporte.

Figura 32 - Zona de distribuição da armadura de acordo com CSA A23.03-04



Fonte: adaptado de CSA A23.03-04

A norma reconhece que a armadura pode ser dispensada, no seu item 11.2.12.3, caso:

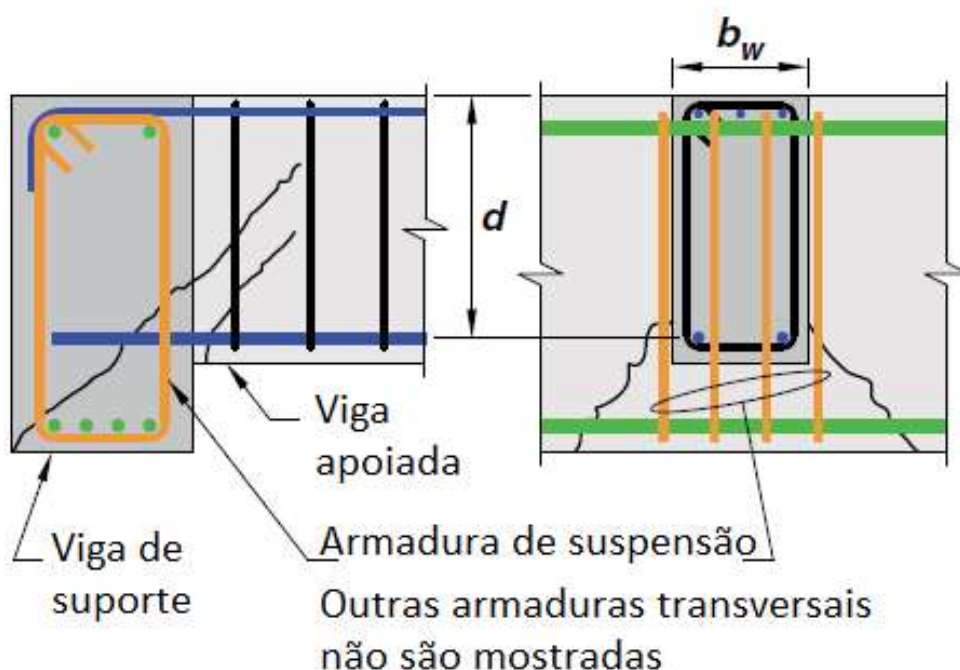
- A interface que transmite a carga (interface da viga apoiada) se estenda até o topo da viga de suporte, e
- A tensão média de cisalhamento na interface da viga apoiada não seja superior a  $0.23\lambda\phi_c\sqrt{f'_c}$  (em MPa), onde:

$\lambda$  = fator para considerar concreto de baixa densidade (tendo seus valores definidos no item 8.6.5, sendo igual a 1 para concretos de densidade normal).

### 3.2.3 ACI 318-19

Tem-se que na norma americana ACI 318-19 não existem indicações para o caso da armadura de suspensão, sendo apenas referida nos comentários. Nos comentários da norma, pelo item R9.7.6.2, a armadura de suspensão (Figura 33) é necessária para o caso de apoios indiretos devendo essa armadura ser adicionada às outras armaduras transversais, assim como indicado pela norma canadense CSA A23.03-04.

Figura 33 - Armadura de suspensão ACI 318-19



Fonte: adaptado de ACI 318-19

No que diz respeito sobre a possibilidade de dispensar a armadura, a norma traz que pesquisas indicam as seguintes circunstâncias em que a armadura de suspensão não seja requerida se:

- O fundo da viga apoiada esteja na metade da altura da viga de suporte ou acima, ou
- O cisalhamento transferido pela viga apoiada não seja superior a  $3\sqrt{f'_c}b_{w1}d_1$  (em psi).

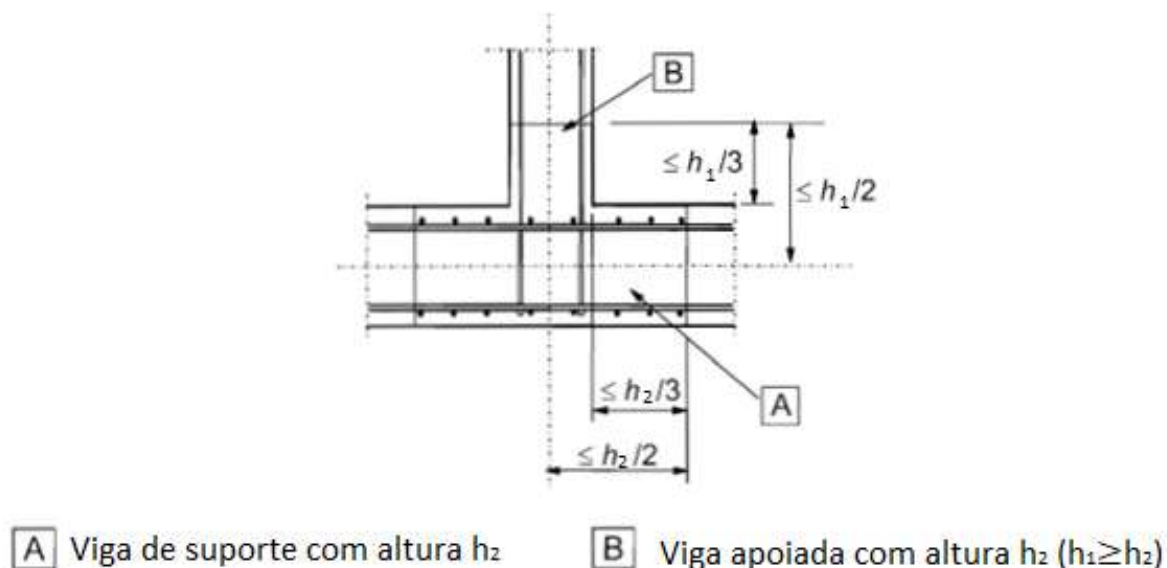
Onde o item a) corresponde à situação citada por Thomaz (s.d) como apoio por cima.

### 3.2.4 BS EN 1992-1-1:2004

De acordo com o item 9.2.5 da norma europeia BS EN 1992-1-1:2004 tem-se que para o caso de apoios indiretos uma armadura deve ser colocada e projetada para resistir a reação mútua. Assim como na norma canadense e nos comentários da norma americana, a armadura de suspensão deve ser adicionada à armadura transversal requerida por outras razões.

Tem-se que essa armadura deve envolver a armadura longitudinal da viga de suporte podendo ser distribuída em uma zona fora da região de interseção das vigas conforme apresentado na Figura 34.

Figura 34 - Zona de distribuição da armadura de acordo com BS EN 1992-1-1:2004



Fonte: BS EN 1992-1-1:2004

### 3.2.5 ACI 314R-16

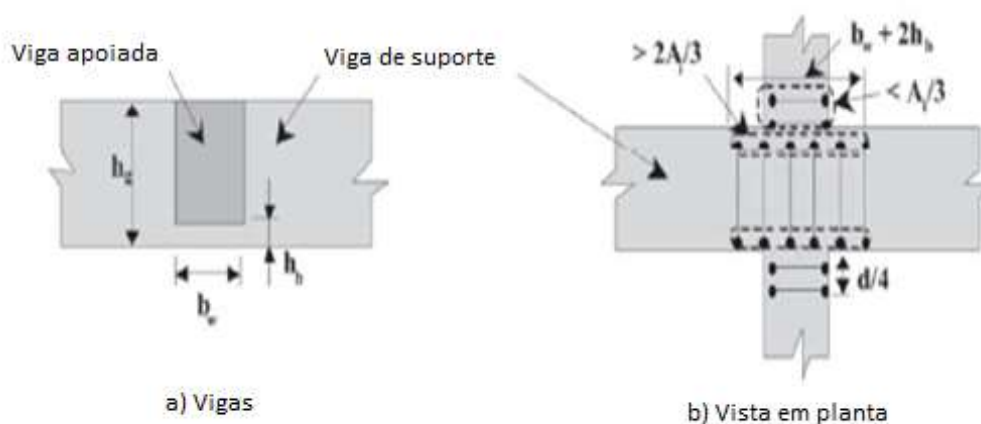
A norma ACI 314R-16 que consiste em um guia para projeto simplificado de edificações baixas de concreto armado traz diretrizes de dimensionamento para apoios indiretos, diferente da ACI 318-19 que apresenta apenas sugestões.

De acordo com essa norma a armadura de suspensão deve ser posicionada em ambas as vigas, devendo ser adicionada aos estribos necessários para resistir o cisalhamento, sendo utilizada a mesma expressão da norma canadense para dimensionamento da armadura.

Assim como a ACI 318-19, essa norma estabelece que se é possível dispensar a armadura de suspensão nos casos em que a carga atuante na interface não seja superior a  $0,25\phi\sqrt{f'_c}b_wd$ , se diferenciando pelo fator  $\phi$  que é tomado por um valor de 0,75. Além de considerar que caso o fundo da viga apoiada esteja na metade da altura da viga de suporte ou acima se pode também dispensar a armadura de suspensão, ou seja, para os casos onde o valor de  $h_b$  na Figura 35a seja maior que  $h_2/2$ .

No que diz respeito à zona de distribuição (Figura 35b), tem-se que pelo menos  $2/3$  da armadura deve ser distribuída igualmente na viga de suporte sendo permitida uma distância de  $h_b$  para cada lado além da região de ligação. O restante da armadura deve ser proporcionalmente distribuído na viga apoiada à uma distância de  $d/4$  da face da viga de suporte onde  $d$  corresponde a altura útil da viga suportada. Por fim a norma recomenda que a armadura longitudinal da viga apoiada deve ser posicionada acima das barras longitudinais da viga de suporte.

Figura 35 - Recomendações para projeto de apoio indireto da ACI 314R-16



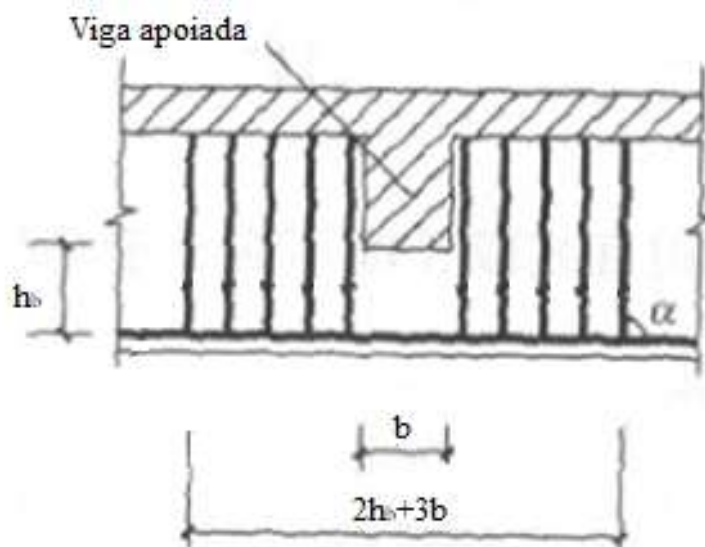
Fonte: adaptado de ACI 314R-16

### 3.2.6 GB 50010:2010

A norma chinesa GB50010:2010 traz que para cargas concentradas atuantes na parte inferior de uma viga, como por exemplo o apoio indireto, uma armadura adicional deve ser disposta para suportar essa carga. Cabe destacar que a norma não apresenta fator de redução, devendo assim as armaduras serem dimensionadas para suspender 100% da carga independente da situação.

O outro ponto abordado pela norma diz respeito à zona de distribuição em que a armadura deve ser disposta na viga de suporte em uma região de  $2h_b + 3b_{wl}$  conforme observado na Figura 36.

Figura 36 - Região de distribuição da norma GB 500010:2010



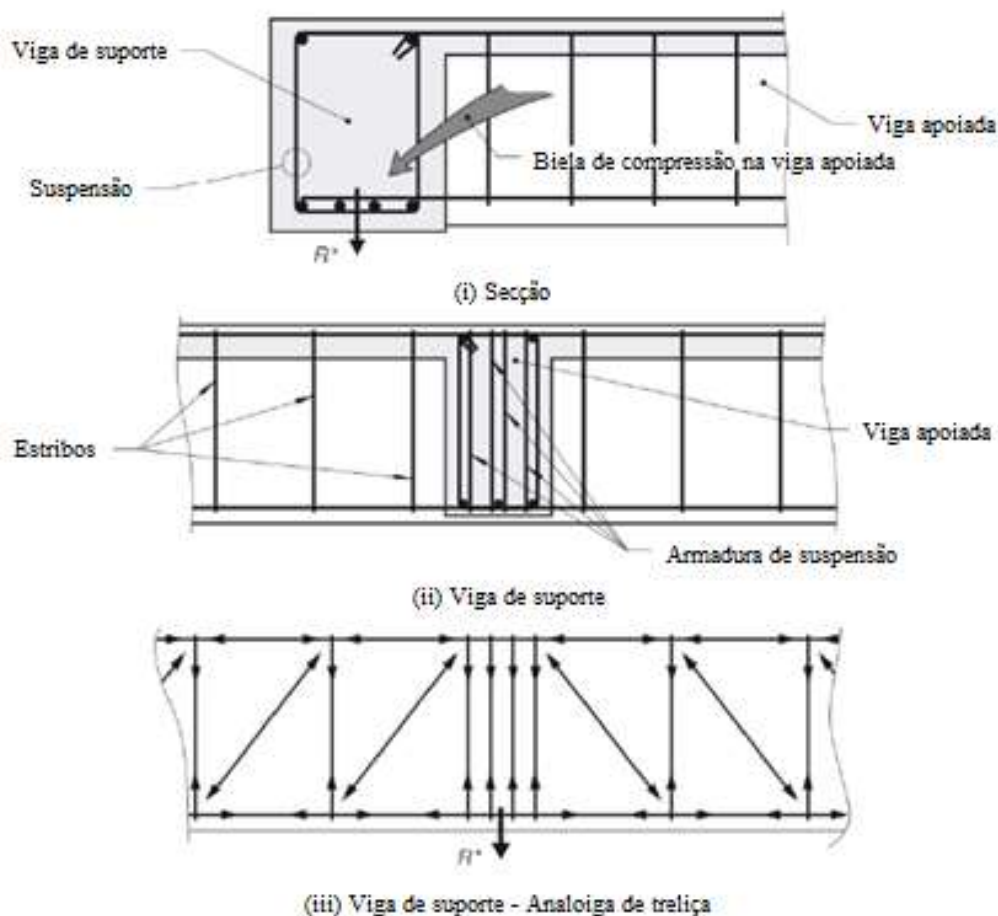
Fonte: GB 500010:2010

### 3.2.7 AS 3600 Supplement 1:2014

Tem-se ainda o documento complementar (AS 3600 Supplement(2014)) à norma australiana de dimensionamento de estruturas de concreto AS 3600 (2009) que trata da armadura de suspensão.

Pode se observar na Figura 37a a transferência da carga da viga apoiada necessitando assim de armadura de suspensão, devendo essa ser disposta na zona de interseção na viga de suporte como pode ser visto na Figura 37b. Na Figura 37c a norma apresenta uma analogia da treliça para a situação de apoio indireto cabendo destacar os quatro tirantes tracionados na região de ligação que são responsáveis pela suspensão da carga  $R$ .

Figura 37 - Esquema e analogia de treliça do apoio indireto



Fonte: AS 3600:2009 Concrete structures - commentary

A armadura deve ser dimensionada para suspender toda a carga e deve ser adicionada à armadura de cisalhamento. Um aspecto a se destacar nessa norma é referente à região de distribuição, em que diferente das demais, é permitida apenas a região de ligação entre as vigas para distribuição dessa armadura se mostrando assim a mais conservadora das normas.

Diante disso percebe-se que as normas não apresentam todas as recomendações necessárias para o dimensionamento e detalhamento da armadura de suspensão. As normas brasileira e americana não apresentam no seu texto recomendações diretas de dimensionamento apenas indicam a necessidade da armadura, apesar de que a norma americana apresenta considerações nos seus comentários, mas estes não apresentam caráter normativo. Um resumo dos pontos abordados pelas normas é apresentado na Tabela 7.

Tabela 7 - Resumo dos pontos de projeto abordados pelas normas

| Pontos de projeto                                                     |                                        | Normas      |              |            |                |             |             |            |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|-------------|--------------|------------|----------------|-------------|-------------|------------|
|                                                                       |                                        | NBR<br>6118 | CSA<br>A23.3 | ACI<br>318 | EN<br>1992-1-1 | ACI<br>314R | GB<br>50010 | AS<br>3600 |
| Necessidade da armadura de suspensão                                  |                                        | x           | x            | x          | x              | x           | x           | x          |
| Redução da carga a ser suspensa                                       |                                        | -           | x            | -          | -              | x           | -           | -          |
| Zona de distribuição                                                  | Indicação de zona de distribuição      | -           | x            | -          | x              | x           | x           | x          |
|                                                                       | Armadura apenas na zona de intersecção | -           | -            | -          | -              | -           | -           | x          |
|                                                                       | Armadura em ambas as vigas             | -           | -            | -          | x              | x           | -           | -          |
|                                                                       | Armadura apenas na viga de suporte     | -           | x            | -          | -              | -           | x           | -          |
| Adição da armadura de suspensão à armadura de cisalhamento            |                                        | -           | x            | x          | x              | x           | x           | x          |
| Tensão limite para dispensa da armadura                               |                                        | -           | x            | x          | -              | x           | -           | -          |
| Indicações para casos em que existe a transferência de momento fletor |                                        | -           | -            | -          | -              | -           | -           | -          |

Fonte: Elaboração própria

Com isso observa-se que normas de todo o mundo estão atentas à problemática dos apoios indiretos, tendo como destaque as normas canadense, americana e a europeia que muitas vezes servem como base para as demais normas. Apesar de todas as normas apresentadas indicarem a necessidade da armadura de suspensão em projetos estruturais pode se notar pela Tabela 7 que nem todas apresentam indicações suficientes para o projeto, de forma que não fornecem aos projetistas parâmetros suficientes e assim não são segurados pelas normas e acabam por recorrer à literatura, que conforme apresentado, apresenta divergência nas regras de projeto.

Diante disso observa-se que um dos aspectos de divergência entre os pesquisadores consiste no caso se a armadura de suspensão deve ser adicionada à armadura transversal ou se deve dimensionar pelo maior dos dois valores. Nesse quesito todas as normas apresentadas, exceto a norma brasileira, definem que a armadura de suspensão deve ser adicionada, diferentemente do que é indicado por Leonhardt e Mönnig (1978).

Apenas a norma canadense e a norma americana de projetos simplificados indicam a possibilidade de reduzir a carga a ser suspensa em virtude das alturas das vigas. A expressão apontada pelas normas apresenta resultados similares à indicada por Wight (2015) apresentada na equação 3.2 deste trabalho.

Partindo para considerações da necessidade de armadura tem-se que as recomendações da norma americana coincidem com as indicações de Wight (2015) e Mattock e Shen (1992) com o limite de  $0.25\sqrt{f'_c}$  (em MPa). Para a norma canadense esse limite é de  $0.23\lambda\phi_c\sqrt{f'_c}$  (em MPa) onde normalmente os valores de  $\lambda$  e  $\phi_c$  são 1 e 0.65 respectivamente, resultando assim em uma tensão limite de aproximadamente  $0.15\sqrt{f'_c}$ , de forma que quando comparada à americana é mais restritiva pois apenas permite a dispensa da armadura de suspensão para situações com tensões inferiores na viga de suporte.

Assim percebe-se que a norma canadense é a que aborda de forma mais detalhada a questão do projeto de apoios indiretos devendo-se apenas ter atenção a determinados pontos de suas prescrições para utilização em projetos, onde esses pontos de atenção serão abordados posteriormente neste trabalho. Em contrapartida, tem-se que a norma brasileira se mostrou a mais simplificada de todas de forma que se mostra necessária atenção sobre o projeto de apoios indiretos em uma posterior revisão.

Por fim cabe destacar que nenhuma das normas citadas apresenta uma consideração para os casos onde existe a transferência de momento fletor em que é necessária uma abordagem distinta no projeto. Dessa forma o presente trabalho através de resultados experimentais apresentará recomendações que levam em conta esse comportamento, servindo de base para projetistas.

## 4 RESULTADOS DE ENSAIOS

Nesse capítulo serão abordados os ensaios que tratam da armadura de suspensão em casos de apoios indiretos, sendo apresentados inicialmente os ensaios sem restrição à rotação e em seguida os ensaios com restrição à rotação. Vale destacar que os trabalhos são apresentados do mais antigo até o mais recente.

### 4.1 ENSAIOS SEM RESTRIÇÃO À ROTAÇÃO

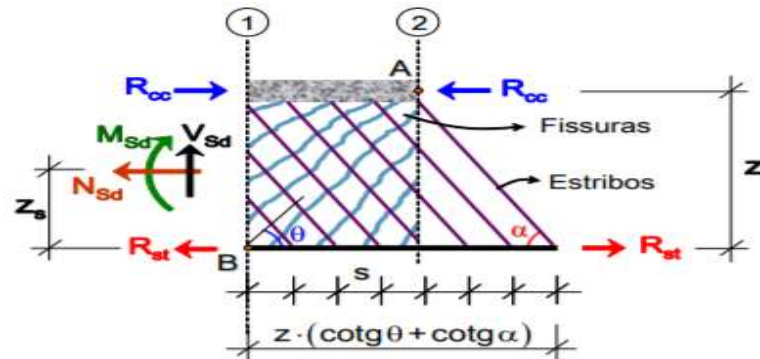
#### 4.1.1 Mattock e Kumar (1992)

O estudo realizado por Mattock e Kumar (1992) teve como objetivo avaliar as condições de apoio e a influência da presença de armadura de suspensão na variação das tensões desenvolvidas nas armaduras longitudinais nos trechos de momento negativo próximos ao apoio em vigas de concreto apoiadas indiretamente. Além disso, avaliar o requerimento da norma canadense para armadura de suspensão no caso da viga de suporte apresentar profundidade superior à da viga apoiada.

Tem-se que em elementos submetidos à esforço cortante ocorre um acréscimo de força na armadura longitudinal de tração, sendo essa consideração observada na ABNT NBR 6118:2014, por exemplo, pelo acréscimo de carga na armadura ou através da decalagem do diagrama de momentos fletores. De forma a entender o porquê do acréscimo da carga na armadura longitudinal é apresentada a seguir uma análise feita por Giongo (2011).

Tomando a viga da Figura 38, uma análise é feita calculando o momento em relação ao ponto A e considerando os esforços solicitantes na seção 1-1 momento fletor  $M_{Sd}$ ,  $V_{Sd}$  e não considerando a força normal  $N_{Sd}$ .

Figura 38 - Região fissurada por solicitação de  $M_{sd}$  e  $V_{sd}$



Fonte: Giongo (2011)

Assim, tem-se a equação 4.1 para o momento no ponto A ( $M_A$ ):

$$M_A = M_{sd}(1 - 1) + V_{sd}(1 - 1) \cdot z \cdot \cotg \theta \quad (4.1)$$

Onde,

$M_{sd}$  = momento fletor solicitante de cálculo;

$V_{sd}$  = esforço cortante solicitante de cálculo;

$z$  = braço de alavanca;

$\theta$  = ângulo das diagonais comprimidas com o eixo horizontal da viga.

O equilíbrio das forças verticais indica que a força cortante solicitante de cálculo  $V_{sd}$  na seção 1-1 é igual à força resultante das tensões de tração nos estribos inclinados ( $R_{sw}$ ) resultando na equação 4.2:

$$R_{sw} \cdot \sen \alpha = V_{sd}(1 - 1) \quad (4.2)$$

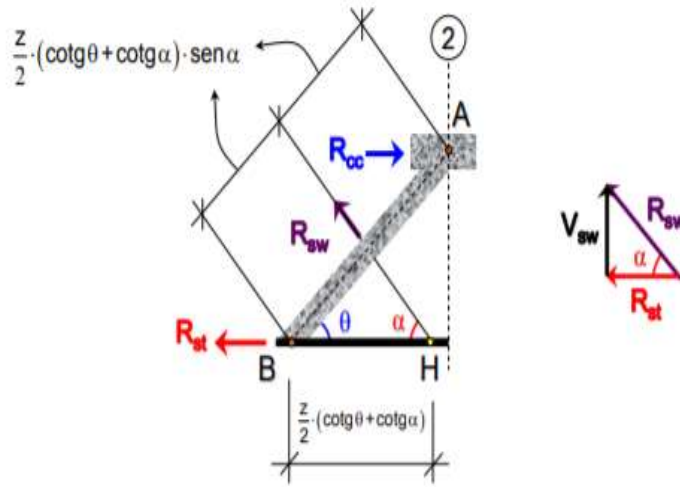
Onde,

$R_{sw}$  = resultante das tensões de tração nos estribos inclinados;

$\alpha$  = ângulos dos estribos em relação ao eixo longitudinal da viga.

A equação de equilíbrio dos momentos das forças resultantes das tensões nos estribos inclinados e das tensões nas barras da armadura longitudinal (Figura 39), resulta na equação 4.3.

Figura 39 - Verificação da segurança dos estribos inclinados de ângulo  $\alpha$



Fonte: Giongo (2011)

$$M_A = R_{St}(1 - 1).z + R_{Sw} \cdot \frac{z(\cotg\alpha + \cotg\theta)\text{sen}\alpha}{2} \quad (4.3)$$

Onde,

$R_{St}$  = Resultante de tração nas barras da armadura longitudinal de tração.

Igualando as equações 4.1 e 4.3 tem-se a equação 4.4 que representa o acréscimo de força na armadura de tração em virtude da atuação de esforço cortante, sendo essa a mesma equação apresenta na ABNT NBR 6118:2014 no item 17.4.2.2.

$$R_{St} = \frac{M_{Sd}}{z} + \frac{V_{Sd} \cdot (\cotg\theta - \cotg\alpha)}{2} \quad (4.4)$$

Dessa forma nesse estudo foram ensaiados corpos de prova com duas vigas em formato cruciforme (Figura 40) onde foram estruturadas para não apresentarem restrição a rotação ou ao deslocamento longitudinal.

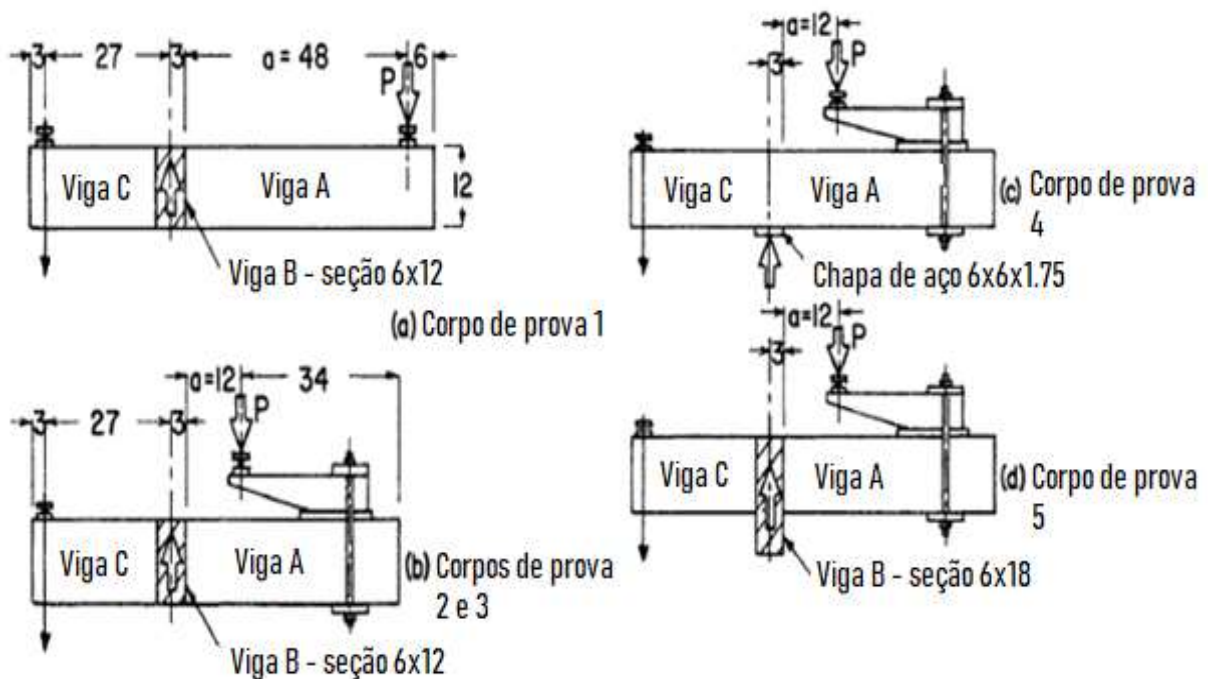
Figura 40 - Arranjo para testes dos corpos de prova



Fonte: adaptado de Mattock e Kumar (1992)

Sendo os corpos de prova 1,2,3 e 4 no formato cruciforme e o corpo de prova 5 por apenas uma viga com apoio direto substituindo a viga B (viga de suporte), como pode ser visto na Figura 41.

Figura 41 - Corpos de prova ensaiados (dimensões em polegadas)



Fonte: adaptado de Mattock e Kumar (1992)

O corpo de prova 1 foi dimensionado de forma que estivesse submetido a um cisalhamento um pouco menor que  $0.25b_w d \sqrt{f'_c}$  (em MPa) onde desenvolveu sua resistência à flexão, e seguindo a norma canadense não foi colocada armadura de suspensão na interseção das vigas. Os demais corpos de prova foram dimensionadas para estarem sujeitas à um cisalhamento na ordem de  $0.83b_w d \sqrt{f'_c}$  (em MPa), sendo aproximadamente igual ao máximo permitido pela norma americana.

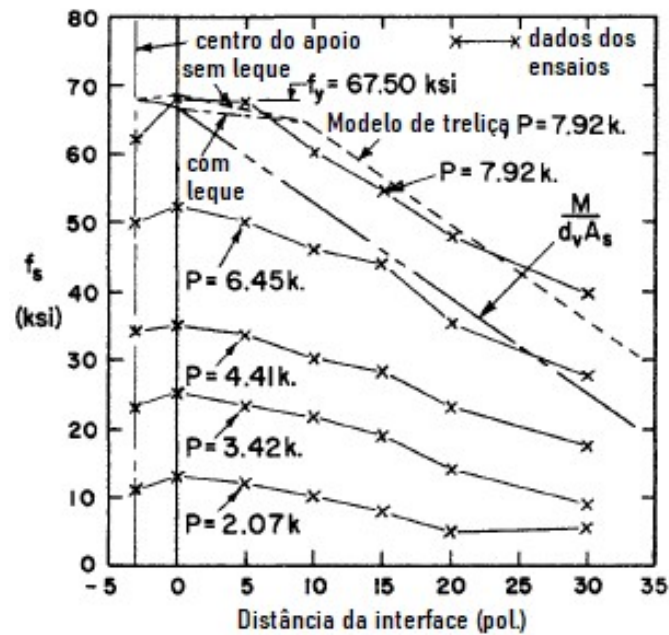
Os corpos de prova 2 e 3 foram projetados para comparar a influência da presença da armadura de suspensão da distribuição de tensões na armadura longitudinal em apoios indiretos. Para isso, o corpo de prova 2 não apresenta armadura de suspensão enquanto o corpo de prova 3 apresenta armadura de suspensão dimensionada conforme as indicações da norma canadense. No corpo de prova 4, a viga apoiada foi dimensionada de forma idêntica ao do corpo de prova 3, mas sendo diretamente suportada na sua face inferior. Isso permite o estudo da influência das condições de apoio na variação de tensão na armadura longitudinal. E por fim, a armadura de suspensão do corpo de prova 5 foi dimensionada se considerando o fator de redução em função da diferença de altura entre as vigas, conforme indicado pela norma canadense.

O cisalhamento medido no escoamento da armadura longitudinal na face do apoio e na viga A em cada corpo de prova foi comparado com a força adicional na armadura calculada de duas formas:

- a) inclinação constante de  $45^\circ$  (denominada de “sem leque”);
- b) assumindo um leque de fissuras que radiam do fundo da viga de suporte A com angulação variável por uma distância  $d$  (altura útil) e no restante da viga A com o comportamento igual ao apresentado no item anterior (denominada de “com leque”).

As tensões desenvolvidas na armadura longitudinal da viga A para o corpo de prova 1 estão apresentadas na Figura 42. Nota-se que as tensões calculadas pela forma do item a) apresentam resultados próximos aos encontrados no ensaio e que a consideração de comportamento de flexão simples (curva  $M/d_v \cdot A_s$ ) não é segura. Tem-se também que, no caso em que  $V_s$  é pequeno, a existência da ação de treliça não causa significativo aumento nas tensões na armadura de flexão na face do apoio, isso pode ser uma razão adicional do porquê se é atingido um comportamento satisfatório sem o uso da armadura de suspensão para o caso em que a carga de cisalhamento é inferior à  $0.25b_w d \sqrt{f'_c}$  (em MPa).

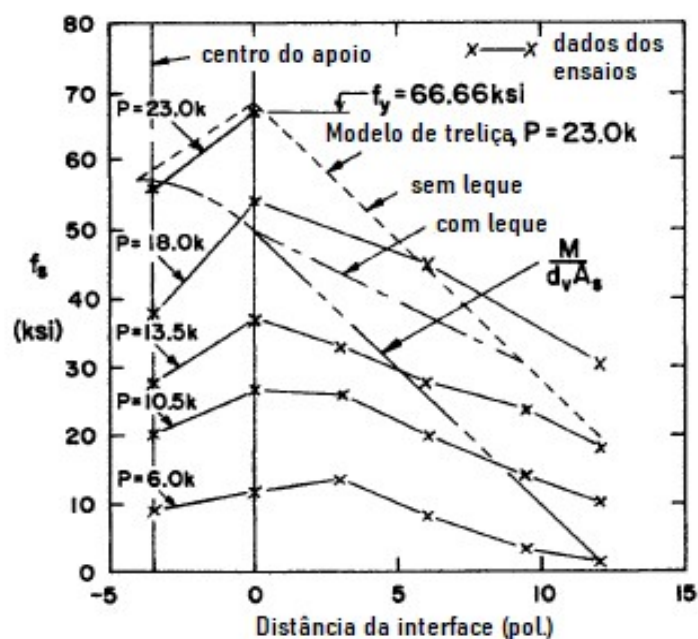
Figura 42 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 1



Fonte: adaptado de Mattock e Kumar (1992)

Para o modelo 2 (Figura 43) o mecanismo de treliça para o caso sem leque resultou em um aumento substancial na tensão da armadura na face do apoio quando comparado com a tensão que seria desenvolvida se considerando apenas a atuação do momento fletor (curva  $M/d_v \cdot A_s$ ).

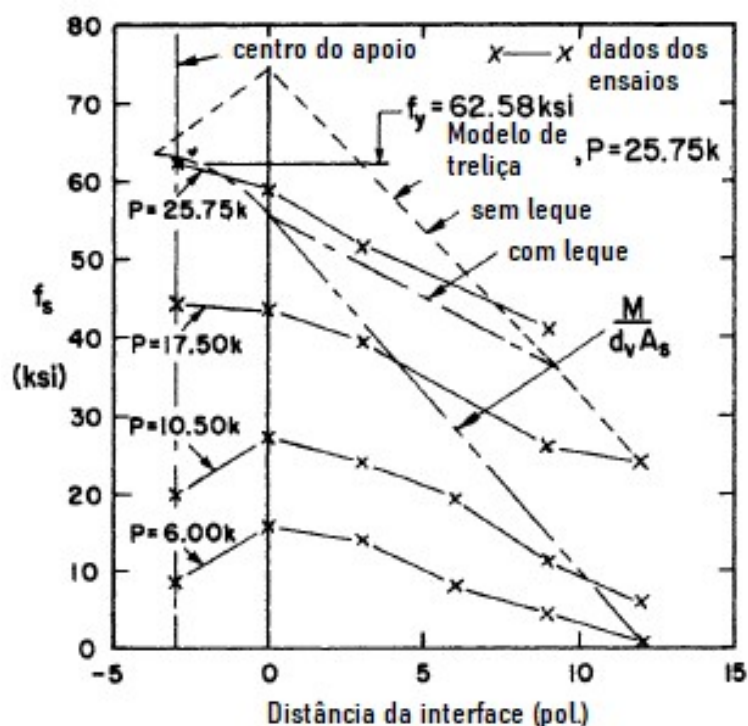
Figura 43 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 2



Fonte: adaptado de Mattock e Kumar (1992)

No caso do corpo de prova 3 observou-se a formação de um leque de fissuras de forma que os resultados obtidos para o caso com leque ficaram muito próximos dos valores obtidos no ensaio, diferente do caso sem leque que estimou de forma grosseira as tensões na armadura (Figura 44). O comportamento do corpo de prova 3 indica que se armadura de suspensão for disposta adjacente à interface, então não é necessário o dimensionamento da armadura longitudinal para suportar uma carga maior à correspondente ao momento fletor máximo no apoio.

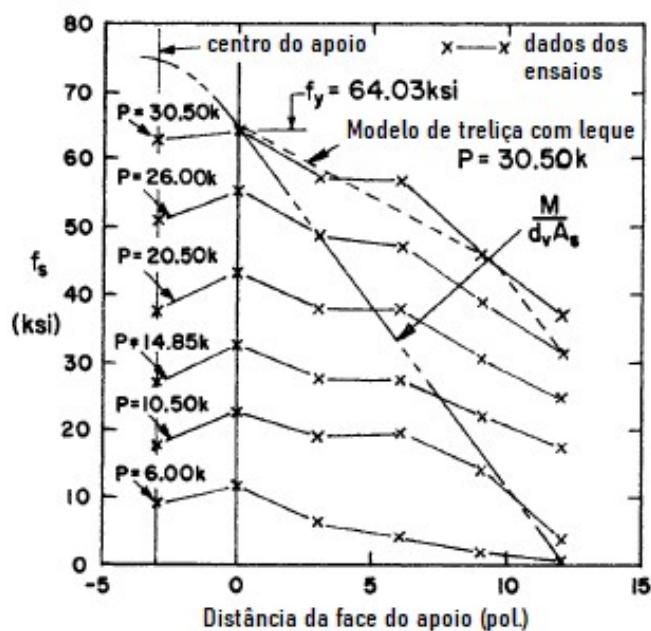
Figura 44 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 3



Fonte: adaptado de Mattock e Kumar (1992)

Para o corpo de prova 4, a distribuição de tensões na armadura de flexão (Figura 45), exceto no centro do apoio, correspondeu muito perto ao previsto ao se assumir comportamento tipo treliça com leque adjacente ao apoio, indicando que se deve considerar o aumento das tensões devido ao cisalhamento em apoios diretos.

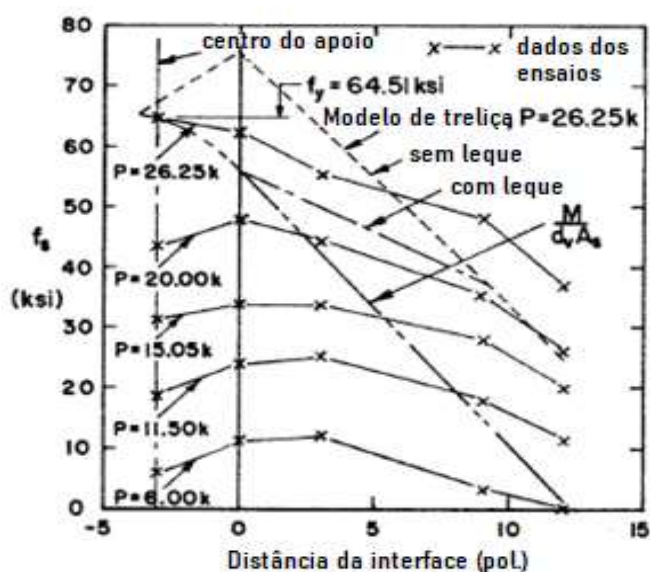
Figura 45 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 4



Fonte: Mattock e Kumar (1992)

O comportamento do corpo de prova 5 foi satisfatório, de forma que a distribuição de tensão observada no ensaio está de acordo com o calculado assumindo um comportamento de treliça com leque, conforme pode ser observado na Figura 46. Com isso se comprova a possibilidade de se reduzir a armadura de suspensão no caso em que a viga apoiada apresenta altura inferior em relação à viga de suporte.

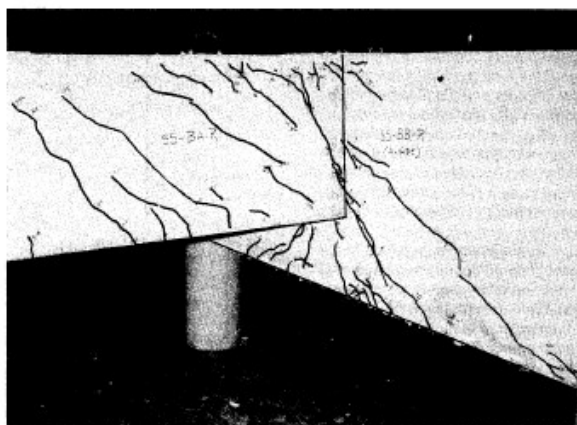
Figura 46 - Variação das tensões na armadura longitudinal na viga A do corpo de prova 5



Fonte: adaptado de Mattock e Kumar (1992)

A possibilidade de redução da carga a ser suspensa para casos de vigas com alturas diferentes se dá pelo fato de se considerar que uma parcela do cortante é suportada diretamente por bielas abaixo do fundo da viga de suporte. Evidências da formação dessas bielas na viga B foram encontradas e estão apresentadas na Figura 47.

Figura 47 - Fissuração na interseção da viga A e da viga B no corpo de prova 5



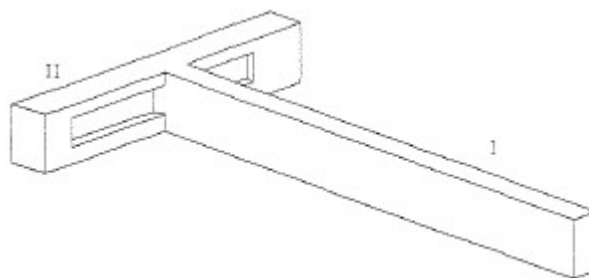
Fonte: Mattock e Shen (1992)

Então, observa-se que se a armadura de suspensão for colocada no apoio indireto ou para o caso em que o cisalhamento na viga de suporte não é maior que  $0.25b_w d \sqrt{f'_c}$  (em MPa), não é necessário se considerar o aumento da tensão na armadura de flexão na face desse apoio devido efeito do cisalhamento. Além disso, a quantidade e a localização da armadura de suspensão requerida pela norma canadense se mostraram apropriadas.

#### 4.1.2 Ribeiro (1999)

O estudo consistiu no ensaio de três conjuntos compostos pela associação da viga apoiada (viga I) e a viga de suporte (viga II) em forma de T conforme pode ser observado na Figura 48. Onde a viga apoiada tem 250 cm de vão e seção de 10 cm de largura por 30 cm de altura, e a viga de suporte tem 150 cm de vão e seção transversal em I com altura de 30 cm, talão de 15 cm e largura da alma de 5cm.

Figura 48 - Configuração da viga apoiada e de suporte



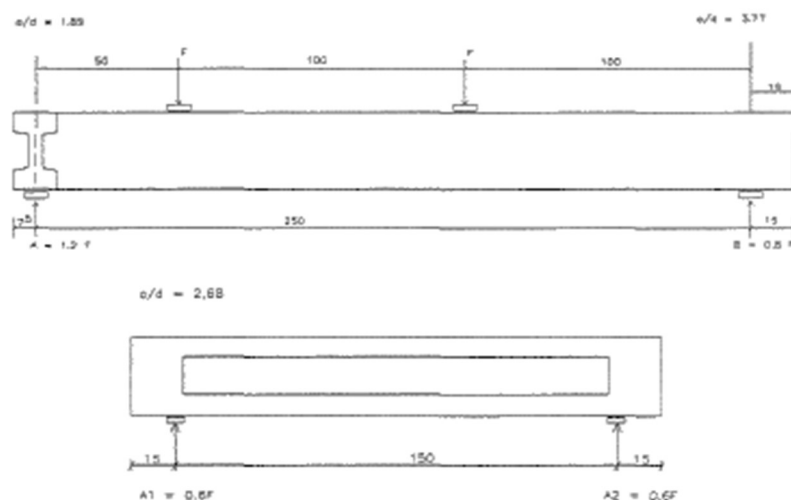
Fonte: Ribeiro (1999)

Estes ensaios foram realizados com objetivo de determinar a distribuição de armadura mais eficiente a ser adotada em apoios e carregamentos indiretos.

Um aspecto importante do estudo é o de que o sistema de apoio para as vigas foi elaborado visando permitir as translações e rotações do conjunto e assim evitar que esforços de torção fossem aplicados ao sistema.

Os três ensaios foram divididos de forma que nos dois primeiros (denominados no estudo de B1-L e B1-R) as cargas concentradas eram aplicadas em dois pontos na viga apoiada, onde o primeiro ponto estava a 50 cm do eixo do cruzamento das vigas e o segundo a 150 cm (Figura 49).

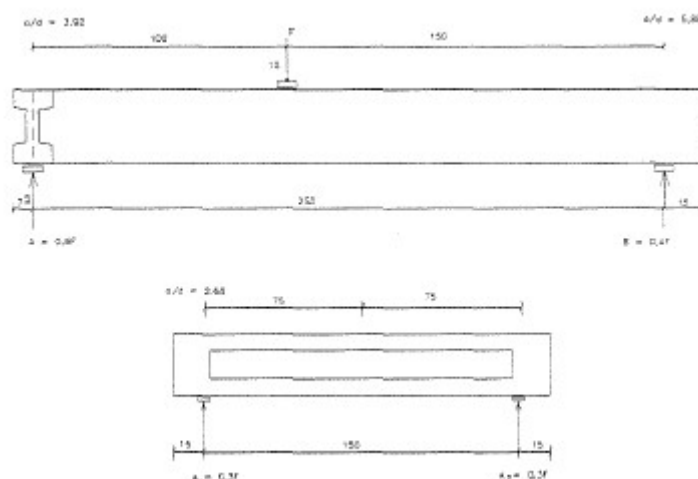
Figura 49 - Esquema da aplicação das cargas nas vigas dos ensaios B1-L e B1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

Já para o terceiro ensaio (denominado como conjunto C1-R) se teve apenas um ponto de aplicação de carga na viga apoiada, distante 100 cm do eixo do cruzamento entre as duas vigas, indicado na Figura 50.

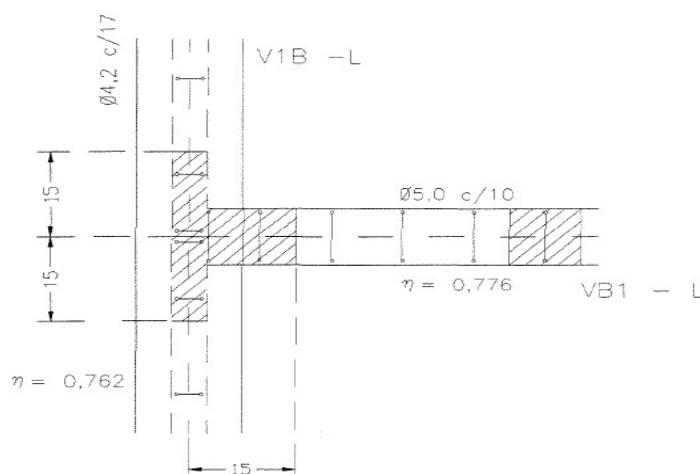
Figura 50 - Esquema da aplicação das cargas nas vigas dos ensaios C1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

Em virtude do objetivo do estudo de determinar a distribuição da armadura mais eficiente foram realizados dois arranjos denominados de arranjo L e arranjo R. O arranjo L, conforme Leonhardt, consiste na distribuição da armadura de 70% na viga de suporte e 30% na viga apoiada, sendo esse o arranjo utilizado no conjunto B1-L. A armadura consistiu em 4 estribos de 4,2mm na viga suporte e 1 estribo de 5mm na viga apoiada, onde essa distribuição é mostrada na Figura 51.

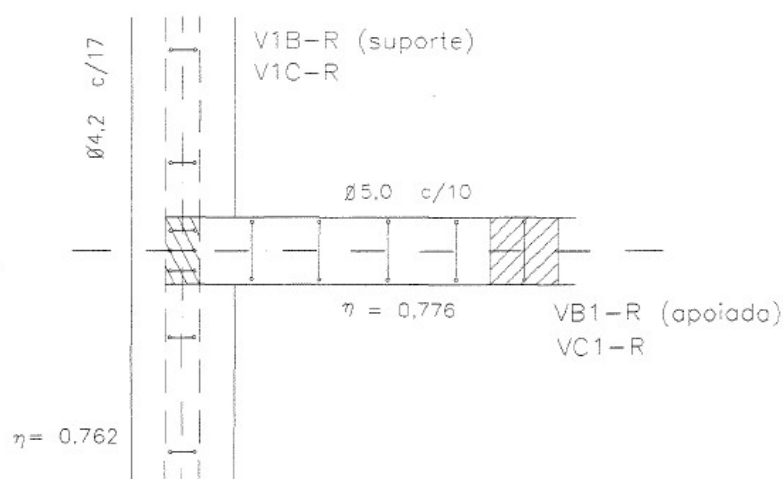
Figura 51 - Arranjo da armadura de suspensão do conjunto B1-L



Fonte: Ribeiro (1999)

O arranjo R, de acordo com as propostas dadas por Reineck, concentrou a armadura de suspensão na região de cruzamento entre as duas vigas, sendo o arranjo dos conjuntos B1- R e C1-R. Nesses casos a armadura foi composta por 1 estribo de 8mm e por dois estribos de 6,3mm com sua distribuição apresentada na Figura 52.

Figura 52 - Arranjo da armadura de suspensão dos conjuntos B1-R e C1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

O resumo das demais armaduras das vigas está apresentado na Tabela 8. As armaduras longitudinais são iguais na B1-L e B1-R, apenas C1-R, em virtude da mudança do ponto de aplicação da carga, foi feito um reforço para evitar que a ruína da peça se desse por ação de momento fletor nesta região.

Tabela 8 - Resumo das armaduras das vigas (sem a armadura de suspensão)

| Conjunto    | Viga       | Armadura longitudinal                                                | Armadura transversal      |
|-------------|------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| <b>B1-L</b> | Apoiada    | 2 $\phi$ 20mm (inferior)<br>2 $\phi$ 6.3mm (superior)                | $\phi$ 4.2mm e $\phi$ 5mm |
|             | De suporte | 2 $\phi$ 8mm + $\phi$ 12.5mm (inferior)<br>2 $\phi$ 6.3mm (inferior) | $\phi$ 4.2mm              |
| <b>B1-R</b> | Apoiada    | 2 $\phi$ 20mm (inferior)<br>2 $\phi$ 6.3mm (superior)                | $\phi$ 4.2mm e $\phi$ 5mm |
|             | De suporte | 2 $\phi$ 8mm + $\phi$ 12.5mm (inferior)<br>2 $\phi$ 6.3mm (inferior) | $\phi$ 4.2mm              |
| <b>C1-R</b> | Apoiada    | 2 $\phi$ 20mm + 2 $\phi$ 15mm (inferior)                             | $\phi$ 4.2mm e $\phi$ 5mm |

|  |            |                                                                      |              |
|--|------------|----------------------------------------------------------------------|--------------|
|  |            | 2 $\phi$ 6.3mm (superior)                                            |              |
|  | De suporte | 2 $\phi$ 8mm + $\phi$ 12.5mm (inferior)<br>2 $\phi$ 6.3mm (inferior) | $\phi$ 4.2mm |

Fonte: adaptado de Ribeiro (1999)

A Tabela 9 apresenta o resumo dos resultados dos conjuntos referentes à resistência à compressão do concreto, carga máxima e flecha máxima no apoio indireto

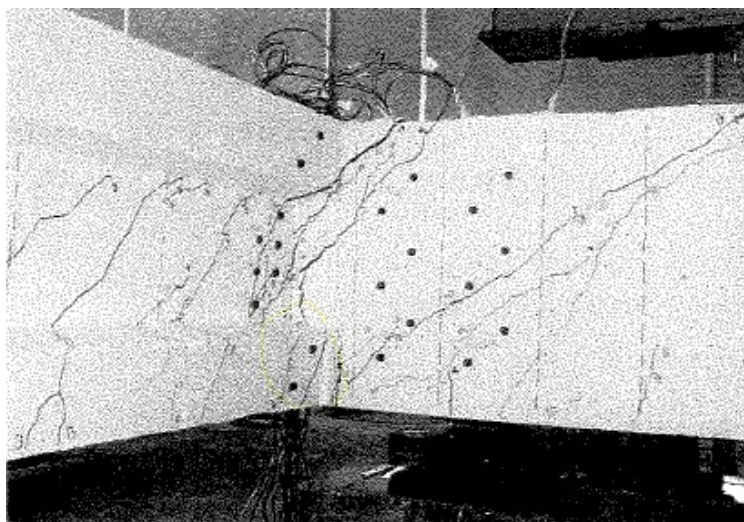
Tabela 9 - Resumo dos resultados de carga máxima, resistência à compressão e flecha máxima

| Conjunto    | Resistência à compressão do concreto aos 28 dias (MPa) | Carga máxima (kN) | Flecha máxima no apoio indireto (mm) |
|-------------|--------------------------------------------------------|-------------------|--------------------------------------|
| <b>B1-L</b> | 78,3                                                   | 170               | 15,03                                |
| <b>B1-R</b> | 79,3                                                   | 170               | 7,14                                 |
| <b>C1-R</b> | 82                                                     | 160               | 4,61                                 |

Fonte: adaptado de Ribeiro (1999)

Para o conjunto B1-L a ruína ocorreu por esmagamento do banzo comprimido da viga suporte com uma carga de 170 kN, com uma flecha máxima de 15,03 mm. O esquema de fissuração da junta é apresentado na Figura 53. Sendo assim, observou-se que na região de cruzamento das vigas apareceram fissuras horizontais na viga de suporte que caracterizam a presença de um tirante que suspende as cargas da face inferior até a região comprimida na face superior, confirmando assim a necessidade da armadura de suspensão.

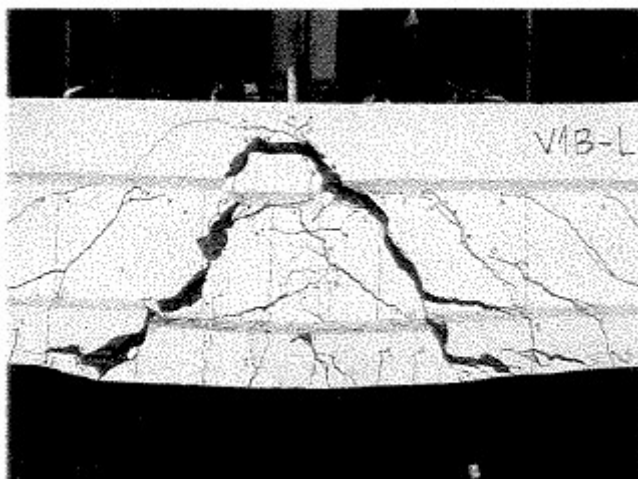
Figura 53 - Panorama de fissuração na região de apoio indireto para o conjunto B1-L



Fonte: Ribeiro (1999)

Ao final do ensaio a carga foi aumentada para 177 kN acarretando um descolamento em forma de pirâmide (Figura 54) na região de ligação entre as vigas em que se observou um comportamento conforme o plano de fissuração proposto por Mattock e Shen (1992) apresentado na Figura 11.

Figura 54 - Ruptura na região de ligação no conjunto B1-L

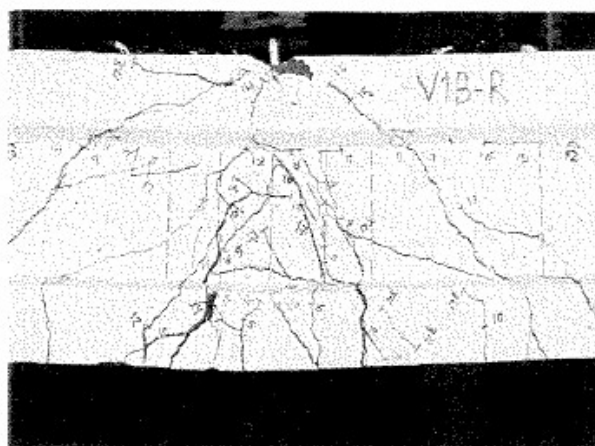


Fonte: Ribeiro (1999)

De acordo com o autor, este problema aconteceu em virtude da armadura de suspensão utilizada na região de ligação não foi suficiente para suspender o valor total da carga atuante, visto que por seguir as indicações de Leonhardt a armadura foi distribuída em uma região além da região de ligação, conforme foi apresentado na Figura 22.

Já para o conjunto B1-R, a ruína aconteceu por esmagamento do banzo comprimido da viga de suporte com a carga de 170 kN, assim como o observado no conjunto B1-L. Nesse caso a flecha máxima foi de 7,14mm, valor esse 110,5% menor em relação ao conjunto B1-L, valendo salientar que ambas falharam com a carga de 170 kN, o que mostra que o esquema B1-R se mostrou mais eficiente no que tange a flexão observada na região de ligação entre as vigas. Embora o comportamento das vigas em relação ao primeiro ensaio tenha sido similar, verificou-se que o panorama de fissuração do segundo conjunto foi mais favorável na região de ligação visto não ter ocorrido o deslocamento da região de volume mútuo como pode ser observado na Figura 55.

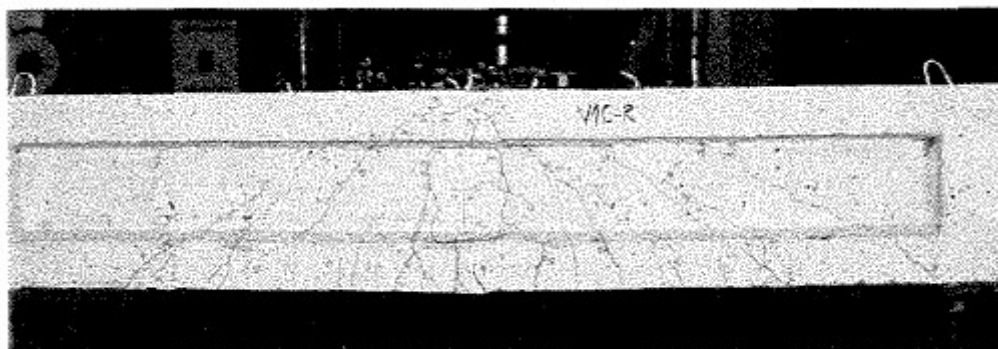
Figura 55 - Fissuração na região de ligação no conjunto B1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

Por fim tem-se o conjunto C1-R. Nesse caso, diferentemente do observado anteriormente não houve esmagamento dos banzos comprimidos das vigas e a ruína se deu por força cortante-tração induzida pela viga apoiada após o escoamento da sua armadura longitudinal para uma carga de 160 kN. Dessa forma, se verificou uma fissuração menos acentuada na região de ligação para esse caso, apresentado na Figura 56.

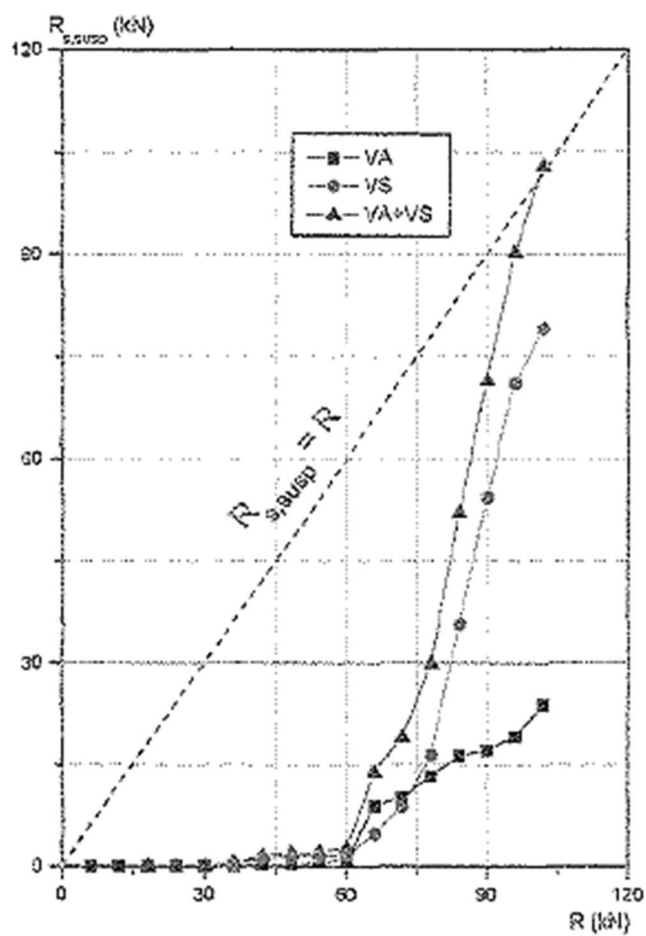
Figura 56 - Fissuração na região de ligação no conjunto C1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

Diante disso foi se analisado a carga que foi suspensa pelas armaduras dos três conjuntos. No conjunto B1-L, a partir dos dados dos ensaios, observou-se que a força total foi suspensa pela soma das duas armaduras ( $VA+VS$ ), onde  $VA$  é a força suspensa pela armadura da viga apoiada e  $VS$  a força suspensa pela armadura da viga de suporte. Tem-se que a viga suporte foi responsável por suspender 80% da força aplicada e o restante pela viga apoiada. Esses resultados são apresentados na Figura 57.

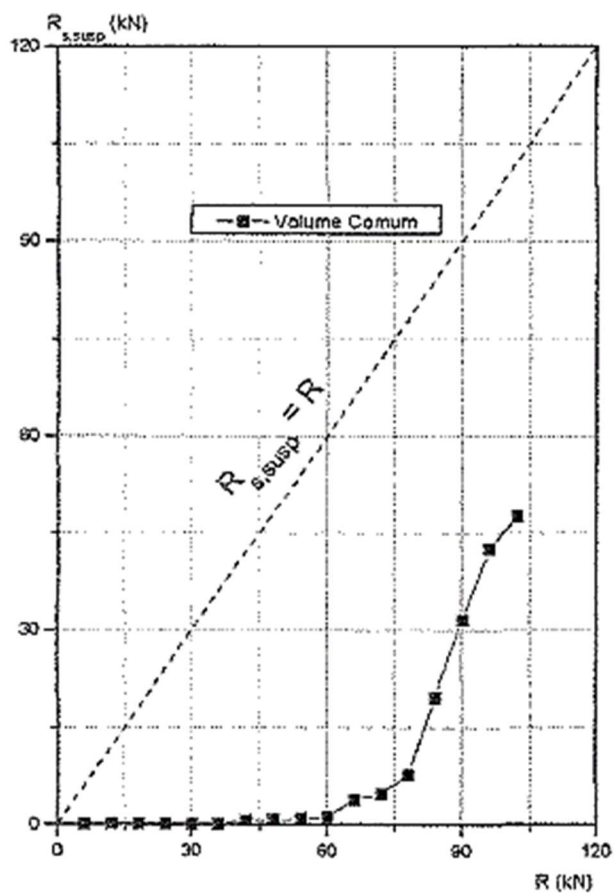
Figura 57 - Força suspensa na região de ligação para o Conjunto B1-L



Fonte: Ribeiro (1999)

Além disso, de forma a se comparar com o conjunto B1-R, foi calculada a parte da força que foi suspensa pela armadura situada no volume comum às duas vigas, sendo observado que esses estribos dessa região suspenderam 46% da força, como pode ser visto na Figura 58.

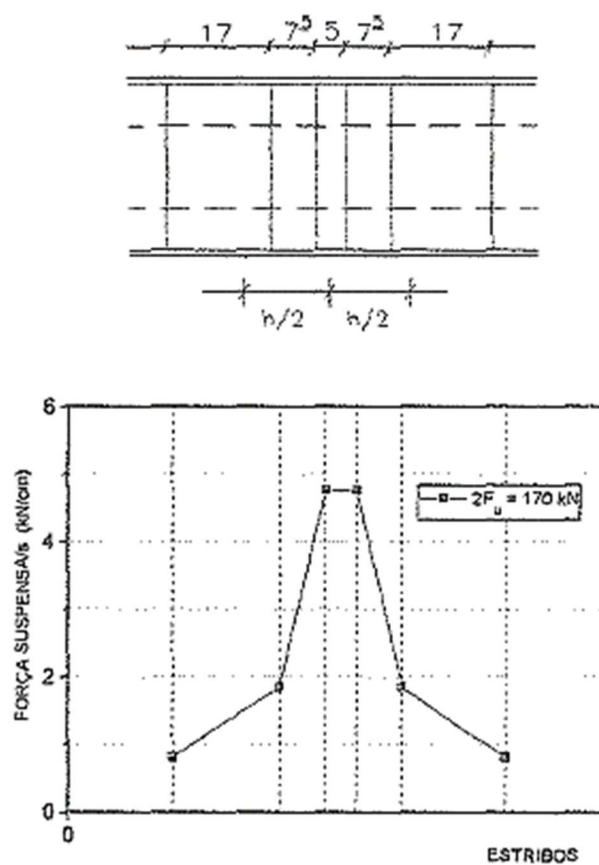
Figura 58 - Força suspensa na região de ligação do conjunto B1-L



Fonte: Ribeiro (1999)

Por fim visualizou-se a partir da Figura 59, que os estribos situados a  $h/2$  do eixo da interseção das vigas são mais solicitados, principalmente os que estão contidos no volume comum às duas vigas e aqueles fora dessa região atuam como armadura de cisalhamento.

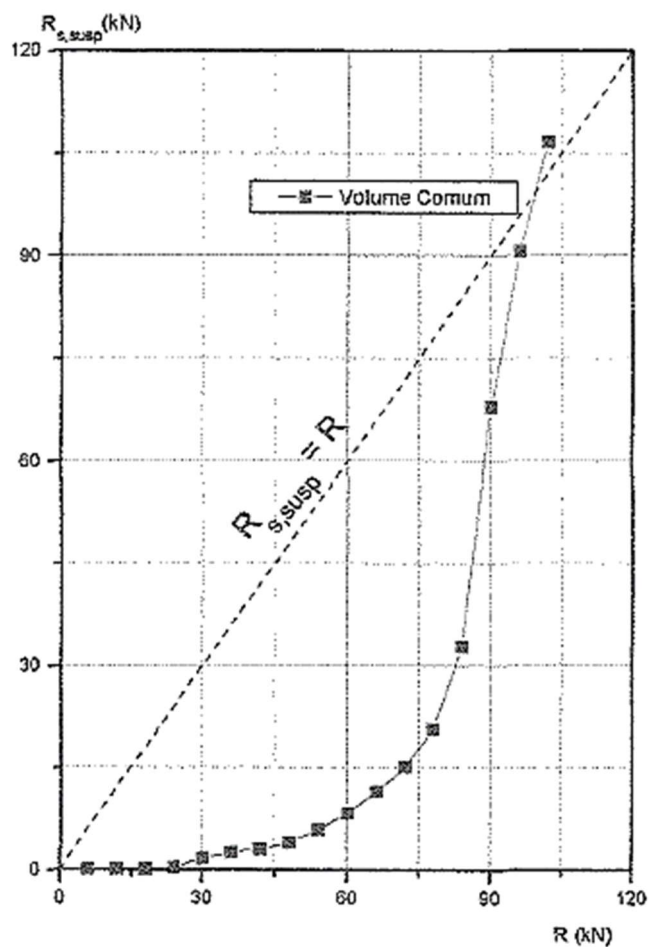
Figura 59 - Forças suspensas pelos estribos no conjunto B1-L



Fonte: Ribeiro (1999)

Para o conjunto B1-R, também se observou que a força total foi suspensa pela soma das duas armaduras ( $VA+VS$ ), indicado na Figura 60. Como toda a armadura foi distribuída na região comum não se distinguiu a carga suspensa por VA e VS.

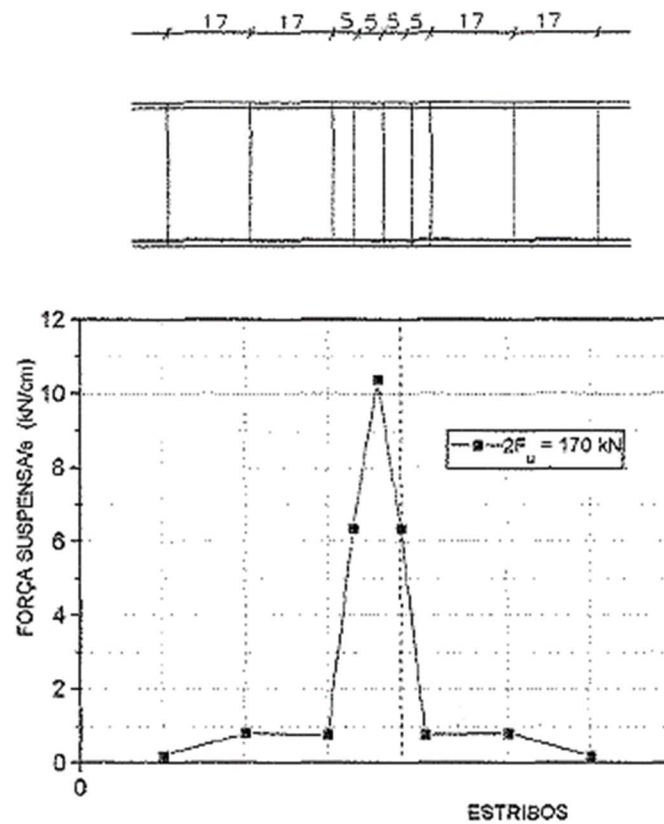
Figura 60 - Força suspensa na região de ligação para o Conjunto B1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

A Figura 61 mostra que os estribos contidos no volume comum às duas vigas são os mais solicitados suspendendo a carga e aqueles fora dessa região atuam como armadura de cisalhamento.

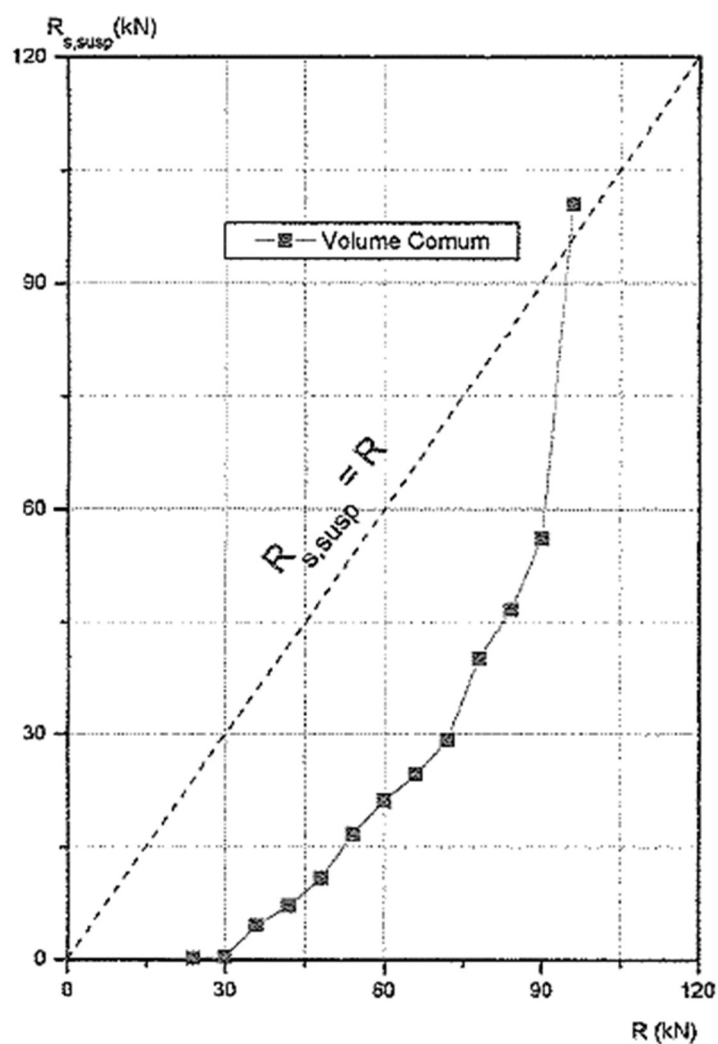
Figura 61 - Forças suspensas pelos estribos no conjunto B1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

Para o conjunto C1-R, também se observou que a força total foi suspensa pela soma das duas armaduras (VA+VS), indicado na Figura 62. Assim como para o conjunto B1-R, toda a armadura foi distribuída na região comum sendo assim não se distinguiu a carga suspensa por VA e VS.

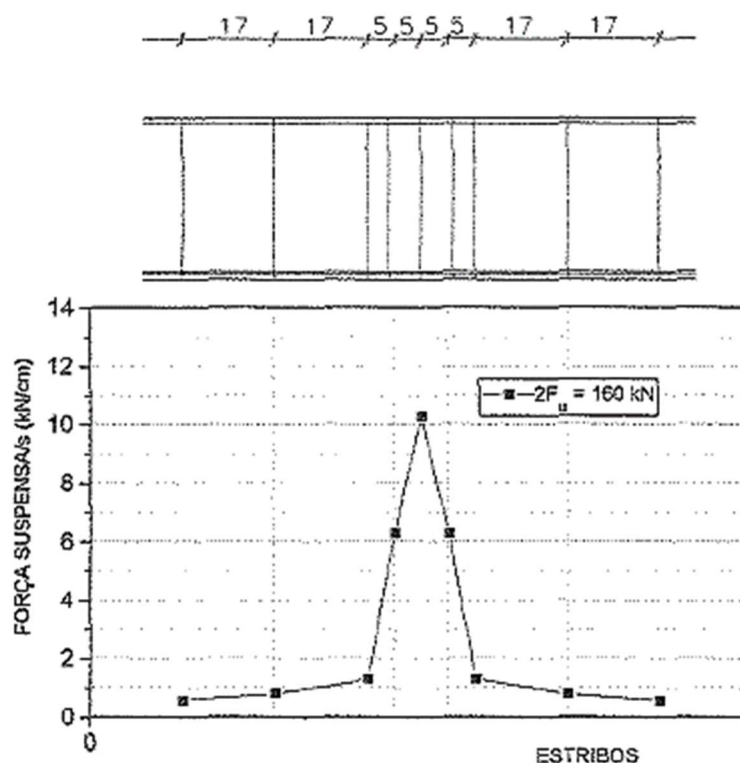
Figura 62 - Força suspensa na região de ligação para o Conjunto C1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

Assim como para o caso anterior os estribos contidos no volume comum às duas vigas são os mais solicitados suspendendo a carga e aqueles fora dessa região atuam como armadura de cisalhamento (Figura 63).

Figura 63 - Forças suspensas pelos estribos no conjunto C1-R



Fonte: Ribeiro (1999)

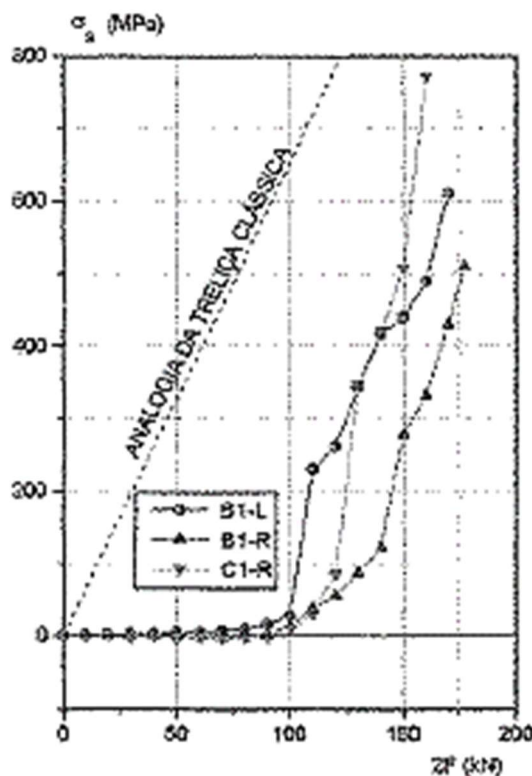
Nos ensaios dos conjuntos com relação  $a/d$  mais curta ( $a$ =distância ao ponto de aplicação da carga e  $d$ =altura útil da viga), os conjuntos B1-L e B1-R, ao se atingir a carga última o estribo mais próximo da viga de suporte esteve uniformemente solicitado ao longo de sua altura o que realça o comportamento de tirante e a capacidade de suspender a força.

Para o conjunto C1-R com relação  $a/d$  maior ao ser atingida a carga última, o estribo mais próximo da viga de suporte esteve duas vezes mais solicitado na sua metade inferior do que na sua metade superior. De acordo com o autor isso parece indicar que esse estribo se ancora no banzo comprimido e nas bielas que o atravessam na metade superior revelando assim uma capacidade provavelmente limitada para suspender parte da força introduzida na ligação. A diferença de comportamento se dá em virtude da relação  $a/d$ , visto que para um  $a/d$  maior resulta em uma maior inclinação do banzo comprimido e neste caso a contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento fica diminuída.

Se avaliando a tensão no estribo da viga apoiada mais próximo à região de ligação pela Figura 64, tem-se que os estribos do conjunto B1-L logo após a fissuração, são os mais

solicitados em virtude de neste caso a armadura de suspensão na região de ligação não ser suficiente para suspender totalmente a carga.

Figura 64 - Tensão na parte inferior do estribo da viga apoiada para os três conjuntos



Fonte: Ribeiro (1999)

Dessa forma por esse estudo pode se observar a necessidade da armadura de suspensão, e que o arranjo mais eficiente é aquele em que os estribos destinados a suspender a carga estejam dispostos na região de ligação pois no estado limite o conjunto que seguiu as indicações de Reineck apresentou uma fissuração mais favorável além de uma flecha menor na região do apoio indireto.

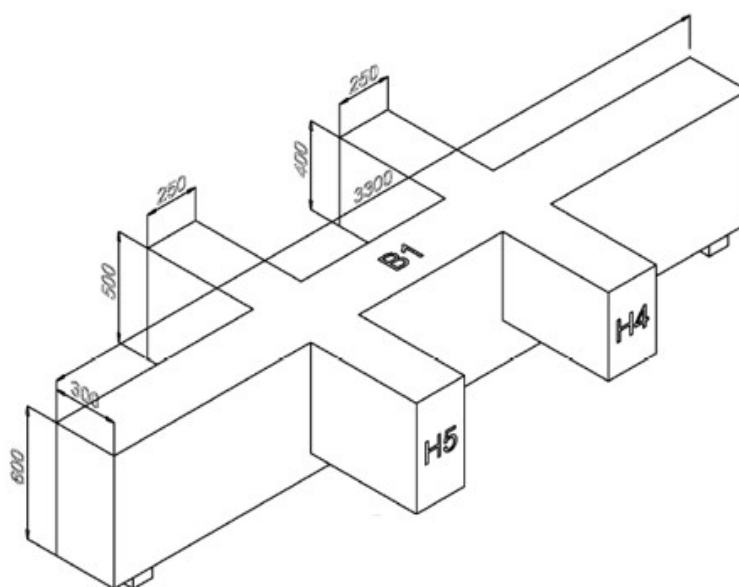
#### 4.1.3 Baek (2016)

O estudo realizado por Baek (2016) teve como objetivo estudar a influência da profundidade de aplicação de carga lateral no comportamento da região de ligação entre as vigas. O experimento foi realizado em dois corpos de prova, onde o dimensionamento e detalhamento das armaduras seguiram as determinações da norma canadense CSA A23.3-04.

Nos corpos de prova, as vigas foram projetadas intencionalmente para que ocorresse falha por cisalhamento na viga de suporte, com todos os outros mecanismos de falhas evitados.

O primeiro corpo de prova (B1) apresenta duas formas de crucifixo, onde as vigas apoiadas são H4 e H5, e a viga de suporte é denominada de B1. As vigas H4 e H5 correspondem a  $\frac{4}{6}$  e  $\frac{5}{6}$  da altura de 600mm da viga de suporte. O esquema das vigas bem como as dimensões (em mm) das vigas estão indicados na Figura 65.

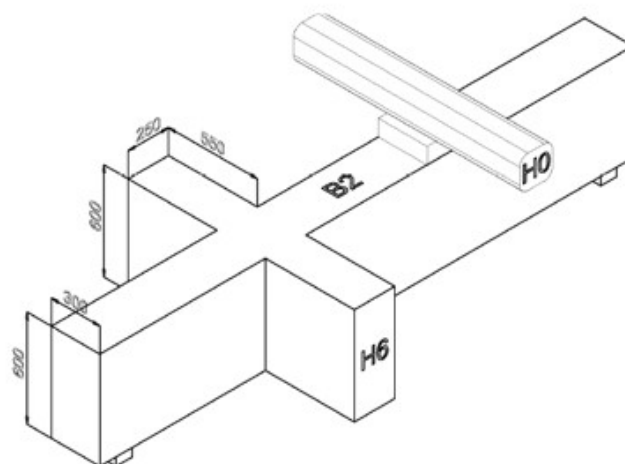
Figura 65 - Descrição do corpo de prova B1 (dimensões em mm)



Fonte: Baek (2016)

O corpo de prova (B2) apresenta apenas uma forma de crucifixo, consistindo em uma viga de suporte (B2) com a mesma altura da viga B1 do primeiro corpo de prova e a viga H6 apoiada com mesma altura da viga B2. Além disso, a viga B2 é carregada por carregamento direto no topo indicado por H0. O esquema das vigas bem como as dimensões (em mm) das vigas estão indicados na Figura 66.

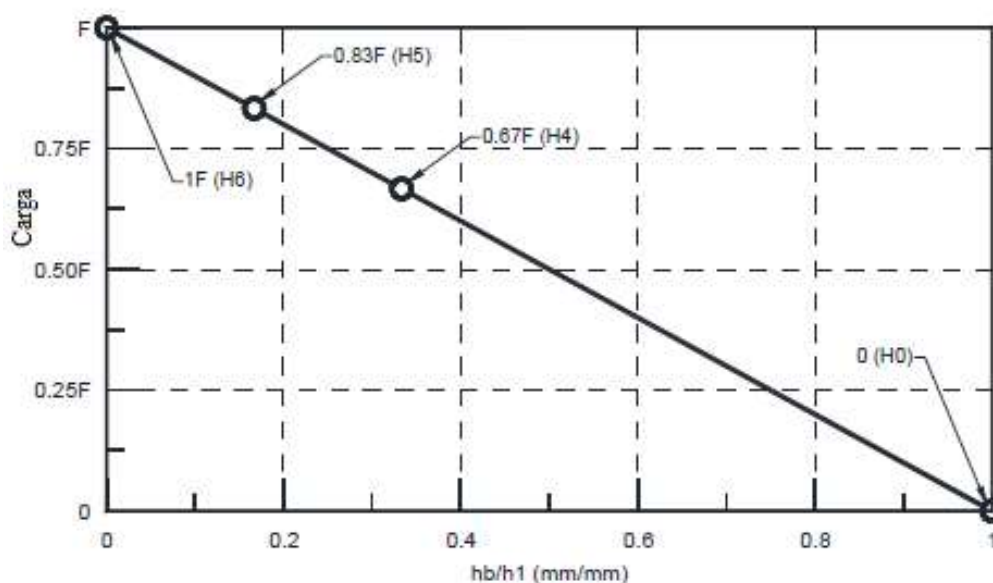
Figura 66 - Descrição do corpo de prova B2 (dimensões em mm)



Fonte: Baek (2016)

As armaduras de suspensão foram dimensionadas de acordo com a equação simplificada da CSA A23.3 apresentada na Equação 3.3. Caso a carga a ser suspensa seja tomada por  $F$  então as armaduras precisam suspender  $0.67F$ ,  $0.83F$ ,  $1.0F$  e  $0$  para as vigas apoiadas H4, H5, H6 e H0, respectivamente. Essa variação pode ser observada na Figura 67.

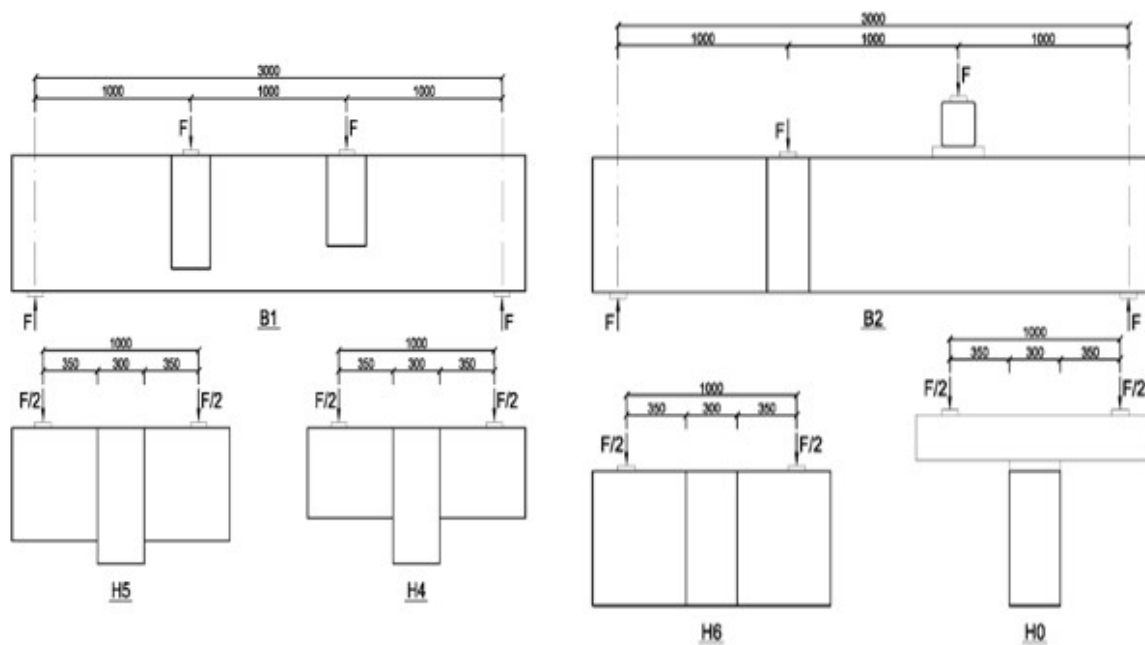
Figura 67 - Variação da força a ser suspensa de acordo com o procedimento simplificado da CSA



Fonte: adaptado de Baek (2016)

Em ambos os casos as vigas suportes foram sujeitas a carregamentos aplicados a distância de 350mm da interface com a viga de suporte (Figura 68). As cargas em cada lado da viga foram iguais e assim a viga de suporte não foi sujeita a torção.

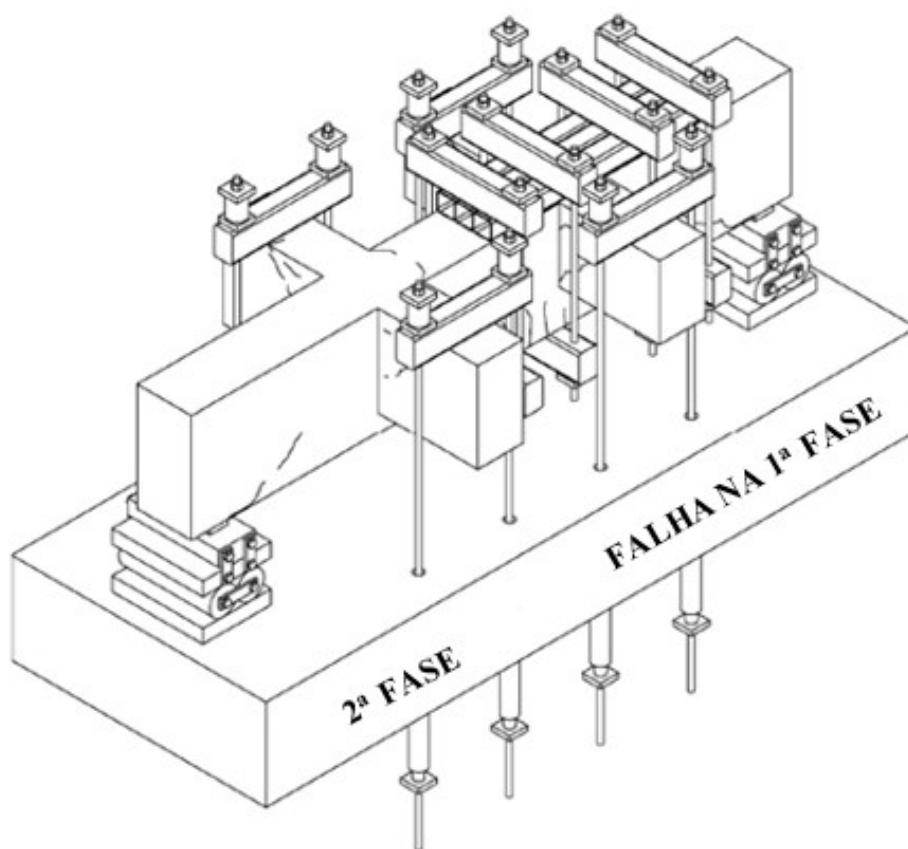
Figura 68 - Detalhe dos carregamentos nos corpos de prova (dimensões em mm)



Fonte: adaptado de Baek (2016)

O ensaio consistia em duas fases para cada corpo de prova. Inicialmente o carregamento era aplicado nas vigas até que um dos vãos de cisalhamento da viga de suporte falhe. Na segunda fase, o vão que falhou era enrijecido e o carregamento era retomado até a falha do outro vão (Figura 69). Dessa forma os quatro vãos puderam ser ensaiados.

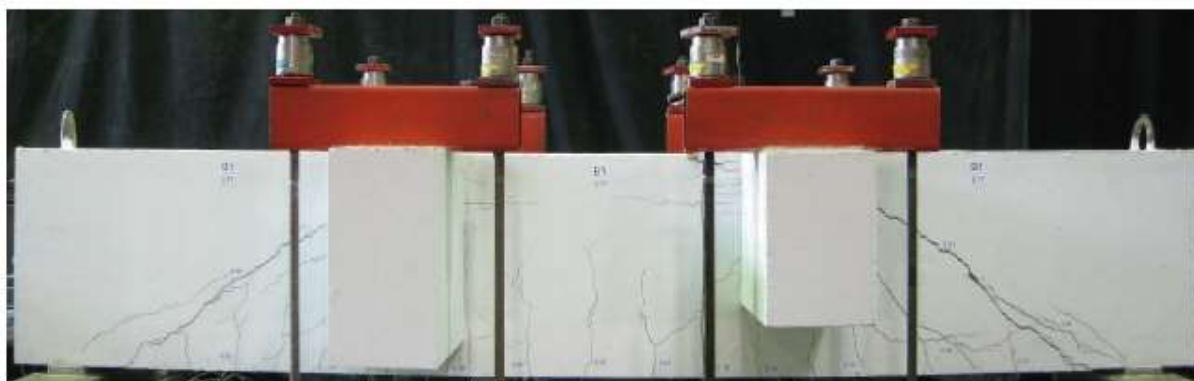
Figura 69 - Esquema de ensaio da 2ª etapa



Fonte: adaptado de Baek (2016)

Para o primeiro corpo de prova tem-se que o vão de cisalhamento da viga H4 falhou com uma carga de 400 kN, apresentando uma fissura de 3.0 mm medida para a carga de 376 kN. O esquema de fissuração na viga de suporte (B1) é apresentado na Figura 70.

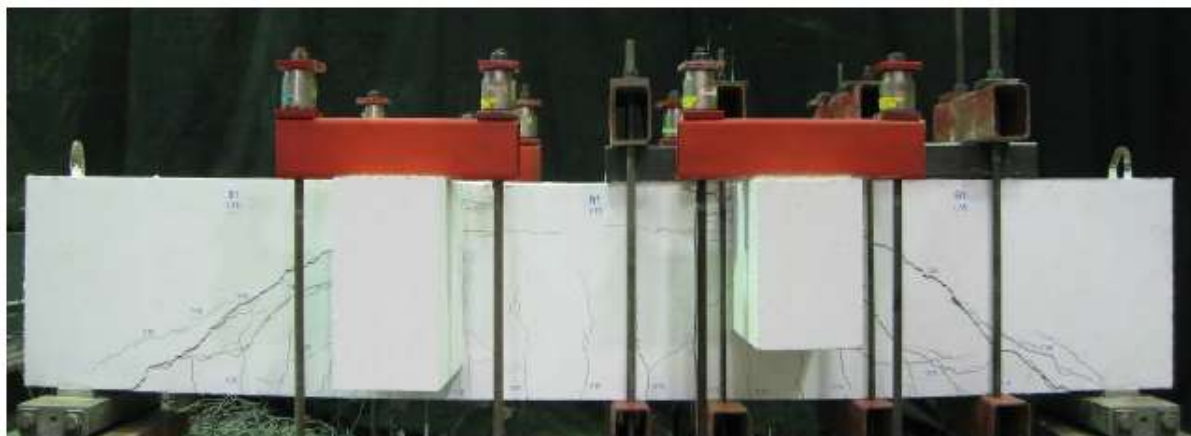
Figura 70 - Viga B1 após o pico de carga de 400 kN



Fonte: Baek (2016)

Após essa falha tem-se o término da primeira etapa, assim o vão de H4 foi enrijecido e a segunda etapa foi executada para estudar o comportamento do vão de cisalhamento próximo de H5. A fissura de cisalhamento nesse vão era de 2.0 mm no fim da primeira fase, se alargou para 4.0 mm para uma carga de 435 kN quando o vão falhou. O esquema de fissuração da viga de suporte para a segunda etapa é apresentado na Figura 71.

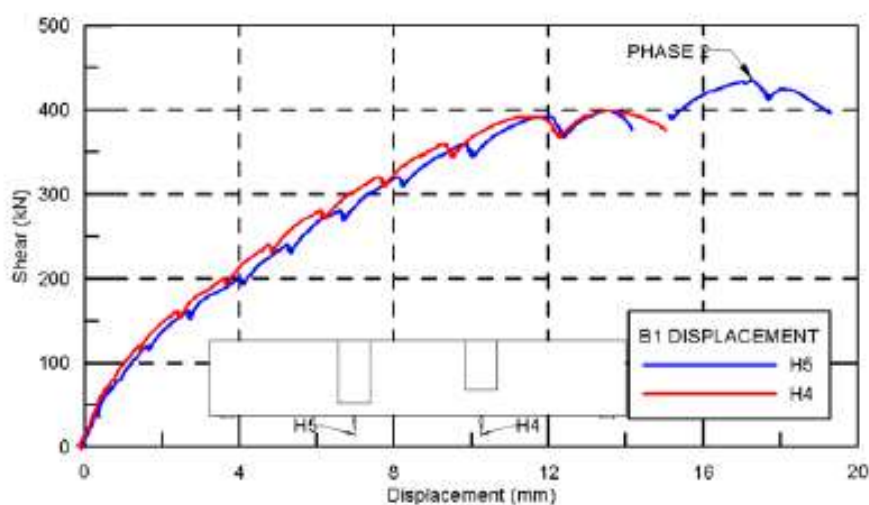
Figura 71 - Viga B1 após o pico de carga de 435 kN



Fonte: Baek (2016)

Observou-se que as respostas das vigas H5 e H4 são similares até antes da falha acontecer em H4. E após o enrijecimento do vão de cisalhamento de H4, a resposta de H5 é de certa forma mais rígida em virtude do enrijecimento da viga. Essa similaridade pode ser constatada na Figura 72 que relaciona o cisalhamento com o deslocamento da viga de suporte nas regiões de interseção com as vigas H4 e H5.

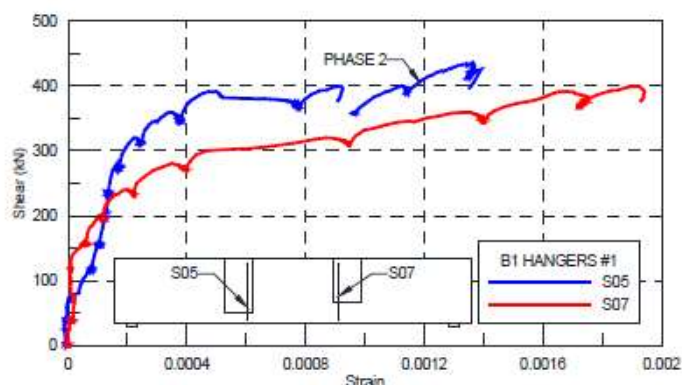
Figura 72 - Cisalhamento versus deslocamento da viga B1



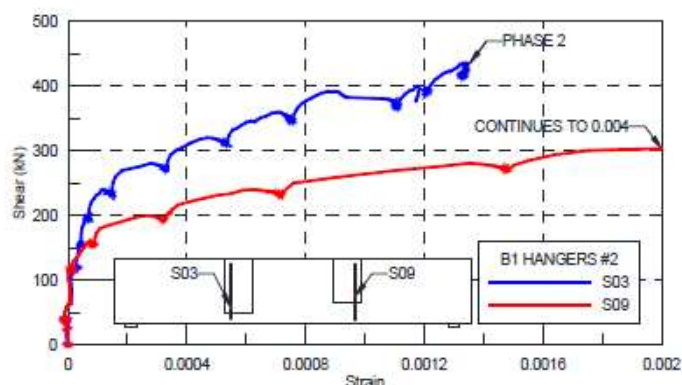
Fonte: Baek (2016)

No comportamento da armadura de suspensão notou-se que um dos pares da armadura posicionado na junta da região de H4 escoou para uma carga de 300 kN. Além disso, os estribos próximos das juntas de H4 e H5 se comportaram como armadura de suspensão, onde apresentaram a mesma resposta em ambos os lados e escoaram com 400 kN. A Figura 73 apresenta a relação do cisalhamento com a deformação das armaduras de suspensão.

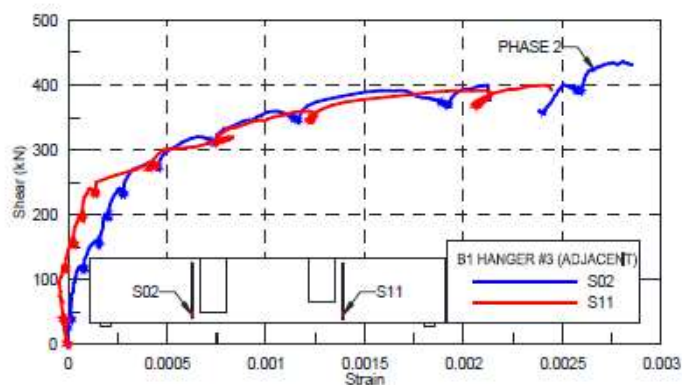
Figura 73 - Deformação na armadura de suspensão na viga B1



(a) Joint hanger close to midspan



(b) Joint hanger towards shear span



(c) Adjacent to supported beam

Fonte: Back (2016)

No segundo corpo de prova o vão de cisalhamento da viga H6 falhou com uma carga de 392 kN, apresentando uma fissura de 4.0 mm. O esquema de fissuração na viga de suporte (B2) é apresentado na Figura 74.

Figura 74 - Viga B2 após o pico de carga de 392 kN



Fonte: Back (2016)

Após essa falha tem-se o término da primeira etapa, assim o vão de H6 foi enrijecido e a segunda etapa foi executada para estudar o comportamento do vão de cisalhamento sujeito a carregamento direto. A fissura de cisalhamento nesse vão era de 0.4 mm no fim da primeira fase, se alargou para 1.5 mm para a carga máxima atingida no ensaio que foi de 480 kN. O esquema de fissuração da viga de suporte para a segunda etapa é apresentado na Figura 75.

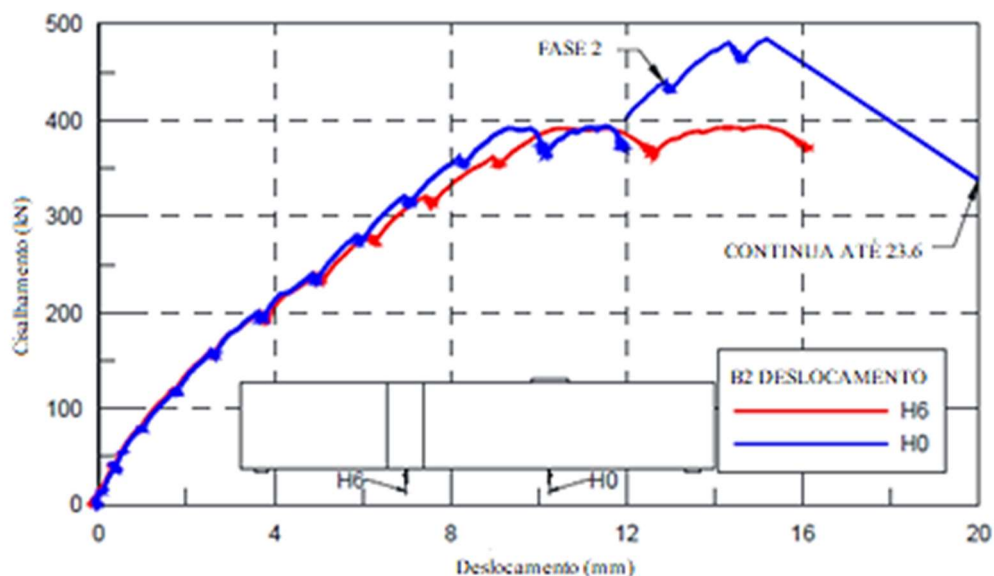
Figura 75 - Viga B2 após o pico de carga de 480 kN



Fonte: Back (2016)

Observou-se que as respostas das vigas H6 e H0 são similares até antes da falha acontecer em H6. E após o enrijecimento do vão de cisalhamento de H6, a resposta de H5 é de certa forma mais rígida em virtude do enrijecimento da viga. Essa similaridade pode ser constatada na Figura 76 que relaciona o cisalhamento com o deslocamento da viga de suporte nas regiões de interseção com as vigas H0 e H6. A falha na região da viga H0 foi mais repentina com uma significativa redução da carga e aumento do deslocamento.

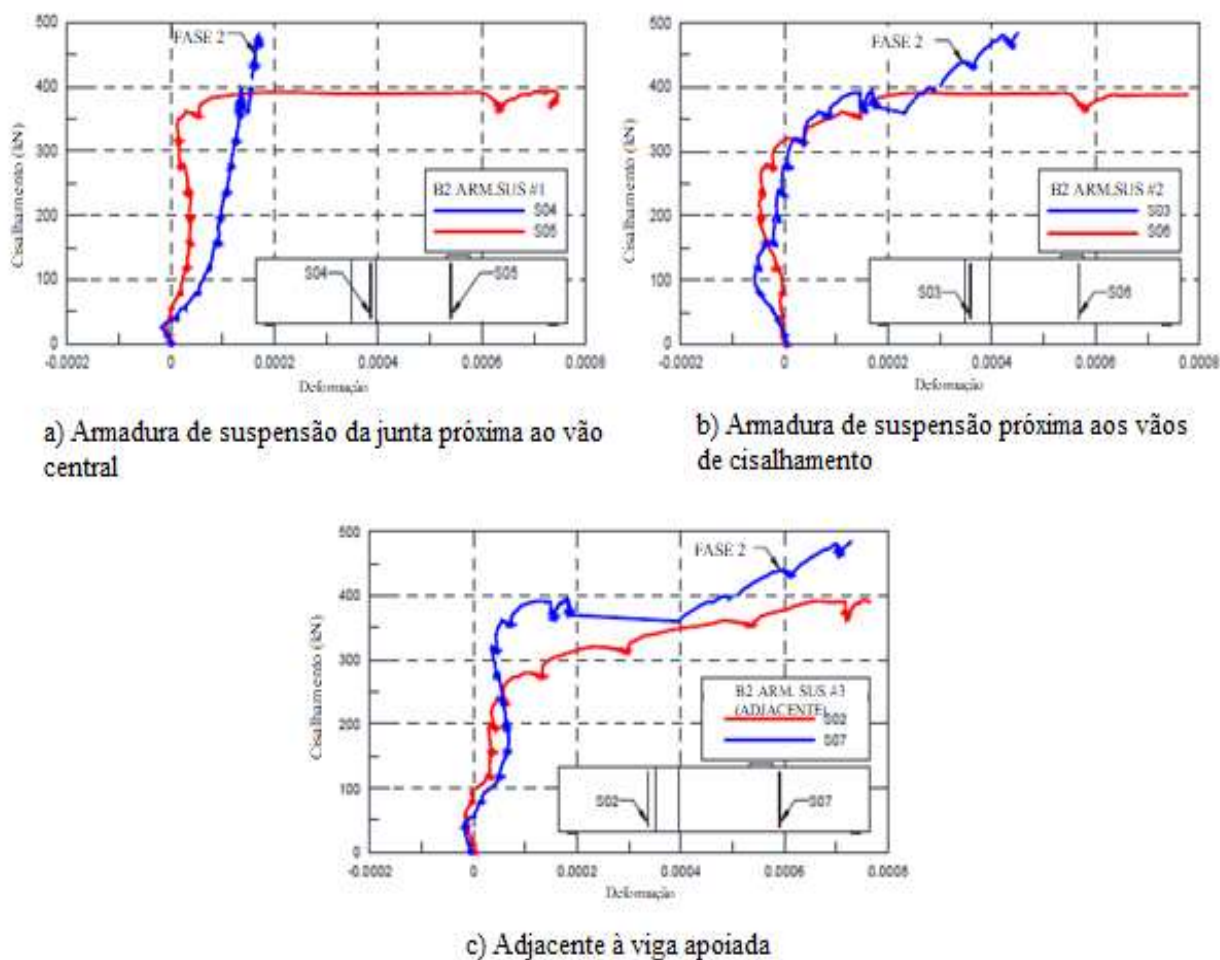
Figura 76 - Cisalhamento versus deslocamento da viga B2



Fonte: Baek (2016)

No comportamento da armadura de suspensão notou-se que, como esperado, nenhuma das armaduras posicionada na região de ligação de B2 e H0 escoou. Tem-se que os estribos próximos da junta de H6 se comportaram como armadura transversal. A Figura 77 apresenta a relação do cisalhamento com a deformação das armaduras nas regiões de ligação.

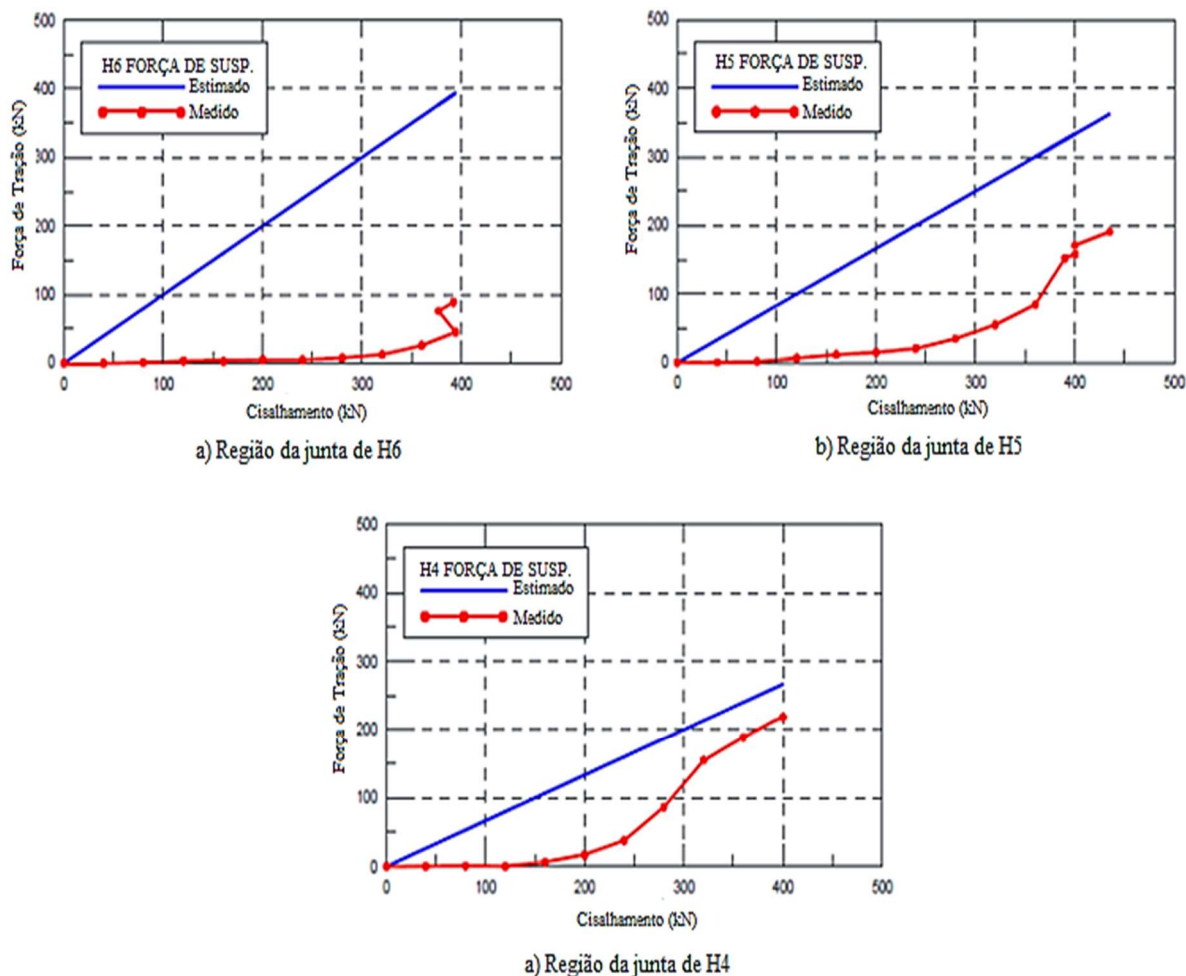
Figura 77 - Deformação nas armaduras das regiões de ligação na viga B2



Fonte: adaptado de Baek (2016)

A partir desses resultados pode-se avaliar o efeito da profundidade da viga nas forças que atuam nas armaduras de suspensão, se comparando a força de projeto calculada de acordo com a CSA A23.3-04 com as forças correspondentes às deformações medidas na armadura de suspensão. A Figura 78 mostra a comparação entre a força estimada e a força observada nos ensaios para as vigas H6, H5 e H4.

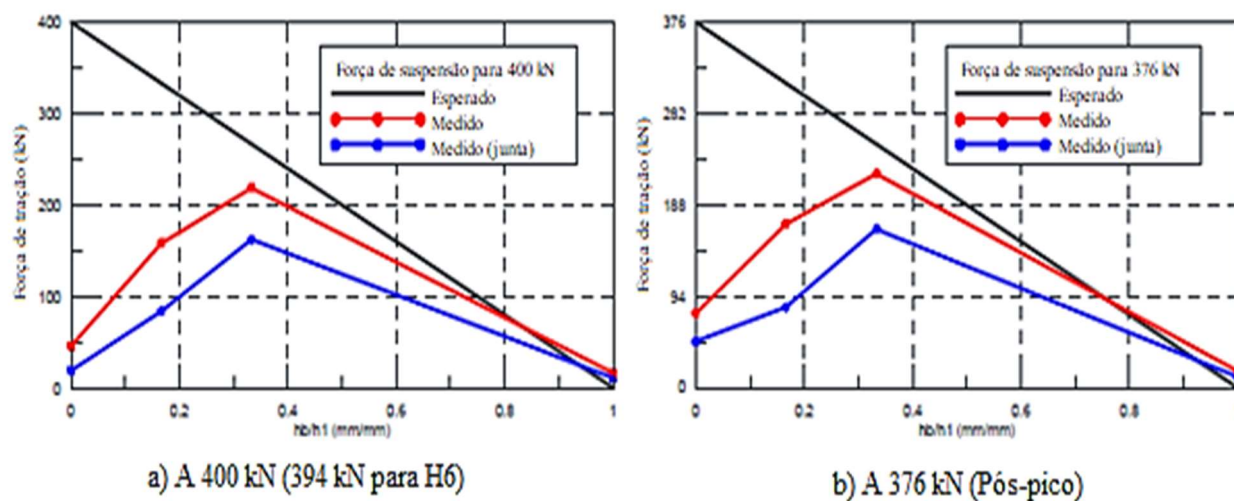
Figura 78 - Forças de tração na armadura de suspensão



Fonte: adaptado de Baek (2016)

Com isso observa-se que a carga na viga H6 no ensaio foi de apenas 20% do valor de projeto estimado pela CSA A23.3-04. Para a viga H5, a força na armadura de suspensão foi 46% menor ao previsto no projeto e por fim para a viga H4 a carga foi apenas 12% inferior da força de projeto. Os valores de referência são os maiores observados nos ensaios e foram observados para os carregamentos máximos suportados pelas vigas.

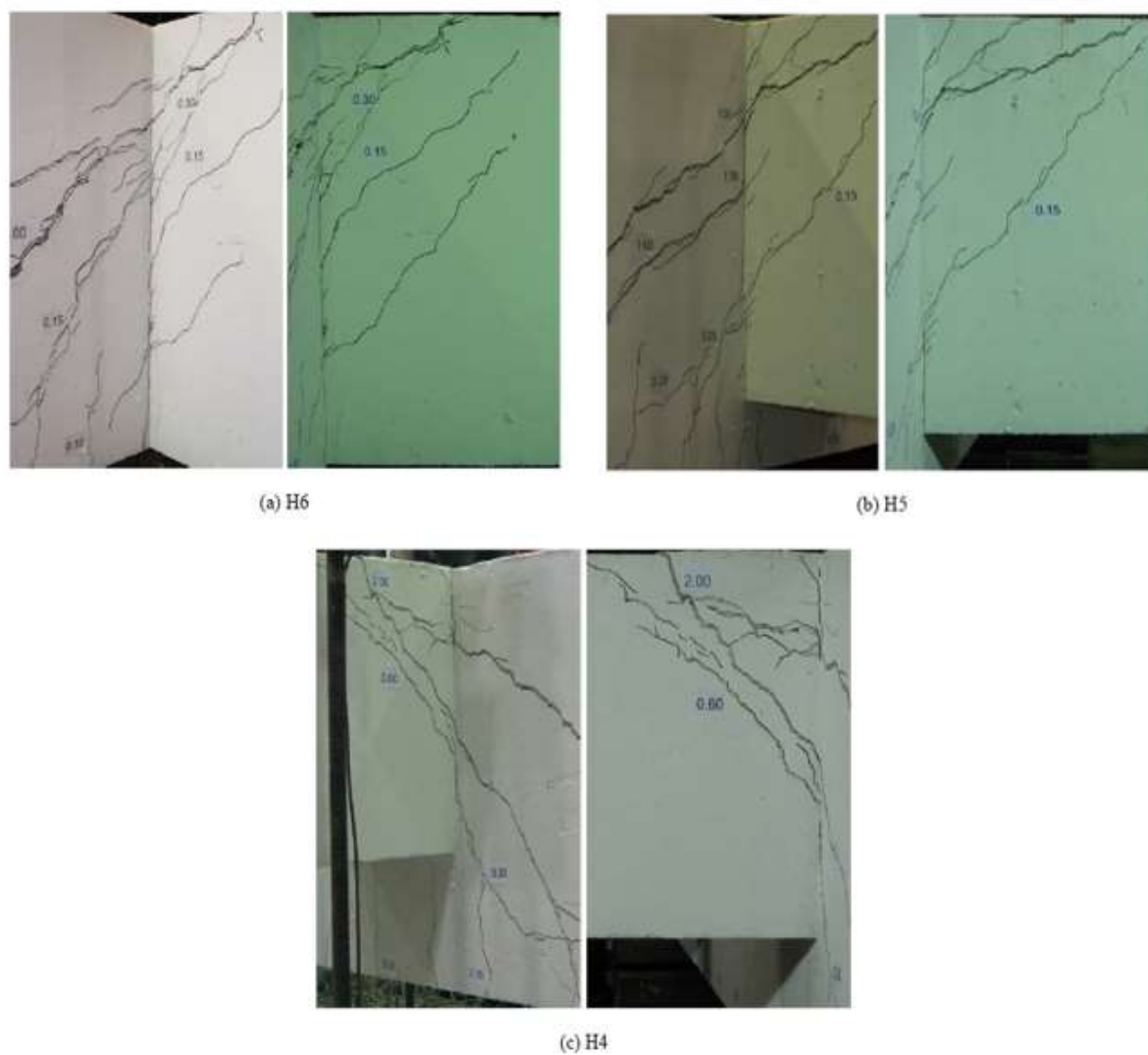
De forma a melhor visualizar essa comparação, o autor faz a relação entre o fator  $h_b/h_2$  utilizado na equação de projeto e os valores obtidos nos ensaios. Essa análise para a carga máxima é apresentada na Figura 79.

Figura 79 - Desenvolvimento da força de tração em função da relação  $hb/h1$ 

Fonte: adaptado de Baek (2016)

Era esperado que a carga máxima nas armaduras de suspensão acontecesse para o caso da viga apoiada mais profunda (H6), porém isso não foi obtido sendo observado a carga de suspensão máxima para a viga H4 que apresenta uma altura de  $4/6$  da altura da viga de apoio e comparada às vigas H5 e H6 deveria ser, pela equação de projeto, a menor carga. De acordo com o autor foi observada a presença de fissuras diagonais de tração no concreto, indicando que tensões de compressão estavam fluindo da viga apoiada para a viga de suporte por toda a altura da viga de suporte. Isso significa que havia transferência de força sobre a altura da viga apoiada e não apenas na parte inferior, conforme assumido pelo código canadense. Este fluxo de tensões compressivas provavelmente estava presente para H6, H5 e H4, como evidenciado pelas fissuras diagonais formadas na viga apoiada e fluindo para a viga de suporte, conforme mostrado na Figura 80.

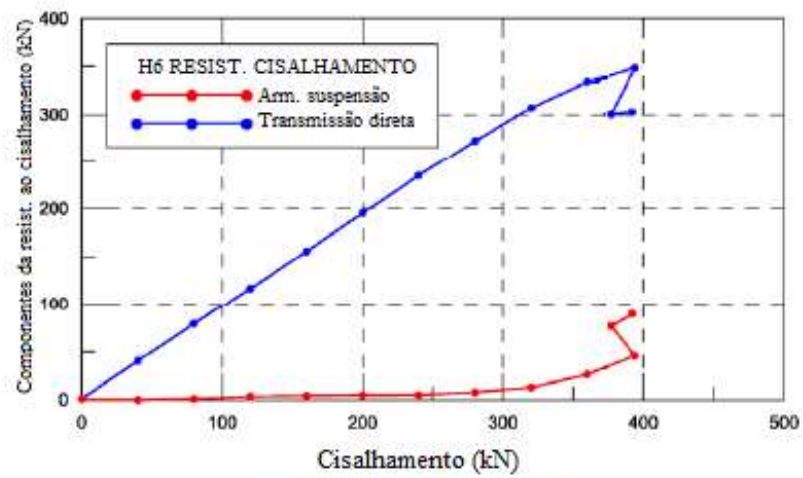
Figura 80 - Fissuração na interface da junta entre as vigas



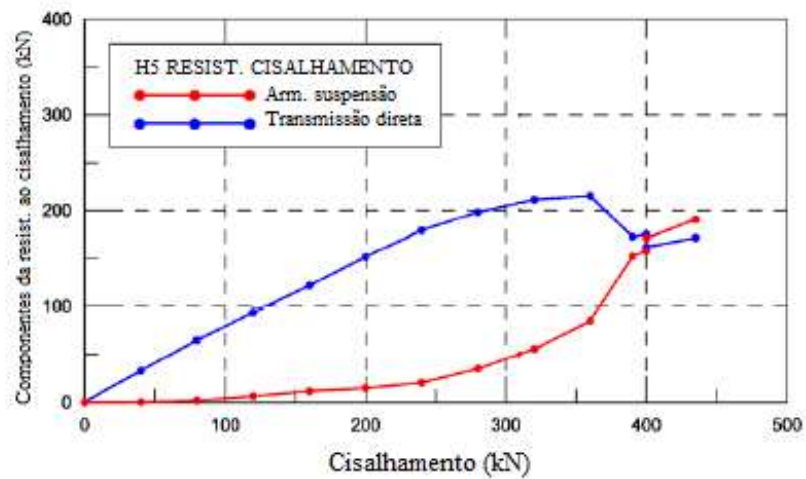
Fonte: Back (2016)

Diante dos dados das cargas suspensas tem-se que o restante da carga foi transferida diretamente por tensões diagonais de compressão da viga apoiada para a viga de suporte. O valor dessa parcela referente à transmissão direta foi determinado pela subtração da força suspensa pela carga total aplicada na interface. A comparação entre os valores da carga suspensa e da transmissão direta são apresentadas na Figura 81.

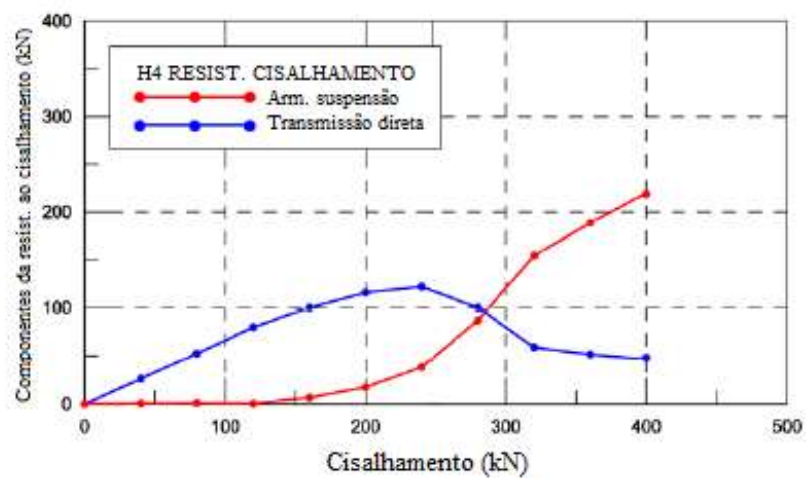
Figura 81 - Comparação entre as forças transmitidas pela armadura de suspensão e pela interface da junta



a) Região da junta de H6



b) Região da junta de H5



c) Região da junta de H4

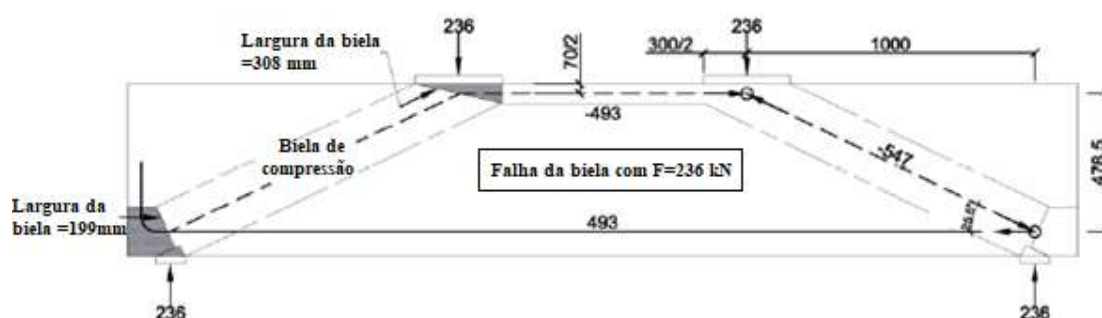
Fonte: adaptado de Baek (2016)

Observa-se que a transmissão direta por compressão diagonal foi muito maior que a transferida pela armadura de suspensão na viga H6 (Figura 81a). Para a viga H4 os dois mecanismos contribuíram de forma similar (Figura 81b), enquanto o cisalhamento transferido pela armadura de suspensão é predominante na viga H4 (Figura 81c). Assim, à medida que a profundidade da viga apoiada for maior que 2/3 da altura da viga de suporte tem-se uma redução na demanda da armadura de suspensão em virtude da transferência direta, de forma que para esses casos a equação para projeto da CSA A23.3-04 se mostrou conservadora.

Por fim, pela norma canadense tem-se que a armadura de suspensão pode ser dispensada caso a tensão média de cisalhamento na interface da viga apoiada não seja superior a  $0.23\lambda\phi_c\sqrt{f'_c}$ . Para o estudo em questão esse limite corresponde as forças transmitidas na junta de 248 kN, 310 kN e 372 kN para H4, H5 e H6, respectivamente. Tem-se que esses valores limites estão próximos às cargas máximas aplicadas que foram de 240 kN, 360 kN e 394 kN.

No estudo foram formulados modelos de bielas e tirantes para as situações de carga direta (viga H0) e carga indireta (vigas H4, H5 e H6) com a finalidade de comparar os resultados obtidos no ensaio com os cálculos dos modelos. Considerando inicialmente o caso de apoio direto, um modelo inicial foi proposto baseado nas recomendações simplificadas da norma canadense CSA A.23.3-04 sendo apresentado na Figura 82.

Figura 82 - Modelo de bielas e tirantes da viga de suporte em carregamento indireto

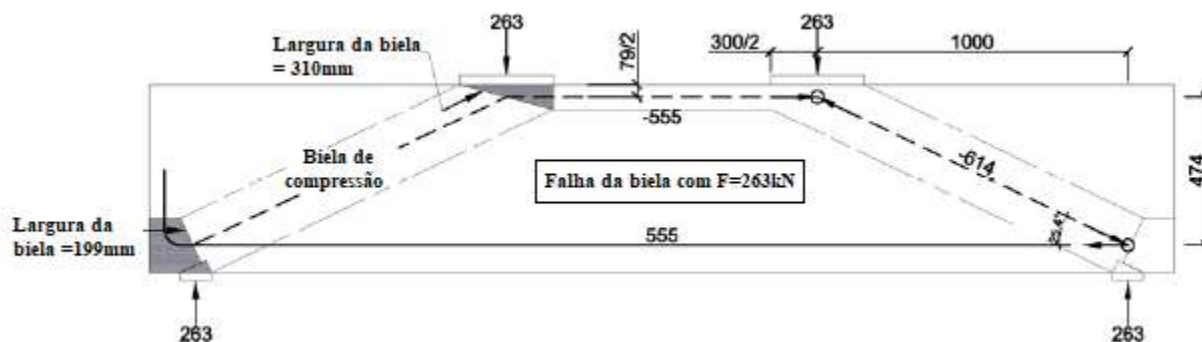


Fonte: adaptado de Baek (2016)

Tem-se nesse caso que a falha é prevista para ocorrer devido esmagamento da biela próxima ao apoio em uma carga de 236 kN. Ao se comparar com o obtido no ensaio para a região de carregamento direto tem-se uma estimativa de aproximadamente metade ao resultado do experimento que foi de 480 kN. O autor considera que essa diferença é dada principalmente pela superestimativa da deformação no tirante cruzando a biela inclinada, além de ignorar o efeito de treliça dos estribos no vão central.

Diante disso se assumiu que a deformação das barras nessa região reduzida pela metade a falha é prevista para uma carga de 263 kN e o modelo idealizado é apresentado na Figura 83.

Figura 83 - Modelo de bielas e tirantes com deformação do tirante reduzido 50%

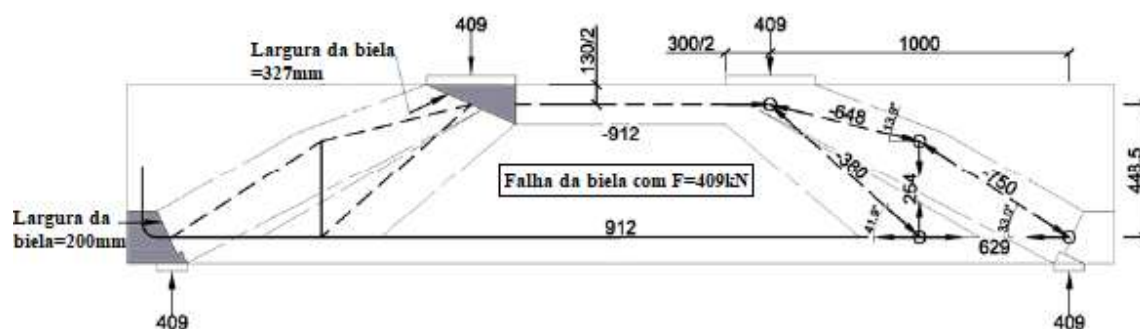


Fonte: adaptado de Baek (2016)

Cabe destacar que esses dois modelos não seriam permitidos de acordo com as indicações da norma brasileira para aplicação dos modelos de bielas e tirantes visto que os ângulos das bielas apresentados nos modelos (modelo 1 de  $25,6^\circ$  e o modelo 2 de  $25,4^\circ$ ) estão abaixo do limite permitido pela ABNT NBR 6118:2014 que é de aproximadamente de  $29,7^\circ$  que corresponde ao ângulo cuja tangente é de 0,57.

Em virtude da limitação dos dois modelos anteriores foi desenvolvido um modelo refinado de bielas e tirantes pela norma CSA A23.3-04 sendo considerado a área total dos estribos presentes no vão central que contribuem para a capacidade de resistência do tirante vertical. O modelo é apresentado na Figura 84 e a falha foi prevista devido ao esmagamento da biela próxima do apoio para uma carga aplicada de 409 kN.

Figura 84 - Modelo refinado de bielas e tirantes da viga de suporte em carregamento indireto



Fonte: adaptado de Baek (2016)

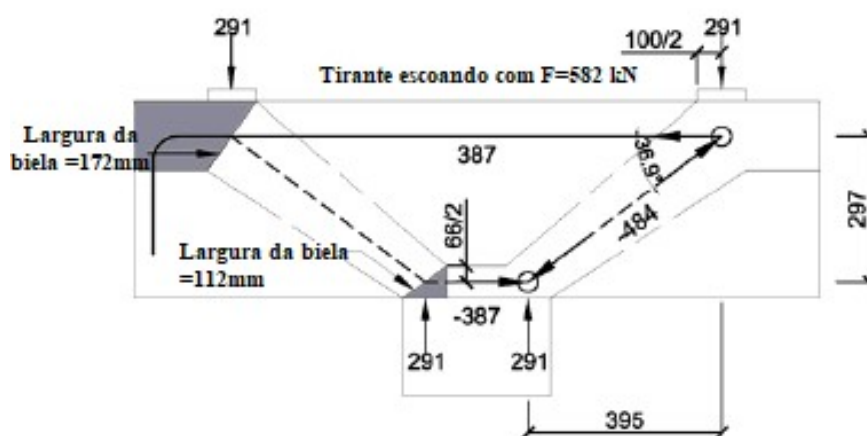
Aplicando as indicações da norma brasileira observa-se valores diferentes nas tensões, por exemplo, no ponto de aplicação das cargas a tensão limite permitida foi de 13,98 MPa enquanto pela norma canadense essa tensão foi de 23,4 MPa. A distinção entre as duas normas se dá pelo fato de que a norma brasileira analisa as bielas da mesma forma que os nós sendo considerado o tipo do nó para o cálculo enquanto a norma canadense considera a inclinação das bielas.

Apesar disso, a falha da viga foi prevista devido ao esmagamento da biela próxima do apoio em ambos os casos sendo para a norma canadense a tensão máxima de 12,5 MPa e pela norma brasileira uma tensão de 13,98 MPa. Dessa forma, pela norma brasileira a falha acontece para uma carga aplicada de aproximadamente 457 kN o que resultou em um resultado mais próximo ao observado no ensaio (480 kN) em comparação com a norma canadense (409 kN).

A resposta da viga de suporte ao carregamento direto foi apresentada acima, sendo necessário para determinar a resposta completa dos corpos de prova o estudo da transferência das cargas da viga apoiada para a viga de suporte usando um modelo de bielas e tirantes. Para observar essa transferência tomou-se a viga H4 como referência,

Considerando a viga H4 como se apoiando diretamente na viga de suporte e de acordo com o modelo simplificado da norma canadense obteve-se o modelo ilustrado na Figura 85.

Figura 85 - Modelo simplificado de bielas e tirantes da viga apoiada



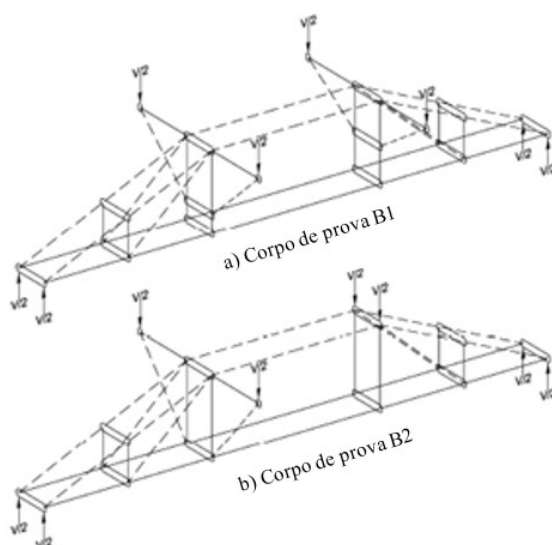
Fonte: adaptado de Baek (2016)

Onde nesse caso o tirante escoaria para uma carga de 582 kN e assim a capacidade da viga apoiada é suficiente para causar a falha na viga de suporte conforme esperado em virtude de se desejar estudar o comportamento da viga de suporte. Pelo projeto de bielas e tirantes da norma brasileira o modelo da Figura 85 escoaria para uma carga de 554 kN que apesar de ser

inferior ao obtido pela norma canadense ainda possui capacidade suficiente para que a falha ocorra na viga de suporte.

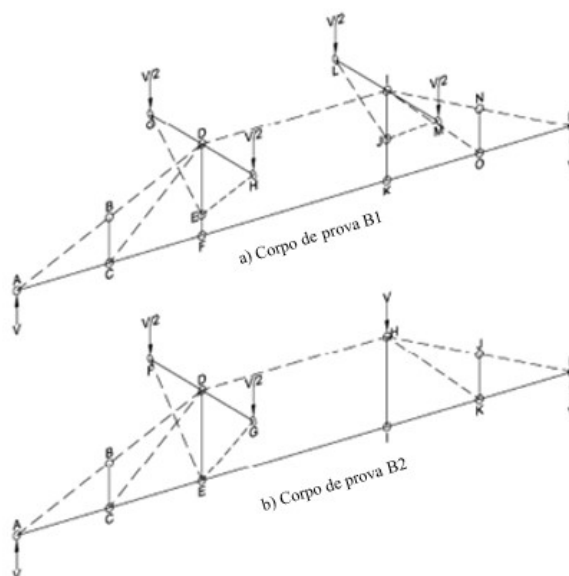
Para análise da estrutura completa se combinou os modelos das bielas e tirantes da viga de suporte com a da viga apoiada resultando em um modelo tridimensional para os corpos de prova B1 e B2 mostrado na Figura 86, podendo ser analisado por um modelo simplificado apresentado na Figura 87.

Figura 86 - Modelo de bielas e tirantes combinado para os corpos de prova



Fonte: adaptado de Baek (2016)

Figura 87 - Modelo simplificado de bielas e tirantes combinado para os corpos de prova



Fonte: adaptado de Baek (2016)

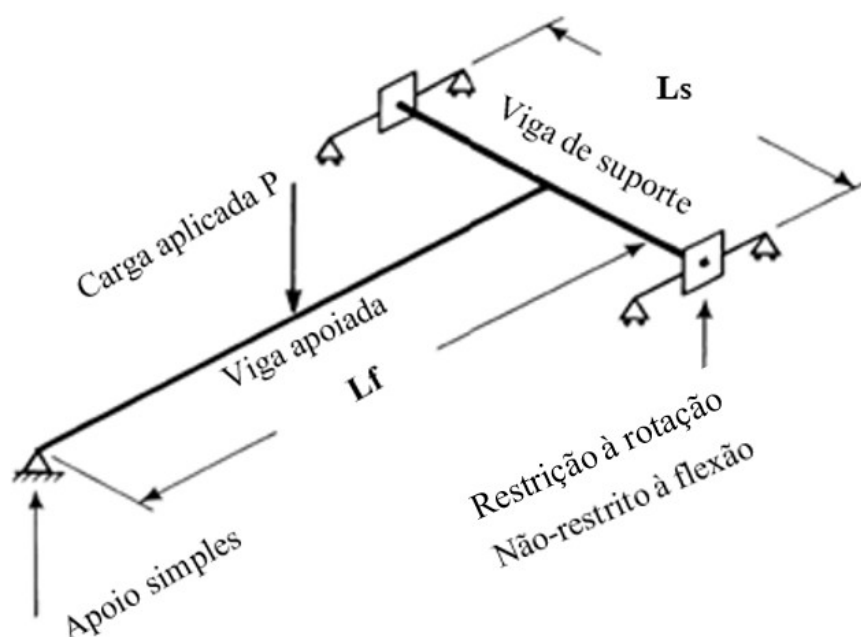


## 4.2 ENSAIOS COM RESTRIÇÃO À ROTAÇÃO

### 4.2.1 Collins e Lampert (1973)

O estudo realizado por Collins e Lampert (1973) tinha como objetivo principal avaliar modelos de projeto para peças submetidas à torção de compatibilidade, sendo escolhida uma estrutura de duas vigas (denominada pelo autor de floor beam-spandrel beam) apresentada na Figura 89.

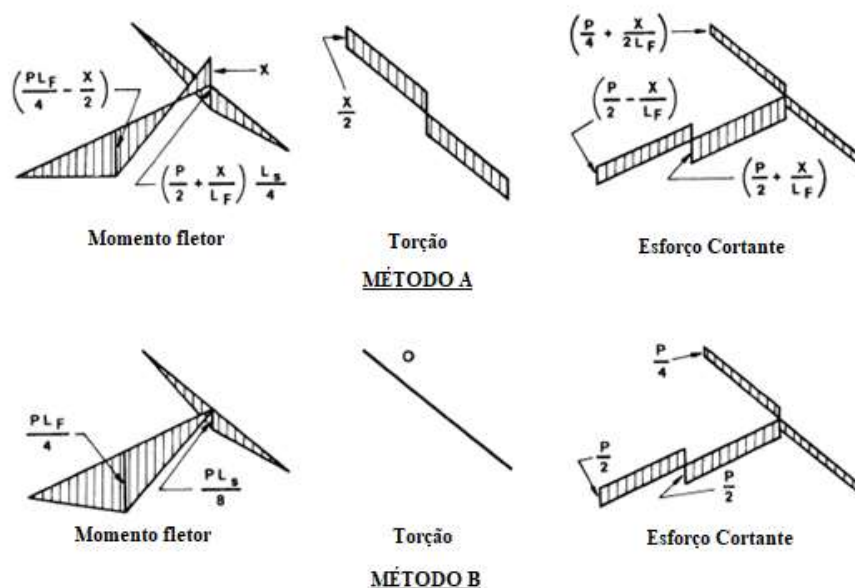
Figura 89 - Esquema estrutural estudado



Fonte: adaptado de Collins e Lampert (1973)

Essa estrutura foi dimensionada por dois modelos: modelo A (dimensionamento convencional em que a viga de suporte estava sujeita à torção de compatibilidade) e o modelo B (dimensionamento considerando que a viga de suporte não apresenta resistência à rotação). Os esquemas de esforços internos para os dois modelos são indicados na Figura 90.

Figura 90 - Distribuição do momento fletor, momento torsor e cisalhamento



Fonte: adaptado de Collins e Lampert (1973)

Dessa forma foram ensaiados seis corpos de prova, sendo os corpos de prova S1 e S3 pelo modelo A e os corpos de prova S2, S4, S5 e S6 pelo modelo B. O resumo com os dados dos corpos de prova está apresentado na Tabela 10.

Tabela 10 - Resumo dos corpos de prova ensaiados

| VIGA | ARMADURA<br>VIGA APOIADA     | ARMADURA<br>VIGA DE SUP.      | MODELO                     | CARGA      | PARÂMETRO                                     |
|------|------------------------------|-------------------------------|----------------------------|------------|-----------------------------------------------|
| S1   | 2 # 5<br># 2 / 7.5"<br>2 # 8 | 2 # 5<br># 3 / 4.25"<br>4 # 5 | A<br>( $EI_g \cdot GK_g$ ) | 37<br>kips | Seção básica<br>$L_f = 15.0'$<br>$L_s = 9.5'$ |
| S2   | 2 # 3<br># 2 / 7.5"<br>3 # 8 | 2 # 3<br># 2 / 6"<br>5 # 4    | B<br>( $GK = 0$ )          | 43<br>Kips | Modelo de<br>projeto                          |
| S3   | 4 # 5<br># 2 / 7.5"<br>6 # 5 | 2 # 5<br># 3 / 5.4"<br>5 # 5  | A<br>( $EI_g \cdot GK_g$ ) | 52<br>kips | Rigidez da viga<br>de suporte                 |
| S4   | 2 # 3<br># 2 / 7.5"<br>3 # 8 | 2 # 3<br># 2 / 6"<br>5 # 4    | B<br>( $GK = 0$ )          | 43<br>kips | Modelo de<br>projeto                          |
| S5   | 2 # 3<br># 2 / 7.5"<br>2 # 8 | 2 # 3<br># 2 / 6"<br>4 # 5    | B<br>( $GK = 0$ )          | 30<br>kips | Porcentagem de<br>armadura                    |
| S6   |                              |                               | B<br>( $GK = 0$ )          | 47<br>kips | Vãos<br>$L_f = 9.5'$<br>$L_s = 15.0'$         |

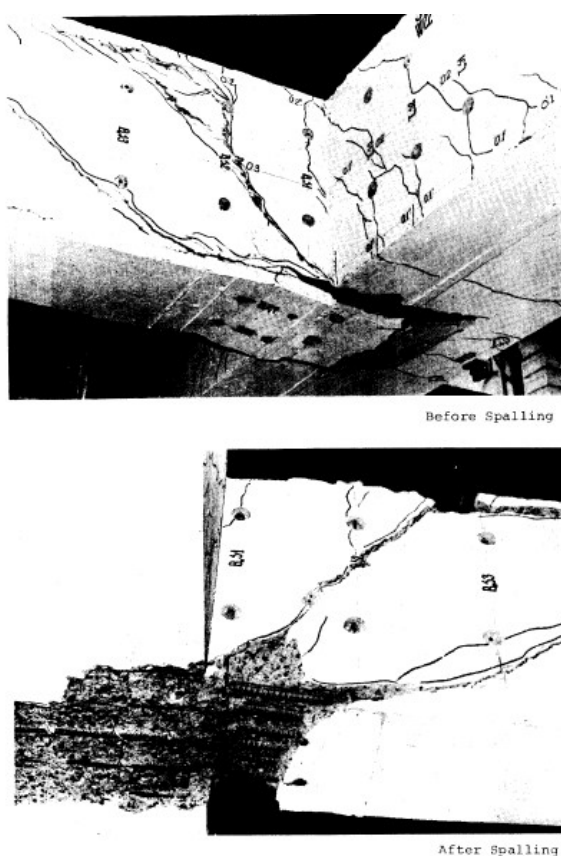
Fonte: Collins e Lampert (1973)

Apesar do foco principal do estudo de Collins e Lampert (1973) ser a análise da distribuição de momentos na fissuração, aqui serão trazidos, principalmente, os resultados observados referentes ao comportamento das estruturas nas juntas de ligação entre as vigas.

Após os ensaios tem-se que os corpos de prova S1, S2, S4 e S5 falharam por esmagamento da zona de compressão do concreto enquanto os corpos de prova S3 e S6 apresentaram falhas nas juntas, onde se observou no caso de S6 que a falha ocorreu em virtude de uma perda de resistência ao cisalhamento na junta.

A junta nos corpos de prova S3 e S6 foi a causa da falha apesar dos cuidados tomados no detalhamento dessas juntas. O projeto dessa região foi de acordo com as recomendações para apoio indireto de Leonhardt (1965) apud Collins e Lumpert (1973), sendo colocada a armadura de suspensão na junta para suspender 100% da carga na viga de suporte, além de dispor as barras longitudinais da viga apoiada (floor beam) acima das barras longitudinais da viga de suporte (spandrel beam). Apesar desses cuidados a falha aconteceu nessa região como pode ser observado para o caso do corpo de prova S3 apresentado na Figura 91.

Figura 91 - Falha da junta no corpo de prova S3



Fonte: Collins e Lampert (1973)

Um aspecto importante a ser observado é o de que o corpo de prova S3 foi dimensionado pelo modelo A enquanto o corpo de prova S4 foi dimensionado pelo modelo B para estabelecer um comparativo. Para o caso do modelo A, a viga apoiada está sujeita a momento fletor negativo na junta e apresenta fissuras de flexão-cisalhamento que penetram a zona de compressão da viga (Figura 91). Diferente do apoio de uma viga contínua, não existem tensões de compressão verticais para ajudar as barras a resistir aos esforços. Além disso, a viga de suporte apresenta momento positivo e assim existem tensões de tração laterais que enfraquecem ainda mais a junta. Esse comportamento da estrutura no modelo A pode ser a explicação para o fato da junta do corpo de prova S3 falhar e a do corpo de prova S4 não.

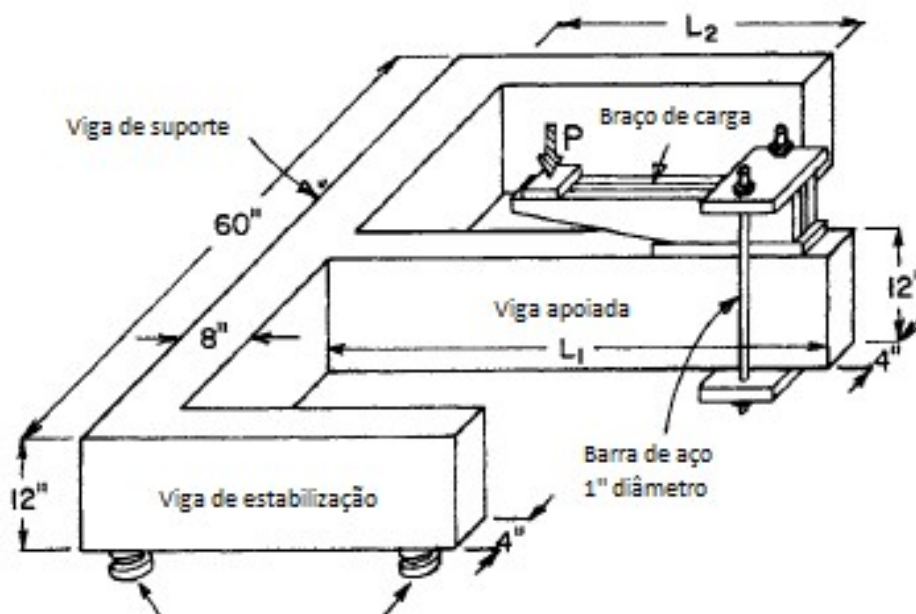
Tem-se que as provisões de projeto foram feitas para suspender a carga apenas na viga de suporte e apenas a armadura usual de cisalhamento foi provida na viga apoiada. De acordo com os autores isso se mostrou inadequado, além de indicar que o fato de posicionar a armadura longitudinal da viga apoiada acima da armadura longitudinal da viga de suporte pode ter permitido que as barras fossem “empurradas pra fora” para uma carga muito mais baixa.

Diante disso os autores sugeriram que seria prático prover uma armadura capaz de suspender 100% da carga em uma região da viga apoiada próxima à junta, além de manter a armadura de suspender 100% da carga na viga de suporte. Entretanto, observa-se que o autor não considerou que o fato de existir a transmissão de momento fletor entre as vigas interfira no comportamento da junta.

#### 4.2.2 Mattock e Shen (1992)

Nesse estudo os autores tinham como objetivo avaliar a eficiência da armadura de suspensão no caso em que a viga apoiada se apoia em um lado da viga de suporte de mesma altura. Os corpos de provas eram grelhas em formato E (Figura 92), onde a viga de suporte apresenta restrição à rotação de forma a criar um momento negativo na viga apoiada na região de encontro.

Figura 92 - Estrutura típica dos corpos de prova ensaiados



Fonte: adaptado de Mattock e Shen (1992)

Os corpos de prova foram dimensionados variando-se a disposição da armadura de suspensão, os esforços cortantes solicitantes e o momento máximo resistente da seção. Os corpos de prova 1 e 4 foram projetados de forma que o esforço cortante na viga apoiada (denominada no experimento como “floor beam”) fosse próximo de  $0.21b_w d \sqrt{f'_c}$  (em MPa). A mesma resistência à flexão foi projetada para o corpo de prova 2, porém em virtude de uma menor relação  $a/d$ , o cisalhamento para esse caso foi próximo do máximo permitido pela norma americana na sua versão de 1989 como de  $0.83b_w d \sqrt{f'_c}$  (em MPa). De forma a manter o valor do cisalhamento na falha corpo de prova 2, o corpo de prova 3 foi dimensionado de forma que sua resistência à flexão fosse o dobro em relação ao corpo de prova 2. Já o corpo de prova 5 foi projetado para que o cisalhamento fosse de  $0.66b_w d \sqrt{f'_c}$  (em MPa) e a resistência a flexão correspondente a esse valor de cisalhamento.

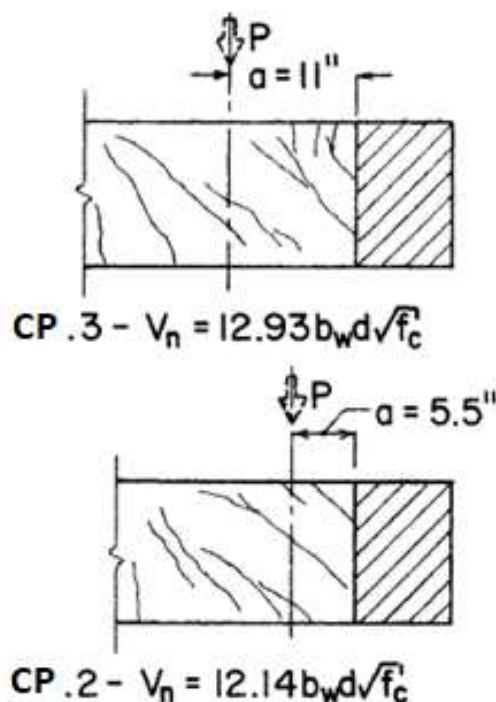
No que diz respeito à armadura de suspensão, em todos os casos foi colocada armadura suficiente para satisfazer as prescrições da norma americana, onde nos corpos de prova 1 e 4 o requisito de armadura mínima governou. Nos corpos de prova 1, 2 e 3 a armadura de suspensão foi disposta adjacente a interface entre as duas vigas, sendo dimensionadas com uma resistência ao escoamento igual ao cisalhamento na falha por flexão da viga apoiada.

No caso dos corpos de prova 4 e 5, o seu dimensionamento foi realizado de acordo com as recomendações para juntas do ACI-ASCE Committe 426, onde se considera que os estribos para suportar todo o cisalhamento transferido da viga apoiada para a viga de suporte devem ser posicionados em uma região de 0.5 vezes a altura da viga para cada lado das vigas, podendo ser dispensada se a tensão for inferior a  $0.25\sqrt{f'_c}$  (em MPa), se  $h_b > h_1/2$ , ou em caso da viga apoiada se apoiar na viga de suporte por sua face inferior. Diante disso, para o corpo de prova 4 não foi colocada armadura de suspensão visto que a tensão máxima na viga apoiada foi inferior a  $0.25\sqrt{f'_c}$  (em Mpa). No corpo de prova 5, todos os estribos na viga de suporte dentro de uma distância de  $d/2$  do eixo para cada lado foram considerados como armadura de suspensão.

Após os ensaios, observou-se que os corpos de prova 1 e 4 se comportaram de forma similar, apesar do fato de que a armadura de suspensão ter sido apenas disposta no corpo de prova 1. Dessa forma, esse comportamento similar mostra que o critério para dispensa do uso de armadura de suspensão é adequado para cargas inferiores a  $0.25b_wd\sqrt{f'_c}$  (em MPa). No caso do corpo de prova 1, a armadura de suspensão não escoou e apenas carregou 35% do cisalhamento na falha. A fissuração diagonal por tração não se desenvolveu nesses corpos de prova e, portanto, o comportamento de treliça não se mostrou significativo.

Nos corpos de prova 2 e 3 o comportamento desejado foi atingido, sendo observado o aparecimento de um padrão de fissuras diagonais por tração (Figura 93) que definem as bielas diagonais de compressão no comportamento de treliça da viga apoiada. Além disso as armaduras de suspensão escoaram antes da falha e carregaram uma carga máxima próxima do cisalhamento no escoamento da armadura longitudinal de flexão.

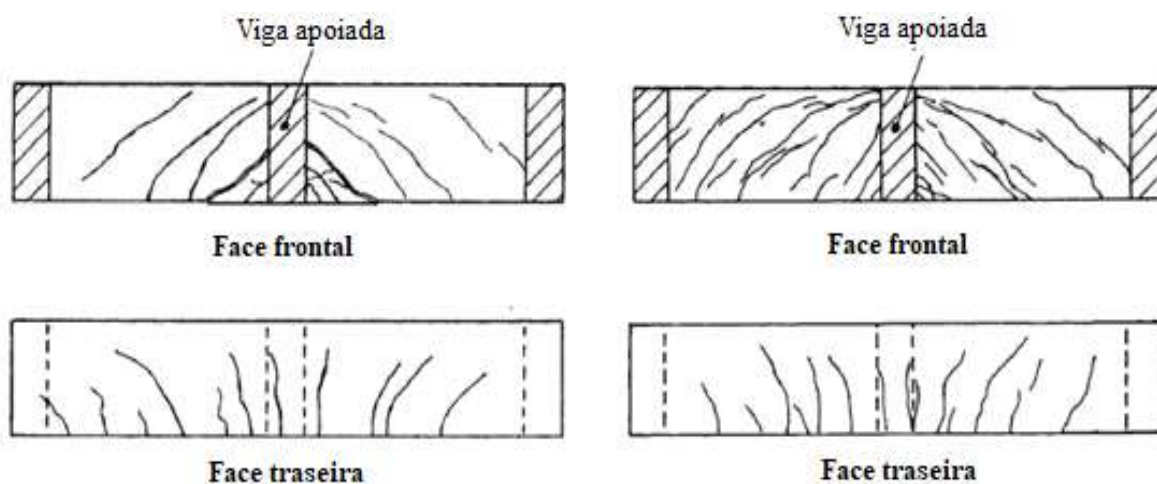
Figura 93 - Padrão de fissuração dos corpos de prova 2 e 3



Fonte: adaptado de Mattock e Shen (1992)

Porém para o corpo de prova 5 o comportamento foi insatisfatório, pois a armadura longitudinal escoou com apenas 55% da carga última projetada e 66% da resistência à flexão calculada. Nesse caso, apenas 57% da carga foi resistida pela armadura de suspensão. Apesar do esquema de fissuração da viga de suporte do corpo de prova (Figura 94a) ser bem similar do apresentado no corpo de prova 2 (figura 94b), a armadura de suspensão não proveu suporte suficiente da parte inferior da viga de suporte na interseção das vigas.

Figura 94 - Padrão de fissuração da viga de suporte nos corpos de prova 5 e 2



Fonte: adaptado de Mattock e Shen (1992)

Conforme descrito anteriormente, a combinação entre o cisalhamento e o torque na viga de suporte na face traseira (“rear face”) atuam em sentido contrário entre si. O esquema de fissuração observada na Figura 94a indica a presença de fissuras por flexão, de forma que a perna do estribo não foi cortada por fissura e assim não atuou como armadura de suspensão. Pode se notar que o esquema de fissuração observado na Figura 94a é similar ao sugerido na Figura 15 para o caso da atuação do momento torsor combinado com o cortante.

Com isso, apenas a perna interna atua como armadura de suspensão o que pode explicar a falha dessa região com o descolamento da região inferior da região de ligação em virtude da armadura de suspensão não ser suficiente para suspender toda a carga aplicada. No caso do corpo de prova 2 não se observou o mesmo comportamento, visto que a armadura foi disposta na interface da ligação entre as vigas. Então, a partir desse exemplo se observa a necessidade de uma maior atenção no dimensionamento da armadura de suspensão para casos em que existe a presença de torção na viga de suporte.

## 5 RECOMENDAÇÕES PARA DETALHAMENTO

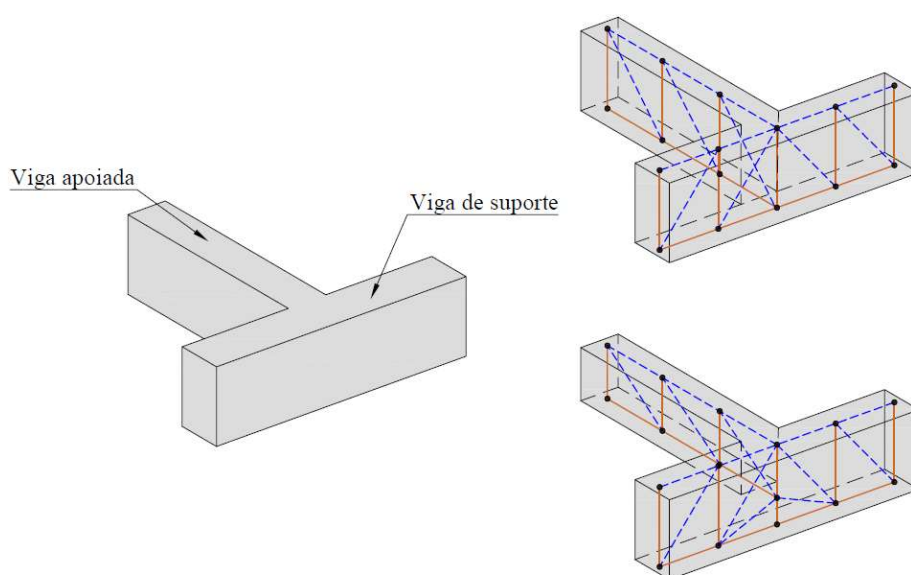
Nesse capítulo serão apresentadas algumas discussões complementares aos tópicos de avaliação no assunto sendo então indicadas as recomendações para projeto baseado nas recomendações das normas e resultados experimentais.

### Utilização de modelos de bielas e tirantes

Por se tratar de uma região de descontinuidade os apoios indiretos podem ser projetados a partir de modelos e bielas e tirantes, sendo recomendado pelas normas. Por exemplo a norma canadense CSA A23.3-04 recomenda a utilização do modelo de bielas e tirantes para o dimensionamento do tirante de suspensão permitindo o uso da Equação 3.3 em casos em que o fundo da viga apoiada não é situado abaixo do fundo da viga de suporte.

Modelos de bielas e tirantes para dois casos de apoios indiretos são apresentados na Figura 95, sendo o primeiro o caso comum em que vigas de mesma altura se cruzam e um segundo caso com a viga apoiada com altura inferior à viga de suporte onde se observa as bielas na viga de suporte que permitem a redução da carga a ser suspensa pelo tirante.

Figura 95 - Modelos de bielas e tirantes para apoios indiretos



Fonte: Elaboração própria

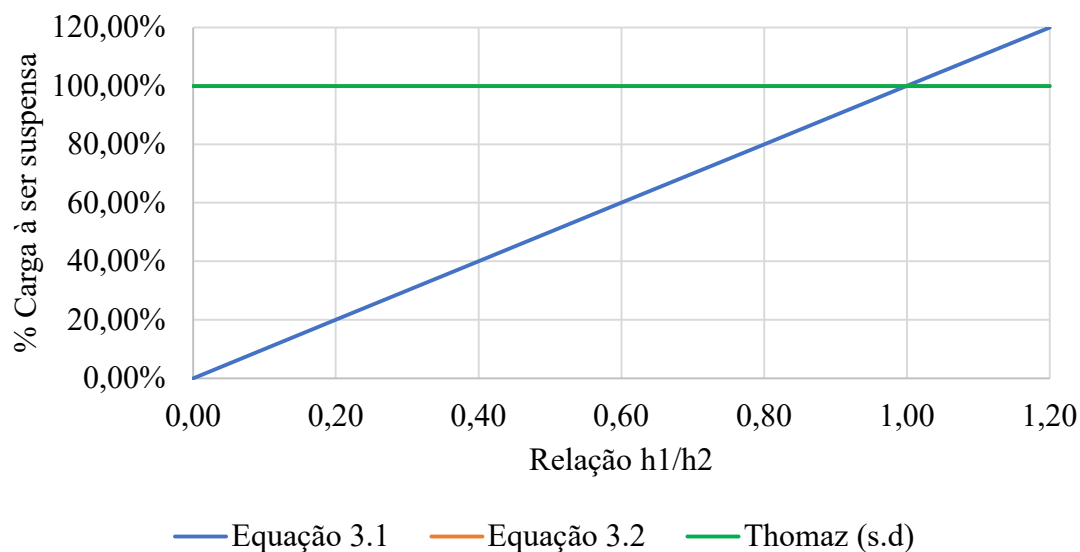
Pelo estudo realizado por Baek (2016) observou-se que o modelo de bielas e tirantes apesar de apresentar uma estimativa conservadora quando comparada com o resultado experimental representa adequadamente o comportamento da zona de ligação entre vigas, um ponto a ser considerado é o de que existem diversos modelos que podem ser utilizados para representar uma mesma situação, mas que vão indicar resistências diferentes devendo então um estudo aprofundado para otimização do modelo. Com isso pode se notar a importância da concepção adequada do modelo de bielas e tirantes e assim se mostram necessários estudos para desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes apropriados para diversas situações de apoios indiretos, conforme o próprio Baek (2016) sugere.

### **Carga a ser suspensa**

Tem-se que de forma preferencial deve-se optar pela adoção de uma análise por um modelo de bielas e tirantes, porém de forma a simplificar o projeto, Leonhardt e Mönnig (1978) e Wight (2015) propõem equações que permitem o cálculo da carga a ser suspensa, sendo essas expressões indicadas nas Equações 3.1 e 3.2 respectivamente.

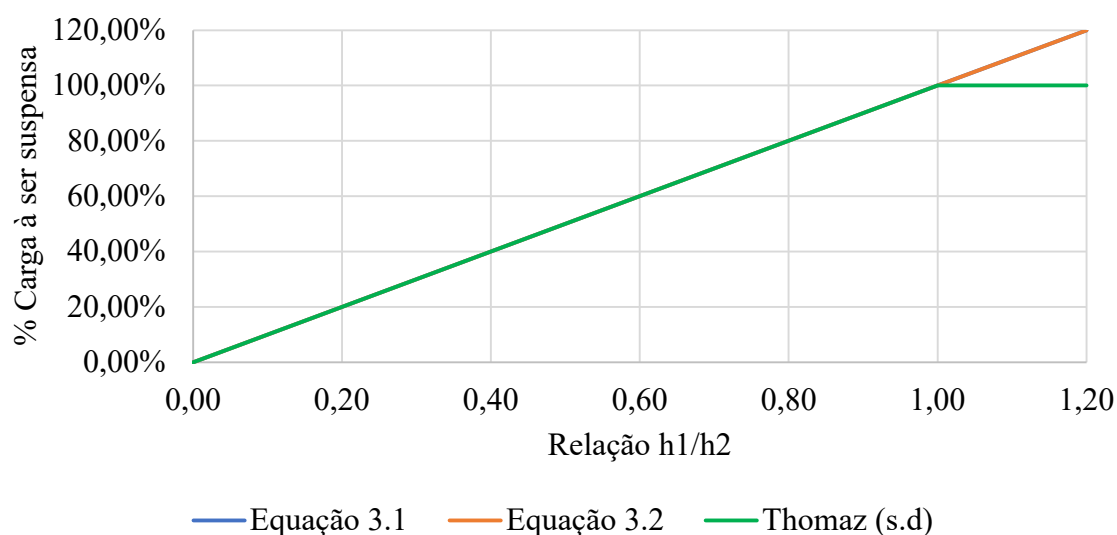
Para um melhor entendimento das equações se faz necessária retomar a definição das expressões “apoio por cima” e “apoio por baixo”. Tem-se que o “apoio por cima” consiste em uma situação de apoio indireto, onde a superfície superior das vigas apoiadas e de suporte coincidem. Já o “apoio por baixo” consiste em uma situação de apoio indireto, onde a superfície inferior das vigas apoiadas e de suporte coincidem.

De forma a calcular a carga a ser suspensa observa-se que a Equação 3.1 apresenta limitações, subestimando as cargas para o caso de apoio por baixo e superestimando para vigas apoiadas com altura superior à viga de suporte. O comportamento de subestimativa para o caso de apoio por baixo pode ser observado na Figura 96, onde a linha verde corresponde ao comportamento adequado e a linha azul corresponde à expressão da Equação 3.1. Nesse caso tem-se que os valores obtidos pela equação são inferiores até a relação  $h_1/h_2$  ser igual a 1, onde após esse ponto passa a apresentar valores superiores.

Figura 96 - Relação entre  $h_1/h_2$  e carga a ser suspensa - Apoio por baixo

Fonte: Elaboração própria

No que diz respeito ao apoio por cima, pode se notar que a partir do valor de  $h_1/h_2$  de 1, a Equação 3.1 superestima a carga a ser suspensa (Figura 97), que apesar de serem situações mais difíceis de ocorrer na prática de projetos, ocasiona superdimensionamento das armaduras das vigas.

Figura 97 - Relação entre  $h_1/h_2$  e carga a ser suspensa - Apoio por cima

Fonte: Elaboração própria

A Equação 3.2 apresenta comportamento mais adequado para situações na situação com apoio por baixo, com sua linha se igualando a da recomendação de Thomaz (s.d) na Figura 96, além de apresentar as mesmas limitações da Equação 3.1 para casos com apoio por cima.

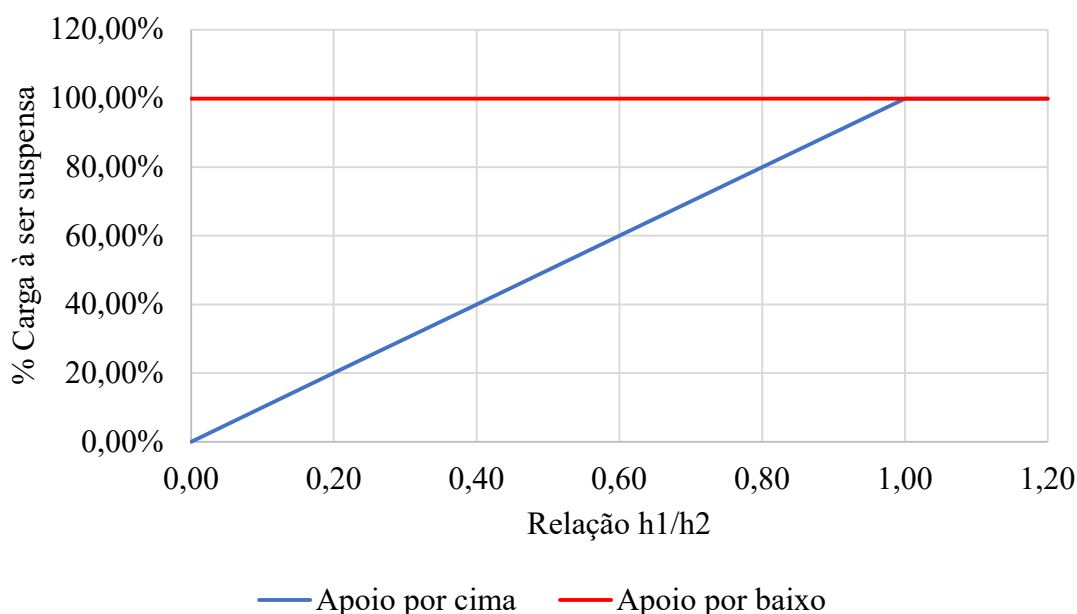
Diante do observado é necessária a adoção da seguinte restrição:

$$A_s = \left(1 - \frac{h_b}{h_2}\right) \frac{V_{u1}}{f_{yd}}, \text{ para } h_1 \leq h_2$$

$$A_s = \frac{V_{u1}}{f_{yd}}, \text{ para } h_1 > h_2$$
(5.1)

Na Figura 98 pode se observar o comportamento das sugestões apresentadas, onde a linha azul representa os casos de apoio por cima, a linha vermelha representa os casos de apoio por baixo e as situações intermediárias, que não se enquadram em apoio por cima ou por baixo, estão contidas entre essas duas linhas.

Figura 98 - Relação entre  $h_1/h_2$  e carga a ser suspensa



Fonte: Elaboração própria

Nos corpos de prova estudados por Baek (2016) notou-se que as cargas suspensas pelas armaduras foram inferiores às calculadas pelas equações em virtude, de acordo com o autor, de uma transferência da carga por toda a altura da viga através da transferência de tensões de compressão que acarreta um alívio da carga transferida pela armadura. No atual momento do conhecimento acerca do assunto não se entende qual a parcela transferida diretamente por compressão ao longo da altura, de maneira que em virtude da segurança da estrutura se recomenda a utilização da Equação 5.1 que é conservadora.

O que se pode indicar é que a critério e responsabilidade do projetista essa carga pode ser reduzida em virtude dessa característica. Nota-se que no estudo de Baek (2016) para relação entre a altura da viga apoiada e de suporte de 4/6 se obteve um resultado apenas 12% menor do

previsto, para a relação 5/6 um valor 46% menor que o previsto sendo destacável apenas o caso para relação 6/6 sendo obtido um valor de apenas 20% do valor obtido pela Equação 3.2, conforme apresentado na Figura 79. Em virtude da baixa amostragem em que esse comportamento foi observado, são necessários mais estudos focados nessa consideração para uma adequada utilização dessa redução e futura aplicação em normas de dimensionamento de estruturas de concreto.

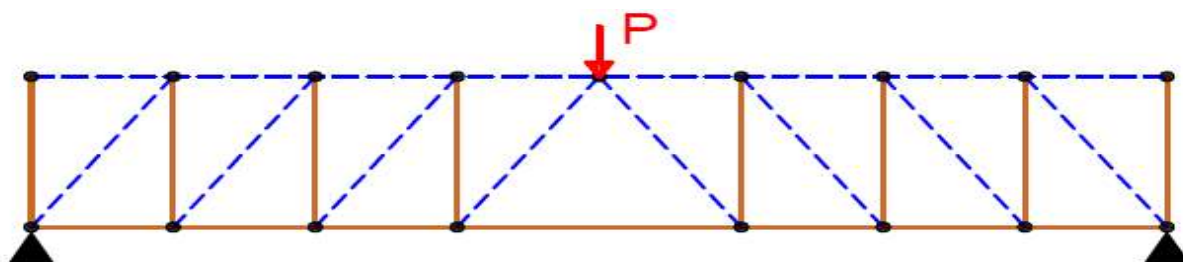
### Adição ou não à armadura de cisalhamento

Esse é um dos pontos de principal atenção visto que em caso de superposição de armaduras pode ocorrer um congestionamento de armaduras na região de interseção, e caso não seja considerada essa superposição pode ocasionar a fragilidade da seção. Leonhardt e Monnig (1978) defendem que se adote o maior dos valores entre a armadura de suspensão e a armadura de cisalhamento necessária, porém Bastos (2015) e as normas CSA A23.3-04, ACI 318-19, ACI 314R-16, BS EN 1992-1-1:2004, AS 3600 Supplement 1:2014, GB 50010: 2010 consideram que é necessária a sobreposição das armaduras.

Pelo modelo de bielas e tirantes formulado por Mattock e Shen (1992) observa-se que à medida que a carga é aplicada na parte inferior se faz necessária a presença de um tirante que suspenda a carga transferida pela viga apoiada. De forma a observar esse comportamento pode-se tomar uma treliça com carga aplicada no centro do seu vão em duas situações: a primeira, se considera a carga aplicada na face superior e a segunda com carga aplicada na face inferior.

Observou-se que para a primeira situação (carregamento direto) o tirante na região de aplicação da carga não apresentou esforço axial podendo então ser desconsiderado para o equilíbrio da região tendo o esquema da sua estrutura apresentado na Figura 99.

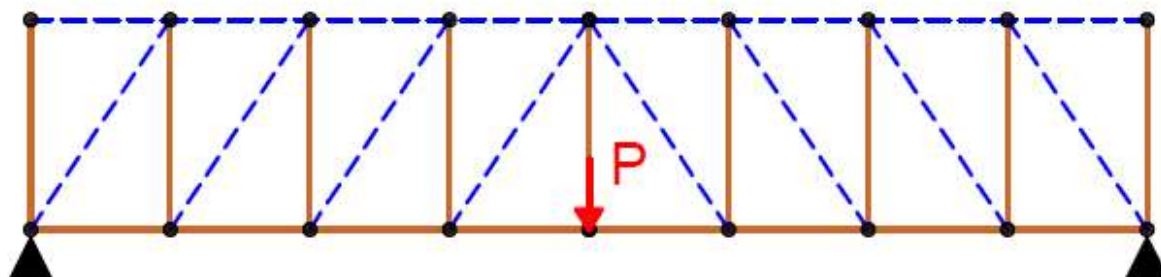
Figura 99 - Modelo de bielas e tirantes para viga bi-apoiada com força centrada aplicada na face superior



Fonte: Elaboração própria

Quando se toma a segunda situação (carregamento indireto) notou-se que o tirante é carregado justamente com o valor da carga aplicada o que indica que ele atua suspendendo 100% da carga aplicada e consequentemente é necessária sua presença para equilíbrio da região, sendo observado o esquema da estrutura na Figura 100.

Figura 100 - Modelo de bielas e tirantes para viga bi-apoiada com força centrada aplicada na face inferior



Fonte: Elaboração própria

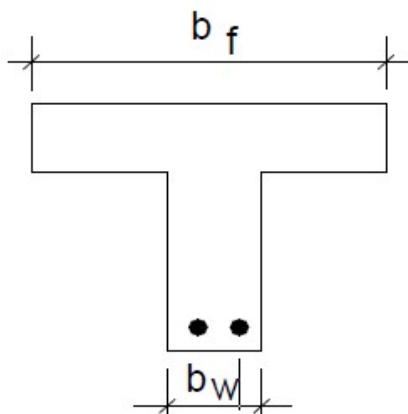
Diante disso e associado ao atual conhecimento referente ao comportamento das zonas de ligação é recomendado a superposição das armaduras de suspensão e cisalhamento, devendo ser dobrada a atenção no congestionamento de armaduras sendo observadas as limitações impostas pelas normas para taxa de armadura de cisalhamento bem como limitações de espaçamento para uma vibração adequada do concreto da peça.

### Dispensa da armadura de suspensão

Em elementos de concreto armado que estão sujeitos a forças cortantes, além do modelo da treliça existem outros mecanismos resistentes alternativos que transferem as tensões internas de uma seção transversal à outra (GIONGO,2011). O efeito de arco e o engrenamento dos agregados são dois exemplos desses mecanismos, onde tais mecanismos são considerados na ABNT NBR 6118:2014 por uma parcela adicional definida na norma como  $V_c$ .

Fusco (1984) apud Giongo (2011) comenta que apenas em casos de vigas de alma muito fina ( $b_w/b_f = 1/6$ , representadas na Figura 101) o esquema de treliça é mobilizado no início de aplicação de fissurações, de forma que nas demais vigas preliminarmente atuam os esquemas resistentes alternativos, cuja contribuição diminui progressivamente à medida que ocorre a fissuração da peça.

Figura 101 - Seção transversal de viga em T



Fonte: Fusco (1984) apud Giongo (2011)

Nos ensaios de Mattock e Shen (1992) onde foi simulada uma situação em que não se dispôs de armadura de suspensão, observou-se que as tensões não desenvolveram de forma significativa o mecanismo de treliça, indicando assim que a transferência de tensões ocorreu por outros mecanismos e não se mostrou necessária a presença da armadura de suspensão.

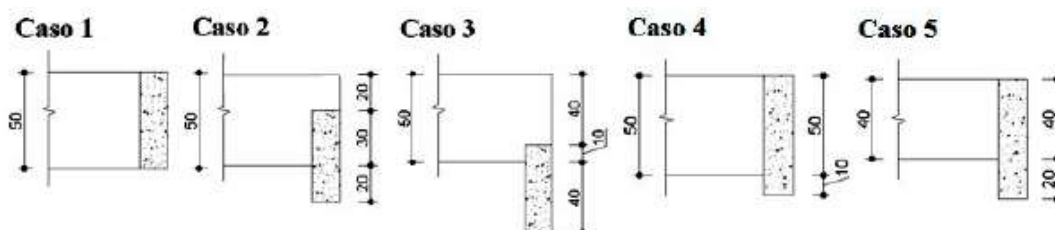
Dessa forma, a norma canadense CSA A23.3-04 na Equação 5.2 assim como Mattock e Shen (1992) e Wight (2015) pela Equação 5.3 indicam a possibilidade de dispensa da armadura de suspensão atribuindo uma tensão limite ( $\tau_{lim}$ ) na interface entre as vigas.

$$\tau_{lim} = 0.23\lambda\phi_c\sqrt{f'_c} \quad (5.2)$$

$$\tau_{lim} = 0.25\sqrt{f'_c} \quad (5.3)$$

Pereira et al. (2020) apresenta casos de apoios indiretos para avaliar as tensões limites indicados por Mattock e Shen (1992) e pela norma canadense que coincide com a sugestão de Wight (2015). Os esquemas dos casos são apresentados na Figura 102, onde a viga hachurada corresponde à viga apoiada, e os resultados dos casos são apresentados na Tabela 11.

Figura 102 - Situações de apoio analisadas por Pereira et al. (2020)



Fonte: Pereira et al. (2018) apud Pereira et al. (2020)

Tabela 11 - Valores de tensão cisalhante na interface da viga apoiada e limites

| <b>Caso</b> | <b>b<br/>(cm)</b> | <b>h<br/>(cm)</b> | <b><math>\tau_d</math><br/>(MPa)</b> | <b>CSA A.23.3-04<br/>(MPa)</b> | <b>Mattock e Shen (1992)<br/>(MPa)</b> |
|-------------|-------------------|-------------------|--------------------------------------|--------------------------------|----------------------------------------|
| 1           | 15,00             | 50,00             | 1,15                                 | 0,85                           | 1,43                                   |
| 2           | 15,00             | 50,00             | 1,15                                 | 0,85                           | 1,43                                   |
| 3           | 15,00             | 50,00             | 1,15                                 | 0,85                           | 1,43                                   |
| 4           | 15,00             | 50,00             | 1,16                                 | 0,85                           | 1,43                                   |
| 5           | 15,00             | 40,00             | 1,38                                 | 0,85                           | 1,43                                   |

Fonte: Pereira et al., 2020

Importa destacar que a análise desse critério pela norma canadense só é permitida para situações em que as superfícies superiores das vigas coincidem, de forma que por essa consideração apenas os casos 1 e 5 permitiriam essa análise. Mesmo assim, pode se observar que o limite da norma canadense foi ultrapassado em todos os casos, porém para o limite de Mattock e Shen (1992) nenhum dos casos necessitaria de armadura de suspensão.

Tem-se que a expressão indicada por Mattock e Shen (1992) é mais abrangente por permitir tensões maiores na interface e mesmo assim dispensar a armadura de suspensão, mas tem-se que ela foi observada apenas em um corpo de prova de maneira que a critério de segurança a adoção de um critério mais conservador como o apresentado pela norma canadense é o mais recomendado.

Para a aplicação da indicação de Mattock e Shen (1992) possa ser utilizada de forma mais confiável se recomenda ensaios experimentais para diferentes configurações de apoios indiretos resultando assim em mais resultados para comprovar a eficácia dessa limitação.

Para a utilização da Equação 5.2 de acordo com a norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 se faz necessária a conversão da resistência  $f'_c$  da norma canadense para a resistência  $f_{ck}$ . Considerando um desvio padrão da resistência a compressão de 3 MPa, Souza e Bittencourt (2003) apresentam uma expressão que relaciona os dois fatores sendo esta expressa na Equação 5.4.

$$f'_c = f_{ck} - 2,04 \quad (5.4)$$

Substituindo a Equação 5.4 na Equação 5.2 tem-se que a tensão limite para aplicação da norma brasileira é apresentada na Equação 5.5:

$$\tau_{lim} = 0,23\lambda\phi_c\sqrt{f_{ck} - 2,04} \quad (5.5)$$

Conforme indicado anteriormente  $\lambda$  é um fator para considerar concreto de baixa densidade sendo 1 para concretos de densidade normal e o fator  $\phi_c$  sendo assumido de 0,65 visto que não apresenta correspondente na norma brasileira. Substituindo esses dois valores na Equação 5.5 obtêm-se a Equação 5.6 que representa o limite de tensão para dispensa de armadura a ser aplicada em projetos realizados com concretos de densidade normal de acordo com a norma brasileira. De acordo com a norma canadense CSA A23.3-04 os concretos de densidade normal apresentam densidade superior a 2150kg/m<sup>3</sup> devendo ser adicionada essa restrição visto que para ABNT NBR 8953:2015 concretos estruturais de densidade normal apresentam densidade superior a 2000kg/m<sup>3</sup>.

$$\tau_{lim} = 0,15\sqrt{f_{ck} - 2,04} \quad (5.6)$$

### Região de disposição

De forma geral a recomendação da norma australiana é a mais conservadora por apenas permitir a distribuição na zona de ligação, mas que pode acarretar problemas de congestionamento de armaduras em virtude da superposição com a armadura de cisalhamento. Em contrapartida, a norma chinesa GB 50010:2010 é a que apresenta as maiores regiões de distribuição.

As demais recomendações se situam em regiões intermediárias e observando as expressões tem-se que não se tem concordância entre as disposições indicadas pelas normas e pelos autores. Cabe destacar por exemplo o fato da distribuição da armadura poder ser realizada na viga apoiada indicada pela norma ACI C314R-16, pela norma Europeia BS EN 1992-1-1:2004, Leonhardt e Mönnig (1978), Wight (2015) enquanto que a norma chinesa GB 50010:2010, a australiana AS 3600 Supplement 1:2014 e a canadense CSA A23.3-04 não o permitem.

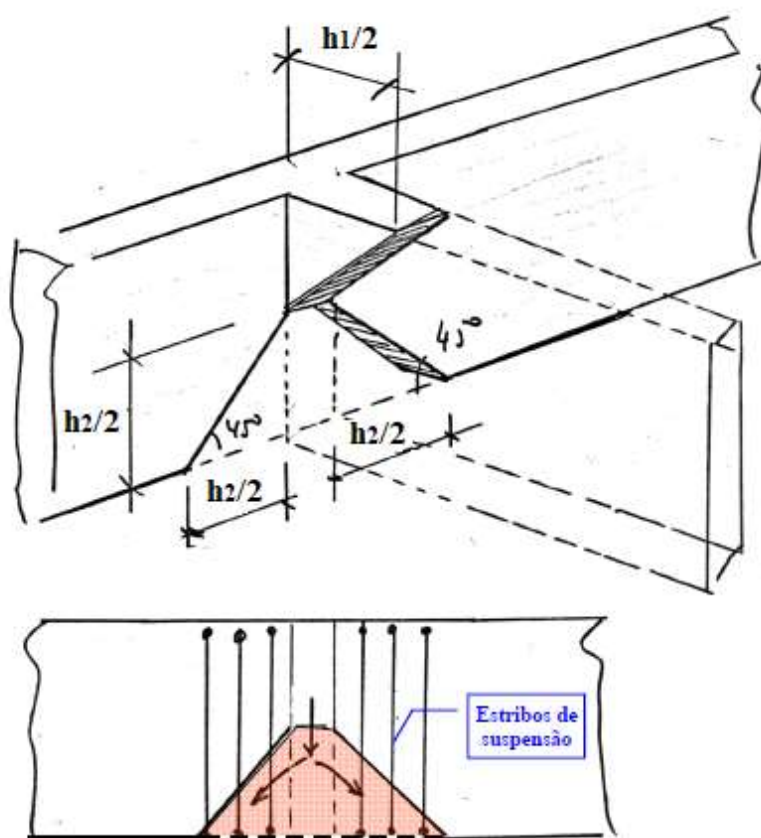
Dentro do contexto das que permitem a armadura na viga apoiada ainda se tem que apenas a ACI C314R-16 retrata a proporção da armadura que possa ser disposta nessa região, enquanto as demais deixam esse fator a critério do projetista.

Um caso peculiar acontece na norma canadense em que os estribos para suspensão não podem ser distribuídos por toda largura da viga de suporte. Essa consideração pode ser

observada na Figura 32, em que a fissura assumida com inclinação de  $45^\circ$  não solidariza os estribos que porventura estiverem posicionados na face posterior da viga de suporte.

Thomaz (s.d) explica que a zona de distribuição parte do pressuposto de vigas com mesma altura em que as fissuras de  $45^\circ$  partem da metade da altura da viga apoiada permitindo uma região de distribuição na viga de suporte e na viga apoiada como pode ser observado na Figura 103.

Figura 103 - Região de distribuição da armadura de suspensão



Fonte: adaptado de Thomaz (s.d)

Partindo dessa consideração vale apontar que a recomendação de Thomaz (s.d) não leva em consideração vigas apoiadas com altura inferior à da viga de suporte indicando assim uma região interrompida. Para melhor visualizar essa recomendação toma-se por exemplo uma viga apoiada de 30,00cm de altura e uma viga suporte de 50,00cm de altura, ambas com 20,00cm de largura e superfície superior coincidente.

Considerando a formação dos planos de  $45^\circ$  nessa situação tem-se uma região de distribuição com largura total de 90,00cm enquanto pelas recomendações de Thomaz (s.d) a zona de distribuição teria largura de 70,00cm, representando assim uma zona 22,2% menor.

Apesar de resultar em uma região mais conservadora tem-se que a recomendação não se abrange para todos os casos de apoios indiretos.

Leonhardt e Mönnig (1978) apresenta indicação similar à de Thomaz (s.d) mas considera que os planos de  $45^\circ$  se espalham do eixo da interseção das vigas e não das faces externas da viga apoiada como pode ser visto na Figura 103.

Assim como Thomaz (s.d), a norma canadense CSA A23.3-04 também considera a inclinação de  $45^\circ$ , porém indica que as fissuras partem de uma altura de  $h/4$  acima do fundo da viga apoiada como pode ser visto na Figura 32. Em contrapartida a norma considera a diferença de alturas entre as vigas na determinação da sua região de distribuição e não permite armadura na viga apoiada.

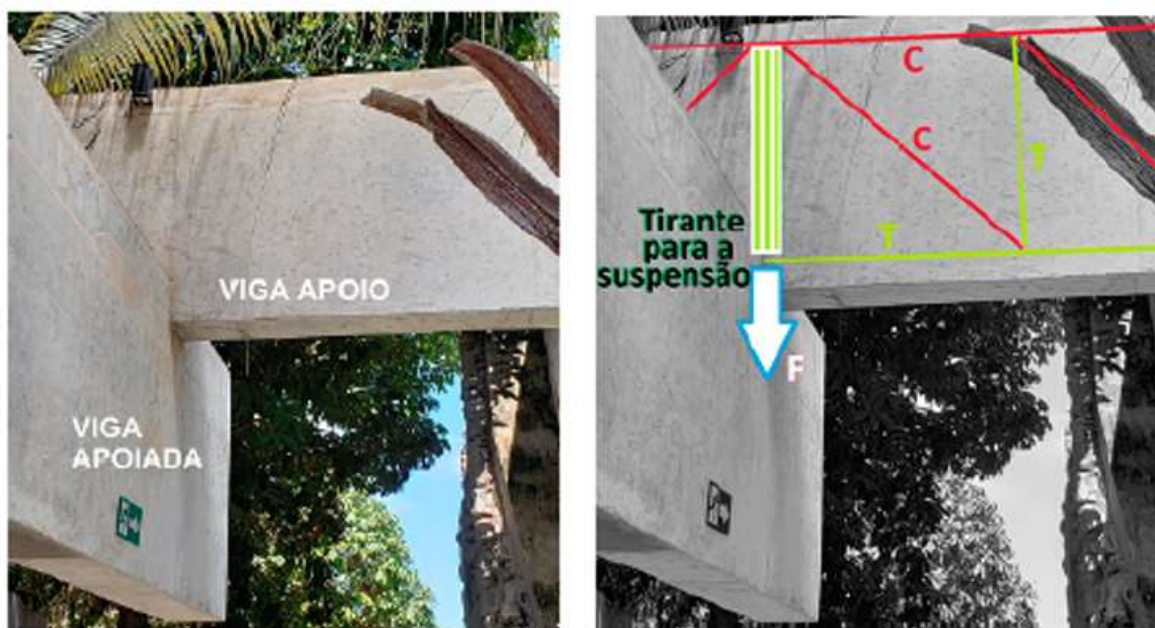
No experimento realizado por Ribeiro (1999) que comparou as recomendações de Reineck (1996) apud Ribeiro (1999) (armadura disposta na zona de interseção) com as de Leonhardt (1992) apud Ribeiro (1999) observou-se que o arranjo seguindo o proposto por Leonhardt apesar de falhar para uma mesma carga apresentou uma flexão 110,5% maior além do descolamento em forma de pirâmide na região de ligação conforme apresentado anteriormente na Figura 54.

Cabe destacar que apesar de em determinadas circunstâncias a consideração da norma canadense se assemelhar às recomendações de Leonhardt, tem-se que na situação estudada por Ribeiro (1999) a região pela norma canadense seria bem similar à indicada por Reineck, apresentando assim um melhor comportamento ao se comparar às recomendações de Leonhardt.

No estudo de Baek (2016) foram ensaiados corpos de prova com diferentes alturas em relação à viga de suporte seguindo as recomendações da norma canadense e segundo o autor as considerações da norma se mostraram adequadas para todos os casos.

Por fim vale destacar os casos das vigas penduradas em que a face inferior da viga apoiada está situada abaixo da viga de suporte (Figura 104a). Na Figura 104b pode-se observar o esquema de treliça na viga de apoio com a presença do tirante para suspensão da carga F. Partindo da consideração da irradiação de planos de  $45^\circ$  para definição da zona de distribuição tem-se que nessas situações apenas a zona de interseção entre as vigas pode ser considerada.

Figura 104 - Situação de viga apoiada abaixo da viga de suporte



Fonte: PEREIRA et.al (2020)

Nesse sentido as recomendações como a de Leonhardt e Mönnig (1978), GB 50010:2010, BS EN 1992-1-1:2004 não podem ser aplicadas diretamente pois resultam em regiões maiores que a zona de ligação.

Diante disso tem-se que a recomendação da norma canadense se mostrou adequada apesar de não considerar a disposição da armadura de suspensão na viga apoiada, sendo assim indicada para aplicação nos projetos. Nota-se que a norma canadense pelo conceito dos planos de distribuição da Figura 32 atende aos casos de vigas penduradas de forma que apenas se faz necessário destacar a restrição da zona de ligação para distribuição da armadura de suspensão para evitar erros que possam acontecer pela aplicação direta das equações.

Um ponto a se destacar é a possibilidade da largura da zona de distribuição ser inferior à largura da viga de suporte em que a norma canadense é a única a considerar. Apesar disso, devido o esquema de treliça, se assume que a carga é aplicada no centro da viga de suporte de forma que a carga se distribui por toda largura da viga de suporte permitindo assim uma maior área de distribuição. Nos estudos realizados por Mattock e Shen (1992), e Ribeiro (1999) a consideração da largura total se mostrou adequada sendo assim a melhor sugestão para casos em que não existe a atuação de momento torsor, onde para essa última situação se tem uma particularidade em virtude da sobreposição entre o cisalhamento da torção e da força cortante que é discutida posteriormente.

### **Arranjo e ancoragem da armadura longitudinal**

Pesquisadores como Wight (2015), Fusco (2013), e Gertsenchein (1978) apud Giongo (2011) além das normas ACI 314R-16 e AS 3600 Supplement 1:2014 recomendam que a armadura longitudinal do banzo inferior da viga deve ser disposta sobre a armadura do banzo superior conforme pode ser observado nas Figuras 28 e 29 apresentadas anteriormente.

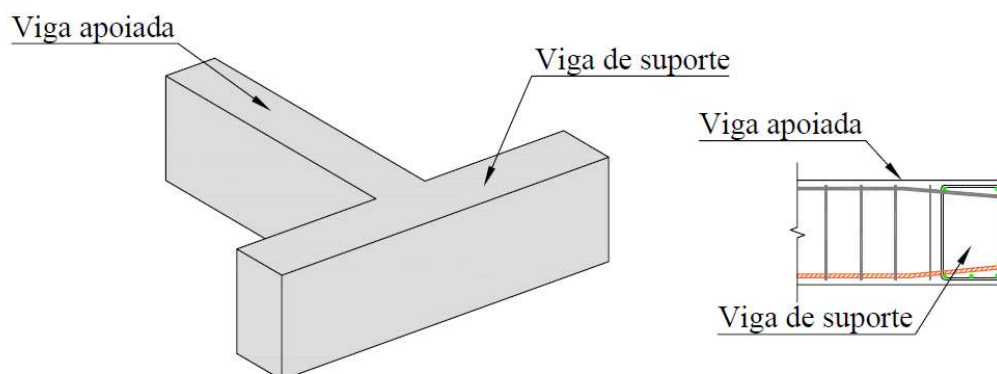
Deve se notar que essa recomendação considera situações em que a superfície inferior de ambas as vigas coincide e na região de interseção as armaduras longitudinais entrariam em conflito e assim se manipula a armadura longitudinal da viga apoiada.

Essa consideração se dar pelo fato de que no caso da viga apoiada a zona de interseção é zona de momento fletor negativo (situação de engaste) ou de momento nulo (situação de apoio simples) de forma que a armadura longitudinal que é solicitada nessa viga é a superior.

Já para o caso em que a viga apoiada descarrega no meio do vão da viga de suporte, a viga de suporte é solicitada por momentos positivos e a armadura longitudinal inferior é solicitada e deve ser preferida de forma que ela tenha maior braço de alavanca e consequente maior resistência da peça. A distribuição de esforços para ambos os casos pode ser observada na Figura 90. Apesar dessa consideração essa análise deve ser realizada pelo projetista em cada de situação devendo ser devidamente detalhada para permitir uma boa execução.

Um exemplo de disposição da armadura longitudinal da viga apoiada é apresentado na Figura 105 onde se observa que essa armadura é dobrada de forma que na região de interseção a armadura longitudinal da viga de suporte esteja abaixo garantindo assim uma maior resistência da peça. Nesse caso a armadura longitudinal superior também se optou por realizar essa dobra, mas vale salientar que se faz necessária uma avaliação caso a caso para detalhamento dessa região.

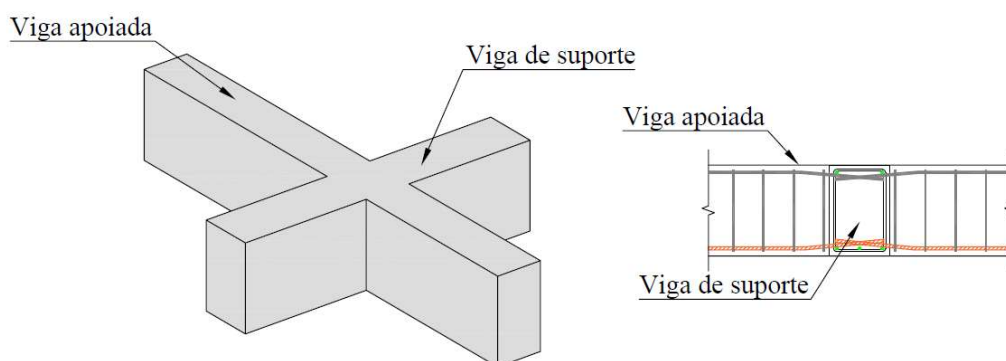
Figura 105 - Disposição da armadura longitudinal para viga apoiada que se encerra na viga de suporte



Fonte: Elaboração própria

Outro caso é indicado na Figura 106 em que a viga apoiada continua após o encontro com a viga de suporte sendo necessário assim realizar uma divisão da armadura longitudinal para garantir que esta fique acima da armadura da viga de suporte. Um cuidado a se tomar nessa armadura é o comprimento de traspasse entre as armaduras divididas com o objetivo de garantir o comportamento adequado dessa armadura.

Figura 106 - Disposição da armadura longitudinal para viga apoiada que continua após a viga de suporte



Fonte: Elaboração própria

Como mencionado anteriormente Leonhardt e Mönnig (1978) e Fusco (2013) recomendam que para casos onde a ancoragem reta não seja possível os estribos sejam ancorados com os ganchos deitados ou inclinados em virtude da tendência da formação de fissuras de flexão de vigas (Figura 30).



inadequado indicando que se faz necessária uma atenção especial nessa região. Além disso, vale destacar que o corpo de prova 2 nesse mesmo estudo considerou como armadura de suspensão apenas a armadura disposta adjacente apresentando comportamento adequado apesar de ser dimensionada para um cisalhamento maior.

Diante disso nessas situações deve se considerar apenas a perna interna (adjacente a interface entre as vigas) dos estribos como armadura de suspensão, cabendo destacar a importância de maiores estudos experimentais para melhor compreender o comportamento da zona de ligação e qual parcela de contribuição das pernas externas dos estribos na suspensão da carga.

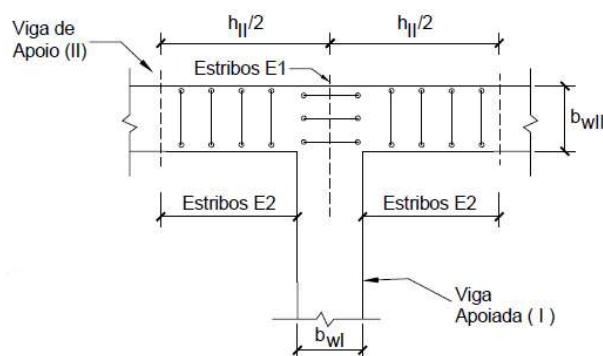
### **Outras recomendações**

Um ponto importante a ser abordado diz respeito ao envolvimento da armadura longitudinal da viga de suporte pela armadura de suspensão. Como pode ser observado na Figura 34 os estribos devem passar por baixo da armadura longitudinal (denominada nessa figura de armadura de equilíbrio) assim como acontece para os demais estribos. Na parte superior da viga Fusco (2013) indica que podem ser utilizados ganchos na armadura longitudinal de forma que eles não formam um estribo fechado apesar de ser recomendado a adoção dos estribos fechados.

Apesar de ser uma observação simples para casos em que a viga apoiada apresenta a mesma altura da viga de suporte, para a situação das vigas penduradas essa consideração do envolvimento da armadura longitudinal da viga de suporte deve se ter o cuidado de que a armadura de suspensão deve se estender do fundo da viga apoiada até a armadura longitudinal superior da viga de suporte podendo ser adotado um diferente arranjo dos estribos. Esse ponto deve ser observado não apenas para vigas penduradas, mas também nos casos onde a viga apoiada apresenta sua superfície superior abaixo da superfície superior da viga de suporte.

Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011) sugere adotar os estribos de suspensão na zona de interseção seguindo a direção dos estribos da viga apoiada como pode ser observado pela distribuição apresentada na Figura 108. No estudo em questão estão presentes os estribos E1 que são os estribos que são modificados para a aplicação em vigas penduradas e os estribos E2 que seguem o detalhamento para os estribos da viga de suporte.

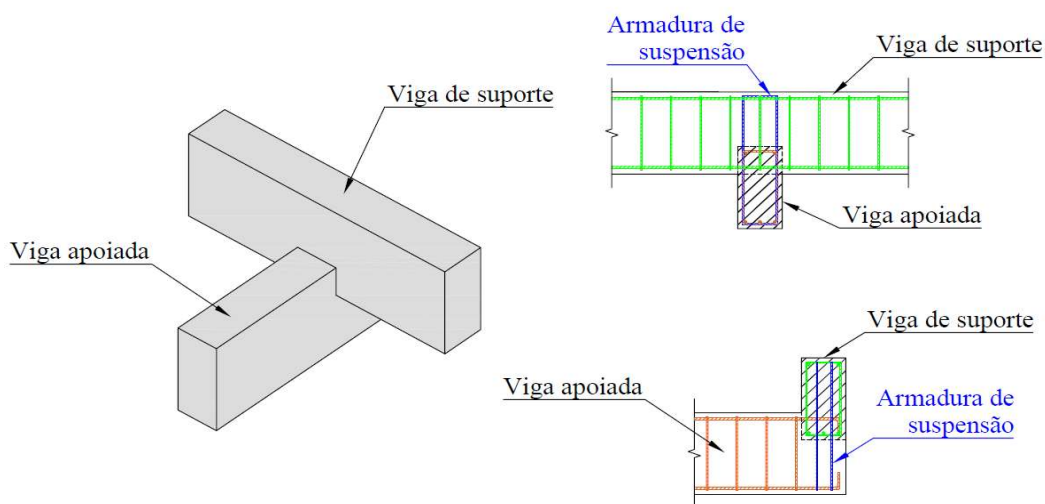
Figura 108 - Distribuição da armadura de suspensão para vigas penduradas



Fonte: Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011)

Considerando a recomendação de Gertsenchtein (1978) apud Giongo (2011) na Figura 109 é apresentada uma situação de apoio indireto sendo ilustrados dois cortes que demonstram a disposição da armadura de suspensão em relação às demais armaduras de ambas as vigas. Observa-se a disposição da armadura de suspensão em casos de vigas penduradas, onde tem-se que a armadura de suspensão deve ser desenvolvida até o banzo superior além de envolver a armadura longitudinal inferior da viga apoiada.

Figura 109 - Disposição da armadura de suspensão para um caso de viga pendurada



Fonte: Elaboração própria

O detalhamento da armadura de suspensão para essa situação, mediante o atual conhecimento referente ao assunto, pode ser realizado com a armadura de suspensão podendo seguir a direção dos estribos de ambas as vigas. Diante disso se observa a necessidade de estudos que permitam avaliar a melhor forma de disposição e detalhamento das armaduras.

Por fim, em virtude da alta concentração de armaduras e particularidades de detalhamento referentes aos apoios indiretos, como, por exemplo, o arranjo das armaduras longitudinais das vigas, situações de vigas penduradas e os casos em que se tem a atuação de torção onde apenas as penas internas dos estribos atuam, se tem a necessidade de uma maior atenção nos desenhos dessas regiões.

Leonhardt e Monnig (1978) sugerem até se adotar representações em escala 1:1 ou 1:2 nos casos mais complicados. Detalhes das disposições devem ser disponibilizados para que os armadores que executarão a obra possam armar as vigas da forma que foi pensada no projeto além da necessidade de se deixar claro como o concreto poderá ser introduzido e adensado entre as armaduras.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 6.1 CONCLUSÕES

Apesar da escassez de dados experimentais disponíveis na literatura, foi possível realizar análises em comparação com as normas e sugestões dos pesquisadores podendo se concluir que:

- Mesmo com a grande presença de situações de apoios indiretos nas construções tem-se que as normas ainda apresentam limitações de recomendações para projetos desses elementos. Associado a isso observa-se que poucos pesquisadores trazem recomendações acerca do assunto e poucos estudos experimentais foram realizados com enfoque nessa temática;
- Dentre todas as normas apontadas observa-se que a norma canadense CSA A23.03-04 é a que apresenta as melhores diretrizes para dimensionamento dessas regiões, cabendo destacar negativamente a norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 que cita apenas a necessidade da armadura de suspensão;
- Normas internacionais de grande expressão como o caso da norma americana ACI 318-19 (que cita a necessidade da armadura e nos seus comentários pequenas sugestões para seu projeto) e a norma europeia BS EN 1992-1-1:2004 (que apenas cita sua necessidade e sugere uma região de distribuição) demonstram ainda a escassez de estudos referentes ao assunto;
- O modelo de bielas e tirantes é recomendado para o dimensionamento dessas regiões por se tratar de regiões de descontinuidade;
- Pelos resultados experimentais se comprovou a necessidade da armadura de suspensão além da possibilidade da redução da carga a ser suspensa para determinadas disposições de vigas;
- Um ponto que ainda é necessária melhor atenção é sobre se a armadura de suspensão deve ser adicionada à de cisalhamento ou se deve tomar o maior valor entre as duas, visto que a superposição das armaduras pode resultar em um congestionamento na região de ligação dificultando a execução da estrutura, mas diante do atual nível de conhecimento acerca desse tema é recomendado a adição da armadura de suspensão;
- A região em que a armadura pode ser distribuída é um ponto conflitante visto que as normas e os pesquisadores apresentam recomendações distintas, sendo observadas

sugestões que tomam como base a altura total das vigas e outras que tomam também a diferença de altura entre as superfícies inferiores das vigas. Diante disso notou-se que sendo apontadas restrições para o caso de vigas penduradas a norma canadense apresenta a indicação mais adequada.

- Em situações em que a viga apoiada transfere momento torsor para a viga de suporte, ainda negligenciado por normas, apenas as pernas dos estribos adjacentes à interface da ligação entre as vigas devem ser consideradas como armadura de suspensão.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diante do apresentado cabe reforçar a necessidade da ampliação de estudos acerca dos apoios indiretos sendo sugerido para trabalhos futuros as seguintes recomendações:

- Desenvolvimento de modelos de bielas e tirantes para diferentes casos de apoios indiretos;
- Estudos experimentais com enfoque nos tópicos da superposição da armadura, apoios indiretos com aplicação de momento torsor na viga de suporte;
- Investigar o limite de tensão em que a armadura de suspensão não seja necessária;
- Ensaiar corpos de prova onde a superfície superior da viga apoiada esteja situada abaixo da superfície superior da viga de suporte, podendo aqui ser incluídas os casos de vigas penduradas (em que a superfície inferior da viga apoiada esteja abaixo da viga de suporte).

## REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19 Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary**. Farmington Hills, Estados Unidos, 2019.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 314R-16 Guide to Simplified Design for Reinforced Concrete Buildings**. Farmington Hills, Estados Unidos, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8953 – Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência**. Rio de Janeiro, Brasil, 2015.

AUSTRALIAN STANDARDS. **AS 3600:2009: Concrete structures – Commentary (Supplement to AS 3600-2009)**. Sydney, Austrália, 2014.

BAEK, Kyoung Rae. **Response of Reinforced Concrete Beams with Indirect Loading**. McGill University. Montreal, Canada. 2016.

BASTOS, P. S. S. **Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado à Força Cortante**. Notas de Aula. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2015.

BRITISH STANDARD. Eurocode 2: Design of concrete structures—. **Part 1-1: General rules and rules for Building**. 2004.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. **CSA A23.3-04: Design of Concrete Structures**. Mississauga, Canadá, 2004.

COLLINS, Michael P.; LAMPERT, Paul. Redistribution of moments at cracking-the key to simpler torsion design?. **Special Publication**, v. 35, p. 343-384, 1973.

FUSCO, Péricles Brasiliense. **Técnicas de Armar as Estruturas de Concreto**. 2º Ed. Pini, 2013.

GIONGO, José Samuel. **Concreto Armado: Dimensionamento de elementos estruturais fletidos solicitados por força cortante**. EESC/SET, 2011.

LEONHARDT, Fritz; MÖNNING, Eduard. Construções de concreto-volume 3: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado. Rio de Janeiro: **Interciência**, 1978.

WIGHT, James K. **Reinforced concrete: mechanics and design**. Prentice Hall, 2015.

MATTOCK, A. H.; KUMAR, A. Flexural Reinforcement Stress in an Indirectly Supported Reinforced. **Structural Journal**, v. 89, n. 4, p. 398-404, 1992.

MATTOCK, A. H.; SHEN, J. F. Joints between reinforced concrete members of similar depth. **Structural Journal**, v. 89, n. 3, p. 290-295, 1992.

PEREIRA, Eduardo Marques Vieira; DA SILVA ARAÚJO, Ítalo Samuel; DA NÓBREGA, Petrus Gorgônio Bulhões. ARMSUSP: um aplicativo computacional para cálculo da armadura de suspensão em apoios indiretos. **Revista de Engenharia Civil IMED**, v. 7, n. 1, p. 179-201, 2020.

RIBEIRO, Flavia Conceição Veneziani. **Apoio e carregamento indiretos em vigas de concreto de alta resistência**. 1999. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas.

SCHLAICH, J.; SCHÄFER, K. Design and Detailing of Structural Concrete Using Strut-and-tie Models. **The Structural Engineer**, London, v. 69, n. 6, The Institution of Structural Engineers, 1991;

SILVA, Reginaldo Carneiro da. **Concreto armado: aplicações de modelos de bielas e tirantes**. 1991. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

SOUZA, Rafael Alves de; BITTENCOURT, Túlio Nogueira. Definição de expressões visando relacionar  $f'_c$  e  $f_{ck}$ . **IV Encontro Tecnológico da Engenharia Civil e Arquitetura**. 2003.

STANDARD RATING RESEARCH INSTITUTE OF THE MINISTRY OF HOUSING AND URBAN-RURAL DEVELOPMENT. **GB 500010: Code for design of concrete structures**. Pequim, China, 2010.

THOMAZ, E. C. S. **Armadura de Suspensão**. Notas de Aula. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, s.d;