



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIAS E GEOCIENCIAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MOACIR FERNANDO MORAIS GALDINO DE LIMA

**AVANÇOS METODOLÓGICOS NO MÉTODO FITRADEOFF PARA  
PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO: incorporação de procedimento para  
elicitación de perfis e análises de sensibilidade**

Recife

2022

MOACIR FERNANDO MORAIS GALDINO DE LIMA

**AVANÇOS METODOLÓGICOS NO MÉTODO FITRADEOFF PARA  
PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO: incorporação de procedimento para  
elicitação de perfis e análises de sensibilidade**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de concentração: Gerência de Produção.

**Orientador:** Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Eduarda Asfora Frej.

**Coorientador:** Prof. Dr. Adiel Teixeira de Almeida.

Recife

2022

Catálogo na fonte  
Bibliotecário Gabriel Luz CRB-4/2222

- L732a Lima, Moacir Fernando Morais Galdino de.  
Avanços metodológicos no método fitradeoff para problemática de classificação: incorporação de procedimento para elicitação de perfis e análise de sensibilidade / Moacir Fernando Morais Galdino de Lima. 2022.  
71 f.; figs., tabs.
- Orientadora: Profa. Dra. Eduarda Asfora Frej.  
Coorientador: Prof. Dr. Adiel Teixeira de Almeida.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Recife, 2022.  
Inclui referências.
1. Engenharia de produção. 2. Decisão multicritério. 3. método FITradeoff. 4. problemática de classificação. 5. elicitação de perfis. 6. análise de sensibilidade. I. Frej, Eduarda Asfora (Orientadora). II. Almeida, Adiel Teixeira de (Coorientador). III. Título.

UFPE

658.5 CDD (22. ed.)

BCTG / 2022 - 228

MOACIR FERNANDO MORAIS GALDINO DE LIMA

**AVANÇOS METODOLÓGICOS NO MÉTODO FITRADEOFF PARA  
PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO: incorporação de procedimento para  
elicitação de perfis e análises de sensibilidade**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Aprovada em: 23/02/2022.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Eduarda Asfora Frej (Orientadora)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Adiel Teixeira de Almeida (Coorientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Lúcia Reis Peixoto Roselli (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Eduardo de Freitas Rocha Loures (Examinador Externo)  
Pontifícia Universidade Católica do Paraná

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus em primeiro lugar, pelo dom da vida; pelas oportunidades a mim oferecidas, bem como pelas capacidades concedidas para melhor aproveitá-las; pelas pessoas que colocou no meu caminho, com quem pude compartilhar alegrias e dividir fardos pesados; e por me sustentar em todas as situações, principalmente as mais difíceis.

Agradeço aos meus pais, Telmacir Morais e Marcos Marinho, a minha prima Márcia de Melo, e a toda minha família, sem cujo apoio e auxílio, especialmente nas circunstâncias de maior dificuldade, eu não teria chegado até aqui.

Agradeço aos professores Adiel de Almeida e Eduarda Frej, pelas orientações e oportunidades ao longo do curso. Agradeço também aos professores Lúcia Roselli e Eduardo Loures, pelas sugestões de melhoria para este trabalho.

Agradeço aos amigos, colegas de curso e laboratório: Adriana Marques, Larissa Borba, Lucas Alencar, Maria Júlia Vieira, Maria Luíza da Silva, Manoel Ribeiro e Paolla Pontes. Sou grato pela amizade, pelo companheirismo, pelo apoio mútuo, pelo trabalho em equipe e pelos momentos felizes que tivemos.

Agradeço aos companheiros de programa de pós graduação Francisco Filipe Viana, Lucas Borges e Ramon Swell, pelos conselhos e ajuda prestada nos momentos de necessidade.

Agradeço ao padre Jurandir Dias, ao psiquiatra Lamartine Hollanda e à psicóloga Terezinha Rosália Barbosa, que foram de fundamental importância para que eu pudesse concluir o curso e crescer enquanto pessoa.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro.

Agradeço, finalmente, a todos que contribuíram de alguma forma para que eu concluísse este ciclo e para que este trabalho pudesse ser realizado.

AD MAIOREM DEI GLORIAM

## RESUMO

Neste trabalho, o modelo de decisão para problemas de classificação que implementa o método FITradeoff é melhorado com a introdução de duas novas etapas: a elicitación dos perfis do problema de classificação, e a análise de sensibilidade do resultado final do modelo. A etapa de elicitación dos perfis preenche uma lacuna do modelo, o qual requer o fornecimento direto e sem referências dos valores que definem as classes em que as alternativas serão agrupadas. Esta elicitación consiste no fornecimento dos valores com base em duas alternativas hipotéticas, a solução ideal e a NADIR, que constituem a melhor e a pior solução possíveis para o problema de decisão. Além disso, a elicitación pode ser feita segundo uma escala de razão ou uma escala intervalar, sendo facultado ao decisor escolher qual escala utilizar. A segunda melhoria proposta consiste em avaliar a robustez da classificação obtida, analisando o quão sensível é o resultado em relação a variações nos dados de entrada por meio de simulações de Monte Carlo. O modelo pode ter sua robustez analisada em relação aos dados de desempenho das alternativas ou aos dados de perfis obtidos através da etapa de elicitación de perfis. O resultado desta etapa é o índice de robustez associado à classificação de cada alternativa, definido como a proporção de cenários em que a classificação não se alteraria. A fim de demonstrar sua aplicabilidade, o modelo resultante das melhorias propostas é aplicado a um problema de classificação da literatura, em que um fabricante do ramo de eletrônicos avalia seus fornecedores para identificar possíveis parceiros estratégicos.

Palavras-chave: decisão multicritério; método FITradeoff; problemática de classificação; elicitación de perfis; análise de sensibilidade.

## RESUMO

In this work, the decision model for sorting problems that implements the FITradeoff method is improved with the introduction of two new steps: the elicitation of the classification problem profiles, and the sensitivity analysis of the final result of the model. The profile elicitation step fills a gap in the model, which requires the direct and unreferenced supply of values that define the classes into which the alternatives will be grouped. This elicitation consists of providing values based on two hypothetical alternatives, the ideal solution and NADIR, which constitute the best and worst possible solution for the decision problem. In addition, the elicitation can be done according to a ratio scale or an interval scale, with the decision maker being able to choose which scale to use. The second proposed improvement consists of evaluating the robustness of the obtained sorting, analyzing how sensitive the result is in relation to variations in the input data through Monte Carlo simulations. The model can be analyzed for robustness in relation to the alternatives' performances or to the profile values obtained through the profile elicitation step. The result of this step is the robustness index associated with the sorting of each alternative, defined as the proportion of scenarios in which the sorting would not change. In order to demonstrate its applicability, the model resulting from the proposed improvements is applied to a sorting problem from the literature, in which an electronics manufacturer evaluates its suppliers to identify possible strategic partners.

*Keywords: Multicriteria Decision Making. FITradeoff Method. Supplier Selection. Sorting Problematic. Elicitation of profiles. Sensitivity Analysis.*

**LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 - Processo tricotômico de decisão .....	23
Figura 2 - par de situações em <i>tradeoff</i> .....	26
Figura 3 - representação gráfica dos perfis e classes .....	36
Figura 4 - representação do intervalo [0,1] em escala intervalar.....	40
Figura 5 - representação do intervalo [0,1] em escala de razão .....	43
Figura 6 - análise de sensibilidade do método FITradeoff para escolha .....	45
Figura 7 - análise de sensibilidade no método FITradeoff para ordenação.....	46
Figura 8 - etapa de ordenação das constantes de escala .....	52
Figura 9 - etapa de elicitação de perfis do sistema FITradeoff Web .....	53
Figura 10 - etapa de elicitação de perfis usando escala de razão .....	55
Figura 11 - etapa de elicitação flexível das constantes de escala .....	56
Figura 12 - resultado da análise de sensibilidade .....	62

**LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – matriz de consequências .....	22
Tabela 2 – critérios do problema de decisão .....	48
Tabela 3 – matriz de consequências da classificação de fornecedores.....	49
Tabela 4 – solução ideal e NADIR do problema.....	49
Tabela 5 – Perfis e pesos do problema de classificação de fornecedores.....	50
Tabela 6 – categorias do problema de classificação de fornecedores .....	50
Tabela 7 – sequência de respostas da etapa de avaliação intercritério .....	57
Tabela 8 – resultados parciais da classificação de fornecedores .....	58
Tabela 9 – classificação final das alternativas.....	59
Tabela 10 – análise de sensibilidade para a classificação de fornecedores .....	63

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>17</b>
1.1	JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	18
1.2	OBJETIVOS DO TRABALHO	19
1.2.1	Objetivo Geral	19
1.2.2	Objetivos Específicos	20
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	20
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>22</b>
2.1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1.1	Decisão Multicritério	22
2.1.2	Classificações dos métodos de apoio à decisão	24
2.1.3	Modelo Aditivo Determinístico	25
2.1.4	Elicitação por tradeoffs	25
2.1.5	Método FITradeoff	27
2.2	REVISÃO DA LITERATURA	28
2.2.1	Métodos multicritério para problemática de classificação	28
2.2.2	Elicitação de perfis	29
2.2.3	Avanços Metodológicos e aplicações no método FITradeoff	30
	<b>SÍNTESE DO ESTADO DA ARTE E POSICIONAMENTO DESTA</b>	
2.3	TRABALHO	32
	<b>UMA NOVA PROPOSTA PARA ELICITAÇÃO DE PERFIS NO</b>	
<b>3</b>	<b>MÉTODO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO</b>	<b>34</b>
	<b>MÉTODO FITRADEOFF PARA A PROBLEMÁTICA DE</b>	
3.1	CLASSIFICAÇÃO	34
3.2	ELICITAÇÃO DE PERFIS	37
3.2.1	Conceitos de solução ideal e NADIR	38
3.2.2	Elicitação de perfis em escala intervalar	38
3.2.3	Elicitação de perfis em escala de razão	40
<b>4</b>	<b>ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO</b>	<b>44</b>
4.1	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO MÉTODO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICAS DE ESCOLHA E ORDENAÇÃO	45
4.2	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO MÉTODO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO	46
<b>5</b>	<b>APLICAÇÃO ILUSTRATIVA</b>	<b>48</b>
5.1	ESTRUTURAÇÃO DO PROBLEMA	48
5.2	ORDENAÇÃO DAS CONSTANTES DE ESCALA	51
5.3	ELICITAÇÃO DOS PERFIS	52
5.4	AVALIAÇÃO INTERCRITÉRIO	56
5.4.1	Considerações sobre o modelo	59
5.5	ANÁLISE DE SENSIBILIDADE	61
5.5.1	Considerações sobre a análise de sensibilidade	64
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>66</b>
6.1	CONCLUSÕES	66

6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	68
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>70</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Um problema de decisão multicritério é definido como uma situação em que se deve decidir sobre várias alternativas de ação, visando alcançar múltiplos objetivos, que podem ser conflitantes entre si (DE ALMEIDA, 2013). As alternativas podem ser avaliadas de acordo com diferentes abordagens, ou problemáticas, que são relacionadas com a maneira como o decisor será auxiliado na tomada de decisão e com o resultado que se espera obter do processo decisório. Dentre as diferentes problemáticas, pode-se citar a seleção, a ordenação e, em especial, a classificação (ROY, 1996), que é o foco deste trabalho.

A problemática de classificação é definida como a alocação das alternativas em grupos, de acordo com regras pré-definidas e relacionadas a características inerentes às alternativas. Os grupos, ou categorias, podem, ainda, possuir uma relação ordinal de preferência entre si, de modo que alternativas alocadas em um grupo de maior ordem sejam mais preferíveis em relação a alternativas pertencentes a um grupo de menor ordem (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 2002).

Além da problemática, problemas de decisão multicritério também se diferenciam quanto ao modelo que melhor se ajusta às suas características, tais como o conjunto de alternativas (que pode ser contínuo ou discreto) e a racionalidade do decisor. Decisores podem possuir racionalidade compensatória, quando admitem que um desempenho mais fraco em um critério pode ser compensado por um melhor desempenho em outro critério; ou podem não admitir compensação entre critérios, possuindo assim racionalidade não-compensatória. Neste trabalho será tratado, no contexto da Teoria do Valor Multiatributo, ou MAVT (*Multi-Attribute Value Theory*) (KEENEY; RAIFFA, 1993), o modelo aditivo determinístico, que se destina à modelagem de problemas com conjunto discreto de alternativas e de racionalidade compensatória.

Para solucionar problemas de seleção com as características acima, o método FITradeoff (DE ALMEIDA *et al.*, 2016) realiza uma elicitacão flexível e interativa, que procura encontrar o subconjunto de alternativas potencialmente ótimas por meio de problemas de programação linear. Estes problemas avaliam intervalos de valores possíveis para as constantes de escala, desta forma trabalhando com informação parcial. O FITradeoff é baseado no procedimento de elicitacão por *tradeoffs* tradicional (KEENEY; RAIFFA, 1993), de quem herda a forte estrutura axiomática, mas se diferencia por não exigir informacão completa, exigindo assim um menor esforço cognitivo por parte do decisor.

O FITradeoff foi posteriormente estendido para solucionar problemas multicritério de classificação (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020), que utiliza como regra de alocação a comparação entre o valor agregado das alternativas e valores de referência, ou perfis. Estes valores delimitam as categorias e devem ser fornecidos de forma direta pelo decisor.

No modelo proposto por Kang, Frej e de Almeida (2020), assume-se que os valores de perfil são conhecidos *a priori* pelo decisor e não há um procedimento estruturado para elicitação dos perfis, que são fornecidos de forma direta, juntamente com os dados de entrada do problema. Deste modo, este fornecimento dos perfis é feito pelo decisor praticamente “às cegas”, sem referências que possam auxiliá-lo, o que faz com que estes valores não reflitam, de forma fidedigna, suas preferências com relação às classes. Esta falta de significado que os valores de perfil podem ter para o decisor, e a consequente inexatidão de seu fornecimento, pode levar a erros sérios na alocação de cada alternativa nas classes, resultante da aplicação do modelo. Este resultado problemático pode ter implicações graves uma vez que a decisão seja implementada.

Além de não elicitar as preferências do decisor com relação aos perfis, o modelo FITradeoff para problemática de classificação não contempla uma análise de sensibilidade dos resultados em relação aos dados de entrada, fornecendo apenas uma recomendação das classes a que cada alternativa deverá pertencer. Desta forma, o decisor não é capaz de conhecer o quão sensível o resultado final é às informações por ele fornecidas, o que possibilitaria identificar falhas e realizar correções na estruturação do problema.

Por estes motivos, este trabalho visa contribuir com o desenvolvimento do método FITradeoff para a problemática de classificação, propondo que sejam acrescentadas, ao método de apoio a decisão que implementa o modelo, duas novas etapas: a elicitação dos valores de perfil e a análise de sensibilidade.

## 1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

Problemas de decisão multicritério com problemática de classificação têm aplicação em diversos campos científicos e gerenciais, como medicina, recursos humanos e planejamento energético, entre outros (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 2002). A maior parte dos métodos utilizados para chegar a uma recomendação faz uso de informação completa nos processos decisórios, o que é cognitivamente oneroso e pode levar a inconsistências nas informações elicidadas (BORCHERDING; EPPEL; VON WINTERFELDT, 1991). Neste sentido, o

emprego de métodos de informação parcial possibilitará avanços nos campos e áreas que envolvem problemas de classificação.

A maior parte dos problemas multicritério de classificação da literatura possuem racionalidade não-compensatória, isto é, os decisores não admitem compensação entre critérios. Mesmo os problemas compensatórios, isto é, em que a compensação é aceita, são resolvidos, praticamente, por um único método, o UTADIS (JACQUET-LAGREZE, 1995), o que limita bastante o ferramental disponível para solucionar problemas deste tipo. Esta limitação pode ser melhorada pelo uso do método FITradeoff para classificação.

Além de lidar com problemas de racionalidade compensatória, o método FITradeoff para classificação é uma alternativa ao método UTADIS também por sua estrutura computacional. O método UTADIS faz uso de desagregação de preferências, partindo de classificações conhecidas para inferir parâmetros do problema por meio de programação linear, o que requer um elevado esforço computacional. Por outro lado, a etapa de elicitação de perfis do método FITradeoff, proposta neste trabalho, apesar de requerer o fornecimento direto destes valores, e não partir do conhecimento do decisor, requer um esforço computacional menor que a desagregação de preferências, conferindo a este método vantagem em relação ao UTADIS.

Além disso, o interesse pelo método FITradeoff tem crescido desde a sua publicação, com aplicações em diversos campos, como seleção de fornecedores (FREJ *et al.*, 2017), localização de instalações de serviço de saúde (DELL'OVO *et al.*, 2017), neurociência (ROSELLI; DE ALMEIDA; FREJ, 2019) e planejamento energético (KANG *et al.*, 2018), entre outros. Por isso, o melhoramento e avanço metodológico do método FITradeoff é uma contribuição para a literatura especializada na área de decisão multicritério, com grande potencial de aplicação.

## 1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

### 1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é propor um procedimento estruturado para elicitação de perfis para o método FITradeoff na problemática de classificação, e apresentar uma abordagem para execução de análise de sensibilidade dos resultados obtidos por este método.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral, espera-se realizar os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar significado, inteligível para o decisor, para os números reais que caracterizam os valores de perfil.
2. Apresentar ao decisor valores de referência, de forma que o significado dos valores de perfil, de que trata o objetivo anterior, fique tão claro quanto possível.
3. Propor um procedimento para realizar a elicitacão dos valores de perfil, com base nos valores de referência identificados no item anterior, que possibilite o uso de escala intervalar ou de razão, conforme as preferências do decisor.
4. Propor uma etapa de análise de sensibilidade dos resultados alcançados pelo modelo atual do método FITradeoff para classificação.
5. Incluir, no modelo atual do FITradeoff para classificação, bem como no sistema de apoio à decisão que o implementa, as etapas que envolverão os objetivos específicos 1 a 4.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está estruturado em cinco capítulos e segue a estrutura descrita abaixo.

O Capítulo 1, a Introdução, apresenta as motivações e justificativas para o desenvolvimento do trabalho e os objetivos do estudo.

No capítulo 2 é apresentada a fundamentação teórica que sustenta o desenvolvimento do estudo. Neste capítulo, é feita uma breve explanação dos conceitos básicos de Decisão Multicritério; das diversas formas de abordar os problemas tratados nesta área; do modelo aditivo determinístico, no qual está baseado o objeto de estudo deste trabalho; do procedimento de elicitacão de preferências por *tradeoffs*, cuja estrutura axiomática é aproveitada pelo método aqui trabalhado; e do método de elicitacão flexível e interativa, FITradeoff, cujo desdobramento para problemas de classificação é o foco do estudo. No mesmo capítulo, também é apresentada a revisão de literatura realizada para situar o estudo em meio aos demais trabalhos relacionados já publicados.

O capítulo 3 expõe a proposta de melhoria do método FITradeoff para problemática de classificação, uma etapa de elicitacão dos perfis que definem as classes do problema. São apresentados os conceitos de solução ideal e NADIR, necessários para o entendimento dos

valores dos perfis, bem como é descrito o processo de elicitação destes valores em duas escalas: escala de razão e escala intervalar. Por fim, o uso do modelo FITradeoff para classificação, melhorado com a adição da etapa proposta, é exemplificado por meio de uma aplicação a um problema de classificação da literatura.

No capítulo 4, é apresentada mais uma proposta de melhoria do método FITradeoff para problemas de classificação: uma etapa de análise de sensibilidade dos resultados. A análise, baseada em simulações do Monte Carlo, visa verificar a robustez da classificação final obtida em relação aos dados de entrada, isto é, aos valores de consequência e aos perfis. A aplicação ilustrativa feita no capítulo 3 é complementada pela realização da análise de sensibilidade de seus resultados.

Por último, o capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho, bem como sugestões para estudos futuros relacionados ao tema.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

A base conceitual utilizada neste trabalho é apresentada a seguir e consiste em: fundamentos de problemas de decisão multicritério, com suas variáveis e problemáticas; formas de classificar problemas de decisão multicritério; modelo aditivo determinístico, cuja solução suscitou os métodos apresentados aqui; avaliação das constantes de escala por *tradeoffs*; e método FITradeoff, que é o foco deste trabalho.

### 2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 2.1.1 Decisão Multicritério

Problemas de decisão multicritério são definidos como uma situação em que um decisor deve optar por um curso de ação, dentre ao menos dois disponíveis, de modo a atingir múltiplos objetivos, que são muitas vezes conflitantes entre si. As alternativas são avaliadas segundo critérios, os quais representam os objetivos. A cada par constituído por uma alternativa e um critério, está associada uma variável denominada consequência, que mede o desempenho da alternativa no critério. Deste modo, uma alternativa pode ser descrita por um vetor de consequências (DE ALMEIDA, 2013).

A tabela 1 ilustra uma matriz de consequências, onde são mostradas as alternativas, os critérios e as consequências. A consequência  $x_{ij}$  representa o desempenho da alternativa  $i$  no critério  $j$ .

Tabela 1 - matriz de consequências

Alternativas	Critérios			
	$C_1$	$C_2$	...	$C_n$
$A_1$	$x_{11}$	$x_{12}$	...	$x_{1n}$
$A_2$	$x_{21}$	$x_{22}$	...	$x_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$A_m$	$x_{m1}$	$x_{m2}$	...	$x_{mn}$

Fonte: esta pesquisa (2021).

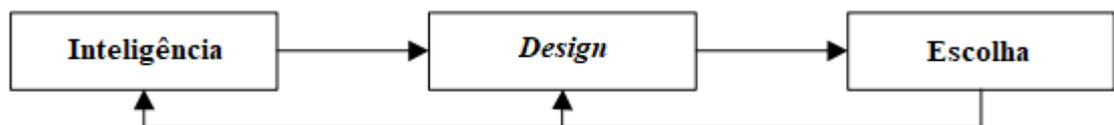
Um problema de decisão multicritério pode ter diferentes tipos de solução. Ainda que todas as alternativas do problema sejam bem conhecidas, o resultado requerido pelo decisor

pode ir além da simples escolha de uma delas. Para auxiliar na determinação do tipo de resultado da decisão, (ROY, 1996) propõe quatro problemáticas de referência:

- Problemática de escolha: tem por objetivo selecionar o menor subconjunto de alternativas possível para ser implementado.
- Problemática de classificação: tem por objetivo a alocação das alternativas em categorias ou classes previamente definidas, de acordo com regras aplicáveis ao conjunto de alternativas.
- Problemática de ordenação: tem por objetivo posicionar as alternativas em ordem de preferência, que pode não ser uma ordem completa.
- Problemática de descrição: tem por objetivo descrever as ações e suas consequências de maneira formal e sistemática.

A tomada de decisão em uma organização pode ser abordada por meio da tricotomia proposta por Simon (1960), que divide o processo decisório em três fases: inteligência, *design* e escolha, como mostrado na figura 1.

Figura 1 - Processo tricotômico de decisão



(Adaptado de Simon, 1960)

A fase de inteligência consiste em avaliar o estado e o ambiente em que se encontra a organização, comparando-os com o que se deseja atingir, de modo a encontrar problemas que requeiram a tomada de decisões. Uma vez que é identificada a necessidade de tomar uma decisão, começa a fase de *design*, na qual o problema de decisão é estruturado, a problemática é identificada, o conjunto de alternativas é elaborado e o modelo de decisão é construído. Também é nesta fase que é realizada a modelagem de preferências do decisor. Já na terceira fase, as alternativas são efetivamente avaliadas por meio de um método adequado ao modelo construído e à problemática da decisão. Pode-se adicionar ao processo tricotômico as fases de revisão e implementação da decisão, além de notar que cada fase tem sua complexidade e pode requerer o retorno a uma fase anterior.

Existem diversos métodos desenvolvidos para auxiliar a solução de problemas de decisão multicritério, cada qual mais adequado para um tipo de problemática e modelo construído, de acordo com as preferências do decisor. A modelagem do problema constitui uma fase crucial do processo decisório e deve ser conduzida cautelosamente, já que o uso de um método inadequado pode levar a resultados duvidosos. Por este motivo, é de vital importância o conhecimento dos diferentes tipos de métodos de apoio à decisão multicritério, que podem ser classificados de acordo com a natureza do conjunto de alternativas do problema ou com a racionalidade do decisor.

### 2.1.2 Classificações dos métodos de apoio à decisão

Quanto ao conjunto de alternativas, os métodos podem ser selecionados de acordo com a natureza enumerável ou inumerável do conjunto de ações disponíveis no problema. Desta forma, os problemas podem ser classificados como problemas multicritério de conjunto discreto de alternativas, ou como problemas multicritério de otimização, quando as alternativas são contínuas (WALLENIOUS *et al.*, 2008).

Com relação à racionalidade, o decisor pode pensar de forma compensatória ou não compensatória (DE ALMEIDA, 2013). Diz-se que o decisor possui racionalidade compensatória quando, para uma alternativa, o desempenho ruim em um determinado critério possa ser compensado por um desempenho melhor em outro critério; caso contrário, a racionalidade é considerada não compensatória. Para este segundo caso, os métodos de sobreclassificação são os mais adequados; já para uma racionalidade compensatória, são utilizados os métodos de critério único de síntese, assim chamados por agregarem os critérios em um único critério (DE ALMEIDA *et al.*, 2015).

Os problemas de decisão multicritério podem, ainda, ser classificados segundo a natureza determinística ou probabilística das consequências envolvidas. Quando o decisor não tem certeza sobre as consequências, mas conhece a distribuição de probabilidade a elas associada, o problema é tratado no escopo da Teoria da Utilidade Multiatributo. Já problemas de consequências determinísticas são resolvidos de acordo com a Teoria do Valor Multiatributo (KEENEY; RAIFFA, 1993).

Este trabalho tem como foco problemas de decisão multicritério com conjunto discreto de alternativas, cujas consequências são de natureza determinística, e que envolvem

racionalidade compensatória. O principal modelo utilizado nestes casos é o modelo aditivo determinístico, que é classificado como de critério único de síntese, e é detalhado a seguir.

### 2.1.3 Modelo Aditivo Determinístico

No modelo aditivo determinístico, o valor de uma alternativa é calculado de acordo com a equação:

$$v(a_i) = \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{ij}) \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1, k_j \geq 0 \quad (2)$$

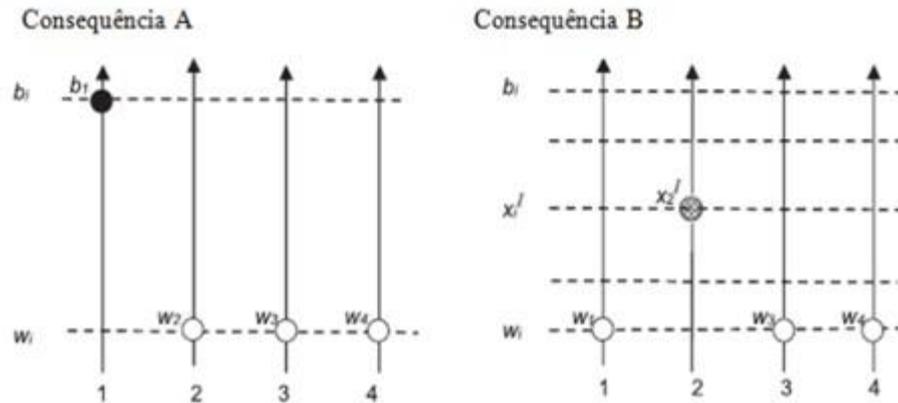
em que  $v_j(x_{ij})$  é a função valor marginal, ou função valor intracritério, da consequência  $x_{ij}$ , e  $k_j$  é a constante de escala do critério  $j$  (KEENEY; RAIFFA, 1993).

Neste modelo, o valor global  $v(a_i)$  funciona como critério único de síntese, pois agrega os valores marginais, de modo que a alternativa a ser escolhida é aquela que apresentar o maior valor agregado. Este valor decorre diretamente dos valores das constantes de escala (uma vez que  $v_j(x_{ij})$  são valores normalizados conhecidos, tipicamente entre 0 e 1), de modo que a avaliação das constantes constitui a resolução do problema.

Uma vez que as constantes de escala refletem a estrutura de preferências do decisor, seus valores devem ser obtidos através de um processo de elicitacão, em que o analista interage com o decisor para dele extrair informações relevantes para a soluão do problema. Tal processo é uma das questões mais difíceis e importantes em decisão multicritério, e o procedimento de maior rigor axiomático para realizá-lo é a elicitacão por *tradeoffs* (KEENEY; RAIFFA, 1993).

### 2.1.4 Elicitacão por *tradeoffs*

O procedimento de elicitacão por *tradeoffs* utiliza relações de indiferença para relacionar pares de constantes de escala. O decisor é apresentado a pares de consequências cujo desempenho é o pior (com função valor marginal igual a 0) em todos os critérios, exceto um. Em uma das situações, a consequência tem desempenho máximo (com função valor marginal igual a 1) em um dos critérios e na outra, um desempenho intermediário em um outro critério. Um exemplo de comparacão é mostrado na figura 2.

Figura 2 - par de situações em *tradeoff*

(Fonte: De Almeida et al., 2016)

Para cada par de situação, o analista avalia para qual valor intermediário de consequência  $x_j^l$  o decisor é indiferente entre as situações apresentadas, de modo que os valores globais (equação 1) de ambas se igualam.

$$k_{j-1} = k_j v_j(x_{ij}) \quad (3)$$

Com  $n - 1$  relações da forma da equação 3 e a equação 2, chega-se a um sistema de equações lineares cuja solução será o valor exato de cada uma das constantes de escala.

O *tradeoff* é o procedimento da literatura axiomáticamente mais robusto, mas necessita que o decisor forneça valores exatos de consequência para os quais é indiferente entre pares situações comparadas, algo difícil de se estabelecer. Por este motivo, o procedimento demanda informação completa e alto esforço cognitivo do decisor, o que acaba por aumentar a possibilidade de inconsistência nas respostas dadas, com taxas de 67% já relatadas em estudos comportamentais (BORCHERDING; EPPEL; VON WINTERFELDT, 1991). Estas dificuldades levaram à busca de procedimentos em que se assume a dificuldade do fornecimento de informação completa, e que usem informação parcial ou incompleta, o que potencialmente diminui o esforço cognitivo demandado e as taxas de inconsistência (WEBER, 1987). Neste sentido, foi proposto o método de elicitación flexível e interativo FITradeoff (DE ALMEIDA *et al.*, 2016), apresentado a seguir.

### 2.1.5 Método FITradeoff

Baseado na estrutura axiomática do procedimento por *tradeoffs*, mas utilizando informação parcial para chegar a um resultado, o método FITradeoff faz uso de programação linear e busca a solução para o problema de decisão sem estabelecer os valores exatos das constantes de escala. O método trabalha tanto com relações de indiferença quanto de preferência estrita, que são mais fáceis de serem estabelecidas que as primeiras.

A cada informação fornecida pelo decisor, o método procura reduzir o conjunto de alternativas potencialmente ótimas, apresentando uma solução tão logo chegue a apenas uma alternativa não dominada. Também é facultado ao decisor visualizar os resultados parciais e parar a elicitacão precocemente, caso julgue já ser capaz de tomar uma decisão. Estas características conferem flexibilidade e interatividade ao processo, tornando a elicitacão cognitivamente menos dispendiosa e podendo reduzir o risco de inconsistência.

Inicialmente concebido apenas para solucionar problemas de seleção, o método FITradeoff foi posteriormente estendido para outras problemáticas. Para resolver problemas de ordenacão (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019), foi incorporado ao modelo o conceito de dominância entre pares de alternativas, de modo que uma ordem parcial é obtida a cada resposta dada pelo decisor. Este modelo foi posteriormente adaptado para solucionar problemas de avaliacaão de custo-benefício em portfólios (FREJ; EKEL; DE ALMEIDA, 2021) introduzindo a avaliacaão de dominância entre alternativas de acordo com a razão entre a função valor global e o custo de cada uma delas, permitindo ao decisor selecionar quais projetos realizar conforme o orçamento disponível.

Demonstrando a flexibilidade característica do método FITradeoff, os modelos de seleção e ordenacão foram aprimorados com a integraçaão de avaliacaão holística das alternativas ao processo (DE ALMEIDA; FREJ; ROSELLI, 2021). A avaliacaão holística é realizada sobre o conjunto de alternativas, diferente da avaliacaão sobre o espaço de consequências do modelo original, e consiste em declaraçoes de preferência entre alternativas, como selecionar a melhor ou eliminar a pior. As informaçoes relativas à declaraçaão dada pelo decisor são inseridas no modelo FITradeoff da respectiva problemática, que as leva em consideraçaão para chegar a um resultado parcial. A possibilidade de alternar entre avaliacaões holísticas e avaliacaões sobre o espaço de consequências, a qualquer momento, contribui para uma análise das alternativas potencialmente mais simples e acertada, além de tornar o processo mais interativo e flexível.

Por fim, o método FITradeoff foi adaptado para a problemática de classificação (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020), de modo a utilizar as informações parciais dadas pelo decisor para alocar as alternativas do problema em classes definidas *a priori*. Este modelo é o foco deste trabalho.

## 2.2 REVISÃO DA LITERATURA

A seguir, é apresentada a revisão de literatura utilizada no desenvolvimento deste trabalho. Foram pesquisados os diversos métodos para solução de problemas multicritério de classificação; as formas de elicitación dos perfis, foco deste trabalho; e as publicações envolvendo o método FITradeoff.

### 2.2.1 Métodos multicritério para problemática de classificação

Problemas de classificação são muito frequentemente encontrados em aplicações reais de decisão multicritério, tais como classificação de crédito (DOUMPOS; FIGUEIRA, 2019), seleção de portfólio (ZHENG *et al.*, 2011), classificação de risco em gasodutos (BRITO; ALMEIDA; MOTA, 2010), localização de fazendas fotovoltaicas (SÁNCHEZ-LOZANO *et al.*, 2014), além de decisões em grupo (JABEUR; MARTEL, 2007; MORAIS *et al.*, 2014).

A crescente busca por soluções de problemas de classificação levou pesquisadores a desenvolverem novas abordagens que pudessem apoiar decisões deste tipo. De forma geral, a classificação de alternativas em classes pré-definidas é realizada por dois tipos de métodos: os baseados em relações de sobreclassificação, adequados a decisores que apresentam racionalidade não-compensatória para o problema; e os métodos de critério único de síntese, que consideram a possibilidade de compensação entre critérios (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 2002).

Dentre os métodos de sobreclassificação, o mais largamente utilizado é o método ELECTRE-TRI (BOUYSSOU; ROY, 1993), que se baseia no grau de sobreclassificação que cada alternativa possui sobre um perfil de referência que distingue duas classes consecutivas. Este perfil é constituído pelo conjunto de valores-limite que separam as categorias, definidas em cada critério individualmente. Além do método ELECTRE-TRI, pode-se encontrar na literatura outros métodos não compensatórios, como Flowsort (NEMERY; LAMBORAY, 2008), PROMSORT (ARAZ; OZKARAHAN, 2005) e PROMETHEE TRI (FIGUEIRA;

SMET; BRANS, 2005), além de extensões do método ELECTRE TRI, como ELECTRE TRI-C (ALMEIDA-DIAS; FIGUEIRA; ROY, 2010).

A natureza não compensatória e a relativa flexibilidade axiomática (que permite relações de incomparabilidade entre alternativas, por exemplo) características dos métodos de sobreclassificação podem torná-los vantajosos, para o analista, em comparação com métodos de critério único de síntese, cuja aplicação é relativamente mais difícil (ISHIZAKA; NEMERY, 2013). Por outro lado, métodos de sobreclassificação requerem que um grande número de parâmetros seja estimado pelo decisor, como limiares de preferência e indiferença, o que frequentemente não é uma tarefa fácil e pode gerar dificuldades para a parte responsável por tomar a decisão (DOUMPOS *et al.*, 2009).

No grupo das abordagens por meio de função valor ou utilidade, o principal desenvolvimento metodológico é o método UTADIS (JACQUET-LAGREZE, 1995), uma adaptação do método UTA para problemas de classificação. Este método utiliza técnicas de programação linear e um processo iterativo para estimar funções utilidade aditivas e realizar a classificação com o mínimo erro possível (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 1999).

Algumas variações do método UTADIS, que consideram fatores adicionais no modelo de classificação, podem ser encontradas na literatura. As variantes UTADIS I, UTADIS II e UTADIS III (DOUMPOS; ZOPOUNIDIS, 1998), além de minimizar a magnitude dos erros de classificação, buscam maximizar a distância das alternativas em relação aos valores de referência (perfis) e minimizar a quantidade de classificações errôneas. O método UTADIS<sup>GMS</sup> (GRECO; MOUSSEAU; SŁOWIN, 2010) faz uso de ações de referência, exemplos de classificação bem conhecidos pelo decisor, que são utilizados para encontrar um conjunto de funções utilidade aditivas compatíveis e, assim, construir o modelo de preferências do decisor.

### 2.2.2 Elicitação de perfis

As diferentes abordagens MCDA voltadas para problemática de classificação buscam comparar as alternativas do problema com valores ou alternativas de referência, os chamados perfis, que caracterizam suas respectivas classes (BENABBOU; MARTIN; PERNY, 2021). Estes perfis fazem parte da estrutura de preferências do decisor e podem ser definidos de forma direta, pelo fornecimento de seus valores; ou podem ser obtidos de forma indireta, através de um processo de inferência por desagregação de preferências (FERNANDEZ; NAVARRO; BERNAL, 2009).

Muitos métodos propostos para classificar alternativas fazem uso da desagregação de preferências durante o processo elicitatório. Este é o caso do método UTADIS e suas variantes (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 2000), cujos modelos de programação matemática inferem os parâmetros dos problemas, dentre eles os perfis, a partir de exemplos de classificação dados pelo decisor. O mesmo princípio para inferir valores de referência também é aplicado a métodos de sobreclassificação, como PROMETHEE (KADZINSKI; SLOWINSKI, 2015) e ELECTRE TRI (LEROY; MOUSSEAU; PIRLOT, 2011).

A inferência exata dos perfis por desagregação de preferências pode requerer a resolução de programação linear de alta complexidade, como problemas inteiros mistos e não-lineares (RAMEZANIAN, 2019), o que limita a capacidade de dados que o modelo pode comportar. Procedimentos metaheurísticos (SOBRIE; MOUSSEAU; PIRLOT, 2013; SOBRIE; MOUSSEAU; PIRLOT, 2015) são capazes de lidar com grandes volumes de informação, mas não garantem que o modelo inferido é o que melhor se adequa aos dados de entrada. O nível de informação exigida do decisor e a complexidade do problema a ser resolvido representam um *trade-off*, para o qual já há propostas de abordagem (BELAHCÈNE *et al.*, 2018).

### 2.2.3 Avanços Metodológicos e aplicações no método FITradeoff

O método FITradeoff (DE ALMEIDA *et al.*, 2016) foi proposto como forma de solucionar problemas de decisão multicritério com racionalidade compensatória, através de funções valor, demandando o fornecimento de informação parcial pelo decisor. Evidências de que esta diminuição no nível de informação requerida reduz o esforço cognitivo exigido do decisor foram apresentadas em teste empírico (DE ALMEIDA-FILHO; DE ALMEIDA; COSTA, 2017), mostrando que o método requer que um número menor de declarações sejam dadas pelo decisor em comparação com o procedimento de elicitação por *tradeoffs* (KEENEY; RAIFFA, 1993).

Inicialmente idealizado para solucionar problemas de escolha, o método FITradeoff foi posteriormente adaptado para a problemática de ordenação (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019), que realiza comparações par-a-par para obter relações de dominância, as quais resultam numa ordem (parcial ou completa) das alternativas. Este modelo também foi utilizado como base para um Sistema de Apoio a Decisão (SAD) em grupo (FREJ; DE ALMEIDA; ROSELLI, 2019), que permite a visualização dos resultados parciais dos decisores pelos demais a cada rodada de interação, permitindo que o grupo chegue a um consenso de forma mais rápida e simples. Por fim, o método FITradeoff para ordenação também serviu de base para um modelo

de seleção de portfólio (FREJ; EKEL; DE ALMEIDA, 2021), que elenca os projetos em ordem decrescente de custo-benefício, permitindo que o decisor os selecione até que o orçamento total disponível seja atingido.

O modelo original do FITradeoff também foi estendido para atender à problemática de classificação (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020), combinando programação linear e regras de decisão para alocar as alternativas em classes ordenadas e previamente definidas por meio de valores de referência (perfis), fornecidos como dado de entrada. A cada interação, o decisor pode visualizar as classificações realizadas e as possíveis classes a que alternativas ainda não classificadas podem ser atribuídas.

Podem ser encontradas, na literatura, aplicações do método FITradeoff nas mais diversas áreas. O método foi utilizado para solucionar problemas de seleção de sistemas de informação (DE GUSMÃO; MEDEIROS, 2016), de seleção de modelos de maturidade BPM (LIMA; VIEGAS; COSTA, 2017), de seleção de fornecedores industriais (FREJ et al., 2017; DOS SANTOS et al., 2020), de seleção de regras de *scheduling* (PERGHER et al., 2020), e de seleção de portfólio com base em relação custo-benefício (FREJ; EKEL; DE ALMEIDA, 2021). O método também foi útil em problemas de decisão gerenciais da área de saúde (DELL'OVO et al., 2017; CAMILO et al., 2020; FRAZÃO et al., 2021) e de planejamento energético (DE MACEDO; MOTA; SOLA, 2018; FOSSILE et al., 2020; KANG et al., 2018). Também pôde ser demonstrada a eficiência do FITradeoff quando combinado com métodos de estruturação de problemas, como o *Value Focused Thinking*, que promove um melhor entendimento dos objetivos da decisão e provê uma maior coerência ao processo decisório (CORREIA et al., 2021; POLETO et al., 2020; SILVA et al., 2019).

Por fim, o método FITradeoff foi aplicado em experimentos envolvendo neurociência para fins de estudos comportamentais. Aspectos como o uso de visualização gráfica de resultados (DE ALMEIDA; ROSELLI, 2017; ROSELLI; DE ALMEIDA; FREJ, 2019), engajamento e esforço cognitivo (DA SILVA; COSTA, 2020), impacto que diferentes tipos de critério podem ter no desempenho do decisor (DA SILVA; COSTA; DE ALMEIDA, 2021), foram analisados.

Estudos de neurociência conduzidos com o FITradeoff chegaram a resultar em avanços metodológicos e melhoramentos para o Sistema de Apoio a Decisão (SAD) que implementa o método. Novas funcionalidades foram adicionadas ao SAD, como o uso de avaliação holística do espaço de ações, com declarações de preferência entre pares de alternativas, combinado com a avaliação sobre o espaço de consequências (DE ALMEIDA; FREJ; ROSELLI, 2021) e a regra

de decisão baseada em sucesso (ROSELLI; DE ALMEIDA, 2021). Por último, a realização de avaliação holística de alternativas foi reforçada por estudo comportamental baseado em diagrama Alpha-Theta (ROSELLI; DE ALMEIDA, 2022).

### 2.3 SÍNTESE DO ESTADO DA ARTE E POSICIONAMENTO DESTE TRABALHO

A partir da revisão de literatura, pode-se identificar as seguintes lacunas:

- i. A maior parte dos problemas de classificação é solucionada por modelos ou métodos baseados em relações de sobreclassificação, adequados a decisores de racionalidade não-compensatória. Além disso, estes métodos costumam requerer que uma grande quantidade de parâmetros seja estimada pelo decisor.
- ii. Para decisões que envolvem compensação entre critérios, o UTADIS é, praticamente, o único método utilizado para lidar com a racionalidade do decisor, o que restringe os meios disponíveis de solucionar problemas deste tipo.
- iii. O modelo empregado no método FITradeoff para problemática de classificação, apesar de lidar com informação parcial e ser interativo, exige que o próprio decisor forneça, de forma direta, os valores de referência (perfis) que definem as classes. Este fornecimento pode ser difícil por parte do decisor, que pode não ter conhecimento do significado desses valores.
- iv. Além da dificuldade mencionada no item anterior, o modelo proposto para o método FITradeoff para problemas de classificação não contempla uma etapa de análise de sensibilidade dos resultados obtidos, o que impossibilita aos atores envolvidos conhecer a robustez da classificação final em relação aos dados de entrada.
- v. O método UTADIS, bem como suas variantes, fazem uso da desagregação de preferências para inferir os valores de referência (perfis) para a alocação das alternativas nas classes. Apesar de algo intuitivo, já que parte de exemplos de alocações bem conhecidas do decisor e dispensa o fornecimento direto dos perfis, a desagregação é um procedimento custoso em termos de capacidade computacional e incapaz de lidar com uma quantidade grande de informações.
- vi. O uso de procedimentos heurísticos pode ser útil para reduzir a complexidade computacional do método UTADIS, mas perde a garantia da solução exata, dada pelos modelos de programação matemática, de que a solução encontrada é a que melhor se adequa aos dados de entrada.

Para preencher as lacunas observadas na literatura, este trabalho propõe uma etapa de elicitación de perfis e uma etapa de análise de sensibilidade, a serem adicionadas ao modelo atual do FITradeoff de classificação (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020). Na etapa de elicitación dos perfis, o decisor fará o fornecimento de forma direta, porém respaldada por valores de referência dispostos em uma escala gráfica, o que potencialmente proporciona um maior entendimento sobre os perfis. Além disso, poucos cálculos adicionais serão realizados durante esta etapa, de modo que a sua inserção no modelo não implicará num aumento da complexidade matemática necessária para chegar a uma solução.

Por fim, na análise de sensibilidade, simulações de Monte Carlo serão realizadas a fim de se obter um índice de robustez associado à classificação de cada alternativa, aumentando o nível de informação acerca do resultado obtido. Desta forma, este trabalho contribui para o melhoramento metodológico do método FITradeoff e para a literatura relacionada a problemas de classificação e a elicitación de perfis.

### 3 UMA NOVA PROPOSTA PARA ELICITAÇÃO DE PERFIS NO MÉTODO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO

Nesta seção, é apresentada uma nova etapa no processo de elicitação do método FITradeoff de classificação, a elicitação de perfis, proposta como uma forma de melhoria do modelo atual. São apresentados o modelo atual em que o método é aplicado, a descrição de como será a etapa de elicitação de perfis e um exemplo de utilização do novo modelo proposto, através da aplicação a um problema relevante da literatura.

#### 3.1 MÉTODO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO

A problemática de classificação consiste em alocar as alternativas em grupos  $C_1, C_2, \dots, C_r$  previamente definidos, denominados categorias ou classes. A classificação é feita de forma ordinal: os grupos são dispostos em ordem de preferência, de modo que as alternativas de uma classe  $C_p$  são menos preferidas que as alternativas da classe  $C_{p+1}$ ,  $p = 1, \dots, r$ . Desta forma,  $C_r$  conterá as alternativas mais preferidas, enquanto  $C_1$  conterá as alternativas menos preferidas (ZOPOUNIDIS; DOUMPOS, 2002).

O método FITradeoff para problemática de classificação (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020) avalia as alternativas de acordo com seus valores agregados, a partir das informações obtidas do decisor ao longo do processo de elicitação. Os valores das alternativas são calculados segundo os modelos de programação linear das equações 4 e 5, cujo objetivo é maximizar e minimizar, respectivamente, o valor agregado das alternativas segundo o modelo aditivo determinístico (equação 1), e cujas restrições refletem as preferências do decisor.

$$v_{max}(a_i) = Max \sum_{j=1}^n v_j(x_{ij})k_j$$

s. a.

$$k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_n \quad (i)$$

$$k_j v_j(x'_j) > k_{j+1}; j = 1, \dots, n-1 \quad (ii) \quad (4)$$

$$k_j v_j(x''_j) < k_{j+1}; j = 1, \dots, n-1 \quad (iii)$$

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1 \quad (iv)$$

$$k_j \geq 0, j = 1, \dots, n \quad (v)$$

$$v_{min}(a_i) = Min \sum_{j=1}^n v_j(x_{ij})k_j$$

s. a.

$$k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_n \quad (i)$$

$$k_j v_j(x'_j) > k_{j+1}; j = 1, \dots, n-1 \quad (ii) \quad (5)$$

$$k_j v_j(x''_j) < k_{j+1}; j = 1, \dots, n-1 \quad (iii)$$

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1 \quad (iv)$$

$$k_j \geq 0, j = 1, \dots, n \quad (v)$$

A primeira restrição (i) é a ordenação das constantes de escala, declarada pelo decisor, de forma interativa, em etapa preliminar do processo elicitatório. Também fazem parte do conjunto de restrições relações entre pares de constantes de escala adjacentes (ii e iii), segundo a ordenação, obtidas por meio de comparações entre pares de situações em que o decisor declara preferência por uma situação ou outra, ou declara ser indiferente entre as duas (o que gera uma restrição de igualdade). Por último, a normalização (iv) e não-negatividade (v) das constantes completam o conjunto de restrições do modelo.

A cada rodada de interação com o decisor, o conjunto de restrições é atualizado, de modo que reflita as informações obtidas, e os valores máximo e mínimo de cada alternativa são recalculados. Como o método FITradeoff não busca por valores exatos das constantes de escala,

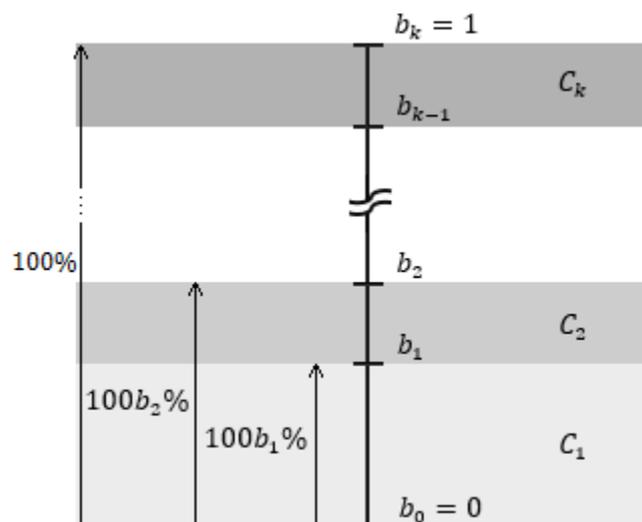
trabalhando apenas com valores viáveis, para os quais o problema de decisão tem solução, os valores agregados máximo e mínimo formam o conjunto de valores possíveis para cada alternativa.

Para realizar a classificação, as alternativas devem ser submetidas a regras de decisão que sejam aplicáveis a todas elas, de modo que todas as alternativas pertencentes a uma determinada classe possuam características que atendam os requisitos da mesma classe e de nenhuma outra. Para ser útil ao decisor, cada classe deve ser definida como uma função do tratamento (como aceitação ou rejeição, por exemplo) que será dado às alternativas alocadas na classe (ROY, 1996).

Desta forma, no modelo FITradeoff para classificação, as classes são definidas em termos de valores referência  $b$ , também chamados de perfis. Uma classe é definida por dois perfis consecutivos, em ordem de magnitude. As regras de decisão consistem em comparar os valores agregados de cada alternativa com os perfis que definem cada classe.

Quando os valores máximo e mínimo de uma alternativa estão contidos no intervalo definido por dois perfis consecutivos, a alternativa deve ser classificada na categoria definida por estes perfis. Assim, em um problema de classificação com  $k$  classes, para uma sequência de perfis ordenados  $b_0 < b_1 < \dots < b_{k-1} < b_k$ , em que  $b_0 = 0$  e  $b_k = 1$  (mínimo e máximo valores possíveis para qualquer alternativa), se  $v_{max}(a_i) < b_l$  e  $v_{min}(a_i) > b_{l-1}$ ,  $a_i$  deve ser alocada na classe  $C_l$ ,  $l = 1, \dots, k$ . A relação entre classes e perfis é ilustrada na figura 3.

Figura 3 - representação gráfica dos perfis e classes



(Fonte: Kang; Frej; De Almeida, 2020)

Os perfis, entendidos como os limites que definem as categorias, fazem parte da estrutura de preferências do decisor, e, portanto, deveriam ser elicitados. Entretanto, o modelo atual (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020) não contempla uma etapa de elicitação dos perfis, de maneira que o decisor deve fornecer diretamente os valores de cada perfil, em conjunto com os demais dados do problema de decisão (alternativas, critérios e consequências), antes do início do processo elicitatório.

Feita desta forma, a determinação dos perfis, e consequente definição das classes, pode ser algo difícil ou confuso para o decisor. Os valores dos perfis são números variando de 0 a 1, dispostos em uma reta real, que serão comparados aos valores globais das alternativas do problema. Os perfis podem, ainda, serem vistos como porcentagens do intervalo  $[0,1]$ , cujos extremos representam o pior e o melhor valor agregado que uma alternativa pode ter (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020). Entretanto, é possível que nenhuma dessas perspectivas faça sentido para o decisor, que pode não possuir familiaridade alguma com os conceitos nelas apresentados.

Por não realizar desagregação de preferências, isto é, não trabalhar com exemplos de classificação bem conhecidos pelo decisor, o modelo FITradeoff para classificação é totalmente dependente da definição *a priori* das classes, por meio do fornecimento direto dos valores dos perfis. Isto faz com que um entendimento deficitário, por parte do decisor, acerca do significado desses valores possa prejudicar sobremaneira a estruturação e, conseqüentemente, a resolução do problema de decisão. Por este motivo, é necessário um aprimoramento do modelo que possa contornar esta dificuldade inerente ao modelo, ou ao menos amenizar os possíveis prejuízos causados por ela (GALDINO; FREJ; DE ALMEIDA, 2020).

### 3.2 ELICITAÇÃO DE PERFIS

O fato de serem números reais no intervalo  $[0,1]$  confere aos perfis uma certa abstração que tem a possibilidade de prejudicar o processo elicitatório, visto que pode torná-los algo incompreensível ou vago demais para o decisor. No entanto, este grau de abstração pode ser diminuído se puder ser deixado claro, para o decisor, que os perfis são valores agregados de alternativas, às quais as alternativas do problema serão comparadas para que a classificação seja realizada.

Para tanto, o decisor pode ser apresentado ao intervalo real  $[0,1]$  de forma gráfica, através de um segmento de reta. Neste segmento, serão indicados valores de referência, aos quais o

decisor recorrerá no momento de indicar os valores de perfil que deseja para definir as classes do problema. Estes valores de referência são os valores agregados de alternativas fictícias, avaliadas segundo os modelos de programação linear do método FITradeoff para classificação, e que também deverão ser apresentadas ao decisor, com seus desempenhos em cada critério bem definidos.

Desta forma, o conhecimento do decisor acerca dos valores de perfil será melhorado, visto que ele poderá entendê-los em termos de alternativas bem conhecidas, podendo compará-los com elas. As alternativas utilizadas para este fim, nesta proposta de elicitacão de perfis, são a soluçãõ ideal e a NADIR, cujos conceitos são explicados a seguir.

### 3.2.1 Conceitos de soluçãõ ideal e NADIR

A soluçãõ ideal e a NADIR (HWANG; YOON, 1981) sãõ alternativas fictícias, isto é, nãõ fazem parte do conjunto de alternativas do problema, mas que sãõ caracterizadas com base nelas, a partir de suas consequências. Seriam, caso existissem de fato, a melhor e a pior alternativa do problema, respectivamente, de modo que um processo de elicitacão de preferências sequer seria necessáριο para resolver o problema de decisãõ (já que, por definiçãõ, a soluçãõ ideal é a soluçãõ do problema, e a NADIR é uma alternativa dominada).

Partindo do conjunto de alternativas do problema, denotando por  $B_j$  a consequênciã da alternativa com mais alto desempenho no critério  $j$ , e por  $W_j$  a consequênciã da alternativa com desempenho mais baixo no mesmo critério, as definições de soluçãõ ideal e NADIR sãõ:

- Soluçãõ ideal: alternativa hipotética cujo desempenho é o melhor possível em todos os critérios ( $x_{ideal\ j} = B_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ).
- NADIR: alternativa hipotética cujo desempenho é o pior possível em todos os critérios ( $x_{NADIR\ j} = W_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ).

Ou seja, a soluçãõ ideal e a NADIR sãõ construídas selecionado os melhores e os piores desempenhos, respectivamente, em cada critério, dentre aqueles apresentados pelas alternativas do conjunto de ações do problema.

### 3.2.2 Elicitacão de perfis em escala intervalar

No método FITradeoff, antes que o processo de elicitacão tenha início, é realizada a etapa de avaliaçãõ intracritério, cujo objetivo é a obtençãõ da funçãõ valor marginal  $v_j(x_{ij})$  (equaçãõ

1). Esta etapa é necessária devido à impossibilidade de agregar diretamente valores de consequência que podem estar (e normalmente estão) em unidades de medida diferentes.

A função valor marginal pode ser uma função linear ou não-linear. Neste segundo caso, a curva característica da função pode ser assumida (exponencial, logística, entre outras) ou obtida do decisor, seguindo procedimentos de elicitacão, tais como o método da bissecão (BELTON; STEWART, 2002). Apesar de o método FITradeoff comportar o uso de funções valor intracritério não-lineares, os procedimentos propostos neste trabalho são válidos apenas para funções lineares.

Já no caso linear, a função valor é obtida aplicando, aos valores de consequência  $x_{ij}$ , um procedimento de normalização que segue, por padrão, uma escala intervalar. Neste procedimento, os valores 0 e 1 são atribuídos às melhores ( $B_j$ ) e piores ( $W_j$ ) consequências em cada critério.

$$v_j(B_j) = 1 \quad , \quad v_j(W_j) = 0 \quad ; \quad j = 1, \dots, n \quad (6)$$

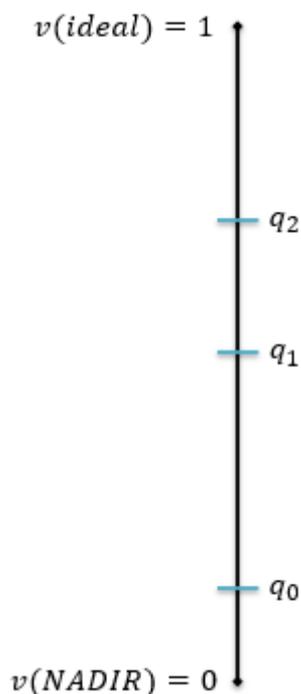
Avaliando o valor global da solução ideal e da NADIR pela equação 1, e levando em consideração a equação 2 (normalização das constantes de escala), temos que, em escala intervalar:

$$v(\text{ideal}) = 1 \quad , \quad v(\text{NADIR}) = 0 \quad (7)$$

Por este motivo, o intervalo real  $[0,1]$  pode ser mostrado ao decisor graficamente como uma reta real, sobre a qual são indicados valores globais de alternativas, e em cujos extremos estão assinalados os valores globais da solução ideal e da NADIR. Conhecendo as consequências destas duas alternativas fictícias, o decisor terá uma referência para assinalar diretamente os valores de perfil sobre a reta, que podem ser encarados como proporções do intervalo entre a solução ideal e a NADIR.

Um exemplo desta forma de avaliação dos perfis é mostrado na figura 4. Neste caso, os valores  $q_0, q_1$  e  $q_2$  são os perfis assinalados pelo decisor, que assim definiu 4 categorias para classificar as alternativas. As categorias  $C_1, C_2, C_3, C_4$  são definidas, respectivamente, sobre o intervalo de possíveis valores agregados  $[0,1]$  da seguinte forma:  $(0, q_0]$ ,  $(q_0, q_1]$ ,  $(q_1, q_2]$  e  $(q_2, 1]$ . Para ser classificada em uma destas categorias, uma alternativa teria que ter valores máximo e mínimo pertencentes a um, e apenas um, destes intervalos.

Figura 4 - representação do intervalo [0,1] em escala intervalar



(Fonte: esta pesquisa, 2021)

O uso da escala intervalar é muito frequente nos procedimentos de elicitacão das constantes de escala encontrados na literatura, além de ser massivamente aplicado em métodos de critério único de síntese com agregao aditiva. Por este motivo, é natural utilizar esta escala em problemas solucionados por meio do modelo aditivo determinístico. Entretanto, a escala intervalar pode ser de difícil compreensão por parte do decisor, que teria que pensar em termos de variaoes entre a soluo ideal e a NADIR.  possível que o raciocínio seja facilitado por meio da escala de razão, que permite o estabelecimento de proporoes entre valores de alternativas (e não de intervalos ou variaoes). Por isso, na seo seguinte,  proposta a possibilidade de uso, pelo decisor, desta escala para realizar a elicitacão de perfis, o que proporciona uma melhor adequao às suas preferências e ressalta o caráter flexível do método FITradeoff.

### 3.2.3 Elicitacão de perfis em escala de razão

O uso da escala intervalar é justificado pela utilidade de suas propriedades, já que possibilita mostrar para o decisor o acréscimo de valor de uma alternativa em relao a outra.

Mas é possível que este tipo de informação não seja claro, ou suficiente, para o decisor ser capaz de avaliar os perfis na etapa de definição das classes.

É provável que o decisor necessite da escala de razão, que fornece uma quantidade de informação maior que a escala intervalar. Na escala de razão, o valor 0 significa ausência da propriedade considerada, e pode-se estabelecer proporções entre valores de consequência (diferente da escala intervalar, que trabalha com proporções entre intervalos de valores de consequência) (DE ALMEIDA, 2013).

No caso do uso da escala de razão, a avaliação intracritério é feita de modo diferente em relação à escala intervalar. Os valores normalizados de consequência são calculados como a divisão da consequência pela consequência da alternativa com desempenho mais alto no critério.

$$v_j(x_{ij}) = x_{ij}/B_j \quad (8)$$

Por este procedimento de normalização, a solução ideal continua tendo valor global igual a 1, já que  $x_{ideal\ j} = B_j$ . A NADIR, entretanto, não terá valor global necessariamente igual a 0 ( $v(NADIR) = \sum_{j=1}^n k_j v_j(x_{NADIR\ j}) = \sum_{j=1}^n k_j (W_j/B_j)$ ). De fato, esta alternativa terá um valor mínimo e um valor máximo, calculados de acordo com o modelo FITradeoff para classificação (equações 9 e 10).

$$v_{max}(NADIR) = Max \sum_{j=1}^n (W_j/B_j)k_j$$

s. a.

$$k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_n$$

$$k_j v_j(x'_j) > k_{j+1}; j = 1, \dots, n - 1 \quad (9)$$

$$k_j v_j(x''_j) < k_{j+1}; j = 1, \dots, n - 1$$

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1$$

$$k_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

$$v_{max}(a_i) = Min \sum_{j=1}^n (W_j/B_j)k_j \quad (10)$$

s. a.

$$k_1 \geq k_2 \geq \dots \geq k_n$$

$$k_j v_j(x'_j) > k_{j+1}; j = 1, \dots, n - 1$$

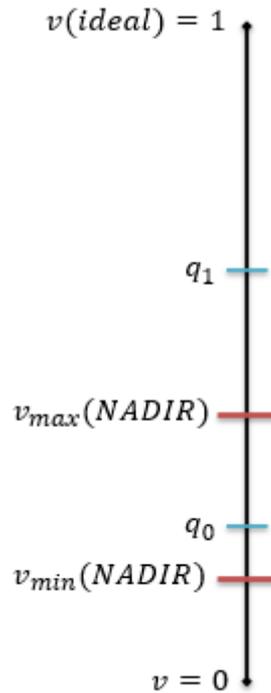
$$k_j v_j(x''_j) < k_{j+1}; j = 1, \dots, n - 1$$

$$\sum_{j=1}^n k_j = 1$$

$$k_j \geq 0, j = 1, \dots, n$$

Desta forma, o decisor ainda poderá ter como referência a reta real  $[0,1]$ , mas a NADIR não será mais o extremo inferior do intervalo. Nele devem ser assinalados os valores máximo e mínimo da NADIR, e os valores de perfil indicados pelo decisor não poderão ser menores que o valor mínimo da NADIR (já que este é o menor valor global possível para qualquer alternativa). Um exemplo de avaliação dos perfis é mostrado na figura 5. Neste caso, os valores  $q_0$  e  $q_1$  são os perfis assinalados pelo decisor, que assim definiu 3 categorias para classificar as alternativas.

Figura 5 - representação do intervalo [0,1] em escala de razão



(Fonte: esta pesquisa, 2021)

No método FITradeoff, os valores globais das alternativas são calculados de acordo com uma escala intervalar, e a elicitacão das constantes de escala assume o uso da escala intervalar na avaliao intracritério. Por este motivo, como foram avaliados em escala de razão, os perfis devem ser transformados para uma escala intervalar.

A transformao consiste em calcular a razão entre dois intervalos (como mostrado na equao 11): a diferença do valor do perfil para o valor mínimo da NADIR; e a variao total do intervalo, que  a diferença entre o valor da soluo ideal (ou seja, 1) e o valor mínimo da NADIR.

$$q' = [q - v_{\min}(\text{NADIR})]/[1 - v_{\min}(\text{NADIR})] \quad (11)$$

Os valores  $q'$  assim calculados serão utilizados como os extremos que definem as diferentes classes.

A opo sobre qual escala utilizar na etapa de elicitacão dos perfis reforça o caráter interativo e flexível do método FITradeoff. Ao permitir que o decisor escolha a maneira que

mais lhe convém para fornecer as informações, a elicitação leva em consideração as preferências do decisor (inclusive com relação ao próprio procedimento), e faz com que o processo esteja tão adequado a estas preferências quanto possível.

#### **4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO**

A análise de sensibilidade constitui uma etapa importante do processo decisório, que tem por objetivo avaliar o grau de robustez do resultado, dado pelo modelo de decisão, em relação aos dados de entrada e aos parâmetros do modelo adotado. Esta avaliação é feita considerando incertezas no fornecimento dos dados de entrada, fazendo-os variar, dentro de certos limites, e verificando como o resultado se altera devido a estas mudanças. Desta forma, pode-se verificar quão sensível é o modelo em relação a um determinado dado ou parâmetro (BELTON; STEWART, 2002).

Um resultado considerado inadequado, isto é, que muda muito quando dados de interesse são variados, pode levar a uma revisão do modelo utilizado, ou mesmo ao seu descarte, o que demandaria uma completa reestruturação do problema de decisão. Os dados, cujo fornecimento será avaliado, podem ser variados isoladamente ou em conjunto, de modo que seja investigado de que forma cada parâmetro ou dado de entrada pode ser fortalecido, e um índice de robustez associado a cada um dos cenários seja obtido. Este índice de robustez deverá complementar o relatório de resultados do modelo de decisão, conferindo-lhes uma medida da sensibilidade em relação aos dados de interesse (DE ALMEIDA, 2013).

No caso do método FITradeoff, a análise de sensibilidade é realizada ao final do processo elicitação, quando a recomendação final é dada. A avaliação é feita por simulações de Monte Carlo (RAYCHAUDHURI, 2008), em que diversos cenários são simulados variando subconjuntos de dados de entrada de acordo com uma distribuição de probabilidade (no caso da análise aqui proposta, distribuição uniforme) e dentro de uma faixa determinada. É facultado ao decisor escolher quais dados serão variados e qual será a faixa de variação aplicada. Desta forma, a sensibilidade do modelo pode ser avaliada em relação aos dados de consequência em um ou mais critérios de forma isolada, ou a todo o conjunto de critérios do problema.

Os resultados da análise de sensibilidade dependem das problemáticas em que o método FITradeoff é aplicado. A metodologia empregada por cada um dos modelos que utilizam o método (seleção, ordenação e classificação) é detalhada nos itens seguintes.

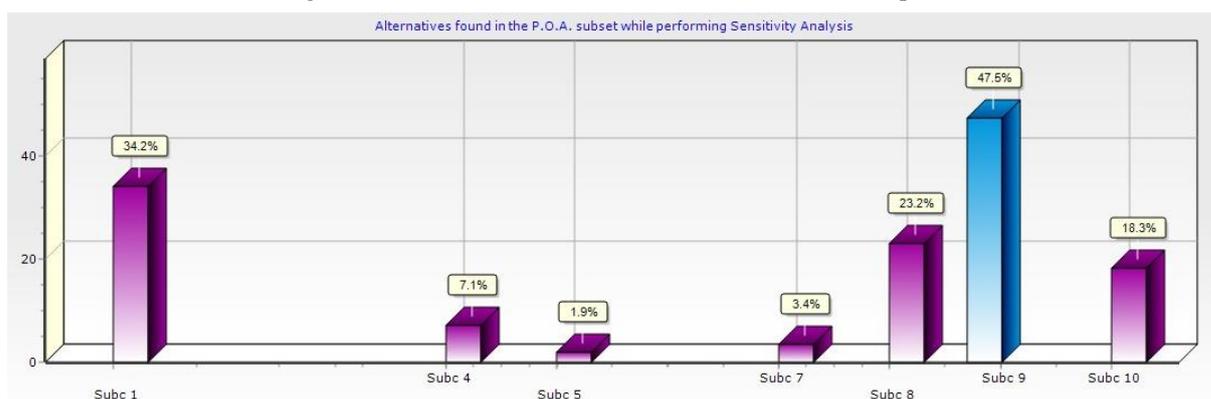
#### 4.1 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO MÉTODO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICAS DE ESCOLHA E ORDENAÇÃO

Para a problemática de escolha, a análise de sensibilidade estuda como se altera, quando os dados de entrada são variados, o conjunto de alternativas potencialmente ótimas. Este conjunto é composto pelas alternativas que não são dominadas, dado o espaço de pesos (conjunto de valores possíveis para as constantes de escala) a que o método tenha chegado com as informações fornecidas, pelo decisor, durante o processo.

A cada cenário simulado, o sistema avalia as alternativas do problema e elimina aquelas que são dominadas pelas demais, de acordo com os modelos de programação linear do método FITradeoff para seleção (DE ALMEIDA *et al.*, 2016). Então, para cada conjunto de alternativas potencialmente ótimas assim gerado, é incrementado o número de instâncias em que cada alternativa pertenceu ao conjunto. Desta forma, chega-se ao índice de robustez associado a cada alternativa, que é dado pela porcentagem de cenários em que a alternativa estava no conjunto.

A figura 6 mostra um exemplo de resultado da análise de sensibilidade do método FITradeoff para problemática de escolha. No problema ilustrado, dentre 10 alternativas, uma delas pode ser recomendada com um índice de robustez de 47,5%. Para chegar a esta robustez, os cenários foram gerados variando-se em 10% as consequências das alternativas em todos os critérios.

Figura 6 - análise de sensibilidade do método FITradeoff para escolha



(Fonte: o autor, 2021)

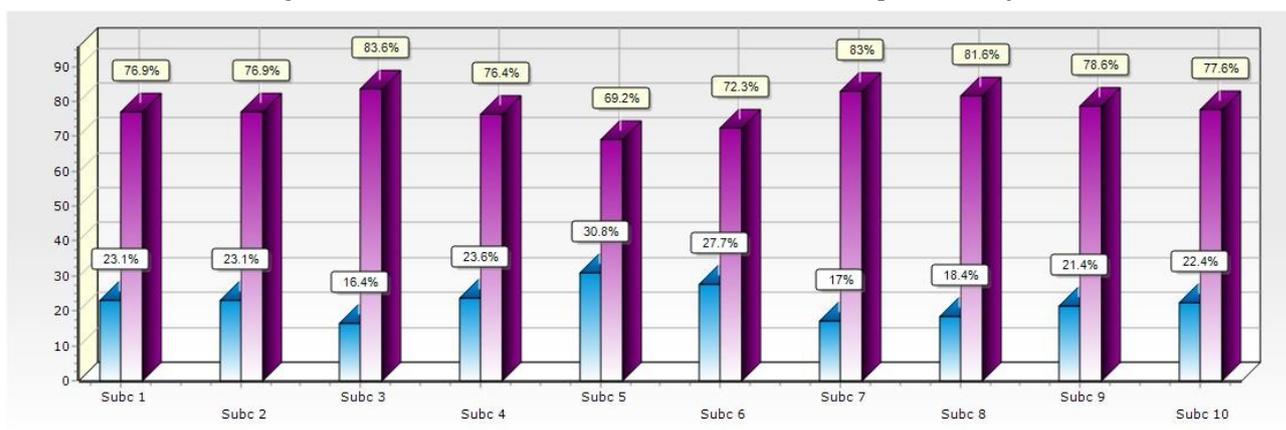
Já para a problemática de ordenação, o objetivo da análise de sensibilidade é avaliar a robustez da sequência das alternativas, resultante do processo elicitatório, em ordem de dominância, estabelecida por comparações par-a-par. Para os diferentes cenários gerados, as

alternativas são reavaliadas por meio do modelo de programação linear do modelo (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019) e uma nova ordem (parcial ou completa) é obtida.

Então, as posições em que as alternativas são ordenadas são contabilizadas, e o grau de sensibilidade é dado, para cada alternativa, em termos de porcentagem dos casos em que a posição na sequência em que a alternativa foi alocada mudou em relação à recomendação original, dada pelo modelo de apoio à decisão.

A figura 7 mostra um exemplo de análise de sensibilidade do método FITradeoff para a problemática de ordenação. Os índices de robustez, indicados para cada alternativa, são a porcentagem de instâncias em que a alternativa permaneceu em sua posição original. No caso do exemplo, as consequências das alternativas foram variadas em 10% em todos os critérios. É possível concluir que o modelo se mostrou extremamente sensível a estas variações.

Figura 7 - análise de sensibilidade no método FITradeoff para ordenação



(Fonte: o autor, 2021)

#### 4.2 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO MÉTODO FITRADEOFF PARA PROBLEMÁTICA DE CLASSIFICAÇÃO

Para a problemática de classificação, a análise de sensibilidade consiste em avaliar o quão robusta é a alocação das alternativas nas classes, seguindo as regras de decisão do modelo (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020). Isto significa refazer a classificação para cada cenário gerado, reavaliando as alternativas pelos modelos de programação linear e comparando os valores obtidos com os perfis. Para cada nova classificação assim obtida, o número de instâncias em que as alternativas são alocadas em uma classe diferente, em relação à recomendação original, é contabilizada.

Para avaliar a robustez do modelo de classificação, é possível simular cenários fazendo variar as consequências das alternativas, como nas outras problemáticas. Entretanto, aos valores fornecidos durante a etapa de elicitación de perfis também fazem parte do conjunto de dados de entrada, além de interferirem diretamente na obtenção do resultado final. Por isso, é imprescindível avaliar a robustez do modelo também em relação a estes valores. A variação destes valores é um importante fator na análise de sensibilidade, já que são fornecidos de maneira direta pelo decisor, o que pode lhes conferir um certo grau de incerteza. Por este motivo, o modelo FITradeoff para classificação comporta os dois tipos de análise de sensibilidade: em relação às consequências e em relação aos perfis.

O grau de sensibilidade é dado pela porcentagem de instâncias simuladas em que a classe, em que cada alternativa foi alocada, foi igual àquela da recomendação dada ao final da elicitación de preferências. Assim, a recomendação pode ser dada ao decisor com um índice (associado a cada alternativa) de sensibilidade aos dados avaliados.

É possível que, em um determinado cenário simulado, uma ou mais alternativas não possam ser alocadas em uma classe; isto é, para o espaço de pesos resultante das informações fornecidas, algumas alternativas não têm valores máximo e mínimo pertencentes ao intervalo definido por dois perfis consecutivos. Para estas instâncias, a alternativa é contabilizada como não-classificada, o que é considerado um desvio da classificação original.

## 5 APLICAÇÃO ILUSTRATIVA

Para ilustrar o uso do método FITradeoff para classificação, será tomado como exemplo o problema de classificação de fornecedores elaborado por Araz e Ozkarahan (2007), em que um fabricante da indústria de eletrônicos considera que avanços significativos no desenvolvimento de produtos podem ser alcançados através de parcerias estratégicas com um conjunto de fornecedores. A gerência da empresa acredita que pode alcançar seus objetivos por meio de um sistema de avaliação dos fornecedores, cujo resultado deverá responder a quatro questões: quais fornecedores devem ser selecionados como parceiros estratégicos (fornecedores perfeitos); quais devem ser apoiados por meio de programas de desenvolvimento de fornecedores (fornecedores promissores); quais considerar para parcerias competitivas visando alguns produtos (fornecedores moderados); e quais não devem ser considerados para parcerias em qualquer nível (maus fornecedores).

### 5.1 ESTRUTURAÇÃO DO PROBLEMA

De acordo com os próprios requisitos na formação de parcerias estratégicas, a empresa possui alguns objetivos estratégicos, a saber, reduzir o tempo de desenvolvimento de produtos, melhorar o desempenho na entrega, na qualidade e no custo, e desenvolver relações estratégicas com fornecedores inovadores. Para avaliar as opções de fornecedores de acordo com estes objetivos, foi desenvolvido um conjunto de dez critérios, listados na tabela 2.

*Tabela 2 – critérios do problema de decisão*

Critério	Descrição	Objetivo
$g_1$	Apoio no projeto estrutural de produtos	Maximizar
$g_2$	Apoio no projeto e engenharia de processos	Maximizar
$g_3$	Tempo de revisão de projeto (em dias)	Minimizar
$g_4$	Tempo de prototipagem (em dias)	Minimizar
$g_5$	Nível de tecnologia	Maximizar
$g_6$	Desempenho na qualidade	Maximizar
$g_7$	Força financeira	Maximizar
$g_8$	Desempenho na redução de custos	Maximizar
$g_9$	Desempenho na entrega	Maximizar
$g_{10}$	Facilidade de comunicação	Maximizar

Fonte: Araz & Ozkarahan (2007)

A tabela 3 mostra a matriz de consequências do problema de classificação, com as alternativas a serem classificadas, um total de 22 fornecedores, bem como seus desempenhos em cada um dos critérios.

Tabela 3 – matriz de consequências da classificação de fornecedores

	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
Fornecedor 1	84	83	12	7	85	85	80	85	95	90
Fornecedor 2	72	78	7	5	70	70	80	75	95	95
Fornecedor 3	70	82	7	7	80	85	89	65	90	95
Fornecedor 4	70	68	20	25	75	70	60	90	70	90
Fornecedor 5	70	95	15	5	95	50	95	95	80	95
Fornecedor 6	90	85	30	32	85	60	70	77	80	85
Fornecedor 7	80	75	15	7	80	95	70	84	90	80
Fornecedor 8	86	90	10	5	85	85	92	75	99	90
Fornecedor 9	92	85	30	26	90	60	92	75	90	90
Fornecedor 10	70	65	25	28	60	60	75	70	60	60
Fornecedor 11	75	85	30	32	65	50	90	80	89	60
Fornecedor 12	92	90	8	5	90	90	85	92	99	90
Fornecedor 13	72	75	27	10	80	70	80	70	89	80
Fornecedor 14	55	60	28	32	70	85	60	65	70	60
Fornecedor 15	95	90	8	5	90	90	85	85	98	90
Fornecedor 16	95	95	8	7	95	95	95	92	95	90
Fornecedor 17	70	75	24	12	85	80	84	70	86	80
Fornecedor 18	80	70	10	7	85	60	80	60	95	90
Fornecedor 19	95	90	7	7	95	85	85	95	97	95
Fornecedor 20	60	70	30	30	60	60	80	70	60	80
Fornecedor 21	90	90	15	5	80	90	80	75	99	90
Fornecedor 22	70	60	30	15	60	50	60	75	70	65

Fonte: Araz & Ozkarahan (2007)

De acordo com a matriz de consequências, as alternativas hipotéticas deste problema, a solução ideal e a NADIR, são como mostradas na tabela 4.

Tabela 4 - solução ideal e NADIR do problema

Alternativa hipotética	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
Solução Ideal	95	95	7	5	95	95	95	95	99	95
NADIR	55	60	30	32	60	50	60	60	60	60

Fonte: esta pesquisa (2021)

Como o problema foi originalmente modelado admitindo racionalidade não compensatória, a equipe de projetos estabeleceu valores limítrofes para as categorias em cada critério, assim definindo os perfis. Além disso, os pesos dos critérios também foram definidos pelos membros da equipe em comum acordo. Todos estes valores são mostrados na tabela 5.

Tabela 5 – Perfis e pesos do problema de classificação de fornecedores

	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
Perfil $b_1$	65	70	25	25	65	60	70	70	70	65
Perfil $b_2$	80	80	18	15	75	80	80	80	85	80
Perfil $b_3$	90	90	8	7	90	90	95	90	95	90
Pesos	0,15	0,10	0,10	0,10	0,08	0,15	0,05	0,12	0,10	0,05

Fonte: Araz & Ozkarahan (2007)

Para demonstrar como este problema pode ser resolvido caso o decisor possua racionalidade compensatória, os perfis terão seus valores agregados calculados pela soma ponderada do modelo aditivo determinístico (equação 1). Para isto, as consequências das alternativas e dos perfis são normalizadas de acordo com uma função valor intracritério linear, dada por:

$$v_j(x_{ij}) = (x_{ij} - W_j)/(B_j - W_j) \quad (12)$$

em que  $x_{ij}$  é a consequência a ser normalizada,  $W_j$  é a consequência da alternativa com pior desempenho no critério  $j$ , e  $B_j$  é a consequência da alternativa com melhor desempenho. Considerando as consequências normalizadas dos perfis e os valores dos pesos (agora tratados como constantes de escala), e aplicando a equação 1, chega-se aos valores dos perfis, em escala intervalar:

$$b_1 = 0,24 ; b_2 = 0,59 ; b_3 = 0,89$$

Desta forma, ficam definidas (em termos dos valores agregados das alternativas que deverão comportar) de acordo com as necessidades da empresa, as quatro categorias do problema de classificação, como mostrado na tabela 6.

Tabela 6 – categorias do problema de classificação de fornecedores

Categoria	Descrição	Valores
C1	Fornecedores cortados	$0,00 < v(a_j) \leq 0,24$
C2	Fornecedores para parcerias competitivas	$0,24 < v(a_j) \leq 0,59$
C3	Fornecedores promissores	$0,59 < v(a_j) \leq 0,89$

C4	Fornecedores para parcerias estratégicas	$0,89 < v(a_j) \leq 1,00$
----	--	---------------------------

Fonte: esta pesquisa (2021)

Todas as informações do problema são, então, fornecidas como dados de entrada do sistema de apoio a decisão FITradeoff (disponível em <http://cdsid.org.br/fitradeoff/>). Após a avaliação intracritério, o sistema passa à etapa de ordenação das constantes de escala, apresentada a seguir.

## 5.2 ORDENAÇÃO DAS CONSTANTES DE ESCALA

A ordenação das constantes de escala pode ser realizada de duas maneiras: por comparações par a par, ou por avaliação global. No primeiro caso, o decisor é apresentado a pares de alternativas hipotéticas, cujos desempenhos estão em seu nível mais baixo em todos os critérios, exceto em um; neste, a alternativa terá desempenho máximo. Então, o decisor deverá declarar preferência estrita por uma das situações, ou indiferença entre elas. Desta forma, é obtida uma relação entre as constantes dos critérios nos quais as alternativas tinham desempenho máximo. Novos pares de alternativas são apresentados até que seja possível ordenar todas as constantes de escala a partir das declarações do decisor.

Já no caso de ordenação por avaliação global, o decisor é apresentado a uma alternativa hipotética, cuja performance é a pior possível em todos os critérios. Então é solicitado, do decisor, caso pudesse elevar o desempenho da alternativa em apenas um critério ao máximo possível, que critério selecionaria. É possível escolher mais de um critério em uma única seleção, o que implica em uma indiferença entre os critérios selecionados juntos (as constantes de escala destes critérios terão o mesmo valor). Este procedimento leva o decisor a realizar a ordenação das constantes de escala considerando a amplitude de valores em cada critério, bem como o ganho, em termos de valor agregado, ao passar da pior para a melhor consequência em cada um dos critérios. Ao final de todas as seleções, é obtida uma sequência das constantes de escala, em ordem de magnitude.

Fazendo a ordenação das constantes pelo procedimento de avaliação global, e tendo como referência os valores dos pesos da tabela 5, a seleção dos critérios é feita na seguinte sequência: Apoio no projeto estrutural de produtos e Desempenho na qualidade; Desempenho na redução de custos; Apoio no projeto e engenharia de processos, Tempo de revisão de projeto (em dias), Tempo de prototipagem (em dias) e Desempenho na entrega; Nível de tecnologia; Força

financeira e Facilidade de comunicação. Desta forma, chega-se à seguinte ordenação das constantes de escala:

$$k_1 = k_6 > k_8 > k_2 = k_3 = k_4 = k_9 > k_5 > k_7 = k_{10} \quad (13)$$

A figura 8 mostra a etapa de ordenação das constantes como vista pelo usuário do sistema de apoio a decisão, e uma das seleções sendo realizadas.

Figura 8 - etapa de ordenação das constantes de escala

### Ranking of criteria scaling constants

By overall evaluation

I. Consider a hypothetical alternative:

W is the worst outcome of criterion C*i*  
B is the best outcome of criterion C*i*

Alternatively the ranking of scaling constants can be done by [pairwise comparison](#).  
**Note:** If you have more than seven criteria it is recommended that you perform a pairwise comparison.

II. Suppose that you can improve the performance of this alternative in only ONE of the criteria to the maximum value. Which criterion would you choose? (If you feel indifferent between some criteria, please select them together)

Note: Select the criteria to see the changes.

C7-Financial strength  
 C10-Ease of communication

**Chosen order of scaling constants:**

1. C1-Support in product structural desi
1. C6-Quality performance
2. C8-Cost reduction performance
3. C2-Support in process design and en
3. C3-Design revision time
3. C4-Prototyping time
3. C9-Delivery performance
4. C5-Level of technology

Elicitation of Profiles

(Fonte: o autor, 2021)

### 5.3 ELICITAÇÃO DOS PERFIS

Concluída a ordenação, o sistema passa à etapa de elicitação dos perfis e definição das classes do problema de decisão. Nesta etapa, o decisor indica o número de classes que deseja para o problema e fornece os valores de perfil, que são mostrados de forma gráfica em uma escala de valores, onde são assinalados a solução ideal e a NADIR. Também é dada a opção de mudar a escala. À medida que o decisor vai fornecendo os perfis, o sistema mostra as classes que estão construídas e os valores limítrofes que as definem. A figura 9 mostra a interface gráfica desta etapa. Os elementos mostrados na tela são detalhados a seguir.

## Elicitation of Profiles

In this step you are going to define the categories by selecting profiles. [↗](#)

First select the number of categories you would like to create.

Number of categories to be created:

4    (a)

To select a profile, type a value and click on "select".

0.89  (b)

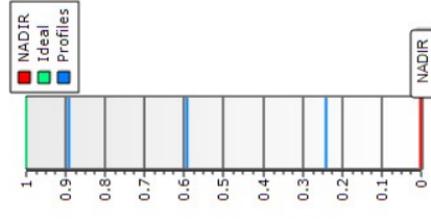
*\*Select a value at least equal to NADIR(minimum).*

Each time you select a profile, the list of defined categories is updated.

By selecting the profiles, you have defined the following classes:

Class	Lower limit	Upper limit
Cat. 1	0.00	0.24
Cat. 2	0.24	0.59
Cat. 3	0.59	0.89
Cat. 4	0.89	1.00

## Global value in an interval scale



(d)

(e)

The evaluation can be conducted either in an interval or a ratio scale. [↗](#)

The profiles should be defined with respect to the ideal solution and NADIR. [↗](#)

Ideal solution and NADIR

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Ideal	95	95	7	5	95	95	95	95	99	95
NADIR	55	60	30	32	60	50	60	60	60	60

Selected profiles:

P1 - 0.24  
P2 - 0.59  
P3 - 0.89

Criteria

C1 - Support in product  
C2 - Support in process  
C3 - Design revision tim  
C4 - Prototyping time  
C5 - Level of technology  
C6 - Quality performanc  
C7 - Financial strength  
C8 - Cost reduction perf

Primeiro, o decisor deverá inserir o número de classes do problema de decisão (a), e em seguida, fornecer os valores de perfil que definirão estas classes (b). É deixado claro que nenhum valor de perfil poderá ser menor que o valor mínimo da NADIR. Também é mostrada uma tabela com as categorias criadas (c), explicitando os valores que as definem.

Ao centro da tela, é mostrada a visualização gráfica do intervalo  $[0,1]$  com os valores da solução ideal e da NADIR assinalados (d), onde vão sendo indicados os valores de perfil inseridos (em azul), à medida que são fornecidos. No caso da figura 9, foi utilizada uma escala intervalar, de modo que os perfis representam frações do intervalo entre os valores da solução ideal e da NADIR. À direita da tela, onde também é dada a opção de trocar de escala ao decisor (e), a solução ideal e NADIR se encontram explicitadas (f), em termos das consequências que teriam em cada critério.

A figura 10 mostra como seria a interface gráfica da etapa de elicitação de perfis caso o decisor optasse por utilizar a escala de razão durante a avaliação. São assinalados, na visualização gráfica do intervalo  $[0,1]$ , os valores máximo e mínimo da NADIR, que também são explicitados logo abaixo.

O valor mínimo da NADIR passa a ser o limite inferior dos valores possíveis para os perfis, que representam, na escala de razão, uma porcentagem do valor agregado da solução ideal. Os valores de perfil foram selecionados de forma que, ao final, ao serem transformados de acordo com a equação 11, resultassem nos valores agregados  $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_3$  calculados anteriormente.

Figura 10 - etapa de elicitação de perfis usando escala de razão

### Elicitation of Profiles

In this step you are going to define the categories by selecting profiles. [?](#)  
 First select the number of categories you would like to create.

**Number of categories to be created:**

4

To select a profile, type a value and click on "select".  
 0,93

**\*Select a value at least equal to NADIR(minimum).**  
 Each time you select a profile, the list of defined categories is updated.

By selecting the profiles, you have defined the following classes:

Class	Lower limit	Upper limit
Cat. 1	0.4	0.54
Cat. 2	0.54	0.75
Cat. 3	0.75	0.93
Cat. 4	0.93	1.00

The evaluation can be conducted either in an interval or a ratio scale. [?](#)

The profiles should be defined with respect to the ideal solution and NADIR. [?](#)

**Ideal solution and NADIR**

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Ideal	95	95	7	5	95	95	95	95	99	95
NADIR	55	60	30	32	60	50	60	60	60	60

**Selected profiles:**

P1 - 0.54  
 P2 - 0.75  
 P3 - 0.93

**Criteria**

- C1 - Support in product
- C2 - Support in process
- C3 - Design revision tim
- C4 - Prototyping time
- C5 - Level of technology
- C6 - Quality performanc
- C7 - Financial strength
- C8 - Cost reduction perf

### Global value in a ratio scale

NADIR: Vmax = 0.61 Vmin = 0.4

(Fonte: o autor, 2021)

## 5.4 AVALIAÇÃO INTERCRITÉRIO

Com as classes do problema definidas, passa-se à etapa de elicitación flexível das constantes de escala do método FITradeoff. A elicitación consiste em apresentar pares de consequências que possuem desempenho mínimo em todos os critérios, exceto um. Estes critérios são selecionados de forma que a declaração de preferência estrita por uma das situações, ou de indiferença entre as duas, dada pelo decisor, resulte em uma relação entre duas constantes de escala consecutivas segundo a ordenação obtida na primeira etapa do processo. Além disso, os desempenhos não-mínimos são: um desempenho intermediário, na primeira alternativa; e o máximo desempenho possível, na segunda.

A figura 11 mostra um exemplo de comparação mostrada ao decisor nesta etapa. Na situação A, a alternativa possui um desempenho no critério “Desempenho na redução de custos” de 75% do máximo possível; na situação B, a alternativa tem o critério “Desempenho na entrega” em sua máxima performance. Neste exemplo, o decisor declarou preferência estrita pela situação B, o que significa que esta situação possui valor agregado, calculado pela equação 1, maior que o da situação A. Disto, resulta a relação  $0,75k_8 < k_9$ .

Figura 11 - etapa de elicitación flexível das constantes de escala

Answer the questions by choosing one option

Consequence A

C1		W1:55	
C2		W2:50	
C3		X3:86.25	
C4		W4:60	
C5		W5:30	
C6		W6:32	
C7		W7:60	
C8		W8:60	
C9		W9:60	
C10		W10:60	

Consequence B

C1		W1:55	
C2		W2:50	
C3		W3:60	
C4		W4:60	
C5		W5:30	
C6		W6:32	
C7		B7:99	
C8		W8:60	
C9		W9:60	
C10		W10:60	

Note: W<sub>i</sub> is the worst outcome of criterion C<sub>i</sub>  
X<sub>i</sub> is a outcomein between best and worst o criterion C<sub>i</sub>

(Fonte: o autor, 2021)

A tabela 7 mostra a sequência de perguntas e respostas desta etapa para o problema de classificação de fornecedores. As respostas foram dadas também com base nos valores dos pesos da tabela 5.

Tabela 7 – sequência de respostas da etapa de avaliação intercritério

Pergunta	Conseq. A	Conseq. B	Resposta	Relação resultante
1	$0,5k_6$	$k_7$	Preferência por A	$0,5k_6 > k_7$
2	$0,5k_6$	$k_8$	Preferência por B	$0,5k_6 < k_8$
3	$0,5k_8$	$k_9$	Preferência por B	$0,5k_8 < k_9$
4	$0,5k_9$	$k_5$	Preferência por B	$0,5k_9 < k_5$
5	$0,5k_5$	$k_7$	Preferência por B	$0,5k_5 < k_7$
6	$0,75k_6$	$k_8$	Preferência por B	$0,75k_6 < k_8$
7	$0,75k_8$	$k_9$	Preferência por B	$0,75k_8 < k_9$
8	$0,75k_9$	$k_5$	Preferência por B	$0,75k_9 < k_5$
9	$0,75k_5$	$k_7$	Preferência por A	$0,75k_5 > k_7$
10	$0,875k_6$	$k_8$	Preferência por A	$0,875k_6 > k_8$
11	$0,875k_8$	$k_9$	Preferência por A	$0,875k_8 > k_9$
12	$0,875k_9$	$k_5$	Preferência por A	$0,875k_9 > k_5$
13	$0,625k_5$	$k_7$	Indiferença	$0,625k_5 > k_7$

Fonte: esta pesquisa (2021)

A cada pergunta, a relação entre pares de constante obtida é adicionada como restrição dos problemas de programação linear que avaliam as alternativas. Os valores máximo e mínimo das alternativas são então recalculados (equações 3.1 e 3.2) e comparados com os perfis fornecidos pelo decisor. Quando ambos os valores pertencem ao intervalo que define uma as alternativas, como mostrado na tabela 6, a alternativa é classificada; quando não, isto é, quando os valores máximo e mínimo da alternativa estão compreendidos entre os perfis de mais de uma classe, a alternativa é considerada ainda não classificada. Neste caso, entretanto, já é possível apontar as possíveis classes para a alternativa, que são aquelas cujos limites abarcam os seus valores agregados máximo e mínimo.

Desta forma, a cada rodada de interação com o decisor, o Sistema de Apoio a Decisão chega a uma classificação parcial. A sequência de resultados parciais é mostrada na tabela 8. O sistema chegou a uma classificação completa após a 13ª pergunta ser respondida. A tabela 9 mostra a classificação final obtida através do modelo de decisão.

Tabela 8 – resultados parciais da classificação de fornecedores

Pergunta/ Fornecedor	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Fornecedor 1	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
Fornecedor 2	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
Fornecedor 3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C3	C3							
Fornecedor 4	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
Fornecedor 5	C1,C2,C3	C1,C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C2,C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
Fornecedor 6	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
Fornecedor 7	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
Fornecedor 8	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
Fornecedor 9	C2,C3	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
Fornecedor 10	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1	C1								
Fornecedor 11	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
Fornecedor 12	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4
Fornecedor 13	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
Fornecedor 14	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1	C1						
Fornecedor 15	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C3,C4	C4
Fornecedor 16	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4	C4
Fornecedor 17	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
Fornecedor 18	C2,C3	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2	C2
Fornecedor 19	C3,C4	C3,C4	C4	C4										
Fornecedor 20	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1	C1
Fornecedor 21	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3	C3
Fornecedor 22	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1,C2	C1	C1								

Fonte: esta pesquisa (2021)

Tabela 9 - classificação final das alternativas

Categoria	Descrição	Alternativas
C1	Fornecedores cortados	Fornecedor 10 Fornecedor 14 Fornecedor 20 Fornecedor 22
C2	Fornecedores para parcerias competitivas	Fornecedor 4 Fornecedor 6 Fornecedor 9 Fornecedor 11 Fornecedor 17 Fornecedor 18
C3	Fornecedores promissores	Fornecedor 1 Fornecedor 2 Fornecedor 3 Fornecedor 5 Fornecedor 7 Fornecedor 8 Fornecedor 13 Fornecedor 21
C4	Fornecedores para parcerias estratégicas	Fornecedor 12 Fornecedor 15 Fornecedor 16 Fornecedor 19

Fonte: esta pesquisa (2021)

#### 5.4.1 Considerações sobre o modelo

Neste capítulo, foi ilustrado como o modelo proposto neste trabalho pode ser aplicado para solucionar problemas de classificação com racionalidade compensatória. Foi demonstrado o passo-a-passo do processo de interação com o decisor, a realização de cada etapa do modelo e o procedimento de elicitação de preferências, ao fim do qual foi alcançado o resultado do problema de decisão: a classificação completa das alternativas.

Em primeiro lugar, pode-se destacar o caráter interativo e flexível característico do método FITradeoff, que fica evidente especialmente nas etapas de elicitação dos perfis, ao

deixar a cargo do decisor que escala utilizar para avaliar os valores e definir as categorias; e de avaliação intercritério, ao estabelecer um resultado parcial a cada resposta dada, permitindo ao decisor avaliar a classificação parcial obtida e até mesmo interromper o processo e tomar sua decisão, caso já julgue possível fazê-lo.

Como exemplo da flexibilidade do método FITradeoff, o decisor poderia ter chegado a uma decisão a partir da sétima pergunta da avaliação intercritério, avaliando o fornecedor 15 de forma subjetiva e classificando-o em uma das categorias possíveis com o nível de informação obtida até então (categoria 4 ou categoria 3). O processo foi continuado até a obtenção de um resultado final, após a décima terceira pergunta ser respondida, apenas para que se pudesse realizar a etapa de análise de sensibilidade, explicada no próximo capítulo.

Também se pode enfatizar a importância da etapa de elicitação de perfis para o modelo como um todo. Dela depende, diretamente, o resultado do processo decisório, de forma que erros de compreensão por parte do decisor, ao realizar esta etapa do modelo, podem levar a erros de classificação graves e prejudicar a decisão a ser tomada. Desta forma, é imprescindível não apenas que o decisor saiba claramente o significado dos valores de perfil fornecidos, como também que o resultado final do modelo seja robusto em relação a estes valores. Por estes motivos, a classificação final deve ser avaliada quanto à sua robustez em relação a todos os dados de entrada, isto é, aos valores de consequência e dos perfis. Esta avaliação é feita na etapa de análise de sensibilidade, detalhada a seguir.

## 5.5 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Para o problema de classificação de fornecedores em Araz e Ozkarahan (2007), a análise de sensibilidade foi realizada para avaliar a robustez do resultado em relação ao fornecimento dos dados de consequência e dos valores de perfil.

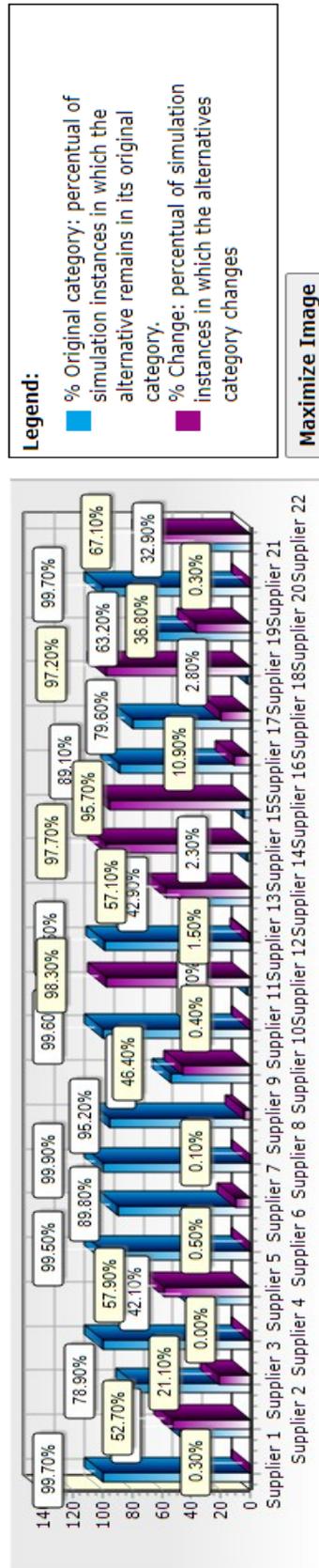
A figura 12 mostra um exemplo da tela de resultados da análise de sensibilidade, em que o usuário escolheu uma variação de 15%, para mais e para menos, em todas as consequências. Os dados resultantes da análise são exibidos de duas formas: em termos da mudança de resultado em relação à classificação original, dada como uma porcentagem dos cenários simulados em que a alternativa seria classificada em uma categoria diferente (ou não seria classificada, de acordo com as regras de decisão do modelo); e em termos dos resultados possíveis, em que é dado o percentual de cenários simulados nos quais a alternativa seria classificada em cada categoria (ou não seria classificada).

Numa primeira análise, os valores de consequência das alternativas, em todos os critérios, foram variados em 5%, 10% e 15%, enquanto os valores de perfil foram mantidos fixos. Numa segunda avaliação, todos os perfis foram variados em 5%, 10% e 15%, enquanto os desempenhos das alternativas foram mantidos fixos.

A tabela 10 mostra os índices de robustez das recomendações dadas pelo Sistema de Apoio a Decisão por meio do método FITradeoff de classificação. Os dados são dispostos classe a classe, em ordem crescente de preferência. Para cada alternativa, em cada cenário, é mostrado o percentual de simulações em que a recomendação não se desviaria daquela dada ao final do processo de elicitação de preferências. Para evidenciar o grau de sensibilidade associado a cada classificação, uma escala de cores é utilizada para diferenciar os índices de robustez em cinco níveis: muito robusto, robusto, neutro, sensível e muito sensível.

Figura 12 - resultado da análise de sensibilidade

### Sensitivity Analysis



Deviation from the original category:

Alternative/Category	% Original Category	% Change
Supplier 1 3	99.70%	0.30%
Supplier 2 3	47.30%	52.70%
Supplier 3 3	78.90%	21.10%
Supplier 4 2	100.00%	0.00%
Supplier 5 3	42.10%	57.90%
Supplier 6 2	99.50%	0.50%

Variation percentage values:

Criterion	Low
Support in product structural design	-15%
Quality performance	-15%
Cost reduction performance	-15%
Support in process design and engineering	-15%
Design revision time	-15%
Production time	-15%

Percentage of times that the alternative was sorted in the category:

Alternative/Category	Unsorted	1	2	3	4
Supplier 1	0.10%	0.00%	0.10%	99.70%	0.10%
Supplier 2	16.90%	0.00%	35.80%	47.30%	0.00%
Supplier 3	10.60%	0.00%	10.50%	78.90%	0.00%
Supplier 4	0.00%	0.00%	100.00%	0.00%	0.00%
Supplier 5	34.80%	0.00%	23.10%	42.10%	0.00%

Class	Lower limit	Upper limit
Cat. 1	0.00	0.24
Cat. 2	0.24	0.59
Cat. 3	0.59	0.89
Cat. 4	0.89	1.00

(Fonte: o autor, 2021)

Tabela 10 - análise de sensibilidade para a classificação de fornecedores

Classe	Alternativa	Variação nas consequências			Variação nos perfis		
		5%	10%	15%	5%	10%	15%
C1	Fornecedor 10	98,20%	76,60%	53,60%	100%	100%	100%
	Fornecedor 14	98,10%	61,40%	42,90%	100%	100%	100%
	Fornecedor 20	99,90%	88,40%	63,20%	100%	100%	100%
	Fornecedor 22	88,10%	50,90%	32,90%	100%	100%	93,40%
C2	Fornecedor 4	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	Fornecedor 6	100%	100%	99,50%	100%	100%	100%
	Fornecedor 9	96,70%	92,50%	95,20%	100%	78,30%	67,30%
	Fornecedor 11	100%	100%	99,60%	100%	100%	100%
	Fornecedor 13	100%	99,90%	98,50%	100%	100%	100%
	Fornecedor 17	100%	96,8%	89,10%	100%	100%	85,70%
	Fornecedor 18	90,10%	80%	79,60%	93,60%	72,20%	63,80%
C3	Fornecedor 1	100%	100%	99,70%	100%	100%	95,70%
	Fornecedor 2	82,20%	58,4%	47,30%	85,50%	67,30%	62,20%
	Fornecedor 3	100%	91,80%	78,90%	100%	99,10%	81,30%
	Fornecedor 5	99,90%	72,70%	42,10%	100%	99,10%	81,30%
	Fornecedor 7	100%	99,10%	89,80%	100%	100%	100%
	Fornecedor 8	100%	99,90%	99,90%	100%	97,30%	77,30%
	Fornecedor 21	100%	100%	99,70%	100%	100%	85,30%
C4	Fornecedor 12	64,20%	11,90%	1,70%	70,10%	60,10%	64,10%
	Fornecedor 15	28,60%	8%	2,30%	53,90%	51,50%	57,20%
	Fornecedor 16	99,30%	31,50%	4,30%	100%	89,70%	85,20%
	Fornecedor 19	65,30%	15%	2,80%	87,30%	69,40%	70,10%

	Muito robusto
	Robusto
	Neutro
	Sensível
	Muito sensível

Fonte: esta pesquisa (2021)

### 5.5.1 Considerações sobre a análise de sensibilidade

A partir dos resultados da etapa de análise de sensibilidade, é possível que o decisor e o analista tirem conclusões sobre a validade da recomendação dada pelo modelo de decisão empregado, bem como sobre o modelo em si. Para o exemplo da aplicação ilustrativa, pode-se concluir que o resultado, de forma geral, é robusto, não sendo muito sensível nem a variações nos dados de consequência das alternativas, nem nos valores dos perfis.

Entretanto, é necessário ressaltar a sensibilidade das classificações na categoria C4, descrita como “Fornecedores para parcerias estratégicas”, e também a de ordem mais alta em termos de preferência. Esta sensibilidade pode ser atribuída ao alto nível de exigência, relativa ao valor agregado, aplicado às alternativas aí classificadas, que deverão ter valores superiores ao perfil  $b_3 = 0,89$ , que é o limite inferior da classe. Além disso, pode-se apontar, como fator provável desta sensibilidade, a “estreiteza” da classe C4, que tem uma faixa de valores possíveis muito curta em comparação com as demais classes.

As condições acima poderiam significar uma inadequação do resultado e ser razão para uma reformulação do modelo de decisão, particularmente uma revisão do valor do perfil  $b_3$ , que define, juntamente com o valor da solução ideal, a classe C4. No entanto, uma alta sensibilidade a um subconjunto dos parâmetros pode ser desejada pelo decisor, a depender de seus objetivos. Por este motivo, um resultado sensível não deve ser de pronto descartado, mas analisado por analista e decisor, para que cheguem a uma conclusão acerca da validade do modelo.

No exemplo acima, por se tratar da classe de ordem mais alta, e que constitui mesmo o objetivo do problema de decisão (selecionar parceiros estratégicos), é possível que o decisor aceite a recomendação, ainda que extremamente sensível, por considerar que as alternativas da classe mais alta devam ser tratadas com mais rigor. Vale ressaltar também que as classificações desta categoria não são tão sensíveis a variações nos perfis (como mostrado na tabela 10), o que mostra que a exigência realmente recai sobre os desempenhos das alternativas, de modo que o resultado poderia ser considerado adequado, mesmo com um alto grau de sensibilidade.

Este exemplo de aplicação da análise de sensibilidade demonstra como o modelo de decisão do método FITradeoff para problemas de classificação pode ser em muito enriquecido com a realização desta etapa. Outros cenários poderiam ter sido avaliados, como fazer variar as consequências das alternativas em um grupo de critérios específico, ou variar os valores de um

ou mais perfis. A informação da robustez de cada classificação auxilia o analista e o decisor a avaliarem o modelo empregado e chegarem a um resultado melhor para o problema tratado.

## 6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 6.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram propostas melhorias para o modelo de elicitación de preferências para problemas de classificação baseado no método FITradeoff (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020). O método é aplicado em problemas de natureza compensatória, nos quais as alternativas são avaliadas segundo seus valores globais agregados, e cujas soluções consistem em categorizar as alternativas em classes definidas *a priori*. As melhorias propostas são a adição de duas etapas ao modelo original: uma etapa de elicitación de perfis e outra de análise de sensibilidade.

Inicialmente proposto para problemas de seleção (DE ALMEIDA *et al.*, 2016), a extensão do método apresentada por Kang, Frej e de Almeida (KANG; FREJ; DE ALMEIDA, 2020) para solucionar problemas de classificação requeria que o decisor fornecesse os valores que definem as classes de maneira direta, como dados de entrada do problema. Por equivalerem a valores agregados de alternativas, os perfis são números reais (compreendidos entre 0 e 1) e adimensionais, o que lhes confere um grau de abstração e torna seu significado algo obscuro para o decisor. Por este motivo, foi identificada a necessidade de que os perfis fossem elicitados, de forma que o decisor possa ter uma compreensão melhor sobre seus significados e possa fornecê-los de maneira mais adequada a sua estrutura de preferências.

A elicitación de perfis apresentada será uma etapa anterior à elicitación flexível das constantes de escala do modelo aditivo, característica do método FITradeoff, e possibilitará ao decisor realizar o fornecimento dos valores em comparação com os valores de referência próprios do problema. Estes valores são os valores agregados da solução ideal e da NADIR, alternativas hipotéticas, construídas a partir do conjunto original de alternativas, que representam a melhor e a pior solução teoricamente possíveis. O decisor poderá indicar os valores de perfil em uma escala intervalar ou em uma escala de razão, as quais poderá visualizar por meio de gráficos nos quais estarão assinalados os valores de referência. O conjunto de valores apresentados nesta etapa (valores de referência e perfis) definem as classes em que as alternativas serão agrupadas; dois valores consecutivos uma classe, de modo que uma alternativa alocada em uma classe deverá ter valores máximo e mínimo pertencentes ao intervalo definido por estes limites.

Além da elicitação de perfis, também é proposta uma etapa de análise de sensibilidade, a ser realizada ao final do processo de elicitação das preferências no modelo de decisão, quando uma classificação completa é obtida. A análise é baseada em simulações de Monte Carlo e consiste em atribuir um índice de robustez à classificação de cada alternativa. Os dados de entrada variados poderão ser tanto os valores de consequência das alternativas quanto os valores de perfil fornecidos pelo decisor. O resultado desta etapa permitirá avaliar o quão sensível é a classificação das alternativas em relação aos dados de entrada fornecidos, além de possibilitar uma revisão do modelo, caso necessária.

A aplicação do novo modelo proposto é ilustrada através da solução de um problema de classificação multicritério da literatura (ARAZ; OZKARAHAN, 2007). A estruturação do problema é brevemente apresentada e os dados são utilizados para o modelo FITradeoff para classificação. Todas as perguntas apresentadas durante a aplicação do modelo foram respondidas de acordo com os dados originais, e uma classificação foi obtida. Por fim, uma análise de sensibilidade foi realizada, demonstrando a aplicabilidade do modelo a problemas reais de classificação.

O modelo de decisão proposto neste trabalho tem alto potencial de aplicação, dada a crescente necessidade de solucionar problemas de classificação que considerem múltiplos critérios. Problemas de importância estratégica nos mais diversos âmbitos, como socioeconômico (classificação de risco, previsão de quebra de negócios), ambiental (planejamento energético), industrial (avaliação de fornecedores), gerencial (gestão de portfólio e de pessoas), entre outros, que requerem a ponderação de vários objetivos, por vezes conflitantes entre si, e cujos decisores possuam racionalidade compensatória, podem ser modelados e solucionados de acordo com a estrutura apresentada aqui. Além disso, a utilização do método FITradeoff confere ao processo de elicitação de preferências interatividade e flexibilidade, permitindo ao decisor obter resultados a cada rodada de interação sem exigir demasiado esforço cognitivo de sua parte.

O modelo de decisão resultante desta pesquisa foi implementado em um sistema de apoio a decisão, que está disponível gratuitamente (em [fitradeoff.org](http://fitradeoff.org)), o que possibilita o uso do modelo pelo maior número de pessoas possível. Ao utilizar o sistema para solucionar problemas de classificação próprios, os usuários geram dados relevantes que poderão ser utilizados em pesquisas futuras, relacionadas ao tema da classificação, que poderão ampliar o conhecimento acerca de aspectos comportamentais dos decisores e dos métodos empregados. Algumas sugestões de trabalhos futuros são apresentadas a seguir.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, pode-se sugerir:

1. Verificar a possibilidade de utilizar informação parcial na etapa de elicitação de perfis e, assim, evitar o fornecimento direto destes valores, ainda que baseado em valores de referência, como os da solução ideal e da NADIR.
2. Avaliar a viabilidade do uso de desagregação de preferências no método FITradeoff para classificação. Analisar se é possível fazer uso de classificações conhecidas, ou de avaliações holísticas do decisor, a fim de estimar parâmetros do modelo, de forma a obter um resultado sem exigir muito esforço cognitivo.
3. Elaborar uma etapa de definição das categorias critério a critério, semelhante ao que é feito na estruturação de problemas de classificação baseados em relações de sobreclassificação, entretanto sem comprometer a natureza compensatória do método FITradeoff. O fornecimento de valores de perfis em termos de consequências, e não de valores agregados, pode ser mais simples e menos exigente para o decisor.
4. Comparar o uso do método FITradeoff para classificação, com todas as suas características e melhorias, com o uso do método UTADIS e de suas variantes, que têm sido mais utilizados em problemas baseados em função valor. Investigar as vantagens e desvantagens de um em relação ao outro.
5. Explorar o uso do método FITradeoff para classificar alternativas em decisões em grupo. Pesquisar de que formas as preferências individuais dos decisores podem ser agregadas de modo que se chegue a um consenso sobre os valores dos parâmetros do modelo, especialmente dos perfis.
6. Realizar estudos comportamentais que permitam analisar os reais esforços cognitivos a que o decisor está sujeito ao utilizar um sistema de apoio a decisão que implemente o FITradeoff para classificação. Avaliar, em especial, o esforço e o engajamento empreendidos ao realizar a elicitação de perfis, verificando o entendimento do decisor em relação às escalas utilizadas (intervalar e de razão) e em relação aos valores de perfil e seus significados.
7. Realizar estudos com aplicações numéricas ou simulações para avaliar a etapa de análise de sensibilidade e seus aspectos, como a influência dos grupos e subgrupos de

dados variados em cada cenário tem sobre o resultado e o custo computacional de obtê-lo.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA-DIAS, J.; FIGUEIRA, J. R.; ROY, B. ELECTRE TRI-C : A multiple criteria sorting method based on characteristic reference actions. **European Journal of Operational Research**, v. 204, n. 3, p. 565–580, 2010.

ARAZ, C.; OZKARAHAN, I. A Multicriteria Sorting Procedure for Financial Classification Problems : The Case of Business Failure Risk Assessment. p. 563–570, 2005.

ARAZ, C.; OZKARAHAN, I. Supplier evaluation and management system for strategic sourcing based on a new multicriteria sorting procedure. v. 106, p. 585–606, 2007.

BELAHÇÈNE, K.; LABREUCHE, C.; MAUDET, N.; MOUSSEAU, V.; OUERDANE, W. Computers and Operations Research An efficient SAT formulation for learning multiple criteria non-compensatory sorting rules from examples. v. 97, p. 58–71, 2018.

BELTON, V.; STEWART, T. J. **MULTIPLE CRITERIA DECISION ANALYSIS**. Dordrecht: Springer-Science+Business Media, B. V., 2002.

BENABBOU, N.; MARTIN, H.; PERNY, P. Min cost improvement and max gain stability in multicriteria sorting methods on combinatorial domains. n. March, p. 170–184, 2021.

BORCHERDING, K.; EPPEL, T.; VON WINTERFELDT, D. Comparison of Weighting Judgments in Multiattribute Utility Measurement. **Management Science**, v. 37, n. 12, p. 1603–1619, 1991.

BOUYSSOU, D.; ROY, B. **Aide Multicritère à la Décision : Méthodes et Cas**. Paris: Economica, 1993.

BRITO, A. J.; ALMEIDA, A. T. De; MOTA, C. M. M. A multicriteria model for risk sorting of natural gas pipelines based on ELECTRE TRI integrating Utility Theory. **European Journal of Operational Research**, v. 200, n. 3, p. 812–821, 2010.

CAMILO, D. G. G.; DE SOUZA, R. P.; FRAZÃO, T. D. C.; DA COSTA JUNIOR, J. F. Multi-criteria analysis in the health area: selection of the most appropriate triage system for the emergency care units in natal. **BMC Medical Informatics and Decision Making**, v. 20, n. 1, p. 38, 2020.

CORREIA, L. M. A. de M.; DA SILVA, J. M. N.; LEITE, W. K. dos S.; LUCAS, R. E. C.; COLAÇO, G. A. A multicriteria decision model to rank workstations in a footwear industry based on a FITradeoff - ranking method for ergonomics interventions. **Operational Research**, 2021.

DA SILVA, A. L. de L.; COSTA, A. P. C. S. FITradeoff Decision Support System: An Exploratory Study with Neuroscience Tools. **INFORMATION SYSTEMS AND NEUROSCIENCE**, v. 32, Lecture Notes in Information Systems and Organization, p. 365–372, 2020.

DA SILVA, A. L. de L.; COSTA, A. P. C. S.; DE ALMEIDA, A. T. Exploring cognitive aspects of FITradeoff method using neuroscience tools. **Annals of Operations Research**, n. 0123456789, 2021.

DE ALMEIDA, A. T. **Processo de Decisão nas Organizações: Construindo Modelos de Decisão Multicritério**. 1ª Edição ed. São Paulo: Editora Atlas, 2013.

DE ALMEIDA, A. T.; CAVALCANTE, C. A. V.; ALENCAR, M. H.; FERREIRA, R. J. P.; DE ALMEIDA-FILHO, A. T.; GARCEZ, T. V. **Multicriteria and Multiobjective Models for Risk, Reliability and Maintenance Decision Analysis**. New York: Springer, 2015.

DE ALMEIDA, A. T.; DE ALMEIDA, J. A.; COSTA, A. P. C. S.; DE ALMEIDA-FILHO, A. T. A new method for elicitation of criteria weights in additive models: Flexible and interactive tradeoff. **European Journal of Operational Research**, v. 250, n. 1, p. 179–191, 2016.

DE ALMEIDA, A. T.; FREJ, E. A.; ROSELLI, L. R. P. **Combining holistic and decomposition paradigms in preference modeling with the flexibility of FITradeoff**. [S. l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2021. v. 29

DE ALMEIDA, A. T.; ROSELLI, L. R. P. Visualization for Decision Support in FITradeoff Method: Exploring Its Evaluation with Cognitive Neuroscience. *In*: (I. Linden, S. Liu, C. Colot, Org.)2017, Cham. **Decision Support Systems VII. Data, Information and Knowledge Visualization in Decision Support Systems**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 61–73.

DE ALMEIDA-FILHO, A. T.; DE ALMEIDA, A. T.; COSTA, A. P. C. S. A flexible elicitation procedure for additive model scale. **Annals of Operations Research**, v. 259, n. 1, p. 65–83, 2017.

DE GUSMÃO, A. P. H.; MEDEIROS, C. P. A Model for Selecting a Strategic Information System Using the FITradeoff. v. 2016, 2016.

DELL’OVO, M.; FREJ, E. A.; OPPIO, A.; CAPOLONGO, S.; MORAIS, D. C.; DE ALMEIDA, A. T. Multicriteria Decision Making for Healthcare Facilities Location with Visualization Based on FITradeoff Method. **International conference on decision support system technology**, p. 32–44, 2017.

DE MACEDO, P. P.; MOTA, C. M. de M.; SOLA, A. V. H. Meeting the Brazilian Energy Efficiency Law : A flexible and interactive multicriteria proposal to replace non-efficient motors. v. 41, n. October 2017, p. 822–832, 2018.

DOS SANTOS, I. M.; ROSELLI, L. R. P.; DA SILVA, A. L. G.; ALENCAR, L. H. A Supplier Selection Model for a Wholesaler and Retailer Company Based on FITradeoff Multicriteria Method. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2020, 2020.

DOUMPOS, M.; FIGUEIRA, J. R. A multicriteria outranking approach for modeling corporate credit ratings : An application of the Electre Tri-nC method R. **Omega**, v. 82, p. 166–180, 2019.

DOUMPOS, M.; MARINAKIS, Y.; MARINAKI, M.; ZOPOUNIDIS, C. An evolutionary approach to construction of outranking models for multicriteria classification : The case of the ELECTRE TRI method. **European Journal of Operational Research**, v. 199, n. 2, p. 496–505, 2009.

DOUMPOS, M.; ZOPOUNIDIS, C. The use of preference disaggregation analysis in the assessment of financial risks. **Fuzzy Economic Review**, v. 31, p. 39–57, 1998.

FERNANDEZ, E.; NAVARRO, J.; BERNAL, S. Multicriteria sorting using a valued indifference relation under a preference disaggregation paradigm. **European Journal of Operational Research**, v. 198, n. 2, p. 602–609, 2009.

FIGUEIRA, J.; SMET, Y. D.; BRANS, J. MCDA methods for sorting and clustering problems : Promethee TRI and Promethee CLUSTER. 2005.

FOSSILE, D. K.; FREJ, E. A.; DA COSTA, S. E. G.; DE LIMA, E. P.; DE ALMEIDA, A. T. Selecting the most viable renewable energy source for Brazilian ports using the FITradeoff method. **Journal of Cleaner Production**, v. 260, p. 121107, 2020.

FRAZÃO, T. D. C.; SANTOS, A. F. A. dos; CAMILO, D. G. G.; DA COSTA JÚNIOR, J. F.; DE SOUZA, R. P. Priority setting in the Brazilian emergency medical service: a multicriteria decision analysis (MCDA). **BMC Medical Informatics and Decision Making**, v. 21, n. 1, p. 151, 2021.

FREJ, E. A.; DE ALMEIDA, A. T.; COSTA, A. P. C. S. Using data visualization for ranking alternatives with partial information and interactive tradeoff elicitation. **Operational Research**, v. 19, n. 4, p. 909–931, 2019.

FREJ, E. A.; DE ALMEIDA, A. T.; ROSELLI, L. R. P. Solving Multicriteria Group Decision-Making (MCGDM) Problems Based on Ranking with Partial Information. *In*: (D. C. Morais, A. Carreras, A. T. de Almeida, R. Vetschera, Org.)2019, Cham. **Group Decision and**

**Negotiation: Behavior, Models, and Support.** Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 3–16.

FREJ, E. A.; EKEL, P.; DE ALMEIDA, A. T. A benefit-to-cost ratio based approach for portfolio selection under multiple criteria with incomplete preference information. **Information Sciences**, v. 545, p. 487–498, 2021.

FREJ, E. A.; ROSELLI, L. R. P.; DE ALMEIDA, J. A.; DE ALMEIDA, A. T. A Multicriteria Decision Model for Supplier Selection in a Food Industry Based on FITradeoff Method. **Mathematical Problems in Engineering**, 2017.

GALDINO, M.; FREJ, E.; DE ALMEIDA, A. Improvements for FITradeoff method applied to sorting problems. *In*: 2020, Virtual Meeting. **INnovation for Systems Information and Decision: Models and Applications. 2nd International Meeting Local Proceedings.** Virtual Meeting: ., 2020. p. 92–94.

GRECO, S.; MOUSSEAU, V.; SŁOWIN, R. Multiple criteria sorting with a set of additive value functions Salvatore. **European Journal of Operational Research**, v. 207, p. 1455–1470, 2010.

HWANG, C.-L.; YOON, K. **Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications.** Berlin Heidelberg New York: Springer-Verlag, 1981.

ISHIZAKA, A.; NEMERY, P. **Multi-Criteria Decision Analysis.** 1. ed. United Kingdom: Wiley, 2013.

JABEUR, K.; MARTEL, J.-M. An ordinal sorting method for group decision-making. v. 180, p. 1272–1289, 2007.

JACQUET-LAGREZE, E. An application of the UTA discriminant model for the evaluation of R & D projects. *In*: **Advances in multicriteria analysis.** Dordrecht: Springer-Science+Business Media, B. V., 1995. p. 203–211.

KADZINSKI, M.; SŁOWINSKI, R. Parametric evaluation of research units with respect to reference profiles. v. 72, p. 33–43, 2015.

KANG, T. H. A.; FREJ, E. A.; DE ALMEIDA, A. T. Flexible and Interactive Tradeoff Elicitation for Multicriteria Sorting Problems. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, v. 37, n. 5, p. 1–22, 2020.

KANG, T. H. A.; MARQUES, A.; JÚNIOR, S.; DE ALMEIDA, A. T. Evaluating electric power generation technologies: A multicriteria analysis based on the FITradeoff method. **Energy**, v. 165, p. 10–20, 2018.

KEENEY, R. L.; RAIFFA, H. **Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs**. Cambridge, New York, Victoria: Cambridge University Press, 1993. v. 9

LEROY, A.; MOUSSEAU, V.; PIRLOT, M. Learning the Parameters of a Multiple Criteria Sorting Method. *In*: BRAFMAN, R. I.; ROBERTS, F. S.; TSOUKIÀS, A. (org.). **Lecture Notes in Computer Science**. : Springer Berlin Heidelberg, 2011.

LIMA, E. S.; VIEGAS, R. A.; COSTA, A. P. C. S. A multicriteria method based approach to the BPMM selection problem. *In*: 2017, Banff. **2017 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS (SMC)**. Banff: ., 2017. p. 3334–3339.

MORAIS, D. C.; TEIXEIRA, A.; JOSÉ, D. A.; FIGUEIRA, R. A Sorting Model for Group Decision Making : A Case Study of Water Losses in Brazil. p. 937–960, 2014.

NEMERY, P.; LAMBORAY, C. F low S ort : a flow-based sorting method with limiting or central profiles. p. 90–113, 2008.

PERGHER, I.; FREJ, E. A.; ROSELLI, L. R. P.; DE ALMEIDA, A. T. Integrating simulation and FITradeoff method for scheduling rules selection in job-shop production systems. **International Journal of Production Economics**, v. 227, n. 107669, 2020.

POLETO, T.; CLEMENTE, T. arcylla R. N.; DE GUSMÃO, A. P. H.; SILVA, M. M.; COSTA, A. P. C. S. Integrating value-focused thinking and FITradeoff to support information technology outsourcing decisions. v. 58, n. 11, p. 2279–2304, 2020.

RAMEZANIAN, R. Computers & Industrial Engineering Estimation of the profiles in posteriori ELECTRE TRI : A mathematical programming model. **Computers & Industrial Engineering**, v. 128, n. December 2018, p. 47–59, 2019.

RAYCHAUDHURI, S. Introduction to Monte Carlo simulation. **Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference**, p. 91–100, 2008.

ROSELLI, L. R. P.; DE ALMEIDA, A. T. The use of the success-based decision rule to support the holistic evaluation process in FITradeoff. v. 0, p. 1–21, 2021.

ROSELLI, L. R. P.; DE ALMEIDA, A. T. Use of the Alpha-Theta Diagram as a decision neuroscience tool for analyzing holistic evaluation in decision making. **Annals of Operations Research**, 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10479-021-04495-1>

ROSELLI, L. R. P.; DE ALMEIDA, A. T.; FREJ, E. A. Decision neuroscience for improving data visualization of decision support in the FITradeoff method. **Operational Research**, v. 19, n. 4, p. 933–953, 2019.

ROY, B. **Multicriteria Methodology for Decision Aiding**. Dordrecht: Springer-Science+Business Media, B. V., 1996.

SÁNCHEZ-LOZANO, J. M.; HENGGELER, C.; GARCÍA-CASCALES, M. S.; DIAS, L. C. GIS-based photovoltaic solar farms site selection using ELECTRE-TRI : Evaluating the case for Torre Pacheco , Murcia , Southeast of Spain. **Renewable Energy**, v. 66, p. 478–494, 2014.

SILVA, M. M.; DE GUSMAO, A. P.; DE ANDRADE, C. T.; SILVA, W. The integration of VFT and FITradeoff multicriteria method for the selection of WCM projects. *In*: 2019, Bari. **2019 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS (SMC)**. Bari: IEEE, 2019. p. 1513–1517.

SIMON, H. **The New Science of Management Decision**. N. J.: Prentice Hall, 1960.

SOBRIE, O.; MOUSSEAU, V.; PIRLOT, M. Learning a majority rule model from large sets of assignment examples. *In*: **International conference on algorithmic decision theory**. : Springer Berlin Heidelberg, 2013. p. 336–350.

SOBRIE, O.; MOUSSEAU, V.; PIRLOT, M. Learning the Parameters of a Non Compensatory Sorting Model. *In*: WALSH, T. (org.). **Algorithmic Decision Theory. ADT 2015. Lecture Notes in Computer Science**. : ., 2015. p. 153–170.

WALLENIUS, J.; DYER, J. S.; FISHBURN, P. C.; STEUER, R. E.; ZIONTS, S.; DEB, K. Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: Recent accomplishments and what lies ahead. **Management Science**, v. 54, n. 7, p. 1336–1349, 2008.

WEBER, M. Decision-making with incomplete information. **European Journal of Operational Research**, v. 28, p. 44–57, 1987.

ZHENG, J.; CAILLOUX, O.; MOUSSEAU, V.; ZHENG, J.; CAILLOUX, O.; MOUSSEAU, V.; MULTICRITERIA, C.; METHOD, S. Constrained Multicriteria Sorting Method Applied to Portfolio Selection. **Cahier d'Études et de Recherche - Laboratoire Génie Industriel - Ecole Centrale**, v. 11, 2011.

ZOPOUNIDIS, C.; DOUMPOS, M. Business failure prediction using the UTADIS multicriteria analysis method. v. 50, n. 11, p. 1138–1148, 1999.

ZOPOUNIDIS, C.; DOUMPOS, M. PREFDIS : a multicriteria decision support system for sorting decision problems. v. 27, p. 779–797, 2000.

ZOPOUNIDIS, C.; DOUMPOS, M. Multicriteria classification and sorting methods: A literature review. **European Journal of Operational Research**, 2002.

