



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MARIA JÚLIA LEAL VIEIRA

**MODELAGEM PARA INCORPORAÇÃO DE CRITÉRIOS EM ESTRUTURA
HIERÁRQUICA NO MÉTODO MULTICRITÉRIO FITRADEOFF**

Recife

2022

MARIA JÚLIA LEAL VIEIRA

**MODELAGEM PARA INCORPORAÇÃO DE CRITÉRIOS EM ESTRUTURA
HIERÁRQUICA NO MÉTODO MULTICRITÉRIO FITRADEOFF**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Pesquisa Operacional

Orientadora: Profa. Dra. Eduarda Asfora Frej.

Recife

2022

Catálogo na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

V658m Vieira, Maria Júlia Leal.
Modelagem para incorporação de critérios em estrutura hierárquica no método multicritério FITradeoff / Maria Júlia Leal Vieira. - 2022.
118 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientadora: Profa. Dra. Eduarda Asfora Frej.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2022.
Inclui Referências e Apêndices.

1. Engenharia de Produção. 2. Critérios hierárquicos. 3. Heurísticas. 4. Tomada de decisão com múltiplos critérios. 5. FITradeoff. 6. Simulação. I. Frej, Eduarda Asfora (Orientadora). II. Título.

UFPE

658.5 CDD (22. ed.) BCTG/2022-162

MARIA JÚLIA LEAL VIEIRA

**MODELAGEM PARA INCORPORAÇÃO DE CRITÉRIOS EM ESTRUTURA
HIERÁRQUICA NO MÉTODO MULTICRITÉRIO FITRADEOFF**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção. Área de concentração: Pesquisa Operacional.

Aprovada em: 11/02/2022.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Eduarda Asfora Frej (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Danielle Costa Marais (Examinadora interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Sergio Eduardo Gouveia da Costa (Examinador externo)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me dá forças para superar os desafios. Aos meus pais, Lea e Luciano, pelo apoio, ensinamentos e amor durante toda a minha jornada profissional e pessoal. Agradeço também a minha irmã Sophia por todo carinho e suporte e ao meu namorado que sempre torce por mim, e me inspira a superar qualquer obstáculo. Aos meus amigos, que me deram o apoio necessário para finalizar este projeto, em especial aos companheiros de equipe do laboratório, Manoel Ribeiro, Larissa Barcellos e Paolla Polla.

Agradeço à minha orientadora, Eduarda Asfora Frej, e ao professor Adiel Teixeira de Almeida, pela orientação concedida para a elaboração desta pesquisa. Por fim, agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo suporte financeiro que proporcionou à elaboração desta pesquisa.

O que eu faço é uma gota no meio de um oceano. Mas sem ela, o oceano será menor.
(CALCUTÁ, 1979).

RESUMO

Este trabalho propõe duas abordagens para lidar com problemas de tomada de decisão multicritério em que os critérios são estruturados hierarquicamente no *Flexible and Interactive Tradeoff* (FITradeoff). Essas abordagens utilizam informações parciais de preferências fornecidas pelo decisor com base em um processo estruturado no âmbito da teoria do valor multatributo para elicitación dos valores das constantes de escala. Além de terem sido apresentadas para as problemáticas de escolha e ordenação. Assim, a definição dessas abordagens foi feita por meio do desenvolvimento de dois modelos matemáticos, os quais eram distintos, pois um deles utiliza o procedimento ROC (Rank-Order Centroid) para determinação dos pesos dos critérios de nível superior da árvore de valor e no outro o valor desses pesos não era conhecido. Além disso, novos conceitos de hierarquia foram incorporados aos modelos e duas heurísticas de questionamento comparadas para verificar em qual delas se encontrava a solução do problema após menos perguntas terem sido respondidas, visando diminuir o esforço cognitivo do decisor. Depois da definição da heurística que melhor se adequava, a comparação entre os dois modelos foi realizada através da execução de uma simulação com o objetivo de verificar a similaridade entre eles e a eficácia na resolução de problemas com critérios hierárquicos. Dessa forma, foram variados os números de critérios situados na base da hierarquia, de alternativas, de famílias e as distribuições de pesos e observou-se que os modelos foram capazes de solucionar problemas com critérios hierarquicamente estruturados e que o número de respostas fornecidas pelo decisor sofreu influência dessa variação de parâmetros.

Palavras-chave: critérios hierárquicos; heurísticas; tomada de decisão com múltiplos critérios; FITradeoff; simulação.

ABSTRACT

This work proposes two approaches to deal with multicriteria decision making problems in which the criteria are hierarchically structured in Flexible and Interactive Tradeoff (FITradeoff). These approaches use partial information on preferences provided by the decision maker based on a structured process within the scope of the Multiple Attribute Value Theory to elicit the values of the scale constants. In addition to having been developed for the problems of choice and ordering. Thus, the definition of these approaches was made through the development of two mathematical models, which were distinct, as one of them uses the ROC procedure (Rank-Order Centroid) to determine the weights of the higher-level criteria of the value tree and in the other the value of these weights was not known. In addition, new concepts of hierarchy were incorporated into the models and two questioning heuristics were compared to verify which one of them was the solution to the problem after fewer questions were answered, in order to reduce the cognitive effort of the decision maker. After defining the best suited heuristic, the comparison between the two models was performed through the execution of a simulation with the objective of verifying the similarity between them and the effectiveness in solving problems with hierarchical criteria. Thus, the number of criteria located at the base of the hierarchy, alternatives, families and weight distributions were varied and it was observed that the models were able to solve problems with hierarchically structured criteria and that the number of answers provided by the decision maker was influenced by this variation of parameters.

Keywords: hierarchical criteria; heuristic; multiple criteria decision-making; FITradeoff; simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura Hierárquica	20
Figura 2 – Representação da forma hierárquica e não hierárquica de determinação dos pesos	21
Figura 3 – Representação dos pesos relativos e cumulativos	21
Figura 4 – Alternativas hipotéticas comparadas pelo decisor na primeira questão do processo de elicitação	28
Figura 5 – Os problemas e vieses na ponderação dos atributos e suas origens	32
Figura 6 – Framework para classificação de métodos de informação parcial	34
Figura 7 – Linha do tempo das funcionalidades do software do FITradeoff	36
Figura 8 – Representação hierárquica	41
Figura 9 – Suposições de cada abordagem.	43
Figura 10 – (A) Ordenação dos critérios do nível superior; (B) Ordenação dos critérios de nível inferior.....	49
Figura 11 – Representação das heurísticas de questionamentos para definir qual a próxima família a ser questionada.....	53
Figura 12 – Estrutura hierárquica do primeiro problema	54
Figura 13 – Estrutura hierárquica do segundo problema.....	54
Figura 14 – Estrutura hierárquica do terceiro problema.....	55
Figura 15 – (A) Família com mais de 2 critérios de nível inferior; (B) Família com 1 critério de nível inferior e (C) Família sem critério de nível inferior.	59
Figura 16 – Fluxograma do experimento.	63
Figura 17 – Tela de entrada manual dos dados no DSS para critérios estruturados hierarquicamente.....	77
Figura 18 – Tela de entrada dos critérios de nível inferior.....	78
Figura 19 – Tela de entrada via planilha dos dados no DSS para critérios estruturados hierarquicamente.....	79
Figura 20 – Tela de entrada via planilha dos dados no DSS para critérios estruturados hierarquicamente.....	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Matriz de consequência do primeiro problema	54
Tabela 2 – Matriz de consequência do segundo problema.....	55
Tabela 3 – Matriz de consequência do terceiro problema.....	55
Tabela 4 – Resultados da análise das heurísticas para problemática de escolha.....	55
Tabela 5 – Resultados da análise das heurísticas para problemática de ordenação	56
Tabela 6 – Cenários de simulação	60
Tabela 7 – Número médio de perguntas respondidas por distribuição de pesos para problemática de escolha.....	66
Tabela 8 – Número médio de questionamentos por distribuição de pesos para 2 famílias; 3 famílias; 5 famílias e 7 famílias na problemática de escolha.....	67
Tabela 9 – Indicadores de acordo com o número de famílias e distribuições de pesos para problemática de escolha.....	68
Tabela 10 – Similaridade com o Caso 1 e o Caso 2	69
Tabela 11 – Número médio de perguntas respondidas por distribuição de pesos para problemática de ordenação	70
Tabela 12 – Número médio de questionamentos por distribuição de pesos para 2 famílias; 3 famílias; 5 famílias e 7 famílias na problemática de ordenação.....	70
Tabela 13 – Indicadores de acordo com o número de famílias e distribuições de pesos para problemática de ordenação	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AHP	Analytical Hierarchy Process
CAR	CARDinal Ranking
DSS	Decision Support System
ELECTRE III	Elimination and Choice Translating algorithm
FITradeoff	Flexible and Interactive Tradeoff
LPP	Linear Programming Problem
MAUT	Multi-Attribute Utility Theory
MAVT	Multi-Attribute Value Theory
MCDA	Multi-Criteria Decision Analysis
PAIRS	Preference Assessment by Imprecise Ratio Statements
PRIME	Preference Ratios in Multattribute Evaluation
PROMETHEE II	Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations
RICH	Rank Inclusion in Criteria Hierarchies
ROC	Rank-Order Centroid
SMART	Simple Multi-attribute Rating Technique
SMARTER	Simple Multi-Attribute Rating Technique using Exploiting Rankings
SMARTS	Simple Multi-Attribute Rating Technique using Swings
TBL	Triple Bottom Line
TOPSIS	Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution
VFT	Value-Focused Thinking

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	16
1.2	OBJETIVOS.....	16
1.2.1	Objetivo Geral.....	17
1.2.2	Objetivos Específicos	17
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA	19
2.1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1.1	Estruturas Hierárquicas.....	19
2.1.2	Decisão Multicritério	22
2.1.3	Método FITradeoff	24
2.1.4	Heurísticas	27
2.1.5	Simulação.....	28
2.2	REVISÃO DA LITERATURA	29
2.2.1	Métodos multicritério com critérios hierárquicos	30
2.2.2	Métodos multicritério com informações parciais e critérios hierárquicos.....	33
2.2.3	Avanços recentes e aplicações do método FITradeoff	35
2.2.4	Estudos de simulação com métodos de apoio a decisão multicritério.....	37
2.3	SÍNTESE DO ESTADO DA ARTE E POSICIONAMENTO DESTE TRABALHO	39
3	ELICITAÇÃO DE PREFERÊNCIAS COM CRITÉRIOS HIERÁRQUICOS NO MÉTODO FITRADEOFF.....	40
3.1	MODELAGEM PARA ESTRUTURA HIERÁRQUICA NO MÉTODO FITRADEOFF	40
3.1.1	Conceitos Fundamentais	40
3.1.2	Abordagem I – Pesos dos critérios de nível superior estabelecidos via ROC ...	43
3.1.3	Abordagem II – Ausência de informação sobre os pesos dos critérios de nível superior.....	48
3.2	HEURÍSTICAS PARA ELICITAÇÃO DE PESOS COM ESTRUTURAS HIERÁRQUICAS	52

3.3	ANÁLISE COMPARATIVA DAS HEURÍSTICAS.....	53
3.4	SÍNTESE DO TERCEIRO CAPÍTULO	56
4	ANÁLISE DO MODELO HIERÁRQUICO NO FITRADEOFF ATRAVÉS DE ESTUDOS DE SIMULAÇÃO	58
4.1	PROTOCOLO DE SIMULAÇÃO	58
4.2	ANÁLISES DA SIMULAÇÃO PARA A PROBLEMÁTICA DE ESCOLHA.....	65
4.3	ANÁLISES DA SIMULAÇÃO PARA A PROBLEMÁTICA DE ORDENAÇÃO .	69
4.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	73
4.4.1	Discussão dos resultados para problemática de escolha.....	73
4.4.2	Discussão dos resultados para problemática de ordenação.....	74
4.5	GUIA DE IMPLEMENTAÇÃO NO SOFTWARE.....	76
4.6	SÍNTESE DO QUARTO CAPÍTULO	80
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	82
5.1	CONCLUSÕES.....	82
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	83
	REFERÊNCIAS	85
	APÊNDICE A – INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO NÚMERO DE CRITÉRIOS DO NÍVEL INFERIOR NA PROBLÉMÁTICA DE ESCOLHA	91
	APÊNDICE B – TABELA DE TODOS OS CENÁRIOS E PERCENTUAIS DOS CASOS EM QUE AS COMPARAÇÕES ENTRE CRITÉRIOS FORAM ESGOTADAS PARA PROBLEMÁTICA DE ESCOLHA	98
	APÊNDICE C– INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO NÚMERO DE CRITÉRIOS DO NÍVEL INFERIOR NA PROBLÉMÁTICA DE ORDENAÇÃO.....	107
	APÊNDICE D – TABELA DE TODOS OS CENÁRIOS E PERCENTUAIS DOS CASOS EM QUE AS COMPARAÇÕES ENTRE CRITÉRIOS FORAM ESGOTADAS PARA PROBLEMÁTICA DE ORDENAÇÃO	114

1 INTRODUÇÃO

As decisões normalmente apresentam como características objetivos conflitantes, problemas mal estruturados ou ambientes dinâmicos (LOUVIERIS; GREGORIADES; GARN, 2010). Nesse contexto, a identificação e estruturação dos objetivos apresentaram um enorme potencial para auxiliar a tomada de decisão, visto que, facilitam o entendimento do problema em análise (KEENEY, 1992). Entretanto, esse processo é difícil de ser realizado, pois frequentemente são confundidos objetivos fins e meios, assim como, os objetivos com metas, restrições ou até mesmo alternativas. Dessa forma, as relações, muitas vezes, não são especificadas de forma adequada (KEENEY, 1996).

A identificação desses objetivos, em cada problema analisado, demanda tempo, criatividade e conhecimento por parte dos decisores, que devem ser auxiliados por analistas durante o processo (KEENEY; RAIFFA, 1993). Além dos objetivos estratégicos, existem dois tipos que são dependentes do contexto e importantes de definir: os fundamentais (fins) e os meios. Estes, são os meios para atingir os objetivos fundamentais, por isso são importantes. Aqueles, por sua vez, são a razão, ou seja, os fins que os decisores valorizam em um processo de tomada de decisão (DE ALMEIDA, 2013).

Diante do exposto, ferramentas de auxílio a tomada de decisão requerem conceitos e métodos de origem geralmente matemática ou formas mais simples de organizar o pensamento, como listas, tabelas, estruturas de árvore ou gráficos (BOUYSSOU et al., 2002). Dessa forma, o *'front end'* dos modelos de avaliação formal e a primeira etapa em qualquer uma de suas aplicações é a elicitação ou construção de uma estrutura de valor formal, normalmente na forma de árvores de valores e objetivos. Dentre elas se destaca a Hierarquia de objetivos de Keeney e Raiffa (1976), que organiza os objetivos e atributos de modo a esclarecer as tomadas de decisão, e também é conhecida como árvore de valor ou hierarquia de decisão (VON WINTERFELDT; EDWARDS, 1986).

A estrutura hierarquizada apresenta diversas vantagens, como o auxílio a compreensão dos valores estabelecidos para os pesos dos objetivos e resulta em um melhor modelo de especificação destes. Os níveis mais elevados estão relacionados a questões gerais e, portanto, são mais fáceis de serem especificados, fornecendo uma base para definição dos níveis inferiores. Estes, por sua vez, apresentam o estabelecimento de atributos para a sua medição de modo mais simples e indicam coletivamente o grau em que o objetivo de nível mais elevado associado é alcançado (KEENEY; VON WINTERFELDT, 1987). Assim, o conjunto completo de critérios, relacionados ao nível mais baixo da árvore, fornece uma base para descrever as

consequências do problema de decisão e para avaliar uma função objetivo adequada para o mesmo. Além disso, a hierarquia torna mais clara a distinção entre objetivos meios e fins, facilita a identificação de lacunas, redundância ou contagens duplas (KEENEY,1992).

A análise dos pesos dos objetivos na base da árvore de valor pode ser realizada hierarquicamente ou não hierarquicamente (WEBER; BORCHERDING, 1993). O significado dos mesmos é claro na base da hierarquia de decisão, ao contrário do que é observado em sua parte superior (POYHONEN; HAMALAINEN, 1998). Diante disto, a formulação da árvore de valor não é uma tarefa fácil e ocupa a maior parte do tempo em aplicações reais. Visto que, devem incluir todos os aspectos relevantes, mas ainda assim serem as menores possíveis, além disso, os atributos incluídos devem ser preferencialmente independentes uns dos outros se o modelo de valor aditivo for usado (POYHONEN,1998). Nesses casos, a definição de valores para pesos dos critérios não é uma tarefa trivial. Esses parâmetros não devem representar apenas o nível de importância dos critérios, mas sim apresentam o significado de taxas de substituição, assim, são também chamados de constantes de escala. Dessa forma, os decisores devem avaliá-los considerando o quanto estão dispostos a perder em um critério para ganhar em outro (FREJ; EKEL; DE ALMEIDA, 2021).

Diante da importância do tema, diversos autores o estudaram e descobriram vieses gerados nos processos de elicitação dos pesos que passaram a ser estudados em muitos trabalhos experimentais. Estes mostraram que pesos elicitados hierarquicamente apresentam proporções mais altas do que os avaliados não hierarquicamente (STILLWELL; VON WINTERFELDT; JOHN, 1987), um atributo recebe um peso maior se for apresentado em um nível mais elevado na árvore de valor (BORCHERDING; VON WINTERFELDT,1988) e a ponderação não hierárquica produz pesos maiores para atributos que são divididos em subatributos (EPPEL, 1992). Nesse contexto, verificou-se que esses vieses são gerados no momento da determinação dos pesos e que não se sabe exatamente as suas origens, apesar de continuarem ocorrendo em estudos realizados (POYHONEN,1998; CHELST, CANBOLAT, 2012).

Objetivando determinar os pesos em estruturas de árvores de valor e almejando minimizar ou eliminar esses vieses, métodos multicritério de apoio a decisão que lidam com hierarquias foram desenvolvidos, como o AHP (*Analytical Hierarchy Process*) (SAATY,1980), PAIRS (*Preference Assessment by Imprecise Ratio Statements*) (SALO; HAMALAINEN,1992), PRIME (*Preference Ratios in Multattribute Evaluation*) (SALO; HAMALAINEN,2001) e RICH (*Rank Inclusion in Criteria Hierarchies*) (SALO; PUNKKA, 2005). Entretanto, estes ainda apresentam algumas limitações e inconsistências, como o AHP que apresenta dentre as suas desvantagens: supor uma escala de razão de preferência,

acarretando a existência de um zero natural; não permitir que o decisor escolha quais perguntas responder, sendo necessário um posicionamento em relação a todas elas; utilizar uma representação numérica de uma escala semântica, variando de 1 a 9; considerar o grau de importância dos critérios, não analisando o *range* de valores das consequências das alternativas e a possibilidade de ocorrer reversão de ordem devido a introdução de uma alternativa nova que não altere a faixa de resultados em nenhum critério (BELTON; GOODWIN,1996).

Nesse contexto, é um desafio analisar critérios hierarquicamente estruturados no contexto de informações parciais evidenciando a necessidade de pesquisar sobre novos métodos para determinação dos pesos em árvores de valor, visto que, muitos deles são eficazes para solucionar problemas, mas não aceitam como *input* os critérios organizados de modo hierárquico. Um exemplo é o método FITradeoff (*Flexible and Interactive Tradeoff*) desenvolvido com o objetivo de reduzir a taxa de inconsistência do tradicional procedimento de *tradeoff* melhorando a sua aplicabilidade. Este utiliza informações parciais, perguntas de preferência, diminuindo o esforço cognitivo e a quantidade de informações requeridas por parte do decisor (DE ALMEIDA et al., 2016).

O método FITradeoff é capaz de solucionar problemas de escolha e ordenação utilizando programação linear e preservando a fundamentação axiomática do procedimento *tradeoff* tradicional (FREJ,2019). Entretanto, apresenta como limitação lidar diretamente com os critérios presentes na base da hierarquia, não sendo capaz de através dos objetivos no nível mais elevado inferir informações sobre os dos níveis inferiores, fato que, possivelmente, permitiria uma redução do número de questionamentos para o decisor.

Portanto, busca-se responder a seguinte questão de pesquisa: Como tratar problemas com critérios estruturados hierarquicamente utilizando o método FITradeoff. Assim, essas abordagens tem como objetivo aumentar a aplicabilidade do método que atualmente é utilizado para resolução de diversos problemas práticos, uma vez que, apresenta uma estrutura axiomáticamente robusta, além de, utilizar informações parciais para elicitación de preferências, diminuindo o esforço cognitivo do decisor. Entretanto, o FITradeoff atual não é capaz de lidar com estruturas hierárquicas e, dessa forma, a pesquisa desenvolve um estudo para sanar esse *gap* através do desenvolvimento de abordagens sendo estas ilustradas e comparadas através de estudos de simulação.

1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

Métodos multicritério que utilizam informações parciais são desenvolvidos com o objetivo de diminuir o esforço cognitivo do decisor e as inconsistências geradas em processos que utilizam informações completas (DE ALMEIDA et al., 2021). Dentre esses se destaca o método FITradeoff que diferente dos outros mantém a estrutura axiomática do procedimento de elicitación do *tradeoff* tradicional (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019).

Entretanto, o método de elicitación por *tradeoff* interativo e flexível foi desenvolvido exclusivamente para resolver problemas de escolha e ordenação utilizando os critérios da base de árvores de valor para elicitación das constantes de escala. Dessa forma, atualmente o DSS (*Decision Support System*) que operacionaliza o método não conta com a possibilidade de análise dos objetivos dos níveis superiores da hierarquia, fato que poderia resultar na redução da quantidade de informações solicitadas ao decisor. Além disso, alguns problemas fundamentalmente apresentam objetivos estruturados de forma hierárquica e para a solução dos mesmos seria interessante que uma elicitación no topo da hierarquia pudesse ser realizada, tornando o processo de resolução mais rápido e eficaz.

É importante ressaltar que nas últimas décadas, diversos autores vêm se deparando com o desafio de inferir informações principalmente no nível intermediário da hierarquia, pois esse é influenciado pelas informações dos níveis superiores e inferiores a ele, como apresentado por Poyhonen e Hamalainen (1998).

Assim, o presente trabalho visa estabelecer duas abordagens para a análise de objetivos organizados hierarquicamente no método FITradeoff. Almejando, através de informações sobre os critérios situados no nível superior que, normalmente, apresenta uma menor quantidade de elementos, inferir informações sobre os critérios do nível inferior, diminuindo o número de questionamentos realizados na etapa de elicitación.

1.2 OBJETIVOS

Este tópico tem como objetivo apresentar o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho.

1.2.1 Objetivo Geral

Propor dois modelos para possibilitar a incorporação de critérios em estruturas hierárquicas no método FITradeoff e analisar a performance das abordagens propostas através de estudos de simulação.

1.2.2 Objetivos Específicos

Para que se alcance o propósito da pesquisa, os seguintes objetivos específicos são estabelecidos:

- Desenvolver dois modelos capazes de inferir informações sobre as constantes de escala dos critérios dos níveis inferiores a partir dos níveis superiores, um utilizando o ROC (*Rank-Order Centroid*) para estabelecimento dos pesos dos critérios do nível superior e o outro sem o estabelecimento desses pesos;
- Construir algoritmos que permitem realizar a elicitacão das constantes de escala baseados nos modelos citados anteriormente;
- Desenvolver um simulador para comparacão dos novos modelos;
- Analisar como a forma da distribuicão das constantes de escala influenciam os resultados dos modelos;
- Investigar a influencia do número de critérios e de alternativas no número de questionamentos feitos ao decisor;
- Definir qual o modelo que melhor se adequa para resoluçã de problemas com critérios estruturados hierarquicamente.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturado em 5 capítulos. O Capítulo 1, Introdução, apresenta os conceitos iniciais sobre o tema abordado na pesquisa, as principais motivações e justificativa para o desenvolvimento do trabalho e os objetivos que se pretende alcançar com o mesmo.

O Capítulo 2, Fundamentacão Teórica e Revisão da Literatura, expõe os assuntos que são relevantes para a compreensã do trabalho através de tópicos e conceitos-chave para o entendimento da pesquisa. No Capítulo 3, Elicitacão de Preferências com Critérios

Hierárquicos do Método FITradeoff, são apresentados os novos modelos propostos, as heurísticas de questionamentos e os resultados dos testes dessas heurísticas.

No Capítulo 4, Análise do Modelo Hierárquico no FITradeoff através de estudos de simulação, é exposto o protocolo de simulação, os resultados da simulação realizada para a problemática de escolha e de ordenação e a discussão dos resultados. Por fim, o Capítulo 5, Conclusão e Sugestões para Futuros Trabalhos, finaliza o trabalho apresentando as conclusões e as sugestões para pesquisas futuras.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

No presente capítulo é apresentada a fundamentação teórica que fornece o embasamento sobre os assuntos associados a pesquisa realizada. Além disso, uma revisão bibliográfica é desenvolvida retratando os principais trabalhos que apresentam métodos multicritério aplicados na resolução de problemas com critérios em estruturas hierárquicas e o método FITradeoff.

2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica deste trabalho apresenta a base conceitual dos tópicos de estruturas hierárquicas, decisão multicritério, método FITradeoff, heurísticas e simulação.

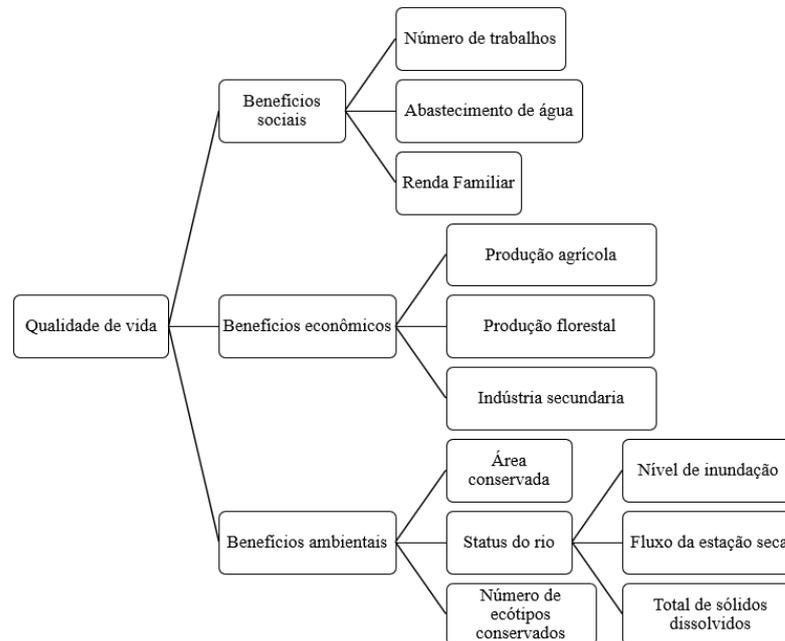
2.1.1 Estruturas Hierárquicas

Uma etapa fundamental para a solução de um problema é a definição de quais critérios serão considerados para avaliação das alternativas disponíveis. Essa determinação é difícil de ser realizada uma vez que para serem úteis os mesmos devem ser compreensíveis, ou seja, ao conhecer o nível de um atributo em uma situação particular, o decisor deve ter uma compreensão clara da extensão em que o objetivo associado é alcançado, e ser mensuráveis. Assim, os objetivos que geralmente indicam a direção que se deve seguir para obter resultados melhores são medidos em relação a esses atributos. Dessa forma, se o decisor negligenciar um objetivo principal então informações que poderiam ser usadas para distinguir as opções podem ser ignoradas, aumentando a probabilidade de um erro no momento da decisão. (KEENEY; RAIFA, 1993).

Diante disso, a estruturação de objetivos resulta em um processo de compreensão mais profundo e preciso do que se deve considerar no contexto de decisão, esclarecendo o mesmo e definindo o conjunto de objetivos fins (KEENEY, 1996). Essa, normalmente, é realizada através da obtenção dos critérios por meio de uma construção hierárquica em forma de árvore de valor, Figura 1. Nesta os objetivos fins, relativamente mais abrangentes, são representados no nível superior e são cada vez mais divididos em critérios mais específicos (BELTON; STEWART, 2002). Os elementos do nível inferior, por sua vez, devem ser mutuamente exclusivos e fornecer coletivamente uma caracterização exaustiva dos fatores de nível superior a que se referem a fim de incluir todos os aspectos fundamentais das consequências das alternativas de decisão e para evitar contagem dupla das mesmas (KAJANUS; KANGAS;

KURTTILA, 2004).

Figura 1 – Estrutura Hierárquica



Fonte: Adaptado de Belton e Stewart (2002)

Em modelos de valor aditivos os pesos dos atributos são constantes de escala que representam a importância relativa da mudança de um critério do seu pior valor de consequência para o seu melhor valor (DE ALMEIDA, 2013). As análises em árvores de valor são, normalmente, baseadas nesse tipo de modelo, e, conseqüentemente, os pesos dependem do range dos atributos e devem ser normalizados. Nesses casos, a elicitacão pode ser realizada de forma hierárquica ou não hierárquica, Figura 2 (POYHONEN; VROLIJK; HAMALAINEN, 2001).

Na ponderacão não hierárquica, o decisor considera todos os atributos do nível inferior simultaneamente e atribui pesos apenas para eles. Por sua vez, na ponderacão hierárquica, os pesos de cada nível e de cada ramificacão da árvore de valor são elicitados e normalizados para somar um, separadamente. Dessa forma, os pesos finais do nível hierárquico mais baixo são obtidos multiplicando todos os pesos da árvore de valor (WEBER; BORCHERDING, 1993).

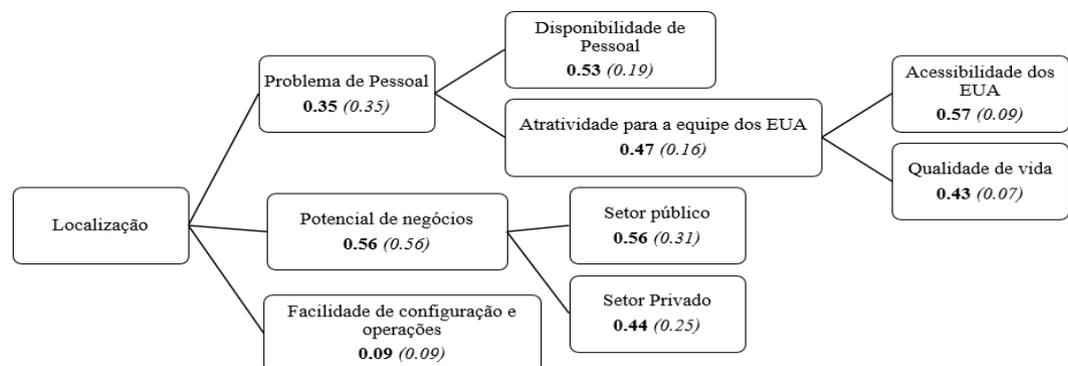
Figura 2 – Representação da forma hierárquica e não hierárquica de determinação dos pesos



Fonte: Adaptado de Poyhonen, Vrolijk e Hamalainen (2001)

Independente da forma como a estrutura for analisada, os resultados finais não devem ser modificados. Belton e Stewart (2002) afirmaram a importância de definir a diferença entre pesos cumulativos e relativos, em *itálico* e em **negrito** na Figura 3 respectivamente. Os pesos relativos são avaliados dentro de famílias de critérios sendo normalizados para somar 1, ou seja, critérios que compartilham o mesmo critério de nível superior, como por exemplo, na Figura 3, acessibilidade dos EUA e qualidade de vida. Por sua vez, os pesos cumulativos de um critério são o produto de seu peso relativo e o peso relativo do critério de nível superior associado a ele, e assim por diante até o topo da árvore. Por exemplo, na Figura 3, a multiplicação do peso relativo do critério de nível superior problema pessoal pelo do critério de nível inferior disponibilidade de pessoal resulta no peso cumulativo do critério de nível inferior disponibilidade de pessoal.

Figura 3 – Representação dos pesos relativos e cumulativos



Fonte: Adaptado de Belton e Stewart (2002)

Diante disso, os autores afirmaram a dificuldade de interpretar pesos em níveis mais altos da árvore de valor, visto que é o somatório dos pesos cumulativos de todos os seus

subcritérios. Outros autores destacaram a dificuldade de se definir valores para as constantes de escala em árvores de valor e alertaram para diversos vieses que podem ser originários desse processo (POYHONEN, VROLIJK, HAMALAINEN, 2001; EZELL, LYNCH, HESTER, 2021). Assim, a definição desses valores é um campo com potencial para ser explorado, principalmente em problemas de decisão multicritério, visto que, a opinião do decisor precisa ser levada em consideração para sua determinação.

2.1.2 Decisão Multicritério

Atualmente, empresas de diversos ramos apresentam em suas rotinas a constante necessidade de tomar decisões envolvendo a análise de múltiplos critérios, ou seja, problemas multicritério. Esses são caracterizados pela necessidade de se escolher, ordenar ou classificar as alternativas em análise, as quais são avaliadas em relação aos critérios ou atributos que são as formas de medir os objetivos do problema, esses, normalmente, apresentando características conflitantes (ROSELLI, 2020).

Dessa forma, é possível, e muitas vezes desejável, que esses critérios tenham sido obtidos através de uma estrutura hierárquica. Nesses casos os objetivos são apresentados no topo da árvore e subdivididos em critérios mais específicos que devem estar associados a cada alternativa em análise por meio de consequências (BELTON; STEWART, 2002). Essas servem de base para a tomada de decisão, visto que, na realidade o decisor escolhe qual consequência quer obter. Dessa forma, a necessidade de se utilizar os métodos MCDA (*Multi-Criteria Decision Analysis*) são evidenciados quando não é possível representar todos os objetivos de um problema através de uma única métrica, impedindo que um somatório simples possa ser realizado para comparações das consequências associadas a cada alternativa (DE ALMEIDA, 2013).

Segundo Roy (1996) os problemas de decisão multicritério analisados podem ser identificados dentro de 4 tipos de problemáticas principais: escolha, ordenação, classificação e descrição. A problemática de escolha é caracterizada pela escolha de um subconjunto do espaço de ações, a de ordenação pelo estabelecimento de um *rank*, a de classificação pela alocação de cada alternativa a uma classe e a de descrição apoia a decisão através da descrição das ações e de suas consequências. Além dessas, segundo de Almeida (2013) outra problemática considerada pode ser a de portfólio que visa escolher, dentro do conjunto das alternativas, um subconjunto que atenda os objetivos submetidos a determinadas restrições.

Independente da problemática, os problemas de análise multicritério envolvem diversos atores que apresentam contribuições ao longo do processo decisório. Dentre eles se destacam o analista, responsável por fornecer suporte metodológico, o cliente, que é um intermediário entre o decisor e o analista, o especialista, responsável por fornecer informações factuais sobre o problema em análise, e o decisor, que toma a decisão e arca com as consequências da mesma (DE ALMEIDA, 2013).

Existem na literatura diversas classificações dos métodos MCDA, para o presente trabalho duas delas merecem destaque: por método (ROY, 1996) e por racionalidade (DE ALMEIDA, 2013). Segundo Roy (1996) existem três tipos principais de métodos: os de critério de síntese, nos quais uma pontuação é gerada para cada alternativa segundo a avaliação de seu desempenho em cada critério; os de sobreclassificação, que procuram estabelecer uma relação de sobreclassificação entre as alternativas através da comparação par a par e os interativos que permitem a interação entre o analista e o decisor desde o processo de elaboração do modelo até a elicitação.

Por sua vez, a classificação considerando a racionalidade apresenta duas classes distintas a classe dos métodos compensatórios, nos quais existe a compensação de um menor desempenho de uma alternativa em um critério pelo melhor desempenho da mesma em outro critério, e a classe dos métodos não compensatórios nos quais esse *tradeoff* não existe. Assim, se destaca os modelos de agregação aditivo determinísticos que se enquadram como compensatórios (DE ALMEIDA, 2013).

Os modelos de agregação aditivos determinísticos apresentam como base o MAVT (*Multi-Attribute Value Theory*) e neles se tem uma situação de certeza na obtenção do vetor de consequências para cada alternativa. Nesses casos, para a obtenção da função valor global, $v(x)$, se utiliza a Equação 1 (ZHENG; LIENERT, 2017).

$$v(x) = \sum_{i=1}^n k_i v_i(x_i) \quad (1)$$

Sendo $v(x)$ o valor global da alternativa x , $v_i(x_i)$ valor da consequência do critério i e da alternativa x e k_i o valor da constante de escala do critério i . Caso os critérios em análise apresentem unidades diferentes é necessário realizar a normalização dos mesmos, redefinindo-os em uma escala de 0 a 1, conforme demonstrado pela Equação 2.

$$\sum_{i=1}^n k_i = 1, \text{ com } k_i \geq 0 \quad (2)$$

Entretanto, a definição dos valores das constantes de escala é uma questão complexa, visto que, nesse tipo de modelo não representam apenas o grau de importâncias dos critérios, mas também o fator de escala relacionado aos valores das consequências (DE MACEDO; DE MIRANDA; SOLA, 2018). Diante da importância dessa determinação, foram desenvolvidos diversos métodos para obter esses valores, como por exemplo o procedimento de elicitación por SWING (VON WINTERFELDT; EDWARDS, 1986) que é utilizado nos métodos multicritério SMARTS (*Simple Multi-Attribute Rating Technique using Swings*) e SMARTER (*Simple Multi-Attribute Rating Technique using Exploiting Rankings*) (EDWARDS; BARRON, 1994) e o procedimento Tradeoff (KEENEY; RAIFFA, 1976) que apresenta uma forte estrutura teórica e é a base do método FITradeoff (DE ALMEIDA et al., 2016).

2.1.3 Método FITradeoff

O método FITradeoff que utiliza a base axiomática do *tradeoff* clássico (KEENEY; RAIFFA, 1976) e reduz o esforço cognitivo do decisor que passa a informar preferência ao invés de pontos de indiferença foi originalmente desenvolvido por de Almeida et al (2016). Dessa forma, é um método que considera que os decisores possuem uma racionalidade compensatória, ou seja, admitem que um desempenho baixo em um critério pode ser compensado por um alto em outro, e apresenta um modelo de agregação aditivo (PERGHER et al., 2020).

Nesse método, após a estruturação do problema e definição das alternativas e critérios, deve-se realizar uma avaliação intra-critério, ou seja, converter em uma única escala as consequências dos critérios analisados. Essa etapa visa garantir que um valor global para cada alternativa seja obtido através da agregação aditiva no final do processo (BELTON; STEWART, 2002). Em seguida, deve-se realizar uma análise inter-critério, na qual o *Tradeoff* Flexível e Iterativo apresenta duas etapas principais: ranquear os pesos dos critérios e elicitar os valores dos mesmos (ROSELLI; DE ALMEIDA; FREJ, 2018).

No caso da problemática de escolha, após o decisor ter estabelecido sua preferência o LPP (*Linear Programming Problem*), representado nas equações abaixo, é executado para verificar a potencial otimalidade das alternativas (DE ALMEIDA et al., 2016).

$$\text{Max}_{k_1, k_2, k_3, \dots, k_n} \sum_{i=1}^n k_i v_i(x_{ij}) \quad (3)$$

s.a.

$$k_1 > k_2 > \dots > k_n \quad (4)$$

$$k_i v_i(x'_i) \geq k_{i+1} \quad (5)$$

$$k_i v_i(x''_i) \leq k_{i+1} \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n k_i v_i(x_{ij}) \geq \sum_{i=1}^n k_i v_i(x_{iz}), \quad z = 1, 2, \dots, m; j \neq z \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n k_i = 1 \quad (8)$$

$$k_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (9)$$

Nota-se que a primeira Equação 3 é a função objetivo do LPP a qual busca maximizar o valor da alternativa a_j . Em seguida, se observa as restrições da programação linear: (4) ordenação das constantes de escala, obtida na primeira etapa; (5) e (6) restrições decorrentes das preferências estritas estabelecidas pelo decisor; (7) restrição de potencial otimalidade, que visa garantir que o valor global da alternativa a_j seja maior que o valor global da alternativa para cada alternativa $a_z, j \neq z$ para pelo menos um vetor de pesos; e (8) e (9) normalização dos pesos e a não negatividade das constantes de escala, respectivamente (DE ALMEIDA et al., 2016).

No caso da problemática de ordenação, a função objetivo do LPP e as restrições são modificadas, uma vez que se deseja ordenar as alternativas. Assim, a restrição de potencial otimalidade não faz parte da programação linear, visto que não se deseja excluir alternativas do resultado final (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019). O LPP da ordenação é representado pelas equações abaixo.

$$\text{Max } D(a_j, a_z) = \sum_{i=1}^n k_i v_i(x_{ij}) - \sum_{i=1}^n k_i v_i(x_{iz}) \quad (10)$$

s.a.

$$k_1 > k_2 > \dots > k_n \quad (11)$$

$$k_i v_i(x'_i) \geq k_{i+1} \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$k_i v_i(x''_i) \leq k_{i+1} \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n k_i = 1 \quad (14)$$

$$k_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (15)$$

Diante disto, o LPP referente a problemática de escolha tem como objetivo utilizar o conceito de potencial otimalidade para encontrar uma alternativa ótima para o problema em análise, enquanto a de ordenação utiliza o conceito de relações de dominância aos pares para encontrar o *rank* das alternativas (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019).

O processo se inicia com a etapa de criação de um *rank* dos critérios analisados no problema, sendo essa a informação inicial de preferência fornecida pelo decisor (PERGHER et al., 2020). Em seguida, ocorre a comparação de consequências hipotéticas que devem ser escolhidas pelo decisor estabelecendo preferências estritas ou indiferença para cada par comparado, sendo possível também optar por não responder a comparação de um determinado ciclo (DE ALMEIDA et al., 2016). Durante essa fase, chamada de elicitación, os resultados parciais podem ser acompanhados através de gráficos do tipo radar, bolha e barras que permitem o melhor entendimento das alternativas em análise. Além disso, a cada ciclo o decisor pode optar por continuar o processo ou parar e permanecer com o resultado encontrado até aquele momento (ROSELLI; DE ALMEIDA; FREJ, 2018).

Caso o decisor decida continuar o processo até que o mesmo chegue ao final, para a problemática de escolha pode se obter uma ou mais alternativas como ótimas para o problema, já para a de ordenação uma ordem completa ou parcial pode ser obtida (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019). Assim esse método robusto é utilizado para resolução de problemas nas mais diversas áreas, como problemas de localização (OPPIO; DELL'OVO; CAPOLONGO, 2020), seleção de fornecedores (RODRIGUES et al., 2020) e seleção de fontes de energia renovável (FOSSILE et al., 2020).

Apesar da vasta aplicabilidade do método FITradeoff, decorrente principalmente da sua estrutura robusta e da utilização de informações parciais que diminui o esforço cognitivo do decisor, em nenhum dos trabalhos se observou a resolução de problemas nos quais os critérios eram estruturados hierarquicamente. Além disso, em nenhum deles também se buscou desenvolver essa funcionalidade para o método, uma vez que, atualmente o mesmo realiza comparações entre os critérios situados no nível inferior da hierarquia sem inferir nenhuma informação dos critérios de nível superior. Dessa forma, essa lacuna existente se torna um tema a ser estudado e desenvolvido para aumentar a aplicabilidade do método.

2.1.4 Heurísticas

Plous (1993) afirma que heurísticas são regras gerais de influência utilizadas pelos decisores para chegar aos seus julgamentos em situações de tomada de decisão. Além disso, afirma que a utilização das mesmas reduz o tempo e os esforços para que bons julgamentos sejam realizados. Entretanto, as heurísticas se não forem utilizadas de forma correta podem gerar vieses.

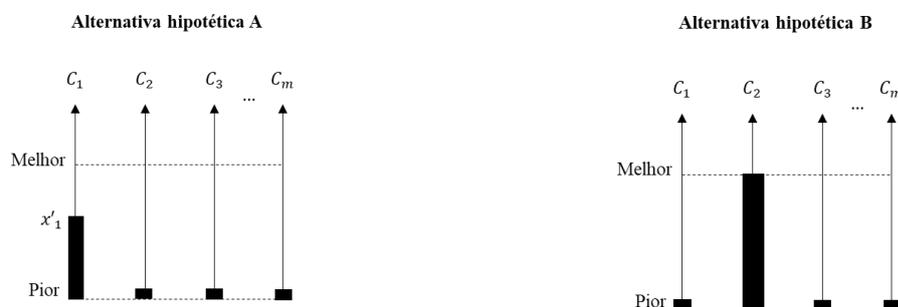
Esses vieses foram documentados por alguns autores que afirmaram que os julgamentos humanos são menos coerentes que modelos matemáticos. Entre eles, Edwards (1954) que documentou discrepâncias entre a inferência humana e o modelo de Simon (1955) que desenvolveu a teoria da Racionalidade Limitada, afirmando que as pessoas buscam soluções que satisfaçam suas aspirações e, portanto, simplificam a procura da solução de um problema devido as limitações de tempo e trabalho mental.

Dessa forma, se destaca a importância de sistemas de apoio a decisão que, normalmente, apresentam heurísticas de questionamentos estruturadas e, portanto, diminuem os vieses gerados pelos decisores. Dentre eles se destaca o FITradeoff que apresenta um processo de elicitação de preferências interativo que é realizado por meio de perguntas e respostas, em que são apresentadas perguntas ao decisor que as responde de acordo com sua preferência (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019).

As perguntas são geradas utilizando uma heurística de questionamento, que permite escolher o valor da consequência que será comparada, para minimizar o número de perguntas feitas ao decisor, tornando o processo mais simples (DE ALMEIDA et al., 2016). Duas heurísticas distintas são possíveis de serem utilizadas no atual FITradeoff e a determinação de qual melhor se adequa a preferência do decisor é definida através da resposta do primeiro questionamento.

Em ambas, o primeiro questionamento é entre as consequências hipotéticas B e A. A alternativa hipotética B apresenta o melhor desempenho do critério que é o pior ordenado e todos os outros critérios com o pior desempenho. A alternativa hipotética A apresenta o desempenho médio do critério melhor ordenado e os demais critérios com pior desempenho, conforme mostra a Figura 4 (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019).

Figura 4 – Alternativas hipotéticas comparadas pelo decisor na primeira questão do processo de elicitação



Fonte: Adaptado de Frej, De Almeida e Costa (2019)

Desse modo, dependendo da resposta do decisor ao primeiro questionamento a distribuição dos pesos será diferente. Assim, dois padrões de ponderação podem ser observados: um caso o decisor opte pela alternativa hipotética A, distribuição modal de peso, e outro caso o decisor opte pela alternativa hipotética B, distribuição uniforme. No primeiro caso, distribuição modal, os maiores pesos estão concentrados nos critérios ordenados nas primeiras posições, enquanto os critérios ordenados nas piores posições têm pesos menores. Por sua vez, no segundo caso, distribuição uniforme, os pesos de todos os critérios são próximos uns dos outros (FREJ; DE ALMEIDA; COSTA, 2019).

Portanto, há a necessidade de avaliar possíveis heurísticas para a nova abordagem de problemas hierárquicos, uma vez que a atual não é suficiente para o modelo matemático proposto. Essa insuficiência decorre do fato de ser necessária uma heurística para a definição de qual família será questionada no momento, ou seja, o estabelecimento da ordem de questionamento das famílias.

2.1.5 Simulação

A simulação é uma técnica numérica utilizada para realização de experimentos computacionais envolvendo um modelo matemático que é responsável por descrever o comportamento de um sistema. Dessa forma, é possível verificar os efeitos de uma mudança no funcionamento do sistema devido a alterações no modelo (RUBINSTEIN; KROESE, 2017). Genericamente, a simulação pode, portanto, ser definida como a imitação do funcionamento de

um sistema real (FIGUEIRA, 2019). Assim, é utilizada como base para resolução de problemas complexos principalmente na área da indústria, jogos e finanças (THOMOPOULOS, 2013).

Devido a utilidade da simulação a mesma passou a ser atrelada a métodos de decisão multicritério para realização de análises de sensibilidade. A mais conhecida entre elas é a de Monte Carlo que é uma simulação estocástica que utiliza uma amostra de distribuição com a utilização de números aleatórios ou pseudo-aleatórios (DIAS, 2012). Essa simulação também foi utilizada por alguns autores com outros objetivos como Sarabando e Dias (2009) que compararam duas regras para classificação dos pesos: a quase-dominância e a quase-otimalidade.

Apesar de a minoria dos trabalhos utilizarem simulação para validação de modelos, um trabalho de destaque é o de Mendes et al (2020) que utiliza a simulação para análise da performance do método FITradeoff, através do estudo da variação no número de alternativas, critérios e distribuição dos pesos, de modo a avaliar sua influência no aumento (ou redução) do número de perguntas feitas ao decisor. Dessa forma, se destaca a importância da simulação como ferramenta para validação de métodos multicritério, sendo, portanto, utilizada com essa finalidade no presente trabalho.

2.2 REVISÃO DA LITERATURA

A revisão da literatura visa apresentar os principais trabalhos desenvolvidos nos seguintes temas: métodos multicritério com critérios hierárquicos, métodos multicritério com informações parciais e critérios hierárquicos, avanços recentes e aplicações do método FITradeoff e estudos de simulação com métodos de apoio a decisão multicritério.

As principais bases de dados indexadas foram consultadas, dentre elas Scopus, Web of Science e Emerald. Dessa forma, inicialmente, foram procurados artigos que utilizavam métodos multicritério e na etapa de estruturação do problema os critérios eram organizados hierarquicamente, assim as palavras chaves utilizadas foram decisão multicritério e hierarquia. No segundo tópico que trata de métodos multicritério com informações parciais e critérios hierárquicos o destaque ocorre devido ao desenvolvimento de métodos que utilizam informações parciais para resolução deste tipo de problema, portanto, as novas palavras chaves adicionadas as anteriores são informações parciais que foram o diferencial nessa etapa de pesquisa.

Na etapa de que trata sobre avanços recentes e aplicações do método FITradeoff a principal palavra-chave foi FITradeoff e devido a grande aplicabilidade do método muitos

artigos foram encontrados. Por sua vez no último tópico foram abordados estudos de simulação com métodos de apoio a decisão multicritério e as palavras-chave pesquisadas foram simulação e decisão multicritério.

2.2.1 Métodos multicritério com critérios hierárquicos

As pesquisas em relação a árvores de valor se iniciaram devido à dificuldade que era apresentada, por parte dos decisores, em estruturar os seus objetivos e as formas de obtê-los (KEENEY, 1992). Diante disto, diversos autores realizaram estudos abordando esse tema com a finalidade de avaliar alternativas em relação aos atributos de uma árvore de valor (EDWARDS, 1977).

Alguns autores que trataram o tema foram Keeney e Raiffa (1976), sugerindo que a análise multiatributo da árvore de valor e metodologias relacionadas poderiam ser realmente benéficas para auxiliar os decisores no processo de tomada de decisão. Os mesmos autores em 1993, publicaram um livro intitulado *Decisions with Multiple Objective*, no qual afirmaram a existência de uma interação considerável no processo criativo de geração de objetivos e seleção de atributos para estes. Além disso, apresentaram técnicas para defini-los e afirmaram o caráter naturalmente hierárquico dos objetivos.

A partir das observações decorrentes de pesquisas sobre o assunto, começaram a surgir artigos que apresentaram vieses na elicitação de pesos dos atributos da árvore de valor. Stillwell, Von Winterfeldt e John (1987) realizaram um estudo comparando métodos de ponderação hierárquicos e não hierárquicos para obter modelos de valor multiatributo. Estes utilizaram uma árvore de valor que relacionava valores gerais e interesses a atributos relevantes de valores específicos para comparar três opções de energia. Os autores solicitaram aos decisores, uma vez que se tratava de uma decisão em grupo, que fornecessem julgamentos da importância relativa dos atributos usando procedimentos de ponderação hierárquicos e não hierárquicos, avaliando as opções de energia em todos os atributos e todos os níveis da árvore. Como contribuição concluíram que os pesos hierárquicos eram mais acentuados (proporções de peso mais altas) do que os pesos não hierárquicos e, além disso, sugeriram que os pesos mais íngremes derivavam do uso de números inteiros no procedimento SMART (*Simple Multi-attribute Rating Technique*).

Um ano depois, Borcherdig e Von Winterfeldt (1988) escreveram um artigo que examinava os efeitos da variação da superestrutura e da subestrutura das árvores de valor sobre os pesos, em modelos de utilidade multiatributo. Utilizaram um questionário no qual 200

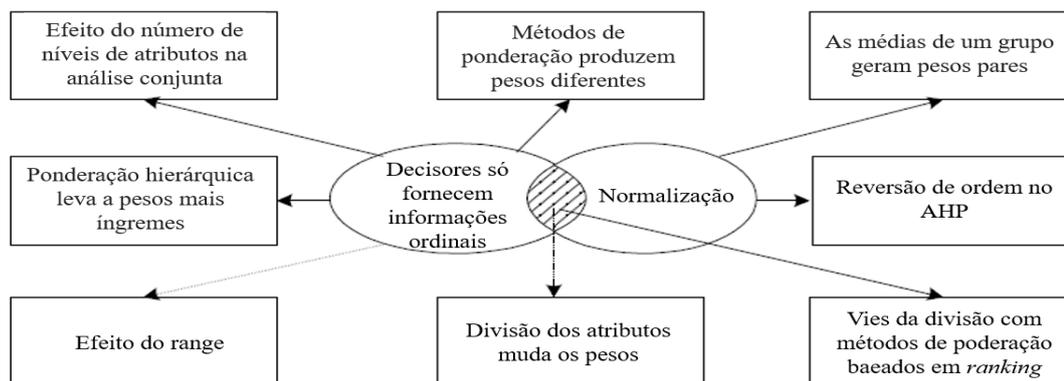
indivíduos atribuíram pesos aos objetivos e atributos nessas árvores de acordo com quatro procedimentos de ponderação: *Razão*, *Swing*, *Trade-off* e *Pricing-out*. Apesar de existirem diferenças consideráveis entre esses métodos, os autores observaram que um atributo recebia mais peso quando era apresentado em um nível mais alto da árvore de valor. Notaram também que a ponderação não hierárquica utilizando *Swing* produzia pesos maiores para atributos que eram divididos em subatributos, chamado viés da divisão.

Poyhonen e Hamalainen (1998) baseados no fato de que variações na estrutura das árvores de valor podem ter efeitos indesejáveis nos pesos dos atributos, mostraram que era necessário tirar conclusões sobre os vieses no nível individual com base nas médias dos pesos em grandes grupos de assunto. Observando que estas não descreviam o comportamento individual, além disso, tendiam a se aproximar dos valores pares. Dessa forma, usaram dados de experimentos anteriores para ilustrar como a média pode produzir diferentes fenômenos e mostraram que o uso de pesos com base na ordem do *rank* dos atributos pode facilmente levar a vieses quando a estrutura de uma árvore de valor é alterada. Os vieses apresentados não têm uma origem exata, entretanto, alguns autores realizaram estudos e descobriram possíveis causas. Von Nitzsch e Weber (1993) utilizaram regressão e ponderação direta como forma de estabelecer pesos no MAUT (*Multi-Attribute Utility Theory*). Estes, tinham como objetivo verificar até que ponto os decisores seguiam a relação específica, entre o alcance de um atributo e seu peso, exigida pelo MAUT. Como conclusão, os autores verificaram que para ambos os métodos de ponderação os decisores ajustaram apenas parcialmente seus julgamentos de peso para a variação de intervalo. Dessa forma, o ajuste foi menor do que o exigido pela teoria, visto que as respostas dos decisores refletiram apenas o *rank* dos critérios, fato que pode ser uma das possíveis explicações para o viés do estabelecimento dos pesos dos atributos.

Salo e Hamalainen (1997) aplicaram a teoria do valor multiatributo como uma estrutura para examinar o uso de comparações aos pares no AHP. As análises realizadas sugeriram que essas comparações deveriam ser entendidas em termos de diferenças de preferência entre as alternativas e geram efeitos indesejáveis causados pelo limite superior e a discretização de qualquer escala de razão dada. Além disso, essas observações se aplicam igualmente ao procedimento SMART, que também usa estimativas de proporções de peso. Por fim, mostraram que a chamada técnica da supermatriz não elimina o fenômeno de reversão de *rank* que pode ser atribuído às normalizações realizadas.

Poyhonen, Vrolijk e Hamalainen (2001) sintetizaram os vieses na ponderação dos atributos e as possíveis origens, Figura 5, e mostraram que também ocorrem em decisões de cunho individual.

Figura 5 – Os problemas e vieses na ponderação dos atributos e suas origens



Fonte: Adaptado de Poyhonen, Vrolijk e Hamalainen (2001)

Os autores observaram que a divisão de atributos em árvores de valor pode aumentar ou diminuir o peso dos mesmos e, além disso, que a variação estrutural das árvores também pode alterar a ordenação dos atributos. Propuseram que as novas descobertas relacionadas ao viés da divisão, alguns outros fenômenos que aparecem com a ponderação de atributos em árvores de valor, e o efeito do número de níveis de atributos na análise conjunta podem ter as mesmas origens.

Essas origens se relacionam com o que foi descoberto por Von Nitzsch e Weber (1993) que as respostas dos decisores refletem principalmente o *rank* de atributos e não a força de suas preferências como a teoria do valor assume, chamado de fenômeno de desajuste. Além disso, também tem relação com a descoberta de Salo e Hamalainen (1997) que uma fonte de viés é a normalização dos pesos dos atributos, apresentando como consequência o fato desses mudarem quando os atributos são divididos em uma árvore de valor. Por fim, discutem como esses problemas poderiam ser evitados na prática.

Os vieses apresentados continuaram sendo encontrados em processos de eliciações hierárquicas para definição dos valores das constantes de escala, como descrito no livro de French, Maule e Papamichail (2009), no livro de Chelst e Canbolat (2012) e o artigo de Ezell, Lynch e Hester (2021). Apesar dos diversos vieses apresentados, pesquisas utilizando árvore de valor para resolução de problemas continuaram sendo desenvolvidas. Na área de multicritério, um dos métodos utilizados foi o AHP. Este apresentou solução para problemas de diversos ramos, como por exemplo, medição de desempenho de processo agregado (FREI; HARKER, 1999), avaliação de patentes (CHIU; CHEN, 2007), seleção de política de manutenção baseada em risco (ARUNRAJ; MAITI, 2010), seleção do método de entrega do projeto apropriado (KHALIL, 2002) e indexação da qualidade ambiental de desenvolvimento industrial (SÓLNES, 2003).

Entretanto, Bana e Costa e Vainsnick (2001) apresentaram alguns casos nos quais a inclusão ou exclusão de alternativas ou critérios acarretavam no efeito de reversão de ordem das relações de dominância, sendo atribuída pelos autores como o “efeito colateral” do cálculo que normaliza o vetor de propriedades. Dessa forma, muitos trabalhos, que aplicam o AHP, realizam alguma forma de análise de sensibilidade para verificar o quão robustos estão seus resultados. Logo, apesar do conhecimento do problema o método continuou a ser aplicado e algumas modificações para tentar solucioná-lo foram propostas, como por exemplo, ao invés de serem utilizadas somas ponderadas se aplicar a soma dos ajustes sugeridos por cada um dos fatores (BELTON; GOODWIN, 1996).

Dessa forma, com o objetivo de eliminar esses vieses existentes em modelos com estruturas hierárquicas e de realizar a utilização de informações parciais no contexto de hierarquias, visando diminuir o esforço cognitivo do decisor, diversos métodos foram desenvolvidos e serão apresentados na sub sessão seguinte.

2.2.2 Métodos multicritério com informações parciais e critérios hierárquicos

O primeiro método multicritério com informações parciais desenvolvido para problemas com critérios hierarquicamente estruturados foi o PAIRS. Este foi desenvolvido por Salo e Hamalainen (1992) para solucionar o viés gerado pelos pesos refletindo apenas as ordenações dos critérios. Com essa finalidade, introduz declarações de preferências imprecisas em árvores de valor, pois estende a técnica SMART para que, além das declarações exatas, o decisor possa inserir julgamentos de intervalo sobre os resultados dos critérios e possa comparar quaisquer dois atributos. Dessa forma, a informação imprecisa é convertida em intervalos de valor e relações de dominância através de programação linear. O processo é interativo e iterativo, pois à medida que o decisor refina suas preferências os julgamentos anteriores são substituídos pelos novos através de uma iteração, e esses resultados se tornam mais detalhados e transmitem mais informações sobre quais alternativas são preferidas. Em todo o processo, o refinamento interativo PAIRS apoia o decisor derivando e exibindo as consequências de seus julgamentos anteriores.

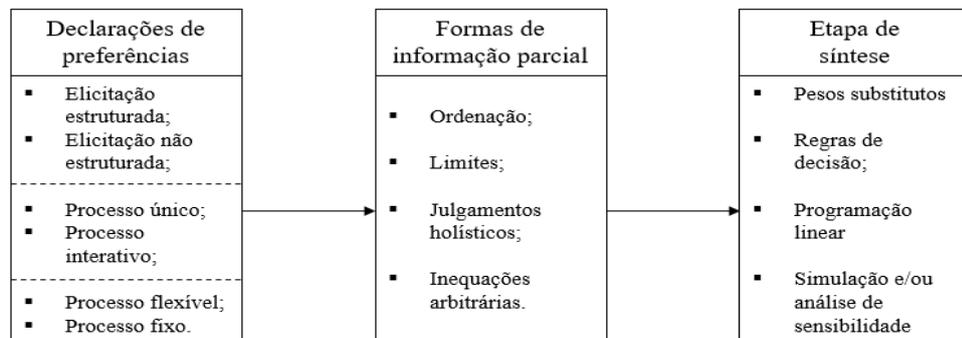
Salo e Hamalainen (2001) propuseram o método PRIME no qual a elicitação de preferência e a síntese são baseados em alguns aspectos. Estes são a conversão de julgamentos de razão, possivelmente imprecisos, em um modelo de preferência especificado de forma imprecisa, o uso de estruturas de dominância e regras de decisão na derivação de recomendações de decisão, e o sequenciamento do processo de elicitação em uma série de

tarefas. O processo continua até que a alternativa mais preferida seja identificada ou é interrompido com uma recomendação de decisão, se o decisor a aceitar. Os autores também apresentaram semelhanças e diferenças desse método quando comparado com as abordagens AHP, SMART e PAIRS. Existem três diferenças, a primeira é que as comparações de razão são explicitamente ligadas aos intervalos de valores das alternativas nos atributos; assim, problemas decorrentes da noção vaga de "importância relativa" são evitados. A segunda, é a capacidade de lidar com julgamentos de preferência holísticos nos quais as consequências são comparadas com respeito aos atributos em qualquer nível da árvore de valor. Por fim, a terceira, é que as recomendações de decisão são complementadas com informações sobre a quantidade de não otimização, ou seja, possível perda de valor, que estão associadas a estas. Por outro lado, o PRIME assemelha-se ao PAIRS no sentido de que fornece resultados de dominância ao longo da análise e ajuda a preservar a consistência do modelo, mostrando quais implicações as declarações anteriores têm nas que serão extraídas a seguir. Isso exclui a possibilidade de que o decisor introduza declarações inconsistentes no sentido de que o conjunto viável se tornaria vazio.

Salo e Punkka (2005) desenvolveram outro método também baseado em análise de informações de preferências incompletas em modelos de ponderação hierárquica, chamado de RICH. Neste, o decisor pode especificar subconjuntos de atributos que contêm o mais importante ou, mais geralmente, associar um conjunto de *rankings* a um de atributos. Tais declarações de preferência levam a conjuntos possivelmente não convexos de pesos de atributos viáveis, permitindo que recomendações de decisão sejam obtidas por meio do cálculo de relações de dominância e regras de decisão.

Esses métodos foram classificados de acordo com o *framework* desenvolvido por de Almeida et al (2016), apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Framework para classificação de métodos de informação parcial



Fonte: Adaptado de De Almeida et al (2016).

Na primeira classe, declarações de preferência, os métodos PAIRS e RICH são classificados como não estruturados, interativos e flexíveis, sendo o PRIME diferente apenas por ser estruturado. Na segunda classe, formas de informação parcial, os três métodos utilizam a abordagem para o estabelecimento de limites e o PRIME e RICH também a aplicam para a ordenação. Por sua vez, na terceira classe, etapa de síntese, todos utilizam programação linear, entretanto, o PAIRS também aplica simulação e o RICH e o PRIME regra de decisão (SALO, PUNKKA, 2005; SALO, HAMALAINEN, 2001; SALO, HAMALAINEN, 1992).

Além das aplicações relacionadas a multicritério, os estabelecimentos de pesos das árvores de valor também foram temas de outras áreas. Dentre elas, a estatística que utiliza métodos distintos para defini-los, como *clusterings* e regressões (PEETERS et al., 2015; MENDES, AKKARTAL, 2009; LATORRE, CERISOLA, RAMOS, 2007), e a inteligência artificial (KONONENKO, 2001; GELLY, SILVER, 2011). Entretanto, estas, apesar de serem efetivas para determinação dos pesos, não consideram a preferência do decisor no modelo e, portanto, se distanciam dos métodos multicritério.

Diante disso, se destaca a importância de sistemas de apoio a decisão multicritério que busquem diminuir o esforço cognitivo dos decisores na elicitación das constantes de escala e forneçam um procedimento robusto para o auxílio a tomada de decisão em problemas que apresentam critérios estruturados de forma hierárquica. Esses sistemas devem garantir que nenhum dos vieses ocorram no momento da elicitación e, dessa forma, uma análise criteriosa do modelo deve ser realizada através da análise de diversos cenários. Uma forma de realizar essa análise é a utilização de simulação computacional.

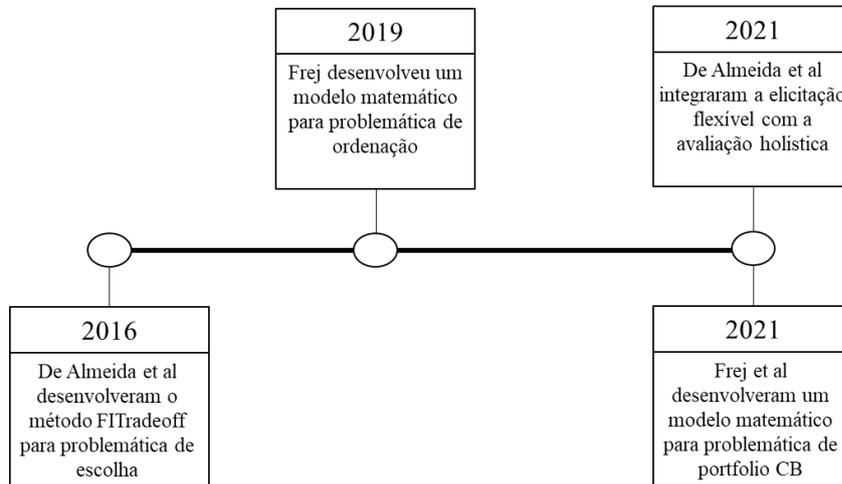
2.2.3 Avanços recentes e aplicações do método FITradeoff

O FITradeoff é um dos métodos de apoio a decisão multicritério que é utilizado para resolução de problemas de escolha e ordenação, mas que atualmente não aceita critérios estruturados hierarquicamente como *input*. Esse método foi desenvolvido por De Almeida et al (2016) para resolução de problemas de escolha e, posteriormente, Frej (2019) incorporou um modelo matemático que passou a solucionar problemas de ordenação.

O *software* continuou sofrendo constantes melhorias e novas funcionalidades passaram a ser implementadas como a desenvolvida por Frej, Ekel e De Almeida (2021) que construíram um modelo matemático para a resolução da problemática de portfólio custo-benefício e De Almeida et al (2021) que integraram a elicitación flexível já existente no FITradeoff com

avaliações holísticas. A Figura 7 mostra uma linha do tempo das funcionalidades desenvolvidas baseadas no FITradeoff e incorporadas ao software.

Figura 7– Linha do tempo das funcionalidades do software do FITradeoff



Fonte: A Autora (2022).

Diante da robustez do método o mesmo foi aplicado por diversos autores para resolver problemas nos mais diversos ramos (MENDES et al., 2020).

Rodrigues et al (2020) realizaram um estudo para seleção de fornecedores em uma indústria têxtil situada na cidade de Campina Grande utilizando o FITradeoff para a problemática de ordenação. No processo de definição dos critérios se utilizou o método VFT (*Value-Focused Thinking*) com a dimensão TBL (*Triple Bottom Line*) e o conceito de veto para melhorar o processo de decisão em uma perspectiva multicritério. O resultado obtido após a aplicação dos métodos foi de que o grupo de fornecedores atuais da empresa não são os melhores situados no *rank*, e, portanto, a recomendação foi de modificar a estrutura existente.

Pergher et al (2020) realizaram um estudo em um *job-shop* com o objetivo de permitir a incorporação das preferências dos decisores ao serem analisadas a data de vencimento, liberação de pedido e regras de despacho de loja. Dessa forma, por meio da simulação de eventos discretos, o desempenho de diferentes combinações de regras e parâmetros inerentes foi avaliado em relação aos atributos de custo total, quantidade de produção, tempo de processamento total e atraso. Uma aplicação real foi realizada em um fabricante de calçados femininos e como resultado foi observado um *gap* entre o *status quo* do sistema de produção *job-shop* e os objetivos táticos da organização, permitindo ao decisor definir ações para melhorar o desempenho do sistema.

Fossile et al (2020) no estudo buscaram resolver um problema de seleção de fontes de energia a fim de identificar qual tipo de energia renovável é mais viável para os portos brasileiros investirem. Dentre as energias consideradas estavam: eólica, fotovoltaica e a energia das ondas. Vinte critérios foram definidos em um processo de *brainstorming* que contou com princípios de gestão de sustentabilidade, informações apresentadas na literatura, padrões nacionais, legislação de política energética nacional e dados de projetos de energia renovável anteriores ou em andamento em portos. Esses critérios foram avaliados pela Agência Brasileira de Pesquisa Energética em uma escala Likert de cinco pontos. Dessa forma, o método FITradeoff para a problemática de escolha foi aplicado e a energia fotovoltaica foi a alternativa encontrada como a melhor para os portos brasileiros investirem.

Gusmão e Medeiros (2016) utilizaram o modelo FITradeoff para seleção de um único sistema de informação para uma fábrica de embalagem de vidro a partir de um conjunto de sistemas previamente identificados como relevantes. O resultado obtido mostrou que o sistema que cria rotas usando mapas digitais e o sistema que armazena e gerencia reclamações se mostraram como as melhores alternativas e o mesmo foi consistente tanto com o desempenho das alternativas quanto com o modelo aditivo usado para avaliar as mesmas.

Diante dos trabalhos destacados é importante notar que em nenhum deles os critérios foram estruturados hierarquicamente, sendo esse um *gap* existente no modelo atual. Dessa forma, é destacada a importância desse trabalho de propor um modelo matemático a ser incorporado ao atual FITradeoff para suprir essa lacuna.

2.2.4 Estudos de simulação com métodos de apoio a decisão multicritério

Em uma simulação estocástica típica, a aleatoriedade é introduzida em modelos de simulação por meio de distribuição aleatória independente e variáveis uniformemente distribuídas. Essas variáveis aleatórias são então usadas como blocos de construção para simular sistemas estocásticos mais gerais (RUBINSTEIN; KROESE, 2017).

Diante disso, diversos autores utilizaram a simulação atrelada a métodos de apoio a decisão multicritério para verificar o comportamento de sistemas em diversos casos. Kokaraki et al (2019) realizaram uma comparação entre os métodos AHP, TOPSIS (*Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*), ELECTRE III (*Elimination and Choice Translating algorithm*) e PROMETHEE II (*Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations*) utilizando uma estrutura que incorpora as preferências dos decisores e o uso de simulação dinâmica aplicadas a um caso real de definição de *design*. Os métodos

observados produziram resultados semelhantes sendo a mesma solução ótima encontrada em todos, exceto no TOPSIS. Esse fato ocorreu pois o TOPSIS se apresentou como o método mais sensível as mudanças examinadas.

Butler e Dyer (1997) aplicaram simulações para análise de sensibilidade em três casos distintos que são quando são fornecidas informações parciais, ordenação ou nenhuma informação sobre os pesos. Além disso, o processo de simulação realizado poderia ser utilizado para auxiliar o processo de decisão quando o objetivo era selecionar um subconjunto de alternativas. Dessa forma, conseguiram variar os pesos de um modelo multicritério simultaneamente e verificar como impactava na forma funcional da agregação de múltiplos atributos.

Sarabando e Dias (2009) através de simulações de Monte Carlo realizaram comparações entre regras para ordenação dos pesos. Dessa forma, regras como o ROC, valor mínimo, valor central e arrependimento máximo foram comparadas com duas novas regras propostas pelos autores, a quase-dominância e a quase-otimalidade, que utilizam parâmetros de tolerância para estender os conceitos de dominância e otimalidade.

Além das diversas aplicações citadas anteriormente, nas quais as simulações foram utilizadas principalmente para verificar a influência dos pesos nos métodos multicritério, a validação de modelos através de simulações também foi realizada por diversos autores. Ahn e Park (2006) realizaram a validação de uma nova abordagem responsável por utilizando informações sobre a intensidade de dominância apresentada por cada alternativa substituir o desenvolvimento de pesos aproximados. Assim, a simulação foi aplicada para comparar o novo procedimento com os já existentes.

Danielson e Ekenberg (2015) sugerem um novo método chamado CAR (*CARDinal Ranking*) com o objetivo de que as funções valor e os pesos pudessem ser razoavelmente elicitados, preservando a simplicidade comparativa e a correção da abordagem. Dessa forma, utilizaram simulação para avaliar modelos que aplicam pesos substitutos e para verificar algumas propriedades do modelo proposto. Concluindo que esse era altamente competitivo e aplicável tanto para MCDA quanto para a tomada de decisão em grupo.

Mendes et al (2020) desenvolveram um estudo de simulação que analisou o comportamento do FITradeoff em uma grande quantidade de cenários. Dessa forma, analisaram o desempenho do método ao serem realizadas mudanças no número de critérios, alternativas e padrão de pesos obtendo uma compreensão das principais características do mesmo.

Portanto, a simulação é uma ferramenta importante que auxilia a compreensão das principais características dos modelos estudados. Assim, permite uma representação de como

os modelos se comportariam em cenários reais auxiliando a melhoria dos pontos fracos e possíveis erros que possam surgir no decorrer da implementação.

2.3 SÍNTESE DO ESTADO DA ARTE E POSICIONAMENTO DESTE TRABALHO

Conforme destacado na introdução, existe a necessidade do desenvolvimento de métodos estruturados para elicitación de preferências dos decisores quando os critérios estão organizados de forma hierarquizada devido a geração de vieses. Dessa forma, no estado da arte foram apresentados alguns desses métodos, como o PAIRS, PRIME e RICH que buscaram diminuir esses vieses apresentados em estudos desenvolvidos sobre o tema.

Dentre esses métodos, apenas o PRIME apresentou uma elicitación estruturada que é sequenciada em uma série de tarefas baseada em conversão de julgamento de valor, estruturas de dominância e regras de decisão. Além disso, nenhum deles utilizou o procedimento de *tradeoff* visto que apesar da forte estrutura axiomática o mesmo apresenta problemas de inconsistência nas respostas fornecidas pelos decisores.

Dentre os métodos que foram desenvolvidos baseados no *tradeoff* tradicional se destaca o FITradeoff que apesar de não solucionar problemas com critérios organizados de forma hierárquica realizam questionamentos de preferência estrita ao decisor diminuindo, assim, o seu esforço cognitivo. Portanto, a contribuição da pesquisa é diante desse método já existente desenvolver duas abordagens que permitam realizar a elicitación de preferências do decisor de forma estruturada, sem a geração de vieses e com menos esforço cognitivo.

Além disso, as abordagens desenvolvidas vão expandir a aplicabilidade e flexibilidade do FITradeoff tornando-o e apto para solucionar problemas nos quais os critérios estão estruturados de forma hierárquica tanto na problemática de escolha como na de ordenação. Esse fato tornaria o método capaz de encontrar soluções para problemas mais complexos uma vez que esses casos são mais difíceis de serem solucionados do que quando os critérios estão estruturados de forma não hierárquica.

3 ELICITAÇÃO DE PREFERÊNCIAS COM CRITÉRIOS HIERÁRQUICOS NO MÉTODO FITRADEOFF

Conforme descrito anteriormente, o método FITradeoff foi desenvolvido para resolução de problemas de escolha e ordenação nos quais apenas os critérios de um único nível, não sendo tratados de forma hierárquica, são considerados no momento da elicitação de preferências do decisor. Assim, almejando eliminar essa limitação são apresentadas nesta seção duas abordagens que aplicam o conceito de informação parcial para elicitação das constantes de escala dos critérios considerados nos problemas em análise.

Dessa forma, a Seção 3.1 retrata as principais propriedades e suposições para o desenvolvimento das abordagens, assim como a programação linear de cada uma delas. A Seção 3.2 apresenta as heurísticas de elicitação que podem ser consideradas no momento da elicitação no caso de critérios estruturados hierarquicamente. Por fim, a Seção 3.3 retrata a análise comparativa das heurísticas propostas.

3.1 MODELAGEM PARA ESTRUTURA HIERÁRQUICA NO MÉTODO FITRADEOFF

Nesta seção são apresentadas as abordagens desenvolvidas e os principais conceitos para o entendimento das mesmas, conforme ideias iniciais apresentadas por Vieira et al (2021). Além disso, são destacadas as suposições consideradas para cada uma delas.

3.1.1 Conceitos Fundamentais

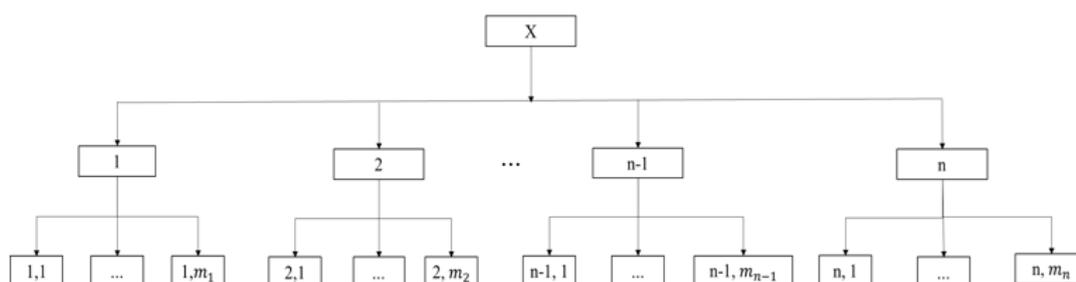
As novas abordagens para resolução de problemas com critérios estruturados hierarquicamente foram desenvolvidas utilizando os conceitos básicos do atual FITradeoff tanto para problemática de escolha, conceito de potencial otimalidade, quanto para a de ordenação, conceito de relações de dominância. Entretanto, nesses modelos desenvolvidos as consequências relacionadas a cada alternativa foram associadas aos critérios localizados na base da hierarquia que são originados de determinado critério situado no topo da mesma.

Dessa forma, na problemática de escolha a programação linear é aplicada para cada alternativa a , considerando consequências x_{ija} onde i representa o critério localizado no topo da hierarquia e j o critério localizado na base da hierarquia. Por sua vez, na problemática de ordenação o conceito de dominância aos pares deve ser considerado no qual uma alternativa a

domina outra alternativa z se e somente se o valor global de z não for maior do que o valor global de a para qualquer vetor de pesos dentro do espaço de peso Φ , considerando, portanto, consequências x_{ija} e x_{ijz} onde i representa o critério no nível superior da hierarquia e j critério no nível inferior.

Assim, antes de apresentar os modelos matemáticos é importante destacar algumas propriedades para apoiar o desenvolvimento das abordagens propostas. A Figura 8 apresenta uma representação hierárquica dos critérios considerados nos modelos. Nesta, $1, 2 \dots n$ são os objetivos localizados no nível superior que são subdivididos em critérios situados no nível inferior, e m_i é o número de critérios de nível inferior associados ao mesmo critério de nível superior i , ou seja, que pertencem à mesma família. Além disso, essa figura serve de base para as características e suposições apresentadas.

Figura 8 – Representação hierárquica



Fonte: A Autora (2022).

Considerando a Figura 8, k_{ij} é o peso relativo do critério, em que i designa o critério de nível superior, neste caso, $i = 1, 2, \dots, n-1, n$ e j designa o critério de nível inferior. Por exemplo, k_{12} é a constante de escala do critério 2, localizado no nível inferior, que está associado ao critério 1 situado no nível superior.

Além das informações sobre árvores de valor que foram introduzidas na seção 2.1.1, é importante apresentar algumas propriedades dos pesos cumulativos e relativos. Os pesos relativos, representados por k , são determinados por avaliações dentro de famílias de critérios, que precisam ser normalizados para somar 1. Por sua vez, o peso cumulativo, representados por k' , de um critério é o produto de seu peso relativo e o peso relativo do critério de nível superior associado e assim por diante até o topo da árvore de valor. Presumindo uma hierarquia de dois níveis, a Equação 16 representa o cálculo de peso cumulativo.

$$k'_{ij} = k_i \cdot k_{ij} \quad (16)$$

Esses pesos cumulativos apresentam três características que são importantes de destacar. A primeira característica é que os pesos cumulativos dos critérios no nível superior são a soma dos pesos cumulativos de seus critérios associados no nível inferior. Equação 17 representa essa soma.

$$\sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} = k'_i; \forall i, i = 1, \dots, n \quad (17)$$

A segunda característica é que se o critério estiver localizado no topo da árvore de valores, então seu peso cumulativo é igual ao seu peso relativo, conforme representado na Equação 18.

$$k'_i = k_i \quad (18)$$

Por fim, a terceira característica é que se o critério do nível superior não for subdividido, o peso cumulativo desse critério é considerado na soma dos pesos cumulativos dos critérios do nível inferior pertencentes às demais famílias, de modo que a soma de todos os pesos cumulativos em um nível é 1.

As definições apresentadas são consideradas nas duas abordagens propostas uma vez que em ambas a elicitação hierárquica será realizada. Entretanto, estas apresentam como principal diferença o estabelecimento dos pesos dos critérios de nível superior via pesos ROC na abordagem I e a ausência desses valores na abordagem II.

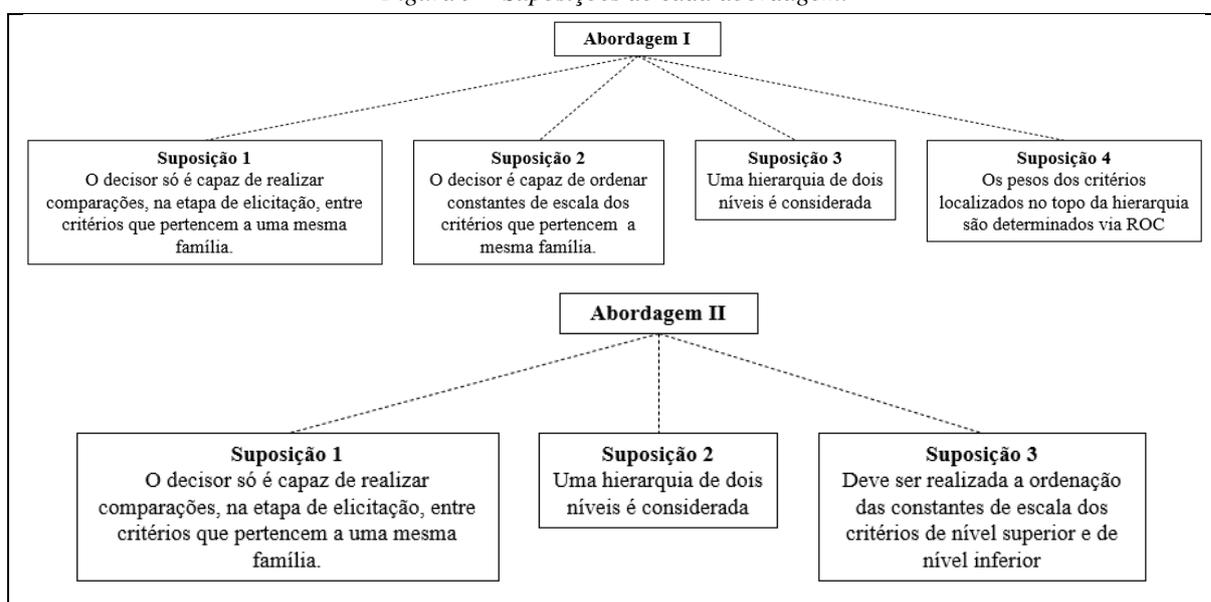
Na abordagem I estes pesos são estabelecidos utilizando pesos ROC, que são pesos substitutos definidos através de informações ordinais (DANIELSON et al., 2012). Apesar da existência de diversos modelos para a definição de pesos substitutos o uso do ROC é considerado em diversas análises em decorrência da sua qualidade e simplicidade no processo de atribuição de pesos. Assim, em problemas de decisão multicritério, este modelo é amplamente recomendado para lidar com informações imprecisas sobre o valor das constantes de escala dos critérios (MORAIS et al., 2015).

Na abordagem II os pesos dos critérios de nível superior não foram estabelecidos com o objetivo de tornar o modelo mais semelhante ao atual FITradeoff. Além disso, esta característica foi considerada para que ao se comparar as duas abordagens se pudesse analisar a influência do estabelecimento dos pesos utilizando ROC sobre o modelo. Esta necessita ser avaliada principalmente pois este método, quando usado para obter pesos para poucos critérios, apresenta uma distribuição de valores muito desigual (EDWARDS; BARRON, 1994). Assim,

os critérios ordenados nas primeiras posições têm valores de peso muito altos, enquanto os critérios ordenados nas posições mais baixas recebem valores muito baixos. Portanto, é necessário realizar um estudo mais detalhado sobre o impacto dessa distribuição dos valores das ponderações dos critérios de nível superior sobre os valores das ponderações dos critérios de nível inferior.

Nas seções seguintes são apresentadas as duas abordagens, suas suposições e particularidades, conforme pode ser observado na Figura 9.

Figura 9 – Suposições de cada abordagem.



Fonte: A Autora (2022).

3.1.2 Abordagem I – Pesos dos critérios de nível superior estabelecidos via ROC

Neste tópico será apresentado o primeiro modelo desenvolvido para resolução de problemas de escolha e ordenação nos quais os critérios estão estruturados de maneira hierárquica. Analisando o FITradeoff atual é possível notar que o mesmo apresenta uma etapa de elicitación em que todos os critérios podem ser comparados entre si por meio de uma elicitación não hierárquica. Porém, é importante que o método possibilite a resolução de problemas que apresentam critérios estruturados em árvores de valor, por meio de uma elicitación hierárquica.

Nesse contexto a abordagem I, que apresenta o primeiro modelo proposto, foi desenvolvida considerando as características descritas no tópico anterior, e as seguintes suposições.

Suposição 1. O decisor só é capaz de realizar comparações, na etapa de elicitação, entre critérios que pertencem a uma mesma família.

A estrutura hierárquica permite o estabelecimento de famílias, essas são definidas de acordo com os critérios situados no nível superior da hierarquia, uma vez que, os critérios de nível inferior pertencem a uma mesma família caso estejam associados ao mesmo critério de nível superior. Dessa forma, ao ser realizada a elicitação de preferências em problemas nos quais os critérios estão estruturados hierarquicamente a comparação deve ser realizadas entre critérios que pertencem a uma mesma família e que, portanto, estão associados ao mesmo critério de nível superior. Esse fato ocorre, pois, caso a elicitação fosse realizada comparando todos os critérios de nível inferior esta seria não hierárquica, conforme já é realizada no atual FITradeoff. Portanto, para a elicitação ser hierárquica é necessário que a suposição 1 seja considerada.

Além disso, é importante destacar que problemas com estruturas hierárquicas apresentam um maior número de critérios no nível inferior e, portanto, uma elicitação apenas entre os pertencentes a mesma família diminuiria o número de perguntas apresentadas ao decisor. Diante disso, este tipo de comparação também é considerado em outros modelos que realizam uma elicitação hierárquica como o AHP (SALO; HAMALAINEN, 1997).

Suposição 2. O decisor é capaz de ordenar constantes de escala dos critérios que pertencem à mesma família.

A ordenação deve ser das constantes de escala e não dos critérios uma vez que se deve considerar a escala e não apenas o grau de importância deles. Dessa forma, nesse caso devido ao fato de a elicitação de preferências ser realizada entre os critérios de nível inferior que pertencem a uma mesma família a ordenação desses critérios se torna necessária para determinar a ordem de questionamento apresentada ao decisor. Dessa forma, está diretamente atrelada a heurística de questionamento dos critérios de uma mesma família.

Suposição 3. Uma hierarquia de dois níveis é considerada.

Existe uma grande complexidade ao se realizar elicitações hierárquicas uma vez que os critérios da base da hierarquia são influenciados pelos critérios dos níveis superiores associados a eles. Além disso, quando níveis intermediários são considerados essa complexidade aumenta pois estes são influenciados tanto pelos critérios de nível inferior quanto pelos de nível superior a eles, conseqüentemente, uma programação não linear necessita ser desenvolvida (POYHONEN; HAMALAINEN, 1998). Dessa forma, com o objetivo de simplificar e verificar se os modelos seriam eficientes para resolução de problemas que apresentam uma hierarquia de dois níveis uma programação linear é desenvolvida.

Suposição 4. Os pesos dos critérios localizados no topo da hierarquia são determinados via ROC.

Essa suposição afirma que o decisor é capaz de estabelecer a ordenação das constantes de escala dos critérios do nível superior e dessa forma os valores são definidos utilizando o ROC. Os pesos ROC são chamados de pesos substitutos e são estabelecidos através da conversão de *ranking* em pesos numéricos. Conforme já destacado na seção anterior, apesar da existência de diversos modelos para o estabelecimento de pesos substitutos estudos mostraram que o ROC se destaca por melhor se adequar ao contexto de métodos de decisão multicritério aditivos e atuar em problemas com informações imprecisas (MORAIS et al., 2015). Dessa forma é uma técnica de elicitación que consiste em ordenar as constantes de escala dos critérios do problema considerando os valores das consequências associadas a eles, não apenas o grau de importância, e utilizar a Equação 19 para definir os pesos dos critérios do problema.

$$k_t = \frac{1}{n} \sum_{h=t}^n \frac{1}{h} ; \forall t, t = 1, \dots, n \quad (19)$$

Na Equação 19, n é o número de critérios no nível superior da hierarquia, k_t é o peso para o h^o critério de acordo com sua posição no *rank* (BARRON; BARRETT, 1996). Assim, o ROC identifica os pontos extremos no espaço de pesos e utiliza o centroide desse espaço como base para determinar os pesos dos critérios (EDWARDS; BARRON, 1994). Portanto, devido às características destacadas, o ROC foi aplicado para o estabelecimento dos pesos dos critérios de nível superior nessa abordagem I.

Considerando essas suposições se enfatiza a necessidade de estabelecer relações de dominância aos pares na problemática de ordenação e de otimalidade potencial na problemática de escolha, usando essas características de elicitación que são diferentes das aplicadas no FITradeoff atual. Portanto, um novo modelo de programação linear deve ser executado após cada resposta dada pelo decisor para encontrar um conjunto de alternativas potencialmente ótimas ou o ranking de alternativas, dependendo da problemática escolhida.

As Equações 20 a 27 representam o problema de programação linear do novo modelo matemático da abordagem I para a problemática de escolha.

$$\max_{k'_{11}, k'_{12}, \dots, k'_{21}, \dots, k'_{n,m_n}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ija}) \quad (20)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} = 1 \quad (21)$$

$$k'_{i1} > k'_{i2} > \dots > k'_{i,j+1} > \dots > k'_{i,m_i} \quad (22)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x'_{ij}) \geq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i \quad (23)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x''_{ij}) \leq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i$$

$$\sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} = k'_i; \forall i, i = 1, \dots, n \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^{m_n} \sum_{i=1}^n k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ija}) \geq \sum_{j=1}^{m_n} \sum_{i=1}^n k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ijz}); z = 1, 2, \dots, w; z \neq a \quad (25)$$

$$k'_i > k'_{(i+1)} \therefore \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} > \sum_{j=1}^{m_{i+1}} k'_{(i+1)j} \quad (26)$$

$$k'_{ij} \geq 0; i = 1 \text{ a } n; j = 1 \text{ a } m_i \quad (27)$$

Nessa LPP, k'_i é a constante de escala cumulativa do critério i de nível superior, no conjunto de n critérios de nível superior, k'_{ij} é a constante de escala cumulativa do critério j de nível inferior, no conjunto de m_i critérios de nível inferior, associados ao critério de nível superior i , e k'_{ij} também são as variáveis de decisão. Além disso, o modelo é aplicado para cada alternativa a considerando as consequências x_{ija} para o critério de nível inferior j associado ao critério de nível superior i , e a alternativa a . Sendo $v_{ij}(x_{ija})$ a função valor da consequência x_{ija} normalizada em uma escala de 0 a 1.

Analisando o LPP, a primeira equação (20) é a função objetivo e visa maximizar o valor global da alternativa a . As constantes de escala cumulativas do critério de nível inferior (k'_{ij}) são as variáveis de decisão. Por sua vez, a constante de escala cumulativa do critério de nível superior (k'_i) será um valor fixo que será definido utilizando os pesos ROC. Além disso, é importante destacar que, se o critério de nível superior não for subdividido então na função objetivo é suficiente multiplicar a função valor da alternativa a ($v_{ij}(x_{ija})$) pelo peso cumulativo deste critério (k'_i).

Em seguida, observam-se as restrições do modelo: (21) é a normalização dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior; (22) ordenação dos critérios de nível inferior que pertencem à mesma família; (23) refere-se à elicitación de preferências dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior que pertencem à mesma família; (24) garante a condição da

Equação 17; (25) restrição de potencial otimalidade, que visa garantir que o valor global da alternativa a seja maior do que o valor global da alternativa z , $a \neq z$ para pelo menos um vetor de pesos; (26) é uma restrição hierárquica que garante que se o peso cumulativo de um i critério de nível superior (k'_i) for maior do que o peso cumulativo de outro $i + 1$ critério de nível superior ($k'_{(i+1)}$), então a soma dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior associados ao critério i é maior do que a soma dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior associados ao critério $i + 1$; e (27) é a restrição de não negatividade dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior.

No caso da problemática de ordenação, o LPP executado apresentou algumas modificações quando comparado a da problemática de escolha. Essas diferenças podem ser observadas na função objetivo e na ausência da restrição de potencial otimalidade que não pertence ao conjunto de restrições, uma vez que se deseja ordenar as alternativas e não as eliminar. Portanto, o seguinte LPP, representado pelas Equações 28 a 35, é aplicado para problemas da problemática de ordenação.

$$\max_{k'_{11}, k'_{12}, \dots, k'_{21}, \dots, k'_{n,m_n}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ija}) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ijz}) \quad (28)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} = 1 \quad (29)$$

$$k'_{i1} > k'_{i2} > \dots > k'_{i,j+1} > \dots > k'_{i,m_i} \quad (30)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x'_{ij}) \geq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i \quad (31)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x''_{ij}) \leq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i \quad (32)$$

$$\sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} = k'_i; \forall i, i = 1, \dots, n \quad (33)$$

$$k'_i > k'_{(i+1)} \therefore \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} > \sum_{j=1}^{m_{i+1}} k'_{(i+1)j} \quad (34)$$

$$k'_{ij} \geq 0; i = 1 \text{ a } n; j = 1 \text{ a } m_i \quad (35)$$

Desta forma, após cada resposta fornecida pelo decisor, foi executado o LPP, seja para a problemática de escolha ou de ordenação de acordo com o problema a ser tratado. Assim, o processo ocorre de forma semelhante ao atual FITradeoff com a diferença dos LPP utilizados, e, conseqüentemente, da heurística de questionamento, uma vez que os critérios de nível inferior de famílias diferentes não são comparados nas perguntas de preferência realizadas ao decisor.

Entretanto, apesar de estudos mostrarem que os pesos ROC se adequam de forma satisfatória a métodos de decisão multicritério aditivos, o mesmo apresenta algumas desvantagens. Estas, conforme apresentadas na seção anterior, estão relacionadas principalmente a situações nas quais existem poucos critérios que terão seus pesos estabelecidos via ROC, assim, estes passam a apresentar um padrão de pesos skewed, ou seja, a constante de escala do critério melhor ordenado apresenta um valor muito alto enquanto que a constante de escala do critério pior ordenado apresenta um valor muito baixo, podendo gerar vieses (EDWARDS; BARRON, 1994). Além disso, a perda de informações é substancial pois, em muitas situações, as pessoas podem afirmar com segurança que algumas diferenças de ordenação são maiores do que outras, o que é ignorado nas abordagens ordinais puras que também podem estar sujeitas a ambigüidades (RIABACKE et al., 2009). Dessa forma, uma segunda abordagem que lida com a ausência de informação sobre os pesos dos critérios de nível superior foi desenvolvida para a realização de uma comparação dos resultados das mesmas.

3.1.3 Abordagem II – Ausência de informação sobre os pesos dos critérios de nível superior

A abordagem II se caracteriza pela não determinação de um valor fixo para os pesos cumulativos dos critérios de nível superior (k'_i). Essa característica foi estabelecida para que fosse possível a realização de uma análise do comportamento do modelo em relação a ausência de informação e até que ponto uma solução para o problema seria encontrada. Além disso, se almeja comparar os resultados obtidos por essa abordagem com os encontrados com a utilização dos pesos ROC. Dessa forma, o modelo se assemelha mais ao atual FITradeoff do que o apresentado na abordagem I. Entretanto, para que o mesmo se adequasse a resolução de problemas nos quais os critérios estão organizados hierarquicamente, foi necessário o estabelecimento das seguintes suposições 1 e 2, semelhantes as suposições 1 e 3 da abordagem I, e uma suposição 3, exclusiva da abordagem II.

Suposição 1. O decisor só é capaz de realizar comparações, na etapa de elicitacão, entre critérios que pertencem a uma mesma família.

Assim como destacado na abordagem I, a estrutura hierárquica permite o estabelecimento de famílias e os critérios de nível inferior pertencem a uma mesma família caso estejam associados ao mesmo critério de nível superior. Dessa forma, na elicitação de preferências dessa abordagem a comparação deve ser realizada entre critérios que pertencem a uma mesma família.

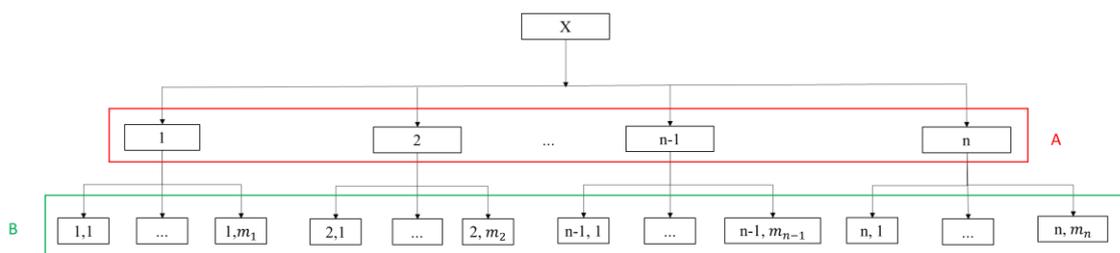
Suposição 2. Uma hierarquia de dois níveis é considerada.

Assim como destacado na abordagem I, existe uma dificuldade ao se realizar elicitações hierárquicas uma vez que os critérios da base da hierarquia são influenciados pelos critérios dos níveis superiores associados a eles, sendo esta aumentada quando níveis intermediários são considerados. Dessa forma, com o objetivo de simplificar e verificar se os modelos seriam eficientes para resolução de problemas hierárquicos uma hierarquia de dois níveis é considerada e uma programação linear é desenvolvida.

Suposição 3. Deve ser realizada a ordenação das constantes de escala dos critérios de nível superior e de nível inferior.

Esta suposição é de extrema importância pois nessa abordagem as constantes de escala dos critérios de nível superior não são conhecidas, assim menos informações são fornecidas para o modelo. Dessa forma, as ordenações das constantes de escala se tornam necessárias para que as heurísticas de questionamento possam ser aplicadas com o objetivo de diminuir a quantidade de perguntas realizadas ao decisor. A ordenação realizada no nível superior auxilia a definição de em qual família será feita a primeira comparação, por sua vez, a realizada no nível inferior auxilia a definição de quais critérios daquela família serão comparados. Dessa forma, essa suposição almeja diminuir o esforço cognitivo do decisor e fornecer informações a respeito das constantes de escala para o modelo. Essas duas ordenações são representadas na Figura 10.

Figura 10– (A) Ordenação dos critérios do nível superior; (B) Ordenação dos critérios de nível inferior.



Fonte: A Autora (2022).

Portanto, as diferenças do LPP dessa abordagem em relação ao do atual FITradeoff, Equação 3 até 9, são as ordenações das constantes de escala dos critérios de nível superior, Equação 39, e a Equação 42 que é específica de modelos com critérios estruturados hierarquicamente. Quando comparada essa abordagem com a primeira a diferença é a ausência da Equação 33 uma vez que os pesos cumulativos dos critérios de nível superior não são conhecidos e da Equação 22 pois não é necessária a ordenação dos critérios de nível inferior de uma mesma família, uma vez que, já é realizada a ordenação dos critérios de todo o nível inferior. As Equações 36 a 44 representam o LPP do novo modelo matemático da abordagem II para a problemática de escolha.

$$\text{Max}_{k'_{11}, k'_{11}, \dots, k'_{21}, \dots, k'_{n, m_n}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ija}) \quad (36)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} = 1 \quad (37)$$

$$k'_{i1} > k'_{i2} > \dots > k'_{(n-1)m_{n-1}} > \dots > k'_{nm_n} \quad (38)$$

$$k'_1 > k'_2 > \dots > k'_{(n-1)} > \dots > k'_n \quad (39)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x'_{ij}) \geq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i \quad (40)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x''_{ij}) \leq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i$$

$$\sum_{j=1}^{m_n} \sum_{i=1}^n k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ija}) \geq \sum_{j=1}^{m_n} \sum_{i=1}^n k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ijz}); z = 1, 2, \dots, w; z \neq a \quad (41)$$

$$k'_i > k'_{(i+1)} \therefore \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} > \sum_{j=1}^{m_{i+1}} k'_{(i+1)j} \quad (42)$$

$$k'_{ij} \geq 0; i = 1 \text{ a } n; j = 1 \text{ a } m_i \quad (43)$$

$$k'_i \geq 0; i = 1 \text{ a } n \quad (44)$$

Nesse LPP k'_i é a constante de escala cumulativa do critério i de nível superior, no conjunto de n critérios de nível superior, k'_{ij} é a constante de escala cumulativa do critério j de nível inferior, no conjunto de m_i critérios de nível inferior, associados ao critério de nível

superior i , e k'_{ij} também são as variáveis de decisão. Além disso, o modelo também é aplicado para cada alternativa a considerando as consequências x_{ija} para o critério de nível inferior j associado ao critério de nível superior i , e a alternativa a . Sendo $v_{ij}(x_{ija})$ a função valor da consequência x_{ija} normalizada em uma escala de 0 a 1.

Analisando o LPP, a primeira equação (36) é a função objetivo e visa maximizar o valor global da alternativa a . Em seguida, observam-se as restrições do modelo: (37) normalização dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior; (38) ordenação de todos os critérios de nível inferior; (39) ordenação dos critérios de nível superior; (40) refere-se à elicitación de preferências dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior que pertencem à mesma família; (41) restrição de potencial otimalidade, que visa garantir que o valor global da alternativa a seja maior do que o valor global da alternativa z , $a \neq z$ para pelo menos um vetor de pesos; (42) é uma restrição hierárquica que garante que se o peso cumulativo de um i critério de nível superior (k'_i) for maior do que o peso cumulativo de outro $i + 1$ critério de nível superior ($k'_{(i+1)}$), então a soma dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior associados ao critério i é maior do que a soma dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior associados ao critério $i + 1$; (43) e (44) restrição de não negatividade dos pesos cumulativos dos critérios de nível inferior e não negatividade dos critério de nível superior, respectivamente.

Assim como na abordagem I, no caso da problemática de ordenação, o LPP executado apresentou as mesmas modificações quando comparado a da problemática de escolha. Essas diferenças podem ser observadas na função objetivo e na ausência da restrição de potencial otimalidade que não pertence ao conjunto de restrições. Portanto, o seguinte LPP, representado pelas Equações. 45 a 52, é aplicado para problemas da problemática de ordenação.

$$\text{Max}_{k'_{11}, k'_{12}, \dots, k'_{21}, \dots, k'_{n, m_n}} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ija}) - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} \cdot v_{ij}(x_{ijz}) \quad (45)$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} = 1 \quad (46)$$

$$k'_{i1} > k'_{i2} > \dots > k'_{(n-1)m_{n-1}} > \dots > k'_{nm_n} \quad (47)$$

$$k'_1 > k'_2 > \dots > k'_{(n-1)} > \dots > k'_n \quad (48)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x'_{ij}) \geq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i \quad (49)$$

$$k'_{ij} \cdot v_{ij}(x''_{ij}) \leq k'_{i(j+1)} - \varepsilon; j = 1, 2, \dots, m_i$$

$$k'_i > k'_{(i+1)} \therefore \sum_{j=1}^{m_i} k'_{ij} > \sum_{j=1}^{m_{i+1}} k'_{(i+1)j} \quad (50)$$

$$k'_{ij} \geq 0; i = 1 \text{ a } n; j = 1 \text{ a } m_i \quad (51)$$

$$k'_i \geq 0; i = 1 \text{ a } n \quad (52)$$

Conforme já destacado no tópico anterior, também nessa abordagem a cada resposta do decisor será executado o LPP e uma heurística de questionamentos, considerando apenas os critérios de nível inferior pertencentes a uma mesma família, deve ser aplicada. Diante disso, surgiu a necessidade de realizar um estudo preliminar sobre as possíveis heurísticas de questionamento.

3.2 HEURÍSTICAS PARA ELICITAÇÃO DE PESOS COM ESTRUTURAS HIERÁRQUICAS

Conforme destacado na seção 2.1.4 o atual FITradeoff apresenta duas heurísticas distintas que visam diminuir o número de questionamentos realizados ao decisor e auxiliam a definição da forma de distribuição dos valores das constantes de escala dos critérios do problema analisado. No contexto de hierarquias, essas heurísticas existentes não podem ser aplicadas considerando todos os critérios pertencentes ao nível inferior, uma vez que, o processo de elicitação é realizado apenas entre os critérios pertencentes a uma mesma família.

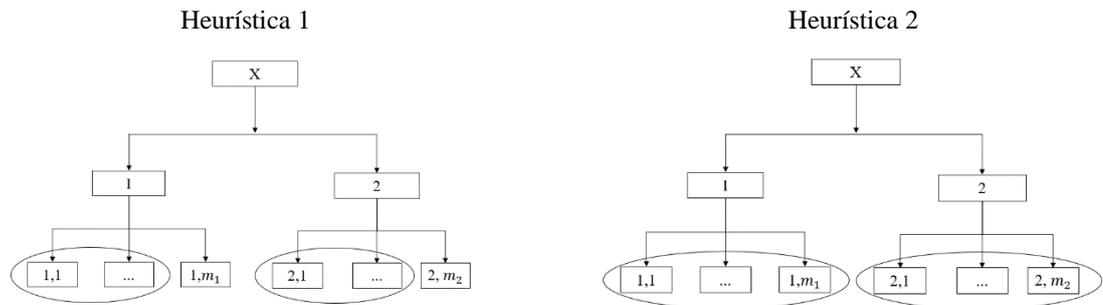
Diante disso, como em estruturas hierárquicas existem diversas famílias, caso uma pergunta de heurística fosse realizada para cada uma delas o processo se tornaria mais cansativo e não diminuiria o esforço do decisor. Portanto, foi assumido que o decisor não responde à pergunta da heurística que compara o primeiro com o último critério.

Entretanto, existe a necessidade de uma heurística para definição da ordem de questionamento entre as famílias, dessa forma, duas opções foram desenvolvidas e avaliadas. Na primeira heurística, o decisor responde às perguntas alternando as famílias. Inicialmente são comparados dois critérios de nível inferior da primeira família, depois dois critérios de nível inferior da segunda família e assim por diante. Dessa forma, após comparar dois critérios de

nível inferior de cada família, uma nova rodada de questionamentos é realizada seguindo a mesma lógica.

Na segunda heurística, o decisor responde a perguntas comparando os critérios de nível inferior da primeira família, após todos os critérios de nível inferior dessa família terem sido comparados, o decisor responde a perguntas comparando os critérios de nível inferior da segunda família e assim por diante. Dessa forma, após a comparação de todos os critérios dentro de cada família, caso não seja encontrada uma alternativa ótima ou não tenha sido estabelecido um *ranking*, uma nova rodada de questionamentos pode ser realizada utilizando a mesma lógica. Uma representação de ambas as heurísticas pode ser vista na Figura 11.

Figura 11 – Representação das heurísticas de questionamentos para definir qual a próxima família a ser questionada



Fonte: A Autora (2022).

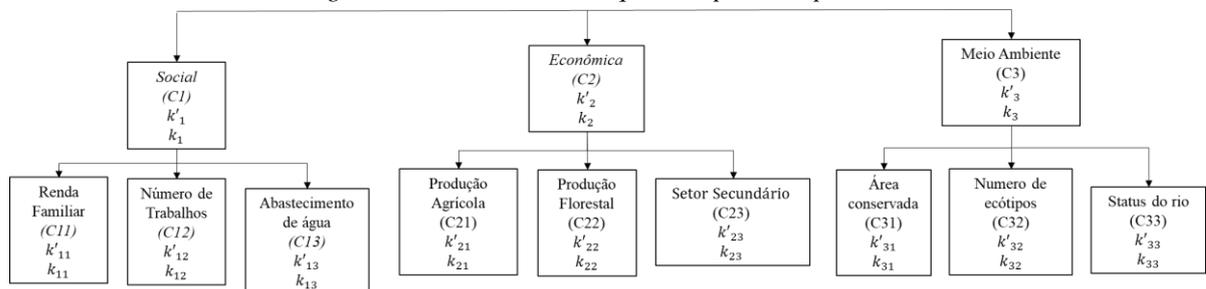
Portanto, o estabelecimento da heurística adequada é de fundamental importância para reduzir o número de questionamentos respondidos pelos decisores nos problemas em que os critérios estão hierarquicamente estruturados. Diante dessa relevância, um estudo preliminar comparando essas duas heurísticas foi desenvolvido para verificar qual melhor se adequaria ao modelo proposto.

3.3 ANÁLISE COMPARATIVA DAS HEURÍSTICAS

A comparação entre as heurísticas foi realizada de forma preliminar utilizando a abordagem I e, portanto, aplicando o ROC para o estabelecimento dos pesos dos critérios de nível superior. Os três problemas analisados para a determinação da melhor heurística foram extraídos da literatura referente a decisão multicritério e resolvidos utilizando tanto a problemática de escolha como a de ordenação. Os pesos que foram obtidos como resultado

nesses artigos foram utilizados para simular quais as respostas dadas para se chegar a esse resultado e se obter o número de perguntas respondidas em cada heurística. O primeiro problema estudado foi adaptado de Belton e Stewart (2002), o segundo de Xia e Wu (2007) e o terceiro de Keeney e Raifa (1993), sendo que em todos os casos os pesos cumulativos dos critérios de nível superior foram definidos utilizando o ROC. As Figuras 12, 13 e 14 representam as hierarquias e as Tabelas 1, 2 e 3 representam as matrizes de consequências do primeiro, segundo e terceiro problema, respectivamente.

Figura 12 – Estrutura hierárquica do primeiro problema



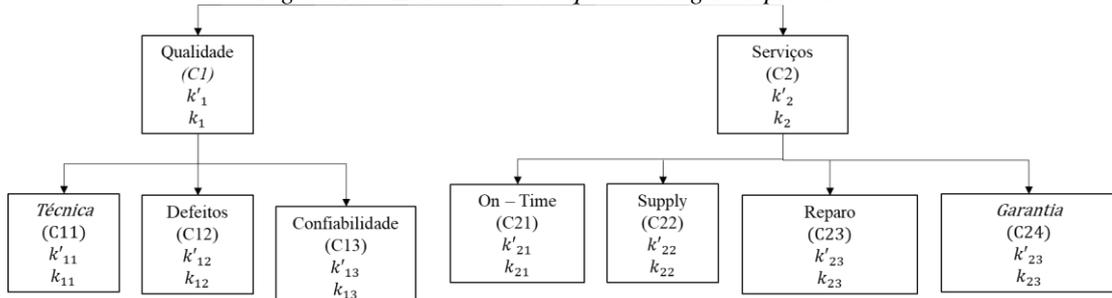
Fonte: Adaptado de Belton e Stewart (2002)

Tabela 1- Matriz de consequência do primeiro problema

Alternativa / Critério	C11	C12	C13	C21	C22	C23	C31	C32	C33
Alternativa 1	0	0,857	0,333	0,2	0,485	1	0,5	0,5	0
Alternativa 2	0,4	0,571	0,667	0,8	0,325	1	0,5	1	1
Alternativa 3	0,8	0,286	1	1	0	0	0	0	0
Alternativa 4	0	0	0	0	1	0,4	1	0,75	0,4
Alternativa 5	1	0,286	0,286	1	0,89	0,3	0,75	0,25	0,2
Alternativa 6	0,6	0,714	0,717	0,3	0,177	0,34	0,25	0,4	0,8
Alternativa 7	0,2	1	1	0,6	0,257	0,8	0,4	0,75	0,6

Fonte: Adaptado de Belton e Stewart (2002).

Figura 13 – Estrutura hierárquica do segundo problema



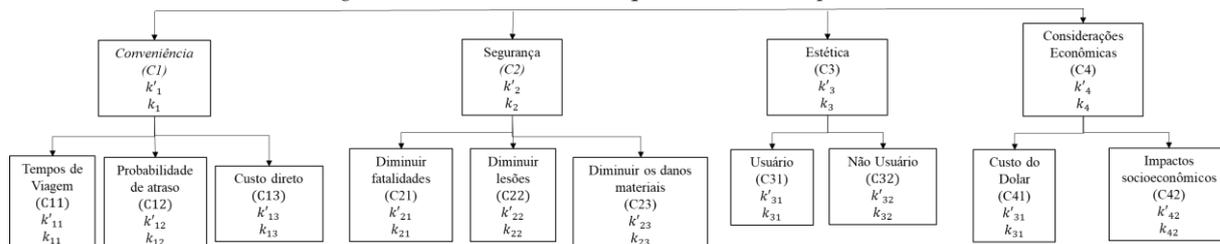
Fonte: Adaptado de Xia e Wu (2007).

Tabela 2- Matriz de consequência do segundo problema

Alternativa / Critério	C11	C12	C13	C21	C22	C23	C24
Alternativa 1	0,5	0,6	0,4	0	0	0,5	1
Alternativa 2	0	0	1	0,769	1	0	0
Alternativa 3	0	0,2	0,8	1	0,667	0	0

Fonte: Adaptado de Xia e Wu (2007)

Figura 14 – Estrutura hierárquica do terceiro problema



Fonte: Adaptado de Keeney e Raifa (1993).

Tabela 3 - Matriz de consequência do terceiro problema

Alternativa / Critério	C11	C12	C13	C21	C22	C23	C31	C32	C41	C41
Alternativa 1	0,922	1	0,286	0,5	0	0,493	0	0,667	0	0,556
Alternativa 2	1	0	0,714	1	0,667	1	0	0	0,4	0
Alternativa 3	0	0,629	0,286	0,5	0	0,32	0	1	0,6	1
Alternativa 4	0,7	0,805	0	0	1	0	1	0,533	0,8	0,444
Alternativa 5	0,922	0,231	1	1	0	0,432	0,5	1	1	0,778

Fonte: Adaptado de Keeney e Raifa (1993)

Dessa forma, a análise desses problemas foi realizada tanto para problemática de escolha quanto para a de ordenação como forma de verificar se a mesma heurística de questionamento é a mais adequada para as duas problemáticas. As Tabelas 4 e 5 apresentam os resultados obtidos para a problemática de escolha e ordenação, respectivamente.

Tabela 4 – Resultados da análise das heurísticas para problemática de escolha

Problema	Número de Questionamentos	
	Heurística 1	Heurística 2
1: Belton e Stewart (2002)	6	9
2: Xia e Wu (2007)	2	4
3: Keeney e Raifa (1993)	9	9

Fonte: A Autora (2022).

Tabela 5 - Resultados da análise das heurísticas para problemática de ordenação

Problema	Número de Questionamentos	
	Heurística 1	Heurística 2
1: Belton e Stewart (2002)	17	15
2: Xia e Wu (2007)	10	10
3: Keeney e Raifa (1993)	11	14

Fonte: A Autora (2022).

Observando da Tabela 4, é possível perceber que para a problemática de escolha nos dois primeiros problemas analisados, a heurística 1 necessita que o decisor responda menos questionamentos para obter a solução, enquanto que, no terceiro o número de respostas é semelhante para as duas heurísticas. Por sua vez, observando a Tabela 5, nota-se que para a problemática de ordenação no caso do problema 1 na heurística 2, são necessárias duas respostas a menos para encontrar a solução do problema, enquanto para o problema 3, esta mesma heurística precisou de mais 3 respostas. Além disso, para o problema 2, o mesmo número de perguntas é feito para chegar à solução usando as duas heurísticas.

Diante disso, é possível notar que a heurística 1 provavelmente é mais adequada à problemática de escolha e ordenação, apesar do pior resultado no problema 1. Este fato pode ser justificado pois foi no geral a heurística que apresentou a necessidade de menos respostas por parte do decisor para se chegar à alternativa ótima, problemática de escolha, ou ao *ranking*, problemática de ordenação. Apesar disso, é necessário para trabalhos futuros a realização de uma análise mais detalhada dessas heurísticas, visto que, a diferença do número de perguntas respondidas não é tão grande entre as duas e, portanto, cada uma delas pode se apresentar como melhor de acordo com os casos estudados. Entretanto, como de forma preliminar a heurística 1 se apresentou com um melhor desempenho, no presente trabalho a mesma será considerada para a comparação entre os dois modelos matemáticos propostos.

3.4 SÍNTESE DO TERCEIRO CAPÍTULO

O terceiro capítulo, elicitación de preferências com critérios hierárquicos no método FITradeoff, apresenta inicialmente as principais propriedades para o entendimento e o estabelecimento das abordagens propostas. Uma estrutura de árvore de valor é apresentada e a partir da mesma ocorre a exposição das propriedades relacionadas aos pesos cumulativos. As propriedades são: os pesos cumulativos dos critérios no nível superior são a soma dos pesos

cumulativos de seus critérios associados no nível inferior; se o critério estiver localizado no topo da árvore de valores, então seu peso cumulativo é igual ao seu peso relativo e se o critério do nível superior não for subdividido, o peso cumulativo desse critério é considerado na soma dos pesos cumulativos dos critérios do nível inferior pertencentes às demais famílias.

Além disso, é apresentada a principal diferença entre as duas abordagens desenvolvidas que é o estabelecimento dos pesos dos critérios de nível superior via pesos ROC na abordagem I e a ausência desses valores na abordagem II. As suposições para cada uma das abordagens são expostas e desenvolvidas para o entendimento do problema de programação linear apresentado. Em cada uma das abordagens foi estabelecido um modelo tanto para a problemática de escolha como para a de ordenação que posteriormente foram comparadas via simulação e os seus resultados apresentados no próximo capítulo.

Por fim, nesse capítulo também foi destacada a proposição de duas heurísticas para elicitação de pesos com critérios hierárquicos. Na primeira heurística, o decisor responde às perguntas alternando as famílias, já na segunda após todos os critérios de nível inferior de uma família terem sido comparados, o decisor responde a perguntas comparando os critérios de nível inferior da segunda família e assim por diante. Os resultados do número de perguntas respondidas em cada heurística foram apresentados e se destacou que para a problemática de escolha nos dois primeiros problemas a heurística 2 apresentou um maior número de perguntas enquanto que para o último problema as duas heurísticas apresentaram o mesmo número de perguntas respondidas pelo decisor. Por sua vez, na problemática de ordenação no caso do primeiro problema a heurística 2 necessitou de menos perguntas para se chegar ao resultado enquanto para o terceiro problema, esta mesma heurística precisou de mais 3 respostas. Além disso, para o segundo problema, o mesmo número de perguntas é feito para chegar à solução usando as duas heurísticas. Dessa forma para a realização da simulação a heurística 1 foi a escolhida devido ao melhor resultado preliminar.

4 ANÁLISE DO MODELO HIERÁRQUICO NO FITRADEOFF ATRAVÉS DE ESTUDOS DE SIMULAÇÃO

A proposta de simulação realizada nesse estudo visa comparar os modelos propostos na abordagem I e II, subseções 3.1.2 e 3.1.3, desenvolvidas para a elicitación das constantes de escala dos critérios situados no nível inferior da hierarquia. Essa comparação almeja identificar similaridades e diferenças entre os resultados obtidos nas duas abordagens, além de, destacar pontos fortes e fracos de cada uma delas.

A comparação por meio de simulação foi escolhida pois permite abranger diversos cenários e situações que poderiam ser encontradas em contextos reais, destacando lacunas e melhorias a serem realizadas para que um modelo mais robusto seja disponibilizado para o decisor. Dessa forma, essa seção é subdividida para apresentar o protocolo de simulação, subseção 4.1, a análise da simulação para problemática de escolha, subseção 4.2, a análise de simulação para problemática de ordenação, subseção 4.3, discussão dos resultados, subseção 4.4, guia de implementação no software, subseção 4.5, e síntese do capítulo, 4.6.

4.1 PROTOCOLO DE SIMULAÇÃO

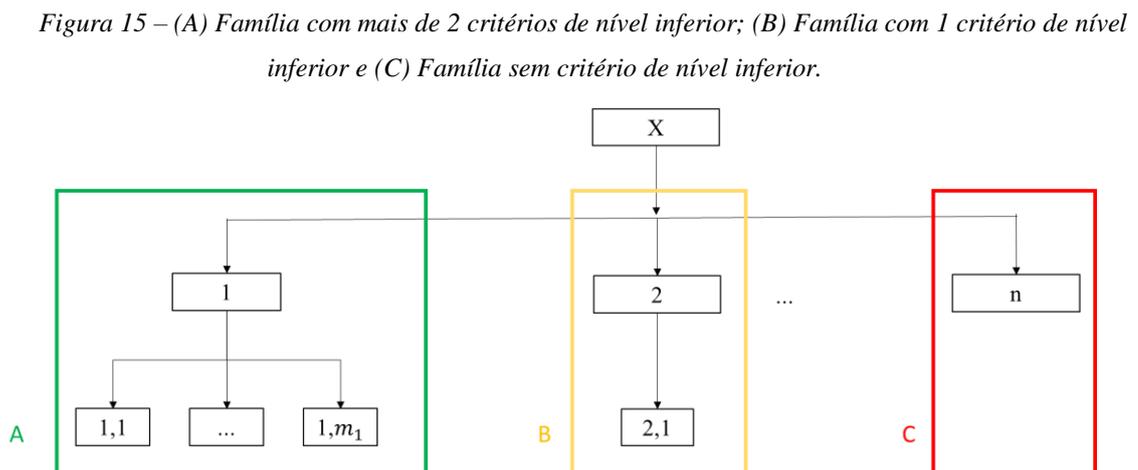
Objetivando desenhar o experimento que foi realizado, inicialmente ocorreu a definição da variação do número de critérios de nível inferior da hierarquia, alternativas, famílias e as formas de distribuição de peso que foram analisadas. É importante destacar que não é interessante cenários com poucos critérios e poucas alternativas que gerariam problemas muito simples.

A definição do número de critérios de nível inferior é realizada verificando que a maioria dos problemas MCDA não apresentam um grande número de critérios, visto que, muitas vezes passam a existir relações de dependência preferencial entre os mesmos. Dessa forma, quando os problemas apresentam mais de 10 critérios estes podem estar mal formulados devido a existência dessas relações e a redundância entre os mesmos (MENDES et al., 2020).

Entretanto, para problemas que apresentam estruturas hierárquicas é comum a existência de muitos critérios na base da hierarquia. Portanto, casos com mais de 10 critérios de nível inferior foram considerados nas simulações realizadas, sendo a seguinte variação definida: $N = \{5, 7, 10, 15, 20\}$. Por sua vez, no caso da problemática de escolha em problemas que apresentam um grande número de alternativas, normalmente, muitas delas são dominadas. Assim, visando padronizar o número de alternativas tanto para a problemática de escolha como para a de

ordenação foi estabelecida que seria analisada a seguinte variação do número de alternativas: $M = \{5, 10, 15\}$.

Além desses fatores, outro importante e específico de problemas com critérios estruturados hierarquicamente é o número de famílias analisadas. Este é relevante pois nesses casos a elicitación é realizada entre os critérios de nível inferior que estão associados ao mesmo critério de nível superior, ou seja, que pertencem à mesma família. Dessa forma, é importante definir qual a variação no número de famílias analisadas, para isso, foi verificado o número de critérios de nível inferior, uma vez que cada família deve conter ao menos 1 destes critérios. Ou seja, conforme observado na Figura 15, famílias do tipo C não foram consideradas, uma vez que estas não contêm critérios de nível inferior. Por sua vez, famílias do tipo A e B estavam presentes nas análises. Dessa forma, a variação do número de famílias estabelecida foi: $P = \{2, 3, 5, 7\}$.



Fonte: A Autora (2022).

Em relação aos padrões de peso, estes foram considerados de forma adaptada ao analisado por Mendes et al (2020) que definiram 4 padrões de pesos distintos, pesos iguais, pesos com uma maior uniformidade e pesos não uniformes, aos quais chamou de Padrão de pesos 1, Padrão de pesos 2, Padrão de pesos 3 e Padrão de pesos 4. Entretanto, para a simulação desenvolvida nesse trabalho apenas um padrão de peso similar e um padrão de pesos skewed, ou seja, não uniformes, foram considerados. Diante disso, se definiram equações que descrevem as formas desses padrões de peso e suas restrições, sendo que para o caso dos critérios de nível inferior em todas as distribuições de pesos descritas foram considerados os seus pesos relativos (k_{ij}) e as distribuições dentro de cada família, ou seja, considerando os critérios de nível inferior

(c_{ij}) de cada critério de nível superior (c_i). Além disso, é importante destacar que uma vez escolhida uma forma de distribuição de peso a mesma foi considerada igual para todas as famílias em análise, sendo m_i o número de critérios de nível inferior (c_{ij}) da família i , com i variando de 1 até n .

- a. Padrão de peso similar: Pesos aleatórios, seguindo as restrições representadas pelas Equações 53 e 54.

$$\sum_j^{m_i} k_{ij} = 1 \quad (53)$$

$$k_{i1} = 1,5 * k_{im_i} \quad (54)$$

- b. Padrão de peso skewed: Pesos aleatórios, seguindo as restrições representadas pelas Equações 55 e 56.

$$\sum_j^{m_i} k_{ij} = 1 \quad (55)$$

$$k_{i1} = 10 * k_{im_i} \quad (56)$$

Dessa forma, os cenários estabelecidos para a simulação são observados na Tabela 6, sendo esses cenários repetidos para cada combinação de padrão de peso dos critérios de nível inferior e superior. Ou seja, cada cenário foi simulado para as seguintes combinações de pesos na abordagem I: a) Pesos dos critérios de nível superior ROC e pesos relativos dos critérios de nível inferior similar; b) Pesos dos critérios de nível superior ROC e pesos relativos dos critérios de nível inferior skewed. Por sua vez, para a abordagem II as seguintes combinações foram analisadas: a) Pesos dos critérios de nível superior similar e pesos relativos dos critérios de nível inferior similar; b) Pesos dos critérios de nível superior similar e pesos relativos dos critérios de nível inferior skewed; c) Pesos dos critérios de nível superior skewed e pesos relativos dos critérios de nível inferior similar; d) Pesos dos critérios de nível superior skewed e pesos relativos dos critérios de nível inferior skewed.

Tabela 6- Cenários de simulação

Cenários	Número de Famílias	Número de critérios	Número de Alternativas
1	2	5	5

2	3	5	5
3	2	5	10
4	3	5	10
5	2	5	15
6	3	5	15
7	2	7	5
8	3	7	5
9	5	7	5
10	2	7	10
11	3	7	10
12	5	7	10
13	2	7	15
14	3	7	15
15	5	7	15
16	2	10	5
17	3	10	5
18	5	10	5
19	7	10	5
20	2	10	10
21	3	10	10
22	5	10	10
23	7	10	10
24	2	10	15
25	3	10	15
26	5	10	15
27	7	10	15
28	2	15	5
29	3	15	5
30	5	15	5
31	7	15	5
32	2	15	10
33	3	15	10

34	5	15	10
35	7	15	10
36	2	15	15
37	3	15	15
38	5	15	15
39	7	15	15
40	2	20	5
41	3	20	5
42	5	20	5
43	7	20	5
44	2	20	10
45	3	20	10
46	5	20	10
47	7	20	10
48	2	20	15
49	3	20	15
50	5	20	15
51	7	20	15

Fonte: A Autora (2022).

Dessa forma, como na abordagem I o peso dos critérios de nível superior é estabelecido utilizando o ROC e o peso dos critérios de nível inferior pode ser definido utilizando 2 formas de distribuições distintas, então os 51 cenários foram simulados 2 vezes totalizando 102 simulações. Por sua vez, na abordagem II foram consideradas 2 distribuições possíveis para o peso dos critérios de nível superior e 2 para os de nível inferior, portanto, 4 combinações entre as distribuições são possíveis e para cada uma delas 51 cenários foram considerados, portanto, o número de simulações foi de 204. Assim, um total de 306 cenários foram analisados.

Em cada simulação foram gerados números pseudoaleatórios para os valores das consequências das alternativas em relação a cada critério de nível inferior. A geração desses números e a criação de algoritmos que utilizam sequências pseudoaleatórias pode ser realizada de diversas formas. Nessa simulação, assim como em Mendes et al (2020), foi utilizada uma distribuição uniforme contínua, na qual se gera um número uniformemente distribuído $u \sim U$

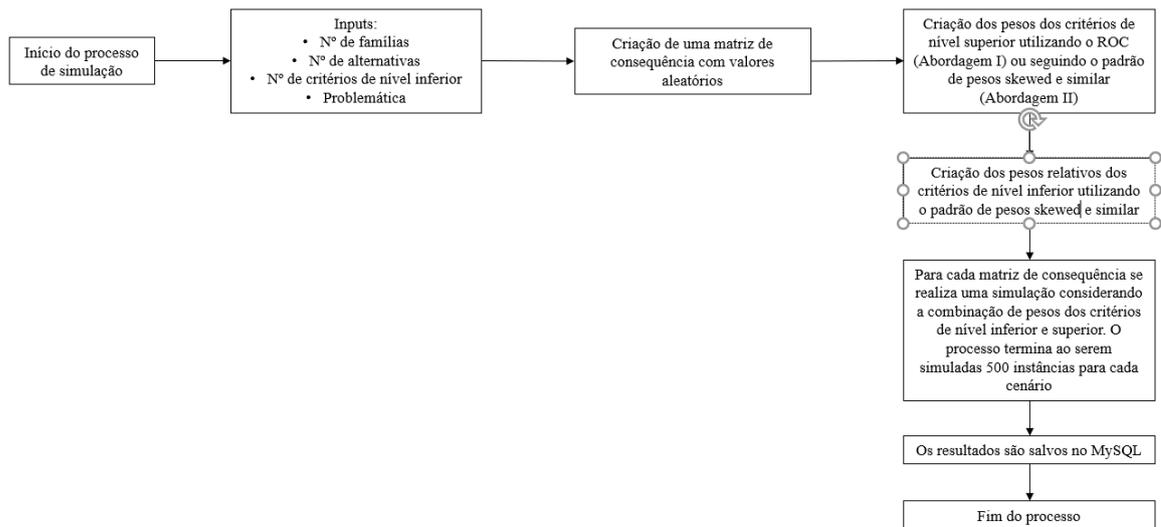
$(0,1)$, sendo a o menor valor e b o maior valor do intervalo, utilizando a fórmula $x = a + u(b - a)$, e x sendo o valor gerado.

Por fim, para cada um dos cenários foram consideradas 500 instâncias sendo o número total de simulações igual a 153.000. Dessa forma, esse total foi simulado para cada problemática, escolha e ordenação, sendo no trabalho 306.000 simulações realizadas. Após o estabelecimento dos cenários que foram simulados se definiu os *inputs* necessários para o *software* de simulação. Este foi desenvolvido utilizando o Delphi 2010 e a linguagem *Object Pascal*. Nesse contexto, o experimento seguiu as seguintes etapas:

1. O número de famílias, o número de critérios de nível inferior (c_{ij}), o número de alternativas e o tipo da problemática foram os *inputs* definidos de acordo com os cenários especificados;
2. A partir do número de critérios de nível inferior (N) e do número de alternativas (M), o *software* cria uma matriz de consequências aleatórias utilizando uma distribuição uniforme contínua $[0, 1]$;
3. O *software* gera os pesos dos critérios de nível inferior e superior de acordo com a abordagem I ou II simulada no momento;
4. Para cada matriz aleatória gerada, simulou-se todos os cenários possíveis, tanto da abordagem I quanto da II;
5. Os resultados foram salvos em um banco de dados do MySQL;

Um fluxograma do experimento realizado é representado na Figura 16.

Figura 16 - Fluxograma do experimento.



Fonte: A Autora (2022).

Os resultados salvos no MySQL foram: a) Distribuição dos pesos relativos dos critérios de nível superior, sendo ROC, similar ou skewed; b) Distribuição dos pesos relativos dos critérios de nível inferior, sendo similar ou skewed; c) Tipo de problemática, escolha ou ordenação; d) Número de perguntas respondidas, indica quantas perguntas necessitaram ser respondidas para se chegar ao resultado; e) Resultado, no caso da problemática de escolha a alternativa ou o conjunto de alternativas potencialmente ótimas e no caso de ordenação a ordem completa ou parcial; f) Número de alternativas potencialmente ótimas, problemática de escolha, ou número de níveis, problemática de ordenação.

Estas informações foram definidas como *output* devido a sua relevância para realização das análises que serão apresentadas nas próximas seções. Estas análises, por sua vez, visam comparar os resultados obtidos nas duas abordagens propostas. Dessa forma, foram definidos alguns indicadores calculados a partir desses *outputs* obtidos, são eles:

a. Número de perguntas respondidas

Nesse caso, serão comparados os números de perguntas que foram respondidas pelo decisor para se chegar a uma única alternativa ou alternativas indiferentes, problemática de escolha, e uma ordem completa ou pré-ordem completa, problemática de ordenação. É importante destacar que na simulação a geração de um vetor de pesos aleatórios representa uma estrutura de preferência, como se fosse de um decisor, dessa forma, como são gerados vários vetores diversas estruturas de preferência são consideradas, simulando vários decisores respondendo às perguntas. No caso da abordagem II, esse número também pode ser obtido quando o LPP parou de ser executado devido ao esgotamento dos questionamentos, fato que

ocorre quando o valor de consequência que é apresentado ao decisor nas alternativas hipotéticas se torna praticamente constante.

b. Percentual de similaridade entre os resultados obtidos

Esse indicador é utilizado para comparar as abordagens quando a problemática de escolha é executada, dessa forma, se visa verificar se os resultados obtidos nas duas abordagens são similares. Ou seja, se a mesma alternativa ótima ou conjunto de alternativas ótimas é encontrado por ambas as abordagens.

c. Percentual de redução do conjunto inicial de alternativas potencialmente ótimas

Esse indicador é utilizado para se verificar qual foi o percentual de redução do conjunto inicial de alternativas na problemática de escolha. Este é aplicado nos casos nos quais, na abordagem II, o número de questionamentos foi esgotado sem se encontrar uma única alternativa potencialmente ótima ou alternativas indiferentes. A Equação 57 mostra o cálculo realizado.

$$\frac{N^{\circ} \text{ de Alternativas inicial} - N^{\circ} \text{ de alternativas final}}{N^{\circ} \text{ de alternativas inicial}} \times 100 = \% \text{ redução} \quad (17)$$

d. Percentual de alternativas ordenadas

Esse indicador é utilizado para verificar qual foi o percentual de alternativas ordenadas na problemática de ordenação. Este é aplicado nos casos nos quais, na abordagem II, o número de questionamentos foi esgotado sem se encontrar uma ordem completa ou uma pré-ordem completa. A Equação 58 mostra o cálculo realizado.

$$\frac{N^{\circ} \text{ de níveis final}}{N^{\circ} \text{ de níveis considerando uma ordem completa}} \times 100 = \% \text{ ordenação} \quad (58)$$

Além disso, se deseja em cada abordagem compreender a influência do número de famílias, alternativas, critérios de nível inferior e distribuição de pesos no modelo estabelecido.

4.2 ANÁLISES DA SIMULAÇÃO PARA A PROBLEMÁTICA DE ESCOLHA

No final da realização da simulação para a problemática de escolha diversas análises puderam ser feitas com os *outputs* obtidos. Entretanto, um ponto de destaque foi que utilizando a abordagem II nem sempre nos problemas era encontrada uma única alternativa ótima ou alternativas indiferentes. Este fato ocorreu devido aos limites dos pesos se tornarem muito próximos e, conseqüentemente, não existia mais questionamentos que reduzissem de forma significativa o espaço de pesos. Este fato ocorre quando vários questionamentos já foram realizados comparando dois critérios de nível inferior entre si. Dessa forma, o valor de

consequência que é apresentado ao decisor nas alternativas hipotéticas se torna praticamente constante e, conseqüentemente, no LPP a restrição referente à elicitación de preferências destes critérios também fica similar a sua forma anterior. Assim, ao se executar o LPP não ocorre mais nenhuma alteração no resultado e se considera que os questionamentos entre esses critérios foram esgotados.

Dessa forma, nos casos dos problemas em que a situação citada acontecia o problema encerrava e as alternativas pertencentes ao conjunto de potencialmente ótimas eram apresentadas. Inicialmente, foi realizada uma análise do número de perguntas respondidas de acordo com as distribuições de pesos consideradas, independentemente do número de critérios, famílias e alternativas a Tabela 7 apresenta os resultados obtidos.

Tabela 7-Número médio de perguntas respondidas por distribuição de pesos para problemática de escolha

Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	Nº médio de perguntas respondidas
Similar	Similar	28
Similar	Skewed	38
Skewed	Similar	47
Skewed	Skewed	38
ROC	Similar	<i>17</i>
ROC	Skewed	<i>19</i>

Fonte: A Autora (2022).

Observando a Tabela 7 é possível notar que os casos da abordagem I, em itálico, apresentam os menores números médios de questionamentos realizados quando comparados com os da abordagem II, em negrito. Além disso, ao aplicar a abordagem II com a distribuição de pesos dos critérios de nível superior sendo skewed e de nível inferior similar o número médio de perguntas respondidas são 47 sendo 41% maior do que ao utilizar a mesma abordagem, mas as distribuições de pesos sendo similar para os critérios de nível superior e inferior.

Realizando uma comparação do número médio de questionamentos respondidos pelo decisor considerando o número de famílias e os tipos de distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior e superior é possível observar a Tabela 8.

Tabela 8 - Número médio de questionamentos por distribuição de pesos para 2 famílias; 3 famílias; 5 famílias e 7 famílias na problemática de escolha.

Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	Nº médio de perguntas respondidas (2 famílias)	Nº médio de perguntas respondidas (3 famílias)	Nº médio de perguntas respondidas (5 famílias)	Nº médio de perguntas respondidas (7 famílias)
Similar	Similar	33	24	26	29
Similar	Skewed	28	31	39	53
Skewed	Similar	51	48	46	43
Skewed	Skewed	27	31	41	52
ROC	Similar	22	19	14	14
ROC	Skewed	22	19	18	17

Fonte: A Autora (2022).

Após observar a Tabela 8 é possível notar que independentemente do número de famílias a abordagem I, em itálico, sempre apresenta um número médio de questionamentos menor do que a abordagem II, em negrito. Além disso, é possível observar que nos casos em que se tem 2, 3 ou 5 famílias o maior número médio de questionamentos ocorre quando a distribuição do peso dos critérios de nível superior é skewed e dos de nível inferior é similar. Por sua vez, para 7 famílias o maior número ocorre quando a distribuição de pesos dos critérios de nível superior é similar e do nível inferior é skewed.

Após avaliar o número de perguntas de acordo com as distribuições e com o número de famílias, é importante verificar o percentual dos casos em que na abordagem II não se encontra uma única alternativa ótima ou alternativas ótimas que são indiferentes entre si. Além disso, outro indicador importante é dentre esses casos qual o percentual médio de redução do conjunto inicial de alternativas, esses indicadores podem ser observados na Tabela 9.

Tabela 9 – Indicadores de acordo com o número de famílias e distribuições de pesos para problemática de escolha

Número de Famílias	Distribuição dos pesos dos critérios pais	Distribuição dos pesos dos critérios filhos	% de casos nos quais o número de comparações entre os critérios foi esgotado	% médio de redução do conjunto de alternativas inicial
2	Similar	Similar	12%	75%
	Similar	Skewed	14%	73%
	Skewed	Similar	42%	73%
	Skewed	Skewed	11%	75%
Média para 2 Famílias			20%	74%
3	Similar	Similar	19%	79%
	Similar	Skewed	33%	73%
	Skewed	Similar	47%	72%
	Skewed	Skewed	31%	73%
Média para 3 Famílias			33%	74%
5	Similar	Similar	35%	75%
	Similar	Skewed	52%	70%
	Skewed	Similar	55%	71%
	Skewed	Skewed	53%	69%
Média para 5 Famílias			49%	71%
7	Similar	Similar	39%	70%
	Similar	Skewed	68%	67%
	Skewed	Similar	51%	70%
	Skewed	Skewed	66%	67%
Média para 7 Famílias			56%	69%

Fonte: A Autora (2022).

Analisando a Tabela 9, o percentual de casos em que o se esgota os questionamentos e não se chega a uma única solução ou alternativas indiferentes é sempre menor do que 70%. O maior valor observado é de 68% no caso em que o número de família é 7 e a distribuição dos pesos dos critérios de nível superior é similar e o de nível inferior é skewed. Por sua vez, é possível notar que em todos os casos o percentual de redução do conjunto de inicial de alternativas potencialmente ótimas é maior que 65%. Além disso, se observa que quanto maior o número de famílias maior o percentual médio de casos nos quais se esgota o número de questionamentos e menor o percentual de redução do conjunto inicial de alternativas potencialmente ótimas.

Comparando os resultados desses casos em que se esgota o número de questionamentos com as duas distribuições de pesos da abordagem I é possível construir um percentual de similaridade, observado na Tabela 10. Nesta o caso 1 se refere a situação em que a distribuição de pesos dos critérios de nível superior é ROC e de nível inferior é similar, já o caso 2 se refere

a situação em que a distribuição de pesos dos critérios de nível superior é ROC e de nível inferior é skewed.

Tabela 10 – Similaridade com o Caso 1 e o Caso 2

Número de Famílias	Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	% médio de similaridade com o Caso 1	% médio de similaridade com o Caso 2
2	Similar	Similar	90%	79%
	Similar	Skewed	81%	88%
	Skewed	Similar	99%	83%
	Skewed	Skewed	74%	81%
Média para 2 Famílias			86%	83%
3	Similar	Similar	68%	58%
	Similar	Skewed	74%	85%
	Skewed	Similar	97%	84%
	Skewed	Skewed	83%	91%
Média para 3 Famílias			81%	80%
5	Similar	Similar	79%	69%
	Similar	Skewed	81%	88%
	Skewed	Similar	96%	83%
	Skewed	Skewed	88%	93%
Média para 5 Famílias			86%	83%
7	Similar	Similar	76%	71%
	Similar	Skewed	83%	87%
	Skewed	Similar	94%	82%
	Skewed	Skewed	87%	92%
Média para 7 Famílias			85%	83%

Fonte: A Autora (2022).

A Tabela 10 mostra que das situações analisadas sempre existia uma similaridade média maior de 70% com o Caso 1 e 55% com o Caso 2. Sendo que em média o cenário no qual existem 2 famílias e a distribuição de pesos dos critérios de nível superior é skewed e a de nível inferior é similar existia uma similaridade de 99% com o Caso 1. Além disso, é possível notar que mais de 80% dos casos se assemelha tanto com o caso 1 como com o caso 2. Os resultados detalhados para a problemática de escolha podem ser encontrados nos Apêndices A, Influência da variação do número de critérios de nível inferior na problemática de escolha, e B, Tabela de todos os cenários e percentuais dos casos em que as comparações entre critérios foram esgotadas para a problemática de escolha.

4.3 ANÁLISES DA SIMULAÇÃO PARA A PROBLEMÁTICA DE ORDENAÇÃO

No final da realização da simulação para a problemática de ordenação diversas análises puderam ser feitas com os *outputs* obtidos. Entretanto, de forma semelhante ao que ocorreu na problemática de escolha, na abordagem II nem sempre nos problemas era encontrada uma ordem completa ou pré-ordem completa.

Dessa forma, nos casos dos problemas em que a situação citada acontecia o problema encerrava e a ordenação encontrada até o nível de informação fornecida era apresentada. Inicialmente, foi realizada uma análise do número de perguntas respondidas de acordo com as distribuições de pesos consideradas, independentemente do número de critérios, famílias e alternativas a Tabela 11 é apresenta os resultados obtidos.

Tabela 11 - Número médio de perguntas respondidas por distribuição de pesos para problemática de ordenação

Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	Nº médio de perguntas respondidas
Similar	Similar	58
Similar	Skewed	67
Skewed	Similar	77
Skewed	Skewed	68
ROC	Similar	38
ROC	Skewed	39

Fonte: A Autora (2022).

Observando a Tabela 11 é possível notar que os casos da abordagem I, em itálico, apresentam os menores números médios de questionamentos realizados quando comparados com os da abordagem II, em negrito. Além disso, ao aplicar a abordagem II com a distribuição de pesos dos critérios de nível superior sendo skewed e de nível inferior similar o número médio de perguntas respondidas são 77 sendo 25% maior do que ao utilizar a mesma abordagem, mas as distribuições de pesos sendo similar para os critérios de nível superior e inferior.

Realizando uma comparação do número médio de questionamentos respondidos pelo decisor considerando o número de famílias e os tipos de distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior e superior é possível observar a Tabela 12.

Tabela 12- Número médio de questionamentos por distribuição de pesos para 2 famílias; 3 famílias; 5 famílias e 7 famílias na problemática de ordenação.

Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	Nº médio de perguntas respondidas (2 famílias)	Nº médio de perguntas respondidas (3 famílias)	Nº médio de perguntas respondidas (5 famílias)	Nº médio de perguntas respondidas (7 famílias)
Similar	Similar	64	51	54	62
Similar	Skewed	61	63	70	73
Skewed	Similar	85	76	73	73
Skewed	Skewed	64	64	70	73
ROC	Similar	<i>45</i>	<i>39</i>	<i>32</i>	<i>36</i>
ROC	Skewed	<i>45</i>	<i>40</i>	<i>34</i>	<i>37</i>

Fonte: A Autora (2022).

Após observar a Tabela 12 é possível notar que independentemente do número de famílias a abordagem I, em itálico, sempre apresenta um número médio de questionamentos menor do que a abordagem II, em negrito. Além disso, é possível observar que nos casos em que se tem 2, 3 ou 5 famílias o maior número médio de questionamentos ocorre quando a distribuição do peso dos critérios de nível superior é skewed e dos de nível inferior é similar. Por sua vez, para 7 famílias apenas quando a distribuição de pesos dos critérios de nível superior e inferior é similar o número médio de questionamentos é menor que 73.

Após avaliar o número de perguntas de acordo com as distribuições e com o número de famílias, é importante verificar o percentual dos casos em que na abordagem II não se encontra uma ordem completa ou uma pré-ordem completa. Além disso, outro indicador importante é dentre esses casos qual o percentual médio de alternativas ranqueadas, esses indicadores podem ser observados na Tabela 13.

Tabela 13 – Indicadores de acordo com o número de famílias e distribuições de pesos para problemática de ordenação

Número de Famílias	Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	% de casos nos quais o número de comparações entre os critérios foi esgotado	% médio de alternativas ranqueadas
2	Similar	Similar	40%	62%
	Similar	Skewed	48%	64%
	Skewed	Similar	94%	44%
	Skewed	Skewed	48%	71%
Média para 2 Famílias			58%	60%
3	Similar	Similar	45%	64%
	Similar	Skewed	70%	52%
	Skewed	Similar	95%	42%
	Skewed	Skewed	72%	54%
Média para 3 Famílias			71%	53%
5	Similar	Similar	61%	51%
	Similar	Skewed	91%	40%
	Skewed	Similar	97%	37%
	Skewed	Skewed	93%	39%
Média para 5 Famílias			86%	42%
7	Similar	Similar	75%	49%
	Similar	Skewed	98%	28%
	Skewed	Similar	97%	38%
	Skewed	Skewed	98%	30%
Média para 7 Famílias			92%	36%

Fonte: A Autora (2022).

Analisando a Tabela 13, o percentual de casos em que se esgota os questionamentos e não se chega a uma ordem completa ou a uma pré-ordem completa é sempre maior do que 40%. O maior valor observado é de 98% no caso em que o número de família é 7 e a distribuição dos pesos dos critérios de nível superior e inferior é skewed. Por sua vez, é possível notar que em todos os casos o percentual de ordenação das alternativas do conjunto inicial é menor ou igual a 71%. Além disso, se observa que quanto maior o número de famílias maior o percentual médio de casos nos quais se esgota o número de questionamentos e menor o percentual médio de alternativas ranqueadas. Os resultados detalhados das análises podem ser encontrados nos Apêndices C, Influência da variação do número de critérios de nível inferior na problemática de ordenação, e D, Tabela de todos os cenários e percentuais dos casos em que as comparações entre critérios foram esgotadas para problemática de ordenação. Na subseção seguinte uma análise dos resultados obtidos tanto para a problemática de escolha como para a de ordenação será realizada.

4.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.4.1 Discussão dos resultados para problemática de escolha

No método FITradeoff para a problemática de escolha a cada resposta fornecida pelo decisor o espaço de pesos sofre uma redução eliminando alternativas que não mais pertencem ao conjunto de potencialmente ótimas (DE ALMEIDA et al., 2016). Entretanto, atualmente o modelo matemático considera apenas os critérios situados na base da hierarquia para o processo de elicitación. Dessa forma, nenhuma informação sobre esses atributos é inferida ao se analisar os critérios situados no topo da hierarquia.

Os modelos desenvolvidos nesse trabalho visaram eliminar esse *gap* existente e com isso permitir a resolução de problemas com critérios estruturados hierarquicamente. Analisando os resultados obtidos nas seções anteriores é possível destacar que os modelos funcionaram bem para a problemática de escolha. Essa observação pode ser comprovada a partir dos dados de redução do conjunto inicial de alternativas potencialmente ótimas. Na abordagem I em 100% dos casos foi possível encontrar uma única alternativa ótima ou alternativas ótimas indiferentes entre si. Esse fato destaca que a aplicação do ROC para o estabelecimento dos pesos dos critérios de nível superior se mostrou eficiente no modelo e que o espaço de pesos foi restringido de modo eficaz.

Por sua vez, na abordagem II apesar de entre 11% e 68% dos casos o número de questionamentos ser esgotado, ou seja, não existe mais comparações entre critérios que restrinjam de forma significativa o espaço de pesos, o conjunto inicial de alternativas potencialmente ótimas em todos os casos se reduziu no mínimo 67%. A redução observada no conjunto de alternativas potencialmente ótimas na abordagem II é significativa, fato que permitiria ao decisor utilizar uma avaliação holística para determinação de quais das alternativas restantes seria a sua preferida.

Além disso, é importante destacar que o número de famílias influencia no percentual desses casos em que o número de questionamentos é esgotado, uma vez que, à medida que essa quantidade aumenta existe a diminuição do número de critérios por família. Esse fato impacta diretamente no número de comparações possíveis de serem realizadas na etapa de elicitación, visto que, apenas critérios pertencentes a uma mesma família podem ser comparados. Diante disso, nota-se que os cenários nos quais um menor número de famílias é observado também se tem uma tendência de diminuição no percentual médio de casos em que os questionamentos foram esgotados.

Ainda analisando a problemática de escolha foi possível observar que independentemente do número de famílias a abordagem I apresentou um menor número de questionamentos ao decisor, esse fato se deve a determinação dos pesos ROC. Essa definição torna o modelo mais restrito e conseqüentemente o espaço de pesos é reduzido de forma mais rápida. Entretanto, estudos mostraram que este método, quando usado para obter pesos para poucos critérios, apresenta uma distribuição de valores muito desigual (EDWARDS; BARRON, 1994).

Apesar dessas informações, no estudo desenvolvido foi possível notar que os resultados da abordagem I e II foram bastante semelhantes. Considerando todos os casos o menor valor médio de similaridade com o caso 1 e com o caso 2 ocorreu quando existiam 3 famílias e a distribuição dos pesos dos critérios de nível superior e inferior era similar, sendo o valor de 68% e 58%, respectivamente. Dessa forma, destacando que em todos os casos o percentual de similaridade era maior que 55% e, portanto, a utilização dos pesos ROC não geraram resultados enviesados, uma vez que se observou que a similaridade existia entre os modelos.

Observando as Figuras A1.1 até A1.12 do Apêndice A é possível inferir algumas informações sobre a influência das variações do número de critérios situados na base da hierarquia e de alternativas consideradas em cada problema, para a problemática de escolha. A primeira é que ao se fixar o número de famílias e aumentar o de alternativas se nota que mais questionamentos são realizados para todas as combinações de distribuição de pesos dos critérios. Entretanto, esse aumento de alternativas acarreta em mais relações de dominância e conseqüentemente o impacto sobre o número de perguntas não é tão significativo.

Por sua vez, a segunda informação que pode ser inferida é que ao se aumentar o número de critérios situados na base da hierarquia e fixar o de famílias se observa um crescimento de perguntas sendo respondidas pelo decisor. Esse fato pode ser justificado pois mais critérios podem gerar a ocorrência de dependência preferencial, além de aumentarem a complexidade dos problemas, sendo necessária uma maior atenção as respostas fornecidas para evitar inconsistências.

4.4.2 Discussão dos resultados para problemática de ordenação

No FITradeoff de ordenação nenhuma alternativa é excluída do conjunto inicial uma vez que se deseja obter um *rank* final, de modo semelhante ao que ocorre para a abordagem I e II ao se resolver problemas dessa problemática. Dessa forma, em nenhum dos modelos a restrição de potencial otimalidade é considerada e os indicadores analisados são diferentes dos da problemática de escolha.

Analisando os resultados obtidos nas seções anteriores é possível destacar que na abordagem I para a problemática de ordenação foram obtidos bons resultados. Esse fato foi observado ao verificar que em 100% dos casos uma ordem completa ou uma pré-ordem completa foi estabelecida em todos os problemas analisados. Por sua vez, na abordagem II os resultados não foram tão bons uma vez que considerando os cenários em média mais de 40% dos casos apresentaram como resultado uma ordem parcial.

Entretanto, ao pensar dos cenários da abordagem II, na maioria das vezes, não apresentaram como resultado uma ordem completa ou uma pré-ordem completa um bom percentual médio de alternativas ranqueadas foi obtido. Por sua vez, esse percentual apresentou um decréscimo à medida que o número de famílias aumentava, esse fato ocorreu devido ao mesmo fator destacado na problemática de escolha, uma vez que quanto menos critérios pertencentes a uma família menos comparações são possíveis de serem realizadas na elicitación.

Comparando o número de perguntas respondidas na problemática de ordenação para ambas as abordagens é possível notar que em todos os cenários o número foi menor quando a abordagem I era utilizada. Esse fato ocorreu porque a definição dos pesos ROC dos critérios do nível superior permitiram inferir informações de forma mais restritiva sobre os pesos dos critérios de nível inferior. No caso da abordagem II essa restrição não ocorreu devido a particularidade desse modelo de que apenas a ordem dos critérios situados no nível superior da hierarquia era considerada, portanto, apresentando um número maior de questionamentos a serem respondidos pelo decisor.

Assim como observado para a problemática de escolha, na de ordenação algumas informações podem ser obtidas, nas Figuras A1.13 até A1.24 do Apêndice C, sobre a influência das variações do número de critérios situados na base da hierarquia e de alternativas consideradas em cada problema. O aumento do número de alternativas e de critérios ao se fixar o de famílias gera um crescimento no número de questionamentos realizados ao decisor. Entretanto, o acréscimo decorrente de mais alternativas serem consideradas no problema não é tão significativo quanto o relacionado ao aumento de critérios, uma vez que neste último caso mais complexidade é adicionada ao processo decisório.

Diante disso, se destaca a importância de acompanhar de forma cuidadosa os decisores no processo de elicitación quando os critérios estão estruturados hierarquicamente, uma vez que, esse tipo de problema normalmente apresenta mais critérios situados no nível inferior da hierarquia e, portanto, sendo comparados entre si. Esse acompanhamento deve ser realizado tanto para a problemática de escolha como de ordenação e tanto o analista como o decisor devem permanecer atentos para evitar inconsistência durante o processo.

Por fim, é importante destacar que entre os parâmetros avaliados (número de critérios no nível inferior da hierarquia, de famílias, de alternativas e distribuição dos padrões de peso dos critérios de nível inferior e de nível superior) foi observado que em relação a performance dos dois modelos analisados em consideração ao número de questionamento a serem respondidos o padrão de peso dos critérios de nível superior foi o que mais influenciou o resultado. Dessa forma, seguindo a ordem se notou que o número de famílias influencia mais do que a distribuição de pesos dos critérios de nível inferior que é mais influente que o aumento no número de critérios, que por sua vez é mais influente do aumento no número de alternativas.

4.5 GUIA DE IMPLEMENTAÇÃO NO SOFTWARE

O DSS do FITradeoff não apresenta a possibilidade de *input* de critérios estruturados hierarquicamente. Dessa forma, após o desenvolvimento deste trabalho e análise dos resultados foi destacado que as abordagens propostas podem ser utilizadas no software para resolução de problemas através da elicitacão hierárquica. Portanto, nesse subtópico será apresentada uma breve descrição das etapas de implementação no DSS.

A primeira etapa consiste no *input* dos critérios de nível superior e inferior, alternativas e valores de consequências. Estas informações poderão ser adicionadas de forma manual ou através do download de uma planilha. Caso o decisor opte pela entrada manual inicialmente a tela representada pela Figura 17 será apresentada.

Figura 17- Tela de entrada manual dos dados no DSS para critérios estruturados hierarquicamente

FITradeoff.org
FITradeoff
 Flexible and Interactive Tradeoff

FU-TXPMO-WF1
 Help Reset

Please insert the data to register a new problem:

Problem name:
Problematic: -- No Selection --

Alternatives information

Name of alternative:
Number of alternatives: ?

List of alternatives:

Higher-level criterion information

Name of the higher-level criterion:
Number of the higher-level criterion: ?

Scaling Constants of higher-level criteria

ROC ?
 No Value ?

Number of associated lower-level criteria:

List of the higher-level criteria:





Fonte: Adaptado do DSS do FITradeoff

Na Figura 17, é possível notar que alguns campos específicos de estruturas hierárquicas precisam ser inseridos, quando se compara com a interface atual do DSS. Dessa forma, as novas informações necessárias são: nome do critério de nível superior, número de critérios de nível inferior associados e se os valores das constantes de escala dos critérios de nível superior são estabelecidos via ROC ou não apresentam valores. Nesse caso se destaca a importância do analista como suporte para auxiliar o decisor nesse processo, uma vez que o mesmo necessita estar ciente de que caso tenha critérios de nível superior cujas constantes de escala são consideradas indiferentes então o ROC não é uma opção adequada. Por sua vez, na abordagem com ausência de informação sobre os pesos há mais incomparabilidade entre as alternativas, o que, na maioria dos casos, leva a necessidade de efetuar avaliações holísticas para finalizar a resolução do problema. Dessa forma, caso o decisor não esteja disposto a realizar uma avaliação holística, o ROC seria a metodologia a ser escolhida. Portanto, no DSS uma explicação dessas limitações também deve estar disponível.

Além de definir se o estabelecimento dos valores das constantes de escala dos critérios de nível superior será realizado utilizando o ROC ou se não irá considerar esses valores iniciais, é importante saber a qual critério de nível superior está associado o critério de nível inferior que está com suas características sendo definidas. Assim, após serem adicionados todos os critérios

de nível superior e o número de critérios de nível inferior associados a cada um deles, uma nova tela deve ser apresentada ao decisor para que os critérios de nível inferior sejam adicionados. A Figura 18 apresenta a interface do DSS, em que cada critério de nível superior estará associado ao número de campos correspondentes ao definido na tela anterior, Figura 17, e nestes campos o decisor deve adicionar o nome dos critérios de nível inferior e as características dos critérios de nível inferior.

Figura 18-Tela de entrada dos critérios de nível inferior

The screenshot shows the FITradeoff interface. At the top, there is a header with the logo 'FITradeoff Flexible and Interactive Tradeoff' and a user ID 'FU-TXMMO-WF1'. Below the header, there are 'Help' and 'Reset' buttons. A 'Back' link is also present. The main instruction reads: 'Please enter the name for each lower-level criterion and its characteristics:'. Below this is a table with 8 columns and 4 rows. The columns are labeled 'Name of the Higher-level criterion 1' through 'Name of the Higher-level criterion 3', with the last two columns being blank. The rows are labeled 'Low-level criteria names', 'Low-level criteria direction', 'Low-level criteria scale type', and 'Number of levels (Discrete)'. At the bottom right, there are 'Save problem' and 'Save & Continue' buttons. Logos for 'inct', 'INSID', and 'CDSID UFPE' are visible at the bottom left.

	Name of the Higher-level criterion 1	Name of the Higher-level criterion 1	Name of the Higher-level criterion 1	Name of the Higher-level criterion 2	Name of the Higher-level criterion 2	Name of the Higher-level criterion 2	Name of the Higher-level criterion 3	Name of the Higher-level criterion 3
Low-level criteria names								
Low-level criteria direction								
Low-level criteria scale type								
Number of levels (Discrete)								

Fonte: Adaptado do DSS do FITradeoff

Observando a Figura 18 é possível notar que além de adicionar o nome dos critérios de nível inferior, o decisor deve informar algumas características dos mesmos. Dentre elas a direção, sendo 0 caso seja de maximização e 1 de minimização, e o tipo de escala, sendo 0 se for contínua e 1 discreta. Além disso, nesse último caso o decisor deve informar o número de níveis que pode variar de 2 até 7. É importante destacar que a princípio os critérios de nível inferior devem apresentar uma função valor linear uma vez que estudos sobre o impacto de outras formas de função valor não foram desenvolvidos, sendo um possível tema de trabalhos futuros. Caso o decisor opte pelo download de uma planilha a tela representada pela Figura 19 será apresentada.

Figura 19-Tela de entrada via planilha dos dados no DSS para critérios estruturados hierarquicamente

FITradeoff.org
FITradeoff
 Flexible and Interactive Tradeoff

Back FU-TXMMO-WF1
Help Reset

Enter a name for the problem:

Problematic: -- No Selection --

Select a file to import: Nenhum ficheiro selecionado

Scaling Constants of higher-level criteria ?

ROC
 No Value

Warnings:

Please, before importing the file, make sure the spreadsheet is saved in '.xls' extension (excel 1997-2003).
 For instructions on filling out the export spreadsheet, access the [user guide](#).
[Download Spreadsheet template](#)
[Important Information about discrete criteria.](#)

inct

Fonte: Adaptado do DSS do FITradeoff

Na Figura 19 é possível notar que a principal diferença é a escolha de se irá estabelecer os valores das constantes de escala dos critérios de nível superior utilizando o ROC ou se não irá considerar esses valores iniciais. Além disso, a planilha que será utilizada como *input* irá ser modificada conforme apresentada na Figura 20.

Figura 20-Tela de entrada via planilha dos dados no DSS para critérios estruturados hierarquicamente

Criteria:	Criteria 1	Criteria 2	Criteria 3	Criteria 4
0-Cont Min; 1-Cont Max; 2-Disc Min; 3-Disc Max				
Type:				
a:				
b:				
c:				
Family:				
Alternatives:	Consequence Matrix:			
Alternative 1				
Alternative 2				
Alternative 3				
Alternative 4				

Fonte: Adaptado do DSS do FITradeoff.

Observando a Figura 20 nota-se que a diferença em relação a planilha utilizada como *input* no atual FITradeoff é o campo *family*. Neste o decisor deve colocar o nome do critério de

nível superior ao qual o critério de nível inferior está associado. Dessa forma, será possível obter tanto o nome dos critérios de nível superior, como o número de critérios de nível inferior associados a cada um deles.

Após a etapa de input das informações o decisor realiza a ordenação das constantes de escala. Inicialmente ocorrerá a ordenação das constantes de escala dos critérios de nível superior, no caso da abordagem I esta será utilizada para o estabelecimento dos pesos via ROC e no caso da abordagem II será utilizada na programação linear. Neste caso, não existirá os valores das consequências, como existem para os critérios de nível inferior, assim um tema a ser estudado em trabalhos futuros é a forma de representação desses critérios de nível superior para que uma avaliação global ou par a par seja realizada. Em seguida, ocorre a ordenação das constantes de escala de todos os critérios de nível inferior no caso da abordagem II e dos critérios de nível inferior que pertencem a cada família no caso da abordagem I. Assim, no DSS não ocorrerá mudanças no layout atual apenas diferenças nos critérios que serão comparados para que a ordenação seja realizada.

Da mesma forma, não correrá mudanças no layout atual da etapa de elicitação, em ambas as abordagens, uma vez que só irá se alterar a ordem de comparação entre os critérios, pois apenas os que pertencem à mesma família serão comparados entre si. Dessa forma, o processo ocorre de forma semelhante ao do atual FITradeoff mudando apenas a ordem de comparação dos critérios, seguindo a heurística estabelecida nesse trabalho.

4.6 SÍNTESE DO QUARTO CAPÍTULO

O quarto capítulo, análise do modelo hierárquico no FITradeoff através de estudos de simulação, apresenta inicialmente o protocolo de simulação para a comparação das abordagens propostas. Neste são estabelecidas as variações no número de famílias, $P = \{2,3,5,7\}$, critérios, $N = \{5,7,10,15,20\}$, e alternativas $M = \{5,10,15\}$. Além disso, um padrão de peso similar e um padrão de pesos skewed, ou seja, não uniforme, foram considerados e 500 instâncias simuladas para cada cenário estabelecido. Após as simulações, os resultados exportados para o MySQL foram: Distribuição dos pesos relativos dos critérios de nível superior, sendo ROC, similar ou skewed; Distribuição dos pesos relativos dos critérios de nível inferior, sendo similar ou skewed; Tipo de problemática, escolha ou ordenação; Número de perguntas respondidas, indica quantas perguntas necessitaram ser respondidas para se chegar ao resultado; Resultado, no caso da problemática de escolha a alternativa ou o conjunto de alternativas potencialmente ótimas e

no caso de ordenação a ordem completa ou parcial; Número de alternativas potencialmente ótimas, problemática de escolha, ou número de níveis, problemática de ordenação.

Os *outputs* estabelecidos foram utilizados para, além de permitir a análise comparativa do número de perguntas respondidas, calcular o percentual de similaridade entre os resultados obtidos, o percentual de redução do conjunto inicial de alternativas potencialmente ótimas, problemática de escolha, e o percentual de alternativas ordenadas, problemática de ordenação. Dessa forma, foram apresentados os resultados obtidos tanto para a problemática de escolha como para a de ordenação. Na problemática de escolha foi possível observar que os casos da abordagem I apresentam os menores números médios de questionamentos realizados quando comparados com os da abordagem II, independentemente do número de famílias consideradas. Além disso, nota-se que quanto maior o número de famílias maior o percentual médio de casos nos quais se esgota o número de questionamentos e menor o percentual de redução do conjunto inicial de alternativas potencialmente ótimas.

Por sua vez, na problemática de ordenação, assim como na problemática de escolha, a abordagem I apresenta os menores números médios de questionamentos realizados quando comparados com os da abordagem II, independentemente do número de famílias. Além disso, se observa que quanto maior o número de famílias maior o percentual médio de casos nos quais se esgota o número de questionamentos e menor o percentual médio de alternativas ranqueadas. Por fim, se notou que o número de perguntas é mais influenciado pelo número de famílias e menos influenciado pelo aumento no número de alternativas. Além disso, no final do capítulo foi apresentada uma breve descrição de como seria realizada a implementação das duas abordagens no DSS do atual FITradeoff.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este capítulo tem como função finalizar a dissertação, destacando as principais conclusões dos resultados encontrados e apresentar sugestões para futuros trabalhos.

5.1 CONCLUSÕES

O trabalho apresentou dois modelos de elicitación para problemas com critérios estruturados hierarquicamente, os quais são baseados no método FITradeoff. Além disso, foi feita uma análise preliminar sobre a heurística que melhor se adequa para o estabelecimento de qual ordem será utilizada para o questionamento entre as famílias e uma simulação para comparação entre os dois modelos apresentados.

Os modelos desenvolvidos apresentaram como principal diferença o estabelecimento dos pesos dos critérios de nível superior da hierarquia que no caso da abordagem I foi realizado utilizando pesos ROC enquanto que na abordagem II esses pesos não foram estabelecidos. Por sua vez, duas heurísticas distintas foram analisadas, sendo que na heurística 1 eram feitas comparações alternadas entre as famílias, seguindo uma ordem indo da mais preferida pelo decisor até a menos, e na heurística 2 todas as comparações entre os critérios de nível inferior da família 1 eram realizadas para depois seguir para a próxima família, repetindo o ciclo após chegar na última.

Dessa forma, considerando problemas da literatura, uma comparação preliminar das duas heurísticas foi realizada ao aplicar o modelo da abordagem I. Assim, como forma de padronizar a heurística 1 foi a que apresentou no geral um menor número de questionamentos e, portanto, foi utilizada tanto para a problemática de escolha como para a de ordenação na etapa de simulação. Esta foi realizada para a comparação dos dois modelos apresentados com o objetivo de verificar se o número de perguntas realizadas ao decisor apresentava grandes mudanças quando o peso dos critérios de nível superior não era conhecido ou quando era definido utilizando pesos ROC. Para isso, diversos cenários foram estabelecidos e foi possível notar que, para ambas as problemáticas, quando o modelo da abordagem I, que utilizava o ROC para definição dos pesos dos critérios de nível superior, era aplicado um número de perguntas muito menor foi respondida em todos os casos quando comparado com o número de respostas necessárias quando se aplicava a abordagem II. Além disso, apesar de estudos mostrarem que o ROC, quando aplicado a problemas com muitos critérios, apresenta uma grande diferença entre os valores dos pesos atribuídos aos critérios melhores ordenados em relação aos anteriores

ordenados, a comparação entre as duas abordagens mostrou que os resultados foram bastante semelhantes indicando que essa diferença quando se aplica o ROC não influencia de maneira significativa no modelo.

Um fato importante de destacar é que se observou que em alguns casos quando era utilizada a abordagem II não se chegava a uma única alternativa potencialmente ótima ou a um conjunto de alternativas indiferentes, problemática de escolha, ou a uma ordem completa ou a uma pré-ordem completa, problemática de ordenação. Dessa forma, nota-se que a abordagem I apresentou melhores resultados que a abordagem II, entretanto é necessário que o decisor esteja disposto a aplicar os pesos ROC para a definição dos pesos dos critérios de nível superior.

Portanto, possivelmente ao ser implementado no software as duas opções de modelo estarão disponíveis para que o decisor seja capaz de escolher um deles de acordo com a sua preferência. Além disso, se a abordagem II for a escolhida provavelmente uma avaliação holística será utilizada, após se esgotarem o número de questionamentos.

Dessa forma, o fato da abordagem II nem sempre encontrar uma única alternativa ótima ou alternativas indiferentes, problemática de escolha, e uma ordem completa ou pré-ordem completa, problemática de ordenação, é uma de suas limitações. A abordagem I, por sua vez, apresenta como limitação a utilização do ROC para o estabelecimento dos pesos dos critérios de nível superior, que apesar de se adequar bem ao modelo, introduz a condição de que os pesos são estabelecidos apenas considerando informação ordinal. Além disso, as duas abordagens foram desenvolvidas apenas para hierarquias de dois níveis sendo necessário um estudo mais detalhado para o caso de mais níveis serem introduzidos.

Dessa forma, apesar das limitações, as abordagens propostas poderão ser utilizadas pelos decisores para resolução de problemas nos mais diversos ramos como o econômico, social e ambiental. Visto que, o atual FITradeoff já apresenta uma grande aplicabilidade e essas novas abordagens vão permitir que problemas com critérios estruturados hierarquicamente também sejam resolvidos pelo método. Além disso, pelo fato de ser um método robusto será possível realizar a elicitacão sem a geracão de vieses. Assim, realizando um aprimoramento do processo decisório e diminuindo o esforço cognitivo que os decisores necessitariam realizar para determinar pesos para critérios estruturados hierarquicamente.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram apresentados dois modelos baseados no método FITradeoff para a elicitacão de preferências em problemas nos quais os critérios são estruturados

hierarquicamente e a análise preliminar e duas heurísticas que podem ser utilizadas neles. Diante disso, outros estudos podem ser desenvolvidos seguindo a mesma temática para uma evolução e melhoria dos modelos, dessa forma, serão apresentadas algumas perspectivas para estudos futuros.

Um dos estudos que podem ser desenvolvidos está relacionado a análise das heurísticas uma vez que a mesma foi realizada considerando apenas três problemas. Assim, seria interessante como pesquisa futura realizar uma simulação para verificação e comprovação de que a heurística 1 é realmente mais adequada ao novo modelo. Um outro campo de pesquisa está relacionado a implementação desse modelo para problemas com mais de dois níveis hierárquicos, já que a princípio essa ainda era uma limitação existente nos dois modelos propostos neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ARUNRAJ, N. S.; MAITI, J. Risk-based maintenance policy selection using AHP and goal programming. *Safety Science*, v.48, p.238-247, 2010.
- BANA e COSTA, C. A.; VANSNICK, J. C. A fundamental criticism to Saaty's use of the eigenvalue procedure to derive priorities. Working Paper Series, LSEOR 01.42, The London School of Economics and Political Science, 2001
- BARRON, F. H.; BARRETT, B. E. Decision Quality Using Ranked Attribute Weights. *Management Science*, v.42, n.11, p.1515-1523, 1996.
- BELTON, V.; GOODWIN, P. Remarks on the application of the analytic hierarchy process to judgmental forecasting. *International Journal Of Forecasting*, v.12, p.155-161, 1996.
- BELTON, V.; STEWART, T. *Multiple criteria decision analysis: an integrated approach*. Us: Springer Us, 2002.
- BORCHERDING, K.; VON WINTERFELDT, D. The Effect of Varying Value Trees on Multiattribute Evaluations. *Acta Psychologica*, v.68, p.153-170, 1988.
- BOUYSSOU, Denis et al. *Aiding decisions with multiple criteria*. New York: Springer Science+Business Media, 2002.
- BUTLER, J.; JIA, J.; DYER, J. Simulation techniques for the sensitivity analysis of multi-criteria decision models. *European Journal Of Operational Research*, v.103, n.3, p.531-546, 1997.
- CHELST, K.; CANBOLAT, Y. B. *Value-Added Decision Making for Managers*. New York: CRC Press, 2012.
- CHIU, Y.; CHEN, Y. Using AHP in patent valuation. *Mathematical and Computer Modelling*, v.46, p.1054-1062, 2007.
- DANIELSON, M.; EKENBERG, L. The CAR Method for Using Preference Strength in Multi-criteria Decision Making. *Group Decision And Negotiation*, v.25, n.4, p.775-797, 2015.
- DANIELSON, S.; WEINGARTNER, T.; AAGAARD, K.; ZHANG, J.; WOODGATE, R. Circulation on the central Bering Sea shelf, July 2008 to July 2010. *Journal Of Geophysical Research: Oceans*, v.117, 2012.
- DE ALMEIDA, A.T. *Processo de Decisão nas Organizações: construindo modelos de decisão multicritério*. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2013.
- DE ALMEIDA, Adiel Teixeira et al. A new method for elicitation of criteria weights in additive models: Flexible and Interactive tradeoff. *European Journal Of Operational Research*, v.250, p.179-191, 2016.

DE ALMEIDA, Adiel Teixeira et al. *Multiple Criteria Group Decisions with partial information about preference*. In: KILGOUR, D. Marc; EDEN, Colin. Handbook of Group Decision and Negotiation. 2. ed. Suíça: Springer International Publishing, 2021.

DE MACEDO P.P; DE MIRANDA, C. M.; SOLA, A. V. H, Meeting the brazilian energy efficiency law: a flexible and interactive multicriteria proposal to replace non-efficient motors. *Sustainable Cities and Society*, v.41, p.822-832, 2018.

DELL'OVO, M.; OPPIO, A.; CAPOLONGO, S. *Sistema de Apoio à Decisão para a Localização de Estabelecimentos de Saúde: ferramenta de avaliação sithealth*. Milão: Springer International Publishing, 2020.

DIAS, A. F. M. *Análise de robustez do modelo multicritério aditivo na problemática de portfólio*. 2012. 100 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

EDWARDS, W.; BARRON, F.H. SMARTS and SMARTER: improved simple methods for multiattribute utility measurement. *Organizational Behavior And Human Decision Processes*, v.60, n.3, p.306-325, 1994.

EDWARDS, W. *How to use multi-attribute utility analysis for social decision making*. Los Angeles: IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1977.

EDWARDS, W. The theory of decision making. *Psychological Bulletin*, v.51, n.4, p.380-417, 1954.

EPPEL, T. *Description and Procedure Invariance in Multiattribute Utility Measurement*. West Lafayette: Purdue University, 1992.

EZELL, B.; LYNCH, C. J.; HESTER, P. T. Methods for Weighting Decisions to Assist Modelers and Decision Analysts: A Review of Ratio Assignment and Approximate Techniques. *Applied Sciences*, 2021.

FIGUEIRA, G. Simulação-Otimização: porque e como combiná-las?. *Pesquisa Operacional Para O Desenvolvimento*, v.11, n.1, p.1-5, 2019.

FOSSILE, D.K.; FREJ, E. A.; DA COSTA, S. E. G.; DE LIMA, E. P.; DE ALMEIDA, A. T. Selecting the most viable renewable energy source for Brazilian ports using the FITradeoff method. *Journal Of Cleaner Production*, 2020.

FREI, F.X.; HARKER, P.T. Measuring aggregate process performance using AHP. *European Journal of Operational Research*, v.116, p.436-442, 1999.

FREJ, E.A. *Método multicritério de elicitação por tradeoff interativo e flexível para a problemática de ordenação e para a tomada de decisão em grupo*. Recife, 2019. 100 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

FREJ, E.A.; de ALMEIDA, A.T.; COSTA, A.P.C.S. Using data visualization for ranking alternatives with partial information and interactive tradeoff elicitation. *Operational Research*, v.19, p.909-931, 2019.

FREJ, E.A.; EKEL, P.; DE ALMEIDA, A.T. A benefit-to-cost ratio based approach for portfolio selection under multiple criteria with incomplete preference information. *Information Sciences*, v.54, p.487-498, 2021.

FRENCH, S.; MAULE, J.; PAPAMICHAIL, N. *Decision Behaviour, Analysis and Support*. New York: Cambridge University Press, 2009.

GELLY, S.; SILVER, D. Monte-Carlo tree search and rapid action value estimation in computer Go. *Artificial Intelligence*, v.175, p.1856-1875, 2011.

GUSMÃO, A.P.H.; MEDEIROS, C. P. A Model for Selecting a Strategic Information System Using the FITradeoff. *Mathematical Problems in Engineering*, v.2016, p.1-7, 2016.

KAJANUS, M.; KANGAS, J.; KURTTILA, M. The use of value focused thinking and the A'WOT hybrid method in tourism management. *Tourism Management*, v.25, n.4, p.499-506, 2004.

KEENEY, R.L. *Value-focused thinking: a path to creative decision making*. Cambridge: Harvard University Press, 1992.

KEENEY, R.L.; RAIFFA, H. *Decision analysis with multiple conflicting objectives*. New York: Cambridge University Press, 1976.

KEENEY, R.L.; RAIFFA, H. *Decisions with Multiple Objectives*. Usa: Cambridge University Press, 1993.

KEENEY, R.L. Value-focused thinking: Identifying decision opportunities and creating alternatives. *European Journal Of Operational Research*, v.92, p.537-549, 1996.

KEENEY, R.L.; VON WINTERFELDT, D. *Operational procedures to evaluate decisions with multiple objectives*: Final report. USA: N.p, 1987.

KHALIL, M.I.A. Selecting the appropriate project delivery method using AHP. *International Journal of Project Management*, v.20, p.464-474, 2002.

KONONENKO, I. Machine learning for medical diagnosis: history, state of the art and perspective. *Artificial Intelligence In Medicine*, v.23, p.89-109, 2001.

KOKARAKI, N.; HOPFE, C. J.; ROBINSON, E.; NIKOLAIDOU, E. Testing the reliability of deterministic multi-criteria decision-making methods using building performance simulation. *Renewable And Sustainable Energy Reviews*, v.112, p.991-1007, 2019.

- LATORRE, J.M.; CERISOLA, S.; RAMOS, A. Clustering algorithms for scenario tree generation: Application to natural hydro inflows. *European Journal Of Operational Research*, v.181, p.1339-1353, 2007.
- LOUVIERIS, P.; GREGORIADES, A.; GARN, W. Assessing critical success factors for military decision support. *Expert Systems with Applications*, v.37, p.8229-8241, 2010.
- MENDES, M.; AKKARTAL, E. Regression tree analysis for predicting slaughter weight in broilers. *Italian Journal of Animal Science*, v.8, p.615-624, 2009.
- MENDES, J. A. J.; FREJ, E. A.; DE ALMEIDA, A. T.; ALMEIDA, J. A. Evaluation of flexible and interactive tradeoff method based on numerical simulation experiments. *Pesquisa Operacional*, v.40, p.1-25, 2020.
- MORAIS, D. C.; ALMEIDA, A. T.; ALENCAR, L. H.; CLEMENTE, T. R. N.; CAVALCANTI, C. Z. B. PROMETHEE-ROC Model for Assessing the Readiness of Technology for Generating Energy. *Mathematical Problems In Engineering*, v.2015, p.1-11, 2015.
- PEETERS, A.; ZUDE, M.; KATHNER, J.; UNLU, M.; KAMBER, R.; HETZRONI, A.; GEBBERS, R.; BEN-GAL, A. Getis-Ord's hot- and cold-spot statistics as a basis for multivariate spatial clustering of orchard tree data. *Computers And Electronics In Agriculture*, v.111, p.140-150, 2015.
- PERGHER, I.; FREJ, E. A.; ROSELLI, L. R. P.; DE ALMEIDA, A. T. Integrating simulation and FITradeoff method for scheduling rules selection in job-shop production systems. *Int. J. Production Economics*, v.227, 2020.
- PLOUS, S. *The psychology of judgment and decision making*. New York: McGraw-Hill, 1993.
- POYHONEN, M.; VROLIJK, H.; HAMALAINEN, R.P. Behavioral and procedural consequences of structural variation in value trees. *European Journal of Operational Research*, Finland, v.134, p.216-227, 2001.
- POYHONEN, M. *On Attribute Weighting in Value Trees*. Finland, 1998. 16 f. Dissertação (Mestrado em Technology) - Helsinki University Of Technology, Finland, 1998.
- POYHONEN, M.; HAMALAINEN, R.P. Notes on the Weighting Biases in Value Trees. *Journal of Behavioral Decision Making*, Finland, v.11, p.139-150, 1998.
- RIABACKE, M.; DANIELSON, M.; EKENBERG, L.; LARSSON, A. A Prescriptive Approach for Eliciting Imprecise Weight Statements in an MCDA Process. *Proceedings of the 1st International Conference on Algorithmic Decision Theory*, p.168-179, 2009.
- RODRIGUES, L. V. S.; CASADO, R. S. G. R.; CARVALHO, E. N. D.; SILVA, M. M. Using FITradeoff in a ranking problem for supplier selection under TBL performance evaluation: an application in the textile sector. *Production*, v.30, 2020.

ROSELLI, L.R.P. *Uso de neurociência em decisão para modular métodos de decisão multicritério com visualização gráfica e tabular com aplicações no desenho e análise do FITradeoff*. Recife, 2020. 263 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

ROSELLI, L.R.P.; FREJ, E.A.; de ALMEIDA, A. T. Neuroscience Experiment for Graphical Visualization in the FITradeoff Decision Support System. *Springer International Publishing Ag, Part Of Springer Nature*, v.315, p.56-69, 2018.

ROY, B. *Multicriteria methodology goes decision aiding*. Berlin: Kluwer Academic Publishers, 1996.

RUBINSTEIN, R. Y.; KROESE, D. P. *Simulation and the Monte Carlo method*. New Jersey: Wiley, 2017.

SAATY, T.L. *The Analytic Hierarchy Process*. New York: McGraw-Hill, 1980.

SALO, A.A.; HÄMÄLÄINEN, R.P. Preference Assessment by Imprecise Ratio Statements. *Operational Research*, v.40, n.6, p.1053-1061, 1992.

SALO, A.A.; HAMALAINEN, R.P. On the Measurement of Preferences in the Analytic Hierarchy Process. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, v.6, p.309-319, 1997.

SALO, A.A.; HÄMÄLÄINEN, R.P. Preference Ratios in Multiattribute Evaluation (PRIME)—Elicitation and Decision Procedures Under Incomplete Information. *IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics—Part A: Systems and Humans*, v.31, p.533-545, 2001.

SALO, A.; PUNKKA, A. Rank inclusion in criteria hierarchies. *European Journal Of Operational Research*, v.163, p.338-356, 2005.

SARABANDO, P.; DIAS, L.C. Multiattribute Choice With Ordinal Information: a comparison of different decision rules. *Ieee Transactions On Systems, Man, And Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, v.39, n.3, p.545-554, 2009.

SIMON, H. A. *A Behavioral Model of Rational Choice*. *The Quarterly Journal Of Economics*, v.69, n.1, p.99, 1955.

SÓLNES, J. Environmental quality indexing of large industrial development alternatives using AHP. *Environmental Impact Assessment Review*, v.23, p.283-303, 2003.

STILLWELL, W.G.; VON WINTERFELDT, D.; JOHN, R.S. Comparing Hierarchical and Nonhierarchical Weighting Methods for Eliciting Multiattribute Value Models. *Management Science*, v.33, n.4, p.442-450, 1987.

THOMOPOULOS, N. T. *Essentials of Monte Carlo Simulation: Statistical Methods for Building Simulation Models*. New York: Springer, 2013.

VIEIRA, M. J. L.; FREJ, E. A.; DE ALMEIDA, A. T; VIANA, F. F. C. L. Incorporating Hierarchical Criteria Structure in the FITradeoff Method. *INSID 2021 Springer LNBIP Conference Proceedings*, v.435, p.100-118, 2021.

VON NITZSCH, R.; WEBER, M. The Effect of Attribute Ranges on Weights in Multiattribute Utility Measurements. *Management Science*, v.39, n.8, p.937-943, 1993.

VON WINTERFELDT, D.; EDWARDS, W. *Decision Analysis and Behavioral Research*. New York: Cambridge University Press, 1986.

XIA, W.; WU, Z. Supplier selection with multiple criteria in volume discount environments. *Omega*, p.494-504, 2007.

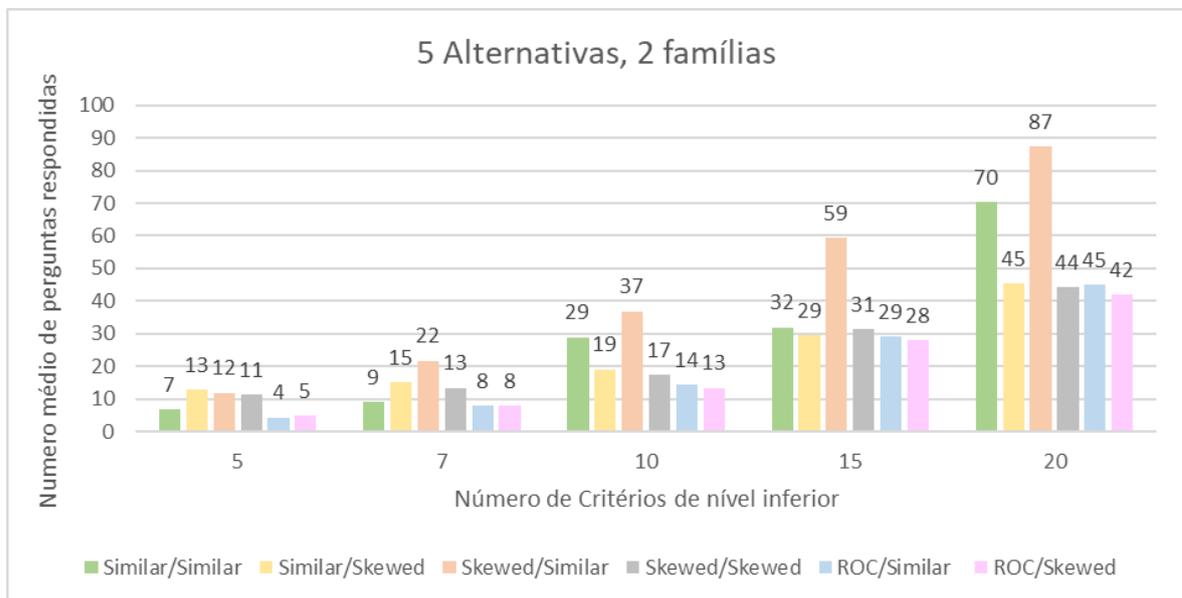
WEBER, M.; BORCHERDING, K. Behavioral influences on weight judgments in multiattribute decision making. *European Journal of Operational Research*, v.67, p.1-12, 1993.

ZHENG, J., LIENERT, J. Stakeholder interviews with two MAVT preference elicitation philosophies in a swiss water infrastructure decision: aggregation using SWING - weighting and disaggregation using UTA. *European Journal of Operational Research*, v.267, p.273-287, 2017.

APÊNDICE A – INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO NÚMERO DE CRITÉRIOS DO NÍVEL INFERIOR NA PROBLÉMÁTICA DE ESCOLHA

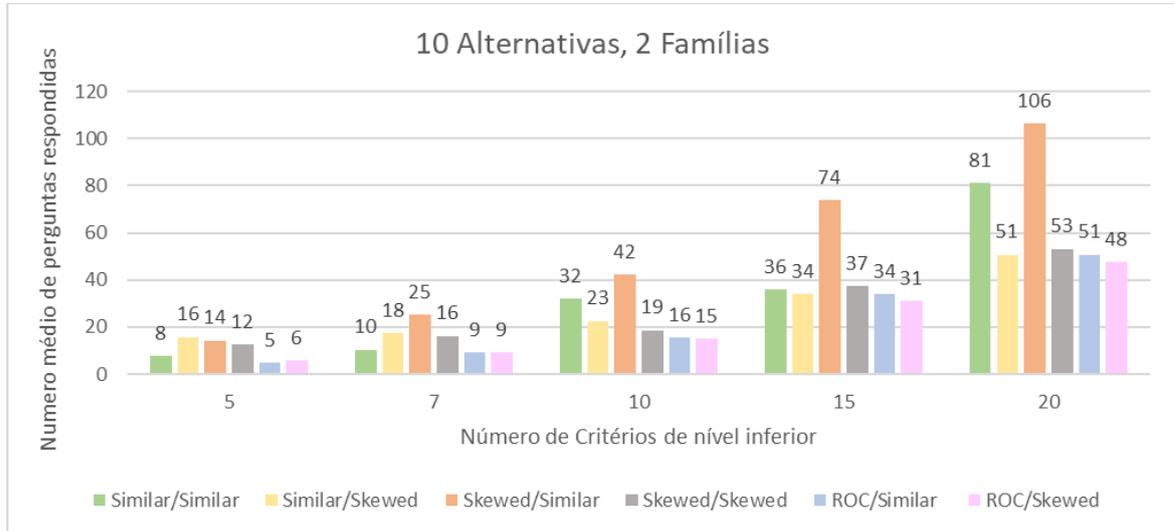
Este apêndice apresenta os resultados de cada cenário simulado analisando qual a influência que o aumento no número de critérios do nível inferior realiza no número de perguntas feitas ao decisor na problemática de escolha.

Figura A1. 1 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 2 famílias para problemática de escolha



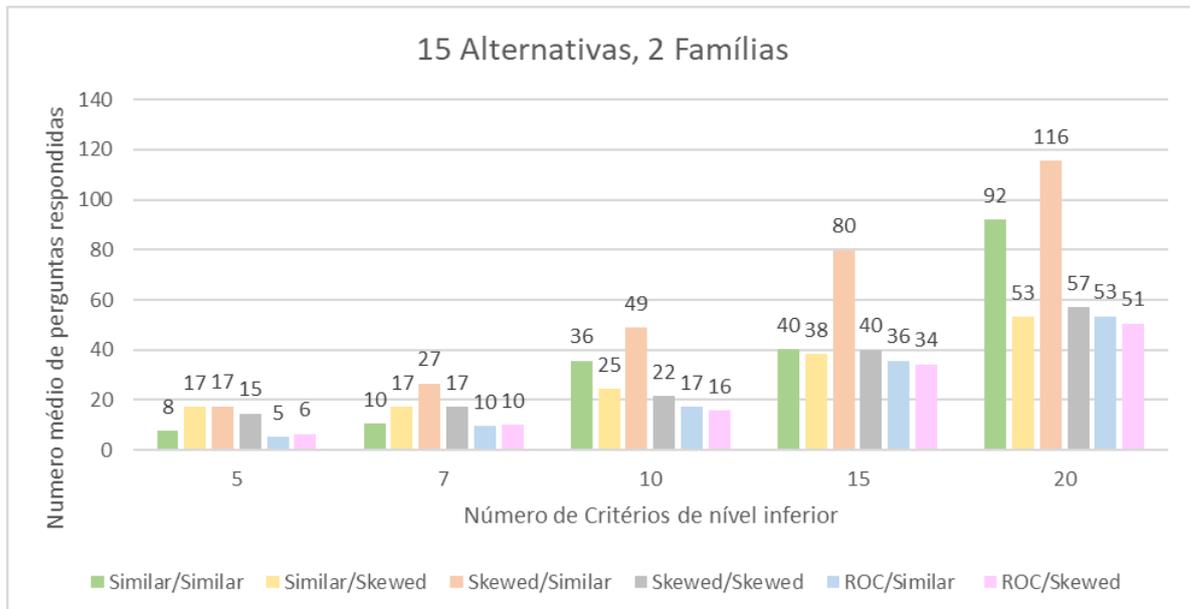
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 2 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 2 famílias para problemática de escolha



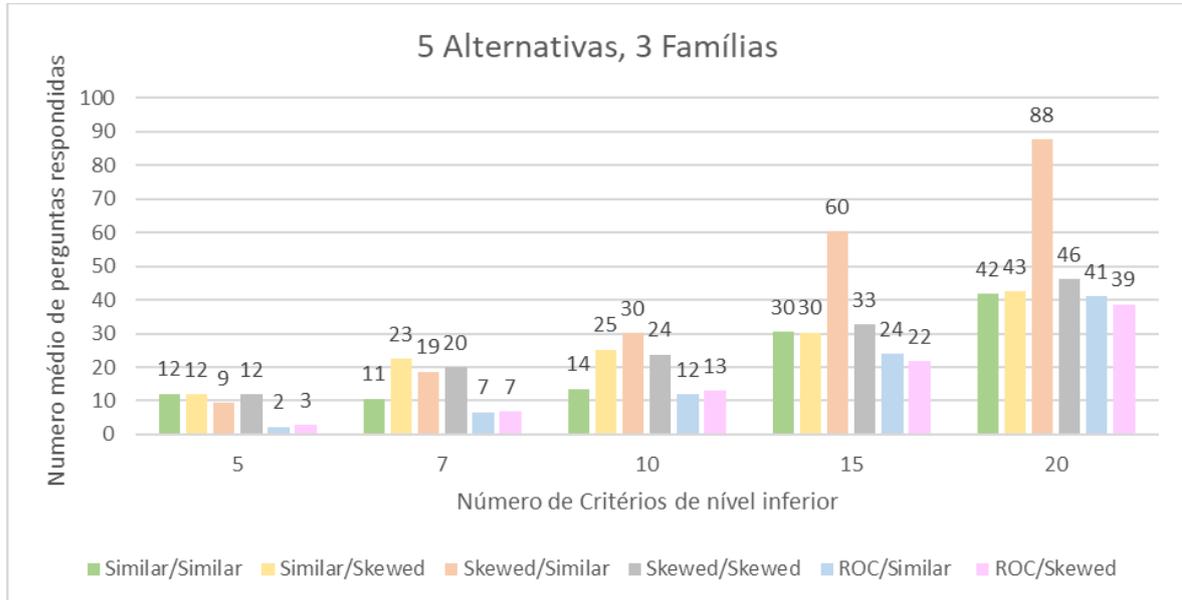
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 3 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 2 famílias para problemática de escolha



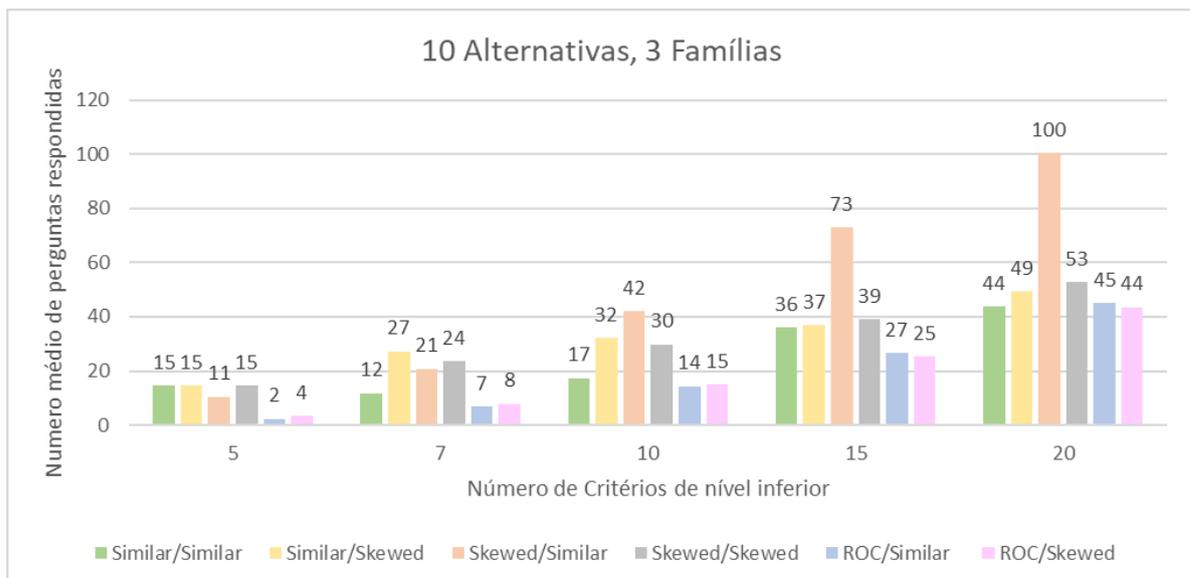
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 4 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 2 famílias para problemática de escolha



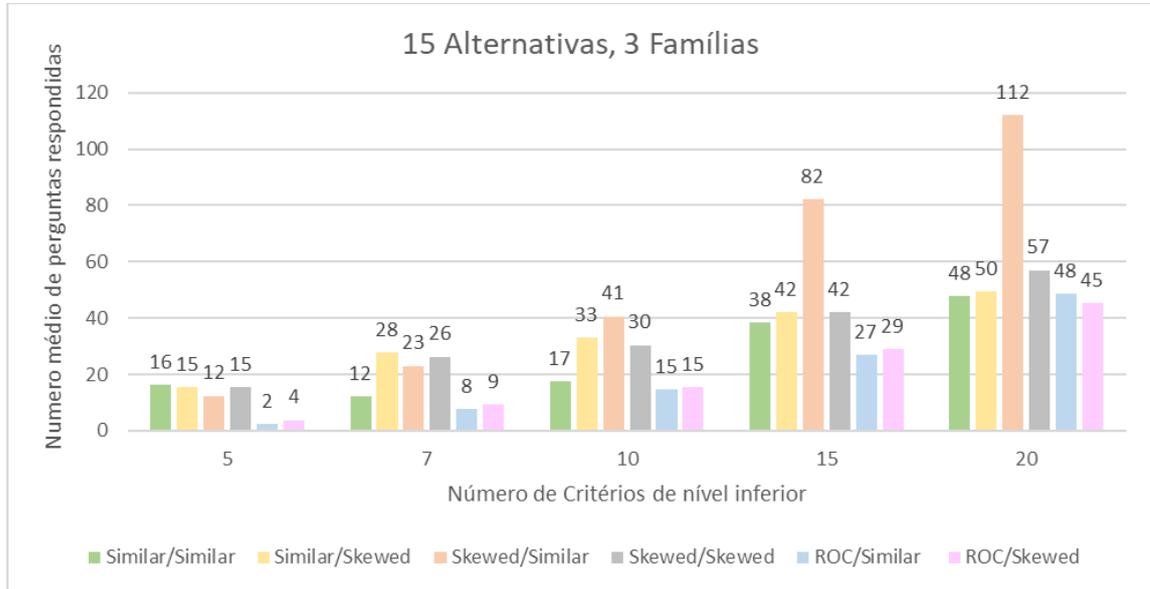
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 5 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 3 famílias para problemática de escolha



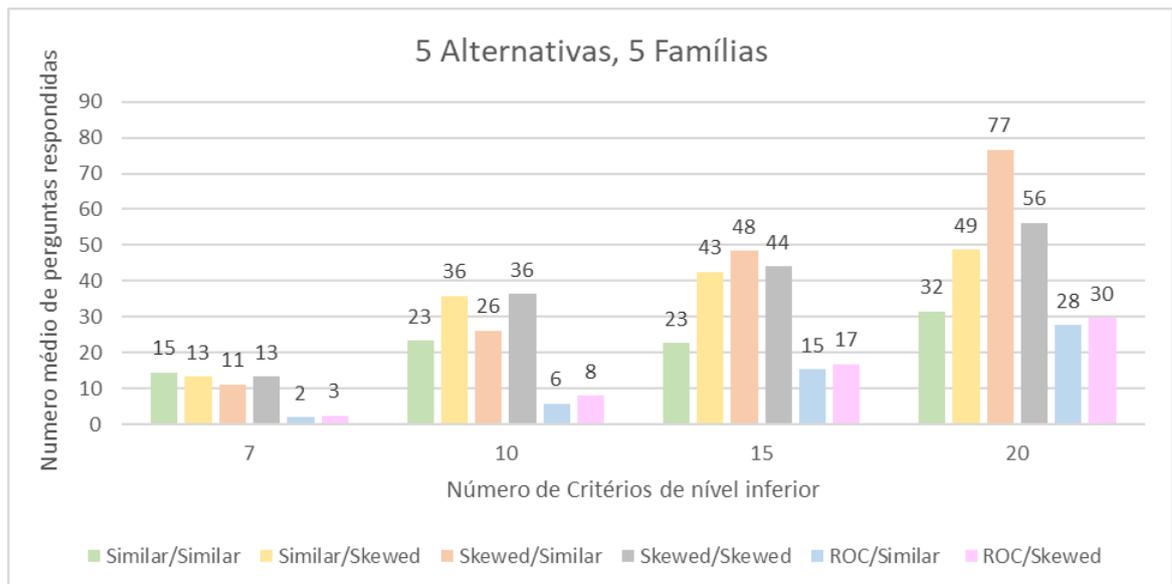
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 6 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 3 famílias para problemática de escolha



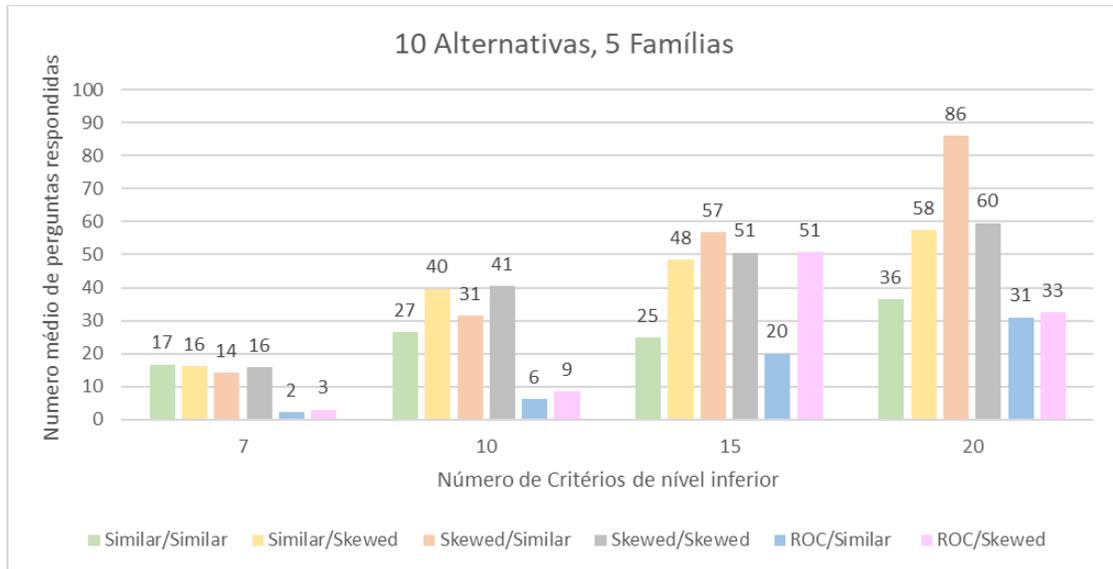
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 7 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 5 famílias para problemática de escolha



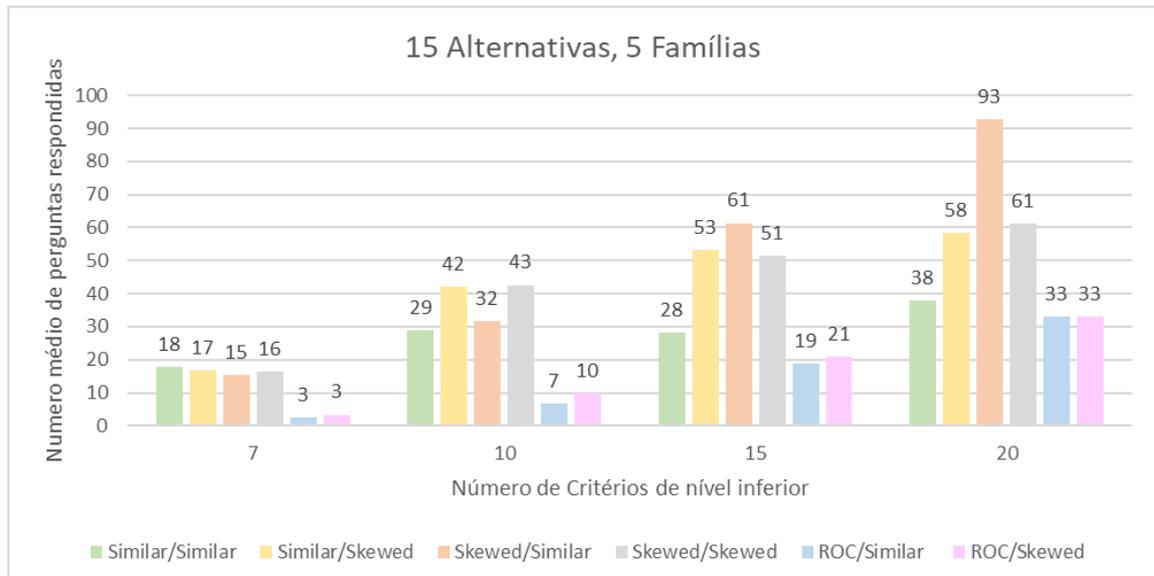
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 8 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 5 famílias para problemática de escolha



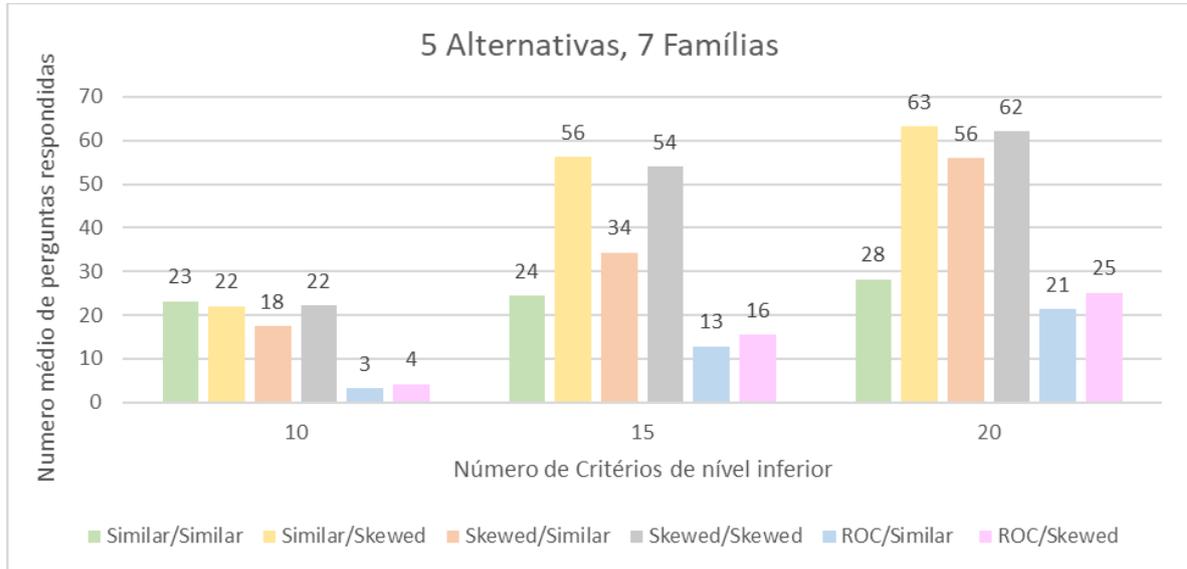
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 9 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 5 famílias para problemática de escolha



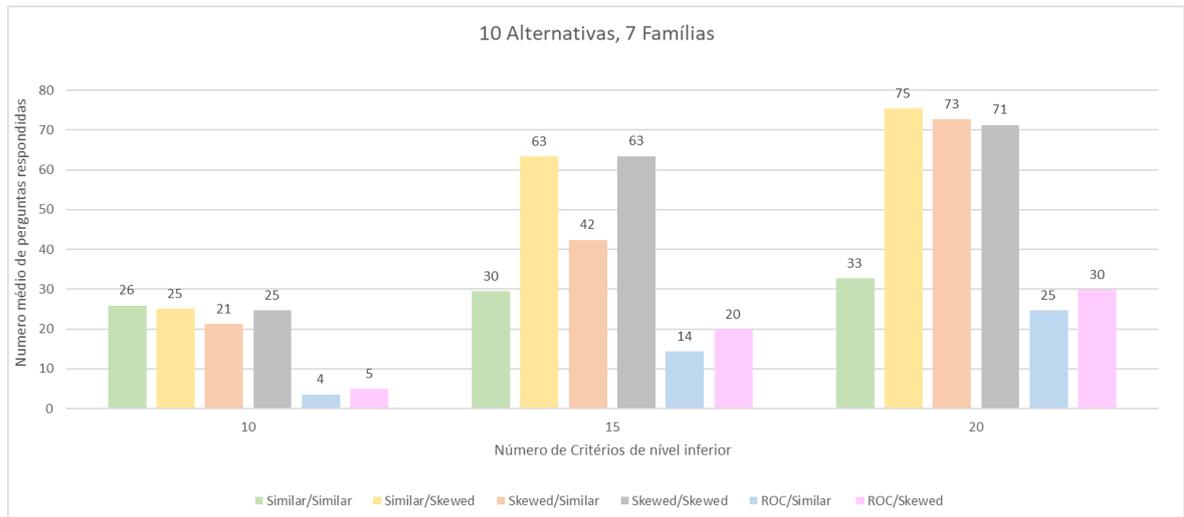
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 10 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 7 famílias para problemática de escolha



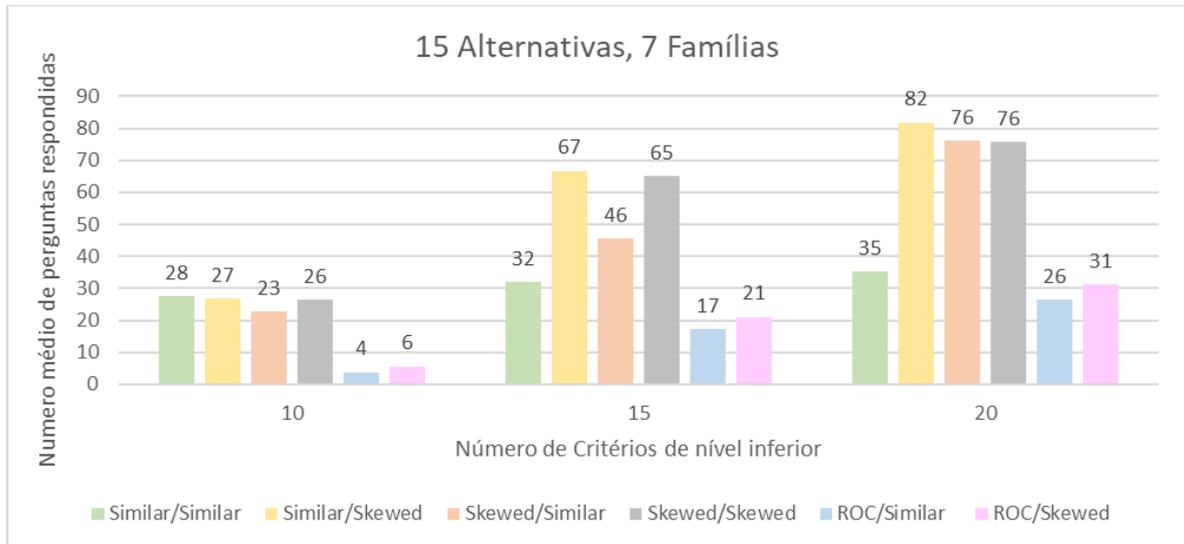
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 11 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 7 famílias para problemática de escolha



Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 12 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 7 famílias para problemática de escolha



Fonte: A Autora (2022).

**APÊNDICE B – TABELA DE TODOS OS CENÁRIOS E PERCENTUAIS DOS
CASOS EM QUE AS COMPARAÇÕES ENTRE CRITÉRIOS FORAM
ESGOTADAS PARA PROBLEMÁTICA DE ESCOLHA**

Este apêndice apresenta os resultados de cada cenário simulado analisando qual a influência que o aumento no número de critérios, alternativas e famílias no percentual médio de casos em que as comparações entre os critérios foram esgotadas. Além disso, também apresenta a similaridade entre os resultados com os Casos 1 e 2.

Tabela B1. 1 – Tabela com resultados de todos os cenários para problemática de escolha

Nº de critérios	Nº de Alternativas	Nº de Famílias	Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	% de casos nos quais o número de comparações entre os critérios foi esgotado	% médio de redução do conjunto de alternativas inicial	% médio de similaridade com o Caso 1	% médio de similaridade com o Caso 2
5	5	2	Similar	Similar	10%	60%	94%	81%
5	5	2	Similar	Skewed	35%	57%	84%	91%
5	5	2	Skewed	Similar	32%	52%	98%	82%
5	5	2	Skewed	Skewed	27%	43%	88%	96%
5	5	3	Similar	Similar	63%	55%	88%	78%
5	5	3	Similar	Skewed	58%	56%	93%	98%
5	5	3	Skewed	Similar	44%	58%	98%	92%
5	5	3	Skewed	Skewed	57%	55%	94%	100%
5	10	2	Similar	Similar	12%	80%	90%	70%
5	10	2	Similar	Skewed	43%	78%	76%	86%
5	10	2	Skewed	Similar	38%	79%	97%	77%
5	10	2	Skewed	Skewed	26%	79%	79%	88%
5	10	3	Similar	Similar	75%	75%	78%	66%
5	10	3	Similar	Skewed	71%	75%	86%	98%
5	10	3	Skewed	Similar	47%	55%	96%	78%
5	10	3	Skewed	Skewed	73%	76%	86%	99%
5	15	2	Similar	Similar	10%	86%	92%	68%
5	15	2	Similar	Skewed	48%	85%	65%	84%
5	15	2	Skewed	Similar	50%	86%	99%	67%
5	15	2	Skewed	Skewed	35%	86%	74%	91%
5	15	3	Similar	Similar	84%	83%	76%	61%

5	15	3	Similar	Skewed	74%	83%	83%	97%
5	15	3	Skewed	Similar	58%	84%	99%	72%
5	15	3	Skewed	Skewed	74%	83%	83%	100%
7	5	2	Similar	Similar	2%	58%	90%	80%
7	5	2	Similar	Skewed	17%	59%	85%	89%
7	5	2	Skewed	Similar	36%	59%	99%	88%
7	5	2	Skewed	Skewed	17%	74%	56%	61%
7	5	3	Similar	Similar	15%	59%	93%	81%
7	5	3	Similar	Skewed	52%	55%	84%	91%
7	5	3	Skewed	Similar	39%	57%	97%	85%
7	5	3	Skewed	Skewed	44%	56%	85%	94%
7	5	5	Similar	Similar	78%	49%	88%	81%
7	5	5	Similar	Skewed	68%	51%	94%	94%
7	5	5	Skewed	Similar	56%	54%	97%	97%
7	5	5	Skewed	Skewed	67%	51%	96%	96%
7	10	2	Similar	Similar	2%	58%	100%	100%
7	10	2	Similar	Skewed	18%	59%	71%	87%
7	10	2	Skewed	Similar	43%	58%	99%	76%
7	10	2	Skewed	Skewed	14%	57%	77%	91%
7	10	3	Similar	Similar	15%	79%	93%	74%
7	10	3	Similar	Skewed	63%	77%	72%	86%
7	10	3	Skewed	Similar	44%	78%	96%	78%
7	10	3	Skewed	Skewed	50%	77%	80%	93%
7	10	5	Similar	Similar	88%	69%	81%	73%
7	10	5	Similar	Skewed	83%	71%	93%	98%
7	10	5	Skewed	Similar	72%	73%	97%	83%
7	10	5	Skewed	Skewed	81%	71%	93%	99%
7	15	2	Similar	Similar	2%	87%	90%	72%

7	15	2	Similar	Skewed	18%	86%	60%	86%
7	15	2	Skewed	Similar	43%	85%	98%	79%
7	15	2	Skewed	Skewed	14%	86%	76%	79%
7	15	3	Similar	Similar	14%	86%	77%	62%
7	15	3	Similar	Skewed	63%	83%	68%	83%
7	15	3	Skewed	Similar	50%	85%	94%	72%
7	15	3	Skewed	Skewed	56%	84%	75%	89%
7	15	5	Similar	Similar	94%	77%	74%	70%
7	15	5	Similar	Skewed	84%	79%	89%	96%
7	15	5	Skewed	Similar	77%	81%	94%	80%
7	15	5	Skewed	Skewed	82%	79%	90%	99%
10	5	2	Similar	Similar	21%	59%	99%	94%
10	5	2	Similar	Skewed	7%	59%	78%	90%
10	5	2	Skewed	Similar	38%	58%	98%	90%
10	5	2	Skewed	Skewed	6%	58%	89%	96%
10	5	3	Similar	Similar	2%	60%	75%	75%
10	5	3	Similar	Skewed	23%	58%	82%	91%
10	5	3	Skewed	Similar	33%	57%	99%	86%
10	5	3	Skewed	Skewed	18%	56%	87%	95%
10	5	5	Similar	Similar	43%	56%	95%	86%
10	5	5	Similar	Skewed	74%	50%	95%	99%
10	5	5	Skewed	Similar	49%	55%	98%	91%
10	5	5	Skewed	Skewed	75%	50%	95%	99%
10	5	7	Similar	Similar	84%	46%	90%	84%
10	5	7	Similar	Skewed	76%	48%	97%	99%
10	5	7	Skewed	Similar	60%	51%	96%	88%
10	5	7	Skewed	Skewed	77%	49%	97%	99%
10	10	2	Similar	Similar	25%	79%	99%	89%

10	10	2	Similar	Skewed	7%	79%	68%	88%
10	10	2	Skewed	Similar	43%	79%	99%	87%
10	10	2	Skewed	Skewed	4%	80%	79%	79%
10	10	3	Similar	Similar	4%	78%	95%	71%
10	10	3	Similar	Skewed	31%	78%	75%	79%
10	10	3	Skewed	Similar	51%	77%	94%	83%
10	10	3	Skewed	Skewed	25%	79%	77%	85%
10	10	5	Similar	Similar	47%	76%	90%	76%
10	10	5	Similar	Skewed	79%	72%	89%	100%
10	10	5	Skewed	Similar	60%	75%	96%	81%
10	10	5	Skewed	Skewed	81%	71%	91%	100%
10	10	7	Similar	Similar	91%	65%	81%	71%
10	10	7	Similar	Skewed	85%	68%	90%	98%
10	10	7	Skewed	Similar	71%	72%	94%	75%
10	10	7	Skewed	Skewed	84%	68%	92%	99%
10	15	2	Similar	Similar	26%	86%	99%	77%
10	15	2	Similar	Skewed	9%	87%	76%	84%
10	15	2	Skewed	Similar	52%	86%	99%	81%
10	15	2	Skewed	Skewed	9%	90%	56%	59%
10	15	3	Similar	Similar	3%	87%	60%	53%
10	15	3	Similar	Skewed	30%	85%	60%	75%
10	15	3	Skewed	Similar	48%	85%	93%	81%
10	15	3	Skewed	Skewed	24%	86%	73%	82%
10	15	5	Similar	Similar	52%	83%	92%	70%
10	15	5	Similar	Skewed	85%	80%	85%	100%
10	15	5	Skewed	Similar	59%	83%	98%	73%
10	15	5	Skewed	Skewed	86%	79%	87%	100%
10	15	7	Similar	Similar	97%	75%	77%	69%

10	15	7	Similar	Skewed	92%	77%	91%	98%
10	15	7	Skewed	Similar	76%	80%	93%	77%
10	15	7	Skewed	Skewed	90%	78%	92%	99%
15	5	2	Similar	Similar	0%	60%	100%	100%
15	5	2	Similar	Skewed	1%	57%	86%	86%
15	5	2	Skewed	Similar	32%	59%	100%	94%
15	5	2	Skewed	Skewed	2%	60%	70%	80%
15	5	3	Similar	Similar	4%	59%	95%	85%
15	5	3	Similar	Skewed	4%	58%	82%	82%
15	5	3	Skewed	Similar	39%	56%	98%	99%
15	5	3	Skewed	Skewed	8%	59%	79%	79%
15	5	5	Similar	Similar	3%	60%	73%	73%
15	5	5	Similar	Skewed	27%	57%	86%	86%
15	5	5	Skewed	Similar	41%	55%	98%	86%
15	5	5	Skewed	Skewed	32%	56%	93%	92%
15	5	7	Similar	Similar	21%	58%	86%	81%
15	5	7	Similar	Skewed	70%	50%	88%	92%
15	5	7	Skewed	Similar	34%	56%	97%	87%
15	5	7	Skewed	Skewed	70%	52%	89%	94%
15	10	2	Similar	Similar	0%	100%	-	-
15	10	2	Similar	Skewed	2%	79%	88%	100%
15	10	2	Skewed	Similar	42%	79%	100%	88%
15	10	2	Skewed	Skewed	3%	79%	94%	88%
15	10	3	Similar	Similar	5%	80%	92%	74%
15	10	3	Similar	Skewed	8%	79%	64%	84%
15	10	3	Skewed	Similar	52%	77%	98%	79%
15	10	3	Skewed	Skewed	8%	77%	92%	95%
15	10	5	Similar	Similar	4%	78%	77%	72%

15	10	5	Similar	Skewed	33%	77%	75%	78%
15	10	5	Skewed	Similar	50%	76%	96%	81%
15	10	5	Skewed	Skewed	33%	74%	89%	98%
15	10	7	Similar	Similar	24%	79%	73%	70%
15	10	7	Similar	Skewed	78%	70%	84%	90%
15	10	7	Skewed	Similar	44%	76%	92%	78%
15	10	7	Skewed	Skewed	77%	71%	86%	96%
15	15	2	Similar	Similar	1%	84%	100%	100%
15	15	2	Similar	Skewed	2%	86%	75%	100%
15	15	2	Skewed	Similar	47%	86%	99%	82%
15	15	2	Skewed	Skewed	3%	86%	70%	70%
15	15	3	Similar	Similar	4%	85%	95%	95%
15	15	3	Similar	Skewed	9%	85%	66%	66%
15	15	3	Skewed	Similar	59%	85%	98%	98%
15	15	3	Skewed	Skewed	11%	79%	81%	81%
15	15	5	Similar	Similar	6%	85%	80%	56%
15	15	5	Similar	Skewed	38%	84%	65%	71%
15	15	5	Skewed	Similar	52%	84%	94%	76%
15	15	5	Skewed	Skewed	38%	79%	73%	80%
15	15	7	Similar	Similar	26%	85%	68%	57%
15	15	7	Similar	Skewed	82%	78%	76%	76%
15	15	7	Skewed	Similar	47%	83%	91%	91%
15	15	7	Skewed	Skewed	80%	68%	84%	83%
20	5	2	Similar	Similar	18%	58%	100%	88%
20	5	2	Similar	Skewed	0%	60%	100%	100%
20	5	2	Skewed	Similar	36%	58%	100%	93%
20	5	2	Skewed	Skewed	2%	80%	75%	75%
20	5	3	Similar	Similar	0%	100%	-	-

20	5	3	Similar	Skewed	2%	58%	87%	87%
20	5	3	Skewed	Similar	38%	57%	98%	94%
20	5	3	Skewed	Skewed	4%	58%	89%	100%
20	5	5	Similar	Similar	0%	100%	-	-
20	5	5	Similar	Skewed	13%	59%	70%	75%
20	5	5	Skewed	Similar	41%	55%	98%	87%
20	5	5	Skewed	Skewed	18%	58%	89%	90%
20	5	7	Similar	Similar	3%	60%	75%	75%
20	5	7	Similar	Skewed	38%	55%	84%	82%
20	5	7	Skewed	Similar	32%	56%	96%	86%
20	5	7	Skewed	Skewed	35%	57%	89%	89%
20	10	2	Similar	Similar	22%	79%	99%	78%
20	10	2	Similar	Skewed	0%	80%	100%	50%
20	10	2	Skewed	Similar	45%	79%	99%	85%
20	10	2	Skewed	Skewed	4%	79%	63%	84%
20	10	3	Similar	Similar	0%	100%	-	-
20	10	3	Similar	Skewed	1%	80%	50%	75%
20	10	3	Skewed	Similar	47%	77%	97%	84%
20	10	3	Skewed	Skewed	4%	79%	78%	72%
20	10	5	Similar	Similar	1%	80%	100%	66%
20	10	5	Similar	Skewed	18%	78%	62%	74%
20	10	5	Skewed	Similar	47%	77%	94%	77%
20	10	5	Skewed	Skewed	19%	79%	82%	81%
20	10	7	Similar	Similar	4%	79%	77%	63%
20	10	7	Similar	Skewed	44%	76%	70%	74%
20	10	7	Skewed	Similar	45%	76%	93%	76%
20	10	7	Skewed	Skewed	40%	76%	79%	90%
20	15	2	Similar	Similar	27%	85%	100%	85%

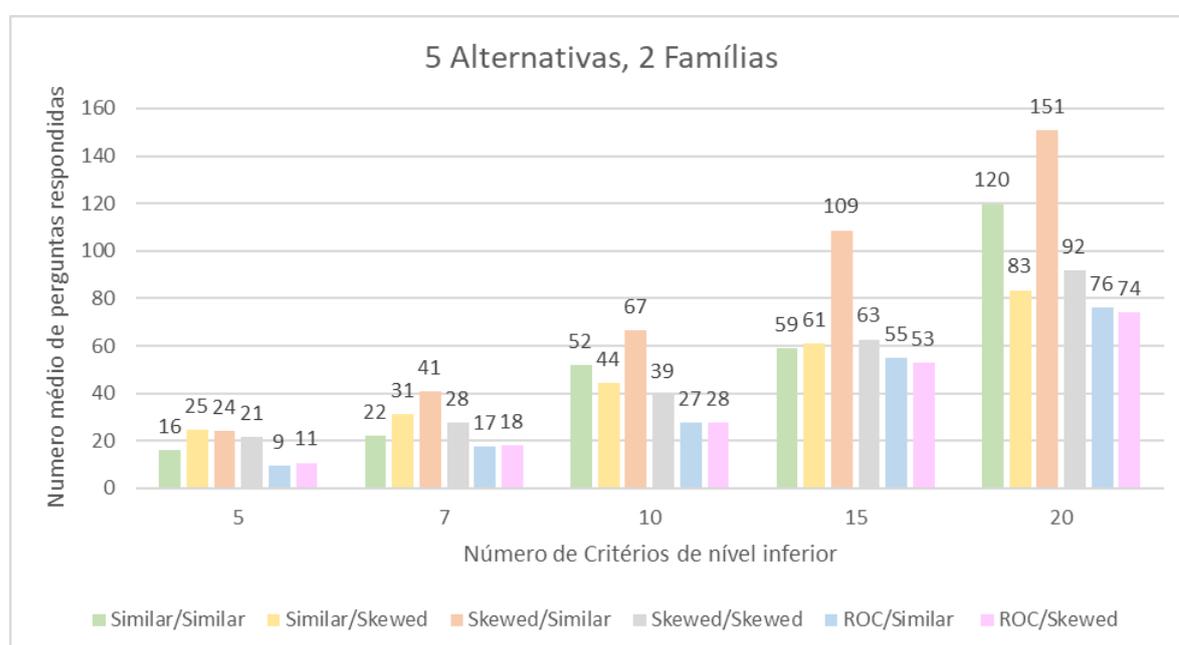
20	15	2	Similar	Skewed	0%	87%	100%	100%
20	15	2	Skewed	Similar	51%	85%	99%	83%
20	15	2	Skewed	Skewed	5%	87%	69%	80%
20	15	3	Similar	Similar	0%	100%	-	-
20	15	3	Similar	Skewed	1%	87%	60%	80%
20	15	3	Skewed	Similar	51%	85%	95%	85%
20	15	3	Skewed	Skewed	3%	86%	82%	94%
20	15	5	Similar	Similar	1%	82%	100%	100%
20	15	5	Similar	Skewed	17%	86%	73%	79%
20	15	5	Skewed	Similar	51%	84%	95%	81%
20	15	5	Skewed	Skewed	18%	78%	79%	82%
20	15	7	Similar	Similar	3%	85%	59%	70%
20	15	7	Similar	Skewed	49%	83%	64%	71%
20	15	7	Skewed	Similar	48%	84%	91%	79%
20	15	7	Skewed	Skewed	43%	84%	73%	81%

Fonte: A Autora (2022).

APÊNDICE C– INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DO NÚMERO DE CRITÉRIOS DO NÍVEL INFERIOR NA PROBLÉMÁTICA DE ORDENAÇÃO

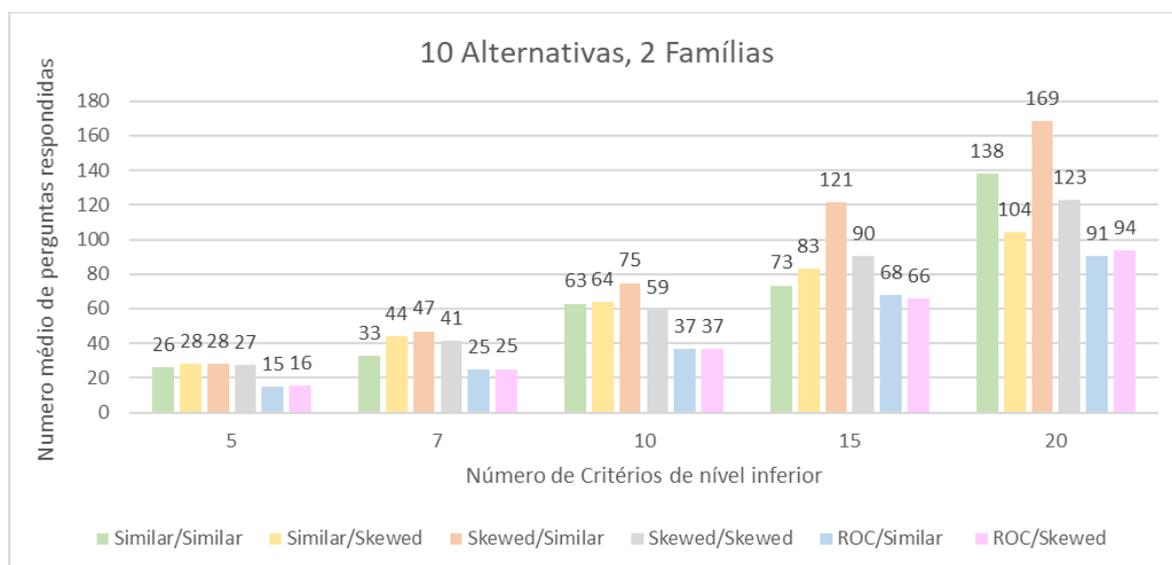
Este apêndice apresenta os resultados de cada cenário simulado analisando qual a influência que o aumento no número de critérios de nível inferior realiza no número de perguntas feitas ao decisor na problemática de ordenação.

Figura A1. 13- Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 2 famílias para problemática de ordenação



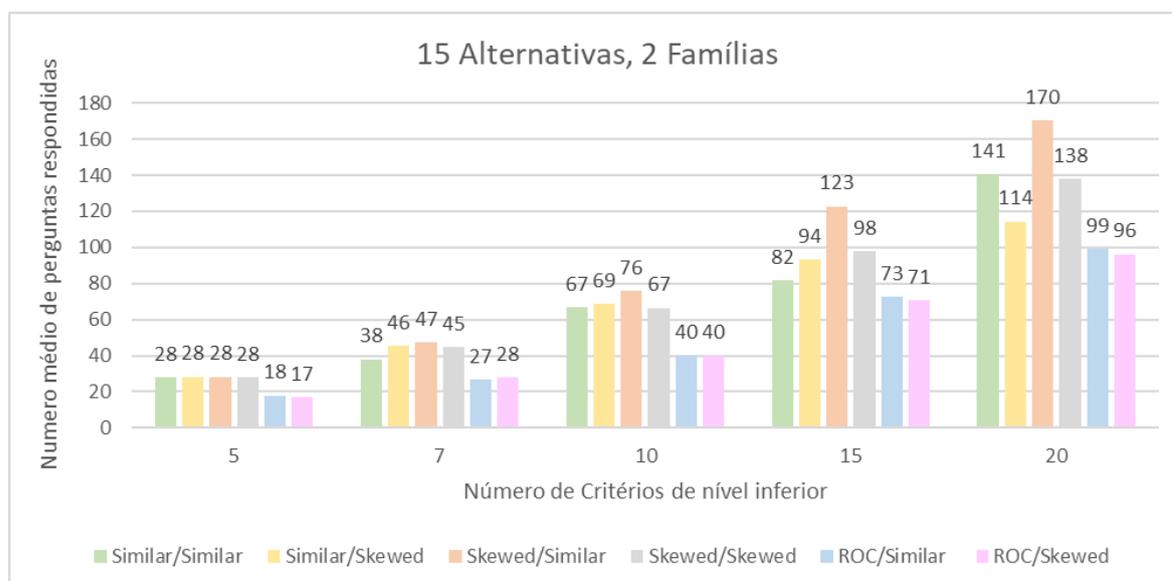
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 14 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 2 famílias para problemática de ordenação



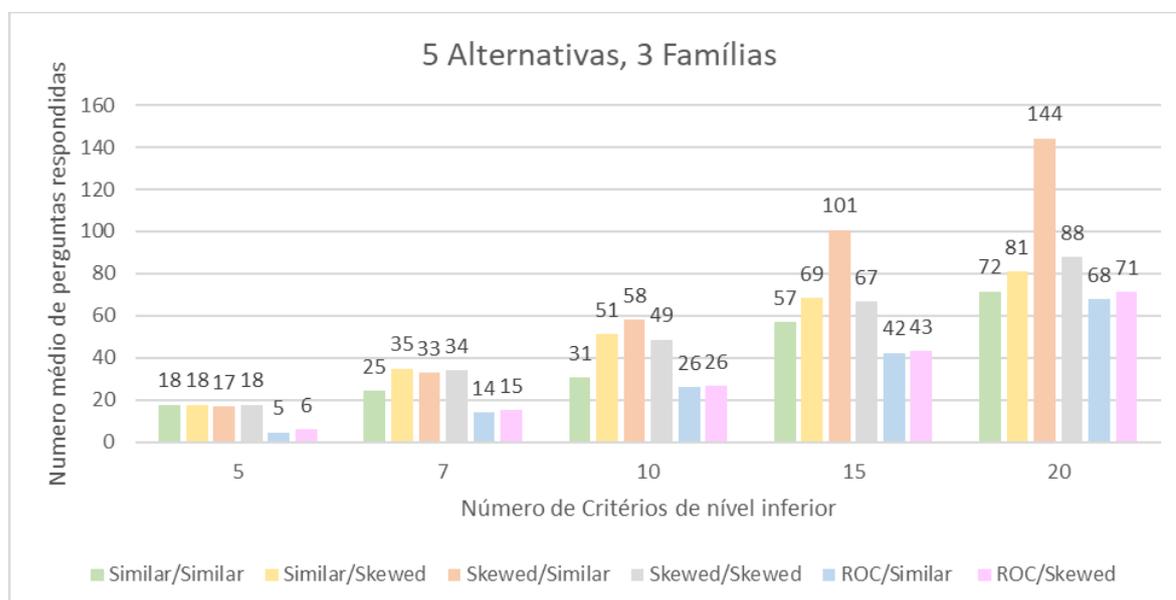
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 15 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 2 famílias para problemática de ordenação



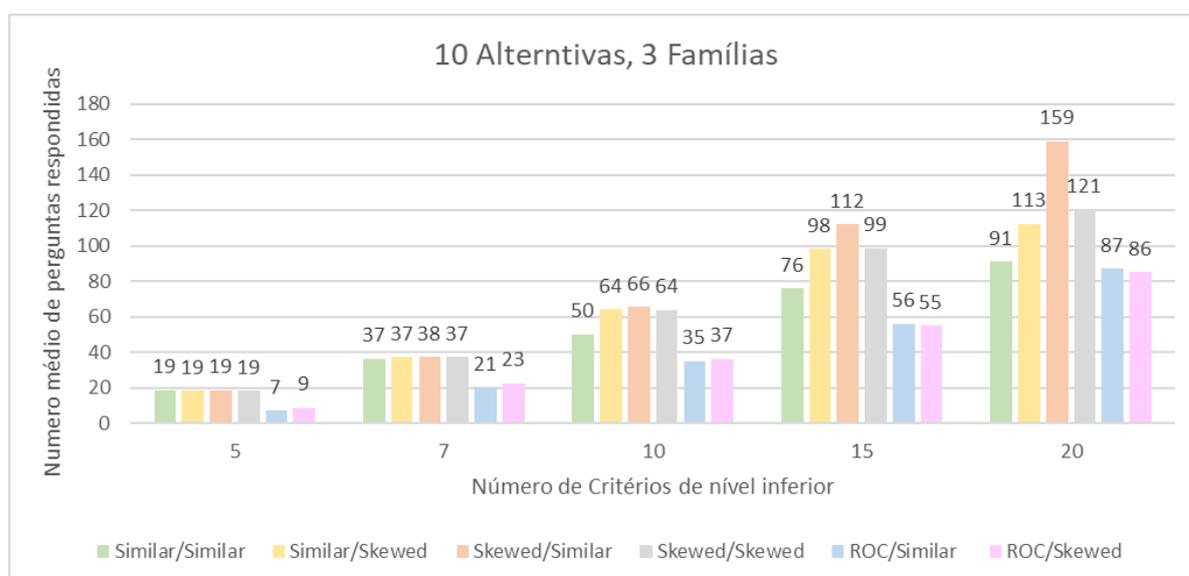
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 16- Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 3 famílias para problemática de ordenação



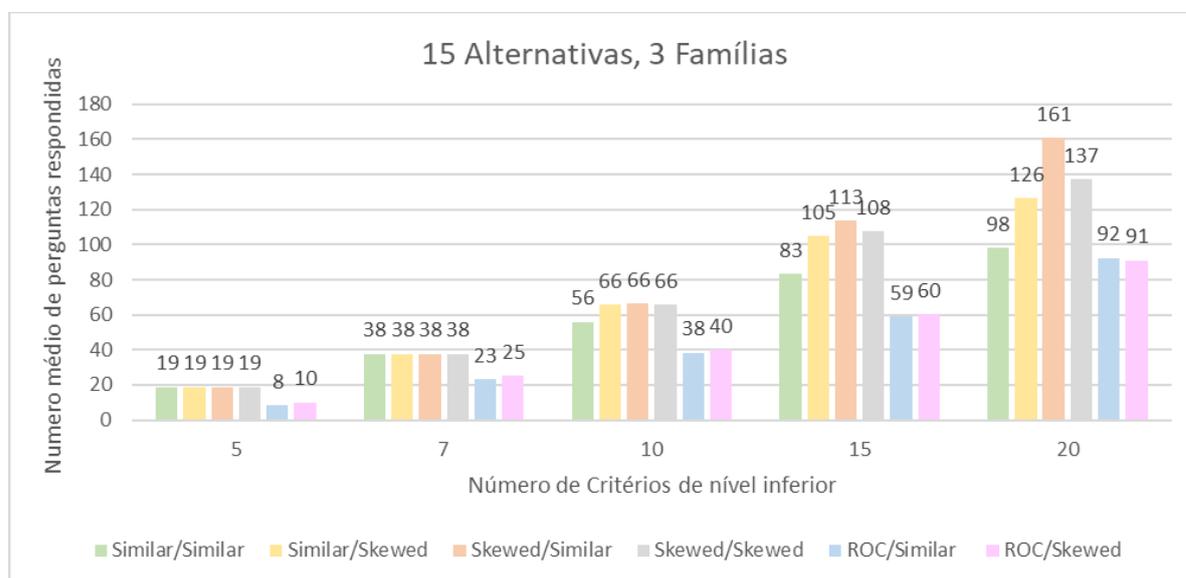
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 17 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 3 famílias para problemática de ordenação



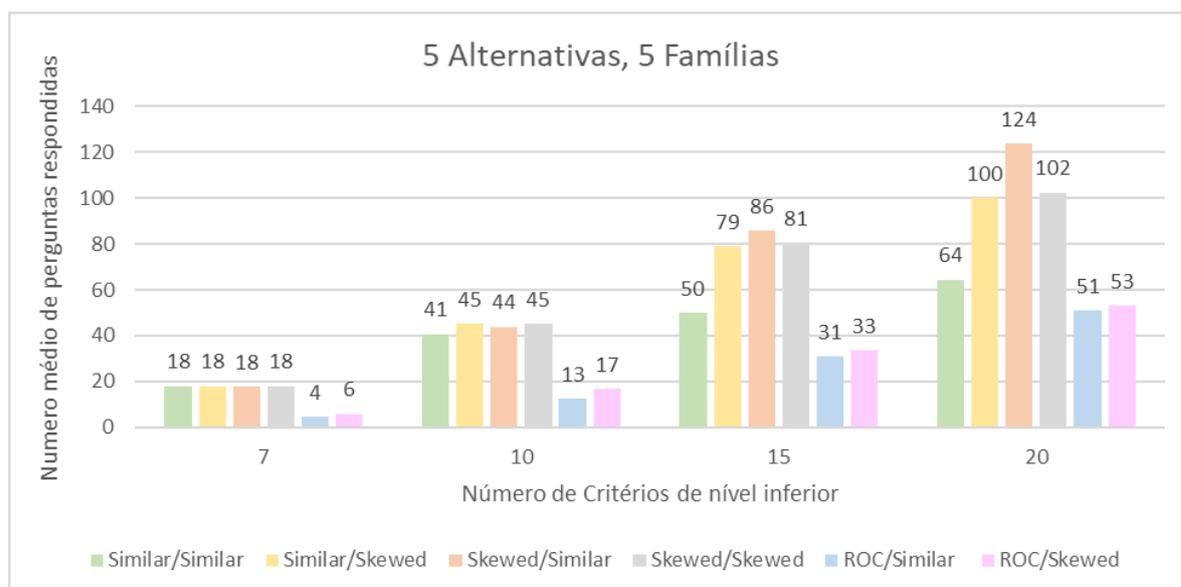
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 18 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 3 famílias para problemática de ordenação



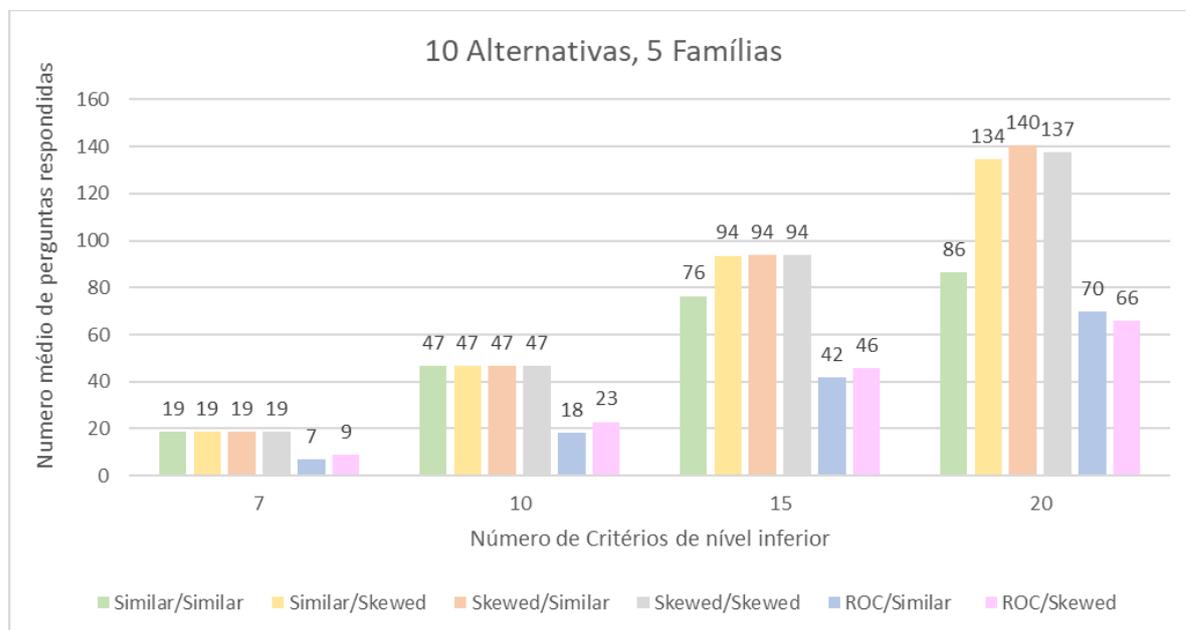
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 19- Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 5 famílias para problemática de ordenação



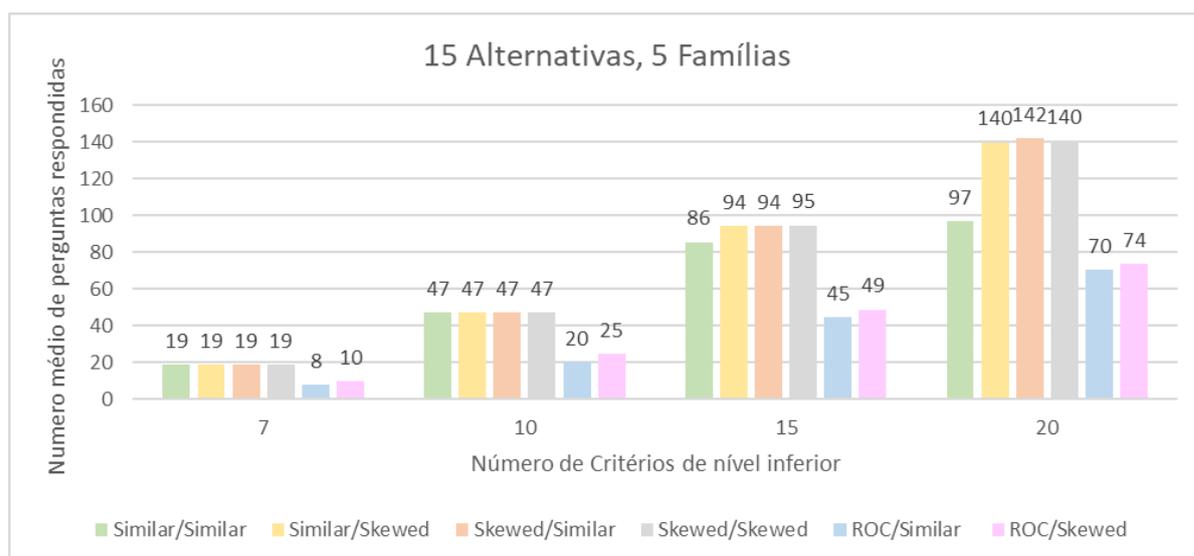
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 20 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 5 famílias para problemática de ordenação



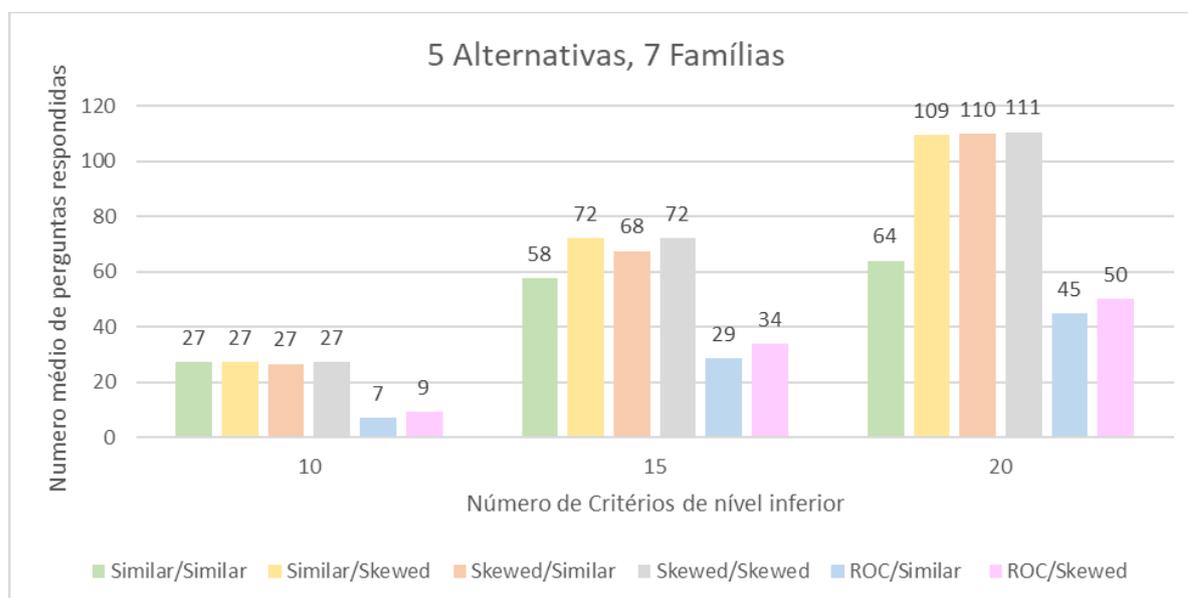
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 21 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 5 famílias para problemática de ordenação



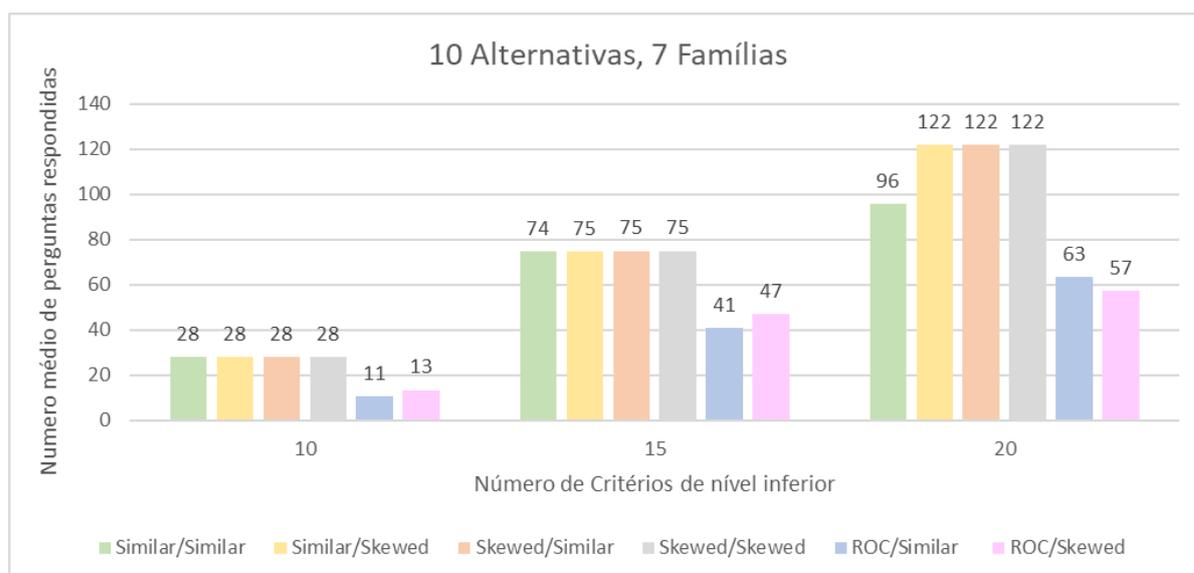
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 22- Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 5 Alternativas e 7 famílias para problemática de ordenação



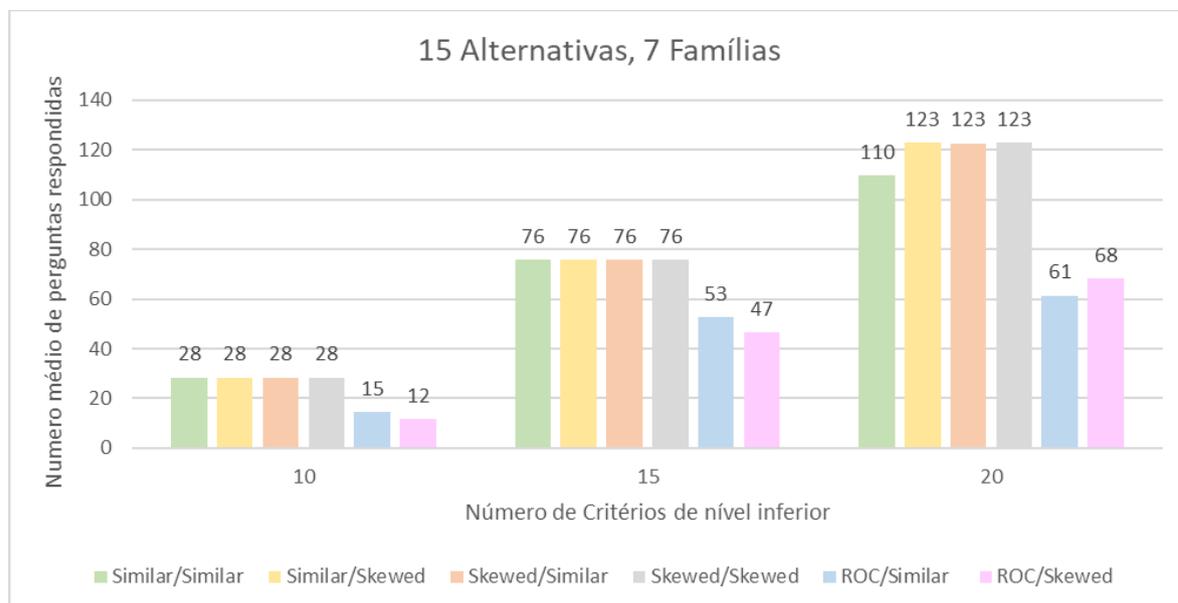
Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 23 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 10 Alternativas e 7 famílias para problemática de ordenação



Fonte: A Autora (2022).

Figura A1. 24 - Gráfico dos Resultados Encontrados para Problemas com 15 Alternativas e 7 famílias para problemática de ordenação



Fonte: A Autora (2022).

**APÊNDICE D – TABELA DE TODOS OS CENÁRIOS E PERCENTUAIS DOS
CASOS EM QUE AS COMPARAÇÕES ENTRE CRITÉRIOS FORAM
ESGOTADAS PARA PROBLEMÁTICA DE ORDENAÇÃO**

Este apêndice apresenta os resultados de cada cenário simulado analisando qual a influência que o aumento no número de critérios, alternativas e famílias no percentual médio de casos em que as comparações entre os critérios foram esgotadas para a problemática de ordenação.

Tabela B1. 2 – Resultados de todos os cenários para a problemática de ordenação

Nº de critérios	Nº de Alternativas	Nº de Familiais	Distribuição dos pesos dos critérios de nível superior	Distribuição dos pesos dos critérios de nível inferior	% de casos nos quais o número de comparações entre os critérios foi esgotado	% médio de alternativas ranqueadas
5	5	2	Similar	Similar	36%	75%
5	5	2	Similar	Skewed	86%	59%
5	5	2	Skewed	Similar	79%	64%
5	5	2	Skewed	Skewed	63%	68%
5	5	3	Similar	Similar	97%	45%
5	5	3	Similar	Skewed	98%	49%
5	5	3	Skewed	Similar	91%	59%
5	5	3	Skewed	Skewed	98%	48%
5	10	2	Similar	Similar	81%	76%
5	10	2	Similar	Skewed	100%	40%
5	10	2	Skewed	Similar	100%	47%
5	10	2	Skewed	Skewed	91%	57%
5	10	3	Similar	Similar	100%	20%
5	10	3	Similar	Skewed	100%	23%
5	10	3	Skewed	Similar	100%	36%
5	10	3	Skewed	Skewed	100%	23%
5	15	2	Similar	Similar	98%	69%
5	15	2	Similar	Skewed	100%	27%
5	15	2	Skewed	Similar	100%	31%
5	15	2	Skewed	Skewed	96%	45%
5	15	3	Similar	Similar	100%	11%
5	15	3	Similar	Skewed	100%	13%
5	15	3	Skewed	Similar	100%	22%
5	15	3	Skewed	Skewed	100%	13%
7	5	2	Similar	Similar	11%	77%
7	5	2	Similar	Skewed	47%	68%
7	5	2	Skewed	Similar	82%	63%

7	5	2	Skewed	Skewed	27%	72%
7	5	3	Similar	Similar	47%	74%
7	5	3	Similar	Skewed	94%	51%
7	5	3	Skewed	Similar	85%	61%
7	5	3	Skewed	Skewed	88%	58%
7	5	5	Similar	Similar	100%	33%
7	5	5	Similar	Skewed	99%	38%
7	5	5	Skewed	Similar	97%	47%
7	5	5	Skewed	Skewed	99%	39%
7	10	2	Similar	Similar	26%	77%
7	10	2	Similar	Skewed	84%	63%
7	10	2	Skewed	Similar	100%	46%
7	10	2	Skewed	Skewed	63%	70%
7	10	3	Similar	Similar	93%	71%
7	10	3	Similar	Skewed	100%	27%
7	10	3	Skewed	Similar	100%	42%
7	10	3	Skewed	Skewed	99%	35%
7	10	5	Similar	Similar	100%	13%
7	10	5	Similar	Skewed	100%	16%
7	10	5	Skewed	Similar	100%	23%
7	10	5	Skewed	Skewed	100%	16%
7	15	2	Similar	Similar	41%	76%
7	15	2	Similar	Skewed	90%	55%
7	15	2	Skewed	Similar	100%	30%
7	15	2	Skewed	Skewed	79%	66%
7	15	3	Similar	Similar	100%	61%
7	15	3	Similar	Skewed	100%	16%
7	15	3	Skewed	Similar	100%	28%
7	15	3	Skewed	Skewed	100%	22%
7	15	5	Similar	Similar	100%	8%
7	15	5	Similar	Skewed	100%	9%
7	15	5	Skewed	Similar	100%	14%
7	15	5	Skewed	Skewed	100%	10%
10	5	2	Similar	Similar	46%	60%
10	5	2	Similar	Skewed	28%	71%
10	5	2	Skewed	Similar	84%	60%
10	5	2	Skewed	Skewed	21%	74%
10	5	3	Similar	Similar	8%	74%
10	5	3	Similar	Skewed	63%	66%
10	5	3	Skewed	Similar	84%	62%
10	5	3	Skewed	Skewed	55%	68%
10	5	5	Similar	Similar	85%	57%
10	5	5	Similar	Skewed	100%	38%
10	5	5	Skewed	Similar	94%	55%
10	5	5	Skewed	Skewed	100%	37%

10	5	7	Similar	Similar	100%	29%
10	5	7	Similar	Skewed	100%	33%
10	5	7	Skewed	Similar	97%	47%
10	5	7	Skewed	Skewed	100%	33%
10	10	2	Similar	Similar	59%	47%
10	10	2	Similar	Skewed	60%	72%
10	10	2	Skewed	Similar	100%	41%
10	10	2	Skewed	Skewed	49%	79%
10	10	3	Similar	Similar	37%	77%
10	10	3	Similar	Skewed	94%	57%
10	10	3	Skewed	Similar	100%	43%
10	10	3	Skewed	Skewed	92%	60%
10	10	5	Similar	Similar	100%	41%
10	10	5	Similar	Skewed	100%	16%
10	10	5	Skewed	Similar	100%	30%
10	10	5	Skewed	Skewed	100%	15%
10	10	7	Similar	Similar	100%	12%
10	10	7	Similar	Skewed	100%	14%
10	10	7	Skewed	Similar	100%	23%
10	10	7	Skewed	Skewed	100%	14%
10	15	2	Similar	Similar	64%	36%
10	15	2	Similar	Skewed	72%	65%
10	15	2	Skewed	Similar	100%	25%
10	15	2	Skewed	Skewed	65%	74%
10	15	3	Similar	Similar	48%	73%
10	15	3	Similar	Skewed	99%	48%
10	15	3	Skewed	Similar	100%	29%
10	15	3	Skewed	Skewed	97%	51%
10	15	5	Similar	Similar	100%	32%
10	15	5	Similar	Skewed	100%	10%
10	15	5	Skewed	Similar	100%	19%
10	15	5	Skewed	Skewed	100%	9%
10	15	7	Similar	Similar	100%	7%
10	15	7	Similar	Skewed	100%	8%
10	15	7	Skewed	Similar	100%	14%
10	15	7	Skewed	Skewed	100%	8%
15	5	2	Similar	Similar	0,2%	80%
15	5	2	Similar	Skewed	6%	76%
15	5	2	Skewed	Similar	82%	61%
15	5	2	Skewed	Skewed	9%	77%
15	5	3	Similar	Similar	11%	62%
15	5	3	Similar	Skewed	26%	73%
15	5	3	Skewed	Similar	86%	58%
15	5	3	Skewed	Skewed	26%	74%
15	5	5	Similar	Similar	16%	73%

15	5	5	Similar	Skewed	74%	65%
15	5	5	Skewed	Similar	91%	57%
15	5	5	Skewed	Skewed	79%	66%
15	5	7	Similar	Similar	65%	72%
15	5	7	Similar	Skewed	99%	40%
15	5	7	Skewed	Similar	87%	62%
15	5	7	Skewed	Skewed	99%	42%
15	10	2	Similar	Similar	1%	66%
15	10	2	Similar	Skewed	16%	75%
15	10	2	Skewed	Similar	100%	42%
15	10	2	Skewed	Skewed	27%	80%
15	10	3	Similar	Similar	17%	56%
15	10	3	Similar	Skewed	61%	74%
15	10	3	Skewed	Similar	100%	39%
15	10	3	Skewed	Skewed	64%	73%
15	10	5	Similar	Similar	47%	75%
15	10	5	Similar	Skewed	99%	50%
15	10	5	Skewed	Similar	100%	39%
15	10	5	Skewed	Skewed	100%	47%
15	10	7	Similar	Similar	98%	62%
15	10	7	Similar	Skewed	100%	17%
15	10	7	Skewed	Similar	100%	40%
15	10	7	Skewed	Skewed	100%	18%
15	15	2	Similar	Similar	1%	65%
15	15	2	Similar	Skewed	26%	72%
15	15	2	Skewed	Similar	100%	28%
15	15	2	Skewed	Skewed	35%	74%
15	15	3	Similar	Similar	22%	56%
15	15	3	Similar	Skewed	72%	67%
15	15	3	Skewed	Similar	100%	24%
15	15	3	Skewed	Skewed	82%	65%
15	15	5	Similar	Similar	66%	70%
15	15	5	Similar	Skewed	100%	36%
15	15	5	Skewed	Similar	100%	25%
15	15	5	Skewed	Skewed	100%	36%
15	15	7	Similar	Similar	100%	48%
15	15	7	Similar	Skewed	100%	10%
15	15	7	Skewed	Similar	100%	26%
15	15	7	Skewed	Skewed	100%	11%
20	5	2	Similar	Similar	42%	60%
20	5	2	Similar	Skewed	2%	76%
20	5	2	Skewed	Similar	83%	60%
20	5	2	Skewed	Skewed	16%	75%
20	5	3	Similar	Similar	0%	100%
20	5	3	Similar	Skewed	4%	72%

20	5	3	Skewed	Similar	85%	58%
20	5	3	Skewed	Skewed	11%	74%
20	5	5	Similar	Similar	1%	73%
20	5	5	Similar	Skewed	45%	73%
20	5	5	Skewed	Similar	82%	59%
20	5	5	Skewed	Skewed	48%	72%
20	5	7	Similar	Similar	14%	72%
20	5	7	Similar	Skewed	86%	59%
20	5	7	Skewed	Similar	87%	59%
20	5	7	Skewed	Skewed	86%	63%
20	10	2	Similar	Similar	51%	40%
20	10	2	Similar	Skewed	3%	75%
20	10	2	Skewed	Similar	100%	40%
20	10	2	Skewed	Skewed	30%	78%
20	10	3	Similar	Similar	0%	100%
20	10	3	Similar	Skewed	16%	72%
20	10	3	Skewed	Similar	100%	41%
20	10	3	Skewed	Skewed	26%	76%
20	10	5	Similar	Similar	3%	68%
20	10	5	Similar	Skewed	85%	67%
20	10	5	Skewed	Similar	100%	41%
20	10	5	Skewed	Skewed	92%	67%
20	10	7	Similar	Similar	37%	73%
20	10	7	Similar	Skewed	100%	41%
20	10	7	Skewed	Similar	100%	44%
20	10	7	Skewed	Skewed	100%	46%
20	15	2	Similar	Similar	46%	25%
20	15	2	Similar	Skewed	6%	71%
20	15	2	Skewed	Similar	100%	26%
20	15	2	Skewed	Skewed	47%	73%
20	15	3	Similar	Similar	0,2%	73%
20	15	3	Similar	Skewed	28%	70%
20	15	3	Skewed	Similar	100%	25%
20	15	3	Skewed	Skewed	44%	72%
20	15	5	Similar	Similar	9%	68%
20	15	5	Similar	Skewed	94%	58%
20	15	5	Skewed	Similar	100%	27%
20	15	5	Skewed	Skewed	96%	56%
20	15	7	Similar	Similar	62%	67%
20	15	7	Similar	Skewed	100%	28%
20	15	7	Skewed	Similar	100%	31%
20	15	7	Skewed	Skewed	100%	30%

Fonte: A Autora (2022).