



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

LAURA AUGUSTA VASCONCELOS DE ALBUQUERQUE

**ESCOAMENTOS SOBRE CORPOS IMERSOS DE GEOMETRIAS CONHECIDAS  
UTILIZANDO O MÉTODO PSEUDOESPECTRAL DE FOURIER**

**Orientadora:** Profa. Dra. Mariana Fernandes dos Santos Vilella

Caruaru

2022

LAURA AUGUSTA VASCONCELOS DE ALBUQUERQUE

**ESCOAMENTOS SOBRE CORPOS IMERSOS DE GEOMETRIAS CONHECIDAS  
UTILIZANDO O MÉTODO PSEUDOESPECTRAL DE FOURIER**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Civil do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo científico, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil. Defesa realizada por videoconferência.

**Área de concentração:** Mecânica dos fluidos

**Orientadora:** Profa. Dra. Mariana Fernandes dos Santos Vilella

Caruaru

2022

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho de conclusão de curso representa o fim de um ciclo de muitos anos, que, em sua grande maioria, foram de muito esforço, superação e aprendizagem. Aproveito este espaço para dedicar meus agradecimentos a todos que colaboraram direta ou indiretamente.

Agradeço à minha família pelo apoio nesta caminhada de Graduação em Engenharia Civil. Obrigado pelo suporte incondicional e incentivo.

Não poderia deixar de citar minha orientadora, Profa. Dra. Mariana Fernandes dos Santos Villela, que, muito antes do início da realização deste trabalho, me apresentou conhecimentos novos e indispensáveis para o desenvolvimento da ideia e metodologia central, além de, em toda e qualquer necessidade de orientação, se mostrar disponível, sempre auxiliando com paciência, gentileza e generosidade. A pesquisa de iniciação científica, por ela também orientada, proporcionou ensinamentos metodológicos que me possibilitaram aprendizado científico e crescimento acadêmico.

Ao professor Dr. Felipe Pamplona Mariano pelas valiosas contribuições desde o início da minha jornada na pesquisa. Agradeço pelas correções, sugestões e conhecimentos compartilhados na grandiosa área da dinâmica dos fluidos. A realização das análises aqui relatadas muito se deve à infraestrutura do laboratório de informática da Universidade Federal de Goiás, a qual tive acesso por meio do professor Felipe. Estendo os agradecimentos aos integrantes de seus grupos de pesquisa, colegas de trabalho com quem tenho tido o prazer de aprender e desenvolver aptidões em CFD.

Ao corpo docente do curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, fundamental para minha formação acadêmica e pessoal. A competência de todos os professores, que muito se empenham para a formação de engenheiros idôneos, é admirável. Saliento meu agradecimento ao professor Dr. Elder Alpes de Vasconcelos, por ter apresentado à turma de física experimental o quão gratificante, apesar de desafiadora, uma pesquisa científica pode ser, estimulando a mim e a muitos outros alunos o ingresso no meio científico.

Aos amigos da UFPE que acompanharam minha caminhada durante o curso, na convivência do cotidiano acadêmico. Agradeço pelos incentivos e trocas de conhecimento que muito me enriqueceram durante a formação. Fico com a certeza de que levarei a amizade de vocês no decorrer da vida.

Aos professores participantes da banca que aceitaram o convite com prontidão. Meus sinceros agradecimentos ao Prof. Dr. Gustavo Bono e ao Prof. Dr. Alessandro Romário

Echevarria Antunes pela disponibilidade e pelas grandes contribuições para o enriquecimento deste trabalho

À UFG, FUNAPE e FURNAS pela Bolsa de Iniciação Científica que se configurou em ajuda primordial durante a formação acadêmica e realização deste trabalho.

## Escoamentos sobre corpos imersos de geometrias conhecidas utilizando o método pseudoespectral de Fourier

### Flows over immersed bodies of known geometries using Fourier's pseudospectral method

Laura Augusta Vasconcelos de Albuquerque<sup>1</sup>

---

#### RESUMO

Os métodos numéricos são considerados poderosos recursos na resolução de problemas de interesse na área da engenharia, uma vez que conseguem lidar com comportamentos não lineares e geometrias complexas, além de trabalharem com diferentes equações simultaneamente. Na dinâmica dos fluidos computacional (do inglês, *Computational Fluids Dynamics*, CFD), estes métodos são meios centrais de solução. O presente trabalho propõe a extensão de uma metodologia computacional conhecida como IMERSPEC, para a realização de simulações numéricas de escoamentos sobre corpos imersos de geometrias conhecidas. Esta metodologia começou a ser desenvolvida com os trabalhos de Mariano (2007), Moreira (2007) e Mariano (2011), e é baseada no acoplamento do método pseudoespectral de Fourier (MPEF) e método da fronteira imersa (MFI), que apresentam como característica altas taxas de convergência numérica e alta acurácia, associadas a um baixo custo computacional. A busca por métodos com estas propriedades é de grande interesse para estudiosos de CFD, já que, por definição, as equações governantes dos fenômenos da mecânica dos fluidos, como as equações de Navier-Stokes, são notadamente não lineares, de grande complexidade e acopladas, não existindo solução analítica geral. Com a validação da IMERSPEC à problemas de interação fluido-estrutura (IF), será possível, inclusive, simular numericamente problemas específicos envolvendo pás de turbinas eólicas, contribuindo para a expansão desta fonte energética. Os resultados obtidos pelo presente estudo, para os perfis aerodinâmicos NACA 0002 e NACA 0008, indicam grande capacidade do algoritmo e dos modelos físicos empregados para simulação numérica de escoamentos complexos de baixos números de Reynolds.

**Palavras-chave:** dinâmica dos fluidos computacional; escoamento sobre aerofólios; método pseudoespectral de Fourier; método da fronteira imersa.

---

<sup>1</sup> Graduanda em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Pernambuco. E-mail: laura.vasconcelos@ufpe.br

---

**ABSTRACT**

Numerical methods are considered powerful resources in solving different kinds of engineering problems, since they can deal with non-linear behavior and complex geometries, in addition to working with different equations simultaneously. In computational fluid dynamics (CFD), these methods are applied to a wide range of research and engineering problems. The present work proposes the extension of a computational methodology known as IMERSPEC, to perform numerical simulations of flows over immersed bodies of known geometries. This methodology began to be developed with the work of (MARIANO, 2007; MOREIRA, 2007; MARIANO, 2011) and is based on the coupling of the Fourier Pseudo-Spectral Methodology and the Immersed Boundary Method, which feature as characteristic high rates of numerical convergence and high accuracy, associated with a low computational cost. The search for methods with these properties is of great interest to CFD scholars, since by definition the governing equations of fluid mechanics phenomena, such as the Navier-Stokes equations, are notably nonlinear, of great complexity, and coupled not existing general analytical solution. With the validation of the IMERSPEC technique to fluid-structure interaction (FSI) problems, it will even be possible to numerically simulate specific problems involving wind turbine blades, contributing to the expansion of this important energy source. The results obtained by the present study, for the aerodynamic profiles NACA 0002 and NACA 0008, indicate great capacity of the algorithm and of the physical models used for numerical simulation of complex flows with low Reynolds numbers.

**Keywords:** computational fluid dynamics; flow over airfoils; Fourier pseudo-spectral methodology; immersed boundary method.

---

**DATA DE APROVAÇÃO:** 14 de fevereiro de 2022.

---

**1 INTRODUÇÃO**

Segundo Fortuna (2012), várias são as maneiras de se compreender a dinâmica dos fluidos. Existem os métodos experimentais, em que se utilizam instrumentos de medidas e técnicas avançadas de visualização; os métodos analíticos, nos quais são utilizadas simplificações pertinentes às equações governantes; e os métodos numéricos, os quais possibilitam simular a dinâmica de escoamentos através de metodologias computacionais, de tal forma que se possa

representar um fenômeno físico o mais próximo possível da realidade.

De acordo com a *Engineering Simulation and Scientific Software* — ESSS (2017), a qualidade dos resultados obtidos quando se utiliza a abordagem experimental é, geralmente, alta, uma vez que são utilizados protótipos que representam fielmente as características físicas e construtivas do projeto, nas determinadas condições de operação, além de, tipicamente, serem utilizados dispositivos e sistemas para aferição de dados, o que leva a uma compreensão detalhada de fenômenos de interesse. No entanto, ainda de acordo com a equipe, esta metodologia de análise requer alto investimento e prazos extensos, tanto pela necessidade construção do protótipo, como pela exigência de infraestrutura necessária à realização dos ensaios.

Conforme a ESSS (2017), os métodos analíticos representam uma metodologia simples, normalmente de baixo custo e complexidade, que proporcionam respostas rápidas e diretas após a resolução de equações. Contudo, metodologias analíticas apresentam aspectos que limitam a sua aplicabilidade para casos práticos, o que pode fazer com que os resultados obtidos apresentem desvio significativo em relação à situação real, não proporcionando um entendimento detalhado das características da situação em estudo (ESSS, 2017).

Fortuna (2012) considera que as metodologias computacionais apresentam diversos benefícios, como a não restrição à linearidade, a possibilidade de se modelar as mais diversas geometrias e a não limitação quanto a evolução temporal do processo. O autor também destaca o fato de que estes métodos não exigem equipamentos experimentais específicos para realização de simulações, conseguindo, assim, simular os escoamentos de forma rápida e barata. Para a ESSS (2017), trata-se de uma abordagem que equilibra as vantagens das demais: apesar de requerer investimentos razoavelmente superiores à metodologia analítica, o custo é, de maneira geral, inferior a uma análise experimental; por sua vez, ainda que considere hipóteses simplificadoras em relação à realidade, através das simulações numéricas é possível obter uma representação muito próxima ao comportamento de um protótipo físico. Outra vantagem, comentada pela ESSS (2017), diz respeito à facilidade de parametrização dos modelos numéricos, possibilitando não só a melhor compreensão de como cada variável influencia nos resultados, como também a avaliação de diferentes condições de análise.

A comunidade científica, nas últimas décadas, se empenha no desenvolvimento de ferramentas para a abordagem de dois quesitos importantes na dinâmica dos fluidos computacional: aplicabilidade de condições de contorno em geometrias complexas e a busca pela mais elevada acurácia nos resultados numéricos (KINOSHITA, 2015). Como relatado por Kinoshita (2015), a acurácia está relacionada à magnitude do erro, ou seja, o quanto a solução

numérica difere da solução exata em um único nível de refinamento. De maneira geral, quanto mais refinada a malha, mais acurada é a solução. A busca por métodos acurados para a solução de fenômenos físicos utilizando as equações de Navier-Stokes, continuidade e a equação da energia é a base da CFD.

Para resolver numericamente essas expressões, os métodos de alta ordem fornecem excelente acurácia. Dentre estes, os métodos espectrais têm atraído muita atenção nos últimos anos, devido à sua alta precisão nas simulações numéricas, de acordo com Mariano (2007). O autor relata que estes métodos se mostraram altamente precisos nas simulações diretas da turbulência homogênea, na modelagem global do clima, na dinâmica dos oceanos, na transferência de calor, na dinâmica dos fluidos e na aerodinâmica.

Para o cálculo de uma derivada utilizando os métodos espectrais são necessários todos os outros pontos do domínio, enquanto que nos métodos tradicionais de baixa ordem, como método das diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos são utilizados apenas os nós vizinhos da posição em que se deseja obter a derivada (KINOSHITA, 2015). Por utilizar todos os pontos da discretização do domínio, obtém-se o máximo de informação possível para a realização dos cálculos.

Os métodos espectrais proporcionam mais de 10 dígitos de acurácia. Já os métodos clássicos, método das diferenças finitas ou método dos elementos finitos, alcançam dois ou três dígitos, podendo chegar a ordens superiores aumentando o tamanho do estêncil (KINOSHITA, 2015). A alta precisão mostrada pela metodologia permite obter soluções satisfatórias na engenharia usando poucos pontos na malha. Esta alta precisão é conseguida, de acordo com Mariano (2007), sempre que o domínio for suficientemente simples e suave (domínios retangulares ou circulares). Ou seja, para resolver com alta precisão uma equação diferencial parcial sobre um domínio simples e regular, os Métodos Espectrais são normalmente as melhores ferramentas numéricas.

Buscando aliar a alta precisão requerida nas modelagens com baixo custo computacional, diferentes autores mostraram as vantagens do método conhecido com Pseudoespectral de Fourier (MPEF), procedimento que apresenta taxa de convergência extremamente elevada (espectral), extrema precisão (erro de máquina) e elevada eficiência computacional (ausência de sistemas lineares a serem resolvidos).

Apesar de suas vantajosas características, o MPEF está restrito a problemas periódicos. Para contornar esta restrição, Mariano (2007) acoplou o método Pseudoespectral de Fourier ao método da fronteira imersa (MFI), uma metodologia caracterizada por permitir modelar e resolver problemas de qualquer complexidade, mobilidade e deformabilidade geométricas,

utilizando-se de malhas cartesianas. A fusão entre estes métodos elimina a grande desvantagem do MPEF (necessidade de periodicidade) e possibilita a aplicação também a geometrias complexas ou móveis, como, por exemplo, os aerofólios. A metodologia desenvolvida pelo autor, no Laboratório de Mecânica dos Fluidos Computacional da Universidade Federal de Uberlândia (MFLab), ficou conhecida como IMERSPEC e foi validada para resolver problemas bidimensionais de escoamentos com propriedades físicas constantes, incompressíveis e isotérmicos.

Moreira (2007) estendeu a metodologia para modelos tridimensionais e aplicou à problemas de escoamentos de jatos em desenvolvimento espacial turbulento. Kinoshita (2015) ampliou a aplicação da metodologia IMERSPEC em problemas bidimensionais com efeitos térmicos, propondo novas formulações para a imposição de condições de contorno de primeira espécie (Dirichlet), segunda espécie (Neumann) e terceira espécie (Robin). Villela (2015) estendeu a metodologia IMERSPEC para a simulação numérica de escoamentos bifásicos dispersos, incompressíveis, isotérmicos, com variações de propriedades físicas e com a presença de uma interface fina, móvel e deformável. Faria (2018) aplicou a metodologia na análise de escoamentos sobre turbinas eólicas de eixo vertical, mostrando a viabilidade e limitações da metodologia IMERSPEC nas simulações sobre corpos esbeltos e em movimento.

Diante disso, o presente projeto apresenta como objetivo geral a validação da aplicabilidade da metodologia IMERSPEC à problemas de escoamentos sobre corpos imersos de geometrias conhecidas. Para isso, os perfis aerodinâmicos NACA 0002 e NACA 0008 foram simulados para  $Re$  igual a 2000, determinando o coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque e verificando a convergência entre os resultados obtidos e aqueles disponíveis na literatura. Especificamente, teve-se como objetivo a análise da influência dos parâmetros de simulação do método numérico, a partir do refinamento de malha do domínio lagrangiano e mudanças no número de iterações numéricas do Multi-Direct Forcing.

Cabe destacar que o presente projeto final de curso complementa os estudos realizados na iniciação científica, parte do Projeto de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico diretamente relacionado à Energia Eólica no âmbito de FURNAS, fundamentais para o desenvolvimento dos resultados aqui apresentados.

O comportamento do fluxo em torno de perfis aerodinâmicos é a base para o projeto e análise do escoamento em máquinas fluidomecânicas, ou tubomáquinas, como as turbinas eólicas. Devido à complexidade do fluxo em torno de uma pá de turbina, o qual é caracterizado por ser tridimensional e transiente, o estudo da aerodinâmica do rotor eólico passa, antes de tudo, pelo estudo do escoamento bidimensional em torno do aerofólio (perfil aerodinâmico) que compõem

uma seção da pá (SILVA, 2005). A fim de desenvolver novas metodologias que auxiliem a expandir a energia eólica, o assunto tem sido continuamente pesquisado, destacando a relevância deste estudo.

---

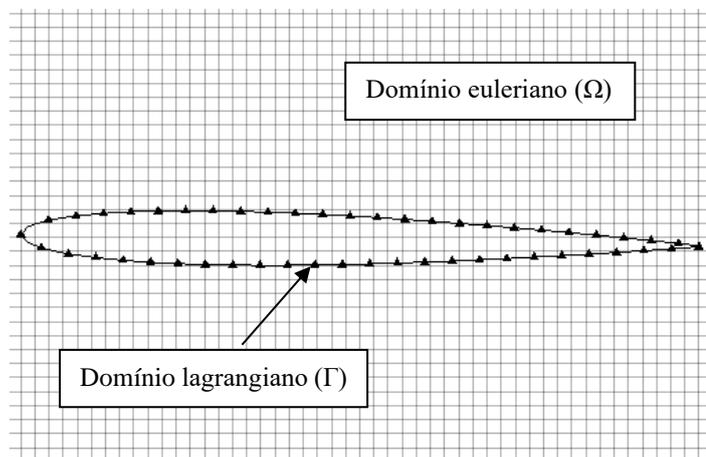
## 2 METODOLOGIA

No presente trabalho é utilizada a metodologia IMERSPEC (escrita em linguagem de programação FORTRAN 90), resultante da fusão do Método Pseudoespectral de Fourier (MPEF) e Método da Fronteira Imersa (MFI), conforme proposto por Mariano (2007, 2011). Para que tal combinação fosse possível, foi necessária a resolução das equações de Navier-Stokes com a imposição de um termo fonte, oriundo do MFI, de maneira a se criar um campo de força para a simulação do corpo imerso no fluido.

### 2.1 Método da fronteira imersa

O Método da Fronteira Imersa trabalha simultaneamente com dois domínios de cálculo, distintos e independentes entre si: o domínio euleriano ( $\Omega$ ), cartesiano e fixo, no qual são resolvidas as equações para o fluido, e o lagrangiano ( $\Gamma$ ), que descreve a geometria da interface sólida, representando a fronteira entre o fluido e o corpo imerso (NASCIMENTO, 2016). Observa-se na Figura 1 a representação do aerofólio NACA 0008, considerando as duas malhas do MFI.

**Figura 1** – Esboço dos domínios de cálculo utilizados na metodologia da Fronteira Imersa: malha euleriana (linhas contínuas) e malha lagrangiana (pontos triangulares)



Fonte: Autoria Própria (2022)

As equações do fluido são resolvidas para todo o domínio euleriano, inclusive para a sua porção delimitada pelo domínio lagrangiano. O procedimento, demonstrado matematicamente no trabalho de Mariano (2007), consiste em adicionar um termo fonte de força às equações de Navier-Stokes, com o objetivo de simular a presença do corpo em pontos específicos do domínio, de forma a fazer com que o fluido perceba a existência da geometria imersa e trace um percurso coerente com o que seria esperado em um experimento físico.

Devido a condição de não-deslizamento da teoria da camada limite, a velocidade das partículas de fluido deve ser igual à velocidade da fronteira. Entretanto, a discretização espacial da metodologia MFI, assim como a aplicação das funções de distribuição e interpolação, é fonte de erro e não garante a acurácia dessa condição.

Os estudos de Wang, Fan e Luo (2008) propõem a melhoria deste cálculo através de um método iterativo aplicado ao campo de velocidade euleriano corrigido, conhecido como Multi-Direct Forcing (MDF), cuja interpretação aqui adotada foi descrita no trabalho de Mariano (2011).

### 2.1.1 Domínio Euleriano

No domínio Euleriano é onde se calcula as equações que representam o fluido, as quais são descritas por um conjunto de equações diferenciais parciais de segunda ordem e não lineares, denominadas equações de Navier-Stokes (SILVEIRA e MARIANI, 2005). Em sua forma tensorial, para um fluido Newtoniano e escoamento incompressível, as equações de Navier Stokes podem ser descritas conforme as Equação 1, que traduz matematicamente o princípio físico da conservação de momento (segunda lei de Newton), e Equação 2 que traduz matematicamente o princípio físico da conservação de massa.

$$\frac{\partial u_l}{\partial t} + \frac{\partial(u_l u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_l} + \nu \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_j} + f_l \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

Em que  $-\frac{\partial p}{\partial x_l} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x_l}$ , sendo  $p^*$  a pressão estática, em  $[N.m^{-2}]$ ;  $u_l$  a velocidade na direção  $l$ , em  $[m.s]$ ;  $\rho$  a massa específica, em  $[kg.m^{-3}]$ ;  $\nu$  a viscosidade cinemática, em  $[m^2.s]$ ;  $x_l$  a componente espacial ( $x, y$ ) e  $t$  o tempo, em  $[s]$ .  $f_l = \frac{f_l^*}{\rho}$ , sendo  $\rho$  a massa específica em  $[kg.m^{-3}]$ ;

o termo fonte,  $f_i^*$ , neste trabalho, é oriundo do método da fronteira imersa, sendo responsável por representar o corpo imerso no fluido.

### 2.1.2 Domínio Lagrangiano

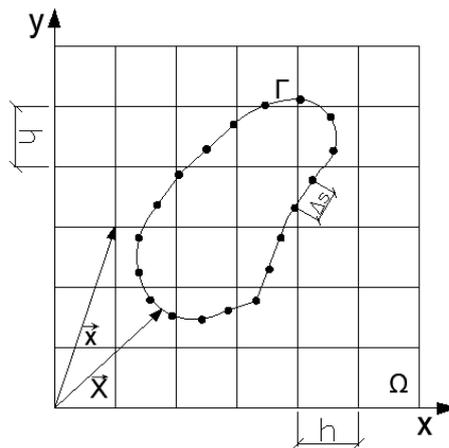
O domínio lagrangiano representa a interface imersa no escoamento. Por ser independente do euleriano, o domínio lagrangiano possibilita a simulação escoamentos sobre geometrias complexas, utilizando meramente um domínio cartesiano, não havendo necessidade de remalhagens, mesmo no caso de geometrias móveis, já que apenas a interface lagrangiana irá se movimentar (MARIANO, 2007).

O fato de sempre se trabalhar com um domínio cartesiano fixo é a principal característica que leva os pesquisadores a utilizar o MFI, de acordo com Mariano (2007), ao invés de realizar simulações que utilizam malhas não-estruturadas, ou metodologias que requerem a remalhagem do domínio fluido.

### 2.1.3 Acoplamento Euleriano-Lagrangiano

A comunicação entre os dois domínios lagrangiano e euleriano é realizada considerando as equações de Navier-Stokes, Equação 1, válida no domínio  $\Omega$ , vide Figura 2.

**Figura 2** – Esboço dos domínios de cálculo utilizados na metodologia da Fronteira Imersa



Fonte: Adaptado de Nascimento (2016)

Na Figura 2,  $\vec{x}$  posiciona um ponto qualquer no domínio euleriano ( $\Omega$ ),  $\vec{X}$  posiciona um ponto qualquer no domínio lagrangiano ( $\Gamma$ ),  $h$  é a distância entre os pontos de colocação eulerianos e  $\Delta s$  distância entre os pontos lagrangianos. A demonstração matemática pode ser encontrada nos

trabalhos de Mariano (2007), Mariano (2011), Villella (2015) e Nascimento (2016).

## 2.2 Método Pseudoespectral de Fourier

Os métodos espectrais aplicados à dinâmica dos fluidos, propostos por Canuto et al. (1988), são baseados na resolução das equações a partir de transformadas de Fourier por meio da Fast Fourier Transform (FFT). Esse método apresenta um baixo custo computacional e elevado nível de acurácia, quando comparados a outras metodologias.

Expressões no domínio espectral (números de onda) tornam-se facilmente manipuláveis algebricamente, quando comparadas a equações desenvolvidas no domínio do físico. Uma equação diferencial parcial, por exemplo, toma propriedades de equação diferencial ordinária quando submetidas à transformação de espaço, o que facilita o trabalho matemático. Esta consideração, aliada ao procedimento de rotação de bit desenvolvido nos trabalhos de Cooley e Tukey (1965), ponto de partida para a fundamentação da FFT, garantem rapidez e acurácia para os métodos espectrais, que conseguem reduzir de  $O(N^2)$  para  $O(N \log_2 N)$  o número de operações realizadas para uma mesma discretização, sendo  $N$  o número de pontos da malha.

Aplicada à dinâmica dos fluidos, como foi anteriormente comentado, os métodos espectrais possuem a vantagem de eliminar o termo de campo de pressão, quando submetido à transformação de domínio, proposto nas equações de Navier-Stokes, tornando a análise ainda mais simplificada quando comparada a outros métodos numéricos, os quais exigem o acoplamento pressão-velocidade.

O nome Pseudoespectral é justificado, segundo Mariano (2007), pela dificuldade matemática e o custo computacional envolvido para resolver a integral de convolução de funções transformadas, as quais aparecem no termo não-linear das equações de Navier-Stokes. O que se faz é o produto dos campos de velocidade no espaço físico, que, posteriormente, são levados para o espaço espectral de Fourier.

A grande limitação da metodologia espectral de Fourier está no fato de que ela é aplicável apenas em contornos geométricos suaves, além da necessidade de que haja periodicidade. Para contornar estas limitações, a metodologia da Fronteira Imersa é aplicada, possibilitando a solução das equações de Navier-Stokes para geometrias complexas, descontínuas e condições de contorno não-periódicas.

Segundo Mariano (2007), a transformada de Fourier visa passar uma função definida no domínio do tempo ou do espaço para o domínio da frequência, ou espectral. A transformação das equações de Navier-Stokes e da continuidade (Equações 1 e 2), do espaço físico para o

espaço espectral, é particularmente interessante devido ao fato de que tais expressões, quando trabalhadas espectralmente, não dependem do campo de pressão, conforme apresentado por Canuto et al. (1988), o que minimiza o número de cálculos para solução dos problemas. A modelagem matemática referente ao método espectral de Fourier pode ser encontrada em Marino (2011) e Villella (2015).

### 2.2.1 - Transformação das Equações de Navier Stokes para o espaço pseudoespectral de Fourier

Fazendo a transformação da equação da continuidade, Equação 2, para o domínio espectral e aplicando a transformada de Fourier na derivada em questão, obtém-se a Equação 3:

$$ik_i \hat{u}_i = 0 \quad (3)$$

Do cálculo vetorial, temos que quando o produto escalar entre dois vetores é nulo, os mesmos devem ser ortogonais. Logo, pode-se concluir, observando a Equação 3, que o vetor número de onda ( $k_i$ ) é ortogonal à velocidade transformada ( $\hat{u}_i$ ). Dessa forma, Silveira-Neto (2002) definiu um plano perpendicular ao vetor número de onda  $\vec{k}$ , plano  $\pi$ , o qual irá conter o vetor velocidade transformado  $\vec{V}(\vec{k}, t)$ , conforme é ilustrado na Figura 3.

Transformando a Equação 1 para o espaço de Fourier, com as devidas manipulações exigidas pelas propriedades das transformadas de Fourier, tem-se a Equação 4:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(\widehat{u_i u_j})}{\partial x_j} = -ik_i \hat{p} - vk^2 \hat{u}_i \quad (4)$$

Em que  $k^2$  é a norma a ao quadrado do vetor número de onda, ou seja,  $k^2 = k_j k_j$ .

Os termos Equação 4 representam:

- Termo da taxa de variação da quantidade de movimento linear (Equação 5):

$$\frac{\partial}{\partial t} (k_j \hat{u}_j) = k_j \frac{\partial u_j}{\partial t} = 0 \rightarrow \frac{\partial u_j}{\partial t} \in \text{ao plano } \pi \quad (5)$$

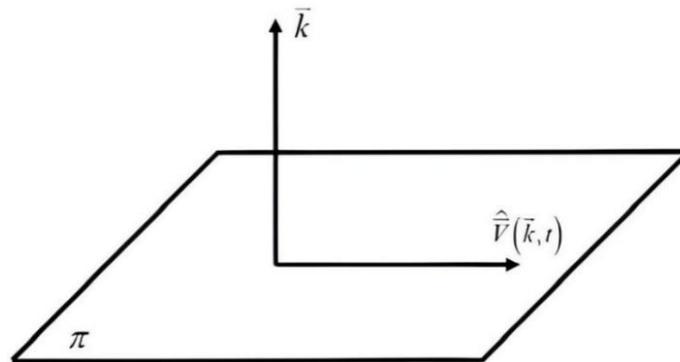
- Termo da difusão da quantidade de movimento linear (Equação 6):

$$v \frac{\partial^2 \widehat{u}_1}{\partial x_j \partial x_j} = -vk^2 \widehat{u}_1 \in \text{ao plano } \pi \quad (6)$$

- Gradiente de pressão (Equação 7):

$$\frac{\partial \widehat{p}}{\partial x_1} = ik_1 \widehat{p} \quad (7)$$

**Figura 3** – Definição do plano  $\pi$



Fonte: Silveira-Neto (2002)

Como fica evidenciado, o gradiente de pressão é colinear ao vetor número de onda, portanto é perpendicular ao plano  $\pi$ . A Figura 4 ilustra os termos transformados em relação ao plano  $\pi$ .

- Termo não linear (Equação 8):

$$\frac{\partial(\widehat{u}_1 \widehat{u}_j)}{\partial x_j} = ik_j (\widehat{u}_1 \widehat{u}_j) \quad (8)$$

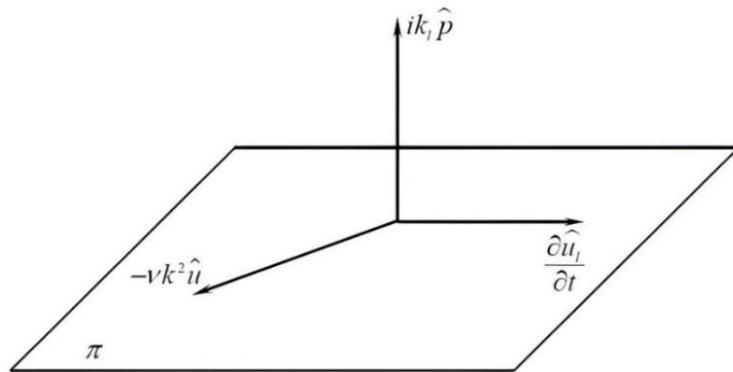
O termo não linear, conforme a Equação 8, leva a uma transformação do produto de duas funções, recaindo, assim, em uma integral convolução (MARIANO, 2007), observada na Equação 9. Sendo assim, não se sabe, a priori, em que posição se encontra o termo não linear transformado em relação ao plano  $\pi$  (Figura 5).

A presença da integral de convolução, rigorosamente, exigiria a sua resolução através de alguma metodologia de integração numérica, entretanto, a resolução desta integral é um procedimento relativamente “caro” do ponto de vista computacional e, caso isto seja realizada, o ganho computacional obtido pela operação de projeção provavelmente seria perdido (MARIANO, 2007). A integral de convolução, aqui, é substituída pelo método pseudoespectral,

mostrado em Mariano (2007), o que é mais viável computacionalmente.

$$\widehat{(\mathbf{u}_i \mathbf{u}_j)}(\vec{\mathbf{k}}) = \int \widehat{u}_i(\vec{\mathbf{r}}) \widehat{u}_j(\vec{\mathbf{k}} - \vec{\mathbf{r}}) d\vec{\mathbf{r}} \quad (9)$$

**Figura 4** – Termos da equação de Navier-Stokes definidos em relação ao plano  $\pi$



Fonte: Mariano (2007)

Com os termos definidos nas Equações 5 a 8, aplica-se o método da projeção (MARIANO, 2007), partindo da Equação 9:

$$\left[ \frac{\partial \widehat{u}_i}{\partial t} + vk^2 \widehat{u}_i \right]_{\in \pi} + \left[ \frac{\partial \widehat{u}_i \widehat{u}_j}{\partial x_j} + ik_l \widehat{p} \right]_{\in \pi} = 0 \quad (10)$$

O somatório do termo viscoso com o termo transiente pertence ao plano  $\pi$ , logo, a adição do gradiente de pressão ao termo não linear também deve pertencer a este plano. Como a soma de dois vetores colineares é nula, a soma de todos os quatro termos também deverá ser nula, como evidenciado na Equação 10.

Como a localização do termo não linear transformado em relação ao plano  $\pi$  é indeterminada, utiliza-se o tensor projeção  $\bar{\mathbf{p}}$ , uma vez que ele é capaz de projetar qualquer vetor sobre o plano  $\pi$  (SILVEIRA-NETO, 2002). O termo  $ik_l \widehat{p}$  é ortogonal ao plano  $\pi$ , então faz-se necessário que sua soma com o termo não linear pertença a este plano. Aplicando o tensor projeção teremos:

$$\left[ \frac{\partial \widehat{u}_i \widehat{u}_j}{\partial x_j} + ik_l \widehat{p} \right]_{\in \pi} = \bar{\mathbf{p}}_{lm} \left[ \frac{\partial \widehat{u}_m \widehat{u}_j}{\partial x_j} \right] \quad (11)$$

Pela Equação 11, percebe-se que a soma dos vetores transformados do gradiente de pressão



5. Aplica-se o esquema de Runge-Kutta, descrito em Mariano (2011), e, após os seis passos, obtém-se o parâmetro temporário  $\hat{u}_i^*$ ;
6. Aplica-se a transformada inversa de Fourier em  $\hat{u}_i^*$ , obtendo-se o parâmetro temporário no espaço físico,  $u_i^*$ .
7. Se os pontos lagrangianos não coincidirem com os eulerianos, é necessária a interpolação do parâmetro temporário no espaço físico, obtendo-se a velocidade sobre os pontos lagrangianos,  $U_i^*$ .
8. Calcula-se a força lagrangiana,  $F_i$ .
9. Calcula-se a força euleriana,  $f_i$ , levando em consideração se o ponto lagrangiano coincide ou não com o euleriano. Caso não haja a coincidência, utiliza-se o processo de distribuição, mostrado em Mariano (2011).
10. Transforma-se o campo de força euleriano,  $f_i$ , para o espaço espectral e aplica-se o tensor projeção  $\varphi_{ij}$ , obtendo:  $\widehat{f}_{i\pi} = \varphi_{ij}(\hat{f}_j)$ .
11. Com o parâmetro temporário obtido no passo 5 e a força euleriana projetada no passo 10, atualiza-se o campo de velocidade.
12. Até o passo 11 têm-se o método da imposição direta da força. isto é, após o campo de velocidade receber a informação do campo de força euleriano e, conseqüentemente, receber as informações das condições de contorno. A próxima etapa é retornar ao passo inicial;
13. Como o método da múltipla imposição está sendo utilizado, entra-se no processo de ciclagem. Então, faz-se  $\hat{u}_i^{*it+1} = \hat{u}_i^{t+\Delta t}$ , atualizando o parâmetro temporário da seguinte maneira:  $\hat{u}_i^{*it+1} = \hat{u}_i^{*it} + \Delta t \varphi_{ij}(\hat{f}_j^{it})$ .
14. Com  $\hat{u}_i^{*it+1}$  calculado, retorna-se ao passo 6, obtendo  $u_i^* = u_i^{*it+1}$ .
15. Repete-se os passos 6 até 11 até satisfazer um dos critérios de parada, descritos em Mariano (2011), ou o número máximo de iterações, NL.
16. Após o critério de parada ser satisfeito. retorna-se ao passo 1.

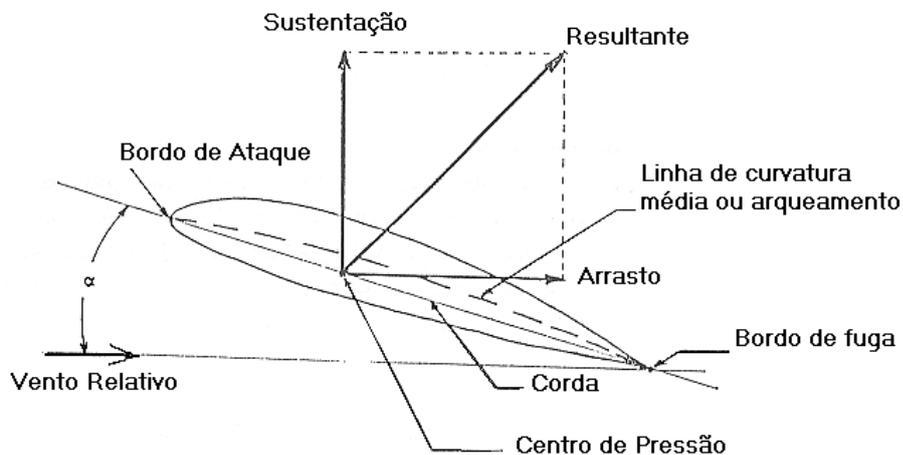
No processo de ciclagem, a velocidade é atualizada com o campo de força projetado no plano  $\pi$ , que leva a propagação da informação das condições de contorno (MARIANO, 2011). Mariano (2011) demonstra que o campo de velocidade determinado ao final do processo iterativo, descrito nos passos 1 ao 16, satisfaz simultaneamente as equações da continuidade e de Navier-Stokes.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Aqui, os resultados e suas análises serão abordados em função do objetivo geral de validar a metodologia IMERSPEC para a realização simulações numéricas de escoamentos sobre aerofólios simétricos, através do estudo dos aerofólios NACA 0002 e NACA 0008. Esta seção tratará inicialmente a influência dos parâmetros de simulação do método numérico, a partir do refinamento de malha do domínio lagrangiano. Posteriormente, a influência de mudanças no número de iterações numéricas do Multi-Direct Forcing será verificada.

Os aerofólios podem ser caracterizados pela borda de ataque (parte frontal, por onde o fluido incide) e borda de fuga (parte posterior, por onde o fluido deixa de ter contato com o perfil), como é apresentado na Figura 6. A corda é a linha reta imaginária que passa pela borda de ataque e pela borda de fuga, correspondendo à distância entre eles. O ângulo de ataque,  $\alpha$ , que é formado entre a direção da velocidade do fluido incidente (vento relativo) e a linha de corda, tem significativa responsabilidade na variação e mudanças no comportamento aerodinâmico de um perfil (FELIPPES et al., 2012).

**Figura 6** – Parâmetros de um aerofólio



Fonte: Nunes (2019)

Ao aumentar o ângulo de ataque, o vento que escoia pela parte superior do aerofólio é mais intensamente acelerado, o que diminui ainda mais sua pressão. A diferença de pressão entre a parte superior (extradorso) e inferior (intradorso) do aerofólio gera uma força denominada empuxo, a qual pode ser decomposta nas forças de sustentação e de arrasto. Em ângulos ainda maiores, o gradiente de pressão adverso será muito intenso e a camada limite irá descolar, produzindo uma região turbulenta. O arrasto de pressão aumenta muito intensamente, levando a uma perda de sustentação. No caso de turbinas eólicas, a perda de sustentação provoca uma

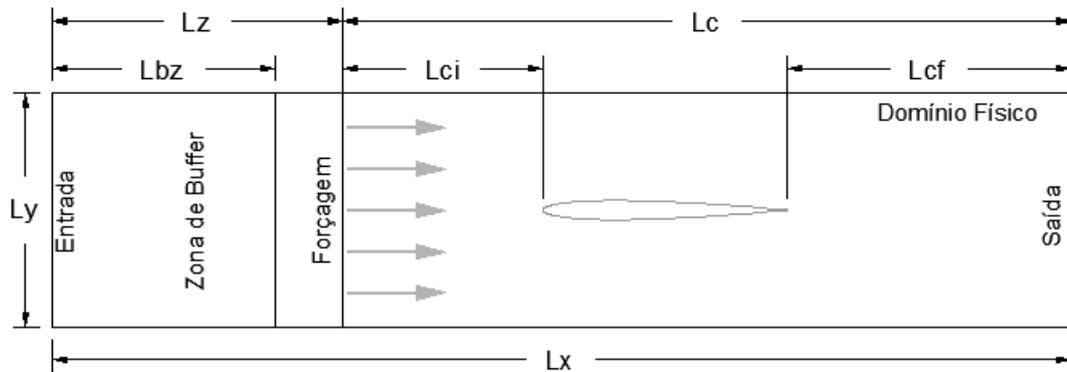
redução drástica no desempenho (FELIPPES et al., 2012).

O número de Reynolds é o parâmetro adimensional que mensura a proporção entre as forças inerciais e as forças viscosas. Escoamentos de baixo número de Reynolds são caracterizados pelo aumento da influência das forças viscosas do fluido, em comparação com as inerciais. Nestas operações, como as simuladas neste projeto, a tendência é de que a separação da camada limite ocorra em regiões mais próximas do ponto de máxima espessura do aerofólio (KOJIMA et al., 2013). A simulação a baixos números de Reynolds minimiza as condições críticas dos efeitos turbulentos, como por exemplo, a geração excessiva de vórtices e extensão da região da esteira que exigem parâmetros e modelos numéricos mais ajustados para representá-los.

Para a realização das simulações, o domínio euleriano foi discretizado de maneira a garantir o melhor desempenho do uso da FFT, com  $N = 2^n$  pontos igualmente espaçados (malha regular). Foi utilizada uma malha de 512 X 128 pontos, ou seja, 65.536 pontos, em que o primeiro número,  $N_x$ , representa a quantidade de nós eulerianos na direção X, enquanto o segundo,  $N_y$ , o número de pontos eulerianos na direção Y. Foram feitas comparações com os resultados obtidos por Kunz (2003), que utilizou malha estruturada do tipo C-grid com 256 X 64 ou 512 X 128 células, com refino próximo ao intradorso e extradorso do perfil, com a técnica numérica conhecida como método da compressibilidade artificial e Antonelli et al. (2013), que utilizou malhas compostas por 109.202 elementos e 55.307 nós, empregando 1.011 elementos na superfície do corpo, realizando simulações a partir de algoritmo baseado no método de elementos finitos bidimensionais com esquemas fracionários semi-implícitos.

As dimensões do domínio de cálculo são ilustradas pela Figura 7, que mostra uma representação do NACA 0008. O domínio euleriano é determinado por  $L_x \times L_y$ , em que  $L_x = \frac{N_x}{N_y} \cdot L_y$ , assegurando a condição de igual espaçamento entre os nós eulerianos, e é dividido em três diferentes regiões: a zona de buffer ( $L_{bz}$ ), a zona de forçagem (dada por  $L_z - L_{bz}$ ) e o domínio físico ( $L_c$ ). A combinação destas regiões gera um domínio periódico, que é exigido pelo MPEF, resultando em iguais condições de contorno na saída e na entrada do domínio. Devido à periodicidade, instabilidades físicas que saem do domínio euleriano (recirculações de fluido, por exemplo) são re-injetadas na sua entrada o que justifica a presença da região de buffer e da zona de imposição de força. A modelagem matemática da zona de buffer e da zona de forçagem é proposta no trabalho de Mariano (2011).

**Figura 7 – Parâmetros de simulação**



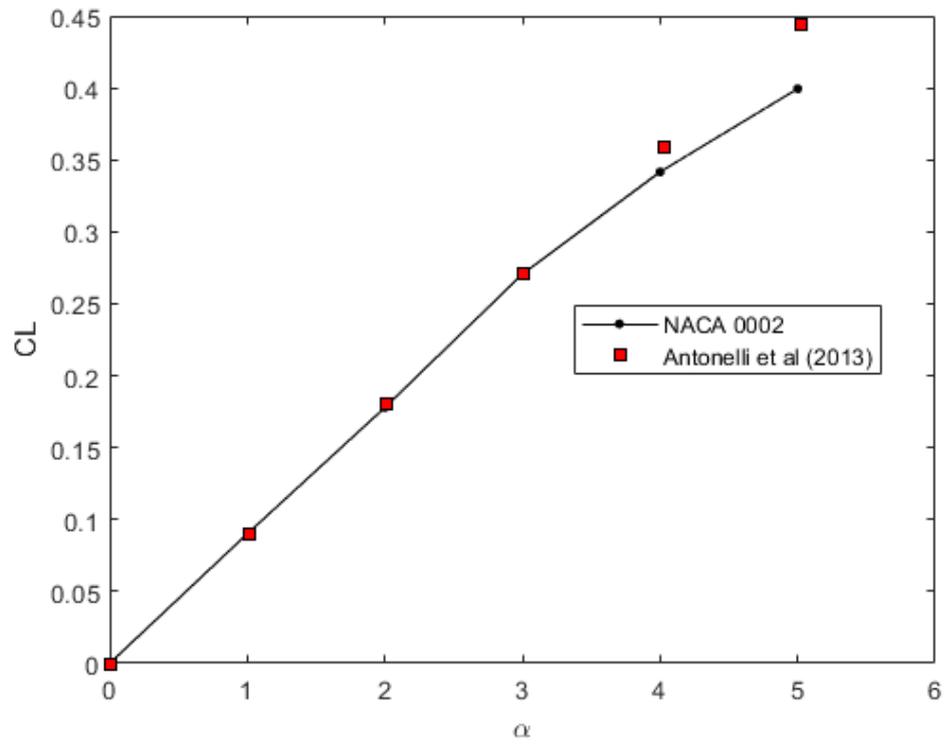
Fonte: Autoria Própria (2022)

Em todas as simulações realizadas, os aerofólios foram posicionados no centro do domínio, que possui dimensões suficientemente grandes para representar o escoamento externo sobre os perfis, minimizando os efeitos das paredes superiores na geometria imersa. Considerou-se um domínio euleriano de 32 x 8 m, com distância entre o bordo de fuga e a saída de 24 m, e zona de forçagem de 0,625 m. A corda dos perfis foi de 3 m.

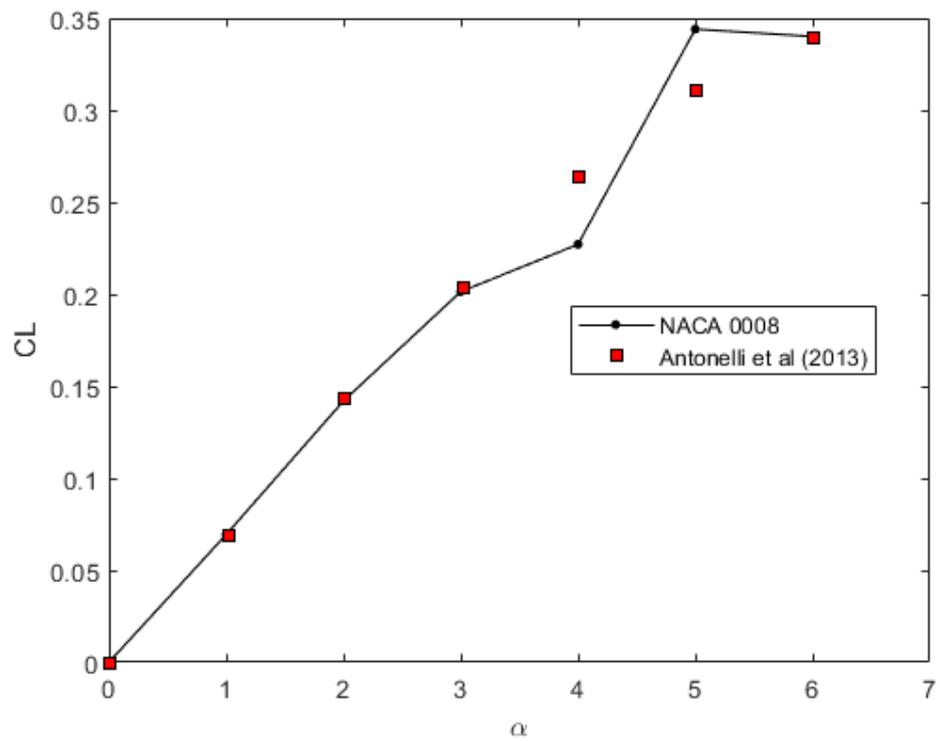
As curvas de sustentação obtidas para o NACA 0002 e NACA 0008 são mostradas, respectivamente, nas Figuras 8 e 9, nas quais pode-se observar comparações com dados de Kunz (2003) e Antonelli et al. (2013). O presente trabalho, assim como os autores, realizou a análise do trecho linear das curvas, acima do ângulo de sustentação nula, em que o escoamento acompanha o contorno do aerofólio. Nos resultados obtidos, foram considerados os valores médios do coeficiente de sustentação em relação à amostra de todo o intervalo de tempo físico, tido como 100 segundos.

Após o ponto de máximo coeficiente de sustentação, no trecho não-linear, ocorre degeneração da curva e o perfil aerodinâmico entra em estol. Neste cenário, como relatado por Sousa (2008), os efeitos viscosos interferem de maneira drástica na distribuição de pressões, e a sustentação gerada não é suficiente para uma operação segura, em decorrência do grande aumento do arrasto. Para ser modelada numericamente, este cenário requer malhas mais refinadas, passos de tempo restritos e modelos de turbulência adequados.

Os resultados obtidos nesta etapa se mostraram bastante satisfatórios, levando em conta a utilização de uma malha cerca de 40% menos refinada em todo o espaço que as dos autores de referência. Flutuações são percebidas para alguns valores de ângulo de ataque, possivelmente influenciadas pelo fenômeno de Gibbs, caracterizado pelo aparecimento de oscilações nas soluções numéricas, quando se trabalha com métodos de alta ordem, como o Pseudoespectral de Fourier.

**Figura 8** – Curva de sustentação do NACA 0002

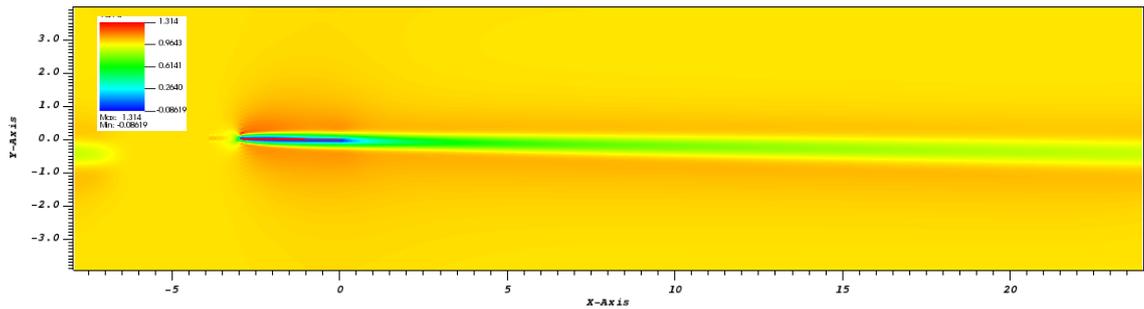
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 9** – Curva de sustentação do NACA 0008

Fonte: Autoria Própria (2022)

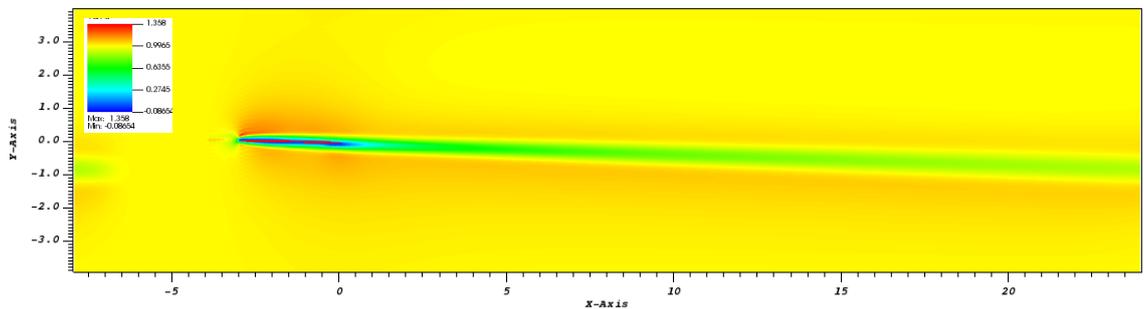
Ambos os aerofólios estudados são muito esbeltos. Perfis com essa característica, quando submetidos a escoamentos laminares de baixo número de Reynolds, tendem a apresentar retardo no descolamento da camada limite, e, por consequência, não há despreendimento de vórtices. Os campos de velocidade,  $u(x,y,t)$ , gerados pelas presentes simulações, podem ser observados nas Figuras 10 a 13, para o perfil NACA 0002, e nas Figuras 14 a 18, para o perfil NACA 0008.

**Figura 10** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0002 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 1^\circ$



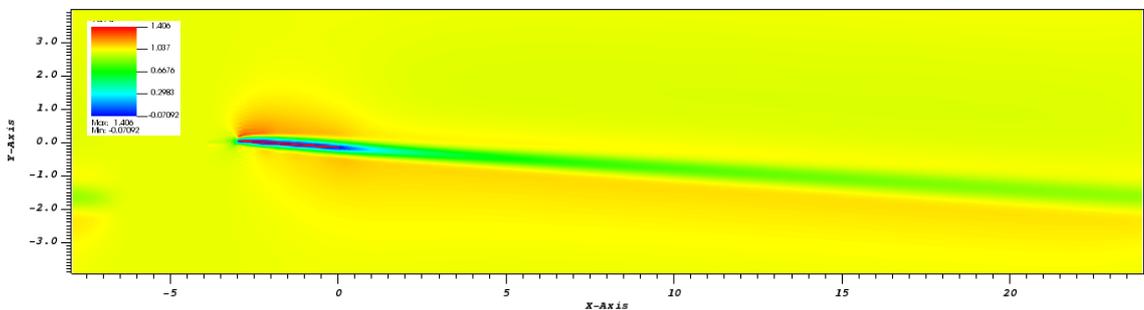
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 11** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0002 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 2^\circ$



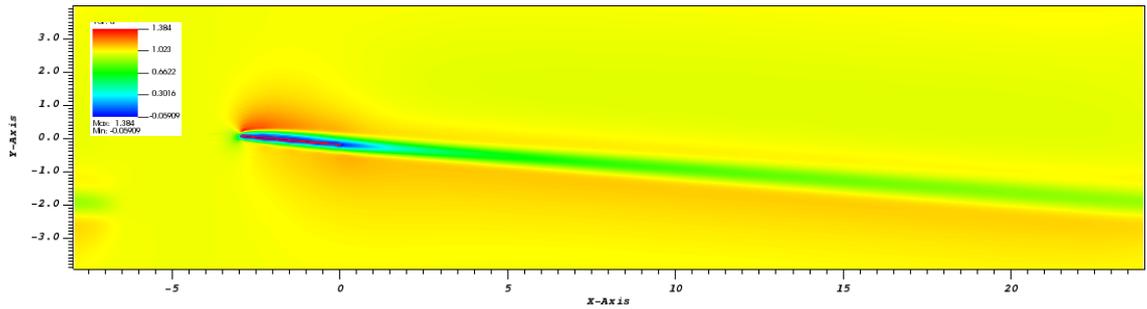
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 12** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0002 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 4^\circ$



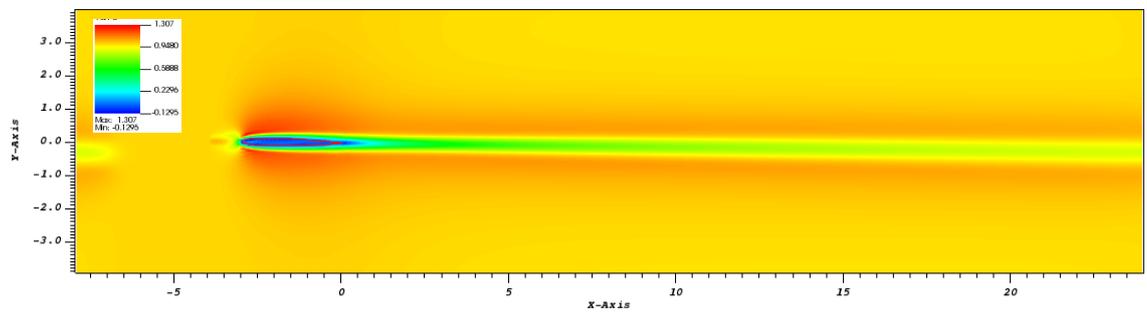
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 13** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0002 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 5^\circ$



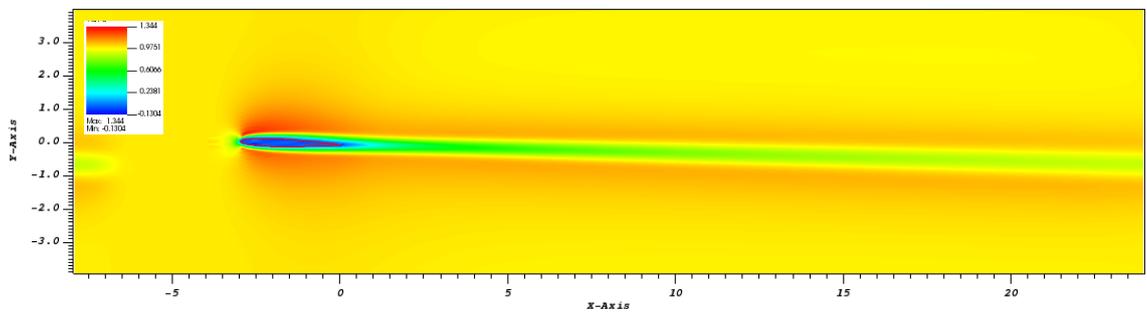
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 14** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0008 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 1^\circ$



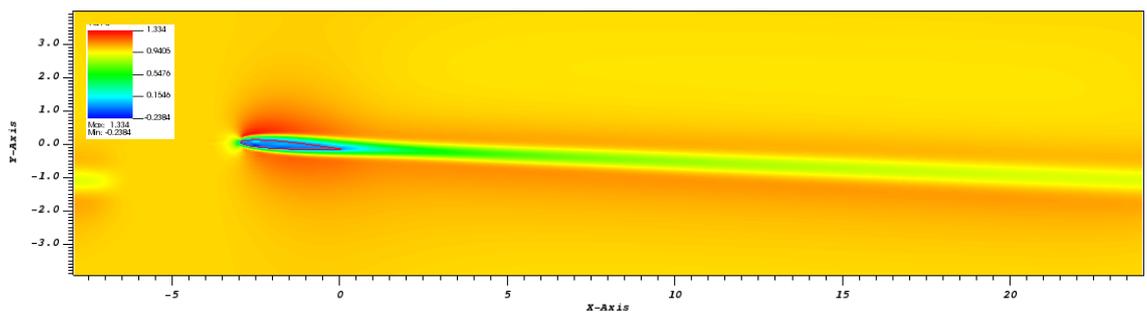
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 15** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0008 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 2^\circ$



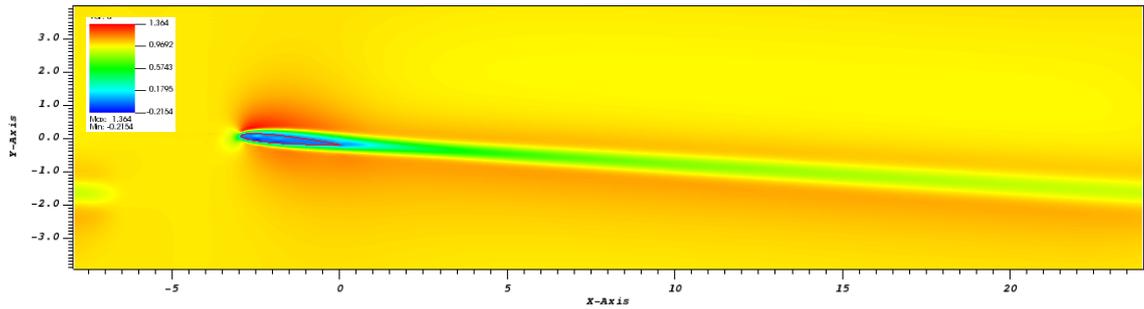
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 16** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0008 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 4^\circ$



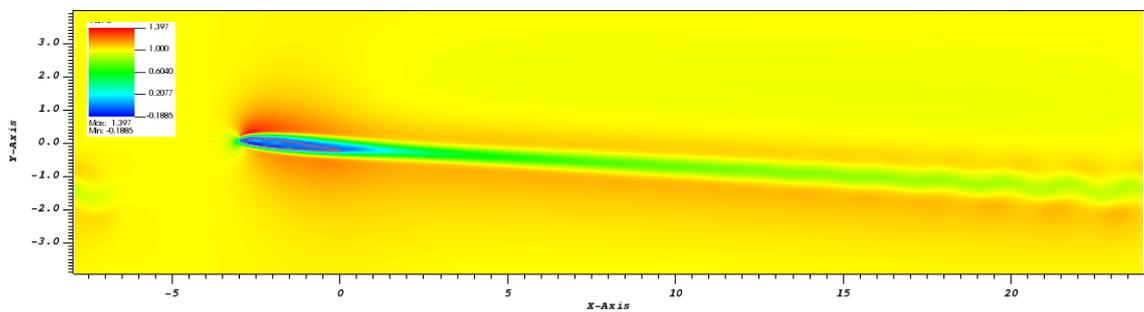
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 17** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0008 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 5^\circ$



Fonte: Autoria Própria (2022)

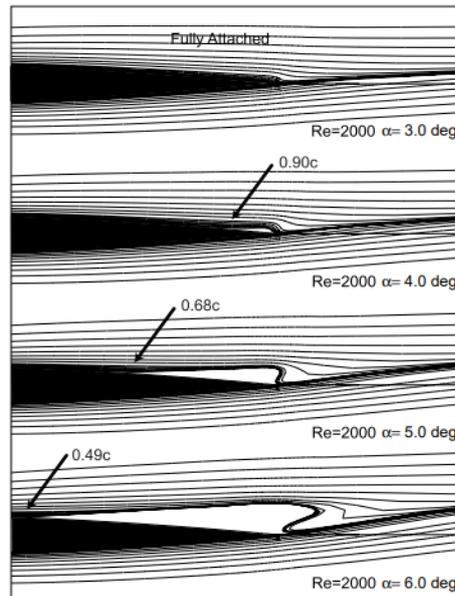
**Figura 18** – Campo de velocidade em [m/s] do escoamento sobre o NACA 0008 em  $t=100$  s, para  $\alpha = 6^\circ$



Fonte: Autoria Própria (2022)

As linhas de corrente próximas ao bordo de fuga do aerofólio NACA 0008, obtidas por Kunz (2003), para  $Re = 2000$ , são mostradas na Figura 19. O autor mostra que o início da separação, em escoamentos com estas especificações, ocorre para  $\alpha = 3^\circ$ , quando as correntes de fluido não possuem energia suficiente para acompanhar o escoamento, aumentando a região da esteira. Nas presentes simulações, em comparação, observa-se que, à medida que o ângulo é aumentado, ocorre intensificação do gradiente adverso de pressão, o qual possui efeitos mínimos em ângulos abaixo de  $3^\circ$ .

**Figura 19** – Linhas de corrente para o NACA 0008 em  $Re = 2000$ ; o ponto de separação é indicado por uma seta



Fonte: Kunz (2003)

Na próxima etapa do estudo, foi analisada a influência do refinamento da malha lagrangiana e de mudanças no número de iterações numéricas do procedimento de múltipla forçagem direta (Multi-Direct Forcing — MDF). O objetivo foi a obtenção de resultados do coeficiente de sustentação ( $C_L$ ) mais convergentes a partir do aprimoramento da metodologia IMERSPEC, sem alteração no refinamento da malha euleriana, a fim de se alcançar resultados precisos sem impactar significativamente o custo computacional.

Os perfis NACA 0002 e NACA 0008 foram discretizados em 200 e 600 pontos de colocação lagrangianos, igualmente espaçados, a partir de um programa livre desenvolvido em MATLAB®, disponível virtualmente pelo autor no sítio “Josh The Engineer”.

Variou-se número de iterações numéricas do Multi-Direct Forcing entre  $NL = 1$  e  $NL = 1000$  iterações. Neste caso, não foi utilizada a condição de parada ( $\epsilon$ ) (MARIANO, 2011) do processo iterativo, ficando o número de iterações independente da máxima diferença entre duas forças eulerianas consecutivas.

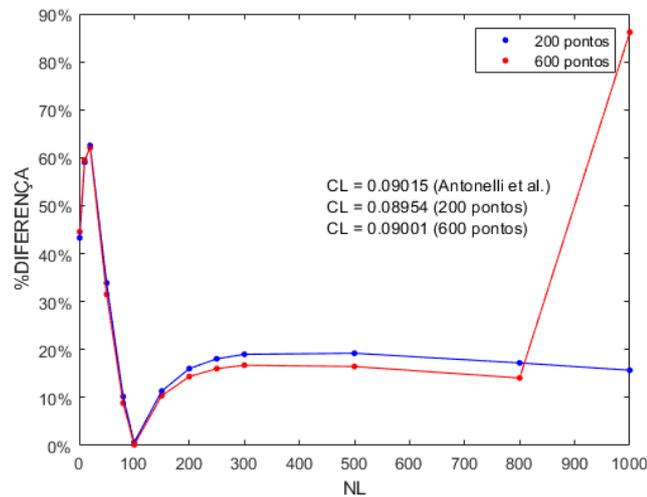
Os gráficos das Figuras 20 a 27 apresentam o erro parcial do coeficiente de sustentação obtido nas simulações, em função do no número de iterações  $NL$  utilizadas, adotando os dados de Antonelli, Sacco e Tamagno (2013) como referência. As análises de ambos os perfis foram feitas para diferentes ângulos de ataque, levando em consideração a variação do refinamento da malha lagrangiana.

Apesar da tendência de que o aumento do número de nós lagrangianos acarrete melhoria na representação da fronteira do corpo imerso no domínio euleriano, esta alteração,

individualmente, não modificou significativamente o resultado do escoamento. Os gráficos apresentaram comportamento semelhante, mesmo com mais pontos discretos para evidenciar o campo de força lagrangiano.

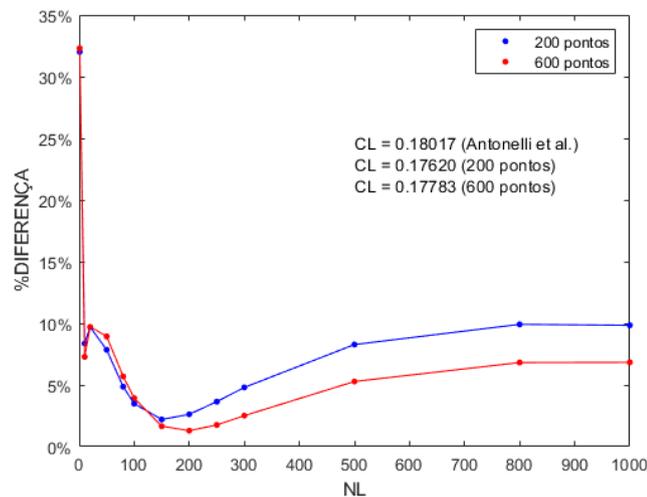
Pelos gráficos, é possível notar a grande influência do número de iterações processo de múltipla forçagem direta. Para a obtenção de resultados mais acurados, garantindo a condição de não-deslizamento nas paredes do aerofólio, existe um valor ótimo de NL a ser utilizado, o qual é fortemente influenciado pelas condições do escoamento. Escoamentos em regime transiente necessitam de mais iterações para representar adequadamente a realidade física proposta. Em contrapartida, escoamentos em regime permanente necessitam de menos.

**Figura 20** – Erro parcial do CL para o NACA 0002,  $\alpha = 1^\circ$ , com 200e 600 pontos lagrangianos



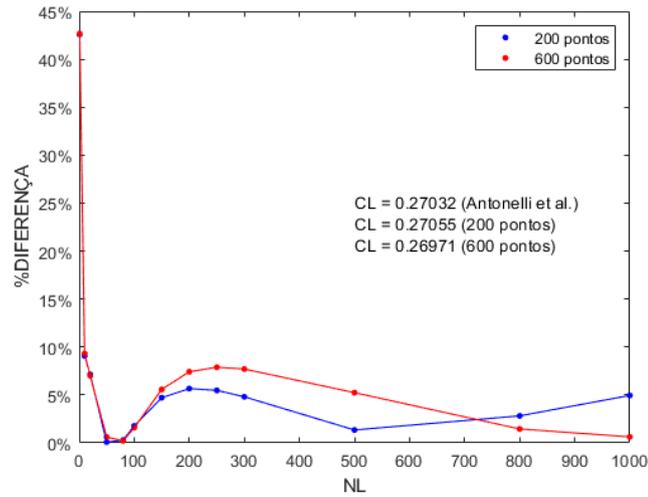
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 21** – Erro parcial do CL para o NACA 0002,  $\alpha = 2^\circ$ , com 200 e 600 pontos lagrangianos



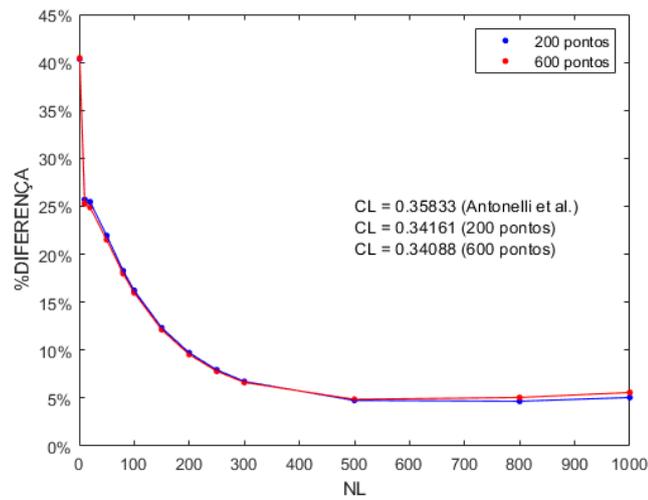
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 22** – Erro parcial do CL para o NACA 0002,  $\alpha = 3^\circ$ , com 200 e 600 pontos lagrangianos



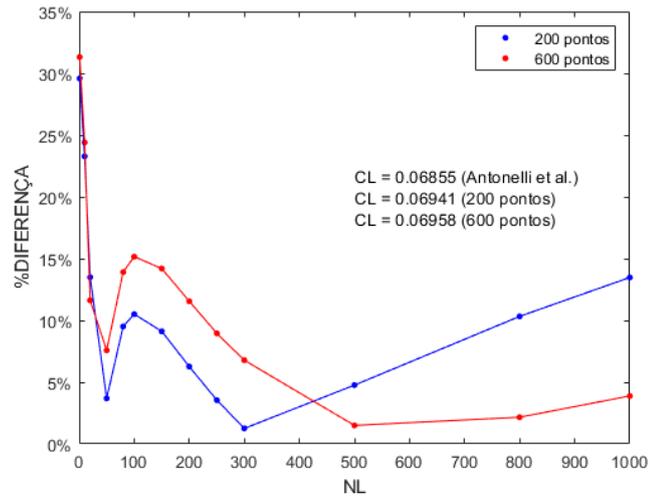
Fonte: Autorial Própria (2022)

**Figura 23** – Erro parcial do CL para o NACA 0002,  $\alpha = 4^\circ$ , com 200 e 600 pontos lagrangianos



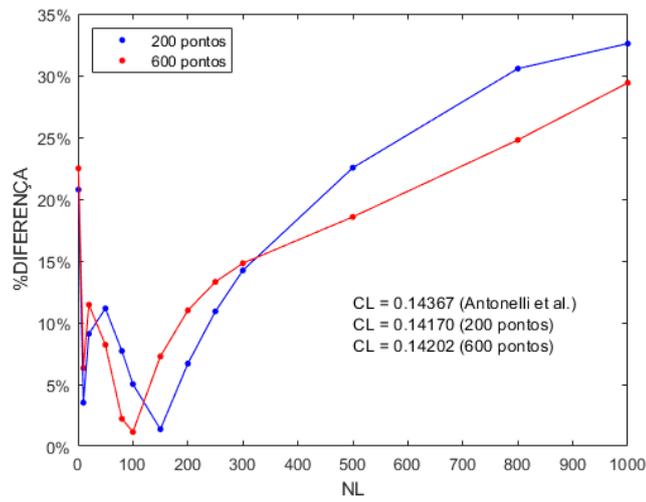
Fonte: Autorial Própria (2022)

**Figura 24** – Erro parcial do CL para o NACA 0008,  $\alpha = 1^\circ$ , com 200 e 600 pontos lagrangianos



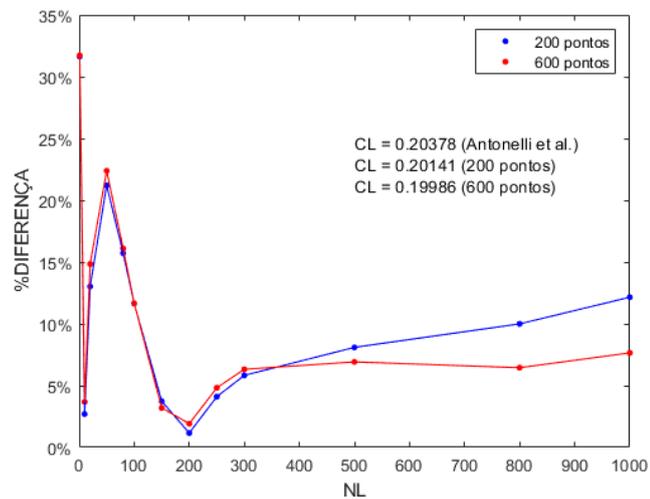
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 25** – Erro parcial do CL para o NACA 0008,  $\alpha = 2^\circ$ , com 200 e 600 pontos lagrangianos



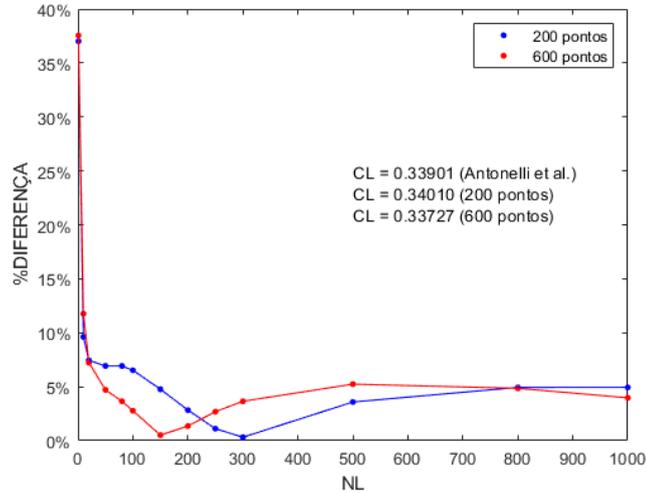
Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 26** – Erro parcial do CL para o NACA 0008,  $\alpha = 3^\circ$ , com e 600 pontos lagrangianos



Fonte: Autoria Própria (2022)

**Figura 27** – Erro parcial do CL para o NACA 0008,  $\alpha = 6^\circ$ , com 200 e 600 pontos lagrangianos



Fonte: Autoria Própria (2022)

## 4 CONCLUSÕES

Os resultados numéricos obtidos pelo presente estudo evidenciam grande capacidade da metodologia IMERSPEC, assim como dos modelos físicos empregados, para a análise dos fenômenos fluidodinâmicos que ocorrem sobre os aerofólios, considerando um escoamento incompressível de um fluido newtoniano. Estes resultados foram todos simulados em um computador com processador *Intel Core i7-10700* CPU com 2,90 [GHz] de velocidade e 16 [GiB] de memória RAM.

A análise quantitativa objetivou a determinação da curva de sustentação dos aerofólios NACA 0002 e NACA 0008, ou seja, visou a obtenção do coeficiente de sustentação de cada perfil em função do ângulo de ataque. Foi verificado um aumento do coeficiente de sustentação em ambos os perfis, o que já era esperado levando em consideração os conceitos apresentados pela literatura, uma vez que ocorreu a intensificação da região de pressão negativa no extradorso dos perfis, explicada, distintamente, pelo princípio de Bernoulli e pela terceira lei de Newton. Nestes aerofólios, para ângulos de ataque de até  $5^\circ$  ou  $6^\circ$ , a sustentação compensou o aumento do arrasto, o que leva à conclusão de que a eficiência aerodinâmica foi aumentada. Depois disso, ela tenderá a diminuir, evidenciando o fenômeno de estol, caracterizado pelo descolamento da camada limite.

Para a curva de sustentação do NACA 0002, com a utilização da metodologia

IMERSPEC, foi possível obter erros relativos que variaram desde 0,086% a 10,070%, em relação aos resultados dos trabalhos utilizados como referência. Já na curva de sustentação do NACA 0008, os erros relativos variaram desde 0,3204% a 13,932%. Como foi utilizada uma malha cerca de 40% menos refinada, os resultados aqui obtidos se mostraram com elevado grau de coerência. Com a utilização desta malha mais grosseria, obteve-se importante minimização do custo computacional, proporcionada pela diminuição do número de operações e cálculos de distribuição, interpolação e iterações. Para suavizar oscilações acarretadas pelo fenômeno de Gibbs, cabe-se o estudo quanto a utilização de filtros numéricos, como o filtro de Lanczos, filtro *Raised Cosine* e o filtro *Sharpened Raised Cosine*.

O número de iterações numéricas do processo de múltipla forçagem direta (NL), aqui analisadas, mostrou ser de grande relevância para a obtenção de resultados mais acurados. O erro relativo na simulação do escoamento sobre o aerofólio NACA 0002, ângulo de ataque  $3^\circ$ , com 200 pontos na malha lagrangiana, por exemplo, variou de 0,086% a 42,574% apenas com a alteração de NL. A fim de se evitar a dependência de diversos parâmetros, a utilização do critério de parada do processo de ciclagem,  $\epsilon$ , descrito no trabalho de Mariano (2011), é recomendada. Adotando esta condição, o número de iterações numéricas realizadas pelo programa aproxima-se da ótima. O refino da malha lagrangiana, individualmente, não acarretou mudanças significativas nos resultados. Salienta-se a necessidade e a relevância do ajuste dos parâmetros de simulação para a obtenção de resultados mais confiáveis e acurados.

---

## REFERÊNCIAS

ALLAMPALLI, V., HIXON, R., NALLASAMY, M., & SAWYER, S. **High-accuracy large-step explicit Runge-Kutta (hale-rk) schemes for computational aeroacoustics**. Journal Computational Physics, 2009.

ANTONELLI, D. P.; SACCO, C. G.; TAMAGNO, J. P; **Aerodinámica del vuelo a números de reynolds ultrabajos ( $Re < 10000$ )**. Mecánica Computacional Vol. XXXII, págs. 1047-1070. Mendoza, Argentina, 2013.

CANUTO, C.; HUSSAINI, M. Y.; QUARTERONI, A.; ZANG, T. A. **Spectral methods in Fluid Dynamics**. 2. ed. New York: Springer-Verlag, 1988. 567 p. (Springer Series in Computational Physics).

COOLEY, T.; TUKEY, J. **An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series, Mathematics Computation**. Providence. v.19, 1965.

ESSS, Engineering Simulation and Scientific Software. **Método numérico, analítico e experimental: concorrentes ou complementares na engenharia?** Blog ESSS, 2017. Disponível em: <<https://www.esss.co/blog/simulacao-numerica-metodo-analitico-experimental-concorrentes-ou-complementares-na-engenharia/>>. Acesso em: 20 jan. 2022.

FARIA, Geovanne Silva. **Simulação computacional de escoamentos bidimensionais sobre turbinas eólicas de eixo vertical.** 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia Ambiental e Sanitária) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2018.

FELIPPES, R. A.; NETO, F. L.; PIRATELLI-FILHO, A. **Avaliação da rugosidade superficial de pás compósitas de turbinas eólicas de pequeno porte.** CONEM 2012 – VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – São Luís, Maranhão, 2012.

FORTUNA, Armando de Oliveira. **Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos.** 2. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2012.

KINOSHITA, Denise. **Desenvolvimento e implementação da metodologia combinada Fronteira Imersa Térmica e Pseudoespectral de Fourier.** 2015. Tese (doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

KOJIMA, R., NONOMURA, T., OYAMA, A., FUJII, K. **Large-Eddy Simulation of Low-Reynolds-Number Flow Over Thick and Thin NACA Airfoils.** Journal of Aircraft, 50(1), 187–196, 2013.

KUNZ, Peter J. **Analysis and Design of Airfoils for Ultra-Low Reynolds Numbers Flight.** PhD thesis, Stanford University, Department of Aeron. and Astron., Stanford, CA, USA., June, 2003.

MARIANO, Felipe Pamplona. **Simulação de escoamentos não-periódicos utilizando as metodologias Pseudoespectral de Fourier e da Fronteira Imersa acopladas.** 2011. Tese (doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2011.

MARIANO, Felipe Pamplona. **Solução numérica das equações de Navier-Stokes usando uma hibridação das metodologias Fronteira Imersa e Pseudoespectral de Fourier.** 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007.

MOREIRA, Leonardo Queiroz. **Simulação de grandes escalas de jatos periódicos temporais utilizando a metodologia Pseudoespectral de Fourier.** 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007.

NASCIMENTO, Andreia Aoyagui. **Métodos Pseudoespectral de Fourier e Fronteira imersa aplicados a escoamento simplificados de engenharia de perfuração.** 2016. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2016.

NUNES, Charles Eduardo Duarte. (2019). **Aerodinâmica de helicóptero**. Disponível em <https://hangarmma.com.br/blog/teoria-sobre-helicoptero/>. Acesso em: 28 de novembro de 2021.

SILVA, Daniel Fonseca de Carvalho e. **Simulação numérica do escoamento ao redor de aerofólios via método de vórtices associado ao método dos painéis**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.

SILVEIRA-NETO, Aristeu. **Turbulência nos fluidos aplicada**. Apostila da Disciplina Mecânica dos Fluidos do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal de Uberlândia – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2002.

SILVEIRA, M. R.; MARIANI V. C. **Investigação das equações de Navier-Stokes e conservação da massa**. XXVIII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, CNMAC, 2005. Santo Amaro, São Paulo, 2005.

SOUSA, Bruno Silva de. **Projeto de perfis aerodinâmicos utilizando técnicas de otimização mono e multiobjetivos**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal Itajubá, Minas Gerais, 2008.

VILLELA, Mariana Fernandes dos Santos. **Modelagem matemática de escoamentos bifásicos usando a metodologia IMERSPEC combinada com os métodos VOF e Front-Tracking**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2015.

WANG, Z.; FAN, J.; LUO, K. **Combined multi-direct forcing and immersed boundary method for simulating flows with moving particles**. International of Journal Multiphase Flow, V. 34, 2008.

LAURA AUGUSTA VASCONCELOS DE ALBUQUERQUE

**ESCOAMENTOS SOBRE CORPOS IMERSOS DE GEOMETRIAS CONHECIDAS  
UTILIZANDO O MÉTODO PSEUDOESPECTRAL DE FOURIER**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Engenharia Civil do Campus Agreste da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, na modalidade de artigo científico, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil. Defesa realizada por videoconferência.

**Área de concentração:** Dinâmica dos Fluidos  
Computacional

Aprovado em 14 de fevereiro de 2022.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profa. Dra. Mariana Fernandes dos Santos Vilella (Orientadora)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Gustavo Bono (Avaliador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Alessandro Romário Echevarria Antunes (Avaliador)  
Universidade Federal de Pernambuco