

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**UM ESTUDO SOBRE AS RELAÇÕES PESSOAIS DE LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA DO CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE SOBRE A NOÇÃO DE
ÂNGULO**

RIMERSON ARNALDO DA SILVA

CARUARU, 2017

RIMERSON ARNALDO DA SILVA

**UM ESTUDO SOBRE AS RELAÇÕES PESSOAIS DE LICENCIANDOS EM
MATEMÁTICA DO CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE SOBRE A NOÇÃO DE
ÂNGULO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática -
Licenciatura do Centro Acadêmico do
Agreste da Universidade Federal de
Pernambuco para obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Valdir Bezerra dos
Santos Júnior

CARUARU, 2017

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Marcela Porfírio CRB/4 - 1878

S586e Silva, Rimerson Arnaldo da.
Um estudo sobre as relações pessoais de licenciandos em matemática do Centro Acadêmico do Agreste sobre a noção de ângulo. / Rimerson Arnaldo da Silva. – 2017. 75f. ; il. : 30 cm.

Orientador: Valdir Bezerra dos Santos Júnior.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Ângulo. 2. Geometria. 3. Matemática. I. Santos Júnior, Valdir Bezerra dos (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2017-289)

RIMERSON ARNALDO DA SILVA

UM ESTUDO SOBRE AS RELAÇÕES PESSOAIS DE
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DO CENTRO ACADÊMICO DO
AGRESTE SOBRE A NOÇÃO DE ÂNGULO

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática -
Licenciatura do Centro Acadêmico do
Agreste da Universidade Federal de
Pernambuco para a obtenção do
grau/título de licenciado em Matemática.

Aprovado em: 06 / 12 / 2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Valdir Bezerra dos Santos Júnior
Universidade Federal de Pernambuco
(Orientador)

Prof. Marcilio Ferreira dos Santos
Universidade Federal de Pernambuco
(Examinador(a) Interno(a))

Prof. Jeremias Batista Santos
Universidade Federal de Pernambuco
(Examinador(a) Externo(a))

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus e a Jesus, por estarem sempre junto a mim, em todos os momentos, nas tribulações que por diversas vezes fizeram com que eu pensasse em desistir do curso.

Também dedico este trabalho aos meus pais e a minha avó, Auda e Arnaldo, e Maria Nunes (Vó Bila), respectivamente, por sempre me apoiarem e me auxiliarem.

Ao meu Avô, Sebastião Maurício (*in memoriam*), por ter contribuído tanto com a minha criação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

A Deus, por nunca permitir que eu ande pelo vale da sombra da morte sem a presença d'Ele em meu coração e em minha alma, por me propiciar tantas alegrias.

A Jesus, a Nossa Senhora e todos os santos, por serem fontes de bênçãos e intercessão por mim junto a Deus, Nosso Senhor.

Aos meus pais e a minha avó, Auda e Arnaldo, e Maria Nunes (Vó Bila), por me cobrarem, me apoiarem, me ajudarem, me compreenderem, me amarem, por estarem sempre comigo. Amo vocês! Vocês são as minhas preciosidades!

Aos meus amigos e familiares, e as amigadas que nasceram no Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, em especial a Fernando Guimarães, por ser um grande amigo, por ser um irmão para mim, e também em especial a Charlison Alves, Josivânio, Hebe Cavalcante, Luana Letícia, por serem pessoas que sempre estiveram disponíveis para me ajudar, sempre me disseram palavras de incentivo e carinho. Muito Obrigado a todos vocês, levarei as suas amigadas e os seus carinhos por toda a eternidade.

Aos meus irmãos, Sivonaldo, Sivaldo, Jencilene, Jansem e Rubinaldo, por sempre acreditarem em mim, em meu potencial.

A Elisabete Ávila, por ser como uma mãe para mim, por ter me ajudado tanto e Maria das Neves (Dona Neva), pela confiança e auxílios extremamente singulares.

Aos meus professores, a aqueles que fizeram parte do meu processo de escolarização, ao Centro Acadêmico do Agreste, a Universidade Federal de Pernambuco, por auxiliarem no meu processo de desenvolvimento profissional e intelectual.

Ao Professor Doutor Valdir Bezerra dos Santos Júnior, meu orientador, por seu profissionalismo, por sua paciência, presteza, amizade e compreensão para que pudéssemos desenvolver este trabalho. Orientador e pessoa nota 10!

A todos aqueles que de forma direta e indireta contribuíram para esta realização, por fazerem parte da minha vida. Muito Obrigado!

Entrando onde ela estava, disse-lhe o anjo: “Alegra-te, ó cheia de graça, o Senhor é contigo”.

Lucas 1: 28

RESUMO

Este trabalho de pesquisa buscou investigar as relações pessoais dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco em relação à noção de ângulo. Para suporte teórico a esta pesquisa foi adotada a Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard, acrescido de trabalhos que buscam traçar o cenário de pesquisa, e propostas, sobre o ensino e aprendizagem da noção de ângulo. Buscamos caracterizar as relações pessoais por meio da análise e apresentação dos ostensivos e não ostensivos evocados pelos estudantes em um questionário aplicado. Por fim, concluiu-se que há um excesso de informalidade em muitas definições apresentadas pelos estudantes que podem gerar má interpretação em relação a este objeto de estudo e, também, percebemos que a maior parte dos estudantes detêm familiaridade com o conteúdo de ângulo.

Palavras-chave: Ângulo. Relação pessoal. Ostensivos e não ostensivos.

ABSTRACT

This research aimed to investigate the personal relationships of the students majoring in Mathematics in Agreste's Academic Center of the Federal University of Pernambuco regarding the notion of angle. For theoretical support, this research adopted Yves Chevallard's Anthropological Theory of Didactic (ATD), joined with papers that look to set a research scenario, and with proposals about teaching and learning notion of angle. The aim was to characterize the personal relationships by analyzing and presenting the ostensive and non-ostensive evoked by the students in a questionnaire. At last, the conclusion drawn from the study was that there is an excess of informality in many definitions presented by the students which can generate misinterpretation when it comes to this object of study. It was also realized that most part of the students are familiar with the angle content.

Keywords: Angle. Personal relationship. Ostensive and non-ostensive.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Figura 1: Representação de um ângulo | 18 |
| Figura 2: Ângulo com o “tracinho” no arco..... | 19 |
| Figura 3: Ênfase no “tracinho” do arco | 19 |
| Figura 4: Transferidor circular..... | 19 |
| Figura 5: Transferidor semicircular | 20 |
| Figura 6: Resposta dada pelo <i>Aluno</i> 15 onde ele recorreu ao objeto ostensivo linguagem natural e ao ostensivo geométrico | 46 |
| Figura 7: Resposta do <i>Aluno</i> 16 ao primeiro quesito | 47 |
| Figura 8: Resposta do <i>aluno</i> 13 ao primeiro quesito | 47 |
| Figura 9: Situação detentora de ângulo, descrito pelo <i>Aluno</i> 4 | 52 |
| Figura 10: Ângulos feitos na estrutura de uma casa e entre as arestas de um cubo, feitos pelo <i>Aluno</i> 10 | 53 |
| Figura 11: Figura usada na quarta questão..... | 53 |
| Figura 12: Resposta do <i>Aluno</i> 1 à quarta questão. | 55 |
| Figura 13: Resposta do <i>Aluno</i> 4 à quarta questão. | 55 |
| Figura 14: Resposta do <i>Aluno</i> 5 à quarta questão. | 56 |
| Figura 15: Resposta do <i>Aluno</i> 18 à quarta questão. | 57 |
| Figura 16: Resposta do <i>Aluno</i> 14 à quarta questão. | 57 |
| Figura 17: Figura usada na quinta questão | 58 |
| Figura 18: Enunciado e comando do sexto quesito. | 60 |
| Figura 19: Resposta do <i>Aluno</i> 4 à sexta questão. | 62 |
| Figura 20: Resposta do <i>Aluno</i> 5 à sexta questão. | 62 |
| Figura 21: Resposta do <i>Aluno</i> 15 à sexta questão..... | 63 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| Quadro 1: Classificação de ângulos | 20 |
| Quadro 2: Inferências realizadas por Araujo (1999)..... | 25 |
| Quadro 3: Categorias adotadas por Vianna & Cury (2001) para definições de ângulo..... | 26 |
| Quadro 4: Indicações propostas por Vianna & Cury (2001) para obtenção de definições mais fiéis a um assunto..... | 27 |
| Quadro 5: Algumas informações sobre o perfil dos entrevistados | 39 |
| Quadro 6: Distribuição dos ostensivos usados | 43 |
| Quadro 7: Algumas respostas dadas ao primeiro quesito onde os participantes recorreram apenas ao objeto ostensivo escrita natural. | 43 |
| Quadro 8: Relação pessoal dos pesquisados que recorreram ao objeto ostensivo linguagem natural em relação à visualização de ângulo..... | 44 |
| Quadro 9: Relação pessoal dos pesquisados que recorreram ao objeto ostensivo linguagem natural em relação formação de ângulos..... | 45 |
| Quadro 10: Relação pessoal dos pesquisados que recorreram ao objeto ostensivo linguagem natural e ao ostensivo geométrico em relação à visualização de ângulo | 46 |
| Quadro 11: Frequência das unidades de medidas auferidas à ângulo | 48 |
| Quadro 12: Distribuição dos ostensivos evocados em relação à terceira questão..... | 50 |
| Quadro 13: Procedimentos adotados pelos participantes em relação à quarta questão. | 54 |
| Quadro 14: Justificativas dadas à quinta questão. | 58 |
| Quadro 15: Características do ostensivo geométrico evocado na quinta questão. | 60 |

LISTA DE GÁFICOS

| | |
|--|----|
| Gráfico 1: Resultados das perguntas (tópicos) contidas no questionário do perfil dos pesquisados | 41 |
|--|----|

LISTA DE SIGLAS

CAA – Centro Acadêmico do Agreste

FDE – Fundação de Desenvolvimento da Educação

MMM – Movimento da Matemática Moderna

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

RMECG – Rede Municipal de Ensino de Campina Grande

TAD – Teoria Antropológica do Didático

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 14 |
| 2. NOÇÕES DE ÂNGULO..... | 17 |
| 3. CENÁRIO DE PESQUISA SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE ÂNGULO..... | 23 |
| 4. REFERENCIAL TEÓRICO | 32 |
| 5. PERCURSO METODOLÓGICO | 37 |
| 6. ANÁLISE DOS DADOS..... | 42 |
| 6.1 ANÁLISE E CONSIDERAÇÕES EM RELAÇÃO À PRIMEIRA QUESTÃO..... | 42 |
| 6.1.1 Objeto Ostensivo Linguagem Natural | 43 |
| 6.1.2 Objeto Ostensivo Linguagem Natural e Ostensivo Geométrico | 45 |
| 6.1.3 Ostensivo Geométrico..... | 47 |
| 6.2 ANÁLISE DA SEGUNDA QUESTÃO..... | 48 |
| 6.3 ANÁLISE DA TERCEIRA QUESTÃO | 49 |
| 6.3.1 Ângulos em objetos encontrados em atividades no cotidiano..... | 50 |
| 6.3.2 Ângulos em conteúdos da matemática..... | 51 |
| 6.3.3 Ângulo na realização de movimentos, abertura, e mudança de direção. | 51 |
| 6.3.4 Ângulos em fenômenos naturais e não naturais. | 51 |
| 6.3.5 Ângulos em lugares..... | 52 |
| 6.4 ANÁLISE DA QUARTA QUESTÃO..... | 53 |
| 6.5 ANÁLISE DA QUINTA QUESTÃO | 57 |
| 6.6 ANÁLISE DA SEXTA QUESTÃO | 60 |
| 7. CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 64 |
| RERERÊNCIAS..... | 66 |
| APÊNDICES | 70 |
| APÊNDICE A: Termo de Consentimento | 70 |
| APÊNDICE B: Perfil dos Entrevistados | 72 |
| APÊNCICE C: Questionário Noção de Ângulo..... | 73 |

1. INTRODUÇÃO

A geometria possibilita ao ser humano uma observação multifacetada daquilo que os rodeia. É a partir desta percepção que a fragmentação deste ramo da matemática é mais bem compreendida, sendo possível estudar casos particulares e obter inferências direcionadas ao todo, objetivando a aquisição de mais conhecimentos em relação ao espaço do qual se faz pertencer. No Ensino Fundamental é indicado o ensino dos conceitos geométricos “porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 51).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN deve haver no Ensino Médio um aprofundamento de fatos que já lhes foram tornados familiar durante o decorrer do Ensino Fundamental, devendo-se trazer uma “visão sistematizada da Geometria com linguagens e raciocínios diferentes” (BRASIL, 2002, p. 125), o que pode nos permitir recorrer à utilização de variadas definições que buscam convergir entre si, em prol da ampliação do pensamento geométrico, incorporando especificidades que também caracterizam específico saber.

A geometria deve propiciar situações nas quais o aprendiz possa se situar em relação ao plano e ao espaço, por meio, por exemplo, da ampliação de noções, como a de ângulo, e a criação de percepções de espaço que o leve a “exercitar as inter-relações entre o método lógico-dedutivo e o raciocínio intuitivo, apoiado nas representações materiais dos objetos abstratos da geometria”. (PERNAMBUCO, 2008, p. 109)

A intenção da elaboração desta pesquisa provém das experiências adquiridas enquanto professor da Educação Básica e de discussões realizadas em disciplinas cursadas no Ensino Superior que tratavam do processo de ensino e aprendizagem de noções pertencentes ao domínio da geometria. No decorrer da graduação, foi possível tornar mais evidente a atribuição de diversas definições, por autores de livros, principalmente, a um dado objeto de estudo, definições estas que possuem

peculiaridades que podem acabar facilitando ou dificultando a aprendizagem de uma noção.

Posteriormente, com o cursar da disciplina de Fundamentos de Geometria Plana e com participações em programas de formação continuada, verificamos ingenuamente que a noção de ângulo recebe muitas definições e que estas definições permitem ao estudante obter compreensões diferentes em relação à temática.

Tendo em vista as variadas definições, que podem levar estudantes a construir uma concepção, conceito ou definição equivocada da temática, levando-o a erros ou más interpretações, surge a seguinte problemática que serve como referência o desenvolvimento deste trabalho: Quais as relações pessoais dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste em relação à noção de ângulo?

A partir da questão de pesquisa temos como objetivo neste trabalho: investigar as relações pessoais dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste em relação à noção de ângulo.

Para apoiar a busca pelo cumprimento do objetivo da pesquisa, nos amparamos em objetivos específicos que ajudam a encontrar resposta a nossa questão de pesquisa, a saber:

- Compreender a noção de ângulo enquanto setor no domínio da geometria.
- Descrever o cenário das pesquisas nos processos de ensino e aprendizagem da noção de ângulo;
- Descrever as noções associadas à Teoria Antropológica do Didático.

Este trabalho encontra-se organizado em sete capítulos no qual este é o primeiro, uma introdução contendo considerações em relação à geometria, apresentação de nossa questão de pesquisa, objetivo e como o trabalho está organizado.

O segundo e terceiros capítulos, tratam, respectivamente, de breves considerações em relação à noção de ângulo, organizado de modo sintético, e a

compilação das principais pesquisas que trazem propostas para o estudo, ensino e aprendizagem de ângulo.

As noções de relação pessoal, objetos ostensivos e objetos não ostensivos são alguns pontos da Teoria Antropológica do Didático (TAD) de Yves Chevallard, que servem como aporte teórico para a construção desse trabalho e estão contidos no capítulo quatro desta produção. Já o quinto capítulo conta com o percurso metodológico instituído para a pesquisa, um breve panorama do perfil dos entrevistados.

O penúltimo capítulo dispõe da apresentação, análise, discussão dos resultados obtidos e breves justificativas das escolhas das questões contidas no questionário aplicado para a obtenção dos dados da pesquisa, estando o penúltimo capítulo seccionado ordenadamente de acordo com a ordem de aplicação das seis questões compostas no questionário, enquanto isto, o último capítulo traz as considerações finais no tocante aos resultados obtidos em relação ao que investigamos.

2. NOÇÕES DE ÂNGULO

Este capítulo tem como objetivo compreender a noção de ângulo enquanto setor no domínio da geometria. Para isto iniciamos informando que, a título de exemplo, diversas situações do cotidiano, como o abrir e fechar de uma tesoura, de uma porta, a observação de terrenos mais ou menos íngremes, a movimentação entre si dos ponteiros dos relógios, são as circunstâncias que podem nos fazer perceber a existência e variação de inclinação, abertura, movimentação, região, entre outros aspectos. A estas aberturas, inclinações, movimentações, regiões, entre os ponteiros de um relógio e entre as lâminas de uma tesoura, dá-se o nome de **ângulo**.

Diversas são as definições matemática atribuídas a este conceito, aqui não nos cabe listar estas definições ou julgá-las como corretas ou erradas, todavia, podemos buscar compreender que para cada definição colocada existem as suas peculiaridades com o objeto de estudo em questão.

A definição de Barbosa (2012, p. 35) na qual ele diz que “chamamos de ângulo a figura formada por duas semirretas com a mesma origem”, estaremos a utilizá-la para nortear alguns dos nossos posicionamentos e também como recurso para compreensão dos resultados obtidos a partir da análise do questionário aplicado para este trabalho de conclusão de curso. A escolha desta definição como uma referência a ser tomada se deu devido ao fato de que o livro de Barbosa (2012) é a obra citada na referência bibliográfica básica da disciplina de Fundamentos de Geometria Plana do curso de Licenciatura em Matemática da UFPE-CAA.

Ao considerarmos o eixo de rotação dos ponteiros do relógio e das lâminas da tesoura como sendo um vértice, o chamaremos de **O**, e os próprios ponteiros e as lâminas como semirretas com origem em **O**, vemos que a definição atribuída por Barbosa (2012, p. 35) possui as suas correspondências com o objeto de estudo.

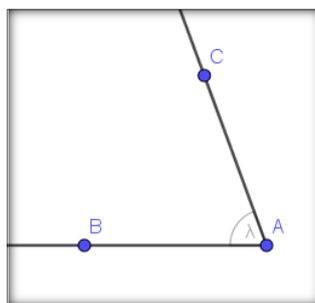
Assim como toda grandeza matemática, o ângulo também pode ser medido. Variadas são as formas de medição de ângulo bem como as unidades utilizadas, algumas mais usadas e adotadas do que outras. As unidades de medição de ângulo mais usadas são o grau e o radiano, outras menos conhecidas também podem ser usadas, são elas: “décimos ou centésimos de graus, grados, mils, gonos, cirs,

miliciclos” (Araujo, 1999, p.8). Ainda podemos utilizar as frações sexagesimais, submúltiplos de um ângulo, por meio dos minutos e segundos, para a denotação de um ângulo (Araujo, 1999, p. 9).

Estabelecemos o grau como a nossa unidade de medida padrão para efeitos de arguição desta produção acadêmica, por ser a unidade mais usada na educação básica brasileira, constatação auferida mediante conhecimentos obtidos enquanto docente da educação básica. É relevante informar que 1 grau (1°) é obtido por meio da divisão de uma circunferência em 360 partes iguais, ou seja, em uma circunferência há 360 graus (360°) congruentes.

Informar o que a palavra congruente retrata, se faz extremamente importante na tratativa deste assunto. Definamos $B\hat{A}C$ e $D\hat{E}F$ como sendo dois ângulos, os quais chamaremos de λ e μ , nessa ordem. Se dois ângulos $\lambda = B\hat{A}C$ e $\mu = D\hat{E}F$ têm a mesma medida dizemos que eles são congruentes (BARBOSA, 2012, p. 35) e podemos representar por $\lambda \equiv \mu$ ou $\lambda \cong \mu$. Vejamos na figura 1 uma representação geométrica para um ângulo $\lambda = B\hat{A}C$.

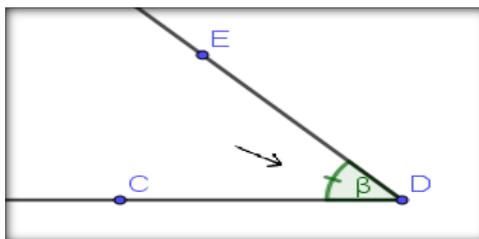
Figura 1: Representação de um ângulo



Fonte: O autor (2017).

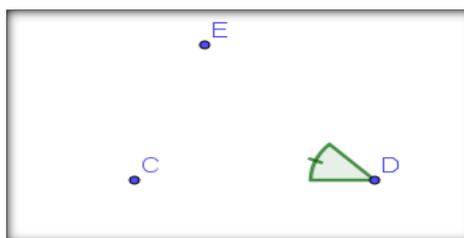
Geometricamente também podemos representar dois ângulos congruentes, $\alpha \equiv \beta$, por meio da utilização de simbologia no vértice D, como demonstrado defronte da seta na figura 2. Apresentamos de modo mais clarificado, na figura 3, sem as semirretas, o arco de circunferência com o “tracinho”, onde se buscou dar ênfase ao traço que podemos usar em dois ângulos para representarmos geometricamente que são dois ângulos congruentes.

Figura 2: Ângulo com o “tracinho” no arco



Fonte: O autor (2017).

Figura 3: Ênfase no “tracinho” do arco

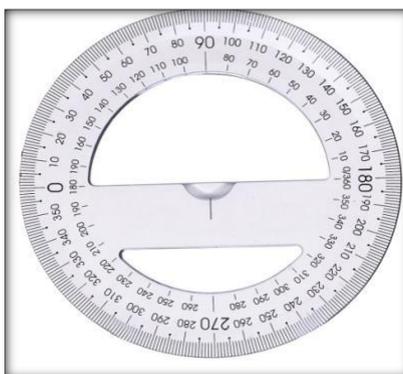


Fonte: O autor (2017).

Outros simbolismos para a congruência geométrica de ângulos podem ser empregados, seja pela utilização de mais de um “tracinho” no arco de circunferência como mostra a figura 3 ou pela utilização de mais de um arco em cada ângulo.

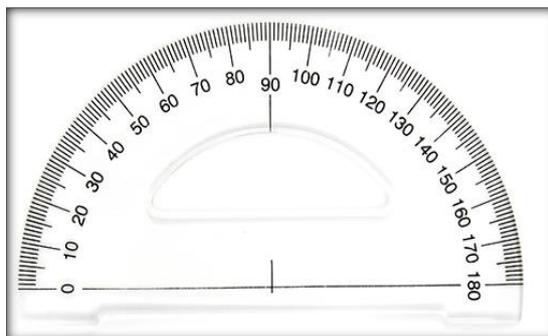
Alguns instrumentos foram desenvolvidos com a finalidade de medir e marcar ângulos. Um desses instrumentos é o transferidor, objeto circular ou semicircular constituído com marcação de 360 e 180 partes iguais (360° e 180°), respectivamente, conforme ilustrado nas figuras 4 e 5, abaixo.

Figura 4: Transferidor circular.



Fonte: Site www.dokassa.com.br

Figura 5: Transferidor semicircular

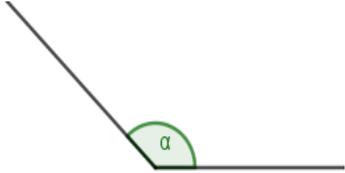


Fonte: Site www.universiaenem.com.br

Através da sua medida ou por observação criteriosa, podemos realizar agrupamentos angulares de tal jeito que seja possível estabelecer e identificar um padrão, às vezes pela especificação de intervalos, em categorias que abrangem diversas medidas, a qual chamamos de classificação de ângulos.

Um ângulo α pode ser classificado quanto a sua medida. Apresentamos a classificação, no quadro 1, que é estabelecida para ângulos, tendo como referência às propostas para o ensino de ângulo sobretudo na educação básica:

Quadro 1: Classificação de ângulos

| | |
|---|---|
|  <p>Agudo: Quando um ângulo $0^\circ < \alpha < 90^\circ$</p> |  <p>Reto: Quando um ângulo $\alpha = 90^\circ$</p> |
|  <p>Obtuso: Quando um ângulo $90^\circ < \alpha < 180^\circ$</p> |  <p>Raso: Quando um ângulo $\alpha = 180^\circ$</p> |

Fonte: Dolce & Pompeo (2013, p. 26-28).

Duas outras denominações são adotadas, ângulo **nulo** quando um ângulo $\alpha = 0^\circ$ e ângulo **giro** quando $\alpha = 360^\circ$, esta última mais instituída em livros do ensino fundamental e não mencionada por Dolce & Pompeo (2013, p. 26-28). Destacamos que essas duas denominações e a de ângulo raso são desconsideradas por alguns autores, por considerarem a não instituição de ângulo em “semirretas” colineares.

A noção de ângulo é determinante na especificação de diversas figuras geométricas, ao buscarmos analisar os ângulos compreendidos entre seus lados. Variadas inserções, como veremos em alguns casos a seguir, faz do estudo do ângulo um conteúdo de grande importância para a geometria. Algumas dessas inserções que aplicam relevantes importâncias à noção de ângulo podem ser vistas quando analisamos os quadriláteros: retângulo, quadrado, losango, trapézio retângulo e paralelogramo. Ou quando considerados algumas classificações de triângulos: triângulo acutângulo, triângulo retângulo e triângulo obtusângulo.

Para Centurión & Jakubovic (2012, p. 180-181)

Trapézio é todo quadrilátero que tem apenas dois lados paralelos. **Paralelogramo** é todo quadrilátero que tem lados opostos paralelos. **Retângulo** é todo paralelogramo com ângulos internos retos. **Losango** é todo paralelogramo que tem os quatro lados congruentes. **Quadrado** é todo paralelogramo que tem os quatro lados congruentes e os quatro ângulos retos.

De posse dessas definições, passamos a discutir, brevemente, como os ângulos internos dessas figuras são vistos. Um quadrilátero é um retângulo quando é um paralelogramo e têm ângulos internos retos (90°), o que nos permite dizer que um paralelogramo que não é denominado de retângulo possui ângulos internos que não são retos, isto implica em grandes variações de características visuais entre um e outro paralelogramo não retângulo, alguns mais inclinados do que outros em relação a um dado plano, portanto, para ser um retângulo precisa ter estritamente ângulos de 90° , o que o distingue de outros paralelogramos não retângulos. O que caracteriza um quadrado em relação a um losango qualquer é o fato de possuir os quatro ângulos internos retos, nos levando a tomar as mesmas conclusões que tivemos referente ao paralelogramo e o retângulo já mencionados. Estas discussões nos levam a ver que todo retângulo é um paralelogramo e que todo quadrado é um

losango, entretanto, as recíprocas não são verdadeiras, graças aos ângulos internos. Uma das características do trapézio retângulo é possuir um dos seus ângulos internos retos, o que o diferencia de outros tipos de trapézios.

Quanto aos ângulos internos, os triângulos são classificados em: triângulo retângulo se, e somente se, tem um ângulo reto, ou seja, têm um de seus ângulos internos medindo 90° ; triângulo acutângulo se, e somente se, têm os três ângulos agudos; triângulo obtusângulo se, e somente se, têm um ângulo obtuso (DOLCE & POMPEO, 2013, p. 38). Estas definições nos evidenciam um pouco da importância que a noção de ângulo tem para a geometria.

3. CENÁRIO DE PESQUISA SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DA NOÇÃO DE ÂNGULO

Apresentar o que se tem produzido e/ou realçar os principais trabalhos acadêmicos encontrados que tratam de ângulo é um ponto de partida para mostrar produções relevantes que abordam a noção de ângulo e para enaltecer discussões que podem ser manifestadas quando se coloca em pauta a análise de informações obtidas no decurso de exploração de casos. Trabalhos acadêmicos (DINIZ & SMOLE (1996); ARAUJO (1999); VIANNA & CURY (2001); GADOTTI (2008) e VIEIRA (2010)) que são contíguos e convergem com o que se buscou fazer neste trabalho. Dão azo à inserção de subsídios teóricos e contemplam paridades e semelhanças entre suas pretensões, objetivos, relevância, natureza, metodologia e resultados.

Iniciamos a apresentação com o trabalho de Diniz & Smole (1996). Trabalho que surgiu a partir de uma pesquisa realizada em um projeto de capacitação de assistentes pedagógicos da rede estadual de ensino do estado de São Paulo com a organização da Fundação de Desenvolvimento da Educação (FDE) da Secretaria de Educação do Estado já citado, no ano de 1993.

As autoras, Diniz & Smole (1996), tomaram a capacitação como marco inicial de sua pesquisa, deram mais atenção ao conceito de ângulo, pois para identificar figuras geométricas haveria a necessidade de entendimento deste conceito. As autoras salientam que o livro do qual se faz aqui explicitar é uma proposta a ser trabalhada nos anos iniciais do ensino fundamental, antes do estudo da geometria de modo formalizado. (DINIZ & SMOLE, 1996)

Já que este trabalho busca, dentre outros aspectos, estudar noções pertinentes ao entendimento do conceito de ângulo compreendido por licenciandos em matemática, vimos em Diniz & Smole (1996) um aporte considerável para a compreensão do porquê da utilização de figuras como respostas a alguns quesitos do questionário aplicado, sendo estas figuras usadas para dar suporte e complemento a externalização da noção de ângulo de alguns discentes.

Com título “o conceito de ângulo e o ensino de geometria”, Diniz & Smole (1996) tem por finalidade “mostrar que o conceito de ângulo é uma ideia central para muitas outras ideias matemáticas podendo ser abordado na escola já a partir da terceira série¹” (p. 2), para isto o livro é constituído basicamente de atividades e propostas de atividades que podem se praticadas em vista ao desenvolvimento do conceito de ângulo.

Com proposta de atividades lúdicas, são desenvolvidas tarefas que trabalham a construção do conceito de ângulo em diversos aspectos: ângulo estático (em figuras) e dinâmico (como giro e/ou mudança de direção). A medição de um ângulo, unidade de medida usada, instrumento usado para realizar medição, o estudo de propriedades de figuras geométricas relacionadas à noção de ângulo, são outros estudos realizados.

Como sugestões finais para o tratamento do assunto, sugeriram o estudo formal de ângulo, para isto as autoras lançam, como possível definição a ser adotada, ângulo como “o **conjunto** dos pontos de duas semirretas de mesma origem” (DINIZ & SMOLE, 1996, p. 76, grifo nosso), o que demonstra que as autoras concebem ângulo como um conjunto, uma reunião.

Araujo (1999) em sua dissertação de mestrado: “O Conceito de Ângulo em Livros-Texto: Uma Abordagem Histórica” apresenta “um estudo do desenvolvimento do conceito de ângulo baseado, também, em análise de livros-texto” (p. 4), traçando-se um panorama do desenvolvimento do conceito de ângulo e suas características. Foram 18 os livros-texto arrolados pela autora para o desenvolvimento de sua dissertação.

Inquietações diversas geradas no decorrer da graduação e mestrado a motivaram à realização do trabalho cujas necessidades foram sendo modificadas na medida em que foram consubstanciados novos entendimentos em relação à temática. Seu trabalho apresenta uma metodologia na qual podemos classificar com sendo exploratória, sem a explicitação de objetivo(s) a ser(em) atingido(s).

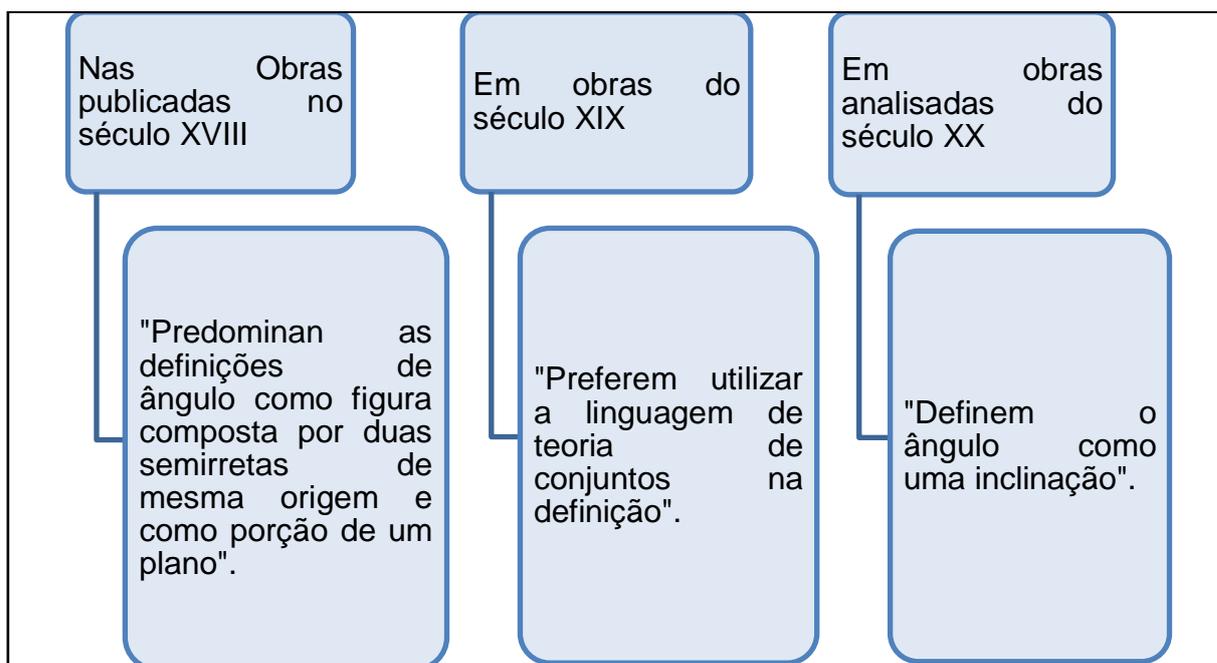
As primeiras considerações de resultados importantes a serem explicitadas na revisão dessa dissertação dizem respeito à exclusão da possibilidade de se ter

¹ Atual quarto ano.

ângulo nulo e raso em muitas definições encontradas pela autora. “Inclinação”, “posição relativa”, “abertura” determinada por dois segmentos de retas são categorizações sugestionadas para definições de ângulo encontradas por ARAUJO (1999). Algumas apreciadas ou altamente criticadas, por limitar o sentido de um ângulo ou angariar sentidos ambíguos (ARAUJO, 1999).

Em se tratando dos livros-texto analisados e após apresentar uma tabela contendo as diversas definições encontradas após suas pesquisas, Araujo (1999) faz as inferências contidas no quadro 2, abaixo:

Quadro 2: Inferências realizadas por Araujo (1999)



Fonte: Araujo (1999, p. 107-108)

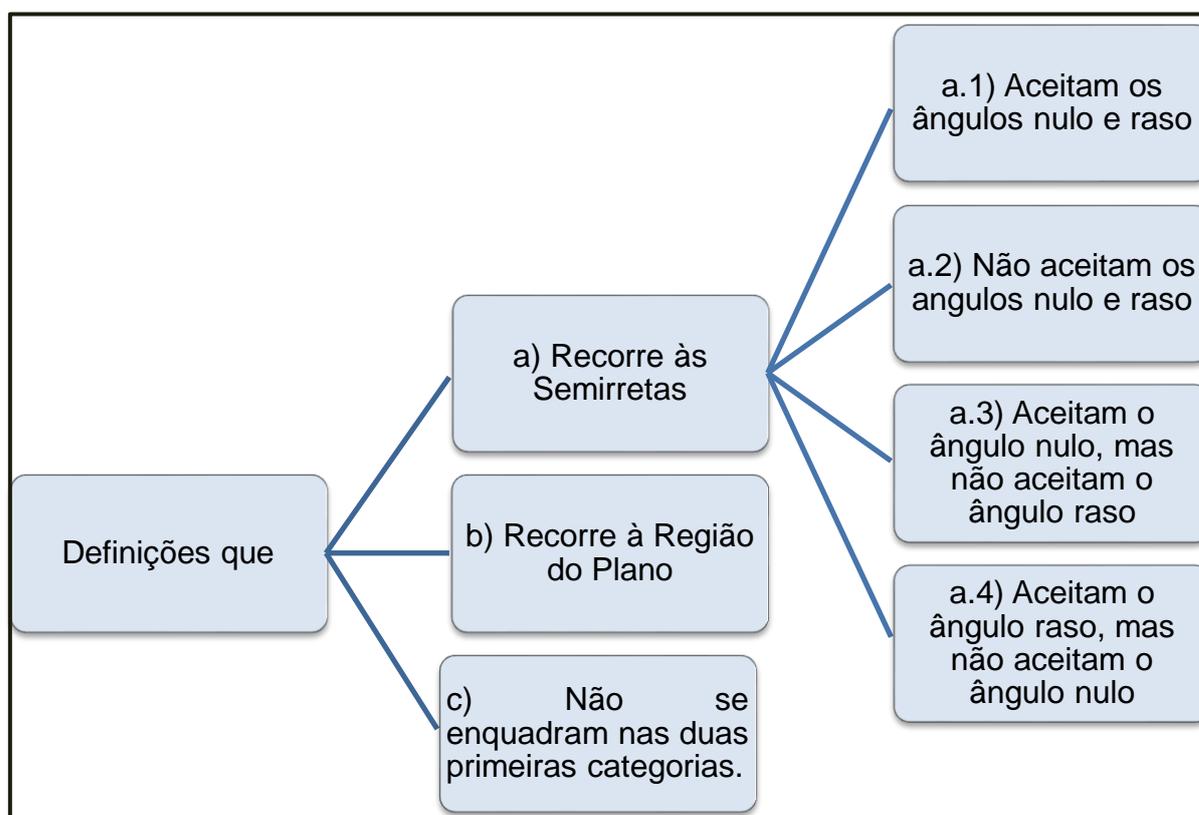
Agora em outra publicação, sendo esta produzida por Vianna & Cury (2001). Nesta publicação, com características exploratórias e análise qualitativa, temos a veiculação de informações pertinentes à classificação de variadas definições conferidas a ângulo, definições estas obtidas por meio de um trabalho realizado com discentes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Paraná onde os mesmos buscaram conceitos de ângulo em livros didáticos. A busca se deu no ano de 1999 quando os discentes cursavam a disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar do curso. É possível encontrar na publicação a sugestão de critérios para a obtenção de uma definição mais fiel a um conteúdo.

Para os autores, o trabalho deles se faz relevante, pois uma definição depende de quem a fornece, logo, um licenciando, isto é, discente de um curso de formação de professor, precisa, no ofício da sua profissão, ler livros didáticos e tecer críticas as suas propostas pedagógicas, logo vemos que isto implica em prováveis melhorias nas escolhas de conceitos e definições serem discutidas em sala de aula. (VIANNA & CURY, 2001)

Na análise realizada dos livros didáticos da pesquisa realizada por Vianna & Cury (2001), perceberam que os autores explicitam, em seus livros didáticos, que vão tratar do conceito de ângulo, mas na verdade utiliza-se de uma frase seguida de observações quanto à notação, isto é, acabam por realizar a apresentação implícita de uma definição e não o tratamento de um conceito.

Quanto às definições de ângulo encontradas nos livros didáticos analisados, foram agrupadas em categorias, de acordo com o quadro 3, mostrado a seguir:

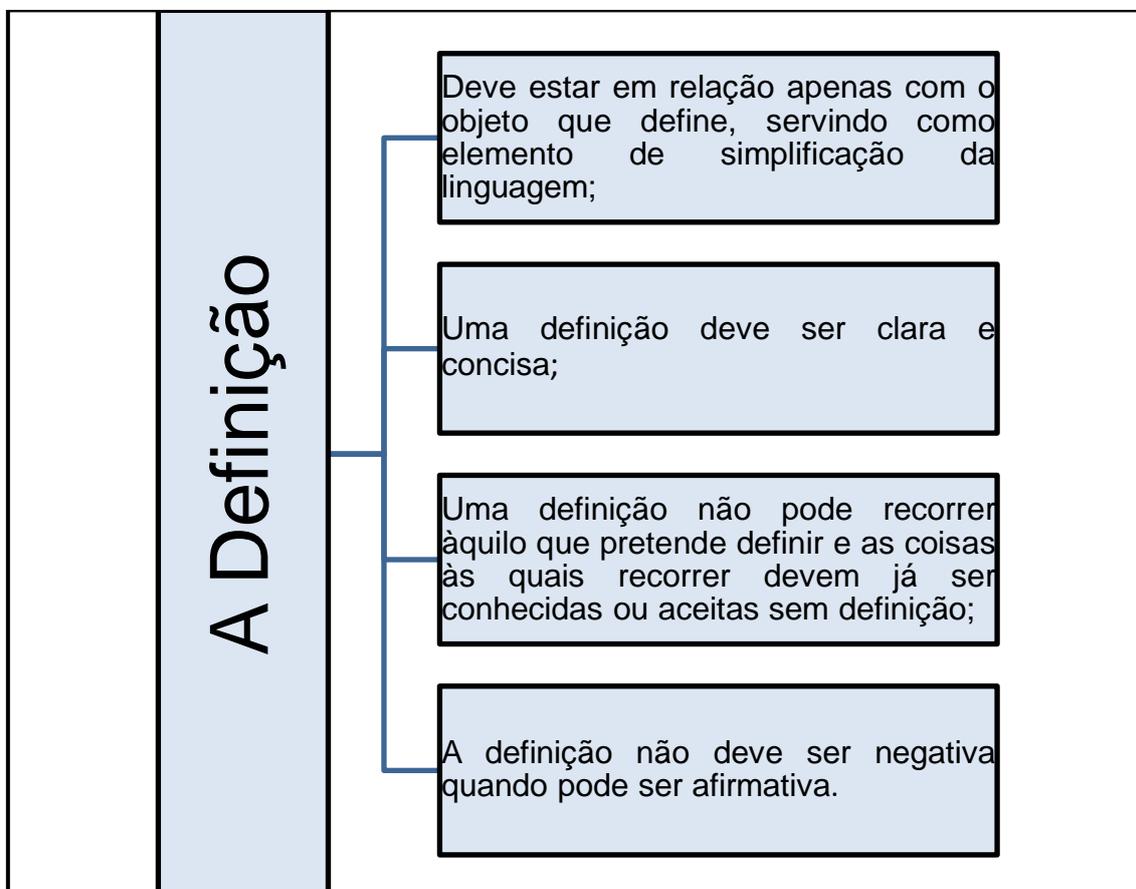
Quadro 3: Categorias adotadas por Vianna & Cury (2001) para definições de ângulo.



Fonte: Vianna & Cury (2001)

Há o sugestionamento, indicações, para obtenção de definições firmes a assuntos propostos. Vê-se a necessidade de que elas obedeçam aos seguintes critérios postos no quadro 4, a seguir:

Quadro 4: Indicações propostas por Vianna & Cury (2001) para obtenção de definições mais fiéis a um assunto



Fonte: Vianna & Cury (2001)

A partir disto foi solicitado aos licenciandos integrantes do processo de realização da pesquisa de Vianna & Cury (2001), que buscassem por possíveis erros nas definições encontradas, tão logo foi percebido que os futuros professores consideraram as definições que não incluíam a possibilidade de obtenção dos ângulos nulo e raso, em sua alçada de abrangência, como detentoras de erro. Em alguns trabalhos encontrados por Vianna & Cury (2001) os autores também buscavam argumentar para a necessidade de não se contemplar os ângulos nulo e raso na definição por eles propostas.

Daí, Vianna & Cury (2001) buscaram concluir em seu estudo que não é tão fácil afirmar que uma definição possui equívoco(s), pois depende muito das intenções de cada autor e transfere para o professor a responsabilidade de realizar escolhas criteriosas em relação à definição de ângulo que pretende adotar.

Mais adiante encontramos em Gadotti (2008) um estudo metodologicamente descrito como de natureza teórico-empírica, com abordagem qualitativa e exploratória, o qual busca “investigar a definição tanto formal como pessoal do conceito de ângulo, analisando possíveis implicações no processo de ensino-aprendizagem” (GADOTTI, 2008, p. 13).

A realização e execução do trabalho se deram em duas partes: na primeira a autora registrou e analisou definições de ângulo tidas por professores, em autores de livros-texto contemporâneos e definições encontradas em *softwares* e em dicionários; Na segunda, e última, houve a análise de livros-texto de antes e durante a ocorrência do Movimento da Matemática Moderna (MMM). (GADOTTI, 2008)

Os professores que participaram da pesquisa, em número de vinte e três, lecionavam, no ano de 2006, no Ensino Fundamental e Médio. Na ocasião da realização da pesquisa, participavam de um curso de capacitação promovido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, em parceria com uma universidade particular do interior do mesmo Estado. (GADOTTI, 2008)

Como um dos resultados dos estudos realizados, foi observado que este conceito pode acabar por ter certa confusão e incerteza em sua formação, o que dificulta o seu processo de ensino e a sua aprendizagem, já que as variadas definições de ângulo recorrem em determinados momentos a um par de semirretas de mesma origem, a intersecção de semi-planos ou até mesmo a uma porção de plano limitada por duas semirretas de mesma origem e tudo isto pode não facilitar a criação de um conceito, pelo contrário, dificultar. (GADOTTI, 2008, p. 69)

Gadotti (2008) também aborda em seu trabalho sugestões de atividades para desenvolver o conceito de ângulo. Elabora tabelas de categorização de diferentes definições, que ela registrou, conferidas a ângulo, de antes, durante e após o Movimento da Matemática Moderna (MMM). As categorias foram: 1ª Categoria: Par

de linhas; 2ª Categoria: Região no Espaço; 3ª Categoria: Como giro; 4ª Não define/Outros. Em cada categoria, ela lista as definições e suas fontes.

Gadotti (2008, p. 86) diz que “a dificuldade de definir de forma adequada não é prerrogativa do conceito de ângulo. Vários conceitos matemáticos têm definições que dão margem a diferentes interpretações muitas vezes contraditórias entre si”. Esta afirmação, no que remete a ângulo, é validada quando a autora apresenta as análises das respostas dos questionamentos respondidos pelos os docentes, apresentando, os entrevistados, de acordo com a autora, inadequações de suas respostas em relação ao rigor matemático, podendo gerar errôneas interpretações em relação a ângulo.

Foi possível perceber que no decorrer do MMM as definições de ângulo recorriam predominantemente à *região no espaço*. Anteriormente e posteriormente recorriam predominantemente à categoria *par de linhas*, todavia, notou-se que após o MMM os livros passaram a ser mais coloridos, com mais ilustrações e problematizações, logo poderia trazer a definição de ângulo contemplada com novas representações. (GADOTTI, 2008)

Na pesquisa de Vieira (2010), encontramos significativa relevância para o nosso estudo, onde houve a busca por “desenvolver uma abordagem didática sobre o conceito de ângulo que seja adequada as escolas da Rede Municipal de Campina Grande e às recomendações dos documentos oficiais sobre o ensino deste conceito no ensino fundamental” (VIEIRA, 2010, p. 29) com abordagem quanti-qualitativa recorrendo, ocasionalmente, a procedimentos metodológicos exploratórios e pesquisa de campo para que fosse possível atingir aos objetivos propostos em sua investigação.

Na pesquisa foi identificado que a Rede Municipal de Ensino de Campina Grande (RMECG) possuía, na época, 15 escolas que trabalhavam com os anos finais do ensino fundamental, destas uma foi selecionada para a realização de estudos. Os sujeitos participantes dos estudos foram 22 professores de matemática da RMECG e 16 alunos do 6º ano do ensino fundamental da escola selecionada. A produção dos dados se deu por meio da utilização e aplicação de questionários, pré-teste e pós-teste em uma abordagem didática, entrevistas informais, anotações de

campo, atividades e cadernos de desenho e análise dos livros didáticos mais usados pelos professores. (VIEIRA, 2010)

São encontradas, no decorrer das análises dos livros didáticos, diversas definições atribuídas a ângulo e para Vieira (2010, p. 42) “todas elas apresentam alguma dubiedade” cabendo ao professor buscar delimitar e selecionar a definição que considera mais conveniente a ser trabalhada em sala de aula, sempre com a mente lúcida para a importância desta definição, deste conceito, para a geometria e para os demais conteúdos a serem vistos pelos educandos nos seguintes anos de escolarização.

Ao realizar um comparativo do pré-teste com o pós-teste, de mesmas questões, em uma abordagem didática, foi possível perceber, por meio da apresentação de gráficos de barras, que os alunos do 6º ano ampliaram os seus entendimentos em relação à noção de ponto, reta, semirreta, segmento de reta e plano. Façamos saber que estas noções são de substancial importância para o melhor entender uma definição de ângulo. (VIEIRA, 2010)

Vieira (2010), em entrevista com os professores, verificou que há uma defasagem no ensino de geometria, de modo conseqüente, no ensino de ângulo, haja vista o suposto processo deficitário de formação de cada docente e a existência de particulares dificuldades pessoais deles em relação à área de geometria. (VIEIRA, 2010)

Vieira (2010) julga, a partir de seus entendimentos, que os livros didáticos por ele analisados deixam a desejar no alusivo ao tratamento de ângulo, um livro não apresenta a definição, mesmo buscando contextualizar e mostrar o conceito utilizando-se de mais de um enfoque.

As conclusões e considerações finais de Vieira (2010, p. 106, grifo nosso) são direcionadas quanto: **à abordagem do conceito de ângulo nos materiais analisados**, dizendo que “o universo e as formas de abordagem são limitadas. As abordagens utilizadas não abarcam as fases da abstração progressiva”; **à adoção do conceito de ângulo como giro ou mudança de direção**, expressando que “é pouco difundido entre os professores da RMECG. Tornando claro, assim, a necessidade de pesquisa na área”; **à análise dos livros didáticos**, afirmando que

“a maioria deles não possui compromisso com o ensino do conceito de ângulo. A maioria dos livros didáticos analisados apresentou algumas características associadas aos livros utilizados no MMM”; à **abordagem didática**, assegurando que “por meio dela, vários alunos passaram a identificar o ângulo padrão em domínios abstratos”.

Foi possível perceber que quase todos os autores: Diniz & Smole (1996); Araujo (1999); Vianna & Cury (2001); Gadotti (2008) e Vieira (2010) demonstravam conhecer a distinção entre o que seria um conceito e o que seria uma definição, um desses momentos foi quando se observou em Araujo (1999, p.4, grifo nosso) que “**A diversidade de definições para o conceito de ângulo** (superfície limitada, interseção de direções, rotação) é percebida não somente nas atividades com crianças, mas também nos livros-texto de matemática”. Frisamos que na citação anterior a autora já apresenta possíveis categorizações para a definição de ângulo.

É altamente perceptível, a partir da exposição dos trabalhos, que os autores consideram esse conceito como detentor de grande influência no entendimento de outros conteúdos de domínio da geometria. Quando se deparavam com definições que excluía os ângulos nulo e raso alguns autores dos livros buscavam justificar o motivo pelo qual os autores defendiam a tese da não necessidade de inclusão dessas classificações a esta temática.

Sobressaímos à conclusão de que muitos trabalhos e livros não dão tanta relevância ao tratamento de ângulo. A tentativa de encontrar uma definição que cumpra as exigências do conteúdo fez com que diversificadas definições surgissem, podendo ser enquadradas em diversos aspectos, categorias, que às vezes chegam a remeter a compressões de distinção entre uma e outra, excluindo-se similaridades.

4. REFERENCIAL TEÓRICO

Dedicamos este capítulo para expor as noções fundamentais da Teoria Antropológica do Didático (TAD), no intuito de trazer fundamentação para este trabalho de conclusão de curso. A escolha desta teoria se deu devido à necessidade de trazer discussões da relação pessoa-objeto, o que nos dá ferramenta para cumprirmos com o nosso objetivo que é investigar relações pessoais de discentes do Ensino Superior com a noção de ângulo.

Yves Chevallard é um matemático francês nascido em 1º de Maio de 1946 na cidade de Marselha, na França, atua principalmente no campo da didática da matemática, criador e desenvolvedor da TAD. A origem desta teoria se deu na última década do século passado, trabalhando um conjunto de noções que permeiam interações entre o sujeito, os saberes, instituições sociais.

É importante destacar os nossos focos na apresentação de noções da teoria. Não iremos transpor a superficialidade, isto é, nos deteremos apenas aos conceitos iniciais, sem nos adentrarmos aos elementos estruturantes, aprofundados. Podemos então, para iniciar, nos fazer os seguintes questionamentos: Porque a denominação Teoria Antropológica do Didático e não Teoria Antropológica da Didática, já que estamos no campo da didática? Porque pode ser chamada de Teoria e porque é dita Antropológica?

Segundo Avila (2014, p. 54) a TAD:

“trata-se de uma teoria porque é composta por um conjunto de conhecimentos que constituem um ferramental que permite observar, analisar, avaliar, mesmo desenvolver o didático, em qualquer instituição e a propósito de qualquer desafio”.

Podemos tentar explicar o porquê de se empregar a palavra *Antropológica* na teoria. Este emprego pode se dar devido ao fato de que o saber humano está atrelado a estudos realizados em diversos âmbitos, todas estas ações adentram “no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais” (CHEVALLARD, 1998) já que sabemos que:

não é possível analisar, isoladamente, os diversos campos de conhecimento sem que se tenha uma visão de como eles estão inseridos nas instituições sociais e, conseqüentemente, nas atividades humanas. (SANTOS JÚNIOR, 2017, p. 94)

O termo Antropológica na TAD é utilizado, segundo Avila (2014, p. 54), “porque o estudo científico do didático deve estar atento para outras dimensões do real social, além da simples dimensão do didático, o que conduz o autor a observar que o que condiciona ou restringe o didático não é somente o didático”.

Ainda para o autor, a terminologia Antropológica é empregada, pois,

serve para lembrar que a didática tem por vocação estudar o didático em tudo, no conjunto das instituições de uma dada sociedade, no quadro dos trabalhos e profissões e não somente nas instituições que se apresentam elas mesmas como escolas, e isso no conjunto das sociedades passadas, presentes e futuras. (AVILA, 2014, p. 54)

Seguindo com a proposta de respondermos aos questionamentos suscitados, acabamos por enfatizar que Didático e Didática possuem distintos significados. Para Chevallard (2011), o Didático está presente em diversas situações sociais nas quais diferentes estratificações, pessoa ou instituição, se auxiliam para que uma consiga aprender algo, seja por meio de atuações ou de intenções. Enquanto isto, Chevallard (2011, p. 4) diz que “a didática é a ciência do didático”, ou seja, estuda o didático por meio de particulares relações, implicações, através de condições e restrições que condicionam os conhecimentos da sociedade.

Para ilustrar o didático, podemos lançar como exemplo a construção de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), onde o orientando recorre ao orientador, outra instância, para que lhe seja fornecido auxílios, orientações, dentre outras ações e intenções que auxiliarão o orientado na elaboração, produção, desenvolvimento do trabalho, podendo o orientado ser auxiliado por outrem, seja por meio da utilização da *internet* para a realização de pesquisas ou mesmo por meio da solicitação de ajudas de outras pessoas, que não o orientador, no intuito de conhecer ou reconhecer algo.

Ao nos depararmos com situações como a descrita anteriormente, podemos perceber, analisando de modo mais sistemático, a existência de um indivíduo, um saber, um objeto, uma relação, e outras composições que permeiam o caso. De início, Chevallard (2009) nos traz contribuições que vão de encontro à identificação que acabamos de realizar, trazendo várias noções, dentre elas a de objeto, que, para ele, é “toda entidade material ou imaterial, *que existe ao menos para um indivíduo*”. Chevallard (2009, p.1), também defini que, “toda obra, isto é, todo produto intencional da atividade humana, é um objeto”.

Além das noções anteriormente descritas Chevallard (1991) define as noções de: *instituição e indivíduo*. Outras noções introduzidas por Chevallard (1991), também, são as de *relações pessoais* e as *relações institucionais* (R_I) envolvendo a instituição (I), o indivíduo (X) e o Objeto (O), quando o autor afirma que

O objeto O existe para o indivíduo X se X tem uma relação pessoal com ele, designada de R (X, O): relação de X com O. Igualmente, o objeto O existe para a instituição I - é um objeto institucional para I - se I tem uma relação institucional com O, R_I (O). Notemos que esse objeto existe - é um objeto - se é um objeto ao menos para um indivíduo X ou uma instituição I. Dado isto, dizemos que X conhece O se X tem uma relação com O (o que significa dizer que O existe para X). (CHEVALLARD, 1991, p.148)

Quando falamos em pessoa muitas vezes associamos esta nossa compreensão a um indivíduo, mas, é importante que se faça destacar que na TAD *pessoa e indivíduo* não possuem o mesmo sentido.

Chevallard (2003) nos faz compreender que um indivíduo pode assumir o papel de diferentes pessoas quando em relação com um objeto em diferentes espaços de tempo, bem como um objeto pode estar associado a diferentes pessoas, pois o entendimento de cada indivíduo em relação a um objeto varia de acordo com as relações pessoais entre esta dupla. É possível verificar que para o autor **pessoa** é o indivíduo e o sistema de relações pessoais com o(s) objeto(s).

Já que o trabalho que aqui vem sendo desenvolvido tem como âmago, as relações pessoais que estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, no centro Acadêmico do Agreste, têm em relação à noção de ângulo, podemos deduzir que cada um entrevistado assume o papel de diferentes pessoas, em diferentes espaços de tempo, com a noção de ângulo e a noção de ângulo acabada por estabelecer a existência de específica pessoa com cada um entrevistado.

A relação pessoal de um indivíduo X com um objeto O é denotada em por R (X, O), ou seja, X conhece O e logo a relação do indivíduo com o objeto é diferente do vazio, ou seja, $R(X, O) \neq \emptyset$ (CHEVALLARD, 2003). A relação pessoal dos pesquisados com a noção de ângulo existe se eles conhecem esta noção, para isto foram adotadas, nos procedimentos metodológicos, medidas para que houvesse a

garantia de que os participantes da pesquisa possuía algum tipo de relação pessoal com o objeto para que pudéssemos averiguar.

Explicitando as noções de *Instituição* e *Relação Institucional* temos que:

Uma instituição I é um dispositivo social “total” que pode de fato ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social (existe as micro instituições), mas que permite – e impõe – aos seus sujeitos, isto é, as pessoas x que vem ocupar as diferentes posições p ofertadas em I , o envolvimento das maneiras de fazer e de pensar próprias – isto é, as praxeologias. Assim a sala de aula é uma instituição (cuja as duas posições essenciais são as de professor e de aluno) bem como o estabelecimento (onde outras posições aparecem), bem como ainda que esta instituição que reúne sala de aula e estabelecimentos e que abunda em todos os tipos de posições, o sistema educacional. (Chevallard, 2009, p.2)

Logo, podemos inferir a partir da retomada de um exemplo envolvendo a elaboração de um TCC, já utilizado anteriormente, que a TAD pode ser uma instituição, pois possui praxeologias imanentes aos indivíduos que a constrói e aos que a utilizam para a investigação de relações pessoais.

É importante ampliar a abrangência de nossa perspectiva em relação à TAD, pois vemos que a mesma não se resume a determinar como ensinar matemática, mas envolve e estuda indivíduos, objetos e relações que estão em trâmite no processo de ensino e aprendizagem e as instituições que os circundam.

Outra noção fundamental da TAD é a de *Universo Cognitivo* de um indivíduo, segundo o qual é o conjunto de todas as “relações pessoais” de um indivíduo X com um objeto O , de modo mais simbólico, representado por $UC(x) = \{(o, R(x; o)) / R(x; o) \neq \emptyset\}$ (CHEVALLARD, 2009).

Temos a *relação institucional*, segundo o qual é a relação de um objeto o , com uma instituição I , tal que o ocupa uma posição p em I , indicada $R_I(p, o)$. Se for afirmado que um sujeito x em uma instituição I é um bom sujeito, diz-se, simbolicamente, que $R(x; o) \cong R_I(p, o)$, melhor esclarecendo, a relação pessoal do sujeito x com o objeto o está em conformidade (\cong) com a relação institucional do objeto o , com uma instituição I , tal que o ocupa uma posição p em I . (CHEVALLARD, 2009)

Já reportamos em outro momento o que seria, de modo elementar, uma praxeologia. Como nossa pesquisa também aponta em direção a estudos praxeológicos se torna indispensável adentrar melhor a esta noção.

Existe uma classificação para as praxeologias: *pontual, local, regional e global*. Concentrarmo-nos apenas na *Praxeologia Pontual* $[T, \tau, \theta, \Theta]$ que se centraliza em torno de um específico tipo de tarefa T. Mas o que seria uma *Praxeologia Pontual*?

Uma *Praxeologia Pontual* é composta de uma: *tarefa* T, *técnica* τ , *tecnologia* θ e uma Teoria Θ , representada por $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Os tipos de tarefas T, exigem um modo de fazê-las, a técnica τ , por seu lado envolvem tecnologia θ a fim de atestar e aferir situações norteadas por uma Teoria Θ . (CHEVALLARD, 1998).

Na praxeologia $[T, \tau, \theta, \Theta]$ temos uma junção entre uma parte chamada *prático-técnica* (saber-fazer), a qual podemos denotar por $[T, \tau]$, em outras palavras, é uma reunião de uma tarefa e uma técnica, por outro lado, temos $[\theta, \Theta]$, uma parte *tecnológico-teórico* (saber), sendo esta a combinação da tecnologia com a Teoria. (CHEVALLARD, 1998).

Por último e não menos importante, trazemos as noções de objetos ostensivos e não ostensivos. Para nós objeto ostensivo é o objeto que pode ser palpável, tocado, usado, sentido, sensível, como, a título de exemplo, uma caneta, um compasso, escritos, tabelas, fórmulas, representações geométricas etc. (CHEVALLARD, 1994).

Antagonicamente, objetos não ostensivos não são palpáveis, como as noções, intuições, crenças (CHEVALLARD, 1994). Os objetos não ostensivos são evocados por meio da utilização de objetos ostensivos. Para rememorar a ideia de ângulo, objeto não ostensivo, há a necessidade de evocação de sua definição e/ou visualização geométrica, exemplarmente, que são objetos ostensivos.

As noções da TAD, neste capítulo apresentadas, tem suas aparições nas mais diversas manifestações das quais os indivíduos se fazem participar. No que diz respeito a este trabalho imputa-se principalmente as relações indivíduo-objeto-sociedade, esta última comportando instituições como a escola, universidade.

5. PERCURSO METODOLÓGICO

Este capítulo é dedicado a explicitar o percurso metodológico adotado para a realização da pesquisa. Já que nos empenhamos em investigar as relações pessoais dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste em relação à noção de ângulo, nosso objetivo, procedemos a realizar uma pesquisa de abordagem qualitativa, segundo a qual “busca uma compreensão particular daquilo que estuda: o foco da sua atenção é centralizado no específico, no peculiar, no individual, almejando sempre a compreensão e não a explicação dos fenômenos estudados” (RAMPAZZO, 2009, p. 60).

Além disso, este estudo também é exploratório. Para Fiorentini e Lorenzato (2012, p. 69) uma pesquisa é considerada exploratória quando “o pesquisador, diante de uma problemática ou temática ainda pouco definida e conhecida, resolve realizar um estudo com o intuito de obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes sobre ela”, buscando “maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito” (GIL, 2002, p. 41) podendo, posteriormente, “clarificar conceitos” (MARCONI & LAKATOS, 2015, p. 71).

Enquanto instrumento de coleta de dados, foi utilizada a aplicação de questionário, “instrumento de coleta de dados constituído por uma série ordenada de perguntas” (MARCONI & LAKATOS, 2015, p. 86), perpassando por esgrimir o constante nas respostas das questões e adoção de posicionamentos e inferências norteadas pelos resultados obtidos, podendo, a saber, serem introduzidas novas características e/ou complementar algo que já vem sendo estudado.

A adoção das questões foi tomada buscando aferir a familiaridade dos entrevistados em relação à noção de ângulo, indo por questões que solicitam que seja informada a noção de ângulo, passando por exemplificação e reconhecimento. As questões foram encaminhadas seguindo a ótica de mobilizar diferentes ostensivos. Estes diferentes ostensivos podem nos dar mais indícios acerca de quais são as relações pessoais dos discentes com a noção de ângulo.

O questionário contou com seis questões abertas. Segundo Marconi & Lakatos (2015, p. 89), as questões abertas são aquelas que permitem ao fornecedor

das informações maior liberdade para responder as questões, podendo emitir opiniões e usar a sua linguagem, com este tipo de pergunta se permite obter investigação mais aprofundadas e precisas.

Pensando na obtenção de público para responder a pesquisa, decidimos pela escolha do curso de Matemática-Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste como campo para a realização da investigação, já que é um curso de formação de professores da educação básica. Ponderamos também por selecionar os entrevistados de acordo com o estabelecimento de um critério eliminatório, com o propósito de garantir que entrevistados tiveram contato efetivo com núcleo desta investigação (noção de ângulo).

Em uma pesquisa, é de suma importância que sejam selecionados os sujeitos. O critério de seleção dos pesquisados foi colocado em um questionário (Apêndice B) para traçar o perfil dos entrevistados, critério este, que exigia do entrevistado já ter cursado e ter sido aprovado no componente curricular Fundamentos da Geometria Plana no CAA (tópico 3 do Apêndice B), além possuir alguma noção em relação a ângulo (tópico 4 do Apêndice B). Aqueles que responderam SIM a estas duas exigências, das quatro perguntas que lhes foram firmadas, foram escolhidos para participar.

Marconi & Lakatos (2015, p. 27), destacam que a amostra é, “parcela ou porção convenientemente selecionada do universo (população)” e que população “é o conjunto de seres animados ou inanimados que apresentam pelo menos uma característica em comum”, isto é, a partir de nossa população, discentes do curso de Matemática-Licenciatura UFPE/CAA, tomamos para participar da investigação apenas uma amostragem, discentes que possuem alguma noção em relação a ângulo.

Para a realização da pesquisa foram adotados os seguintes procedimentos: 1º) Assinatura do Termo de Compromisso (Apêndice A); 2º) Preenchimento do Perfil do Entrevistado (Apêndice B); 3º) Resolução do Questionário envolvendo a Noção de Ângulo (Apêndice C). Para a aplicação do questionário que envolvia a noção de ângulo, constituído de três páginas nas quais as questões que estavam nas páginas seguintes podiam influenciar na resolução das questões anteriores, optamos por

adotar a seguinte estratégia na aplicação: 1º) Entregar a primeira página e aguardar a resolução; 2º) Realizar a coleta da primeira página. Analogamente os procedimentos foram adotados para as duas páginas seguintes, de modo a garantir que o pesquisado não tivesse acesso às questões posteriores e nem as questões já respondidas para que ele não pudesse realizar modificações à medida que houvesse qualquer complementação das noções deles relação às imagens que iam sendo apresentadas e a definição posta na última questão.

No quadro 5, a seguir, apresentamos algumas informações em relação ao perfil dos entrevistados. A apresentação dessas informações pode estimular a elaboração de pesquisas futuras, já que podemos perceber um público diversificado quanto aos dados apresentados.

Quadro 5: Algumas informações sobre o perfil dos entrevistados

| Nome fictício dos participantes | Idade (Anos) | Período de ingresso no curso | Ano em que concluiu o Ensino Fundamental/ Ensino Médio | Cidade de Sua Residência (PE) | Natureza Jurídica das escolas em que estudou |
|--|---------------------|-------------------------------------|---|--------------------------------------|---|
| Aluno 1 | 21 | 2014.1 | 2009/2012 | Caruaru | Pública e Particular |
| Aluno 2 | 21 | 2013.2 | 2009/2012 | Vertentes | Pública e Particular |
| Aluno 3 | 34 | 2012.1 | 1997/2000 | São Caetano | Pública e Particular |
| Aluno 4 | 24 | 2012.1 | 2008/2011 | Cupira | Particular |
| Aluno 5 | 22 | 2013.1 | 2009/2012 | Gravatá | Pública |
| Aluno 6 | 21 | 2013.2 | 2009/2012 | Surubim | Pública |
| Aluno 7 | 22 | 2012.1 | 2008/2011 | Caruaru | Pública |
| Aluno 8 | 22 | 2014.2 | 2009/2012 | Gravatá | Pública |
| Aluno 9 | 21 | 2014.2 | 2009/2012 | Surubim | Pública |
| Aluno 10 | 20 | 2014.2 | 2010/2013 | Bezerros | Pública |
| Aluno 11 | 21 | 2014.2 | 2010/2013 | Camocim de São Félix | Pública |
| Aluno 12 | 23 | 2011.1 | 2007/2010 | Cumarú | Pública |

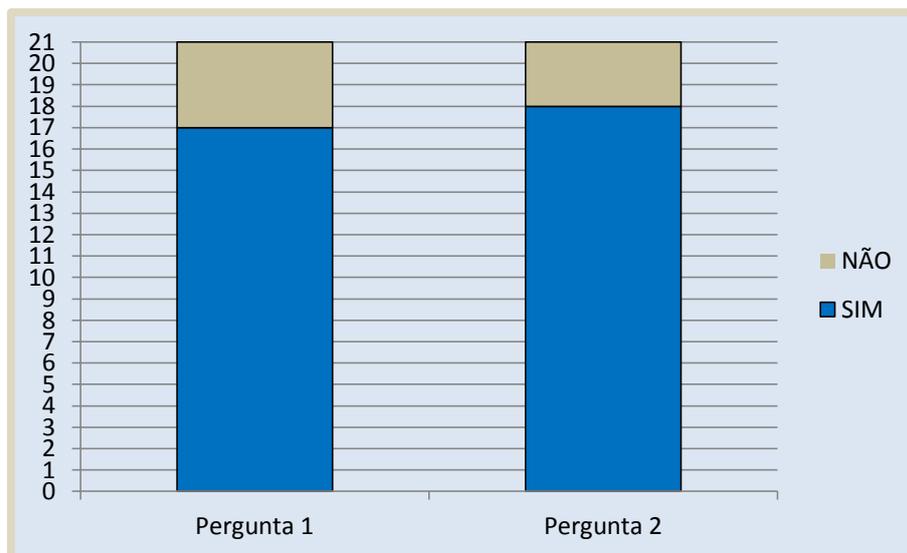
| | | | | | |
|-----------------|----|--------|-----------|----------------------|---------|
| Aluno 13 | 25 | 2011.2 | 2006/2009 | Caruaru | Pública |
| Aluno 14 | 21 | 2014.1 | 2010/2013 | Surubim | Pública |
| Aluno 15 | 22 | 2013.1 | 2009/2012 | Caruaru | Pública |
| Aluno 16 | 23 | 2012.1 | 2008/2011 | São Joaquim do Monte | Pública |
| Aluno 17 | 22 | 2014.1 | 2009/2012 | Passira | Pública |
| Aluno 18 | 21 | 2014.1 | 2009/2012 | Caruaru | Pública |
| Aluno 19 | 21 | 2013.1 | 2009/2012 | Surubim | Pública |
| Aluno 20 | 24 | 2011.2 | 2007/2010 | Passira | Pública |
| Aluno 21 | 27 | 2011.2 | 2004/2006 | Caruaru | Pública |

Fonte: O autor (2017)

Ainda no perfil dos entrevistados foi possível observar que todos os participantes já haviam cursado a disciplina Fundamentos de Geometria Plana e possuíam alguma relação pessoal com a noção de ângulo, pois era critério de seleção. Para os tópicos 1 e 2, algumas negativas foram obtidas ao serem indagados, respectivamente, dos seguintes questionamentos:

- Durante o seu processo de escolarização em matemática, foi recorrente que os professores iniciassem a socialização de um conteúdo por meio da utilização de uma definição/conceito atribuída a aquele assunto?
- Enquanto participante de um curso de formação de professores de matemática, você possui familiaridade com definições/conceitos geométricos?

Gráfico 1: Resultados das perguntas (tópicos) contidas no questionário do perfil dos pesquisados



Fonte: O autor (2017)

Este gráfico nos dá indícios de que o processo de escolarização, da maioria dos pesquisados, pode ter sido tecnicista, por meio da apresentação de definição, exemplo e exercício para a tratativa de um assunto, logo, quando nos direcionamos a ângulo, podemos dizer que grande parte dos pesquisados tiveram acesso, especificamente, a alguma definição de ângulo e/ou possuem familiaridade conjuntamente com outras definições/conceitos geométricos que podem auxiliar o pesquisado a fornecer um conceito/definição coerente com os seus entendimentos.

6. ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, apresentamos a análise e discussão dos dados obtidos por meio da aplicação do questionário aos estudantes. Em número de seis questões, suas respostas foram organizadas em grupos detentores de similaridades entre os resultados obtidos. Estando de posse de análises, considerações e exposições, passamos também a apresentar os objetos ostensivos e não ostensivos (CHEVALLARD, 1994), identificados nas respostas e resoluções dadas pelos alunos.

A princípio buscamos tomar todas as medidas possíveis para que não houvessem pré-julgamentos em relação aos dados obtidos, entretanto, quando nos deparamos com as definições informadas por discentes de um curso de formação de professores, que futuramente estarão, em seu dia a dia, atuando constantemente com os conceitos e definições geométricas, principalmente um que é considerado de muita importância para a geometria, sentimo-nos na obrigação de dizer, de antemão, que houve a confirmação de uma constatação auferida na revisão de literatura: uma informalidade em muitas definições citadas que permitem ao leitor a obtenção de um entendimento errôneo, que é distante do conceito de ângulo, quando comparado ao conceito explícito em nossa fundamentação teórica.

6.1 ANÁLISE E CONSIDERAÇÕES EM RELAÇÃO À PRIMEIRA QUESTÃO

Visando deduzir noções pertinentes a ângulo por meio da apresentação de ostensivos diversos, a primeira questão foi posta a ser respondida detendo o seguinte comando: Defina a noção de ângulo.

Três grupos foram incorporados para apresentação dos resultados obtidos nesta questão, o primeiro onde alguns alunos preferiram utilizar-se apenas de um “sequencial” de palavras para definir ângulo, este sequencial, podemos nos referir a ele como **objeto ostensivo linguagem natural**. O segundo grupo contém aqueles que recorreram ao **objeto ostensivo linguagem natural**, já citado, e ainda recorreram à utilização de figuras geométricas, o **ostensivo geométrico**, por fim, o terceiro grupo onde estão os que utilizaram apenas o ostensivo geométrico, assim sendo, resumidamente, tivemos os alunos que recorreram ao objeto ostensivo língua natural, ao objeto ostensivo geométrico e aqueles que recorreram aos dois

ostensivos conjuntamente. Houve ainda quem informasse que não sabia definir a esta noção.

Quadro 6: Distribuição dos ostensivos usados

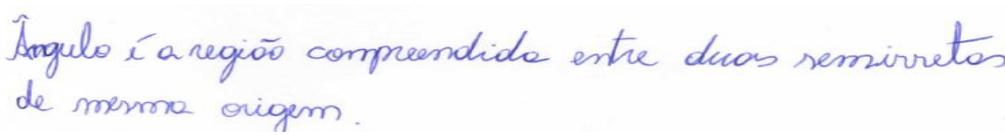
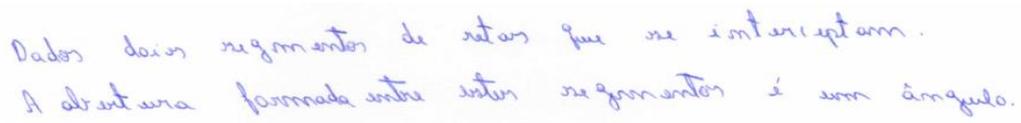
| Ostensivo usado | Aluno |
|---|--|
| Objeto ostensivo linguagem natural | 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 17, 18, 19, 20, 21 |
| Ostensivo geométrico | 13 |
| Objeto ostensivo linguagem natural e Ostensivo geométrico | 1, 4, 15, 16 |
| Não soube responder | 3 |

Fonte: O autor (2017).

6.1.1 Objeto Ostensivo Linguagem Natural

No quadro 7, a seguir, mostramos parte das respostas obtidas, estando exibidas as que recorreram apenas ao objeto ostensivo escrita natural, para estabelecer sistematicamente qual a relação pessoal dos estudantes melhor associada a este conceito.

Quadro 7: Algumas respostas dadas ao primeiro quesito onde os participantes recorreram apenas ao objeto ostensivo escrita natural.

| |
|---|
| <p>Aluno 2</p>  <p>Ângulo é a região compreendida entre duas semi-retas de mesma origem.</p> |
| <p>Aluno 5</p>  <p>Dados dois segmentos de retas que se interceptam. A abertura formada entre estes segmentos é um ângulo.</p> |

Aluno 19

Ângulo é a região compreendida entre duas retas.

Aluno 20

O ângulo é uma abertura formada por uma reta e sua perpendicular.

Fonte: O autor (2017)

Vemos que o *Aluno 2* concebe ângulo como uma região limitada por duas semirretas, enquanto o *Aluno 19* concebe como limitada por duas retas, analogamente percebemos que os *Alunos 5* e *20* têm ângulo como aberturas, mas distinguem entre si ao verem ângulo como sendo formado por segmentos e retas, respectivamente.

Enquanto Barbosa (2012, p. 35) toma um ângulo como uma “figura” e formado por “semirretas”, os participantes que utilizaram do objeto ostensivo linguagem natural, em número de 15 dos 21, têm ângulo como mostram os quadros 8 e 9, logo abaixo:

Quadro 8: Relação pessoal dos pesquisados que recorreram ao objeto ostensivo linguagem natural em relação à visualização de ângulo

| Ângulo como | Frequência (Alunos) |
|---|----------------------|
| Região | 2, 14, 17, 18, 19 |
| Abertura | 5, 7, 10, 11, 20, 21 |
| Espaço | 6 |
| Lugar Geométrico | 8 |
| Não se encaixam em nenhum dos enquadramentos anteriores | 9 e 12 |

FONTE: O autor (2017).

Quadro 9: Relação pessoal dos pesquisados que recorreram ao objeto ostensivo linguagem natural em relação formação de ângulos

| Ângulo formado por | Frequência |
|---------------------------|------------------------------|
| Retas | 12, 19, 20 |
| Semirretas | 2, 8, 10, 11, 14, 17, 18, 21 |
| Segmentos | 5, 6, 9 |
| Circunferência | 7 |

FONTE: O autor (2017)

Tomando como referência de comparação a definição de ângulo atribuída por Barbosa (2012, p. 35) na qual ele diz que “chamamos de ângulo a figura formada por duas semirretas com a mesma origem” evidenciamos que nenhum pesquisado recorreu a ângulo como uma figura, inversamente, podemos ver que em relação à formação, a maioria dos pesquisados considerou a formação de ângulo a partir de semirretas.

Após reconhecermos estas recorrências dos quadros 8 e 9 podemos nos questionar: todos estes entendimentos são válidos para o estabelecimento de um conceito de ângulo de suma significação para a geometria? A resposta para esta indagação pode ser tratada em uma futura pesquisa, pois acreditamos estar associada a um estudo epistemológico.

6.1.2 Objeto Ostensivo Linguagem Natural e Ostensivo Geométrico

Aqueles que manusearam figuras e o objeto ostensivo linguagem natural, em número de 4 dos 21 participantes, fizeram jus a inserção de suas respectivas respostas nesta categorização. Na tratativa da formação de ângulos, todos os pesquisados desta categoria recorreram às semirretas.

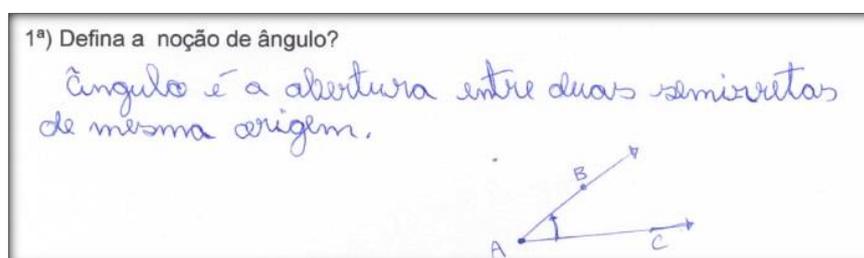
Quadro 10: Relação pessoal dos pesquisados que recorreram ao objeto ostensivo linguagem natural e ao ostensivo geométrico em relação à visualização de ângulo

| Ângulo como | Frequência (Alunos) |
|-------------|---------------------|
| Região | 4 |
| Abertura | 15, 16 |
| Medida | 1 |

FONTE: O autor (2017)

Na figura 6, contamos com a apresentação da resposta informada pelo *Aluno* 15 que além de se utilizar do objeto ostensivo linguagem natural também utiliza do ostensivo geométrico, recorrendo a ângulo como abertura e formado a partir de duas semirretas. Partimos do pressuposto de que a decisão de assim ser feito pelos pesquisados é devido ao fato de que a definição por si só não é capaz de transparecer a relação pessoal de cada um em relação a esta noção, talvez, os mesmos já vejam que a sua definição e/ou as definições as quais eles já tiveram acesso não são totalmente satisfatórias.

Figura 6: Resposta dada pelo *Aluno* 15 onde ele recorreu ao objeto ostensivo linguagem natural e ao ostensivo geométrico

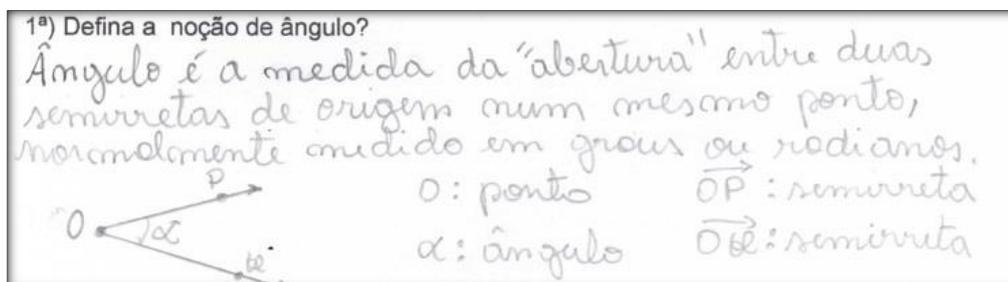


FONTE: O autor (2017)

É importante destacar, por meio da figura 7, que o *Aluno* 16 buscou realizar toda especificação da noção de ângulo que para ele se fazia necessário, contendo a representação geométrica, a descrição da representação geométrica e a definição de sua noção de ângulo com as unidades de medida mais usadas. Isto pode ser

uma demonstração de que o aluno possui uma relação pessoal ampliada em relação a esse assunto, buscando justificar às suas ideias.

Figura 7: Resposta do *Aluno 16* ao primeiro quesito

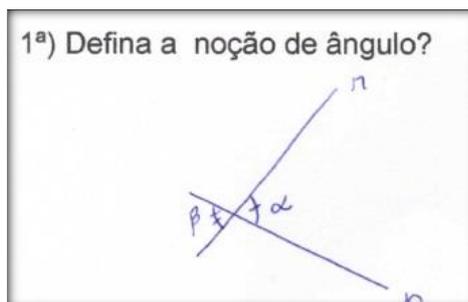


FONTE: O autor (2017).

6.1.3 Ostensivo Geométrico

A seguir temos figura 8, com a resposta dada pelo único participante que recorreu unicamente pelo objeto ostensivo geométrico para dissertar a sua noção de ângulo. Por meio da utilização do “r” e “s”, vemos que o *Aluno 13* pode estar considerando que dois ângulos, não sendo quatro ou apenas um, é a figura formada pela intersecção de duas retas ou de dois segmentos de reta. Também percebemos, pela utilização das letras gregas e dos “tracinhos” nos ângulos por ele denotado, que o participante conhece algumas propriedades inerentes a ângulo. Ao utilizar uma figura para explicitar a sua noção de ângulo o participante nos dá a liberdade de inferirmos diversas considerações em relação a sua noção, entretanto, ao assim fazer coloca o leitor em uma posição vaga em relação ao objeto e a relação pessoal do pesquisado com a noção de ângulo.

Figura 8: Resposta do aluno 13 ao primeiro quesito



FONTE: O autor (2017).

6.2 ANÁLISE DA SEGUNDA QUESTÃO

No intuito de estabelecer relação entre ângulo e suas unidades de medidas mais usadas (grau, radiano e minutos e segundos), apresentamos o segundo quesito do questionário, o qual possuía o seguinte comando: Qual(is) a(s) unidade(s) de medida(s) usada(s) para medir ângulo?

A seguir apresentamos o quadro 11 contendo, de modo resumido, os dados coletados na segunda questão:

Quadro 11: Frequência das unidades de medidas auferidas à ângulo

| Unidade(s) Informada(as) | Frequência (Quantidade de Pessoas) |
|-----------------------------------|---|
| Grau | 5 |
| Grau e Radiano | 13 |
| Grau, Radiano, Minutos e Segundos | 1 |
| Grau e Pi | 1 |
| Metro e Centímetro | 1 |

FONTE: O autor (2017)

Frisamos que dois alunos se diferenciaram da maioria das respostas. O *Aluno* 11 informou como segunda unidade usada para medir Pi, acreditamos que a unidade por ele referida seja radianos. O *Aluno* 12 demonstrou uma grande divergência de entendimento para com as unidades usadas para medir ângulo, pois o mesmo usou unidades adotadas para medição de comprimento, metro e centímetro, ao invés de grau, radiano, dentre outras. Com os dados podemos verificar que a unidade mais lembrada para medição de ângulo foi o grau, seguida por radianos, poucos são os alunos que destacam a possibilidade da medição dos ângulos em minutos ou segundos.

Enquanto docente da educação básica, ministrante de aulões de reforços e professor do ensino regular, foi possível detectar que a unidade de medida mais adotada para ângulo, em termos de inserção e aparecimento deste conteúdo em

avaliações externas e currículos escolares, é o grau, sendo ampliando, através da inserção do radiano e das frações sexagesimais, submúltiplos de um ângulo, minutos e segundos, em séries mais avançadas, adentrando-se ao ensino médio, tudo isto pode ter feito destas unidades, grau e radiano, as mais recordadas.

6.3 ANÁLISE DA TERCEIRA QUESTÃO

No intento de apontar possíveis contextualizações e aplicações de ângulo visualizadas pelos pesquisados, foi solicitado, nesta questão, que fossem exemplificadas três situações nas quais o participante reconhecia a existência de um ângulo. Com fito na identificação dos ostensivos evocados ao rememorar a ideia de ângulo, este questionamento se fez de extrema valia.

Nas respostas obtidas, verificamos que os participantes exemplificaram ângulos por meio de objetos reconhecidos mais explicitamente no cotidiano. Também foi possível observar situações que os participantes da pesquisa exemplificaram com ostensivos associados à disciplina matemática. Nem todos citaram as três situações, alguns apenas duas.

As primeiras impressões que foram surgindo em relação à interligação do obtido no primeiro quesito com o obtido no terceiro quesito foi que quando lhes solicitou a definição da noção de ângulo eles, em grande parte, buscavam dizer algo já estava “pronto e acabado”, mas quando da terceira questão, na qual buscava extrair situações nas quais ele reconhecia a existência de um ângulo, já discriminavam e dissertavam de modo mais dinâmico, mais fluente, sem a necessidade de utilização de noções associadas à matemática.

Ao realizarmos um enquadramento das situações enunciadas por cada um, buscamos classificá-las dentro de cinco padrões, como descrito no quadro 12, a seguir. Reforçamos que alguns disseram mais de uma situação que se encaixava no mesmo enquadramento.

Quadro 12: Distribuição dos ostensivos evocados em relação à terceira questão.

| Objetos ostensivos reconhecidos como detentores de ângulos | Foram citados pelos alunos |
|--|--|
| Ângulos em objetos encontrados em atividades do cotidiano | 1, 2, 4, 6, 8, 9, 12, 13, 16, 19, 20 |
| Ângulos em conteúdos da matemática | 3, 5, 7, 15, 17, |
| Ângulo na realização de movimentos, abertura, e mudança de direção | 1, 3, 4, 11, 12, 13, 19 |
| Ângulos em fenômenos naturais e não naturais | 2, 14, 18 |
| Ângulos em lugares | 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21 |

FONTE: O autor (2017)

6.3.1 Ângulos em objetos encontrados em atividades no cotidiano.

No primeiro enquadramento, tomamos como exemplo a ser citado a segunda situação informada pelo *Aluno 1*, onde o mesmo, sem tanta especificação e precisão de como fazer para identificar o ângulo no objeto, diz: “*na lente dos óculos que uso*”. O primeiro direcionamento que nos pode vir à cabeça é que ele vê este ângulo na borda, no contorno da lente dos óculos.

Um objeto citado pelo *Aluno 2*, “*numa escada*”, é inquietador em relação a onde ele estaria visualizando o ângulo, permitindo algumas indagações: remete-se a um ângulo entre as partes que compõem a escada? Ou entre o solo e uma escada quando esta está sobre o solo e encostada em uma parede? Ou entre uma parede e a parte superior de uma escada, quando apoiamos esta sobre o solo e a encostamos em uma parede? Estas são indagações importantes para tentarmos ver a ciência dele em relação a noção evocada, mas, infelizmente, não possuímos elementos suficientes para podermos respondê-las.

6.3.2 Ângulos em conteúdos da matemática.

Também foram citadas situações que abrangiam campos/conteúdos/formas geométricas da matemática e que podiam conter ângulo(s), como o caso do “*circulo trigonométrico*” Alunos 3 e 5, das “*funções trigonométricas*” Aluno 5, do “*triângulo retângulo*” Aluno 7, das “*figuras geométricas*” Aluno 15, dos “*vértices de poliedros*” e “*figuras geométricas regulares*” Aluno 17 e em “*dois segmentos de retas que se interceptam*” Aluno 5. Reiteramos que este último aluno fez uma conexão direta entre a definição matemática por ele atribuída a ângulo e essa exemplificação.

6.3.3 Ângulo na realização de movimentos, abertura, e mudança de direção.

Quando o Aluno 1 menciona a terceira situação: “*nos movimentos físicos que faço quando vou à academia*”, há uma rápida fuga na visualização de ângulo como um conceito aplicado a situações imóveis, podendo ser configurado como uma movimentação ou mudança de direção.

Alguns participantes apresentam, em algumas de suas exemplificações, conceitos mais dinâmicos para ângulos, percebemos isto quando é dito que se encontra ângulo no: “*abrir e fechar de uma porta*” e “*abrir e fechar de uma perna*” Aluno 13; “*ao chutar uma bola e ela forma um arco no ar ela estará formando um ângulo com o solo*” Aluno 11; “*A inclinação de uma ladeira*”, “*um avião, em relação ao solo, quando decola*” e “*o arremesso de peso de um atleta. Quando tem que aplicar a força/altura máxima*” Aluno 21.

6.3.4 Ângulos em fenômenos naturais e não naturais.

O Aluno 14 disse ver ângulo “*no arco-íris*”, logo, podemos compreender que o pesquisado também pode visualizar ângulo como sendo um arco de circunferência. “*A projeção de uma figura (sombra)*” possui ângulo, de acordo com o Aluno 18, menção imprecisa, mas podemos pensar na inclinação da sombra em relação ao que a formou.

6.3.5 Ângulos em lugares

A primeira situação citada pelo *Aluno 1* na qual ele via a existência de um ângulo foi que “*vejo um ângulo reto nos cantos das paredes de minha casa. Na junção entre a parede e o teto, por exemplo*”. Dizendo assim, se faz perceber que ele possui o entendimento de ao menos uma classificação conferida a ângulo e ao realizarmos uma comparação desta resposta com a definição de ângulo dita por ele, percebemos que não há a caracterização de um distanciamento que comprometa a noção matemática do conteúdo e sua visualização no dia a dia.

Citações que direcionam para “*recantos de paredes*” são ditas pelos *Alunos 2, 4, 6, 8, 14, 16,17, 18, 19 e 20*. Do mesmo modo, citações como “*a abertura de uma porta*”, conforme mostrado na figura 9, acabaram sendo escritas pelos *Alunos 3, 4, 11 e 19*.

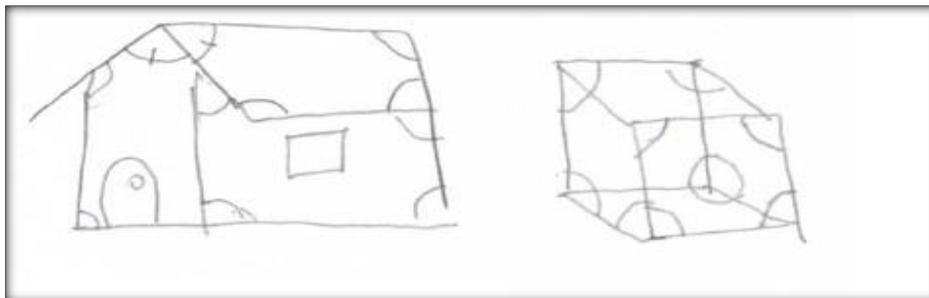
Figura 9: Situação detentora de ângulo, descrito pelo *Aluno 4*



FONTE: O autor (2017)

Ainda temos na figura 10, uma resposta daqueles que recorreram a imagens para exemplificar algumas situações nas quais eles reconhecem a existência de um ângulo.

Figura 10: Ângulos feitos na estrutura de uma casa e entre as arestas de um cubo, feitos pelo Aluno 10

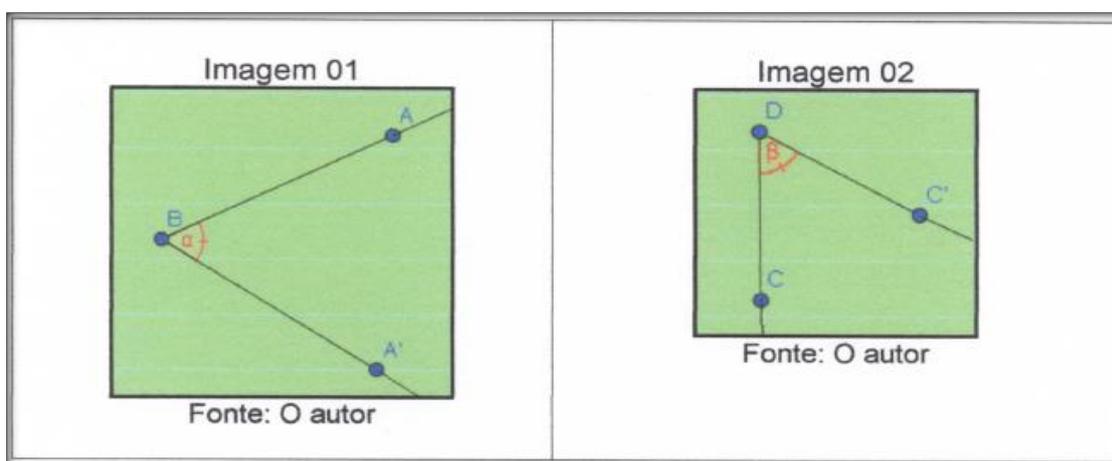


FONTE: O autor (2017)

6.4 ANÁLISE DA QUARTA QUESTÃO

Com a ideia de que os pesquisados pudessem reconhecer ângulos, suas propriedades e classificações em objetos ostensivos geométricos dados, este quesito foi elaborado com o seguinte enunciado e comando: “Dadas às imagens 01 e 02, abaixo. Podemos reconhecer a existência de ângulos nelas? Caso a resposta seja SIM, informe característica(s) dos ângulos e/ou classifique-os, se possível”.

Figura 11: Figura usada na quarta questão



FONTE: O autor (2017)

Todos os alunos que se prontificaram a responder, afirmaram reconhecer a existência de ângulos nas imagens que lhes foram apresentadas. Todos os que

classificaram os ângulos apresentados nas imagens disseram que eram agudos, menores do que 90 graus.

Quadro 13: Procedimentos adotados pelos participantes em relação à quarta questão.

| Procedimento realizado pelo participante | Frequência |
|---|-------------------------|
| Apenas classificou | 2, 8, 9, 13, 19, 20, 21 |
| Apenas informou características não apresentadas explicitamente nas imagens | 12 |
| Classificou e informou características apresentadas explicitamente nas imagens | 4, 10, 14, 16, |
| Classificou e informou características não condizentes com as imagens e a proposta da questão | 5, 11, 18, |
| Apenas descreveu os ângulos apresentados nas imagens | 1, 3, 6, 15, 17, |
| Não soube apresentar classificação ou característica | 7 |

FONTE: O autor (2017).

A figura 12, a seguir, nos mostra a resposta dada pelo *Aluno 1*, na qual é possível percebermos que ela apenas descreveu o que ela conseguia visualizar em relação ao que formava, compunha, cada ângulo apresentado.

Figura 12: Resposta do *Aluno 1* à quarta questão.

Sim. Na imagem 01 temos que α é a medida correspondente entre os semi-retos SBA e SBA' , isto é, o ângulo interno determinado pelos semi-retos.
Analogamente a ~~na~~ imagem 01, temos que na imagem 02, o ângulo β é a medida correspondente entre os semi-retos SOC e SOC' , ou seja, o ângulo interno determinado por eles.

FONTE: O autor (2017)

Houve casos em que foi obtido, enquanto resposta, argumentações que abrangiam uma classificação e uma breve descrição do ângulo. Fez dessa forma o *Aluno 4*, conforme podemos ver na figura 13.

Figura 13: Resposta do *Aluno 4* à quarta questão.

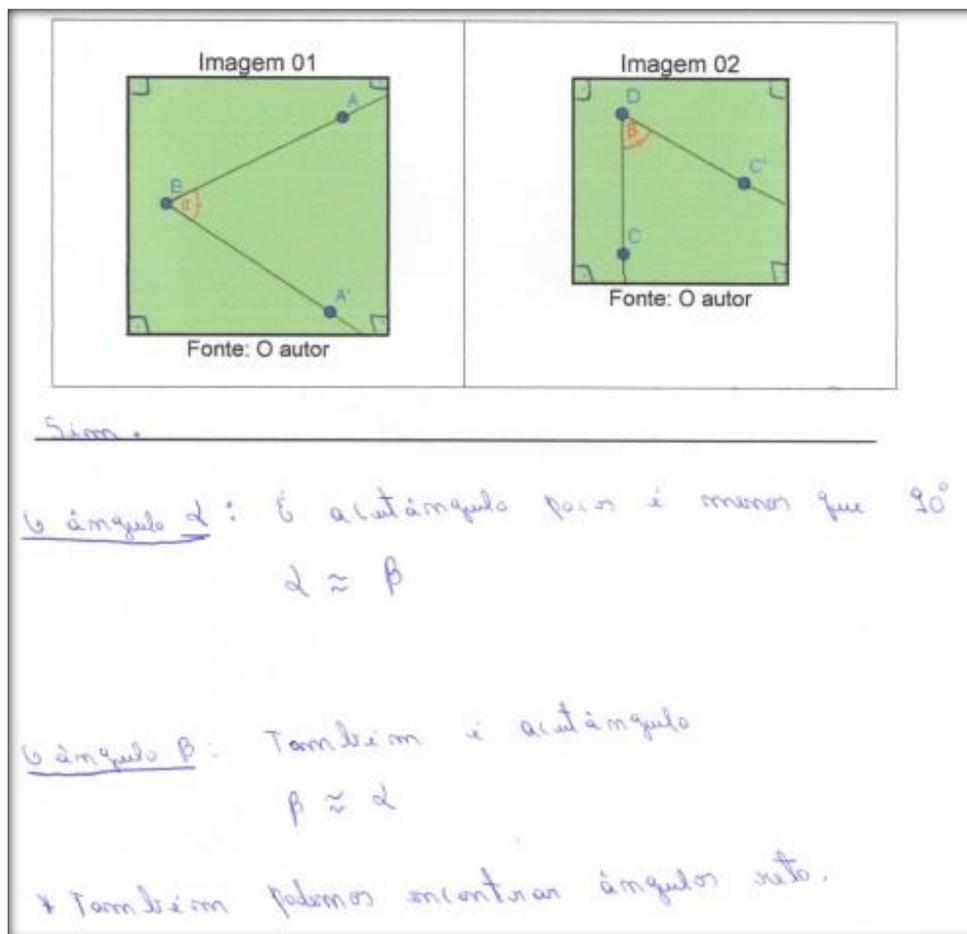
Imagem 01: α é um ângulo agudo cuja abertura é menor que 90° , tem como lados as semirretas \overrightarrow{BA} e \overrightarrow{BA}' e tem como vértice B que é um ponto.
Imagem 02: β é um ângulo agudo, com lados \overrightarrow{DC} e \overrightarrow{DC}' e tem como vértice o ponto D.

FONTE: O autor (2017)

O *Aluno 11* diz que “ambos são ângulos agudos e podem ser ângulos complementares”. Para Dolce & Pompeo (2013, p. 28) “dois ângulos são complementares se, e somente se, a soma das suas medidas é 90° ”. De posse dessas informações e das imagens apresentadas, levamo-nos ao seguinte questionamento: Quais foram os elementos encontrados pelo aluno que fez com ele pensasse que os ângulos podem ser complementares? Talvez não tenhamos aporte suficiente para conseguirmos responder a esta indagação.

O *Aluno 5* acabou por realizar algumas análises que não remetiam a noção de ângulo proposta e acabou por transcender as imagens dos ângulos para o caixote que contém as imagens, como mostrado na figura 15, demarcando ângulos retos nas esquinas, além disso, o *Aluno 5* atribui a classificação, “*acutângulo*” para ângulo, sendo que esta classificação é utilizada para triângulos.

Figura 14: Resposta do *Aluno 5* à quarta questão.

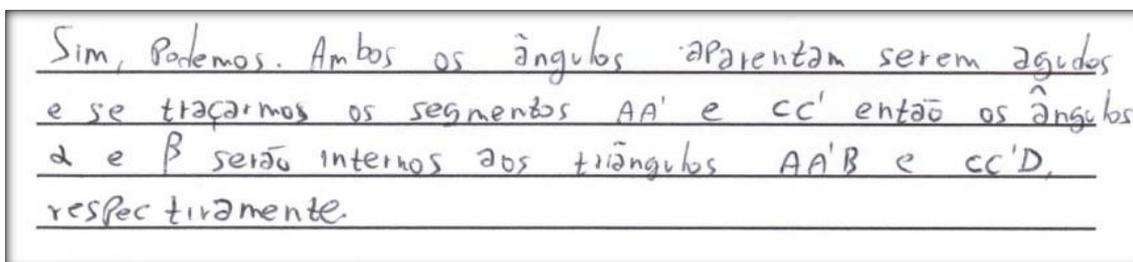


FONTE: O autor (2017)

A fim de complemento de resposta, o *Aluno 12* disse que “em ambas as imagens vemos a presença ângulos abertos, em que observamos o encontro de duas retas”. Duas passagens tomaram destaque nesta frase, quando ele diz “presença de ângulos abertos” e “encontro de duas retas”. Podemos justificar esta última a partir da averiguação da definição de ângulo atribuída pelo aluno, já o primeiro destaque pode estar relacionado com a visão ampliada dele, por também ver um ângulo com sendo uma “abertura”.

Dar uma sugestão foi uma das singulares respostas obtidas neste quesito, realizada pelo *Aluno 18*, onde ele dá a sugestão de que se traçarmos um segmento de reta ligando dois pontos convenientes de cada ângulo estaremos obtendo dois triângulos, podemos ver isto na figura 15, imediatamente apresentada.

Figura 15: Resposta do *Aluno 18* à quarta questão.

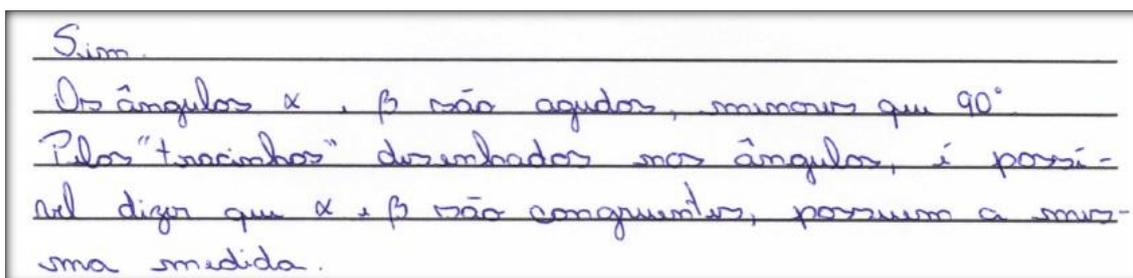


Sim, Podemos. Ambos os ângulos aparentam serem agudos e se traçarmos os segmentos AA' e CC' então os ângulos α e β serão internos aos triângulos $AA'B$ e $CC'D$, respectivamente.

FONTE: O autor (2017)

De todos os 21 alunos, apenas 1 visualizou que os ângulos são congruentes por conta da utilização de um “*tracinho*” (*Aluno 14*) nos ângulos. Além disso, também afirmou que os ângulos são agudos, menores do que 90° . Vejamos isso na figura 16.

Figura 16: Resposta do *Aluno 14* à quarta questão.



Sim.
Os ângulos α , β são agudos, menores que 90° .
Pelas “tracinhos” desenhados nos ângulos, é possível dizer que $\alpha + \beta$ são congruentes, possuem a mesma medida.

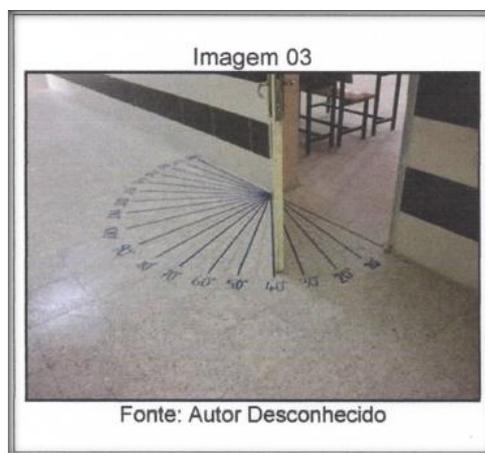
FONTE: O autor (2017)

6.5 ANÁLISE DA QUINTA QUESTÃO

Estabelecer relação entre o conceito de ângulo e a visualização de ângulo em situação do cotidiano é o objetivo atribuído a esta quinta questão, que possuía o seguinte enunciado e comando: “Ao chegar a uma sala de aula você se depara com o seguinte cenário mostrado na imagem 03. Com o abrir, fechar, e manter da porta

em diferentes aberturas é possível entender o que é um ângulo? Justifique sua resposta”.

Figura 17: Figura usada na quinta questão



FONTE: O autor (2017)

Com exceção do *Aluno 9*, todos os demais alunos mantiveram sua resposta a um posicionamento favorável a questão, isto é, buscaram dizer que é possível entender o que é um ângulo com base na imagem apresentada. Realçamos que a imagem por si só não é capaz de produzir assimilação total e formação de todo um conceito de ângulo, haveria a necessidade de um conjunto de outros procedimentos, mas, para o caso, vemos a imagem como uma situação ampliadora, portadora e exercitadora do conceito de ângulo.

Com os resultados obtidos foi possível elaborar o quadro 14, a seguir, onde o mesmo conta com inferências alcançadas a partir da leitura e observação das respostas.

Quadro 14: Justificativas dadas à quinta questão.

| Adoções em relação à situação proposta | Alunos |
|---|---|
| Adota a situação como exercitadora, passível de visualização, da noção de ângulo. | 1, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 13, 16, 18, 19, 21 |
| Adota a situação como uma extensão da definição proposta pelo pesquisado | 2, 6, 8, 12, 14, 15, 17, 20, |

Destacamos que: O *Aluno 1* é bem cauteloso ao dar a sua justificativa, dizendo que a situação “*pode auxiliar visualmente a medida correspondente de um determinado ângulo*”, isto é, unicamente não detém o potencial de abranger todo o conceito de ângulo; O *Aluno 3* não conseguiu definir a noção de ângulo, todavia, quando se deparou com uma situação, proposta neste quinto quesito, introduziu a noção de “*abertura*” para a noção de ângulo; O *Aluno 19* coloca a situação proposta como detentora de muitas vertentes para exercitação e aplicação da noção de ângulo.

Podemos tomar o *Aluno 14* como representante daqueles que adotaram a situação como sendo uma extensão da definição proposta por cada, isto é, através da situação proposta aplicou os elementos contidos em sua definição da noção de ângulo para a justificativa, onde o mesmo diz: “*Podemos dizer que a entrada da sala corresponde a uma semirreta e a base da porta corresponde à outra semirreta, a região entre a entrada e a porta chama-se ângulo que pode variar de acordo com a abertura da porta*”.

Mesmo sendo possível captar o que os alunos buscaram deduzir, percebemos que quando evocam a noção de região para a situação apresentada, acaba por associar ângulo à noção de área, não que isto não seja permitido, mas é importante reafirmarmos que são objetos de estudo diferenciados, se atrelarmos uma noção a outra podemos acabar por torná-las indissociáveis. Em muitas justificativas os pesquisados buscavam construir, com base na imagem, um modelo matemático para a aplicação de sua definição de ângulo, por vezes acabavam que divergirem de si próprios e/ou complementar, justificar, sua posição remetendo a situações que não têm relação com a noção de ângulo, vemos isto na justificativa do *Aluno 18* quando ele diz: “[...] *Essa situação também é útil para verificar a relação entre um ângulo e o seu lado oposto*”.

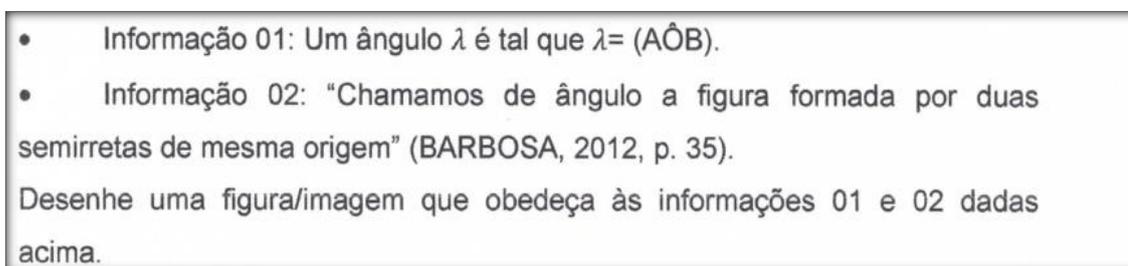
De todos, apenas o aluno 9 disse que não era possível entender o que é um ângulo por base na situação apresentada: “*Não. Para entender o que é ângulo é preciso uma definição. A imagem/situação serve apenas para a representação de diferentes medidas de ângulo*”. Dentre todos os participantes, este aluno foi o único que informou que com esta situação não é possível entender o que é um ângulo, para isto fundamenta-se na inexistência de uma definição, necessária, entretanto, se

contradiz um pouco ao dizer que a situação proposta serve apenas para medir diferentes ângulos.

6.6 ANÁLISE DA SEXTA QUESTÃO

Na busca por averiguar se os pesquisados sabiam decodificar propriedades referentes a ângulo por meio da geração de figura/imagem, trazemos a figura 18, onde a mesma mostra o enunciado e comando adotado para o sexto quesito do questionário aplicado, quesito este que envolvia a execução de um objeto ostensivo geométrico:

Figura 18: Enunciado e comando do sexto quesito.



FONTE: O autor (2017)

Os resultados obtidos a partir das análises realizadas nessa questão foram mais convergentes, isto é, a disparidade entre as respostas dadas foram praticamente nulas, sem demasiadas divergências que acabassem por comprometer totalmente as respostas, com algumas exceções.

O quadro 15 apresenta uma distribuição dos ostensivos geométricos construídos pelos pesquisados a partir da interpretação de cada um às informações 01 e 02 contidas no enunciado do quesito.

Quadro 15: Características do ostensivo geométrico evocado na quinta questão.

| Características do ostensivo geométrico evocado. | Frequência |
|--|-------------------------------|
| Representou as semirretas com origem em | 1, 2, 4, 13, 14, 16, 18, e 21 |

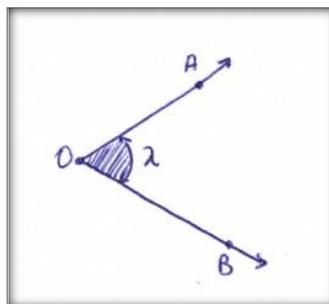
| | |
|--|------------------------------|
| O e passando, distintamente, pelos pontos A e B; Representou a abertura do ângulo por λ . | |
| Não representaram os segmentos e as semirretas de mesma origem passando, distintamente, pelos pontos A e B; Representou a abertura do ângulo por λ . | 5, 6, 7, 9, 10, 11, 17, e 20 |
| Não representaram os segmentos e as semirretas de mesma origem passando, distintamente, pelos pontos A e B; Representou a abertura do ângulo por \hat{O} . | 12 e 19 |
| Representaram o que estava proposto no enunciado por meio da apresentação da formação de um triângulo. | 3 e 15 |
| Não respondeu a este quesito. | 8 |

FONTE: O autor (2017)

A não apresentação de demasiada disparidade entre uma resposta e outra pode significar que todos os pesquisados, com exceção do *Aluno* 8, pois não respondeu, entenderam os comandos propostos, fazendo as devidas associações entre as duas informações e, inclusive, buscando validar a definição de BARBOSA (2012, p 35), também destacamos o breve equívoco de interpretação realizado pelos *Alunos* 12 e 19, em representarem o ângulo proposto por \hat{O} , talvez, devido a má interpretação.

Atendendo ao que está disposto no comando e no enunciado, consideramos como os ostensivos mais adequados ao que é solicitado, as construções realizadas conforme demonstrado na figura 19, por aplicarem todos os conceitos matemáticos da forma mais correta possível.

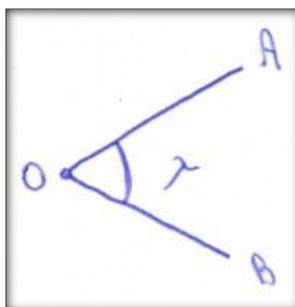
Figura 19: Resposta do *Aluno 4* à sexta questão.



FONTE: O autor (2017)

A não exibição dos pontos A e B, em alguns casos, conforme podemos ver na figura 20, pode nos indicar que os alunos podiam estar representando as semirretas/segmentos por A e B, notação inadequada para a matemática. Destacamos que os *Alunos 5, 6 e 9* citaram em suas definições a noção de segmentos de retas associados a ângulo, o que pode justificar a não inserção de setas nas pontas dos segmentos por eles usados.

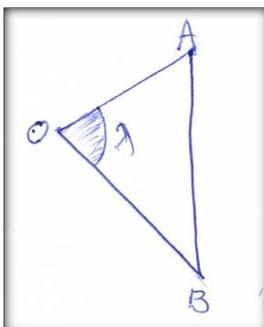
Figura 20: Resposta do *Aluno 5* à sexta questão.



FONTE: O autor (2017).

A este quesito, os *Alunos 3 e 15* apresentaram um ostensivo geométrico do triângulo, no qual um de seus ângulos internos acabam por remeter ao solicitado neste quesito, vejam na figura 21 a representação por eles realizada. A busca pela problematização e contextualização matemática pode ter sido a causa da realização destas figuras, já que os demais alunos seguiram o mesmo padrão de figura, lhes sendo, por diversas vezes, consonante com as suas definições. Nestes dois casos a fuga ao que se pedia foi relativamente mais elevada, por conta da formação de uma figura poligonal.

Figura 21: Resposta do *Aluno 15* à sexta questão.



FONTE: O autor (2017)

Após apresentamos os resultados, realizarmos breves discussões e identificação de ostensivos usados apresentamos no próximo capítulo as considerações finais do TCC, com uma visão geral da pesquisa, das propostas iniciais e dos resultados, dos objetivos e das pretensões e de possíveis pesquisas que podem complementar o que aqui foi abordado.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos nossa pesquisa na qual tinha como objetivo principal de investigar as relações pessoais dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste em relação à noção de ângulo. Para alcance deste objetivo, estabelecemos objetivos específicos que deram suporte.

Um dos objetivos específicos foi compreender a noção de ângulo enquanto setor no domínio da geometria, nele podemos observar que a difusão de noções diversas em relação a ângulo é algo que é perpetuado nos diferentes níveis de escolarização, seguindo-se, inclusive, no ensino superior, em um curso de formação de professores, a partir dos dados analisados.

Considerado como um conceito de grande importância para o domínio da geometria há muitos anos busca-se por uma definição mais fiel a esta noção e até o presente momento não houve consenso. Como já visto, “a dificuldade de definir de forma adequada não é prerrogativa do conceito de ângulo. Vários conceitos matemáticos têm definições que dão margem a diferentes interpretações muitas vezes contraditórias entre si” (Gadotti, 2008, p. 86). São definições e noções diversas, muitas com sentidos antagônicos quando comparadas e que podem dar margem a interpretações errôneas. São conclusões obtidas por meio da análise dos dados da pesquisa realizada e também retratada no cenário de pesquisa.

Outro objetivo específico foi descrever o cenário das pesquisas nos processos de ensino e aprendizagem da noção de ângulo, com este podemos traçar um panorama a cerca de produções mais significativas em relação à noção de ângulo, nas quais percebemos que desde muitos anos se busca uma definição que traga uma completude em relação a esta temática, entretanto, o que há até o presente momento são definições e conceitos considerados mais e menos aceitos, sem que detenham o conjunto, que por sinal parece complexificado, de todas as noções inerentes a este conteúdo.

Foi possível perceber que os pesquisados não tratam a noção de ângulo como algo puro e acabado, de acordo com cada situação as suas percepções e entendimentos foram sendo modificados, ao menos ocasionalmente, isto acaba por reforçar a maleabilidade que é conferida a esta noção.

Pesquisas futuras podem ser desenvolvidas em complemento a esta pesquisa, tendo indagações e buscando responder a questionamentos como: Porque não há uma unificação para o conceito de ângulo? Quais podem ser as estratégias que facilitam a construção e o desenvolvimento desta noção? Seria possível estabelecer um conceito e definição que permita a contemplação de toda a temática de ângulo? Todas as definições são válidas para o estabelecimento de um conceito de ângulo de suma significação para a geometria?

Em conversa informal com os pesquisados após aplicação do questionário me foi relatado, por diversos pesquisados que o quesito mais difícil de ser respondido foi justamente o primeiro quesito, pois muitos dos pesquisados eram mais acostumados a responder a questões envolvendo ângulo sem a exigência de reflexão acerca do que seria um ângulo, logo, para muitos, definir a sua noção de ângulo foi à tarefa mais complicada a ser realizada, um possível tratamento intuitivo realizado na abordagem da noção de ângulo pode ter relação direta com a existência desta dificuldade.

Isso só nos mostra que mesmo sem terem realizada prévia verificação de que não há um consenso em relação a uma unidade para a definição de ângulo, os pesquisados demonstravam esta realidade, que mesmo após muitos anos de estudos e pesquisas na área e a tentativa de ser fiel a noção não houve o estabelecimento de singular definição que possa ser norteadora de diversos outros entendimentos de iguais características.

Um padrão nas respostas pode ser observado, já que a maioria dos pesquisados conseguiram definir a sua noção de ângulo sem fugirem a diversas outras definições atribuídas, conseguiram exemplificar, reconhecer e figurar situações contendo ângulos.

RERERÊNCIAS

ARAUJO, C. A. C. **O Conceito de Ângulo em Livros-Texto**: Uma Abordagem Histórica. 127 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 1999. Disponível em: <http://www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/teses/1999-ARAUJO_C_A_C.pdf>. Acesso em 01 de Junho de 2017.

ARAUJO, A. J. **O Ensino de Álgebra no Brasil e na França**: Estudo Sobre o Ensino de Equações do 1º Grau à Luz da Teoria Antropológica do Didático. 291 f. Tese (Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

AVILA, A. **Noção Intuitiva de Conjuntos**: Um Ambiente Tecnológico de Ajuda ao Estudo na Transição Entre o Ensino Médio e o Superior para Um Curso de Tecnologia da Informação. 311 f. Tese (Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana**. 11ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. 259 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998. 148 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais + (PCN+)**. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática**: teoria e contexto. 8º ano. 1ª ed. São Paulo: Saraiva, 2012.

CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica**: Del saber sabio al saber enseñado. AIQUE. Tradução: Claudia Gilman. Título original: CHEVALLARD, Y. (1984), La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné, Grenoble, 1991.

_____. **Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique.** In: Intervention au Séminaire de l'Associazione Mathesis. Texte paru dans les actes du séminaire pour l'année. Turin: 1994, p. 190-200.

_____. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques:** l'approche anthropologique. Cours donné à l'université d'été Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, La Rochelle, 4-11 juillet 1998 ; paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand.1998.

_____. **Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques.** In: MAURY, S. & CAILLOT, M. (éds), *Raport au savoir et didactiques*, Éditions Fabert, Paris, 2003. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Approche_anthropologique_rapport_a_u_savoir.pdf>. Acesso em: 17 de Junho de 2017.

_____. **La TAD face au professeur de mathématiques**, 2009. Disponível em:<http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf>. Acesso em 19 de Junho de 2017.

_____. **Didactique Fondamentale** - Module 1 : *Leçons de didactique*. Curso dado a Universidade de Provence, 2011. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/DFM_2011-2012_Module_1_LD_.pdf>. Acesso em 21 de Junho de 2017.

DAHLBERG, I. **Teoria do Conceito.** Traduzido por Astério Tavares Campos. Ciência da Informação, Rio de Janeiro, v. 7, n. 2, p. 101-107, jul./dez. 1978. Disponível em:<<http://revista.ibict.br/ciinf/article/view/115/115>>. Acesso em 18 de Março de 2017.

DINIZ, M. I. S. V.; SMOLE, K. C. S. **O Conceito de Ângulo e o Ensino de Geometria.** 2ª Edição. São Paulo: CAEM-IME-USP, 1996. 79 p.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar, 9: Geometria Plana.** 9ª ed. São Paulo: Atual Editora, 2013.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigações em Educação Matemática: Percursos Teóricos e Metodológicos**. 3ª Edição. São Paulo: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores).

GADOTTI, M. F. **Definições Matemáticas do Conceito de Ângulo**: Influências da História, do Movimento da Matemática Moderna e das Produções Didáticas nas Concepções dos Docentes. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Ciências Humanas, Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, São Paulo. 2008. Disponível em: <<https://www.unimep.br/phpg/bibdig/pdfs/2006/KSEWYYOOCWRB.pdf>>. Acesso em 13 de Abril de 2016.

GASPARIN, J. L.. **A Construção Dos Conceitos Científicos em Sala de Aula**. In: Nádia Lúcia Nardi. (Org.). Educação: Visão Crítica e Perspectivas de Mudança. 1ª edição. Concórdia - SC: EDUNC - Editora da Universidade do Contestado - SC, 2007, v. 1, p. 1-25.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4ª Edição. São Paulo: Atlas, 2002.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Técnicas de Pesquisa**. 7ª Edição. São Paulo: Atlas, 2015.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco**: matemática / Secretaria de Educação. Recife: SE. 2008. 134p.

RAMPAZZO, Lino. **Metodologia Científica**. 4ª Edição. São Paulo: Edições Loyola, 2002.

SANTOS JÚNIOR, Valdir Bezerra dos. **Juros Simples e Compostos**: Análise Ecológica, Praxeológica e um Percorso de Estudo e Pesquisa. 494 f. Tese (Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

VIANNA, C. R.; CURY, H. N. **Ângulos**: uma "História" escolar. Revista História & Educação Matemática, v.1, n.1, p. 23-37, Rio Claro, São Paulo, 2001. Disponível em: <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/disciplinas/2010.2/gma00116/arquivos/vianna-cury-artigo.pdf>>. Acesso em 13 de Abril de 2016.

VIEIRA, K. M. **O Ensino do Conceito de Ângulo**: Limites e Possibilidades. 60 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologias, Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba. 2010. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/tede/2183/1/KLEBER_VIEIRA_01-07.pdf>. Acesso em 13 de Abril de 2016.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Termo de Consentimento



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO-UFPE
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE-CAA
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE-NDF
MATEMÁTICA-LICENCIATURA**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – ESTUDANTE

Título da Pesquisa: “UM ESTUDO SOBRE A NOÇÃO DE ÂNGULO COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA”

Pesquisador responsável: Rimerson Arnaldo da Silva

Orientador: Prof^o. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior

O(A) senhor(a) está sendo convidado(a), como voluntário, a participar da pesquisa: Um estudo sobre a noção de ângulo com licenciandos em Matemática, sob a responsabilidade do pesquisador Rimerson Arnaldo da Silva, RG.: 8580618 SDS-PE, o qual apresenta este termo de consentimento livre e esclarecido.

A justificativa para a realização da pesquisa se sustenta na perspectiva de colaboração na formação profissional de futuros professores de Matemática.

Esta pesquisa tem como objetivo investigar as relações pessoais dos estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste em relação à noção de ângulo, onde estará sendo aplicado um questionário para a coleta de dados.

Para realizar a coleta de dados desta pesquisa serão necessários de 30 a 50 minutos para a resolução das questões propostas.

Sua participação na pesquisa não apresenta complicações legais, podendo haver certo desconforto ao responder ao questionário. No entanto, ressalto que nenhum dos procedimentos adotados oferece riscos à dignidade e que atendem aos Critérios da Ética em Pesquisa com Seres Humanos conforme a Resolução CNS nº. 466/2012 e suas complementares.

Em qualquer etapa da pesquisa, o(a) Sr.(a) terá acesso aos responsáveis para eventuais dúvidas ou esclarecimentos, pelos telefones (81) 99439-9281 ou (81) 98602-3898, ou via e-mail: valdir.bezerra@gmail.com – rimersoneosamigos2008@hotmail.com

. Para dúvidas ou esclarecimentos sobre a ética da pesquisa, entre em contato com a Universidade Federal de Pernambuco UFPE– Centro Acadêmico do Agreste- Rodovia BR 104 km 59, s/n, Sítio Juriti, CEP: 55002-970, Caruaru-PE, Brasil. Telefones: 55 81 3727- 5952/ 6791/6792.

Os resultados dessa pesquisa poderão ser utilizados pelos pesquisadores em publicações em periódicos, livros, eventos científicos, cursos e outras divulgações acadêmico-científicas. Esclarecemos ainda que, você não terá despesas pessoais em qualquer fase da pesquisa e nenhum tipo de remuneração financeira relacionada à sua participação, podendo retirar seu consentimento a qualquer momento, antes ou durante a realização da pesquisa, sem penalidades e prejuízos pessoais.

Além disso, afirmamos que será mantido o sigilo e a privacidade, pois não será exposta a identificação dos participantes da pesquisa, aos quais serão dados nomes fictícios.

Eu, _____, portador de documento _____, de forma livre e esclarecida, manifesto meu consentimento em participar da pesquisa e autorizo a veiculação dos resultados para os usos mencionados e de minha imagem para fins de divulgação científica, assinando as duas vias e ficando com a posse de uma delas.

Caruaru, ____ de _____ de 2017.

Assinatura do(a) Participante da Pesquisa

Rimerson Arnaldo da Silva
Pesquisador

Profº. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior
Orientador da Pesquisa

Orientador: Valdir Bezerra dos Santos Júnior, RG 6293146 SDS/PE, Telefone para Contato: (81) 98602-3898, E-mail: valdir.bezerra@gmail.com

Pesquisador: Rimerson Arnaldo da Silva, RG 8580618 SDS/PE, Telefone para Contato: (81) 99439-9281, E-mail: rimersoneosamigos2008@hotmail.com

APÊNDICE B: Perfil dos Entrevistados



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
MATEMÁTICA-LICENCIATURA



QUESTIONÁRIO

| | |
|---|--------|
| Nome: | Idade: |
| Período de Ingresso no Curso de Matemática-Licenciatura UFPE/CAA: | |
| Você estudou o Ensino Fundamental em escola: () Pública () Particular | |
| Ano em que concluiu o Ensino Fundamental: | |
| Você estudou o Ensino Médio em escola: () Pública () Particular | |
| Ano em que concluiu o Ensino Médio: | |
| Cidade de sua atual residência: | |

| | |
|---|--------------------|
| 1. Durante o seu processo de escolarização em matemática, foi recorrente que os professores iniciassem a socialização de um conteúdo por meio da utilização de uma definição/conceito atribuída a aquele assunto? | () SIM () NÃO |
| 2. Enquanto participante de um curso de formação de professores de matemática, você possui familiaridade com definições/conceitos geométricos? | () SIM () NÃO |
| 3. Você já cursou e foi aprovado no componente curricular Fundamentos de Geometria Plana no Centro Acadêmico do Agreste? | () SIM () NÃO |
| 4. Você acredita saber reconhecer ou ilustrar ou exemplificar ou definir/conceituar o que é um ângulo? | () SIM () NÃO |

APÊNCICE C: Questionário Noção de Ângulo



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
MATEMÁTICA-LICENCIATURA



Nome: _____ Data: ___ / ___ / ___

QUESTIONÁRIO (PARTE 1 de 3)

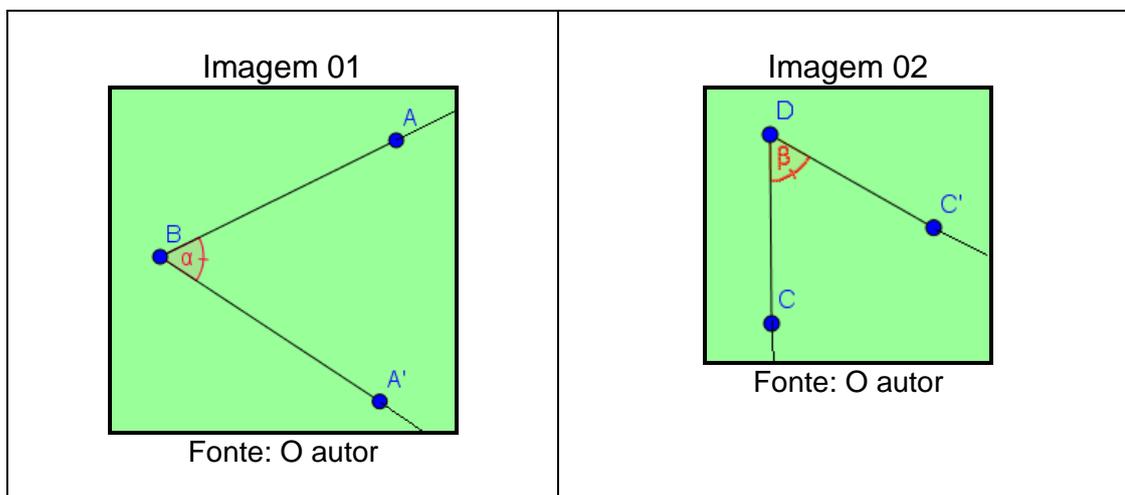
1ª) Defina a noção de ângulo?

2ª) Qual(is) a(s) unidade(s) de medida(s) usada(s) para medir ângulo?

3ª) Exemplifique 3 (três) situações nas quais você reconhece a existência de um ângulo.

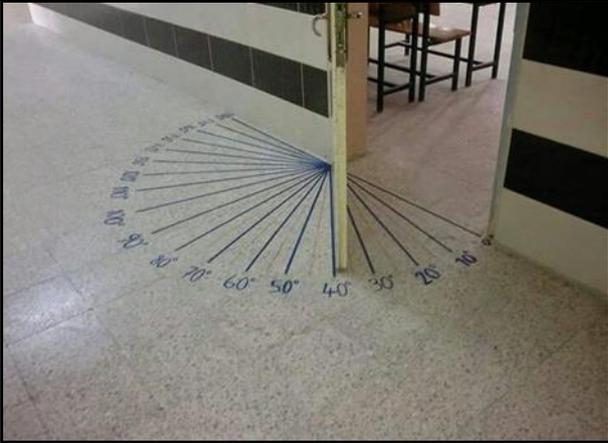
QUESTIONÁRIO (PARTE 2 de 3)

4ª) Dadas as imagens 01 e 02, abaixo. Podemos reconhecer a existência de ângulos nelas? Caso a resposta seja SIM, informe característica(s) dos ângulos e/ou classifique-os, se possível.



QUESTIONÁRIO (PARTE 3 de 3)

5ª) Ao chegar a uma sala de aula você se depara com o seguinte cenário mostrado na imagem 03. Com o abrir, fechar, e manter a porta em diferentes aberturas é possível entender o que é um ângulo? Justifique sua resposta.

| | |
|--|---|
| <p style="text-align: center;">Imagem 03</p>  <p style="text-align: center;">Fonte: Autor Desconhecido</p> | <hr/> |
|--|---|

6ª)

- Informação 01: Um ângulo λ é tal que $\lambda = (\widehat{A\hat{O}B})$.
- Informação 02: “Chamamos de ângulo a figura formada por duas semirretas de mesma origem” (BARBOSA, 2012, p. 35).

Desenhe uma figura/imagem que obedeça às informações 01 e 02 dadas acima.