



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

REBECA CLÁUDIA RAMOS SANTOS

**ANÁLISE DAS GRANDEZAS VOLUME E CAPACIDADE EM LIVROS DIDÁTICOS
DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOB A PERSPECTIVA DA
TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Caruaru
2022

REBECA CLÁUDIA RAMOS SANTOS

**ANÁLISE DAS GRANDEZAS VOLUME E CAPACIDADE EM LIVROS DIDÁTICOS
DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOB A PERSPECTIVA DA
TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientador(a): Valdir Bezerra dos Santos Júnior

Caruaru
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Santos, Rebeca Cláudia Ramos .

Análise das grandezas volume e capacidade em livros didáticos dos Anos
Finais do Ensino Fundamental sob a perspectiva da Teoria Antropológica do
Didático / Rebeca Cláudia Ramos Santos. - Caruaru, 2022.

94 : il., tab.

Orientador(a): Valdir Bezerra dos Santos Júnior

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura,
2022.

Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Grandezas volume e capacidade. 2. Teoria Antropológica do Didático. 3.
Livros didáticos. I. Santos Júnior, Valdir Bezerra dos . (Orientação). II. Título.

370 CDD (22.ed.)

REBECA CLÁUDIA RAMOS SANTOS

**ANÁLISE DAS GRANDEZAS VOLUME E CAPACIDADE EM LIVROS DIDÁTICOS
DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOB A PERSPECTIVA DA
TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 27/04/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Jaqueline Aparecida Foratto Lixandrão Santos (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Agradeço primeiramente a Deus e ao Seu Filho Jesus Cristo, por tudo. Em seguida, agradeço ao meu pai - Cícero de Santana Santos, por todos os esforços que fez pela minha família e por mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo, agradeço intensamente ao meu pai Cícero de Santana Santos por ser tão dedicado à minha mãe e à minha família. Aos meus irmãos: Renata, Rute, Raquel e Gabriel, por todo apoio efetivo, emocional e financeiro.

Aos meus sobrinhos: Isaac, Ismael e Benjamim, vocês contribuíram demasiadamente para o meu amadurecimento pessoal. Ao meu esposo Tony Renato, pelo apoio e companheirismo.

Agradeço muitíssimo ao orientador deste trabalho, o Dr. Prof^o Valdir Bezerra dos Santos Júnior, por suas orientações e contribuições tão precisas neste trabalho. Posso afirmar que aprendi muito com a sua participação.

A todos os professores que fazem parte do corpo docente da Universidade Federal de Pernambuco no Campus do Agreste, em especial à Dr. Simone Queiroz, Dr. Verônica Gitirana, Dr. Edelweis, Dr. Jaqueline, Me. Lidiane, Me. Everton e Me. Marta Lima.

Aos meus colegas de curso Emanuel Ananias, que me ensinou tanto dentro da van; Jucicleide, Denise, Michelle, Natielly, Lucas Gabriel, José Lucas e Camila.

Aos professores da Educação Básica que tive o prazer de aprender com e por meio deles, em especial aos docentes José Fagner, Luíz Eduardo, Betânia, Anderson Guerra, Nerivan e Alexandre Rocha.

Agradeço à banca examinadora que contribuiu para este trabalho, a Dr. Jaqueline Lixadrão e o Dr. Edelweis Tavares.

Ó profundidade das riquezas, tanto da sabedoria, como da ciência de Deus! Quão insondáveis são os seus juízos, e quão inescrutáveis os seus caminhos!
Por que quem compreendeu a mente do Senhor? ou quem foi seu conselheiro?
Ou quem lhe deu primeiro a ele, para que lhe seja recompensado? Porque dele e por ele, e para ele, são todas as coisas; glória, pois, a ele eternamente. Amém.

(BÍBLIA, Romanos, 11, 33-36)

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo analisar as praxeologias matemáticas das grandezas volume e capacidade em duas coleções de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Neste sentido, a Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Chevallard e colaboradores, torna-se base para a fundamentação desta pesquisa e tem natureza qualitativa. No percurso metodológico, a presente pesquisa selecionou todas as atividades propostas que trabalham com as grandezas volume e capacidade das coleções escolhidas. Em seguida, analisando as atividades propostas foi possível modelizar as praxeologias, isto é, identificando os tipos de tarefas, técnicas, tecnologias, e as teorias; também definimos os objetos ostensivos e não ostensivos que compõem as técnicas. As análises demonstram que os tipos de tarefas privilegiados nas coleções são: a. Calcular o volume de um sólido retangular dada a unidade de volume; b. Calcular o volume de um objeto no formato de um bloco retangular dadas as dimensões; c. Converter as unidades de medidas de volume; d. Calcular o volume de um cilindro reto; e. Converter as unidades de medidas de capacidade; e f. Calcular quantos recipientes, dada a sua capacidade, serão necessários para capacitar uma quantidade de medidas de capacidade. As técnicas são compostas majoritariamente pelos escriturais algébricos, os escriturais geométricos e o escritural número com unidade de medidas. Estes, por sua vez, evocam os objetos não ostensivos que são a álgebra, a geometria espacial, as grandezas e medidas e operações com os Racionais. Portanto, esta pesquisa pode contribuir para uma melhor compreensão da difusão das praxeologias associadas as grandezas volume e capacidade pelos livros didáticos nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Grandezas volume e capacidade. Teoria Antropológica do Didático. Livro didático.

ABSTRACT

This research aims to analyze the mathematical praxeologies of the quantities volume and capacity in two collections of textbooks from the Final Years of Elementary School. In this sense, the Anthropological Theory of Didactics (ADT), proposed by Chevallard and collaborators, becomes the basis for the foundation of this research and has a qualitative nature. In the methodological course, the present research selected all the proposed activities that work with the magnitudes, volume and capacity of the chosen collections. Then, analyzing the proposed activities, it was possible to model the praxeologies, that is, identifying the types of tasks, techniques, technologies, and theories; we also define the ostensive and non-ostensive objects that make up the techniques. The analyzes demonstrate that the types of tasks privileged in the collections are: a. Calculate the volume of a rectangular solid given the unit of volume; B. Calculate the volume of an object in the shape of a rectangular block given the dimensions; c. Convert volume measurement units; d. Calculate the volume of a straight cylinder; and. Convert capacity measurement units; and f. Calculate how many containers, given their capacity, will be needed to enable a number of capacity measures. The techniques are mainly composed of algebraic scripts, geometric scripts and the script number with measurement unit. These, in turn, evoke the non-ostensible objects that are algebra, spatial geometry, magnitudes and measures and operations with Rationals. Therefore, this research can contribute to a better understanding of the diffusion of praxeologies associated with volume and capacity quantities by textbooks in the Final Years of Elementary School.

Keywords: Greatnesses volume and capacity. Anthropological Theory of Didactics. Textbook.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2	GRANDEZAS VOLUME E CAPACIDADE: DEFINIÇÕES, PESQUISAS E DOCUMENTOS OFICIAIS.....	14
2.1	CONTEXTO DE PESQUISAS.....	14
2.2	ABORDAGEM DOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS E DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR SOBRE AS GRANDEZAS VOLUME E CAPACIDADE.....	17
2.3	VOLUME E CAPACIDADE COMO OBJETOS MATEMÁTICOS.....	26
3	LIVRO DIDÁTICO E AS NOÇÕES DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO – TAD.....	28
3.1	LIVRO DIDÁTICO.....	28
3.2	TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.....	31
4	METODOLOGIA.....	35
5	ANÁLISE DE DADOS.....	37
5.1	ANÁLISE DOS LIVROS DO 6º ANO.....	37
5.1.1	A Conquista da Matemática – 6º ano.....	37
5.1.2	Convergências – 6º ano.....	48
5.1.3	Considerações finais da análise dos livros do 6º ano.....	57
5.2	ANÁLISE DOS LIVROS DO 7º ANO.....	58
5.2.1	A Conquista da Matemática – 7º ano.....	58
5.2.2	Convergências – 7º ano.....	63
5.2.3	Considerações finais da análise dos livros do 7º ano.....	71

5.3	ANÁLISE DOS LIVROS DO 8º ANO.....	72
5.3.1	A Conquista da Matemática – 8º ano.....	72
5.3.2	Convergências – 8º ano.....	76
5.3.3	Considerações finais da análise dos livros do 8º ano.....	78
5.4	ANÁLISE DOS LIVROS DO 9º ANO.....	79
5.4.1	A Conquista da Matemática – 9º ano.....	79
5.4.2	Convergências – 9º ano.....	81
5.4.3	Considerações finais da análise dos livros do 9º ano.....	90
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	91
	REFERÊNCIAS.....	93

1. INTRODUÇÃO

A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. (BRASIL, 1998, p.24)

Dada a importância da Matemática, esse saber na sociedade, podemos indicar que é substancial a necessidade de pensar como se aprende e ensina matemática. Nesta perspectiva se insere o campo de pesquisa da Educação Matemática.

Considerando os estudos desenvolvidos no campo da Educação Matemática e o estabelecimento das suas descobertas por meio da Educação Básica, verificamos que há uma tentativa constante de difundir os saberes associados à Matemática. Considerando, por exemplo, a organização curricular, a qual estabelece a evolução de determinados saberes de forma pedagógica; recursos a serem utilizados, plataformas digitais, jogos, dinâmicas, o livro didático entre outros; metodologias e práticas docentes.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como documento norteador, que organiza os saberes associados à disciplina Matemática na Educação Básica em cinco unidades temáticas, a saber: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística (BRASIL, 2018). Os conteúdos dessas unidades temáticas, que estão correlacionadas, são orientações do que deve ser ensinado em sala de aula desde a Educação Infantil ao Ensino Médio.

A partir daqui damos uma maior ênfase a unidade temática grandezas e medidas, por ser esta uma temática do trabalho. Os saberes associados à temática grandezas e medidas são indispensáveis para os indivíduos exercerem plenamente sua cidadania (BELLEMAIN; LIMA, 2010). Uma vez que, estão em basicamente todas as atividades do nosso cotidiano, como por exemplo: nas receitas culinárias, nas vendas de alimentos, objetos e entre outros. Além de estarem “[...] nas atividades técnicas de todas as profissões: culinária; agricultura e pecuária; marcenaria; costura; comércio; engenharia; medicina; arquitetura; esportes etc.” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 168). Por isso, é tão necessário que esse eixo matemático seja bem trabalhado em sala de aula, tornando os alunos autônomos a efetuarem corretamente as demandas que esse conhecimento exige para além da sala de aula.

É indispensável destacar que ao pesquisarmos e tratarmos sobre a temática de grandezas e medidas, trabalhamos com mais dois quadros matemáticos: o numérico e o geométrico. Pois de acordo com o dicionário Caldas Aulete grandeza é “qualidade do que tem medições”, ou seja, tudo aquilo que pode ser medido, então para se medir é necessário comparar grandezas e representar a medição por meio de um número e a unidade que foi usada no processo, caso esse objeto tenha particularidades geométricas, será necessário o conhecimento do bloco geométrico.

No que se refere às grandezas volume, que é definida comumente como “a quantidade de espaço que determinado corpo ocupa”, e capacidade, que geralmente referimo-nos “àquilo que o objeto consegue transportar”, nota-se confusão por partes dos alunos nesses conceitos e na relação entre eles. Podemos confirmar essas dificuldades, no contexto geral das grandezas geométricas, na afirmação de Bellemain e Lima (2010, p.167) “[...] diferentes avaliações do ensino realizadas em nosso país mostram que o desempenho dos alunos é particularmente insatisfatório quando se trata de questões relativas a este campo”.

Para buscarmos outras fontes que possam averiguar de alguma forma o baixo nível nas avaliações envolvendo grandezas e medidas é crucial considerar o livro didático (LD). Este é um recurso didático utilizado por alunos e professores nos processos de ensino e aprendizagem. Uma vez que, segundo Lajolo,

[...] o livro didático é instrumento específico e importantíssimo de ensino e de aprendizagem formal. Muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares. (LAJOLO, 1996, p. 4).

A afirmação corrobora com a importância que o livro didático assume no contexto da Educação Básica brasileira, logo é uma fonte para estudos, pois de alguma forma compõe com bastante significado as decisões tomadas pelo professor em sala de aula. Aliando a importância do livro didático e a temática grandezas e medidas encontramos em Morais (2013) a apresentação de uma análise da grandeza volume em sete coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovadas pelo Plano Nacional de Livro Didático (PNLD) em 2012, a qual está pautada na teoria dos Campos Conceituais. Um dos resultados obtidos nessa análise, afirma que tais não dão o valor devido ao conteúdo de grandezas e medidas (MORAIS, 2013).

Como também, a dissertação de Leão (2020) que apresenta a análise das tarefas sobre as grandezas volume e capacidade em livros do 1º ao 6º do ensino fundamental sob o olhar da Teoria Antropológica do Didático (TAD), numa abordagem praxeológica. Além da concepção de volume e capacidade, a relação existente entre esses por meio das adaptações dos estudos de Régine Douady e Perrin-Glorian. Entre os resultados obtidos nessa análise, constata-se ambiguidade no tratamento dos conceitos de volume e capacidade e pouca abordagem da relação existente entre essas grandezas. (LEÃO, 2020).

Então, considerando a importância da abordagem da temática grandezas e medidas para a formação do cidadão e o livro didático como um recurso que pode potencializar a aprendizagem. Decidimos neste esse trabalho, sob a fundamentação da Teoria Antropológica do Didático (TAD) (CHEVALLARD, 1998), pesquisar as grandezas geométricas, especificamente as grandezas volume e capacidade em livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. E, chegamos à seguinte questão de pesquisa: Como as grandezas volume e capacidade são difundidas em duas coleções de livros didáticos dos Anos Finais do ensino fundamental?

Diante deste questionamento chegamos ao objetivo geral da pesquisa que é: Analisar as praxeologias matemáticas das grandezas volume e capacidade em duas coleções de livros didáticos do Anos Finais do Ensino Fundamental. Para cumprir este objetivo apoiamos-nos ainda em objetivos específicos como: descrever praxeologicamente as atividades propostas; identificar os tipos de tarefas sobre volumes e capacidades privilegiadas nas coleções analisadas; identificar os objetos ostensivos e não ostensivos que compõem a técnica para a resolução de atividades envolvendo volumes e capacidades privilegiados nas coleções analisadas.

Buscando cumprir os objetivos organizamos neste trabalho em seis capítulos, porquanto o segundo capítulo aborda os conceitos de volume e capacidade, os registros históricos e as indicações dos documentos curriculares sobre esse saber. No terceiro capítulo, abordamos sobre as contribuições e funções do livro didático e apresentamos algumas noções associadas à Teoria Antropológica do Didático. Em seguida no capítulo 4, apresentamos o caminho metodológico da pesquisa que realizamos, os critérios e categorias estabelecidos para a análise dos dados. No capítulo 5, apresentamos e analisamos os dados. E no capítulo 6, sintetizamos nossas considerações finais sobre o trabalho, os resultados obtidos e as contribuições que esse trabalho pode proporcionar.

2. GRANDEZAS VOLUME E CAPACIDADE: DEFINIÇÕES, PESQUISAS E DOCUMENTOS OFICIAIS

Neste capítulo abordamos os conceitos de volume e capacidade, a relação existente entre eles; as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular a despeito das grandezas e ao final a explicitação a grandeza volume enquanto objeto matemático.

2.1 CONTEXTO DE PESQUISAS

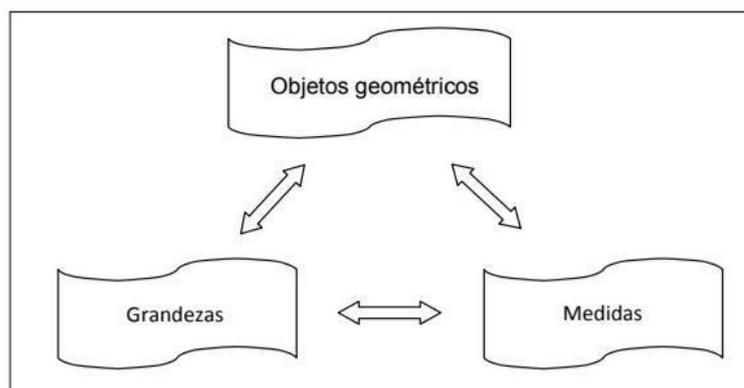
Por volta dos séculos IX e VIII a.C., a matemática engatinhava nas civilizações antigas. Conforme Mol (2013), os babilônicos já conheciam o volume de um paralelepípedo e do cilindro, eles sabiam trabalhar com situações de conversões de unidades de peso e de medidas.

O Papiro de Rhind, datado cerca de 1650 anos a.C, contém 84 problemas de geometria e de aritmética acompanhados de soluções, entre os quais estão os problemas envolvendo o volume do cubo, do prisma, do cilindro e de pirâmides. Tal papiro nos mostra que os egípcios já tinham a noção de volume e até cálculos de volumes de diferentes sólidos geométricos (MOL, 2013).

Intuitivamente, entendemos por volume, o espaço que determinado objeto tridimensional ocupa; “usualmente toma-se capacidade como o volume interno de certo recipiente que é oco, isto é, não é maciço” (LEÃO, 2020, p. 51). Desse modo, relaciona-se tais conceitos, cuja semelhança dar-se-á na noção de volume; e a distinção, em determinados contextos, nos quais é evidenciado por meio das características que os distingue o que se é referido.

A saber, "no estudo da geometria e das grandezas geométricas entram em cena três componentes, os objetos do mundo físico, as representações gráficas e as figuras geométricas" (LIMA; BELLEMAIN, 2020, p. 172). Por exemplo, ao tomarmos a grandeza volume, dado uma lata de milho verde (objeto do mundo físico), podemos representá-la por meio de um desenho (representação gráfica) e para estudá-la, usamos um conceito matemático definindo o desenho como cilindro (objeto geométrico). De maneira análoga, se quisermos saber a capacidade desta lata. Assim, evidenciando a relação existente entre os objetos:

Figura 1: Quadro dos objetos



FONTE: Bellemain e Lima (2010, p. 173)

Então, para sabermos o volume e a capacidade da lata usamos medidas de volume e por meio da comparação representamos o volume, e pela relação de equivalência destes conceitos, representamos a capacidade por um número, respectivamente. Esse modelo de estudo tomado para a grandeza volume, foi estudado inicialmente para o conceito de área como uma grandeza, o qual consiste em associar/dissociar o sólido, a número e a grandeza, proposto por Régine Douady e Perrin-Glorian (1989) apud (Morais, 2013).

Em seguida, muitos pesquisadores utilizaram tal conceito como Lima (1995), Baltar (1996) e Bellemain e Lima (2010) estes últimos em um manual de orientações pedagógicas voltado para os docentes da Educação Básica. Já, outros pesquisadores o utilizaram, fazendo suas devidas adaptações, para as grandezas como ângulo, volume, entre outras (BARROS, 2002; MORAIS, 2013; SANTOS, 2020). Como já citado anteriormente, Morais (2013) e Santos (2020) o utilizaram para estudar sobre a grandeza volume sob a perspectiva dos Campos Conceituais e sob a Teoria Antropológica do Didático, respectivamente.

A grandeza volume é considerada como tridimensional, por meio do quadro geométrico, no qual contempla-se as dimensões do sólido, comprimento, largura e altura. Utiliza-se um sólido de arestas congruentes no processo de medição de um sólido geométrico regular, comparando quantas vezes tal cubo preenche o espaço do sólido. Por exemplo um cubo de aresta um cm, tem o volume de 1cm^3 , por sua vez, oito desses cubos preenchem uma caixa de isopor de 8cm^3 .

E, dependendo da medida utilizada no processo de medição, dispõe de unidades de medida como metro cúbico (m^3), centímetro cúbico (cm^3) entre outros; já a capacidade é considerada como unidimensional, e geralmente representada por unidades de medida como litro (L), mililitro (ml) e/ou a quantidade de pessoas que certo local pode capacitar (LEÃO, 2020).

Figura 2: Quadros das Grandezas Geométricas



FONTE: Moraes (2013)

A saber, o quadro da geometria é composto por sólidos geométricos regulares como prisma, pirâmide, cone, cilindro, paralelepípedo, esfera e sólidos geométricos irregulares. O quadro numérico é composto por números reais positivos. E, o quadro das grandezas possui a peculiaridade de equivalência, em que sólidos geométricos distintos podem ter o mesmo volume e a mesma capacidade, bem como o volume e a capacidade de um determinado sólido pode diferenciar dependendo da medida utilizada no processo de medição. “Desta forma, podemos observar que para a construção de um conceito de grandeza geométrica é importante para o aluno saber relacionar os campos numérico e geométrico e associá-los ao campo das grandezas” (BELLEMAIN; FIGUEIREDO; MORAIS, 2012, p. 4).

Segundo Baltar e Bellemain (2010, p. 191): “Entre as grandezas geométricas estudadas na escola, o volume é um conceito matemático que envolve um grande número de desafios didáticos”. Isto porque, muitas vezes, as grandezas geométricas não são abordadas evidenciando cada um desses quadros. Ao contrário, na maioria das vezes a medida é compreendida como o conceito de volume, daí surgem dificuldades na compreensão de que sólidos diferentes podem ter o mesmo volume e que quando varia a medida utilizada para o processo de medição, varia também o número que representa o volume de um mesmo sólido.

2.2 ABORDAGEM DOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS¹ E DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR² SOBRE AS GRANDEZAS VOLUME E CAPACIDADE

A designação de um campo específico para as Grandezas e Medidas no ensino da Matemática é observada também em currículos de outros países, como a França, por exemplo. Consideramos essa escolha curricular como um avanço em relação a outras possibilidades, como tratar apenas as grandezas geométricas (comprimento, área, volume e abertura de ângulo) como tópicos da Geometria. Há conteúdos conceituais e procedimentais que extrapolam o campo da Geometria, como é o caso das grandezas físicas, dos processos de medição prática instrumentada e de medição teórica, com as distinções necessárias. (BELLEMAIN; BIBINO; SOUZA, 2018, p. 6).

Como sabemos, a Educação Básica do Brasil reconheceu a importância dessa designação e constituiu o bloco Grandezas e Medidas na disciplina de matemática nas décadas de 1990, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998) em todos os níveis de Educação Básica, isto é, da Educação Infantil ao Ensino Médio (BELLEMAIN; BIBINO; SOUZA, 2018).

Segundo Bellemain, Bibino e Souza (2018, p. 2)

Os argumentos principais para a inclusão desse campo nos currículos de Matemática são: a forte presença das Grandezas e Medidas nas mais diversas práticas sociais, sua posição na construção histórica do conhecimento matemático, suas articulações com outros campos da Matemática e as conexões com outras disciplinas.

À vista disso, os documentos nacionais curriculares da Educação Básica estão pautados em tais argumentos para explicitar o porquê é necessário o ensino desse bloco do saber. Vejamos detalhadamente as indicações descritas nos documentos sobre essa unidade temática.

O Parâmetro Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental organiza os níveis de ensino em quatro ciclos - o primeiro ciclo relata orientações para as 1ª e 2ª séries, o segundo para 3ª e 4ª séries, o terceiro para as 5ª e 6ª séries e o quarto ciclo para as 7ª e 8ª séries. Atualmente, a 1ª série corresponde à classe de alfabetização, e as demais séries são denominadas de Anos. Há também orientações didáticas para cada unidade temática em cada ciclo.

¹ Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são diretrizes elaboradas pelo Governo Federal com o objetivo principal de *orientar os educadores* por meio da normatização de alguns fatores fundamentais concernentes a cada disciplina.

² Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> Acesso em 08 de agosto de 2021)

O PCN dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental afirma que “nas situações cotidianamente vivenciadas pelos alunos, a existência de grandezas de naturezas diversas e a frequente necessidade de estabelecer comparação entre elas, ou seja, de medi-las, justificam a necessidade do trabalho com este conteúdo” (BRASIL, 1997, p. 83). Tal documento recomenda-nos, nos dois primeiros ciclos, práticas ao docente como: utilizar instrumentos de medição durante as aulas, “[...] abordar aspectos históricos da construção desse conhecimento, uma vez que, desde a Antiguidade, praticamente em todas as civilizações, a atividade matemática dedicou-se à comparação de grandezas” (BRASIL, 1997, p. 83), e utilizar as partes do corpo para o exercício da medição como unidades de medidas não convencionais. Além de enfatizar a importância de o alunado ter durante todo o Ensino Fundamental situações que envolvem grandezas físicas e medidas a fim de que possam saber identificar qual atributo da grandeza será medido e usar adequadamente as medidas no processo de medições (BRASIL, 1997). Visto que,

Resolvendo situações-problema, o aluno poderá perceber a grandeza como uma propriedade de uma certa coleção de objetos; observará o aspecto da “conservação” de uma grandeza, isto é, o fato de que mesmo que o objeto mude de posição ou de forma, algo pode permanecer constante, como, por exemplo, sua massa. Reconhecerá também que a grandeza pode ser usada como um critério para ordenar uma determinada coleção de objetos: do mais comprido para o mais curto ou do mais pesado para o mais leve. (BRASIL, 1997, p. 84)

Por isso, as situações-problemas são fundamentais para os alunos compreenderem melhor esse saber, assim como estarem aptos para resolverem as situações do dia a dia que envolvem grandezas e medidas.

O PCN dos anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) considera que

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. [...] Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. (BRASÍLIA, 1998, p. 51)

Sendo assim, podemos destacar que a aprendizagem desse bloco na disciplina de Matemática também contribui para outras disciplinas escolares. Como comenta Bellemain, Bibiano e Souza (2018, p. 6) “Ao estudar Biologia, por exemplo, é possível explorar a massa e a estatura das crianças, a duração da gestação de animais, o cálculo aproximado da área de folhas de árvores etc.”

Este documento, que se organiza em dois ciclos (terceiro e quarto), propõe objetivos a serem alcançados pelos alunos no terceiro ciclo em relação à competência métrica (BRASIL, 1998, p. 65), vejamo-nos:

- * ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas históricos que motivaram sua construção;
- * resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida.

Para desenvolver e alcançar esses objetivos, o estudante deverá compreender os conceitos e procedimentos a seguir (BRASIL, 1998, p. 73-74):

- Reconhecimento de grandezas como comprimento, massa, capacidade, superfície, volume, ângulo, tempo, temperatura, velocidade e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.
- Reconhecimento e compreensão das unidades de memória da informática, como bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes em contextos apropriados, pela utilização da potenciação.
- Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.
- Utilização de instrumentos de medida, como régua, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema.
- Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
- Indicar o volume de um recipiente em forma de paralelepípedo retângulo pela contagem de cubos utilizados para preencher seu interior.
- Estabelecimento de conversões entre algumas unidades de medida mais usuais (para comprimento, massa, capacidade, tempo) em resolução de situações-problema.

Tais conceitos e procedimentos estão diretamente associadas às necessidades de compreensão de conhecimentos básicos de medidas convencionais para uma boa utilização de aparelhos e equipamentos que os discentes têm acesso. O termo reconhecimento, utilizado nas duas primeiras habilidades, permite-nos entender que os alunos já conhecem essas medidas de alguma forma. Já que, segundo Bellemain e Lima (2010, p. 168) “basta um momento de reflexão para nos mostrar que, mesmo antes de chegar à escola, a criança participa de situações do dia a dia nas quais ela própria, seus colegas ou seus familiares lidam com grandezas e medidas”. Portanto, o reconhecimento dessas unidades de medidas no âmbito escolar dá-se de forma sistemática durante todo o currículo escolar.

A quarta habilidade requer a utilização adequada das unidades convencionais no processo de medição, essa habilidade é imprescindível, pois por meio desta o aluno realizará a medição corretamente. Além disso, saberá a utilidade de cada unidade de medida neste processo, considerando as limitações e potencialidades presentes nestas; por exemplo: a medida

geométrica milímetro é ideal para medir o diâmetro de um anel, mas na medição de um terreno não será tão adequada, assim escolhemos a medida metro para tal.

No tocante às grandezas geométricas planas e espaciais, como a área e o volume, respectivamente, é indicado no estudo de suas propriedades o trabalho de decomposição e preenchimento. Essa indicação enriquece o processo de ensino e aprendizagem dos discentes desse ciclo, pois irão experienciar situações que podem ampliar seus conhecimentos sobre as dimensões 2D e 3D. Assim, eles podem ratificar as diferenças e similaridades existentes entre essas grandezas, por exemplo: nas atividades que envolvem volume de um objeto geométrico - o prisma reto, o aluno pode explorar os conhecimentos de área e volume, como também evidenciar suas diferenças.

Já no quarto ciclo, os objetivos a serem alcançados na competência métrica são:

- * ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar as medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados de acordo com o grau de precisão desejável;
- * obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas e para cálculo de volumes de sólidos geométricos (prismas retos e composições desses prismas). (BRASIL, 1998, p. 82).

Destacamos que, os objetivos do quarto ciclo estão mais aliados ao que estamos tratando em nosso trabalho que é o volume e a capacidade. Para tal é requerido que os alunos compreendam os seguintes conceitos e procedimentos (BRASIL, 1998, p. 89-90):

- Resolução de situações-problema envolvendo grandezas (capacidade, tempo, massa, temperatura) e as respectivas unidades de medida, fazendo conversões adequadas para efetuar cálculos e expressar resultados. Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações.
- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência). Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros). Cálculo do volume de alguns prismas retos e composições destes.
- Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências.
- Resolução de situações-problema envolvendo grandezas determinadas pela razão de duas outras (densidade e velocidade) ou pelo produto (energia elétrica: kWh).
- Compreensão dos termos algarismo duvidoso, algarismo significativo e erro de medição, na utilização de instrumentos de medida.
- Estabelecimento da relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo.

Observamos que nos conceitos a serem compreendidos do quarto ciclo, inicia-se o conhecimento sobre convenções de unidades de medidas, assim como grandezas determinadas pela razão de duas outras. Visto que, neste ciclo escolar os alunos começam a estudar química e física, tais matérias trabalham com essas grandezas salientando a disciplinaridade deste saber na Educação.

E há orientações para os docentes em sua prática pedagógica, tais como não frisar o ensino desse saber pautados somente nas fórmulas matemáticas, pois “a experiência tem mostrado que os alunos que aprendem mecanicamente fórmulas costumam empregá-las de forma também mecânica e acabam obtendo resultados sobre os quais não têm nenhum tipo de crítica e controle, além de as esquecerem rapidamente” (BRASIL, 1998, p. 131). A famosa tabela de conversão de unidades de medidas, na qual “andando para a esquerda” realiza-se uma operação matemática, de igual modo “andando para a direita” realiza-se a operação inversa à da anterior, pode confundir o aluno durante a aprendizagem de conversões de unidades de medidas. Por isso, “[...] o estudo sistemático de tabelas de conversão é desaconselhado nessa etapa” (BELLEMAIN; LIMA, 2010, p.178).

De acordo com Bellemain, Bibino e Souza (2018, p. 6), nos Parâmetros Curriculares Nacionais “no Ensino Médio, não há um bloco específico dedicado a esse campo, mas as grandezas geométricas são abordadas no bloco da Geometria e as grandezas físicas estão presentes no currículo de Física dessa etapa”.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que “as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade” (BRASIL, 2018, p. 273). Em sua estrutura, ela dispõe de objetos de conhecimentos e habilidades a serem desenvolvidas em cada ano escolar, assim como expectativas, a saber:

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, **volume** e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de **volumes de prismas e de cilindros**. (BRASIL, 2018, p.171, grifo nosso).

E, referente aos objetivos de conhecimentos e habilidades a serem desenvolvidas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, temos os seguintes:

Quadro 1: Competências e habilidades definidos pela BNCC das Grandezas volume e capacidade para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

Ano escolar	Objetos de Conhecimento	Habilidades a serem desenvolvidas
6º ano	Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume	(EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares) , sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
7º ano	Cálculo de volume de blocos retangulares , utilizando unidades de medida convencionais mais usuais	(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares , envolvendo as unidades usuais (metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
8º ano	Volume de bloco retangular Medidas de capacidade	(EF08MA20) Reconhecer a relação entre um litro e um decímetro cúbico e a relação entre litro e metro cúbico , para resolver problemas de cálculo de capacidade de recipientes . (EF08MA21) Resolver e elaborar problemas que envolvam o cálculo do volume de recipiente cujo formato é o de um bloco retangular.
9º ano	Volume de prismas e cilindros	(EF09MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de volumes de prismas e de cilindros retos , inclusive com uso de expressões de cálculo, em situações cotidianas.

Fonte: Recortes da BNCC (BRASIL, 2018, p. 298-316, grifo nosso)

Nota-se que frequentemente é requerido na abordagem das grandezas geométricas que haja utilização de situações-problemas relacionados ao cotidiano do aluno. Tal abordagem dispõe de vários objetivos, tais como - preparar o educando para enfrentar bem as situações relacionadas a esses saberes para além da sala de aula, evidenciar a necessidade da utilização de unidades de medidas convencionais, adaptando-o ao Sistema Internacional de Medidas ³(SI); reconhecer a relação existente entre as grandezas, e enfatiza a relação entre as grandezas volume e capacidade.

Já, a evolução do conhecimento mostra a necessidade de se trabalhar com as fórmulas matemáticas para a resolução de volumes de sólidos mais “complexos” como no caso cilindros

³ O Sistema Internacional de Unidades (SI) foi criado em 1960, na 11ª Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), com a finalidade de padronizar as unidades de medida das inúmeras grandezas existentes a fim de facilitar a sua utilização e torná-las acessíveis a todos.

Acesso em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/sistema-internacional-unidades.htm>. Acesso em 14 de agosto de 2021

e prismas. E, ao observarmos os verbos empregados nas habilidades percebemos que a tendência metodológica Resolução de problemas é altamente indicada nas aulas. De acordo com Pereira (2002, p. 3),

No contexto de educação matemática, um problema, ainda que simples, pode suscitar o gosto pelo trabalho mental se desafiar a curiosidade e proporcionar ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Neste sentido, os problemas podem estimular a curiosidade do aluno e fazê-lo a se interessar pela Matemática, de modo que ao tentar resolvê-los o aluno adquire criatividade e aprimora o raciocínio, além de utilizar e ampliar o seu conhecimento matemático.

Considerando as contribuições que essa tendência proporciona à aprendizagem matemática, Polya (1995) define quatro fases necessárias para o indivíduo, especialmente o aluno, obter êxito ao resolver um problema matemático, as quais são: compreensão do problema, formulação do plano, execução do plano e a retrospectiva. Esses conhecimentos são fundamentais para potencializar o processo de ensino e aprendizagem nas aulas de matemática.

O Ensino Médio constitui-se de competências específicas e as habilidades a serem alcançadas em todas as unidades temáticas. Vejamos as cinco competências específicas, na área da Matemática e suas Tecnologias, e as habilidades a serem alcançadas especialmente no bloco das grandezas e medidas; organizamos em uma tabela para melhor compreensão.

Quadro 2: Competências e habilidades definidos pela BNCC das Grandezas volume e capacidade para o Ensino Médio.

Competências específicas	Habilidades a serem desenvolvidas
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.</p>	<p>(EM13MAT103) Interpretar e compreender o emprego de unidades de medida de diferentes grandezas, inclusive de novas unidades, como as de armazenamento de dados e de distâncias astronômicas e microscópicas, ligadas aos avanços tecnológicos, amplamente divulgadas na sociedade.</p>
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 2 Articular conhecimentos matemáticos ao propor e/ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas de urgência social,</p>	<p>(EM13MAT201) Propor ações comunitárias, como as voltadas aos locais de moradia dos estudantes, dentre outras, envolvendo cálculos das medidas de área, de volume, de capacidade ou de massa, adequados às demandas da região.</p>

<p>como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, recorrendo a conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.</p>	
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 3 Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais, como o remanejamento e a distribuição de plantações, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p>(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.</p> <p>(EM13MAT313) Resolver e elaborar problemas que envolvem medições em que se discuta o emprego de algarismos significativos e algarismos duvidosos, utilizando, quando necessário, a notação científica.</p> <p>(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas compostas, determinadas pela razão ou pelo produto de duas outras, como velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.</p>
<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 4 Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.</p>	

<p>COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5</p> <p>Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.</p>	<p>(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.</p> <p>(EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.</p>
---	---

Fonte: Recortes da BNCC (BRASIL, 2018, p.524-533, grifo nosso)

Os verbos empregados nessas habilidades remetem à prática das tendências metodológicas da Educação Matemática na sala de aula, como nas habilidades (EM13MAT309), (EM13MAT314) e (EM13MAT313), as quais propõem o uso da tendência metodológica Resolução de problemas. E, na habilidade (EM13MAT201) é sugerido uma atividade para além da sala de aula, na qual os alunos irão trabalhar com situações reais e cotidianas como o cálculo do volume entre outras grandezas geométricas nas regiões de sua comunidade. Esta, por sua vez, associa-se à tendência modelagem matemática.

E, os alunos utilizarão a investigação no processo de ensino e aprendizagem, uma vez que “na investigação matemática, o aluno é chamado a agir como um matemático, não apenas porque é solicitado a propor questões, mas, principalmente, porque formular conjecturas a respeito do que está investigando” (PARANÁ, 2018, p. 67). Ou seja, a investigação matemática permite ao aluno, por meio da observação, formular hipóteses e conjecturas.

Então, podemos constatar que no Ensino Médio há maior variação entre as tendências metodológicas do ensino da matemática, tendo em vista que nesta etapa da Educação Básica, espera-se que os alunos estejam no processo de consolidação desse saber matemático. Sobretudo, compreendemos que os PCNs consideram as contribuições de todas essas tendências metodológicas também no Ensino Fundamental.

Portanto, mediante às indicações e orientações desses documentos observados (PCNs e BNCC) sobre a unidade temática das grandezas e medidas na Educação Básica, sabemos que o desenvolvimento e o alcance de tais habilidades, em seus determinados anos escolares, podem receber auxílio por meio da realização das atividades propostas no recurso livro didático. Sendo assim, uma análise praxeológica sobre tais atividades podem nos favorecer informações

relevantes quanto ao processo de ensino e aprendizagem, no nosso caso, das grandezas volume e capacidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

2.3 VOLUME E CAPACIDADE COMO OBJETOS MATEMÁTICOS

Na Educação Básica, o quadro de geometria trabalha os sólidos geométricos, cuja estrutura consiste em vértice, arestas e faces, são eles – cubo, cilindro, prismas, paralelepípedo, esfera, cone e as pirâmides. Os sólidos podem se apresentar de forma regular e/ou irregular; o volume, por sua vez, é seguido de propriedades básicas da matemática.

Lima (2009) descreve os teoremas que demonstram o volume desses sólidos. Inicialmente, ele aborda uma situação que evidencia a necessidade de utilizar o Princípio de Cavalieri, que é um teorema. Vejamos tal teorema:

Princípio de Cavalieri. *Sejam A e B dois sólidos. Se qualquer plano horizontal secciona A e B segundo figuras planas com áreas iguais, então $vol(A) = vol(B)$.*

Para demonstrar este teorema será necessário utilizarmos os conceitos de Teoria da Medida, como o nosso intuito aqui é apenas apresentá-lo, não o demonstraremos. Este teorema reduz o cálculo de volumes ao cálculo de áreas. E, por meio deste, o autor aplica-o em situações que se torna nítido os teoremas de volumes dos sólidos geométricos, são eles:

Teorema 1. *O volume de um paralelepípedo é o produto da área da base pela altura.*

Teorema 2. *O volume de um cilindro é igual ao produto da área da base pela altura.*

Teorema 4. *O volume de um cone é igual a um terço do produto da altura pela área da base.*

Teorema 5. *O volume de uma esfera de raio R é igual a $\frac{4}{3} \pi \cdot R^3$.*

Lima (2009), em suas definições de prisma e pirâmide, as descreve como um cone cuja base é um polígono e, é um cilindro cujas bases são polígonos, respectivamente. Ademais os autores Lima, Carvalho, Wagner e Morgado (1997) apresentam os teoremas correspondentes ao volume de prisma e pirâmide:

Teorema 6. *O volume do prisma é dado pelo produto da área da base por sua altura.*

Teorema 7. *O volume de qualquer pirâmide é dado por um terço do produto da área da base pela altura.*

3. LIVRO DIDÁTICO E AS NOÇÕES DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO - TAD

Esta parte do trabalho é dedicada à compreensão de como o livro didático está inserido na realidade da sala de aula e à explicitação de noções associadas à TAD.

3.1 LIVRO DIDÁTICO

O livro didático é um recurso frequentemente utilizado nas aulas da Educação Básica, em muitas disciplinas, inclusive nas aulas de matemática. Porquanto, é importante compreender o que se considera como livro didático e Lajolo (1996) afirma que:

[...] para ser considerado didático, um livro precisa ser usado, de forma sistemática, no ensino-aprendizagem de um determinado objeto do conhecimento humano, geralmente já consolidado como disciplina escolar. Além disso, o livro didático caracteriza-se ainda por ser passível de uso na situação específica de escola, isto é, de aprendizado coletivo e orientado por um professor. (LAJOLO, 1996, p. 4).

Já, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)⁴, é regulamentado pelo decreto 91.542 de agosto de 1985, e considera as coleções didáticas como obras “elaboradas para serem utilizadas no processo de ensino aprendizagem escolar, tendo em vista um uso tanto coletivo (em sala de aula, sob a direção do professor), quanto individual (em casa)” (PNLD, 2008, p. 2).

Em tais afirmações é enfatizado a utilização desse recurso sob a direção do professor, pois este “quando tomado de forma única e isolada, sem a mediação do professor, o livro nas mãos do aluno passa a funcionar como uma ferramenta de autoinstrução” (SOUZA, 2014, p. 22). Desse modo, a função do livro didático deixa de ser cumprida em sua plenitude, podendo até causar limitações no processo de ensino aprendizagem.

Para compreendermos melhor o recurso livro didático, Choppin (2004) nos relata que o estudo histórico mostra que esse recurso didático exerce funções essenciais, entre elas, mencionamos a instrumental, ideológica e cultural, e documental. As quais podem variar

⁴ O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público. (http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12391&Itemid=668. Acesso em 04 de agosto de 2021)

concordante com o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização.

A função instrumental consiste nas metodologias de aprendizagem utilizadas pelos livros para apresentar os conceitos dos conteúdos, bem como nas construções de suas atividades propostas baseadas nos meios; e têm o intuito de proporcionar a conquista de habilidades e competências disciplinares ou transversais que é esperado pelos parâmetros curriculares que o aluno as tenha ou as desenvolva (CHOPPIN, 2004). A expectativa é que “a partir dos textos informativos, das ilustrações, diagramas e tabelas, seja possível a resolução dos exercícios e atividades cuja realização deve favorecer a aprendizagem” (LAJOLO, 1996, p.5). De acordo com Souza (2014) tal função tem sido melhorada nas últimas décadas devido às sucessivas análises realizadas pelo PNLN no livro didático.

Entretanto, sabemos que não há livro didático ideal, que possa garantir a aprendizagem em total e qualquer circunstância (SOUZA, 2014). As potencialidades e limitações no processo de ensino e aprendizagem podem ser alcançadas e superadas, respectivamente, mediante a boa utilização desse recurso didático pelos sujeitos - professor e aluno, assim como outros recursos: jogos, dispositivos móveis, artes plásticas, computador entre outros.

A função ideológica e cultural, considerada como a função mais antiga, faz do livro didático um instrumento de banalização de ideologias e valores das classes dirigentes e até mesmo de um governo (CHOPPIN, 2004). Usando de todas as formas, quer seja sutil, sistemática ou até mesmo ostensiva, sendo bastante eficaz nesse sentido.

E, a função documental refere-se ao livro didático como portador de documentos que, observados pelos alunos, pode proporcionar confrontações em seus conhecimentos prévios, cuja superação dessas favorece o desenvolvimento do aluno em um determinado conteúdo (CHOPPIN, 2004). Todavia, essa função não é universal, sua presença se dá em ambientes em que os educadores têm uma perspectiva inovadora no processo de aprendizagem, na qual considera-se o aluno ativo e autônomo nesse processo.

Consoante a Carvalho e Lima (2010),

Entre seus vários papéis, o livro didático também oferece ao aluno a oportunidade de desenvolver as competências de ler e interpretar textos, que são fundamentais em todas as fases da escolarização. Por isso, ele deve ser lido, discutido, compreendido e jamais ser visto apenas como uma fonte a que o professor recorre para retirar atividades, exercícios e problemas a serem propostos aos alunos. Desenvolver a capacidade de leitura de textos é atividade tão relevante que não devemos nos restringir à leitura do livro didático, mas incluir também outros materiais, entre eles, as obras complementares, agora distribuídas pelo MEC, destinadas aos anos iniciais do Ensino Fundamental e os livros da biblioteca da escola. (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 28)

A saber, tais funções do livro didático evidenciam o quanto ele exerce influência nas ações dos professores e dos alunos, por conseguinte no processo de ensino e aprendizagem. Tendo em vista as diferentes concepções que os professores e alunos têm sobre esse recurso. Por isso, nas últimas décadas as pesquisas que buscam compreender o processo de ensino e aprendizagem concentram-se em analisar sob diferentes perspectivas e apoiados em diversas teorias da aprendizagem o livro didático (BARBOSA; LINS, 2009).

Considerando o contexto dos currículos destaca-se no Brasil, por exemplo: a BNCC que indica a organização de saberes a serem abordados, e assim os currículos dos Estados são construídos seguindo suas orientações. Então, considerando as orientações especificadas no currículo, os autores de livros didáticos projetam os conteúdos desses currículos de forma organizada sequencialmente e obedecendo alguns critérios de ética, e que podem ou não ser submetidos a análise realizada pelo PNLD. Porquanto, há professores que tomam por base a sequência de organização dos conteúdos do livro didático, o sumário, para construírem seu planejamento anual, outros o usam para apoiar atividades extraescolares ou como material de consulta (SOUZA, 2014).

E, tratando dos conhecimentos matemáticos abordados nos livros didáticos, Carvalho e Lima (2010) afirmam que

[...] é papel fundamental de um livro didático favorecer a aquisição, pelo aluno, dos conteúdos que compõem a matemática escolar. É desta matemática que o aluno deve se apropriar, não como um repertório de fórmulas e algoritmos, mas como saber-fazer matemático que o habilite a resolver problemas do seu dia a dia ou de sua prática profissional futura. (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 15)

Destarte, os autores enfatizam o papel do livro didático e o quanto ele pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento essencialmente matemático e independente, esse recurso atua como um meio de interação entre o aluno e o objeto saber. Logo, se faz necessário analisar atenciosamente sua linguagem, uma vez que essa exerce influência no processo de interação, favorecendo ou não a aprendizagem do aluno.

Também é fundamental refletirmos sobre a estrutura das atividades propostas. Conforme Carvalho e Lima (2010),

[...] um livro que contenha somente exercícios de fixação é prejudicial ao aluno, pois não o prepara para enfrentar situações novas, desafiadoras. Por sua vez, um livro que só apresente problemas difíceis também não contribui adequadamente para a aprendizagem, visto que pode levar o aluno a perder a autoconfiança, particularmente em Matemática, fazendo com que fique imobilizado e acabe por acreditar que não será capaz de resolvê-los. (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 15).

Por isso, é imprescindível a mediação do professor diante da interação do aluno com esse recurso didático. E, observando exclusivamente o livro didático e a sua relação com o conteúdo de grandezas e medidas, Lima e Bellemain (2010) relatam que:

Todos nós sabemos que o livro didático tem sido um auxiliar importante no ensino e, mais recentemente, já é possível constatar avanços na abordagem das grandezas e medidas propostas por ele. Observamos, por exemplo, que os conteúdos relativos a esse campo estão mais articulados a outros conteúdos matemáticos e, quando tratados especificamente, isto é feito em capítulos distribuídos ao longo do livro didático, e não relegados a uma parte isolada de cada livro, em geral no seu final. Contudo, ainda há livros nos quais o estudo das grandezas e medidas aparece concentrado nos últimos capítulos da obra, e isso contribui, muitas vezes, para que esses conteúdos não sejam estudados durante o ano letivo. Além do mais, vários livros apresentam exclusivamente as unidades padronizadas de medição de grandezas. Outros dedicam excessiva importância à conversão de unidades de medida. (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 167-168).

Tais informações são cruciais para ampliarmos nossos conhecimentos sobre processo de ensino e aprendizagem das grandezas e medidas, especialmente as grandezas volume e capacidade na Educação Básica, tendo em vista as abordagens dos livros didáticos, fonte de dados utilizados nesta pesquisa.

3.2 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Neste tópico, abordamos algumas noções fundamentais da Teoria Antropológica do Didático (TAD)⁵, tais como objeto, pessoa, instituição, relação pessoal e institucional, praxeologia e os objetos ostensivos e não ostensivos. Cujas abordagens serão necessárias para melhor compreensão da análise deste trabalho, já que nos apoiamos nela para tal.

A TAD “situa a atividade matemática, e então a atividade de estudos em matemática, no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais” (CHEVALLARD, 1998, p. 1). Podemos ampliar sua função nas outras áreas do conhecimento, uma vez que há muitas atividades humanas não matemáticas que podem ser analisadas pela perspectiva dessa teoria sem qualquer dificuldade.

Inicialmente, tem-se a noção de objeto: "um objeto é qualquer entidade, material ou imaterial, que existe para pelo menos um indivíduo. Tudo é, portanto, um objeto, inclusive as pessoas” (Chevallard, 2003, p. 1). Até mesmo a atividade humana intencional constitui-se um

⁵ Trata-se de uma teoria desenvolvida por Yves Chevallard, considerada por muitos pesquisadores como evolução da Transposição Didática (TD), no quadro da Didática da Matemática francesa e que permite, particularmente, analisar situações de ensino e aprendizagem da matemática escolar.

objeto. A interação de um indivíduo x com o objeto o , estabelece uma relação pessoal $R(x, o)$, tal interação origina uma relação não vazia $R(x; o) \neq \emptyset$ (Chevallard, 2003). O conjunto de todas as relações pessoais de x com o objeto o , é chamado de Universo Cognitivo $U(x) = \{O, R(X, O)\}$.

Daí segue que, a noção de pessoa é o par formado por um indivíduo x e o sistema de suas relações pessoais com o objeto o , em um determinado momento da história de x . Por conseguinte, no decorrer do tempo o sistema de relações pessoais de x com o objeto o evolui, modificando a relação pessoal $R(x, o)$. A diferença entre o conceito de indivíduo e pessoa dá-se dessa evolução, o indivíduo, diferentemente da pessoa, é invariante.

Outra noção fundamental da TAD é a de Instituição I que Chevallard a define como “um dispositivo social “total” que pode admitir ter apenas uma extensão muito pequena em um espaço social, mas que permite e – impõe - a seus sujeitos, isto é, às pessoas x que venham ocupar os diversos cargos p oferecidos em I ” (CHEVALLARD, 2003, p. 2). A instituição I também possui relação com um dado objeto, em uma posição p em I , denotada por $RI(p; o)$. Ela impõe uma forma de fazer ou de pensar sobre objeto o a um indivíduo x em uma posição p .

Exemplos de instituições temos a escola, na qual os alunos e professores ocupam posições, e que há relações dos sujeitos com o objeto saber. A saber, as instituições dispõem de teorias do saber sobre um dado objeto. Estas subjetivizam os seus indivíduos em suas relações com os objetos. O autor relata que desde o nascimento de um indivíduo, ele se depara com a presença de instituições, nesse caso, sua família é uma instituição. Quando bebê, também lhe é apresentado uma instituição - a linguagem (CHEVALLARD, 2003).

Então, podemos considerar os livros didáticos como instituições, pois os alunos e professores se sujeitam aos saberes que eles estabelecem e ocupam uma posição p nesta instituição. O que coaduna com nosso objetivo de pesquisa, pois podemos mesmo que de modo restrito (em apenas duas coleções de livros didáticos) compreender como as noções de grandezas e medidas vivem e sobrevivem enquanto saberes a serem ensinados.

A noção da TAD que ajuda na investigação destes saberes é a de praxeologia. O autor admite que a praxeologia é uma modelização de uma atividade humana, esta pode envolver vários tipos de tarefas (t). Ele distingue tarefas (t) de tipos de tarefas (T), para melhor compreensão, tomamos uma atividade matemática: Calcule o volume dos sólidos geométricos. Esta atividade pode ser composta de tipos de tarefas; calcular o volume de um prisma, de uma pirâmide; são tipos de tarefas.

A saber, as tarefas são geralmente iniciadas com um verbo no modo infinitivo ou no modo imperativo, por exemplo: Calcular e calcule, respectivamente. Outrossim, uma tarefa pode ser composta por um ou mais tipos de tarefas (T). As instituições são caracterizadas por construir ou originar tarefas. Essas são objetivas, têm um alvo a alcançar, assim trabalhando com a didática.

Para realizarmos uma tarefa (t) precisamos técnica (τ), isto é uma forma de realizar tal tarefa (t). Por exemplo, um exercício de matemática: Encontre as raízes deste polinômio x^2+x+1 . Se fatorarmos esse polinômio, encontramos as suas raízes; ou podemos utilizar a fórmula de Bhaskara e encontrá-las, portanto, realizamos a tarefa. Entretanto, uma técnica pode ser superior a outra, mais eficaz em determinado contexto. Desse modo, uma tarefa (t) pode ser realizada por diferentes técnicas; todavia, há instituições que só reconhece uma técnica (τ) entre tantas, desprezando as outras existentes.

Para justificar essa técnica (τ), surge a tecnologia denotada por θ , “um discurso racional sobre a técnica” (CHEVALLARD, 1998, p. 3) garantindo a efetividade da técnica (τ), podemos utilizar das demonstrações de fórmulas para tal. No entanto, dependendo da instituição o estilo da tecnologia (θ) é sujeito de variação. Outra função que lhe é inerente, é explicar a técnica, enaltecê-la, como a de produção. Para justificar a tecnologia (θ), tem-se a teoria (Θ).

Portanto, esse quarteto [T, τ , θ , Θ] constitui a praxeologia, que é utilizada para analisar uma atividade humana. Este quarteto é suficiente em qualquer análise, sendo desnecessário como o próprio autor diz uma continuidade desse quarteto, isto é uma teoria da teoria (CHEVALLARD, 1998).

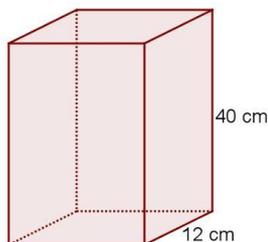
Importante destacar que consideramos em nosso trabalho a necessidade de compreender a composição das técnicas utilizadas para realizar os tipos de tarefas. Neste sentido, a TAD nos oferta as noções de ostensivos e não ostensivos como ingredientes que compõem a técnica.

“Chamamos de ostensivos os objetos que têm para nós uma forma material, sensível, ao permanecendo não especificado. Um objeto material (uma caneta, um compasso etc.) é um ostensivo” (CHEVALLARD, 1994, p. 4). Isto é, objetos que ostentam, que são notados facilmente, esses objetos possuem uma característica: eles podem ser manipulados. Já, os objetos não ostensivos não podem ser vistos e nem manipulados, podem ser evocados por meio das manipulações dos objetos ostensivos; são exemplos desses objetos as noções, os conceitos e as ideias (CHEVALLARD, 1994).

A seguir, apresentamos um exemplo de uma tarefa matemática organizada de acordo com o quarteto praxeológico [T, τ , θ , Θ] e com a identificação dos objetos que contém a técnica.

Qual é o volume do prisma da imagem a seguir, sabendo que ele é um prisma reto e sua base é quadrada?

Figura 3: Objeto Geométrico



QUADRO 3: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE PROPOSTA.

Tipo de Tarefa: Calcular o volume de um prisma reto de base quadrangular, dado a altura e medida do lado da base.

Técnica: Identificar as medidas e a figura geométrica da área da base e das faces. Em seguida, utilizar a fórmula da área da base, nesse caso $A_{base} = l.l$. Logo após, utilizar a fórmula de volume ($V = A_{base} \cdot h$).

Tecnologia: Figuras planas, Expressões Algébricas, Prismas.

Teoria: Geometria plana, Geometria Espacial e Álgebra.

Objetos ostensivos = Escritural algébrico e escritural geométrico.

Objeto não ostensivo: Geometria Espacial, Álgebra, Grandezas e Medidas.

Fonte: A autora (2022).

4. METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos o conjunto de procedimentos e técnicas utilizados para alcançarmos os nossos objetivos como também o delineamento básico deste trabalho.

A pesquisa científica é a realização de um estudo planejado, sendo o método de abordagem do problema o que caracteriza o aspecto científico da investigação. Sua finalidade é descobrir respostas para questões mediante a aplicação do método científico. A pesquisa sempre parte de um problema, de uma interrogação, uma situação para a qual o repertório de conhecimento disponível não gera resposta adequada. Para solucionar esse problema, são levantadas hipóteses que podem ser confirmadas ou refutadas pela pesquisa. Portanto, toda pesquisa se baseia em uma teoria que serve como ponto de partida para a investigação. (PRODANOV; FREITAS, 2003, p. 43).

Como o nosso objetivo é analisar as praxeologias matemáticas das grandezas volume e capacidade em duas coleções de livros didáticos do Anos Finais do Ensino Fundamental, realizamos uma abordagem que consiste na observação e interpretação dos dados.

Logo, nossa pesquisa é classificada como pesquisa qualitativa que segundo Prodanov e Freitas (2003) “Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem.” (PRODANOV; FREITAS, 2003, p. 70). Ou seja, o pesquisador por meio da observação, análise e interpretação, descreve os fatos sem manipulá-los, descreve as características observadas no procedimento técnico utilizado (PRODANOV; FREITAS, 2003).

O nosso procedimento usado para a construção/coleta de dados neste trabalho é definido como “aqueles que se valem das chamadas fontes de papel (pesquisa bibliográfica e pesquisa documental).” (PRODANOV; FREITAS, 2003, p. 54). Vejamos o que os autores comentam sobre o documento:

Entendemos por documento qualquer registro que possa ser usado como fonte de informação, por meio de investigação, que engloba: observação (crítica dos dados na obra); leitura (crítica da garantia, da interpretação e do valor interno da obra); reflexão (crítica do processo e do conteúdo da obra); crítica (juízo fundamentado sobre o valor do material utilizável para o trabalho científico). (PRODANOV; FREITAS, 2003, p.56)

Assim, esta pesquisa quanto ao procedimento é documental. Porquanto, utilizamos duas coleções de livros didáticos de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental para a coleta de dados. Pois, ele pode exercer influência nas ações do professor e dos alunos, por conseguinte pode influenciar no processo de ensino e aprendizagem dos saberes da Educação Básica, constituindo-se como uma fonte segura para tal investigação de acordo Bittar (2017), selecionamos as coleções pelos seguintes critérios:

1. Coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) no ano de 2020.
2. A coleção mais adotada pelas escolas públicas em nível nacional e a menos adotada.

Segundo os dados estatísticos do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação⁶, o PNLD registrou dez coleções de livros didáticos escolhidas no ano de 2020, entre as quais se destaca a coleção A Conquista da Matemática, da Editora FTD SA, com o maior número de exemplares distribuídos no Brasil, 5.135.739 considerando os manuais dos professores e os livros dos alunos. Já a coleção Convergências Matemática, da Edições SM LTDA, é registrada como a de menor número de exemplares distribuídos, com 196.617, a nível nacional.

Para alcançarmos o nosso objetivo, inicialmente, selecionamos todas as tarefas que envolvem as grandezas volume e capacidade nos livros das coleções escolhidas. Em seguida, definimos - por meio da Teoria Antropológica do Didático - o tipo de tarefa (t), a(s) técnica(s) utilizada(s) na realização (τ) dessa atividade, a tecnologia (θ) e a Teoria (Θ). Assim, por meio da modelagem praxeológica organizamos todas as atividades selecionadas. Por último, identificamos os objetos ostensivos e não ostensivos presentes em cada atividade selecionada. Após isso, conseguimos verificar as praxeologias privilegiadas considerando as duas coleções analisadas

⁶ Para a visualização dos dados estatísticos, consultar:
<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>

5. ANÁLISE DOS DADOS

Decidimos organizar nossa análise em blocos, isto é, analisamos os livros considerando o ano ao qual foi indicado. O primeiro tópico é destinado aos livros do 6º ano e seguimos a ordem até o 9º ano. Destacamos que a busca pelas noções de grandezas e volumes se resumiu aos capítulos que a abordavam, contudo o livro do 9º de ambas as coleções não há um capítulo destinado unicamente a essas grandezas, então buscamos essas noções em todo o livro e encontramos nos capítulos que abordavam setor Geometria espacial. Vale destacar que, o nosso foco é analisar somente as atividades propostas nos livros.

Nossa análise está organizada da seguinte forma: a cada tipo de tarefa identificado, apresentamos a imagem de uma atividade do livro representando-o e ainda os outros elementos teóricos que compõem uma organização praxeológica. Considerando as praxeologias identificadas, analisamos comparativamente os livros e ainda destacamos quantitativamente os tipos de tarefas identificados nos livros.

Informamos ainda que os tipos de tarefas foram separados de acordo com a abordagem de volume ou de capacidade, por isso foram nomeados diferentemente. Os tipos de tarefas sobre volume foram escritos como $T.v_n$ e os de capacidade $T.c_n$, sendo n o número do tipo de tarefa.

5.1. ANÁLISE DOS LIVROS DO 6º ANO

Dividimos a análise dos livros do 6º ano em três subtópicos, a saber: o primeiro é destinado à uma coleção; o segundo, à outra coleção; e o terceiro e último, à análise geral das coleções.

5.1.2. A Conquista da Matemática - 6º ano

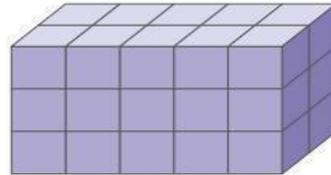
Analisando o livro da coleção A Conquista da Matemática verificamos que contém um capítulo dedicado à grandeza volume e outro, à grandeza capacidade, nos dois capítulos há 27 atividades. Contudo, existem algumas atividades que contém alternativas e essas são, muitas vezes, mais um tipo de tarefa. Logo, a quantidade de tipos de tarefas não será igual à de atividades.

Iniciamos com a atividade 2, visto que, a atividade 1 tende ao conceito de capacidade, podemos observar na figura 3 e no quadro 4 a grade de análise praxeológica.

Figura 4: Atividade 2 – A conquista da Matemática – 6º ano

2. (Saresp-SP) Considerando um cubinho como unidade de volume, o volume do bloco representado na figura abaixo é:

- a) 10
- b) 15
- c) 25
- d) 30



Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 268)

QUADRO 4: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 2 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T. v_1$): Calcular o volume de um sólido retangular dada a unidade de volume.

Técnica: Considerando um cubinho como unidade de volume realizar a contagem de cubinhos.

Tecnologia: Contagem, volume e bloco retangular.

Teoria: Geometria Espacial e Grandezas e Medidas.

Objetos ostensivos: escritural geométrico e escritural numérico.

Objetos não ostensivos: Contagem e Volume.

Fonte: A autora (2022)

Esta atividade evidencia o conceito de unidades de medida, pois o aluno irá determinar o volume desse bloco por meio da contagem de cubinhos, considerando o cubinho como uma unidade de medida. Assim, o aluno inicialmente pode compreender a unidade de medida como um meio de escolha livre, isto é, qualquer objeto regular que ocupa espaço pode ser utilizado como unidade de medida.

Figura 5: Atividade 6 - A conquista da Matemática – 6º ano

6. Um cubo A tem 2 cm de aresta. Um cubo B tem $\frac{1}{2}$ cm de aresta. Quantas vezes o cubo B cabe no cubo A ?

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 274)

QUADRO 5: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 6 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T.v_2$): Calcular o volume de cubos e comparar suas unidades de medidas, dadas as suas dimensões.

Técnica: Utilizar a fórmula de volume ($V = \text{comprimento} \times \text{altura} \times \text{largura}$). Em seguida, dividir o volume do cubo A por B.

Tecnologia: Volume, cubo e expressões algébricas.

Teoria: Geometria Espacial, Números e operações e Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural algébrico, escritural número fracionário.

Objetos não ostensivos: volume e álgebra.

Fonte: A autora (2022)

Destacamos que desde o 6º ano este livro já propõe a utilização da fórmula para a resolução das atividades, como pode ser observado na atividade acima.

Figura 6: Atividade 7 - A conquista da Matemática – 6º ano

7. Qual o sólido de maior volume: um cubo de aresta 4 m ou um bloco retangular de dimensões 8 m, 4 m e 2 m?

FONTE: Castrucci e Júnior (2018, p. 268)

QUADRO 6: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 7 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T.v_3$): Calcular o volume de um cubo e de um bloco retangular e comparar as medidas de volume, dada as medidas das arestas.

Técnica: Utilizar a fórmula de volume ($V = \text{comprimento} \times \text{altura} \times \text{largura}$). Em seguida, comparar o volume do cubo ao do bloco retangular.

Tecnologia: Sólidos geométricos, volume e expressões algébricas.

Teoria: Geometria Espacial, Números e operações e Grandezas e medidas.

Objeto ostensivo: escritural algébrico e escritural numérico com unidade de volume.

Objetos não ostensivos: volume, geometria espacial e álgebra.

Fonte: A autora (2022)

Observamos que este tipo de tarefa aborda fortemente o bloco numérico. Para executar essa tarefa, o aluno irá comparar o aspecto numérico do volume dos sólidos geométricos citados, independentemente de sua forma geométrica. Outrossim, é que só há uma técnica para executá-la.

Figura 7: Atividade 9 - A conquista da Matemática – 6º ano

9. As dimensões de um tijolo são 0,20 m de comprimento, 0,10 m de largura e 0,05 m de altura. Qual o volume de argila usada para fabricar esse tijolo?

FONTE: Castrucci e Júnior (2018, p. 268)

QUADRO 7: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 9 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T. v_4$): Calcular o volume de um objeto no formato de um bloco retangular dadas as dimensões.

Técnica: Utilizar a fórmula de volume ($v = \text{comprimento} \times \text{altura} \times \text{largura}$)

Tecnologia: Volume, bloco retangular e expressão algébrica.

Teoria: Geometria Espacial e Grandezas e Medidas.

Objeto ostensivo: escritural algébrico e escritural numérico com unidade de volume.

Objetos não ostensivos: volume, geometria espacial e álgebra.

Fonte: A autora (2022)

Esse tipo de tarefa instiga o aluno a associar a forma dos objetos reais aos sólidos geométricos regulares, talvez podendo capacitar os estudantes a realizar cálculos de volume relacionado a outros objetos. E, o tipo de tijolo não é especificado se tem aberturas ou não, essa informação é necessária para o cálculo mais preciso desse objeto, pois pode levar a conclusões sobre o volume que não estão corretas.

Figura 8: Atividade 10 - A conquista da Matemática – 6º ano

10. Transforme em metros cúbicos:

- a) 840 dm^3
- b) $14\,500\,000 \text{ mm}^3$
- c) $1\,000 \text{ dm}^3$

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 268)

QUADRO 8: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 10 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T. v_5$): Converter as unidades de medidas de volume.

Técnica: Uso da tabela de transformação de unidades de medidas com foco na multiplicação e divisão das unidades de medidas

Tecnologia: transformação de unidades de medidas e operações com números racionais.

Teoria: Números racionais e Grandezas e Medidas.

Objetos ostensivos: escritural numérico com a unidade de medida.

Objetos não ostensivo: Grandezas e Medidas e operações numéricas.

Fonte: A autora (2022)

Identificamos duas atividades com esse tipo de tarefa, considerando este; ambos têm três alternativas. Na conversão das unidades de medidas, a instituição livro didático dessa coleção faz menção, unicamente, da utilização da tabela de conversão e orienta o modo de utilizá-la. Há outras técnicas de realizar a conversão de unidades de medidas, como: conversão em cadeia, mas parece ser deixado ao docente apresentar e ensinar outras técnicas aos alunos.

Figura 9: Atividade 12 - A conquista da Matemática – 6º ano

12. Qual o volume, em decímetros cúbicos, ocupado por um cubo de aresta 1 m?

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p.268)

QUADRO 9: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 12 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. v_6$): Calcular o volume de um cubo dada a medida da aresta.

Técnica: Utilizar a fórmula de volume ($V = \text{comprimento} \times \text{altura} \times \text{largura}$). Em seguida, converter a unidade de medida.

Tecnologia: volume de um cubo, conversão de unidades de medidas.

Teoria: Geometria Espacial e Álgebra.

Objetos ostensivos: escritural algébrico e escritural numérico com a unidade de medida.

Objetos não ostensivos: Geometria Espacial, Álgebra e volume.

Fonte: A autora (2022)

Neste tipo de tarefa proposto pelo livro é evidenciada uma técnica para resolução, a qual enfatiza o ostensivo algébrico seguido da utilização da tabela de transformação das unidades de medidas. No entanto, indicamos que há outra técnica. O aluno pode realizar a transformação de unidades de medidas antes e depois de realizar o cálculo do volume do cubo.

Figura 10: Atividade 13 - A conquista da Matemática – 6º ano

13. O volume máximo que um bujão de gás pode conter é $13,5 \text{ dm}^3$. Tendo sido gastos $\frac{2}{3}$ dessa quantidade, quantos decímetros cúbicos de gás ainda restam no bujão?

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 268)

Quadro 10: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 13 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T. v_7$): Calcular o volume restante, tendo as informações do volume inicial e do processo que diferenciou o volume inicial.

Técnica: Subtração de frações para saber a quantidade fracionária que ainda resta no bujão. Em seguida, multiplicá-la pelo volume do gás.

Tecnologia: Operações com frações.

Teoria: Números Racionais e Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural número fracionário e decimal.

Objetos não ostensivos: volume e operações com racionais.

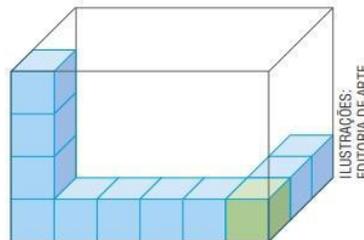
Fonte: A autora (2022)

Esse é o último tipo de tarefa identificado sobre volume nesse livro didático. Compreendemos que o $T.v_7$ tem como foco o trabalho com o ostensivo numérico, uma vez que trabalha com partes de um volume, e requer que o aluno encontre o volume restante no bujão. Evidenciamos que há outra técnica a ser utilizada, não indicada no livro didático, a qual consiste em: calcular o volume gasto, logo após, subtrair esse volume do volume inicial.

A partir de agora, analisamos as atividades que trabalham com a grandeza capacidade.

Figura 11: Atividade 1 - A conquista da Matemática – 6º ano

- 1.** O cubo colorido de verde, na figura abaixo, indica a unidade-padrão de medida do volume da caixa. Quantas dessas unidades cabem na caixa?



Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 268)

QUADRO 11: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 1 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA (CAPACIDADE)

Tipo de Tarefa ($T.c_1$): Calcular a quantidade de cubos que cabem dentro de uma caixa.

Técnica (t_1): Contagem de cubinhos.

Tecnologia: Capacidade e contagem.

Teoria: Grandezas e Medidas, Geometria Espacial e Números.

Objetos Ostensivos: Escritural número natural e escritural geométrico.

Objetos não ostensivos: Grandezas e Medidas e Geometria Espacial.

Fonte: A autora (2022)

Compreendemos neste trabalho a capacidade como o volume do interior de um sólido não oco, logo, essa atividade foi classificada como uma abordagem ao conceito de capacidade. Evidenciamos o uso da expressão “cabe” nessa atividade e sua unidade de medida sendo linear, entendemos que este tipo de atividade propõe ao aluno determinar ou calcular a capacidade da caixa, considerando no processo de medição a unidade de medida cubo.

Figura 12: Atividade 1 - A conquista da Matemática – 6º ano

1. Exprese em litros:

- | | |
|--------------------|------------------|
| a) 1 200 mL | d) 87 mL |
| b) 85 cL | e) 3,5 dL |
| c) 2 hL | f) 1 hL |

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 270)

QUADRO 12: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 1 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T. c_2$): Converter as unidades de medida de capacidade.

Técnica: Utilização da tabela de conversão das unidades de medidas da grandeza capacidade.

Tecnologia: transformação de unidades de medidas e operações com números racionais.

Teoria: Racionais, Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: Escritural número decimal, escritural numérico com unidades de medidas.

Objetos não ostensivos: Operações com os racionais e Grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de tarefa trabalha com a relação existente entre as unidades de medida da grandeza capacidade, o livro indica na apresentação desse conteúdo o uso da tabela de conversão para realizar esse tipo de atividade. Porém os autores Bellemain e Lima (2010) não aconselham esse método.

Figura 13: Atividade 3 - A conquista da Matemática – 6º ano

- 3. Devem ser distribuídos 10000 L de água em garrafas com capacidade de 250 mL cada uma. Quantas garrafas serão usadas?**

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 270)

QUADRO 13: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 3 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T. c_3$): Calcular quantos recipientes, dada a sua capacidade, serão necessários para capacitar uma quantidade de medidas de capacidade.

Técnica: Utilização da equivalência das unidades de medidas distintas (1000 mL = 1L). Em seguida, converter os litros em mililitros e dividi-los pela capacidade da garrafa.

Tecnologia: Operações com racionais e grandeza capacidade.

Teoria: Racionais e Grandezas e Medidas.

Objetos ostensivos: Escritural numérico com unidades de medidas.

Objetos não ostensivos: Grandezas e Medidas e operações com racionais.

Fonte: A autora (2022)

Ao analisarmos esse tipo de tarefa, observamos que a técnica engloba dois procedimentos: um é calcular quantas garrafas serão necessárias para capacitar a quantidade de litros informada e o outro procedimento aborda a realização de um tipo de tarefa já analisado que é a conversão de unidades de medida. Não importando a ordem da execução dos procedimentos, o que resulta em duas técnicas distintas.

Figura 14: Atividade 3 - A conquista da Matemática – 6º ano

3. Uma família consome 750 mL de suco de laranja em cada refeição. Em uma semana, considerando-se que a família faça 2 refeições diárias, quantos litros de suco seriam consumidos?

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 274)

QUADRO 14: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 3 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipo de Tarefa ($T.c_4$): Determinar a quantidade de litros consumidos de bebida fornecidos os dados de consumo.

Técnica: Multiplicar a quantia de mL consumida no período determinado e por fim converter em litros.

Tecnologia: Operações com números racionais e unidades de medidas.

Teoria: Racionais e Grandezas e medidas.

Objeto ostensivo: escritural numérico com unidades de medidas.

Objeto não ostensivo: Racionais.

Fonte: A autora (2022).

Este tipo de tarefa, assim como o tipo de tarefa analisado anteriormente, sua técnica é composta por dois procedimentos: saber a quantidade de litros que uma família consome nas refeições feita em uma semana, e transformar as unidades de medida.

Figura 15: Atividade 5 - A conquista da Matemática – 6º ano

5. Márcia está preparando um bolo. Ela já mediu quase todos os ingredientes, faltando apenas 300 mL de leite. Márcia não sabe como medir essa quantidade, pois os únicos recipientes de que dispõe são uma jarra de 500 mL e um copo de 200 mL. O que você faria se estivesse no lugar de Márcia? _____



Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 270)

QUADRO 15: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 5 DO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa (*T.c₅*): Determinar maneiras de obter uma quantidade de medida utilizando recipientes com capacidades conhecidas.

Técnica: Operar com a capacidade conhecida dos recipientes.

Tecnologia: operações com racionais, capacidade e unidades de medidas.

Teoria: Racionais e Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: discursivo e escritural numérico com unidades de medidas.

Objetos não ostensivos: Racionais, Grandezas e medidas e operações numéricas.

Fonte: A autora (2022)

Neste tipo de tarefa aborda possíveis situações problemas do cotidiano do aluno, nas quais são utilizados a capacidade de recipientes para obter determinada medida por meio de manipulação das capacidades conhecidas.

Apresentados os tipos de tarefas em relação ao volume e capacidade, resumimos no quadro 16 e 17 com a frequência.

QUADRO 16: TIPOS DE TAREFAS COM A GRANDEZA VOLUME E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipos de tarefa com a grandeza volume	Frequência dos tipos de tarefas
$T. v_1$: Calcular o volume de um sólido retangular dado a unidade de volume.	5
$T. v_2$: Calcular o volume de cubos e comparar suas unidades de medidas, dadas as suas dimensões.	1
$T. v_3$: Calcular o volume de um cubo e de um bloco retangular e comparar as medidas de volume, dada as medidas das arestas.	1
$T. v_4$: Calcular o volume de um objeto no formato de um bloco retangular dadas as dimensões.	7
$T. v_5$: Converter as unidades de medidas de volume.	6
$T. v_6$: Calcular o volume de um cubo dada a medida da aresta.	2
$T. v_7$: Calcular o volume restante, tendo as informações do volume inicial e do processo que diferenciou o volume inicial.	1

Fonte: A autora (2022)

QUADRO 17: TIPOS DE TAREFAS COM A GRANDEZA CAPACIDADE E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA.

Tipos de tarefa com a grandeza capacidade	Frequência dos tipos de tarefas
$T. c_1$: Calcular a quantidade de cubos necessários para encher uma caixa.	1
$T. c_2$: Converter as unidades de medida de capacidade.	7
$T. c_3$: Calcular quantos recipientes, dada a sua capacidade, serão necessários para capacitar uma quantidade de medidas de capacidade.	3
$T. c_4$: Determinar a quantidade de litros consumidos de bebida fornecidos os dados de consumo.	2
$T. c_5$: Determinar maneiras de obter uma quantidade de medida utilizando recipientes com capacidades conhecidas.	2

Fonte: A autora (2022)

O livro do 6º ano da coleção *A Conquista da Matemática* privilegia os tipos de atividades $T. v_1$, $T. v_4$ e $T. v_5$. E, quanto aos tipos de tarefas sobre capacidade, o tipo de tarefa $T. c_2$ e $T. c_3$

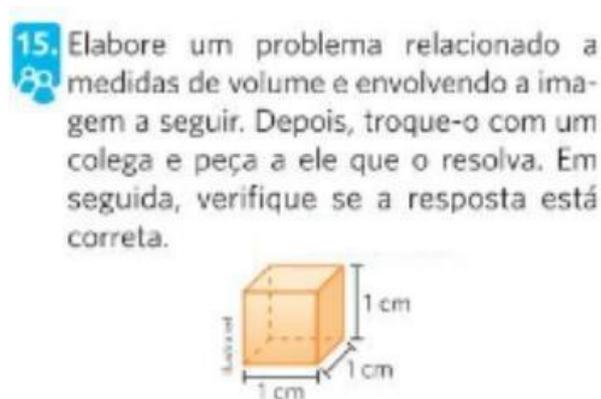
são os privilegiados. Referente aos objetos ostensivos, nas atividades de volume, os mais frequentes são o escritural algébrico e o escritural numérico com unidades de medida; e os objetos não ostensivos são volume, álgebra e geometria espacial. Já nas atividades sobre capacidade, o escritural numérico com unidades de medidas é o objeto ostensivo mais frequente, e os não ostensivos mais frequentes são operações com os racionais e Grandezas e medidas.

5.1.2 Convergências – 6º ano

Começamos informando que apenas destacamos novos tipos de tarefas, isto é, descrevemos apenas aqueles que ainda não haviam sido observados na coleção anterior. No entanto, ao final da análise contabilizamos todos os tipos de tarefas encontrados em ambas as coleções.

Verificamos que o livro do 6º ano da coleção *Convergências* dispõe de um capítulo destinado às grandezas volume e capacidade, o qual tem 35 atividades que envolvem as grandezas volume e capacidade. Entre estas atividades há alternativas, logo contando com as alternativas há 24 atividades de volume e 46 de capacidade. Observamos que há 7 atividades que fazem menção da relação entre essas grandezas.

Figura 16: Atividade 15 – Convergências – 6º ano



Fonte: Chavante (2018, p. 292)

QUADRO 18: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 15 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T.v_8$): Elaborar uma atividade sobre volume dado uma figura espacial e suas medidas.

Técnica: Utilizar os conhecimentos sobre volume.

Tecnologia: Grandeza volume.

Teoria: Geometria espacial e Grandezas e Medidas.

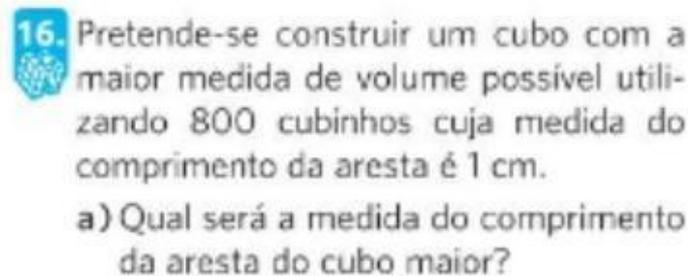
Objeto Ostensivo: escritural geométrico e discursivo.

Objeto não ostensivo: Geometria espacial e Grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de atividade pode instigar o aluno a formular atividades matemáticas por meio de um objeto geométrico. Acreditamos que a técnica utilizada para realizar essa tarefa é bem ampla, sabemos que haverá a utilização de conhecimento sobre as propriedades de volume, mas o livro didático deixa claro a resposta livre do aluno.

Figura 17: Atividade 16 – Convergências – 6° ano



Fonte: Chavante (2018, p. 292)

QUADRO 19: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 16 DO LIVRO 6° ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_9$): Calcular a maior medida do comprimento da aresta de um cubo dado uma unidade de medida do volume e o maior valor possível a ser utilizado.

Técnica: Por tentativa, considerando que um cubo tem medidas das arestas iguais, utilizar a fórmula do volume de um cubo, para cada medida possível para a aresta, o volume que mais se aproxima do total de cubinhos a ser utilizado contém é medida de aresta.

Tecnologia: volume do cubo, unidades de medidas e expressões algébricas.

Teoria: Geometria Espacial, Álgebra e Grandezas e Medidas.

Objeto ostensivo: Escritural algébrico.

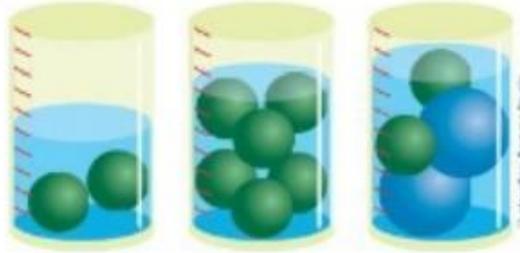
Objetos não ostensivos: Geometria Espacial e Álgebra.

Fonte: A autora (2022)

Destacamos que é essencial ao estudante no momento de tentar resolver a atividade proposta considerar uma das propriedades do cubo: arestas da mesma medida. Caso isso não seja considerado, pode dificultar o encontro de uma técnica de resolução.

Figura 18: Atividade 31 - Letras A – Convergências – 6º ano

31. Observe as imagens de um recipiente com água em três momentos diferentes.



Sabemos que:

- a medida do volume interno do recipiente é 10 dm^3 ;
- a quantidade de água é a mesma, não se altera de um momento para outro;
- as bolinhas de mesma cor têm a mesma medida de volume;
- todas as bolinhas estão submersas e não absorvem água.

De acordo com essas informações, faça o que se pede.

a) Qual é a medida do volume de água no recipiente?

Fonte: Chavante (2018, p. 295)

QUADRO 20: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 31 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T.v_{10}$): Calcular o volume de um líquido/objeto dado um recipiente graduado.

Técnica: Verificar o volume inicial do recipiente, calcular o volume de dos objetos inseridos considerando a variação do volume e por fim encontrado o volume do objeto subtrair do volume inicial.

Tecnologia: Volume e Operações com Racionais.

Teoria: Grandezas e medidas e Racionais.

Objeto ostensivo: escritural geométrico e escritural numérico.

Objeto não ostensivo: Grandezas e medidas e operações com Racionais.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de tarefa se destaca por trabalhar com técnicas de observação dos volumes em cada recipiente, utilizando o volume das bolas, o volume será calculado referenciando a graduação do recipiente e a variação que ocorre ao adicionar os objetos. Importante destacar que nas três alternativas da atividade 31 não será necessário utilizar ostensivos algébricos para o cálculo. Outro aspecto importante é a referência às situações do cotidiano do aluno.

A partir de agora, tratamos os tipos de tarefas sobre capacidade.

Figura 19: Atividade 3 – Convergências – 6º ano

3. Determine se a unidade de medida mais adequada é o litro (L) ou o mililitro (mL).
- Meu pai toma 100 ■ de café todas as manhãs.
 - A garrafa térmica que comprei tem 0,5 ■ de medida de capacidade.
 - Na minha casa são gastos cerca de 9 000 ■ de água por mês.
 - Para fazer uma receita de pão caseiro, minha mãe usou 200 ■ de óleo de soja.
 - Precisaremos de, no mínimo, 30 ■ de suco para a festa de aniversário.

Fonte: Chavante (2018, p. 288)

Quadro 21: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 20 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa (*T. c₆*): Associar a unidade de medida adequada a cada situação proposta.

Técnica: Identificando a situação verificar a unidade de medida adequada.

Tecnologia: capacidade.

Teoria: Grandezas e medidas.

Objeto ostensivo: Escritural unidade de medida capacidade.

Objeto não ostensivo: Unidade de medida.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de tarefa pode auxiliar o aluno na compreensão das unidades de medidas utilizadas em situações do dia a dia. Sistematizando esse conhecimento, assim como Bellemain

e Lima (2010) afirmam que os alunos conhecem as unidades de medidas, antes mesmo de ir à escola.

Figura 20: Atividade 7 – Convergências – 6º ano

7. As marcações dos recipientes estão espaçadas igualmente, dividindo-os em partes de mesma medida de capacidade. Veja que os recipientes contêm uma quantidade de água menor do que sua medida de capacidade total.



a) Escreva uma fração que represente a quantidade de água em relação à medida de capacidade total de cada recipiente.

Fonte: Chavante (2018, p. 288)

QUADRO 22: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 7 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa (*T.c₇*): Determinar a fração que corresponde à capacidade ocupada pelo líquido em um recipiente graduado.

Técnica: Contagem dos traços da graduação. Em seguida, escrever a razão entre o traço que indica a quantidade de água de cada recipiente sobre a capacidade total do recipiente (cilindro) respectivamente.

Tecnologia: volume, capacidade e frações.

Teoria: Grandezas e medidas e Racionais.

Objeto ostensivo: Escritural fracionário.

Objetos não ostensivos: Frações.

Fonte: A autora (2022)

Esta atividade remete ao aluno o conceito de capacidade total de um recipiente e a diferença entre capacidade e volume do interior de um objeto. Pois, por meio da contagem dos traços, o aluno pode determinar o volume de cada recipiente, e a capacidade de cada recipiente já é informada. Ou seja, o enunciado da atividade permite ao aluno identificar a distinção entre

o espaço ocupado no interior de um recipiente e a sua capacidade.

Figura 21: Atividade 8 – Convergências – 6° ano

8. Armando começou a encher uma piscina de plástico com medida de capacidade de 1000 L às 12 h 10 min. A torneira da casa dele fornece 7 L de água por minuto. Ele fechou a torneira 100 min depois de aberta.
A piscina ficou totalmente cheia? Se não ficou, quantos litros de água faltaram para enchê-la completamente?

Fonte: Chavante (2018, p. 288)

QUADRO 23: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 8 DO LIVRO 6° ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa (*T. c_g*): Determinar a medida que falta para encher determinado recipiente dada a vazão de líquido para encher e a capacidade máxima do recipiente.

Técnica: identificar as informações, multiplicar o tempo que a torneira ficou aberta pela vazão que ela fornece em um minuto. Depois, subtrair esse resultado da medida de capacidade da piscina.

Tecnologia: Operações com racionais e medidas.

Teoria: Racionais e Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: Escritural número racional e suas operações.

Objetos não ostensivos: Operações com Racionais e Grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de tarefa envolve mais grandezas, isto é, o tempo e a velocidade do despejo da água. Observamos também o trabalho, de forma implícita, com função linear.

Figura 22: Atividade 23– Convergências – 6° ano

23. Uma mangueira que despeja 17 L de água por minuto está enchendo uma piscina com medida de capacidade de 4 000 L. Em qual intervalo de tempo essa piscina estará cheia até 85% de sua medida de capacidade, sabendo que ela estava totalmente vazia?

Fonte: Chavante (2018, p. 294)

QUADRO 24: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 23 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa (*T. c₉*): Determinar o intervalo de tempo que um recipiente será preenchido dada a vazão de líquido para encher e a capacidade máxima do recipiente

Técnica: Transformar a porcentagem dada em número decimal ou fracionário, multiplicando esse valor pela capacidade da piscina. Em seguida, dividir essa medida pela quantidade de litros que a mangueira despeja, depois multiplicar esse resultado por minutos.

Tecnologia: Operações com números racionais.

Teoria: Racionais e Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: Escritural número fracionário, escritural número decimal e escritural percentual.

Objetos não ostensivos: Operação com números racionais.

Fonte: A autora (2022)

Neste tipo de atividade, a capacidade já é dada ao aluno, porém para executar essa tarefa é necessário o aluno calcular a medida que representa o volume de 85% da capacidade para saber qual o intervalo de tempo exigido, além de trabalhar com a velocidade (o despejar) em que a água cai, implicitamente. Notamos que essa é a primeira questão que em sua técnica há o objeto escritural porcentagem.

Observamos dois tipos de tarefa nessa coleção que aborda a relação entre as grandezas volume e capacidade. Vejamos a primeira na figura 24.

Figura 23: Atividade 21 – Convergências – 6º ano

21. Veja o que Giovana está dizendo.
a) Qual é a relação entre a unidade de medida de volume metro cúbico e a unidade de medida de capacidade litros?

Fonte: Chavante (2018, p. 299)

QUADRO 25: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 21 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa (<i>T. c. v₁</i>): Determinar a relação entre a unidade de medida de volume metro cúbico e a unidade de medida de capacidade.
Técnica: Estabelecer relação entre as grandezas volume e capacidade, considerando $1m^3 = 1000l$.
Tecnologia: Relação entre as unidades de medidas das grandezas volume e capacidade.
Teoria: Grandezas e medidas.
Objeto ostensivo: Escritural numérico com unidades de medidas.
Objeto não ostensivo: Grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Observamos que este tipo de tarefa leva o aluno a ratificar a relação que há entre unidades de medidas das grandezas volume e capacidade, por meio do discurso.

Figura 24: Atividade 30 – Convergências – 6º ano

- 30.** Determine quantos litros de água cabem em um recipiente cuja medida da capacidade é:
- | | | |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| a) 5 dm^3 | c) $7,9 \text{ dm}^3$ | e) $3,5 \text{ m}^3$ |
| b) 16 dm^3 | d) 2 m^3 | f) $4,2 \text{ m}^3$ |

Fonte: Chavante (2018, p. 295)

QUADRO 26: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 30 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa (<i>T. c. v₂</i>): Determinar quantos litros de água cabem em um recipiente cuja medida é de capacidade.
Técnica: Estabelecer relação entre as grandezas volume e capacidade, considerando $1dm^3 = 1l$ e $1m^3 = 1000l$.
Tecnologia: Relação entre as unidades de medidas das grandezas volume e capacidade.
Teoria: Grandezas e medidas.
Objeto ostensivo: Escritural numérico com unidades de medidas.
Objeto não ostensivo: Operações com os racionais.

Fonte: A autora (2022)

Neste tipo de tarefa possibilita ao aluno ratificar a relação entre as unidades de medidas de capacidade e de volume.

A seguir temos a frequência dos tipos de tarefas sobre as grandezas volume e capacidade, apresentamos por extenso a frequência dos tipos de tarefas já abordados na *A Conquista da Matemática*, e para os tipos que foram apresentados somente na coleção *Convergências* apresentamos em tabelas. Assim, 11 atividades são do tipo de tarefa $T.v_1$ e 8 do $T.v_5$.

QUADRO 27: TIPOS DE TAREFAS COM A GRANDEZA VOLUME E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipos de tarefas sobre a grandeza volume	Frequência dos tipos de tarefas
$T.v_8$: Elaborar uma atividade sobre volume dado uma figura espacial e suas medidas.	1
$T.v_9$: Calcular a maior medida do comprimento da aresta de um cubo dado uma unidade de medida do volume e o maior valor possível a ser utilizado.	1
$T.v_{10}$: Calcular o volume de um líquido/objeto dado um recipiente graduado.	3

Fonte: A autora (2022)

E as atividades sobre capacidade temos 2 do tipo $T.c_1$, 20 do $T.c_2$, 4 do $T.c_3$ e 5 do $T.c_4$.

QUADRO 28: TIPOS DE TAREFAS COM A GRANDEZA CAPACIDADE SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipos de tarefas sobre a grandeza capacidade	Frequência dos tipos de tarefas
$T.c_6$: Determinar a unidade de medida adequada a cada situação.	10
$T.c_7$: Determinar a fração que corresponde à capacidade de litros de um recipiente.	3
$T.c_8$: Determinar a medida que falta para encher determinado recipiente.	1
$T.c_9$: Calcular o intervalo de tempo que um recipiente será preenchido.	1

Fonte: A autora (2022)

QUADRO 29: TIPOS DE TAREFAS SOBRE A RELAÇÃO ENTRE VOLUME E CAPACIDADE E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipos de tarefa sobre a relação entre volume e capacidade	Frequência dos tipos de tarefas
$T.c.v_1$: Determinar a relação entre a unidade de medida de volume metro cúbico e a unidade de medida de capacidade.	1
$T.c.v_2$ Determinar quantos litros de água cabem em um recipiente cuja medida é de capacidade.	6

Fonte: A autora (2022)

E, na análise do livro do 6º ano da coleção *Convergências*, observamos que ele contém muitos exercícios e muitos tipos de tarefas sobre capacidade em detrimento da grandeza volume. Outrossim, é que os tipos de tarefa sobre volume mais frequentes são $T.v_1$ e $T.v_5$. Já, os tipos de tarefas sobre capacidade privilegiados é o $T.c_2$ e $T.c_6$. Observamos que os objetos ostensivos mais frequentes nas atividades sobre capacidade são escriturais números racionais e o numérico com unidades de medidas, e os objetos não ostensivos são as operações com racionais e Grandezas e medidas. Já, nas atividades sobre volume, os objetos ostensivos que predominam são volume, contagem e escritural numérico com unidades de medidas; e os não ostensivos são operações com racionais, grandezas e medidas, geometria espacial.

5.1.3 Considerações finais da análise dos livros do 6º ano.

Em linhas gerais, observamos que os tipos de atividades sobre volume mais frequentes nas coleções são $T.v_1$, $T.v_4$ e $T.v_5$, os quais consistem em calcular o volume de sólidos/blocos regulares ou irregulares e transformar as unidades de medidas. Na transformação de unidades de medida, ambas as coleções só explicitam uma técnica - o uso da tabela de unidades de medidas - entre tantas outras. Referente aos objetos ostensivos, identificamos que os privilegiados nas atividades sobre volume são contagem, volume e escritural numérico com unidades de medidas; e os não ostensivos são operações com racionais, geometria espacial e álgebra. Nos tipos de atividades sobre capacidade, os tipos de tarefas que predominam são o $T.c_2$ e $T.c_4$. E, os objetos ostensivos é escritural numérico com unidades de medidas e os não ostensivos destacam-se as operações com os racionais e grandezas e medidas.

Constatamos divergências nessas coleções, a coleção *A Conquista da Matemática*

contém muitas atividades sobre volume e poucas sobre capacidade, já a coleção *Convergências* contém, além da quantidade de atividades, muitos tipos de tarefas sobre capacidade, em detrimento das de volume. Outrossim, é que a coleção *A Conquista da Matemática* trabalha com o uso da fórmula de volume de um paralelepípedo regular, e a *Convergências* não. Contudo, sabemos que a BNCC orienta que neste ano letivo as atividades não recorram ao uso de fórmulas, mas sim às situações oriundas do cotidiano do aluno. E, que a coleção *Convergências* contém tipos de tarefas que abordam a relação entre essas grandezas, diferentemente da *A Conquista da Matemática* que não contém.

Também constatamos similaridades entre as coleções, ambas trabalham com conversão de unidades de medidas de volume e de capacidade nesse ano escolar.

5.2 ANÁLISE DOS LIVROS DO 7º ANO

5.2.1 *A conquista da Matemática - 7º ano*

O livro do 7º ano da coleção *A conquista da Matemática* no capítulo de grandezas geométricas contém 22 atividades considerando as alternativas, sobre as grandezas volume e capacidade. Observamos que algumas de suas atividades contêm os tipos de tarefas já trabalhados no 6º ano, entretanto, constatamos 4 tipos de tarefas diferentes dos já analisados. Então, começamos a apresentá-los na figura 26.

Figura 25: Atividade 6 – *A Conquista da Matemática* – 7º ano

6. Calcule a medida da aresta de um cubo, sabendo que seu volume é igual a 64 m^3 .

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 270)

QUADRO 30: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 6 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO *A CONQUISTA DA MATEMÁTICA*

Tipo de Tarefa ($T. v_{11}$): Calcular a aresta de um cubo dado o seu volume.

Técnica: utilizar a fórmula de volume ($v = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$).

Tecnologia: Volume de cubo e expressões algébricas.

Teoria: Álgebra, geometria espacial, grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural algébrico.

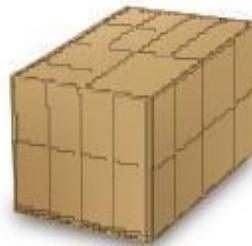
Objetos não ostensivos: Álgebra, geometria espacial, grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

A atividade 6, da figura 24, pode ser resolvida por outra técnica que é considerar a medida do volume como sendo o radicando de um radical de índice 3 e a raiz sendo a medida da aresta, a qual se deseja encontrar; assim evidenciando a propriedade das arestas de um cubo. O trabalho com esse tipo de tarefa propicia ao docente e ao discente a exploração das propriedades de um cubo.

Figura 26: Atividade 7 – A Conquista da Matemática – 7º ano

7. Uma caixa retangular tem volume igual a 2700 cm^3 . Seu comprimento mede 25 cm e sua largura é igual a 12 cm. Determine a medida da altura da caixa.



Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 270)

QUADRO 31: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 7 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. v_{12}$): Determinar a altura de uma caixa/paralelepípedo dado o seu volume, o seu comprimento e a sua largura.

Técnica: Utilizar a fórmula de volume (volume = altura x largura x comprimento) substituir as medidas do volume e das dimensões na fórmula, e por meio das operações algébrica encontrar a medida da altura.

Tecnologia: Volume de um paralelepípedo, equação, medidas.

Teoria: Álgebra, geometria espacial, grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural algébrico e escritural geométrico.

Objetos não ostensivos: Álgebra, geometria espacial, grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Como podemos observar este tipo de tarefa exige o conhecimento das propriedades de volume, tendo a noção que o volume de um sólido geométrico regular é calculado por meio da multiplicação de suas dimensões.

Figura 27: Atividade 10 – A Conquista da Matemática – 7º ano

10. (Enem/MEC). A siderúrgica “Metal Nobre” produz diversos objetos maciços utilizando o ferro. Um tipo especial de peça feita nessa companhia tem o formato de um paralelepípedo retangular, de acordo com as dimensões indicadas na figura que segue.



O produto das três dimensões indicadas na peça resultaria na medida da grandeza

- | | |
|----------------|-----------------|
| a) massa. | d) capacidade. |
| b) volume. | e) comprimento. |
| c) superfície. | |

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p.275)

QUADRO 32: : GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 10 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. v_{13}$): Identificar qual a grandeza de acordo com as informações, as medidas e a operação entre elas.

Técnica: Reconhecer a propriedade que utiliza a multiplicação entre as medidas de comprimento.

Teoria: geometria espacial e grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural geométrico e escritural numérico com unidades de medidas.

Objetos não ostensivos: geometria espacial, grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de tarefa pode ajudar o aluno a perceber as diferenças entre as grandezas geométricas e não geométricas, como a massa, por meio de suas propriedades. Outro ponto

importante, é que o foco está no conceito e nas propriedades da grandeza volume e não apenas no aspecto numérico, como outros tipos de atividades analisados.

Figura 28: Atividade 11 – A Conquista da Matemática – 7º ano

11. (Enem/MEC) Um casal realiza sua mudança de domicílio e necessita colocar numa caixa de papelão um objeto cúbico, de 80 cm de aresta, que não pode ser desmontado. Eles têm à disposição cinco caixas, com diferentes dimensões, conforme descrito:

Caixa 1: 86 cm × 86 cm × 86 cm

Caixa 4: 82 cm × 95 cm × 82 cm

Caixa 2: 75 cm × 82 cm × 90 cm

Caixa 5: 80 cm × 95 cm × 85 cm

Caixa 3: 85 cm × 82 cm × 90 cm

O casal precisa escolher uma caixa na qual o objeto caiba, de modo que sobre o menor espaço livre em seu interior.

A caixa escolhida pelo casal deve ser a de número

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

e) 5

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 271)

Quadro 33: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 11 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T.v_{14}$): Determinar as dimensões de um paralelepípedo para que o volume ocupado por outro sólido seja o máximo possível, dados as medidas do sólido e as prováveis medidas do paralelepípedo.

Técnica: Considerando as medidas do sólido e as medidas possíveis para o paralelepípedo, exclui-se os casos que o sólido não caberia no paralelepípedo e calculam-se os volumes verificando o que mais se aproxima do volume do sólido.

Tecnologia: Volume de paralelepípedo e do cubo.

Teoria: Geometria espacial e grandezas e medidas.

Objeto ostensivo: escritural numérico com unidades de medida volume.

Objeto não ostensivo: Volume.

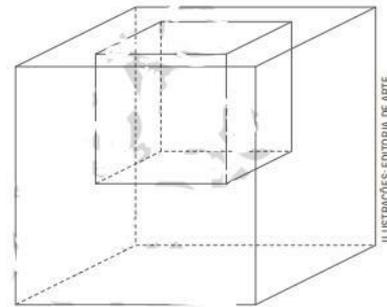
Fonte: A autora (2022)

A atividade oportuniza aos estudantes explicitar se compreendem a noção de volume e ainda relacionar as dimensões que precisam ser obedecidas para que o cubo caiba e ocupe o maior espaço possível.

Figura 29: Atividade 12 – A Conquista da Matemática – 7º ano

- 12.** (Enem/MEC) Um porta-lápis de madeira foi construído no formato cúbico, seguindo o modelo ilustrado. O cubo de dentro é vazio. A aresta do cubo maior mede 12 cm e a do cubo menor, que é interno, mede 8 cm. O volume de madeira utilizado na confecção desse objeto foi de:

- a) 12 cm^3 c) 96 cm^3 e) 1728 cm^3
 b) 64 cm^3 d) 1216 cm^3



Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 271)

QUADRO 34: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 12 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. v_{15}$): Calcular o volume de um sólido no formato de um cubo ou paralelepípedo contendo uma parte vazia no seu interior.

Técnica: Calcular os volumes do cubo maior e do cubo menor, utilizando a fórmula ($v = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$), em seguida, subtrair o volume do cubo menor do volume do cubo maior.

Tecnologia: Volume de cubo, operações aritméticas.

Teoria: Geometria espacial e grandezas e medidas.

Objeto ostensivo: escritural algébrico e operações aritméticas.

Objetos não ostensivos: Geometria espacial, álgebra e operações com racionais.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de atividade engloba outro tipo de atividade já analisado, o qual consiste em calcular o volume de um cubo, porém neste o sólido tem uma abertura em seu formato, assim proporcionando ao aluno acrescentar mais um componente à técnica.

Analisando as outras atividades, concluímos que a frequência das atividades com os tipos de tarefas já analisados, que são 4 de $T. v_4$, 8 de $T. v_5$, 1 de $T. v_6$, 1 de $T. c_3$, 1 de $T. c_4$, 1 de $T. c. v_1$. No quadro 35, temos a frequência dos tipos de tarefas identificados no livro do 7º ano.

QUADRO 35: TIPOS DE TAREFAS SOBRE VOLUME E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 7º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipos de tarefa sobre Volume	Frequência dos tipos de tarefas
------------------------------	---------------------------------

$T.v_{11}$: Calcular a aresta de um cubo dado o seu volume	2
$T.v_{12}$: Determinar a altura de um caixa/paralelepípedo dado o seu volume, o seu comprimento e sua largura.	1
$T.v_{13}$: Identificar qual a grandeza situação fornecida as medidas e a operação entre elas.	1
$T.v_{14}$: Determinar as dimensões de um paralelepípedo para que o volume ocupado por outro sólido seja o máximo possível, dados as medidas do sólido e as prováveis medidas do paralelepípedo.	1
$T.v_{15}$: Calcular o volume de um sólido no formato de um cubo contendo uma parte vazia.	1

Fonte: A autora (2022)

Concluimos que os tipos de tarefa privilegiados nesse livro são o $T.v_4$ e o $T.v_5$, notamos que o cálculo do volume de um paralelepípedo e a realização das transformações das unidades de medidas são muito enfatizados. E, os objetos ostensivos: escritural algébrico, escritural geométrico e escritural numérico com unidades de medidas são muito utilizados nessas técnicas e evocam os objetos não ostensivos que são a álgebra, a geometria espacial e grandezas e medidas.

5.2.2 Convergências – 7º ano

Ao analisarmos esse livro, constatamos 63 atividades sobre volume e capacidade, consideramos na contagem as alternativas. Observamos que a maioria das atividades propostas contemplam tipos de tarefas já analisados, por isso, só relatamos sua quantidade; apresentamos os tipos de tarefas diferentes dos demais que esse livro abordou.

Podemos observar vários tipos de atividades agrupadas na atividade 28 que segue na figura 30.

Figura 30: Atividade 28 – Convergências – 7º ano

Atividades

28. Caroline colocou algumas peças em formato de cubo em uma caixa transparente. Sabendo que todas as peças têm as mesmas dimensões, responda às perguntas.



- Quantas peças Caroline já colocou na caixa?
- Quantas peças Caroline colocou na 1ª camada da caixa?
- Quantas camadas, ao todo, ela terá de colocar na caixa para que fique cheia?
- Quantas peças faltam para preencher todo o espaço interno da caixa?
- Qual é a medida do volume dessa caixa, considerando as peças em formato de cubo como unidades de medida?

Fonte: Chavante (2018, p. 202)

QUADRO 36: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 8 DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{16}$): Determinar a quantidade de cubinhos inseridos em um caixa retangular.

Técnica 1: Contagem de cubinhos.

Tecnologia: Contagem, cubo e bloco retangular.

Teoria: Geometria Espacial e Grandezas e Medidas.

Objeto ostensivo: escritural geométrico e escritural numérico.

Objetos não ostensivos: Contagem e Volume.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de atividade requer a contagem dos cubinhos já colocados na caixa, nesse caso o volume inicial de cubinhos. Nesta atividade, a instituição livro para explicar a grandeza área faz referência à palavra camada, e por meio da contagem dos cubos o aluno pode executar essa tarefa.

QUADRO 37: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 8 ALTERNATIVAS C DO LIVRO 6º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{17}$): Determinar quantas camadas será necessária para preencher o espaço da caixa.

Técnica 1: Contagem da unidade de medidas que preenche a caixa.

Tecnologia: Contagem, volume e bloco retangular.

Teoria: Geometria Espacial e Grandezas e Medidas.

Objeto ostensivo: escritural geométrico e escritural numérico.

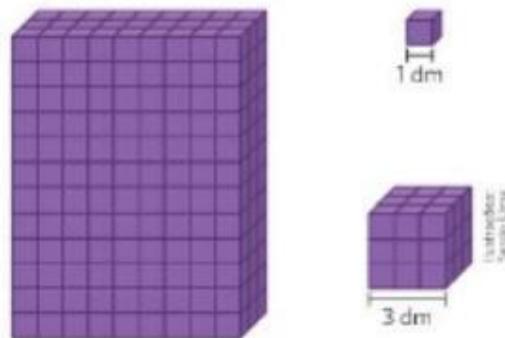
Objetos não ostensivos: Contagem e Volume.

Fonte: A autora (2022)

Observamos que a quantidade de camadas necessárias para encher a caixa, pode ser compreendida como a altura da caixa, tendo como unidade de medida o bloco (peça) em formato de um cubo. Destacamos que a atividade foca na utilização do ostensivo escritural numérico no cálculo do volume. Interessante observar tal situação considerando que no livro do 6º ano o foco era manipulação algébrica, que poderia ser realizada agora em paralelo com a introdução das equações que, costumeiramente, acontecem no 7º ano dos Anos Finais.

Figura 31: Atividade 31 – Convergências – 7º ano

31. A representação a seguir com formato de paralelepípedo reto retângulo foi construída com cubinhos cuja medida do comprimento da aresta é 1 dm.



Com a quantidade de cubinhos utilizada na construção dessa pilha, é possível fazer quantas pilhas com formato de cubo com medida de 3 dm de aresta?

Fonte: Chavante (2018, p. 202)

Quadro 38: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 31 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{18}$): Calcular quantos cubos de pilhas com determinada medida de aresta são possíveis fazer, com um paralelepípedo dado.

Técnica: Calcular o volume do paralelepípedo e do cubo por meio de contagem, dividir o volume do paralelepípedo pelo volume do cubo.

Tecnologia: volumes de paralelepípedo reto e do cubo, expressões algébricas, operações aritméticas e contagem.

Teoria: Grandezas e medidas, contagem e álgebra.

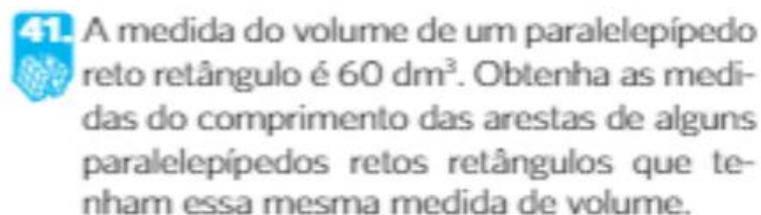
Objetos ostensivos: escritural geométrico, escritural algébrico e escritural numérico com unidades de medidas.

Objetos não ostensivos: contagem e operações numéricas.

Fonte: A autora (2022)

Observamos que esse tipo de tarefa trabalha com a decomposição de um sólido geométrico, em que os sólidos geométricos originados dessa decomposição necessariamente devem atender à exigência enunciada. Notamos que a técnica proposta pelo livro é composta pelo objeto não ostensivo - contagem. E, que há outra técnica, a qual consiste em calcular por meio da fórmula, o volume do sólido a ser decomposto e o volume do cubinho, e em seguida dividir o volume do paralelepípedo para o volume do cubinho. Esta, por sua vez, é composta pelo objeto não ostensivo: a álgebra.

Figura 32: Atividade 41 – Convergências – 7º ano



Fonte: Chavante (2018, p. 211)

QUADRO 39: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 42 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{19}$): Obter as dimensões de um paralelepípedo reto dado o seu volume.

Técnica: Escolher três números, que o produto seja igual ao volume.

Tecnologia: Volume e expressões algébricas.

Teoria: Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural algébrico e escritural numérico com unidades de medidas.

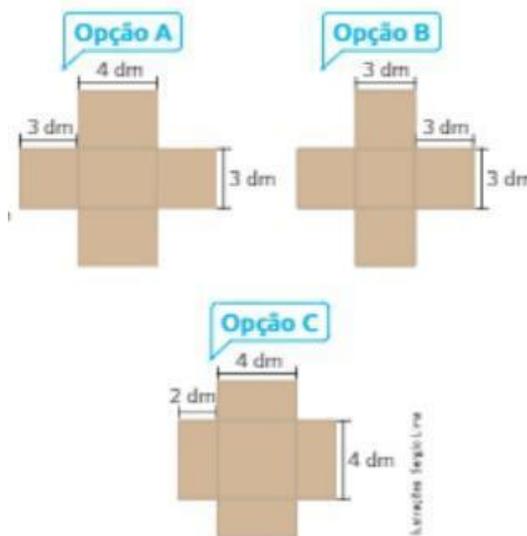
Objetos não ostensivos: álgebra e Grandezas e medidas

Fonte: A autora (2022)

O tipo de tarefa acima permite ao aluno compreender que o volume é uma grandeza representada por uma medida, a qual é constituída de um número e de uma unidade de medida. E que os sólidos com formatos diferentes podem ter o mesmo volume.

Figura 33: Atividade 42 – Convergências – 7º ano

42. Uma empresa produz embalagens de acordo com as exigências e as necessidades de seus clientes. Um dos clientes dessa empresa solicitou uma embalagem de papelão sem tampa, cuja altura mínima mede 3 dm. Veja a seguir a planificação de três propostas para essa embalagem.



Considerando essas embalagens depois de montadas, responda às questões.

a) Alguma embalagem não atende à solicitação do cliente? Qual?

Fonte: Chavante (2018, p. 211)

QUADRO 40: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 42 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{20}$): Identificar a planificação de uma caixa inadequada para a solicitação.

Técnica: Observar as planificações e suas dimensões, identificar a altura nas planificações e considerar a altura exigida.

Tecnologia: planificação de sólidos geométricos regulares.

Teoria: Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural geométrico, escritural numérico com unidades de medidas.

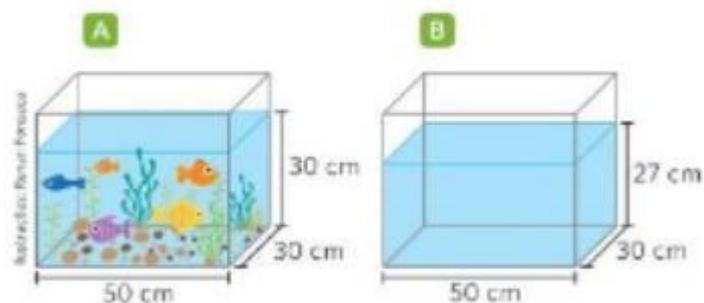
Objetos não ostensivos: Geometria espacial e grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Observamos nessa atividade o trabalho somente com os objetos ostensivos, o escritural geométrico e o escritural com unidades de medidas, diferentemente das outras atividades. Sua técnica pode ser considerada trivial, porém é necessário o conhecimento correto das dimensões: altura, largura e comprimento. Além disso, identificar essas dimensões nas arestas da planificação.

Figura 34: Atividade 44 – Convergências – 7º ano

44 Elias fará uma limpeza em seu aquário, cujo formato lembra um paralelepípedo reto retângulo. Para isso, ele vai retirar as pedras, as plantas e os peixes. Observe nas figuras a medida da altura da água no aquário montado e após a retirada desses elementos.



Qual é a medida do volume que as pedras, as plantas e os peixes ocupam nesse aquário?

Fonte: Chavante (2018, p. 211)

QUADRO 41: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 44 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{21}$): Calcular o volume de objetos imersos dentro de um recipiente com água, tendo as dimensões do volume da água do recipiente com os objetos e sem os objetos.

Técnica: Calcular o volume do interior do recipiente com os objetos, utilizando a fórmula ($v =$

comprimento x largura x altura), em seguida calcular o volume somente da água. Logo, após subtrair o volume do recipiente com os objetos do volume da água.

Tecnologia: Volume, paralelepípedo reto retângulo, expressões algébricas, operações aritméticas.

Teoria: geometria espacial, álgebra, aritmética e grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural geométrico, escritural algébrico e escritural numérico com unidades de medidas.

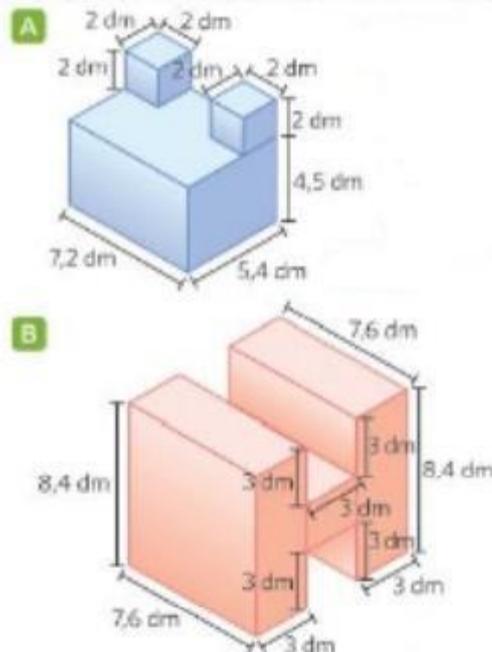
Objetos não ostensivos: Geometria espacial, álgebra, aritmética e grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de atividade menciona, de alguma forma, o conceito de volume ao aluno, pois ele observará que o espaço ocupado pelos peixes imersos na água do reservatório é obtido justamente pela diferença entre os volumes de água dos recipientes apresentados. Além de ser um método diferente de obter o volume de objetos não regulares, utilizando a álgebra.

Figura 35: Atividade 47 – Convergências – 7º ano

47. Determine a medida do volume de cada composição, sabendo que elas são formadas por paralelepípedos retos retângulos.



Fonte: Chavante (2018, p. 211)

QUADRO 42: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 47 DO LIVRO 7º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa (<i>T. v₂₂</i>): Calcular o volume de uma composição formada por paralelepípedos retos.
Técnica: Decompor a composição em paralelepípedos retos retângulos, calcular cada um utilizando a fórmula de volume de paralelepípedos ($v = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$), e somar os volumes dos paralelepípedos.
Tecnologia: Volume, paralelepípedo reto retângulo, expressões algébricas, operações aritméticas.
Teoria: geometria espacial, álgebra, aritmética e grandezas e medidas.
Objetos ostensivos: escritural geométrico, escritural algébrico e escritural numérico com unidades de medidas.
Objetos não ostensivos: Geometria espacial, álgebra, aritmética e grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

A atividade 47 contempla, em sua técnica, um tipo de tarefa já analisado que é o calcular volume de um paralelepípedo retangular por meio de suas dimensões; é fundamental este tipo de atividade, pois associa a resolução de um problema a outro tipo de atividade.

Dentre essas atividades, identificamos 10 atividades do tipo *T. v₁*, 1 de *T. v₃*, 17 de *T. v₄*, 6 de *T. v₅*, 1 de *T. v₆*, 1 de *T. v₈*, 8 de *T. v₁₁*, 1 de *T. v₁₃*, 1 de *T. v₁₄*, 1 de *T. v₁₅*, 1 de *T. c₁* e 1 de *T. v. c₁*.

QUADRO 43: TIPOS DE TAREFAS SOBRE VOLUME E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 7º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipos de tarefa sobre Volume	Frequência dos tipos de tarefas
<i>T. v₁₆</i> : Determinar a quantidade de cubinhos inseridos em um caixa retangular.	1
<i>T. v₁₇</i> : Determinar quantas camadas será necessária para preencher o espaço da caixa.	1
<i>T. v₁₈</i> : Calcular quantos cubos de pilhas com determinada medida de aresta são possíveis fazer, com um paralelepípedo dado.	1
<i>T. v₁₉</i> : Obter as dimensões de um paralelepípedo reto dado o seu volume.	6
<i>T. v₂₀</i> : Identificar a planificação de uma caixa inadequada para a solicitação.	1
<i>T. v₂₁</i> : Calcular o volume de objetos imersos dentro de um recipiente com água, tendo as dimensões do volume da água do recipiente com os objetos e sem os	1

objetos.	
$T.v_{22}$: Calcular o volume de uma composição formada por paralelepípedos retos.	4

Fonte: A autora (2022)

Observamos que neste livro há uma maior variedade nos tipos de tarefas, os quais abordam melhor as propriedades da geometria espacial como a planificação de um objeto geométrico, o trabalho com as dimensões dos objetos e a composição de paralelepípedos. Verificamos que a predominância dos tipos de tarefas se dá nos $T.v_1$, $T.v_4$ e $T.v_5$, já os objetos ostensivos que mais predominam são o escritural algébrico, escritural geométrico e escritural numérico com unidades de medidas. E, os não ostensivos são a álgebra, volume e geometria espacial e grandezas e medidas.

5.2.3 Considerações finais da análise dos livros do 7º ano.

Ao analisarmos os dois livros, constatamos que o foco está nas atividades que trabalham com volume, principalmente, nos tipos de tarefa $T.v_4$ e $T.v_5$, que buscam calcular o volume de um paralelepípedo dada as suas dimensões, e transformar as unidades de medidas de volume, respectivamente. Há pouquíssimas atividades com a grandeza capacidade, o tipo de atividade presente nas coleções é o $T.c.v_1$.

Sabemos que nesse ano escolar na BNCC é requerido com intensidade problemas de resolução com o volume de blocos regulares. Referente aos objetos ostensivos, os que mais predominam são o escritural algébrico, escritural geométrico e escritural numérico com unidades de medidas. E, os não ostensivos são a álgebra, volume e geometria espacial e grandezas e medidas.

As divergências constatadas ao comparamos as duas coleções nos objetivos a serem alcançados nas atividades, pois a coleção A Conquista da Matemática tem o foco na noção de volume de paralelepípedo. Já, a outra coleção explora mais as propriedades de volume, as situações do dia a dia como por exemplo a planificação de um paralelepípedo, a composição de paralelepípedos o volume de objetos dentro da água, isso de certa forma potencializa a aprendizagem de volume, pois há diferentes contextos.

5.3 ANÁLISE DOS LIVROS DO 8º ANO.

5.3.1 *A Conquista da Matemática* – 8º ano

Observamos que este livro contém 13 atividades que abordam as grandezas volume e capacidade. Dentre estas, notamos que há uma atividade que já foi utilizada no livro do 7º ano.

A seguir, apresentamos os tipos de tarefas contidos nesta coleção. Iniciamos pela atividade de número 3, pois as anteriores tinham tipos de tarefas analisadas nos outros livros.

Figura 36: Atividade 3 – *A Conquista da Matemática* – 8º ano

3. Calcule a área total de um cubo cujo volume é igual a 64 m^3 .

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 241)

QUADRO 44: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 3 DO LIVRO 8º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa (*T. v₂₃*): Calcule a área total de um cubo dado o seu volume.

Técnica: Calcular a aresta do cubo, logo após calcular área da face do cubo e multiplicar esse resultado pelo número de faces do cubo.

Tecnologia: Volume, cubo, figuras planas e expressões algébricas.

Teoria: Geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas.

Objeto ostensivo: escritural algébrico.

Objetos não ostensivos: geometria plana, geometria espacial, álgebra e grandezas e volume.

Fonte: A autora (2022)

Neste tipo de tarefa, o foco está na área total do cubo. Contudo, o aluno trabalhará com o volume do cubo para calcular a medida do comprimento da aresta. Outro sim, é que sua técnica retoma diretamente os conteúdos de geometria plana.

Figura 37: Atividade 6 – *A Conquista da Matemática* – 8º ano

6. As medidas das arestas de um cubo medem x cm. Se dobrarmos as medidas das arestas, dobraremos o volume? Justifique sua resposta.

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 241)

QUADRO 45: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 6 DO LIVRO 8º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. v_{24}$): Verificar se o dobro das medidas da aresta dobrará o volume de cubo.

Técnica: Calcular o volume do cubo de aresta x , depois calcular o volume do cubo de aresta $2x$. Em seguida, estabelecer relação entre o volume dos cubos.

Tecnologia: Volume, cubo, expressões algébricas, medidas.

Teoria: Geometria espacial, álgebra e grandezas e volume.

Objetos ostensivos: escritural algébrico.

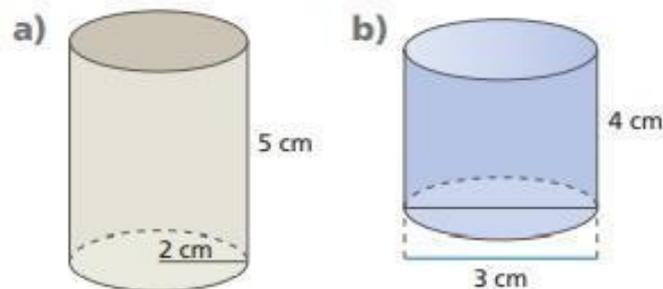
Objeto não ostensivos: Álgebra, grandezas e medidas e volume.

Fonte: A autora (2022)

Observamos que esse tipo de tarefa, inicialmente, pode trazer ao aluno uma reflexão sobre as propriedades do cubo e da grandeza volume.

Figura 38: Atividade 7 – A Conquista da Matemática – 8º ano

7. Para cada figura a seguir, determine o volume. Use $\pi = 3,14$.



Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 241)

QUADRO 46: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 7 DO LIVRO 8º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. v_{25}$): Calcular o volume do cilindro reto, dado a altura e a medida do raio.

Técnica: utilizar a fórmula da área da base, nesse caso $\text{Área}_{base} = r \cdot r \cdot \pi$.
 Logo após, utilizar a fórmula de volume ($V = \text{Área}_{base} \cdot h$).
 Tecnologia: Área do círculo, Expressões Algébricas, Cilindro.

Teoria: Volume, Geometria Espacial e Álgebra.

Objetos ostensivos = Escritural algébrico e escritural geométrico.

Objeto não ostensivo: Geometria Espacial, Álgebra, Grandezas e Medidas.

Fonte: A autora (2022)

Esta atividade aborda de forma direta o conhecimento da área de figuras planas, especialmente da área do círculo. Desse modo, o volume é abordado como área da base multiplicada pela altura, ocorrendo assim, uma “evolução” nesse conceito. Também ressalta aos alunos as propriedades do círculo, que difere em determinados aspectos das outras figuras geométricas.

A partir de agora, temos uma atividade sobre capacidade, vejamos na figura 35.

Figura 39: Atividade 10 – A Conquista da Matemática – 8º ano

10. Um reservatório, cujo volume é 10 m^3 , estava totalmente cheio, quando dele foram retirados $2\,200 \text{ L}$ de água. Numa segunda vez, foi retirado $\frac{1}{2}$ da quantidade de água que restou. Quantos litros ainda restaram nesse reservatório?

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 247)

QUADRO 47: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 10 DO LIVRO 8º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. c_{10}$): Calcular a medida de capacidade que restou, dado o volume inicial e as sucessivas retiradas.

Técnica: converter as medidas dadas para litros. Subtrair a medida de litros que foi retirada, dividir por 2 o restante da medida de volume.

Tecnologia: capacidade, conversão de unidades de medidas, operações aritméticas.

Teoria: Aritmética e Grandezas e medidas.

Objeto ostensivo: escritural numérico com unidades de medidas.

Objetos não ostensivos: operações numéricas e grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Neste tipo de tarefa, observamos que ele engloba um tipo de tarefa já analisado, que é a transformação de unidades de medidas por meio da relação dessas grandezas, percebemos que o aspecto numérico é o foco dessa questão.

Dentre as atividades selecionadas, constatamos que 3 são do tipo $T. v_4$, 1 de $T. v_{12}$, 1 de $T. v_{13}$, 1 de $T. v_{15}$, 1 de $T. c_2$, e 1 de $T. c. v_2$.

A seguir, os quadros com tipos de tarefas diferentes das demais encontradas nesse livro e frequência.

QUADRO 48: TIPOS DE TAREFAS SOBRE VOLUME E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 8º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipos de tarefas sobre volume	Frequência dos tipos de tarefas
Tarefa ($T. v_{23}$): Calcular a área total de um cubo dado o seu volume.	1
Tarefa ($T. v_{24}$): Verificar se o dobro das medidas da aresta ao dobro do volume de cubo.	1
Tarefa ($T. v_{25}$): Calcular o volume do cilindro reto, dado a altura e a medida do raio.	2

Fonte: A autora (2022)

QUADRO 49: TIPOS DE TAREFAS SOBRE CAPACIDADE E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 8º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipos de tarefas sobre capacidade	Frequência dos tipos de tarefas
Tarefa ($T. c_{10}$): Calcular a medida de capacidade que restou, dado o volume inicial.	1

Fonte: A autora (2022)

Podemos observar na análise das atividades deste livro a introdução do cálculo e algumas propriedades dos sólidos geométricos como a área total de um cubo, ou seja, o trabalho com as faces de um cubo. Como também, uma atividade que requer a justificativa do aluno na resolução do problema, e outra que trabalha com o cálculo do volume de um cilindro. Contudo,

o tipo de tarefa mais frequente foi o $T.v_4$.

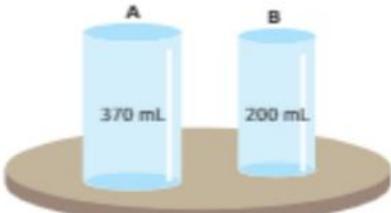
Referente aos objetos ostensivos, destacamos a presença do discursivo em somente um tipo de tarefa, a predominância se dá nos escriturais geométricos e algébricos nas atividades sobre volume, já a dos não ostensivos são geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas. Nas atividades de capacidade, constatamos que o escritural numérico com unidades de medida é predominante nos objetos ostensivos; e as operações numéricas e grandezas e medidas destacam-se em predominância nos objetos não ostensivos.

5.3.2 Convergências – 8º ano

O presente livro contém um capítulo destinado somente para as medidas de capacidade e de volume, há 80 atividades contando com as alternativas que envolvem essas grandezas. A seguir, mostramos os tipos de tarefas diferentes das demais encontradas neste livro.

Figura 40: Atividade 4 – Convergências – 8º ano

4. Veja na imagem a medida de capacidade de cada recipiente e responda às questões.



a) Quantos copos do modelo **B** é possível encher completamente com 2 L de água?

b) Quantos copos do modelo **A** é possível encher completamente com 4 L de água?

c) Quantos litros de água seriam necessários para encher completamente 28 copos, sendo 20 copos do modelo **A** e 8 copos do modelo **B**?

d) Qual é a razão entre a medida da capacidade do copo do modelo **A** e a medida da capacidade do copo do modelo **B**?

Fonte: Chavante (2018, p. 237)

QUADRO 50: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 4 ALTERNATIVA D DO LIVRO 8º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T.c_{11}$): Determinar a razão entre as medidas de capacidade de dois recipientes.

Técnica: Relacionar medidas de capacidade dos recipientes, considerando a ordem determinada.

Tecnologia: Medida, capacidade e razão.

Teoria: Grandezas e medidas e Racionais.

Objetos ostensivos: escritural número fracionário.

Objetos não ostensivos: Números racionais.

Fonte: A autora (2022)

A atividade 4 trabalha com a noção de relação entre as medidas de capacidades de recipientes, observamos que o foco se dá no aspecto numérico e na conversão das unidades de medidas para poder chegar, principalmente, às soluções das alternativas A, B e C.

Figura 41: Atividade 10 – Convergências – 8º ano



Fonte: Chavante (2018, p. 236)

QUADRO 51: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 10 ALTERNATIVA B DO LIVRO 8º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. c_{12}$): Elaborar um problema envolvendo as medidas de capacidade mililitros e litros.

Técnica: utilizar os conhecimentos sobre as propriedades de capacidade.

Tecnologia: Capacidade.

Teoria: Grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: discursivo e escritural geométrico.

Objetos não ostensivos: Grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

Dentre as atividades analisadas 1 é do tipo $T. v_1$, 7 de $T. v_4$, 14 de $T. v_5$, 2 de $T. v_8$, 1 de $T. v_{10}$, 1 de $T. v_{15}$, 5 de $T. v_{25}$, 1 de $T. c_1$, 15 de $T. c_2$, 10 de $T. c_3$, 2 de $T. c_4$, 1 de $T. c_5$, 10 de $T. c_7$, 2 de $T. c_9$, 5 de $T. c_{10}$ e 1 de $T. c. v_1$.

QUADRO 52: TIPOS DE TAREFAS SOBRE CAPACIDADE E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 8º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipos de tarefas sobre capacidade	Frequência dos tipos de tarefas
$T. c_{11}$: Determinar a razão entre as medidas de capacidade de dois recipientes.	1
$T. c_{12}$: Elaborar um problema envolvendo as medidas de capacidade mililitros e litros.	1

Fonte: A autora (2022)

Ao analisarmos as atividades deste livro, concluímos que suas atividades dispõem de muitos tipos de tarefas, as quais proporcionam ao aluno situações problemas que confrontam os conhecimentos prévios dos alunos na realização destas. Destacamos que os tipos de tarefas sobre volume que predominam são $T. v_4$, $T. v_5$ e o $T. v_{25}$. Já os tipos de tarefas sobre capacidade em alta frequência são $T. c_2$, $T. c_3$ e $T. c_7$.

Quanto aos objetos ostensivos, o escritural algébrico e o escritural geométrico são privilegiados nas atividades sobre volume e os não ostensivos são álgebra, geometria espacial e grandezas e medidas. Já nas atividades sobre capacidade, constatamos o escritural numérico com unidades de medidas, e os objetos não ostensivos foram os conceitos de grandezas e medidas e operações com racionais.

5.3.3 Considerações finais da análise dos livros do 8º ano.

Concluímos que as coleções privilegiam os tipos de tarefa $T. v_4$ e $T. c_2$, neste ano escolar, apesar da coleção *Convergências* abordar muitos tipos de atividades sobre a grandeza volume. Os objetos ostensivos que predominam nas atividades sobre volume são o escritural algébrico e escritural geométrico; e os não ostensivos são álgebra, geometria espacial e grandezas e medidas. Já nas atividades de capacidade, a predominância dos objetos ostensivos se dá no escritural numérico com unidades de medida, o qual evoca os não ostensivos: grandezas e medidas e operações com os racionais.

As divergências nas coleções estão na abordagem da grandeza capacidade em suas atividades, a coleção *A Conquista da Matemática* contém apenas três atividades, já a outra

coleção se destaca com número elevado dessas atividades, e contempla diversos tipos de tarefas, nos quais está a elaboração de problemas por parte dos alunos. Assim, trabalhando um aspecto da metodologia Resolução de problemas, a qual consiste na formulação de problemas matemáticos.

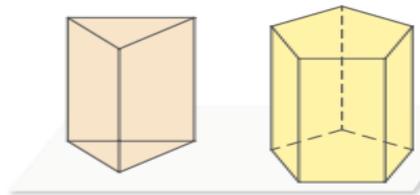
5.4 ANÁLISE DOS LIVROS DO 9º ANO

5.4.1 A *Conquista da Matemática* – 9º ano

O livro analisado não contém um capítulo destinado somente às grandezas e medidas, porém há 6 atividades no capítulo *Figuras Espaciais* que trabalham com o volume dos sólidos geométricos.

Figura 42: Atividade 1 – A Conquista da Matemática – 9º ano

1. Identifique os sólidos ao lado. Em seguida, explique como se obtém o volume de cada um deles.



Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 243)

Na atividade 1, constatamos o tipo de tarefa, que segue no quadro 53.

QUADRO 53: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 1 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa ($T. v_{26}$): Explicar como se obtém o volume de cada sólido reto.

Técnica 1: Observar a figura geométrica da base de cada prisma e a partir disso evidenciar por meio de argumentos a multiplicação da área da base pela altura para obter o volume.

Tecnologia: Volume, prismas.

Teoria: Geometria espacial, grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: discursivo, escritural geométrico e escritural algébrico.

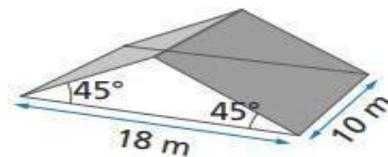
Objeto não ostensivo: volume e geometria espacial.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de tarefa propicia uma assimilação da denominação dos sólidos por meio das suas bases. Também enfatiza a diferença entre objetos geométricos planos e espaciais. Além disso, diferentemente das outras, pode instigar o aluno ao discurso, a argumentar, a explicar os meios utilizados para calcular o volume de sólidos geométricos; não tem foco no aspecto numérico, mas sim na construção do pensamento matemático por meio do discurso.

Figura 43: Atividade 2 – A Conquista da Matemática – 9º ano

2. A estrutura de um telhado tem a forma da figura ao lado.



- a) Essa estrutura tem a forma de que sólido?
- b) Qual é o volume ocupado por essa estrutura?

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p. 243)

QUADRO 54: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 2 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipo de Tarefa (*T. v₂₇*): Calcular o volume de um prisma de base triangular dados dois ângulos da face triangular e a medida de duas arestas.

Técnica: Calcular a altura da base triangular do prisma, utilizando as relações trigonométricas, depois substituir o valor da altura na fórmula da área de um triângulo ($v = \frac{\text{lado} \cdot \text{altura}}{2}$). Em seguida, multiplicar a área da base encontrada pela altura.

Tecnologia: figuras planas, prismas, relações trigonométricas, expressões algébricas.

Teoria: Geometria espacial, grandezas e medidas, trigonometria e álgebra.

Objetos ostensivos: escritural algébrico e escritural geométrico.

Objetos não ostensivos: Geometria espacial, grandezas e medidas, trigonometria.

Fonte: A autora (2022)

A atividade 2 trabalha com vários conceitos da geometria, como a altura de um triângulo, sua área e o volume de um sólido geométrico. Além disso, trabalha com as relações trigonométricas para o aluno calcular a altura do triângulo, sua técnica propicia aos alunos a mobilização desses conhecimentos.

Portanto, dentre as atividades, verificamos 3 do tipo $T. v_{25}$, o qual consiste em calcular o volume de um cilindro reto. E outras atividades foram categorizadas como tipos de tarefas encontrados, inicialmente, neste livro dessa coleção. A seguir, apresentamos sua frequência.

QUADRO 55: TIPOS DE TAREFAS SOBRE VOLUME E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 9º ANO DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Tipos de tarefa sobre volume	Frequência dos tipos de tarefas
($T. v_{26}$): Explicar como se obtém o volume de cada sólido reto.	2
($T. v_{27}$): Calcular o volume de um prisma triangular	1

Fonte: A autora (2022).

Concluimos que, como não há um capítulo destinado somente às grandezas e medidas neste livro, não há atividades voltadas para a grandeza capacidade. Contudo, como a grandeza volume contém um aspecto tridimensional, há atividades que trabalham com volume e suas unidades de medida no capítulo *Figuras Espaciais*. Apesar de serem poucas as atividades, observamos que elas dispõem de diversidade em seus tipos de tarefa e técnicas, como por exemplo a presença de identificação e classificação dos sólidos, explicar como calculá-los, o trabalho com a altura, área de figuras planas e com o volume em si.

O tipo de tarefa $T. v_{25}$ é predominante entre os demais; referente aos objetos ostensivos, verificamos que a predominância se dá nos escriturais algébricos e escriturais geométricos, quantos os objetos não ostensivos: Álgebra, geometria espacial e grandezas e medidas.

5.4.2 Convergências – 9º ano

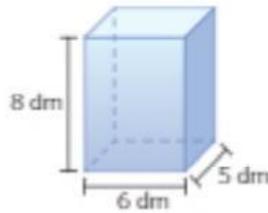
O livro contém um capítulo destinado às grandezas geométricas espaciais, o qual tem 27 atividades abordando as grandezas volume e capacidade, 25 trabalham com a grandeza volume, 1 trabalha com capacidade e a outra trabalha com relação entre essas grandezas.

Apresentamos a seguir, os tipos de tarefas iniciados por esse livro.

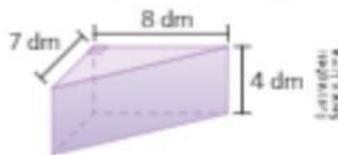
Figura 44: Atividade 18 - Convergências – 9º ano

18. Calcule a medida do volume de cada figura geométrica espacial.

a) paralelepípedo reto retângulo



b) prisma reto de base triangular



Fonte: Chavante (2018, p. 253)

QUADRO 56: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 18 LETRA B DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T.v_{28}$): calcular o volume de um prisma reto de base triangular dado as suas arestas.

Técnica: Calcular a área do triângulo e em seguida calcular o volume do prisma triangular, utilizando a fórmula $v = A_b \cdot h$.

Tecnologia: Volume, prisma triangular e valor numérico de uma expressão algébrica.

Teoria: Geometria plana, geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas.

Objetos ostensivo: escritural algébrico e escritural geométrico.

Objetos não ostensivos: Geometria plana, geometria espacial e álgebra.

Fonte: A autora (2022).

Como este tipo de tarefa trabalha com o volume de um prisma triangular reto, diferentemente do cálculo do volume de outros sólidos geométricos reto, neste o volume não se obtém por meio do produto de suas arestas. Sendo assim, o aluno para realizar essa atividade, deve retomar ao cálculo da área de um triângulo, ou seja, diretamente à geometria plana.

Figura 45: Atividade 24 - Convergências – 9º ano

24. Calcule a medida do volume de um prisma regular de base hexagonal com altura medindo 12 cm e comprimento da aresta da base medindo 5 cm.

Fonte: Chavante (2018, p. 254)

Quadro 57: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 24 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{29}$): calcular o volume de um prisma de base hexagonal.

Técnica: Calcular a área do hexágono e em seguida calcular o volume do prisma hexagonal utilizando a fórmula $v = A_b \cdot h$.

Tecnologia: Volume, prisma hexagonal e valor numérico de uma expressão algébrica.

Teoria: Geometria plana, geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas.

Objetos ostensivo: escritural algébrico e escritural geométrico.

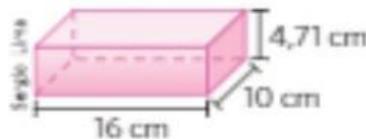
Objetos não ostensivos: Geometria plana, geometria espacial e álgebra.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de atividade trabalha com várias grandezas como altura, área e volume. Sua técnica relembra os conteúdos de geometria plana e de grandezas e medidas.

Figura 46: Atividade 27 - Convergências – 9º ano

27. A medida do comprimento do raio de certo cilindro reto é 4 cm. Qual deve ser a medida aproximada de sua altura para que a medida do seu volume seja igual à do paralelepípedo reto retângulo abaixo?



Fonte: Chavante (2018, p. 256)

QUADRO 58: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 27 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{30}$): calcular a altura de um cilindro, dado o raio e o seu volume.

Técnica: Calcular o volume do paralelepípedo por meio da fórmula ($v = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$). Calcular a área da base do cilindro pela fórmula $\text{Área}_{\text{base}} = r^2 \cdot \pi$, em seguida substituir o volume encontrado e a área da base na fórmula $v = \text{Área}_{\text{base}} \cdot h$.

Tecnologia: Figuras planas, sólidos geométricos, volume e expressões algébricas.

Teoria: Geometria plana, álgebra, geometria espacial e grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural geométrico e escritural algébrico.

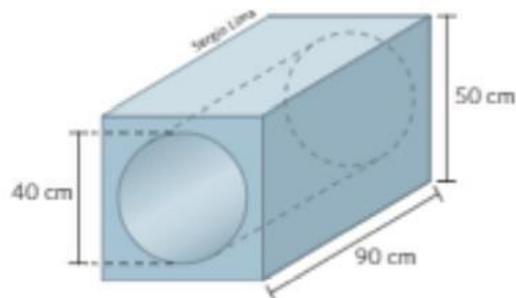
Objetos não ostensivos: Geometria plana, geometria espacial e álgebra.

Fonte: A autora (2022).

A atividade 27, associa os volumes de um paralelepípedo e de um cilindro, notamos a presença de um tipo de atividade já analisada que busca calcular o volume de um paralelepípedo por meio de suas dimensões, retomando o volume desse sólido. E, realizada essa tarefa, o aluno pode por meio da fórmula e do comprimento do raio, calcular o volume do cilindro.

Figura 47: Atividade 31 - Convergências – 9º ano

31. A peça metálica a seguir é oca e tem a parte externa em formato de prisma regular quadrangular e a parte interna com formato cilíndrico.



Qual é a medida do volume de metal dessa peça?

Fonte: Chavante (2018, p. 256)

QUADRO 59: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 31 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{31}$): calcular o volume de um sólido oco.

Técnica: Calcular o volume do paralelepípedo utilizando a fórmula $v = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$, calcular o volume do cilindro utilizando a fórmula $v = A_b \cdot h$, depois subtrair o volume do cilindro do volume do paralelepípedo considerado maciço.

Tecnologia: expressões algébricas, volume, cilindro e paralelepípedo.

Teoria: Álgebra, geometria espacial e grandezas e medidas.

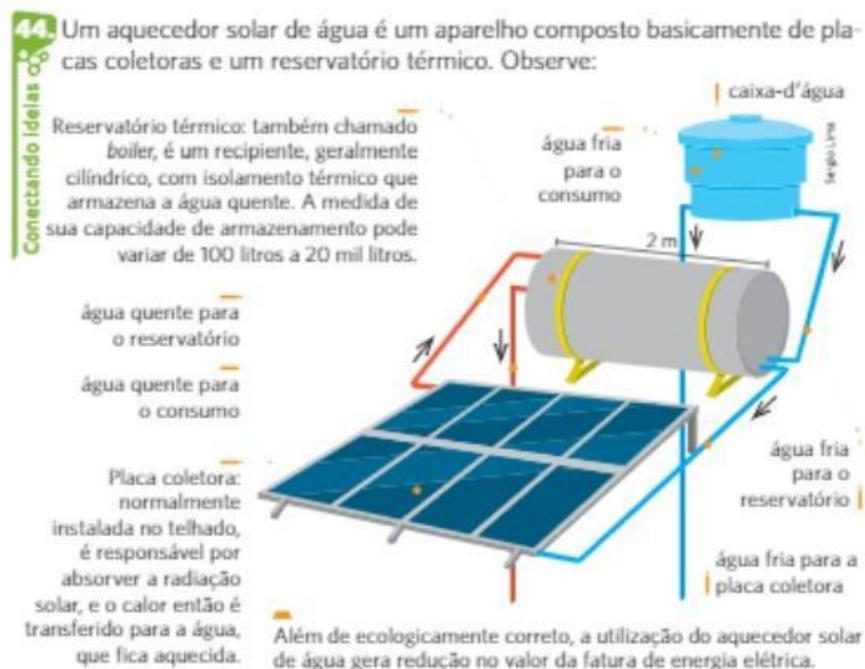
Objetos ostensivos: escritural geométrico e escritural algébrico.

Objetos não ostensivos: geometria plana, geometria espacial e operações numéricas.

Fonte: A autora (2022)

Este tipo de tarefa engloba dois tipos de tarefas já registrados, e utiliza o conceito de volume de sólidos geométricos ocultos, o que ainda não vimos durante a análise, trazendo situações-problemas relacionados com o cotidiano do aluno, e retomando o volume dos sólidos geométricos formulando outro tipo de tarefa.

Figura 48: Atividade 44 - Convergências – 9º ano



- a) Considerando que o reservatório térmico do esquema acima tem medida de capacidade de 1600 L, calcule a medida do comprimento do raio da base do cilindro reto correspondente ao interior desse reservatório térmico.

Fonte: Chavante (2018, p. 256)

QUADRO 60: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 47 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{32}$): Calcular o raio da base do cilindro reto dada a sua capacidade e a altura.

Técnica: Transformar a medida de capacidade para medida de volume. Em seguida, utilizar a fórmula do volume de um cilindro.

Tecnologia: capacidade, cilindro e expressões algébricas.

Teoria: geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural algébrico e escritural geométrico.

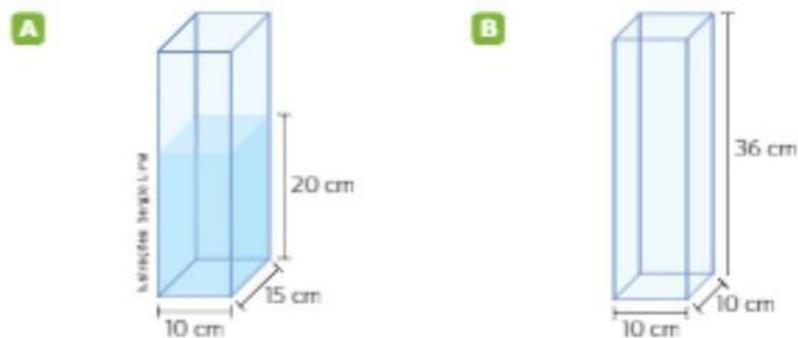
Objetos não ostensivos: geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas.

Fonte: A autora (2022)

A atividade 44 engloba um tipo de tarefa já analisado, o qual consiste em converter unidade de capacidade em unidade de volume, assim constatamos o reforço da execução de outro tipo de tarefa. Observamos que a relação entre as grandezas volume e capacidade é explorada por meio de uma situação problema.

Figura 49: Atividade 47 - Convergências – 9º ano

47. Observe estes dois recipientes cujo formato é de paralelepípedo reto retângulo. Se despejarmos todo o líquido do recipiente **A** no recipiente **B**, qual será a medida da altura atingida pelo líquido no recipiente **B**?



Fonte: Chavante (2018, p. 264)

QUADRO 61: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 47 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T. v_{33}$): Calcular a altura atingida pelo líquido no recipiente com formato de um paralelepípedo, dados o volume e as medidas das arestas da base.

Técnica: calcular o volume em metros cúbicos de um líquido em outro recipiente utilizando a fórmula $v = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$, e substituir o resultado do volume e as medidas do comprimento e da largura do recipiente B na fórmula $v = \text{comprimento} \times \text{largura} \times \text{altura}$ e calcular a altura atingida.

Tecnologia: volume, paralelepípedos e expressões algébricas.

Teoria: geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas.

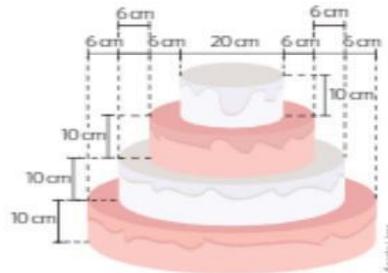
Objetos ostensivos: escritural algébrico e escritural geométrico.

desta, compreendemos neste trabalho que o volume no interior de um sólido com as unidades de medidas lineares. Contudo, notamos que esta questão aborda a noção de capacidade, pois usa a expressão “acomodar”, mas utiliza a unidade de medida de volume, ou seja, tridimensional. Logo, a classificamos como de volume.

Figura 51: Atividade 51 - Convergências – 9º ano

51. Para evitar que ocorra algum incidente durante a festa de casamento, o bolo cenográfico é cada vez mais procurado pelos noivos com a finalidade de ficar exposto.

Na hora da escolha, Sueli pediu um bolo de quatro andares, como indicado abaixo. Determine a medida do volume desse bolo.



Fonte: Chavante (2018, p. 264)

QUADRO 63: GRADE DE ANÁLISE DA ATIVIDADE 51 DO LIVRO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipo de Tarefa ($T.v_{35}$): Calcular o volume de um bolo no formato de uma composição de cilindros.

Técnica: Decompor o sólido em cilindros retos, determinar as medidas dos raios, calcular o volume de cada cilindro com o uso da fórmula $v = r^2 \cdot \pi \cdot h$. Em seguida somar os volumes encontrados.

Tecnologia: volume de cilindro, expressões algébricas e operações aritméticas.

Teoria: Geometria espacial, álgebra e grandezas e medidas.

Objetos ostensivos: escritural algébrico e escritural geométrico.

Objetos não ostensivos: geometria plana, geometria espacial e álgebra.

Fonte: A autora (2022)

Observamos nesta atividade, o retorno do cálculo do volume de cilindros, e em seguida o somatório destes. Além de capacitar o aluno com estratégias no cálculo, pois essa atividade aproxima-se do cotidiano dos alunos.

Dentre as atividades analisadas neste livro, constatamos que 4 são do tipo $T.v_4$, 2 de

$T.v_8$, 1 de $T.v_{12}$, 1 de $T.v_{18}$, 3 de $T.v_{21}$, 1 de $T.v_{22}$, 5 de $T.v_{25}$ e 1 de $T.c_1$.

E os tipos de tarefas encontrados neste livro estão no quadro abaixo.

QUADRO 64: TIPOS DE TAREFAS SOBRE VOLUME E SUA FREQUÊNCIA, ENCONTRADOS NO LIVRO DO 9º ANO DA COLEÇÃO CONVERGÊNCIAS

Tipos de tarefa sobre volume	Quantidade das atividades
$T.v_{28}$: calcular o volume de um prisma reto de base triangular dado as suas arestas.	2
$T.v_{29}$: Calcular o volume de um prisma de base hexagonal.	1
$T.v_{30}$: Calcular a altura de um cilindro, dado o raio e o seu volume.	1
$T.v_{31}$: calcular o volume de um sólido oco.	1
$T.v_{32}$: Calcular o raio da base do cilindro reto dada a sua capacidade.	1
$T.v_{33}$: Calcular a altura atingida pelo líquido no recipiente no formato de um paralelepípedo, dados o volume e as medidas das arestas da base.	1
$T.v_{34}$: Calcular o volume de um sólido composto, dada a sua representação geométrica e as medidas das arestas.	1
$T.v_{35}$: Calcular o volume de um bolo no formato de uma composição de cilindros.	1

Fonte: A autora (2022)

Podemos observar que este livro dispõe de muitas atividades, cujas técnicas compõem outros tipos de tarefas já registrados na análise, ou seja, as atividades propostas continuamente retomam os tipos de tarefas, isso de certa forma, faz uma avaliação diagnóstica no aluno, pois o desenvolvimento desses tipos de tarefas depende das anteriores.

E, o foco está no cálculo de vários sólidos geométricos e não somente nos dos paralelepípedos, há uma diversificação, que necessariamente engloba a geometria plana nas atividades. Já os tipos de atividades sobre capacidade, há apenas um. Constatamos nas atividades desta coleção uma evolução nos conhecimentos da grandeza volume.

Referente aos objetos ostensivos, podemos afirmar que os privilegiados são os geométricos e os escriturais algébricos, os quais invocam os não ostensivos: geometria plana, geometria espacial e álgebra.

5.4.3 Considerações finais da análise dos livros do 9º ano.

Diante das atividades analisadas, concluímos que essas coleções têm o foco no cálculo dos volumes de diferentes sólidos geométricos retos, podemos verificar isso na predominância dos seguintes tipos de tarefas: $T.v_4$, $T.v_{21}$, e $T.v_{25}$. As atividades de ambas são contextualizadas e envolvem situações corriqueiras, despertando o interesse dos alunos em resolvê-las, além de englobarem em suas técnicas tipos de tarefas já registradas.

As coleções estão de acordo com os conteúdos indicados ou exigidos pelos documentos curriculares da Educação Básica. Referente aos objetos ostensivos, a predominância se dá nos geométricos e algébricos, e os não ostensivos se dá nos conceitos de geometria plana, geometria espacial e volume.

As divergências encontradas nessas coleções estão nos tipos de tarefas, na quantidade de tarefas e no trabalho com as propriedades do volume. A saber, no primeiro, podemos constatar que os tipos de tarefas da coleção Convergências abordam outros tipos de tarefas em suas técnicas, e trabalham com situações corriqueiras que despertam a curiosidade do aluno em resolvê-la, já a outra não. No segundo, coleção A Conquista da Matemática é muito breve em suas atividades, diferentemente da outra. E, no terceiro, constatamos que em muitas das atividades, o aluno deve recordar alguns conceitos de volume para executá-las corretamente.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos nossa pesquisa buscando analisar as praxeologias matemáticas das grandezas volume e capacidade em duas coleções de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Diante disso, organizamos as atividades conforme os quatro elementos praxeológicos, verificamos os tipos de tarefas mais frequentes e os objetos ostensivos e não ostensivos mais privilegiados.

Por meio de pesquisas e questionamentos sobre o ensino das grandezas e medidas nos livros didáticos, pesquisamos e consideramos as orientações dos documentos diretrizes da Educação Básica, dos estudos desenvolvidos por autores como Bellemain, Lima e outros autores sobre as grandezas geométricas e o papel do livro didático como recurso pedagógico. Então, tomamos como marco teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD), pois ela nos permite analisar as práticas humanas – especialmente as tarefas matemáticas - e as relações que há entre objetos, pessoas e instituições.

Pretendemos por meio disso responder a seguinte pergunta: Como as grandezas volume e capacidade são difundidas em duas coleções de livros didáticos? Para isso, escolhemos duas coleções aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) em 2020, a que fora mais adotada, e a menos adotada. Selecionamos as atividades que envolviam essas grandezas, e as organizamos conforme o quarteto praxeológico, isto é, definimos o tipo de tarefa, a(s) técnica(s), a(s) tecnologia(s) e a(s) teoria(s). Para ampliarmos os conhecimentos sobre a(s) técnica(s), identificamos os objetos ostensivos e não ostensivos que a(s) compõem. Em seguida, constatamos os tipos de tarefas mais frequentes, e os objetos ostensivos e não ostensivos privilegiados em cada ano escolar e conseqüentemente nas coleções.

Sendo assim, esse estudo nos permitiu conhecer os tipos de tarefas que essas coleções consideram como condutores na aquisição dos saberes volume e capacidade, são eles $T.v_1$ (Calcular o volume de um sólido retangular dada a unidade de volume), $T.v_4$ (Calcular o volume de um objeto no formato de um bloco retangular dadas as dimensões), $T.v_5$ (Converter as unidades de medidas de volume), $T.v_{25}$ (Calcular o volume de um cilindro reto) $T.c_2$ (Converter as unidades de medidas de capacidade) e $T.c_3$ (Calcular quantos recipientes, dada a sua capacidade, serão necessários para capacitar uma quantidade de medidas de capacidade).

Assim, verificamos que nessas coleções o foco está na conversão de unidades de medidas, isso converge com as afirmações de Bellemain e Lima (2010), no volume de objetos por meio do uso de fórmulas e da contagem e no aspecto numérico da grandeza capacidade.

Referente a todas as atividades, os tipos de tarefas são claros, e nota-se facilmente os seus objetivos a serem alcançados. As técnicas para execução das tarefas são compostas majoritariamente dos escriturais algébricos, até mesmo no 6º ano em uma das coleções; dos escriturais geométricos, como a utilização da imagem para a contagem de cubos de um bloco retangular, por exemplo; e o escritural número com unidade de medidas. Estes, por sua vez, evocam os objetos não ostensivos que são a álgebra, a geometria espacial, as grandezas e medidas e operações com os racionais.

Também é importante destacar que a coleção A Conquista da Matemática contém muitas atividades, cujas técnicas reforçam um estudo voltado ao tecnicismo, ou seja, instiga o aluno ao foco na fórmula para executar as atividades. Pouquíssimas são as atividades reflexivas que “exploram” as propriedades de volume e capacidade. Já a coleção Convergências contém tipos de tarefas diversos; é considerável o quantitativo de atividades contextualizadas que instigam o aluno a refletir, construir o pensamento matemático e, assim identificar a(s) técnica(s) eficiente(s) para a realização da tarefa. E, suas atividades abordam de forma mais ampla as propriedades dessas grandezas; além disso, ela trabalha a relação existente entre essas grandezas em suas atividades.

Como a coleção A Conquista da Matemática foi a mais adotada pelas escolas no ano de 2020, tendo em vista a influência do livro didático no processo de ensino e aprendizagem, passamos a refletir como as praxeologias matemáticas analisadas nessa coleção dão o devido auxílio aos alunos no alcance das habilidades propostas nos documentos diretrizes da Educação Básica sobre esses saberes. Pois sabemos que por meio da realização de atividades, o indivíduo pode questionar seus conhecimentos prévios e ratificar os conceitos e propriedades de um saber.

Sabemos que uma pesquisa impulsiona outras, a nossa pode contribuir para uma melhor compreensão sobre a difusão das grandezas volume e capacidade nos Anos Finais do Ensino Fundamental, apenas na parte Atividades Propostas dos livros didáticos, utilizando a TAD. Contudo, sabemos que este estudo pode continuar, inclusive, na parte curso dos livros didáticos, a fim de estudarmos a organização didática, noção também abordada pela TAD. Também, pode-se realizar pesquisas referente aos tipos de praxeologia presente nas atividades, tais como a pontual, local, regional e global, com o intuito de ampliar os estudos da difusão desse saber por meio do livro didático. Ou seja, a continuidade de pesquisas a serem realizadas neste viés é vasta.

REFERÊNCIAS

- AULETE, Caldas. **Minidicionário contemporâneo da língua portuguesa**, 2 ed. Rio de Janeiro: Lexikon, 2009.
- BARBOSA, Edelweis; LINS, Abigail. **Teoria antropológica do didático: uma análise sobre equação do primeiro grau em livros didáticos**. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador. 2010.
- BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. BIBINO, Marta Fernanda de Araujo. SOUZA, Cristiane Fernandes de. **ESTUDAR GRANDEZAS E MEDIDAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA. EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Pernambuco, vol. 9 - número 1 – 2018.
- BITTAR, Marilena. **A teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para a análise de livros didáticos**. Zetetiké, Campinas, SP, v.25, n.3. set/dez. 2007, p. 364-387.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. MEC, 2018a.
- CARVALHO, J. B. F. LIMA, P. F. **Grandezas e Medidas In: Matemática: Ensino Fundamental** (Coleção Explorando o Ensino).1 ed. Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação Básica, 2010, v.17, p. 167-200.
- CHEVALLARD, Yves. **L’analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l’approche anthropologique**. In: L’UNIVERSITE D’ETE, 1998, p.91 - 118. Actes de l’Univessité d’été La Rochelle, IREM, Clermont-Ferrand, France, 1998.
- CHEVALLARD, Yes. **Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques**. In: MAURY, S. & CAILLOT, M. (éds), Raport au savoir et didactiques, Éditions Fabert, Paris, 2003, p. 81-104. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em 06 de agosto de 2021.
- CHEVALLARD, Yves. **Ostensifs et non-ostensifs dans l’activité mathématique**. In: Intervention au Séminaire de l’Associazione Mathesis. Texte paru dans les actes du séminaire pour l’année. Turin: 1994, p. 190-200.
- CHOPPIN, Alain. **História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte**. Educação e Pesquisa. São Paulo, v.30, n.3, p. 549-566, set./dez. 2004.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN.M.-J. (1989). **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane**. In: **Educational Studies in Mathematics**. n. 4. vol.20, p. 387- 424.

LEÃO, K. W. M. **Abordagem de volume e capacidade em uma coleção de livros didáticos: uma análise à luz da teoria antropológica do didático**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

LAJOLO, M. **Livro Didático: um (quase) manual de usuário**. Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

LIMA, P. F. BELLEMAIN, P. M. B. **Grandezas e Medidas In: Matemática: Ensino Fundamental** (Coleção Explorando o Ensino).1 ed. Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação Básica, 2010, v.17, p. 167-200.

LIMA, E. L. **Medida e Forma em Geometria**. 2ª Edição, Publicação SBM, 2009.

LIMA, E. L. & CARVALHO, P. C. P. & WAGNER, E. & MORGADO, A. C., A **Matemática para o ensino médio**, 9ª Edição, Publicação SBM, 2006.

MOL, R. S. **Introdução à história da matemática** / Rogério S. Mol. – Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

MORAIS, L. B. de. **Análise da Abordagem de Volume em Livros Didáticos de Matemática para o Ensino Médio**. Dissertação (mestrado) - UFPE. Recife, 2013

MORAIS, L. M. BELLEMAIN. P. M. B. LIMA, P. F. **Análise da Abordagem de Volume em Livros Didáticos de Matemática para o Ensino Médio**. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v.16, n.1, p. 25-46, 2014.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: Matemática**. Secretaria do Estado da Educação do Paraná. 2008. Acesso disponível em http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf

PRODANOV, Cleber Cristiano. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**, 2ªed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

SANTOS JR. Valdir Bezerra dos. **Juros simples e compostos: uma análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa**. Tese (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-graduação - Universidade Anhanguera de São Paulo, 2017.

SOUZA, C. M. de. **A recepção do livro didático de português e o processo de construção da competência leitora por alunos do Ensino Fundamental**. (Tese de Doutorado) – UFMG. Belo Horizonte, 2014.