



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

PAULO HENRIQUE DOS SANTOS MIRANDA SÁ

**Análise de 2<sup>a</sup> ordem geométrica elástica para pórticos planos de aço de edifícios com múltiplos pavimentos: estudo comparativo entre o Método da Rígidez Direta (MRD) e o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES)**

Caruaru  
2018

PAULO HENRIQUE DOS SANTOS MIRANDA SÁ

**Análise de 2<sup>a</sup> ordem geométrica elástica para pórticos planos de aço de edifícios com múltiplos pavimentos: estudo comparativo entre o Método da Rígidez Direta (MRD) e o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas.

Orientado pelo Prof. Dr. Douglas Mateus de Lima.

Caruaru

2018

Catalogação na fonte:  
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S111a Sá, Paulo Henrique dos Santos Miranda.  
Análise de 2<sup>a</sup> ordem geométrica elástica para pórticos planos de aço de edifícios com múltiplos pavimentos: estudo comparativo entre o Método da Rígidez Direta (MRD) e o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES). / Paulo Henrique dos Santos Miranda Sá. - 2018.  
127f.; il.: 30 cm.

Orientador: Douglas Mateus de Lima.  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Engenharia Civil, 2018.  
Inclui Referências.

1. Análise estrutural (Engenharia). 2. Deslocabilidade. 3. Pórticos estruturais. I. Lima, Douglas Mateus (Orientador). II. Título.

620 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2018-069)

PAULO HENRIQUE DOS SANTOS MIRANDA SÁ

**Análise de 2<sup>a</sup> ordem geométrica elástica para pórticos planos de aço de edifícios com múltiplos pavimentos: estudo comparativo entre o Método da Rígidez Direta (MRD) e o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES)**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas.

A banca examinadora composta pelos professores abaixo, considera o candidato **APROVADO** com nota: \_\_\_\_\_.

Caruaru, 12 de julho de 2018.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Douglas Mateus de Lima \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE/CAA (Orientador)

Prof. Dr. Flávio Eduardo Gomes Diniz \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE/CAA (Avaliador)

Prof. Dr. Humberto Correia Lima Júnior \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE/CAA (Avaliador)

Prof. Dr. Elder Alpes de Vasconcelos \_\_\_\_\_  
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE/CAA (Coordenador da Disciplina)

**Dedico o presente trabalho a DEUS,  
aos meus pais, à minha namorada  
Nathália Minelly e aos meus familiares.**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por me capacitar e dar forças para superar todos as batalhas e desafios impostos na minha vida.

Aos meus pais, por me darem amor, educação e condições necessárias para que eu pudesse dedicar todo o meu tempo aos estudos. Sem dúvidas, essa conquista também é de vocês.

À minha namorada Nathália Minelly, pelo companherismo, incentivo, compreensão... e quem é a motivação para eu conseguir alcançar meus objetivos.

Aos restantes dos meus familiares, pelos ensinamentos de vida, palavras de incentivo e por me apoiarem em todos os momentos cruciais.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Douglas Mateus, pela atenção e orientação dada durante toda a fase de elaboração do trabalho, pela grande amizade firmada e pela confiança depositada em mim.

Aos meus amigos de curso, pelos momentos de confraternização e descontração que tornaram mais agradáveis esses cinco anos de graduação.

Aos professores Flávio Eduardo e Humberto Lima, que prontamente aceitaram compor a banca examinadora deste trabalho, ao qual, trarão importantes contribuições.

Aos demais professores do curso, por terem passado seus conhecimentos teóricos e práticos da engenharia civil.

À minha ex-professora Mirian Lupe, por toda atenção e conhecimento passado a mim quando criança.

A construtora Mori & Mori, pelo estágio concedido, onde tive a oportunidade de vivenciar no canteiro de obras a realidade da profissão.

## RESUMO

Devido à saturação dos espaços físicos destinados a construção de novas moradias nos grandes centros urbanos, tem-se escolhido verticalizar as edificações como uma alternativa ideal para as cidades conseguirem suportar o aumento da população e o crescimento demográfico. Ao passo que um edifício ganha altura, a ação do vento, por exemplo, provoca efeitos significativos, acarretando no aumento dos esforços solicitantes quando aplicados simultaneamente com as demais ações atuantes na estrutura. Esses efeitos, denominados por efeitos de 2<sup>a</sup> ordem, se não considerados no dimensionamento estrutural, podem comprometer a estabilidade global da estrutura, e consequentemente a estabilidade local dos seus elementos estruturais. Desta forma, este trabalho de conclusão de curso tem como objetivo principal, analisar o efeito de 2<sup>a</sup> ordem elástico geométrico em pórticos planos de aço com ligações viga-pilar rígidas, componentes dos sistemas estruturais de edifícios com múltiplos pavimentos, mediante a utilização do Método da Rígidez Direta (MRD) com uso da matriz de rigidez geométrica, em comparação com o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES), proposto pela ABNT NBR 8800:2008 como método aproximado de análise elástica de 2<sup>a</sup> ordem. Para isso, foram implementados no software MATHCAD 14, códigos computacionais baseados nas teorias dos métodos citados. Após observação do estudo paramétrico realizado no trabalho, os resultados obtidos com uso do MAES mostraram-se satisfatório desde que o deslocamento horizontal máximo do topo dos pilares em relação à base, verificado no estado limite de serviço de deslocamentos excessivos da estrutura, não ultrapasse o valor limite ( $H/400$ ).

**Palavras-chave:** Não-Linearidade Geométrica. Grau de Deslocabilidade Lateral da Estrutura. MRD. MAES.

## ABSTRACT

Due to the saturation of the physical spaces destined to the construction of new dwellings in the great urban centers, it has been chosen to verticalize the buildings as an ideal alternative for the cities to be able to withstand the increase of the population and the demographic growth. As a building gains height, wind action, for example, causes significant effects, leading to an increase in soliciting efforts when applied simultaneously with other actions in the structure. These effects, called 2nd-order effects, if not considered in structural design, may compromise the overall stability of the structure and consequently the local stability of its structural elements. In this way, the main objective of this work is to analyze the effect of second order geometric elastic in steel frames with rigid beam-pillar connections, components of the structural systems of buildings with multiple floors, using the Method of (MRD) with the use of the geometric stiffness matrix, compared to the Method of Amplification of Applicant Efforts (MAES), proposed by ABNT NBR 8800:2008 as an approximate method of elastic analysis of 2nd order. For this purpose, computational codes based on the theories of the above methods were implemented in MATHCAD 14 software. After observing the parametric study performed in the work, the results obtained using MAES were satisfactory provided that the maximum horizontal displacement of the top of the abutments from the base, verified in the service limit state of excessive displacements of the structure, does not exceed limit value ( $H/400$ ).

**Keywords:** Geometric Non-Linearity. Degree of Lateral Displacement of the Structure. MRD. MAES.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1 –</b>	Pórtico plano com ligações rígidas usado como subestrutura de contraventamento.....	26
<b>Figura 2 –</b>	Pórtico treliçado como subestrutura de contraventamento.....	26
<b>Figura 3 –</b>	Parede de cisalhamento como subestrutura de contraventamento.....	27
<b>Figura 4 –</b>	Comparação esquemática entre os tipos de análise estrutural....	30
<b>Figura 5 –</b>	Representação do modelo para análise.....	32
<b>Figura 6 –</b>	Representação do caso em que $C_m=1$ e determinação da relação $M_1, n_t, s_d/M_2, n_t, s_d$ .....	34
<b>Figura 7 –</b>	Formato do arquivo de entrada para execução do código computacional.....	37
<b>Figura 8 –</b>	Rotina de cálculo do código que realiza a análise elástica de 2 <sup>a</sup> ordem.....	37
<b>Figura 9 –</b>	Rotina de cálculo do código que realiza a análise elástica de 2 <sup>a</sup> ordem aproximada.....	38
<b>Figura 10 –</b>	Graus de liberdade de um elemento de pórtico plano.....	39
<b>Figura 11 –</b>	Reações elásticas em um elemento de pórtico plano.....	40
<b>Figura 12 –</b>	Pórtico plano de três pavimentos com uma numeração arbitrária de barras e nós.....	42
<b>Figura 13 –</b>	Numeração arbitrária dos graus de liberdade do pórtico da Figura 12.....	43
<b>Figura 14 –</b>	Representação das reações elásticas correspondentes que equilibram o nó 1 do pórtico plano da Figura 12.....	45
<b>Figura 15 –</b>	Representação tipo das áreas de influência das lajes.....	47
<b>Figura 16 –</b>	Ilustração de um modelo de pórtico plano com 4 pilares e n pavimentos.....	49
<b>Figura 17 –</b>	Ilustração de um modelo de pórtico plano com 8 pilares e n pavimentos.....	50

<b>Figura 18 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 4 pilares e 1 pavimento.....	53
<b>Figura 19 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 4 pilares e 2 pavimentos.....	55
<b>Figura 20 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 4 pilares e 4 pavimentos.....	57
<b>Figura 21 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 4 pilares e 8 pavimentos.....	60
<b>Figura 22 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 4 pilares e 16 pavimentos.....	63
<b>Figura 23 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 4 pilares e 32 pavimentos.....	66
<b>Figura 24 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 8 pilares e 1 pavimento.....	69
<b>Figura 25 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 8 pilares e 2 pavimentos.....	71
<b>Figura 26 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 8 pilares e 4 pavimentos.....	74
<b>Figura 27 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 8 pilares e 8 pavimentos.....	77
<b>Figura 28 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 8 pilares e 16 pavimentos.....	80
<b>Figura 29 –</b>	Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 8 pilares e 32 pavimentos.....	83
<b>Figura 30 –</b>	Curvas do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.....	86
<b>Figura 31 –</b>	Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 29.....	86
<b>Figura 32 –</b>	Curvas do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.....	87

<b>Figura 33 –</b>	Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 30.....	88
<b>Figura 34 –</b>	Curvas do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.....	89
<b>Figura 35 –</b>	Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 31.....	89
<b>Figura 36 –</b>	Curvas do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.....	90
<b>Figura 37 –</b>	Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 32.....	91
<b>Figura 38 –</b>	Curvas do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.....	92
<b>Figura 39 –</b>	Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 33.....	92
<b>Figura 40 –</b>	Curvas do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.....	93
<b>Figura 41 –</b>	Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 34.....	94

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1 –</b>	Cargas permanentes nas lajes.....	46
<b>Tabela 2 –</b>	Carregamento permanente distribuído na viga.....	47
<b>Tabela 3 –</b>	Perfis estruturais utilizados para vigas e pilares em cada situação analisada.....	48
<b>Tabela 4 –</b>	Configuração estrutural dos pórticos planos analisados.....	49
<b>Tabela 5 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 1 pavimento.....	52
<b>Tabela 6 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 1 pavimento.....	54
<b>Tabela 7 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 2 pavimentos.....	54
<b>Tabela 8 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 2 pavimentos.....	56
<b>Tabela 9 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 4 pavimentos.....	56
<b>Tabela 10 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 4 pavimentos.....	58
<b>Tabela 11 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 8 pavimentos.....	59
<b>Tabela 12 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 8 pavimentos.....	60

<b>Tabela 13 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 16 pavimentos.....	61
<b>Tabela 14 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 16 pavimentos.....	63
<b>Tabela 15 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 32 pavimentos.....	64
<b>Tabela 16 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 32 pavimentos.....	66
<b>Tabela 17 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 1 pavimento.....	68
<b>Tabela 18 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 1 pavimento.....	69
<b>Tabela 19 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 2 pavimentos.....	70
<b>Tabela 20 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 2 pavimentos.....	71
<b>Tabela 21 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 4 pavimentos.....	72
<b>Tabela 22 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 4 pavimentos.....	73
<b>Tabela 23 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 8 pavimentos.....	74

<b>Tabela 24 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 8 pavimentos.....	76
<b>Tabela 25 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 16 pavimentos.....	77
<b>Tabela 26 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 16 pavimentos.....	79
<b>Tabela 27 –</b>	Resultados dos deslocamentos de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B2, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 32 pavimentos.....	80
<b>Tabela 28 –</b>	Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 32 pavimentos.....	82
<b>Tabela 29 –</b>	Comparação do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.....	83
<b>Tabela 30 –</b>	Comparação do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.....	85
<b>Tabela 31 –</b>	Comparação do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.....	86
<b>Tabela 32 –</b>	Comparação do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.....	88

<b>Tabela 33 –</b> Comparação do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.....	89
<b>Tabela 34 –</b> Comparação do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.....	91

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
MAES	Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes
MRD	Método da Rigidez Direta
NBR	Norma Brasileira
PTV	Princípio dos Trabalhos Virtuais
SGC	Sistema Global de Coordenadas
SLC	Sistema Local de Coordenadas

## LISTA DE SÍMBOLOS

$B_1$	coeficiente amplificador que leva em consideração os efeitos locais de 2ª ordem decorrentes da não-retilinieidade dos eixos das barras
$B_2$	coeficiente amplificador que leva em consideração os efeitos globais de 2ª ordem decorrentes dos deslocamentos dos nós da estrutura
$N_{sd,2}$	esforço axial de cálculo de 2ª ordem
$N_{nt}$	força axial solicitante de cálculo na estrutura nt
$N_{lt}$	força axial solicitante de cálculo na estrutura lt
$M_{sd,2}$	momento fletor de cálculo de 2ª ordem
$M_{nt}$	momento fletor solicitante de cálculo na estrutura nt
$M_{lt}$	momento fletor solicitante de cálculo na estrutura lt
$V_{sd,2}$	esforço cortante de cálculo de 2ª ordem
$V_{nt}$	força cortante solicitante de cálculo na estrutura nt
$V_{lt}$	força cortante solicitante de cálculo na estrutura lt
$C_m$	coeficiente de equivalência de momentos
$N_e$	força axial que provoca a flambagem elástica por flexão da barra no plano de atuação do momento fletor
$N_{sd,1}$	força axial de compressão solicitante de cálculo em análise de 1ª ordem
$R_s$	coeficiente de ajuste que depende das características do sistema resistente às ações horizontais
$\Delta_h$	deslocamento horizontal relativo entre os pavimentos superior e inferior (deslocamento interpavimento) do andar considerado, obtido na estrutura lt
$\sum N_{sd}$	carga gravitacional total que atua no andar considerado, englobando as cargas atuantes nas subestruturas de contraventamento e nos elementos que não pertençam a essas subestruturas
$\sum H_{sd}$	força cortante no andar, produzida pelas forças horizontais de cálculo atuantes, usadas para determinar $\Delta_h$ e obtida na estrutura lt
$h$	altura do andar
$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	relação máxima entre o deslocamento lateral do andar relativo à base obtido na análise de 2ª ordem e aquele obtido na análise de 1ª ordem

L	comprimento da barra analisada
A	área da seção transversal da barra analisada
$A_{\text{alma}}$	área da alma da barra analisada
I	inércia da barra analisada em torno do eixo em que atua a flexão
E	módulo de elasticidade longitudinal
G	módulo de elasticidade transversal
$u_i$ e $u_f$	deslocamentos lineares de um elemento sob deformação axial nos nós inicial e final
$v_i$ e $v_f$	deslocamentos lineares de um elemento sob flexão nos nós inicial e final
$\theta_i$ e $\theta_f$	deslocamentos angulares de um elemento sob flexão nos nós inicial e final
$\{\mathbf{R}_e\}$	vetor de reações elásticas
$[\mathbf{K}_e]$	a matriz de rigidez linear do elemento finito de barra
$\{\mathbf{d}\}$	vetor de deslocamentos nodais
$\{\mathbf{R}_e^F\}$	vetor de reações de engastamento perfeito
$[\mathbf{K}_{e,g}]$	matriz de rigidez geométrica do elemento finito de barra
NN(x)	função de esforço normal no elemento finito analisado
$\psi_i(x)$	i-ésima função de forma
$[\mathbf{K}_{e,T}]$	matriz de rigidez tangencial do elemento finito de barra
$\{\mathbf{F}\}$	vetor das forças nodais da estrutura no SGC
$[\mathbf{K}_G]$	matriz de rigidez tangencial da estrutura no SGC
$\{\mathbf{D}\}$	vetor de deslocamentos nodais da estrutura no SGC

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>21</b>
<b>1.1</b>	<b>JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>22</b>
<b>1.2</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>23</b>
1.2.1	Objetivo Geral.....	23
1.2.2	Objetivos Específicos .....	23
<b>1.3</b>	<b>ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....</b>	<b>24</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>25</b>
<b>2.1</b>	<b>SISTEMAS ESTRUTURAIS PARA EDIFICAÇÕES .....</b>	<b>25</b>
2.1.1	Pórtico com Ligações Rígidas .....	25
2.1.2	Pórtico Treliçado com Ligações Flexíveis.....	26
2.1.3	Paredes de Cisalhamento .....	27
<b>2.2</b>	<b>ANÁLISE ESTRUTURAL.....</b>	<b>28</b>
2.2.1	Considerações Iniciais.....	28
2.2.2	Não-linearidade Geométrica .....	28
2.2.3	Tipos de Análise Estrutural.....	29
<b>2.3</b>	<b>MÉTODO DA RIGIDEZ DIRETA (MRD) .....</b>	<b>31</b>
<b>2.4</b>	<b>MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES (MAES).....</b>	<b>31</b>
2.4.1	Considerações Iniciais.....	31
2.4.2	Coeficiente $B_1$ .....	33
2.4.3	Coeficiente $B_2$ .....	34
<b>2.5</b>	<b>CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS QUANTO À DESLOCABILIDADE LATERAL.....</b>	<b>35</b>
<b>3</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>36</b>
<b>3.1</b>	<b>CÓDIGOS COMPUTACIONAIS DESENVOLVIDOS .....</b>	<b>36</b>
3.1.1	Descrição dos Códigos Computacionais Desenvolvidos .....	36
3.1.2	Técnica de Divisão da Estrutura em Elementos Finitos.....	38
3.1.3	Matriz de Rigidez do Elemento Finito de Pórtico Plano .....	39
3.1.4	Matriz de Rigidez Global do Pórtico Plano .....	41
<b>3.2</b>	<b>ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS DO AÇO UTILIZADO PARA OS PERFIS</b>	<b>45</b>
<b>3.3</b>	<b>AÇÕES ATUANTES .....</b>	<b>46</b>
<b>3.4</b>	<b>ESTUDO PARAMÉTRICO .....</b>	<b>48</b>

3.4.1	Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 4 pilares .....	49
3.4.2	Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 8 pilares .....	50
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>51</b>
<b>4.1</b>	<b>PÓRTICO PLANO DE AÇO COM LIGAÇÕES RÍGIDAS E 4 PILARES ....</b>	<b>51</b>
4.1.1	1 Pavimento.....	52
4.1.2	2 Pavimentos.....	54
4.1.3	4 Pavimentos.....	56
4.1.4	8 Pavimentos.....	58
4.1.5	16 Pavimentos.....	60
4.1.6	32 Pavimentos.....	63
<b>4.2</b>	<b>PÓRTICO PLANO DE AÇO COM LIGAÇÕES RÍGIDAS E 8 PILARES ....</b>	<b>66</b>
4.2.1	1 Pavimento.....	67
4.2.2	2 Pavimentos.....	70
4.2.3	4 Pavimentos.....	72
4.2.4	8 Pavimentos.....	74
4.2.5	16 Pavimentos.....	77
4.2.6	32 Pavimentos.....	80
<b>4.3</b>	<b>ANÁLISE DETALHADA DOS ESFORÇOS SOLICITANTES ATUANTES NO ENGASTE DO PILAR MAIS COMPRIMIDO DOS PÓRTICOS ANALISADOS.....</b>	<b>83</b>
4.3.1	Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 4 pilares .....	83
4.3.2	Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 8 pilares .....	87
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>93</b>
<b>5.1</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>93</b>
<b>5.2</b>	<b>Sugestões para Trabalhos Futuros.....</b>	<b>93</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>94</b>
	<b>APÊNDICES.....</b>	<b>95</b>
	<b>APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA REALIZAÇÃO DAS ANÁLISES ELÁSTICAS DOS EFEITOS DE 1<sup>a</sup> E 2<sup>a</sup> ORDEM CONSIDERANDO OU NÃO A MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA VIA MÉTODO DA RIGIDEZ DIRETA .....</b>	<b>95</b>
	<b>APÊNDICE B – CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA REALIZAÇÃO DA ANÁLISE DE 2<sup>a</sup> ORDEM VIA MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES.....</b>	<b>110</b>

**APÊNDICE C – PLANTA BAIXA DO EDIFÍCIO MODELO**

**CONSIDERADO NO TRABALHO .....126**

**ANEXOS .....127**

**ANEXO A – CATALOGO DE LAJES NERVURADAS (ATEX BRASIL) ...127**

## 1 INTRODUÇÃO

Pode-se afirmar que, em razão do crescimento populacional, e pelo fato dos espaços físicos disponíveis para implantação de novos empreendimentos comerciais e residenciais nas grandes metrópoles estarem ficando cada vez mais saturados, tem-se optado pelo processo de verticalização das edificações para suprir a demanda, dando origem a edifícios cada vez mais altos e esbeltos. Esta realidade tornou-se possível devido aos avanços tecnológicos de todas as áreas de estudo da engenharia civil nas últimas décadas, tanto na descoberta de novos materiais, como no desenvolvimento de softwares poderosos de cálculo estrutural. O aperfeiçoamento dessas novas técnicas possibilitou aos engenheiros projetistas, desenvolverem sistemas estruturais mais econômicos, eficientes e seguros, mesmo diante dos cenários mais adversos.

Sabe-se que em edifícios com múltiplos pavimentos a ação do vento, por exemplo, provoca efeitos significativos, acarretando no aumento dos esforços solicitantes quando aplicada simultaneamente com as demais ações atuantes na estrutura. Sendo assim, para garantir um bom desempenho do sistema estrutural escolhido para a edificação, torna-se indispensável a realização de uma análise estrutural bem detalhada. Nessa análise, é verificado se a estrutura atende a todos os requisitos de estabilidade local e global, garantindo assim que ao longo da sua vida útil seus elementos não ultrapassem sua capacidade resistente, que pode ser atingida com o aumento das deformações em decorrência das ações.

A análise estrutural de natureza elástica pode ser processada em teoria de 1<sup>a</sup> ordem, também conhecida como análise linear geométrica, ou em teoria de 2<sup>a</sup> ordem, conhecida como análise não-linear geométrica. A análise linear geométrica tem como característica principal obter esforços solicitantes e deslocamentos da estrutura considerando-a na sua posição indeformada. Ao contrário dessa, a análise não-linear geométrica estabelece o equilíbrio da estrutura considerando-a na sua posição deformada, obtendo assim esforços solicitantes e deslocamentos mais condizentes com a realidade de estruturas esbeltas. É importante salientar que o estudo da estabilidade global das estruturas deve ser feito em teoria de 2<sup>a</sup> ordem, pois é nela que são considerados os efeitos dos deslocamentos excessivos.

Uma forma precisa de serem avaliados os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem nos sistemas estruturais compostos por associações de pórticos é feita por meio da consideração do esforço axial nas deformações transversais translacionais do elemento estrutural, a partir do Método da Rigidez Direta (MRD), considerando-se a matriz de rigidez geométrica. Por outro lado, a ABNT NBR 8800:2008 permite que através de duas análises de 1<sup>a</sup> ordem, os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem sejam considerados de maneira aproximada, através do Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES). Em virtude do que foi mencionado, cabe ao engenheiro projetista a escolha do método que melhor represente o comportamento físico real da estrutura, dependendo de suas características e sensibilidade aos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem, de modo a obter estruturas cada vez mais eficientes e seguras. Portanto, este trabalho de conclusão de curso propõe analisar a estabilidade elástica de pórticos planos de aço com ligações rígidas, componentes dos sistemas estruturais de edifícios com múltiplos pavimentos, mediante a utilização dos métodos supracitados.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Devido a saturação dos espaços físicos destinados a construção de novas moradias nos grandes centros urbanos, tem-se escolhido verticalizar as edificações como uma alternativa ideal para as cidades conseguirem suportar o aumento da população e o crescimento demográfico. Em consequência disso, os edifícios passaram a ter muitos pavimentos, o que tornou a sua concepção mais complexa em todos os aspectos, desde os projetos de instalações prediais até o projeto estrutural, temido por muitos engenheiros.

O principal agravante no dimensionamento estrutural das edificações foi o aumento exorbitante dos esforços solicitantes atuantes na estrutura, em função do incremento no deslocamento lateral sofrido pela mesma. Diante do que foi exposto, percebe-se a necessidade da realização de uma análise estrutural que conte com os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem nos seus cálculos, visto que é nessa fase que são obtidos os esforços solicitantes da estrutura (parâmetros de entrada) para o dimensionamento dos elementos estruturais.

Existem na atualidade diversos softwares computacionais que processam essa análise estrutural de forma rigorosa e precisa, sendo a maioria deles baseados na metodologia utilizada pelo Método da Rigidez Direta. Uma desvantagem que fica

eminente na utilização desses softwares para realização de uma análise tão complexa como essa é o grande uso de dados e tempo computacional demandado. Em contrapartida, a ABNT NBR 8800:2008, norma brasileira usada em projetos de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios, sugere que seja utilizado o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes como aproximação aceitável para análise de 2<sup>a</sup> ordem. A norma impõem algumas considerações e limitações a serem feitas no uso do MAES. A principal limitação feita é que o método só pode ser usado em estruturas de pequena e média deslocabilidade. Já para estruturas de grande deslocabilidade, é indicado que seja realizada análise rigorosa para obtenção dos esforços solicitantes e deslocamentos de 2<sup>a</sup> ordem.

Então o motivo de serem comparados os resultados obtidos pelos dois métodos, é saber até que ponto pode-se usar o método da norma com segurança para realização da análise estrutural de 2<sup>a</sup> ordem em projetos estruturais.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Analisar o efeito de 2<sup>a</sup> ordem elástico geométrico em pórticos planos de aço com ligações viga-pilar rígidas, formados por perfis de alma cheia, através de um estudo comparativo entre o Método da Rigidez Direta (MRD) e o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES).

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Discretizar os pórticos de aço utilizando elementos finitos de barra;
- Montar o sistema de equações de equilíbrio dos pórticos;
- Obter a matriz de rigidez geométrica do pórtico;
- Obter a matriz de rigidez tangencial do pórtico;
- Resolver o sistema de equações de equilíbrio;
- Calcular os esforços solicitantes das barras do pórtico;
- Calcular o deslocamento lateral do pórtico;
- Calcular os coeficientes amplificadores das barras do pórtico;

- Classificar as estruturas analisadas quanto ao grau de deslocabilidade, e também quanto ao coeficiente amplificador  $B_2$ .

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho é dividido em 5 (cinco) capítulos, uma lista de referências, 3 (três) apêndices e 1 (um) anexo, conforme a sequência de conteúdos descrita a seguir:

No Capítulo 1, apresentam-se a introdução, justificativa e objetivos do trabalho.

No Capítulo 2, apresenta-se a fundamentação teórica dos assuntos utilizados de subsídio para desenvolvimento do trabalho.

No Capítulo 3, descreve-se a metodologia empregada na realização das análises do estudo paramétrico realizado no trabalho. Apresenta-se também, a descrição de cada estrutura estudada, bem como as hipóteses que foram consideradas para elas.

No Capítulo 4, apresenta-se os resultados e discussões a respeito do estudo paramétrico do trabalho, obtidos via Método da Rigidez Direta (MRD) e Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES).

No Capítulo 5, apresentam-se as conclusões chegadas após observação dos resultados obtidos da análise estrutural realizadas nos pórticos planos, e também, sugestões para trabalhos futuros a serem desenvolvidos na mesma linha de raciocínio do tema estudado.

No Apêndice A, encontra-se o código implementado para realização das análises elásticas dos efeitos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem considerando ou não a matriz de rigidez geométrica via Método da Rigidez Direta.

No Apêndice B, encontra-se o código implementado para realização da análise de 2<sup>a</sup> ordem via Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes.

No Apêndice C, encontra-se a planta baixa do edifício modelo considerado no trabalho.

Por último, no Anexo A, encontra-se um catálogo da empresa Atex Brasil, utilizado para dimensionamento de lajes nervuradas.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica dos assuntos utilizados de subsídio para as análises realizadas nos estudos de caso apresentados no capítulo 3, e discutidos no capítulo 4 deste trabalho. Serão abordados conceitos referentes aos seguintes temas: sistemas estruturais para edificações, análise estrutural, método da rigidez direta (MRD), método da amplificação dos esforços solicitantes (MAES) e classificação das estruturas quanto à deslocabilidade lateral.

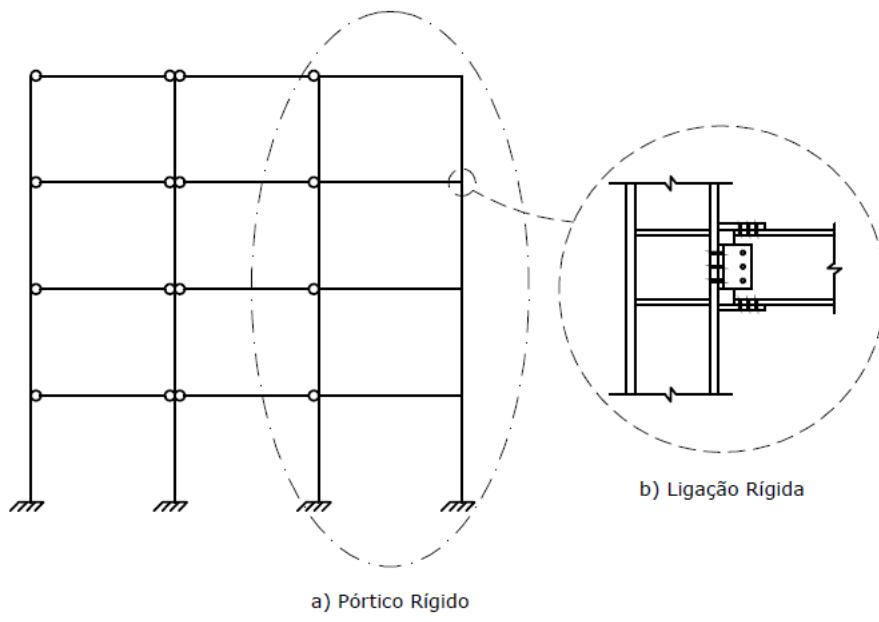
### 2.1 SISTEMAS ESTRUTURAIS PARA EDIFICAÇÕES

No sistema estrutural de uma edificação, composto por uma associação de pórticos, existem subestruturas que, devido a sua elevada rigidez lateral, ficam responsáveis por suportar as ações horizontais atuantes na estrutura. Essas subestruturas que fornecem a edificação uma maior estabilidade são designadas subestruturas de contraventamento, e, são classificadas de acordo com o tipo de ligação viga-pilar empregada. Identificam-se três tipos básicos de subestruturas de contaventamento, as quais são: pórtico com ligações rígidas, pórtico treliçado com ligações flexíveis e paredes de cisalhamento. Evidentemente, que além de suportarem as solicitações horizontais, as subestruturas de contraventamento também transmitem os carregamentos gravitacionais até as fundações. (FAKURY, 2011; PFEIL; PFEIL, 2009).

#### 2.1.1 Pórtico com Ligações Rígidas

Na Figura 1, ilustra-se um pórtico plano com ligações rígidas (Figura 1a) utilizado como subestrutura de contraventamento no sistema estrutural de uma edificação. Essa estrutura torna o sistema estrutural como um todo, estável para as ações dos carregamentos horizontais e gravitacionais. Essa estabilidade global dada a estrutura é assegurada pela rigidez a flexão das suas barras, e pelas ligações rígidas (Figura 1b) entre vigas e pilares, que são capazes de transmitir entre os elementos o momento fletor (FAKURY, 2011; PFEIL; PFEIL, 2009).

Figura 1 – Pórtico plano com ligações rígidas usado como subestrutura de contraventamento.

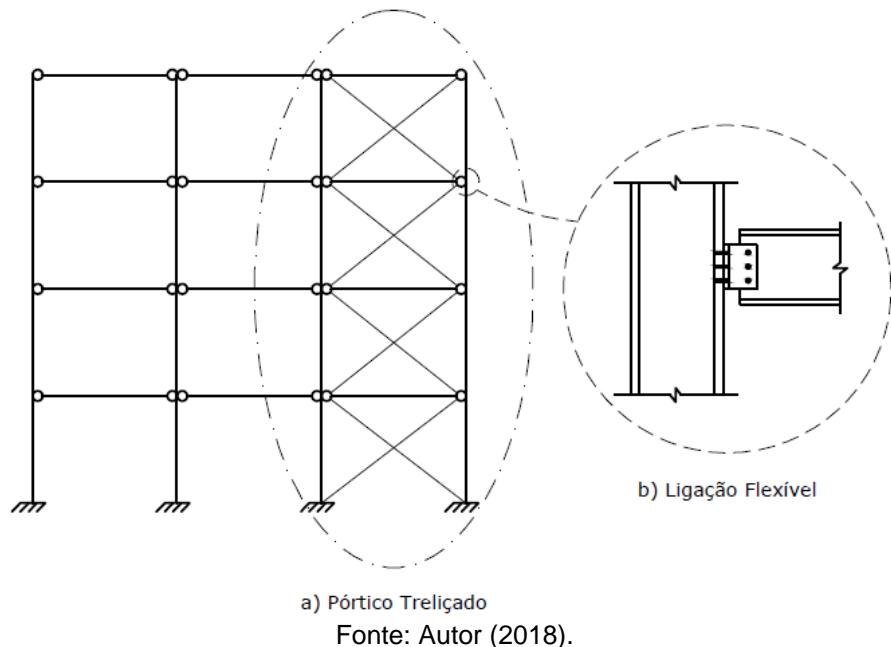


Fonte: Autor (2018).

### 2.1.2 Pórtico Treliçado com Ligações Flexíveis

Outro tipo de subestrutura de contraventamento, muito utilizada nos sistemas estruturais formados por associações de pórticos, são os pórticos treliçados com ligações flexíveis (Figura 2a), também chamados de sistemas contraventados. Essas estruturas possuem ligações viga-pilar flexíveis (Figura 2b), e são estáveis para ações dos carregamentos gravitacionais e horizontais.

Figura 2 – Pórtico treliçado como subestrutura de contraventamento.



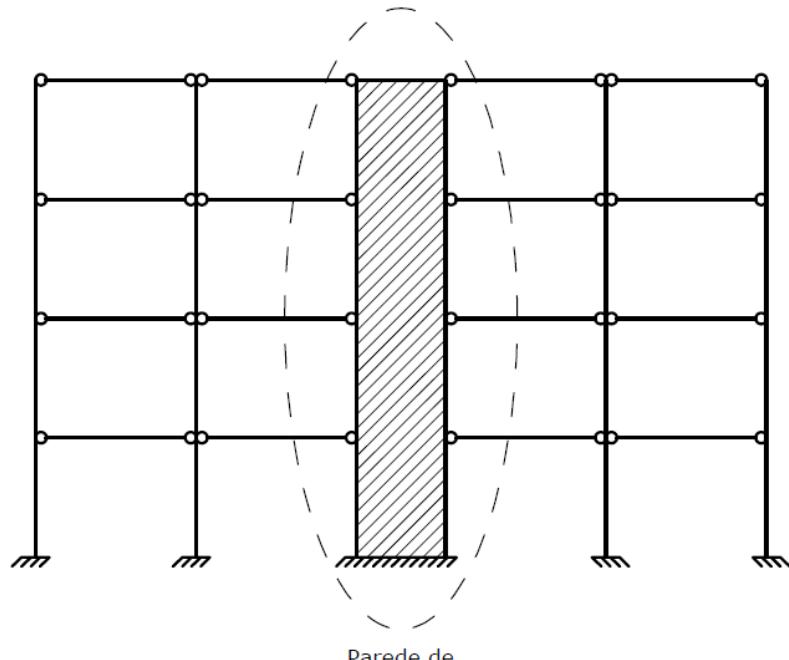
Fonte: Autor (2018).

Geralmente, os sistemas estruturais de edifícios que utilizam pórticos treliçados como subestruturas de contraventamento são mais viáveis economicamente, pelo fato das ligações flexíveis apresentarem custos inferiores as ligações rígidas. Por outro lado, o contraventamento treliçado pode produzir efeitos negativos do ponto de vista arquitetônico, como por exemplo, a obstrução oferecida para o posicionamento das janelas e portas da edificação (FAKURY, 2011; PFEIL; PFEIL, 2009).

### 2.1.3 Paredes de Cisalhamento

A eficiência desse sistema estrutural está no seu núcleo central de grande rigidez à flexão e à torção, que fica responsável por resistir a todos os efeitos dos carregamentos horizontais, deixando os pilares da estrutura, que atuam isoladamente (sem comportamento de pórtico), incumbidos de resistirem exclusivamente aos carregamentos gravitacionais e as vigas de transmitir à ação lateral por compressão ao núcleo central. Esse núcleo central é formado por uma associação de paredes de cisalhamento (Figura 3) feitas normalmente em concreto armado ou mistas de aço e concreto, que podem possuir forma retangular ou em U, com grandes dimensões em planta.

Figura 3 – Parede de cisalhamento como subestrutura de contraventamento.



Parede de  
Cisalhamento  
Fonte: Autor (2018).

Com isso toda a periferia pode ser conectada com ligações flexíveis, proporcionando economia e rapidez construtiva ao empreendimento que desfruta desse sistema. Uma vez que os pilares suportam somente aos carregamentos verticais, eles tendem a ser mais esbeltos, aumentando assim o aproveitamento do espaço interno (ALVA, 2000; FAKURY, 2011; PFEIL; PFEIL, 2009).

## 2.2 ANÁLISE ESTRUTURAL

### 2.2.1 Considerações Iniciais

Denomina-se análise estrutural a obtenção e avaliação das respostas da estrutura, quando solicitada por um conjunto de ações, por meio de relações de equilíbrio. De modo geral, essas respostas são esforços solicitantes e deslocamentos, utilizadas respectivamente para verificar a estabilidade da estrutura quanto ao estado limite último e ao estado limite de serviço (FAKURY, 2011).

No projeto de edifícios altos, onde os carregamentos laterais agem em conjunto com os carregamentos gravitacionais, deve-se ter bastante cuidado ao avaliar o equilíbrio global da estrutura. Isso porque os efeitos de 2<sup>a</sup> ordem podem não ser desprezíveis, e a sua não consideração nos cálculos das respostas da estrutura pode levá-la ao colapso (PINTO, 1997).

A maneira como são calculadas essas respostas, vai depender das hipóteses adotadas pelo tipo de análise estrutural escolhida. Essas hipóteses são basicamente: se será considerada ou não a linearidade geométrica (referente à configuração adotada na formulação do equilíbrio da estrutura) e a linearidade física (referente à proporcionalidade entre as tensões e as deformações, existentes nos materiais que satisfazem a lei de Hooke) (SILVA, 2004).

### 2.2.2 Não-linearidade Geométrica

Quando o equilíbrio de uma estrutura é formulado considerando-a na sua configuração inicial, ou seja, na sua posição indeformada, apenas os efeitos de 1<sup>a</sup> ordem são considerados. No entanto, sabe-se que uma estrutura apresentará deslocamentos em consequência dos carregamentos nela aplicados. Em decorrência dessa não-linearidade na sua geometria, surgem na estrutura efeitos de

2<sup>a</sup> ordem, que são os efeitos gerados pela atuação dos carregamentos nos deslocamentos laterais, e os resultados antes obtidos formulando o equilíbrio da estrutura na posição indeformada, passam a não ser condizentes com a realidade.

### 2.2.3 Tipos de Análise Estrutural

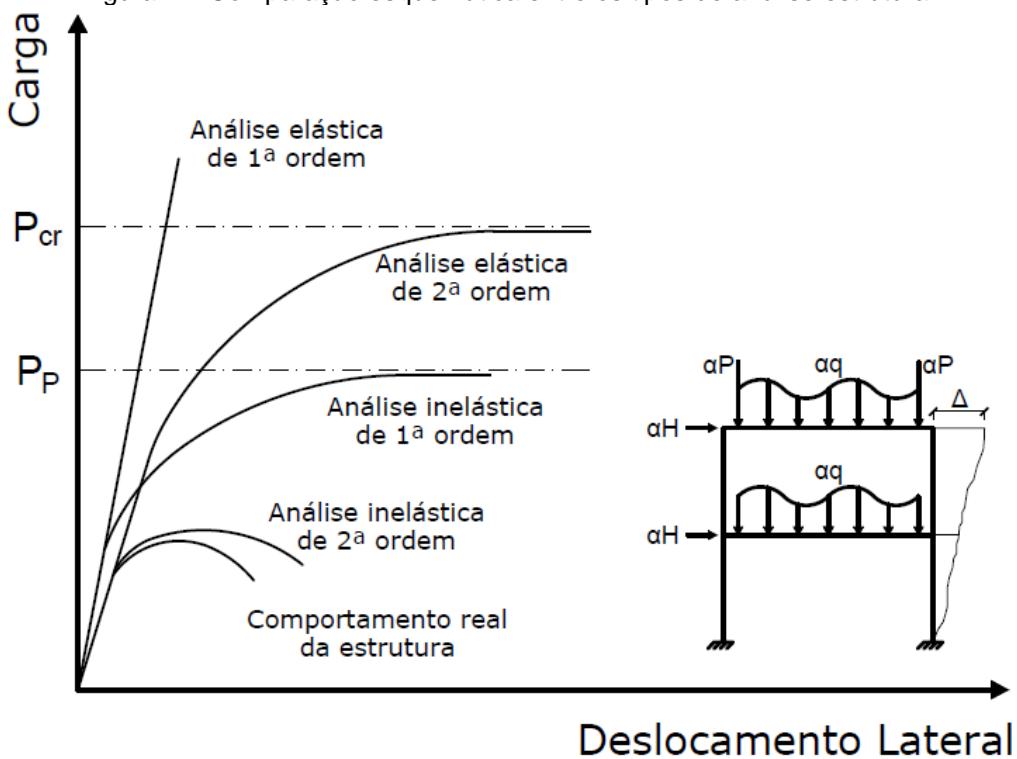
Um entendimento geral a respeito dos tipos de análise estrutural empregados no cálculo de pórticos planos é indispensável para uma melhor compreensão do seu comportamento global. A Figura 4 compara, esquematicamente, as curvas carga vs deslocamento lateral de um pórtico plano com ligações rígidas solicitado por um conjunto de ações estáticas, para cada tipo de análise estrutural empregada. As diferenças entre os tipos de análise estrutural representados por cada curva são: se o equilíbrio é formulado considerando a geometria da estrutura na sua posição deformada ou indeformada e se a plastificação dos elementos é considerada ou não.

Silva (2004) define os tipos de análise estrutural empregados no cálculo da estabilidade de pórticos, da seguinte maneira:

- **Análise elástica de 1<sup>a</sup> ordem:** Neste tipo de análise o equilíbrio da estrutura é estabelecido considerando-a na sua configuração indeformada, ou seja, segundo sua geometria inicial (linearidade geométrica) e o material é modelado como elástico linear (linearidade física). Desse modo, esta análise considera a hipótese de pequenos deslocamentos e, sendo o material elástico linear, esforços e deslocamentos são diretamente proporcionais durante toda a análise. Apesar da análise elástica de 1<sup>a</sup> ordem ser a mais usada nas rotinas de cálculo estrutural, ela não fornece resultados diretos a respeito da estabilidade da estrutura;
- **Análise elástica de 2<sup>a</sup> ordem:** Neste tipo de análise o equilíbrio da estrutura é estabelecido considerando-a na sua configuração deformada (não-linearidade geométrica) e o material ainda continua sendo modelado com elástico linear (linearidade física). Desse modo, a curva carga vs deslocamento lateral tende assintoticamente para a carga crítica elástica ( $P_{cr}$ ) da estrutura. Apesar da análise elástica de 2<sup>a</sup> ordem já considera os efeitos da estabilidade elástica, ela não fornece nenhuma informação direta a respeito da resistência inelástica real da estrutura;

- **Análise inelástica de 1<sup>a</sup> ordem:** Nesta análise o equilíbrio da estrutura é estabelecido considerando-a na sua configuração indeformada (linearidade geométrica), e agora passa a ser considerada a não-linearidade física do material. Este tipo de análise inclui os efeitos de plastificação das barras do pórtico, que podem ser representados desde os modelos simples de rótulas plásticas até modelos mais complexos que consideram o espalhamento da plastificação no interior desses elementos. Sendo o material elastoplástico perfeito, a curva carga vs deslocamento lateral de uma análise inelástica de 1<sup>a</sup> ordem aproxima-se assintoticamente da carga limite plástica ( $P_p$ ) da estrutura;
- **Análise inelástica de 2<sup>a</sup> ordem:** Nesta análise o equilíbrio da estrutura é estabelecido considerando-a na sua configuração deformada (não-linearidade geométrica), e também considerando a não-linearidade física do material. Pelo fato dessa análise considerar a redução da rigidez da estrutura devido à plastificação dos seus elementos, os deslocamentos e as solicitações obtidos via análise inelástica de 2<sup>a</sup> ordem, representa de maneira mais precisa o verdadeiro comportamento de uma estrutura.

Figura 4 – Comparação esquemática entre os tipos de análise estrutural.



Fonte: Adaptado de Silva (2004).

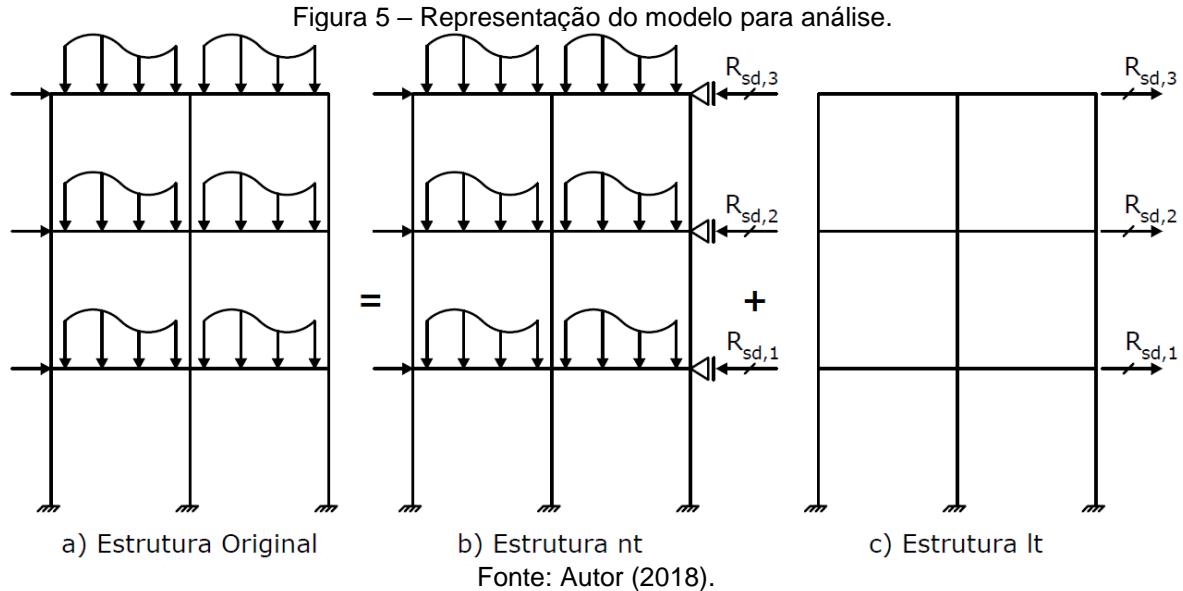
## 2.3 MÉTODO DA RIGIDEZ DIRETA (MRD)

O método de análise estrutural abordado é o Método dos Deslocamentos, em que os parâmetros fundamentais da solução são deslocamentos (lineares e angulares) dos nós do modelo estrutural verificado. O método dos deslocamentos, tem por objetivo aproximar a sua metodologia aos procedimentos usualmente adotados nos programas computacionais. Essa versão do método dos deslocamentos é conhecida como Método da Rigidez Direta ou Análise Matricial de Estruturas.

## 2.4 MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES (MAES)

### 2.4.1 Considerações Iniciais

Segundo a ABNT NBR 8800:2008, quando utilizado o Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES), a estrutura em análise, submetida a uma combinação de ações de cálculo, chamada de Estrutura Original (Figura 5a), é transformada na soma de duas outras estruturas, como mostrado na Figura 5. Uma das estruturas consideradas contém o carregamento total aplicado na estrutura original, porém com os seus nós impedidos de se deslocarem lateralmente, por meio de contenções horizontais fictícias colocadas em cada andar, a esta estrutura dá-se o nome de Estrutura nt (“*no translation*”, ou seja, sem deslocamento lateral) (Figura 5b). Já a outra estrutura fica submetida apenas ao efeito das reações das contenções fictícias, aplicadas na direção contrária em que atua na estrutura nt, nos mesmos pontos onde tais contenções foram colocadas, a esta estrutura dá-se o nome de Estrutura lt (“*lateral translation*”, ou seja, com deslocamento lateral) (Figura 5c).



As estruturas nt e It são utilizadas para obtenção dos coeficientes amplificadores  $B_1$  e  $B_2$ , definidos conforme indicado no Anexo D da ABNT NBR 8800:2008, nos itens 2.4.2 e 2.4.3, respectivamente, deste capítulo. O coeficiente  $B_1$  considera o efeito local  $P-\delta$  no valor do momento fletor (único esforço solicitante influenciado por esse efeito), portanto aplicado apenas a estrutura nt. Já o coeficiente  $B_2$  considera o efeito global  $P-\Delta$  no valor do momento fletor e da força axial (os dois esforços solicitantes influenciados por esse efeito), portanto aplicado apenas a estrutura It.

Obtidos os coeficientes de amplificação, torna-se possível calcular os esforços solicitantes de cálculo, e utilizá-los como resultado de uma análise de 2<sup>a</sup> ordem. As Equações (1), (2) e (3), definidas a seguir, são usadas para calcular o esforço axial de cálculo de 2<sup>a</sup> ordem, o momento fletor de cálculo de 2<sup>a</sup> ordem e o esforço cortante de cálculo de 2<sup>a</sup> ordem, respectivamente, para análise via MAES:

$$N_{sd,2} = N_{nt} + B_2 N_{lt} \quad (1)$$

sendo:  $N_{nt}$  e  $N_{lt}$ , respectivamente, as forças axiais solicitantes de cálculo das estruturas nt e It obtidas na análise elástica de 1<sup>a</sup> ordem.

$$M_{sd,2} = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (2)$$

sendo:  $M_{nt}$  e  $M_{lt}$ , respectivamente, os momentos fletores solicitantes de cálculo das estruturas nt e It obtidas na análise elástica de 1<sup>a</sup> ordem.

$$V_{sd,2} = V_{nt} + V_{lt} \quad (3)$$

sendo:  $V_{nt}$  e  $V_{lt}$ , respectivamente, os esforços cortantes solicitantes de cálculo das estruturas nt e lt obtidas na análise elástica de 1ª ordem.

#### 2.4.2 Coeficiente $B_1$

É adotado/calculado no Anexo D da ABNT NBR 8800:2008, da seguinte forma: se a força axial solicitante de cálculo na barra for de tração, deve-se considerar  $B_1$  igual a 1,0, pois esta não causa acréscimo no valor do momento fletor. Já se a força axial solicitante de cálculo for de compressão, o coeficiente  $B_1$  é calculado conforme Equação (4):

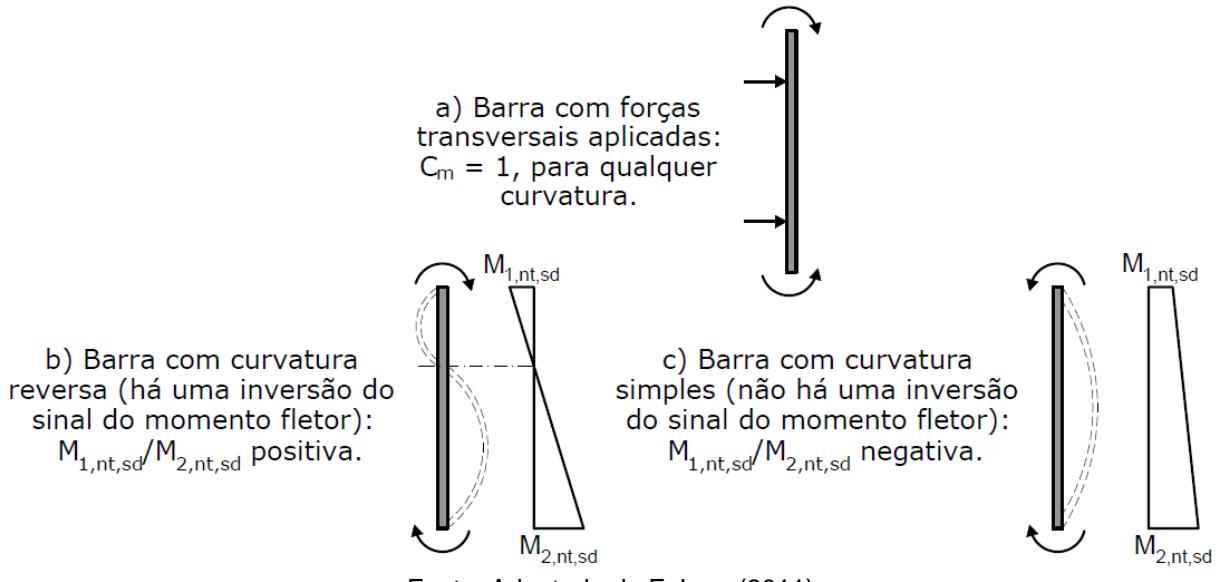
$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \left| \frac{N_{sd,1}}{N_e} \right|} \geq 1 \quad (4)$$

sendo:  $N_e$  a força axial que provoca a flambagem elástica por flexão da barra no plano de atuação do momento fletor, calculada com o comprimento real da barra, considerando, se for o caso, a imperfeição inicial do material;  $N_{sd,1}$  a força axial de compressão solicitante de cálculo na barra considerada, em análise de 1ª ordem ( $N_{sd,1} = N_{nt,sd,1} + N_{lt,sd,1}$ ); e,  $C_m$  um coeficiente de equivalência de momentos. Adota-se de maneira conservadora valor igual a 1,0 se houver forças transversais entre as extremidades da barra no plano de flexão (Figura 6a), caso contrário, deve ser calculado conforme a Equação (5), mostrada a seguir:

$$C_m = 0,60 - 0,40 \frac{M_1}{M_2} \quad (5)$$

sendo:  $M_1/M_2$  a relação entre o menor e o maior dos momentos fletores solicitantes de cálculo na estrutura nt no plano de flexão, nas extremidades apoiadas da barra, tomada como positiva quando os momentos provocarem curvatura reversa (Figura 6b), e negativa quando provocarem curvatura simples (Figura 6c). Na Equação (5), adota-se: ( $M_1 = M_{1,nt,sd}$  e  $M_2 = M_{2,nt,sd}$ ), com  $M_{2,nt,sd} \geq M_{1,nt,sd}$ .

Figura 6 – Representação do caso em que  $C_m = 1$  e determinação da relação  $M_{1,nt,sd}/M_{2,nt,sd}$ .



Fonte: Adaptado de Fakury (2011).

#### 2.4.3 Coeficiente $B_2$

É calculado no Anexo D da ABNT NBR 8800:2008, pela Equação (6), mostrada a seguir:

$$B_2 = \frac{1}{1 - \frac{1}{R_s} \frac{\Delta_h}{h} \frac{\sum N_{sd}}{\sum H_{sd}}} \quad (6)$$

sendo:  $R_s$  um coeficiente de ajuste que depende das características do sistema resistente às ações horizontais, tomado igual a 0,85 nas estruturas onde todas as subestruturas de contraventamento são pórticos rígidos, e igual a 1,0 para as demais estruturas;  $\Delta_h$  o deslocamento horizontal relativo entre os pavimentos superior e inferior (deslocamento interpavimento) do andar considerado, obtido na estrutura It;  $\sum N_{sd}$  a carga gravitacional total que atua no andar considerado, englobando as cargas atuantes nas subestruturas de contraventamento e nos elementos que não pertençam a essas subestruturas; e,  $\sum H_{sd}$  a força cortante no andar, produzida pelas forças horizontais de cálculo atuantes, usadas para determinar  $\Delta_h$  e obtida na estrutura It;  $h$  a altura do andar considerado.

Cada andar da estrutura possui um coeficiente  $B_2$ , ou seja, todas as barras de um mesmo pavimento têm o mesmo coeficiente amplificador.

## 2.5 CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS QUANTO À DESLOCABILIDADE LATERAL

Conforme a ABNT NBR 8800:2008, as estruturas são classificadas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais em estruturas de pequena deslocabilidade, média deslocabilidade ou grande deslocabilidade. O grau de deslocabilidade da estrutura, que é o parâmetro usado para classificar a estrutura, é definido como a relação entre o deslocamento lateral de 2<sup>a</sup> ordem e o deslocamento lateral de 1<sup>a</sup> ordem.

Classifica-se uma estrutura como de pequena deslocabilidade quando, em todos os seus andares, a relação  $\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$ , for igual ou inferior a 1,1, de média deslocabilidade quando a relação  $\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$ , for superior a 1,1 e igual ou inferior a 1,4, e de grande deslocabilidade quando a relação  $\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$ , for superior a 1,4. sendo:  $\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$  a relação máxima entre o deslocamento lateral do andar relativo à base obtido na análise de 2<sup>a</sup> ordem e aquele obtido na análise de 1<sup>a</sup> ordem, em todas as combinações últimas de ações.

De maneira aceitável, a ABNT NBR 8800:2008 permite que a relação entre o deslocamento lateral do andar relativo à base obtido na análise de 2<sup>a</sup> ordem e aquele obtido na análise de 1<sup>a</sup> ordem, seja tomada igual ao valor do coeficiente amplificador  $B_2$ , sem a consideração das imperfeições iniciais do material.

### 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, será apresentada a metodologia utilizada no estudo paramétrico analisado neste trabalho. Foram estudados pórticos planos de aço com ligações viga-pilar rígidas, nos quais foi realizada análise elástica (com não-linearidade geométrica), via código próprio implementado no software Mathcad 14 (APÊNDICE A), visando-se obter deslocamentos e esforços solicitantes de cálculo de 2<sup>a</sup> ordem atuantes nessas estruturas, e posteriormente, compará-los com os esforços solicitantes de cálculo de 2<sup>a</sup> ordem obtidos via Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes (MAES), obtidos também via código próprio implementado no software Mathcad 14 (APÊNDICE B).

#### 3.1 CÓDIGOS COMPUTACIONAIS DESENVOLVIDOS

##### 3.1.1 Descrição dos Códigos Computacionais Desenvolvidos

No código próprio, que se encontra no APÊNDICE A, são apresentadas as análises elásticas de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem para pórticos planos de aço, sendo sua concepção fundamentada no Método da Rígidez Direta (MRD), considerando-se ou não a matriz de rigidez geométrica. Através da implementação supracitada é possível obter os esforços internos nas barras, as reações nos apoios e os deslocamentos (lineares e angulares) nos nós de estruturas reticuladas. O código foi elaborado no software MATHCAD 14, o qual, para sua compilação, recebe um arquivo de entrada (extensão .xlsx) contendo alguns parâmetros das barras discretizadas do pórtico estudado, como mostrado na Figura 7. As informações necessárias das barras da estrutura são: comprimento (L), área da seção transversal (A), área da alma ( $A_{alma}$ ), inércia (I) (em torno do eixo em que atua a flexão), módulo de elasticidade longitudinal (E), módulo de elasticidade transversal (G) e os carregamentos a que encontram-se submetidas (no caso da barra ser um pilar, seu peso que atua no sentido longitudinal da barra entra como uma carregamento axial nos cálculos).

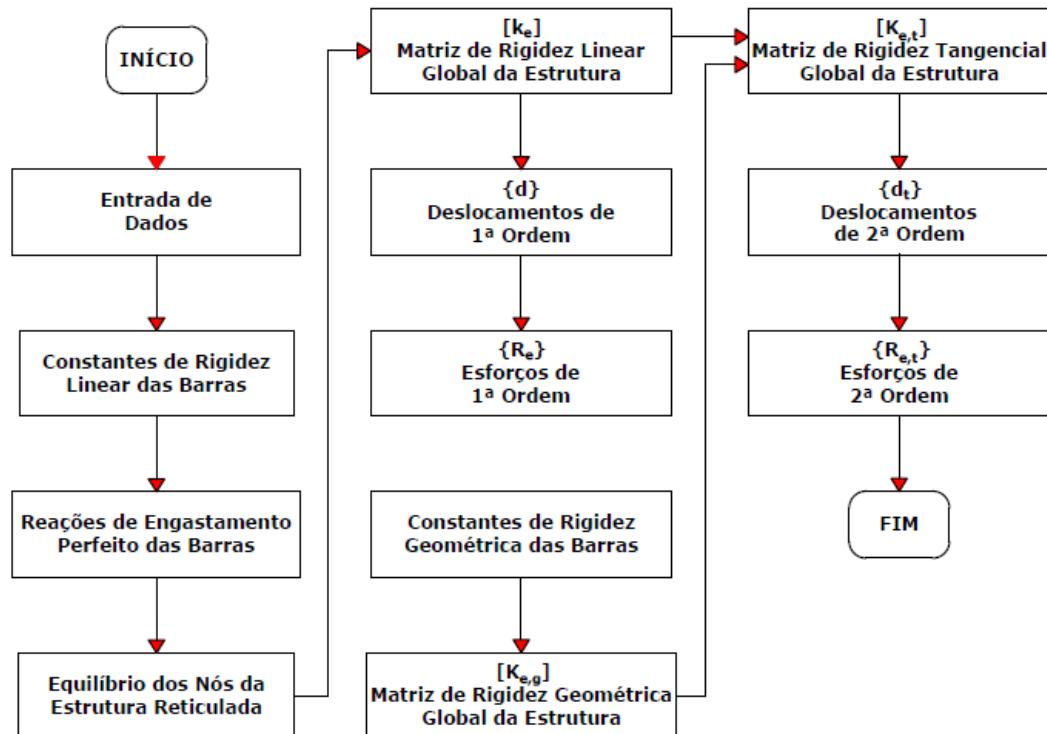
Figura 7 – Formato do arquivo de entrada para execução do código computacional.

Barra	L (m)	A ( $m^2$ )	$A_{alma}$ ( $m^2$ )	I ( $m^4$ )	E (kN/ $m^2$ )	G (kN/ $m^2$ )	Carreg. Transversal Inicial (kN/m)	Carreg. Transversal Final (kN/m)	Carreg. Axial (kN/m)
1									
2									
3									
4									
5									
.									
.									
.									
n									

Fonte: Autor (2018).

Na Figura 8 é mostrado um esquema da rotina de cálculo realizada pelo código computacional que processa a análise elástica com não-linearidade geométrica nos pórticos planos de aço estudados no trabalho.

Figura 8 – Rotina de cálculo do código que realiza a análise elástica de 2<sup>a</sup> ordem.

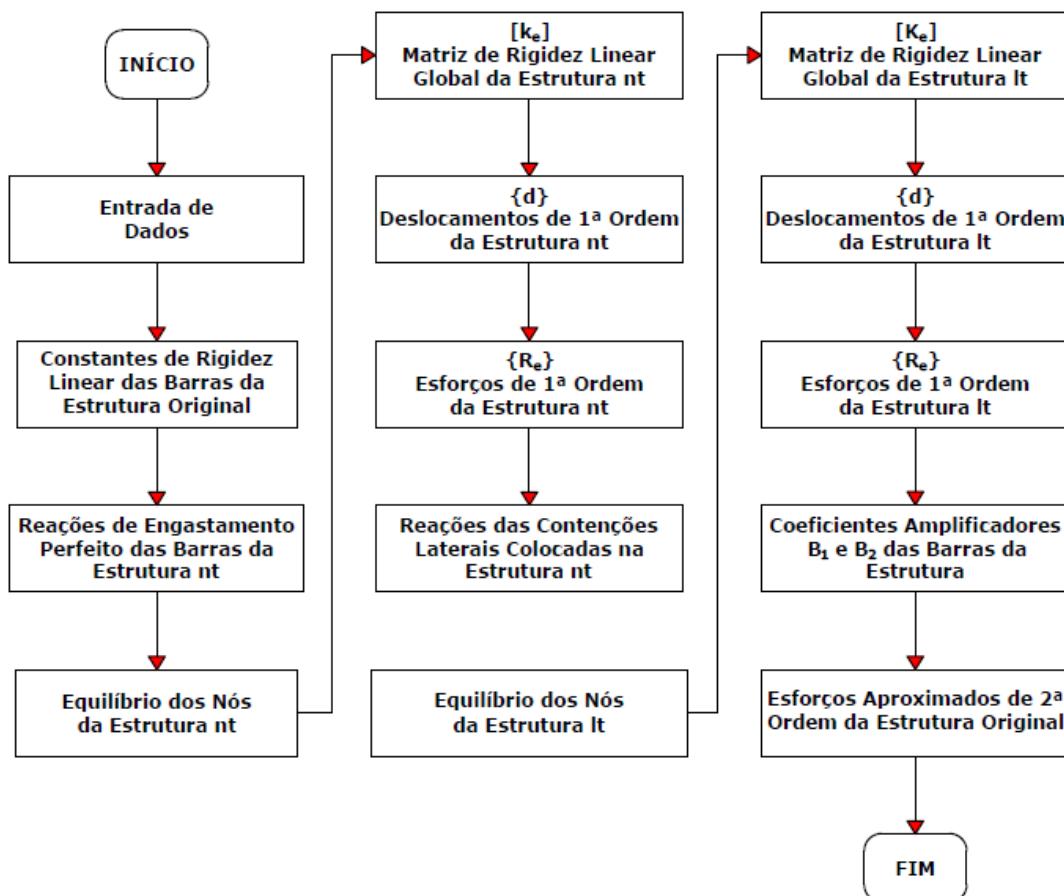


Fonte: Autor (2018).

Já no código próprio, que se encontra no APÊNDICE B, são apresentadas as duas análises elásticas de 1<sup>a</sup> ordem consideradas pelo MAES, sendo sua concepção também fundamentada no MRD, considerando-se apenas a matriz de rigidez linear. Através do código mencionado, são obtidos de forma aproximada, os esforços solicitantes de 2<sup>a</sup> ordem atuantes nos pórticos planos de aço. Sua elaboração

também foi realizada no software MATHCAD 14, o qual, para sua compilação, recebe o mesmo arquivo de entrada (extensão .xlsx) mostrado na Figura 7. O esquema da rotina de cálculo realizada por esse código computacional é mostrada na Figura 9.

Figura 9 – Rotina de cálculo do código que realiza a análise elástica de 2<sup>a</sup> ordem aproximada.



Fonte: Autor (2018).

Ambos os códigos computacionais desenvolvidos para realização das análises elásticas de 2<sup>a</sup> ordem equiparadas nesse trabalho, utiliza-se da técnica de divisão da estrutura em elementos finitos.

### 3.1.2 Técnica de Divisão da Estrutura em Elementos Finitos

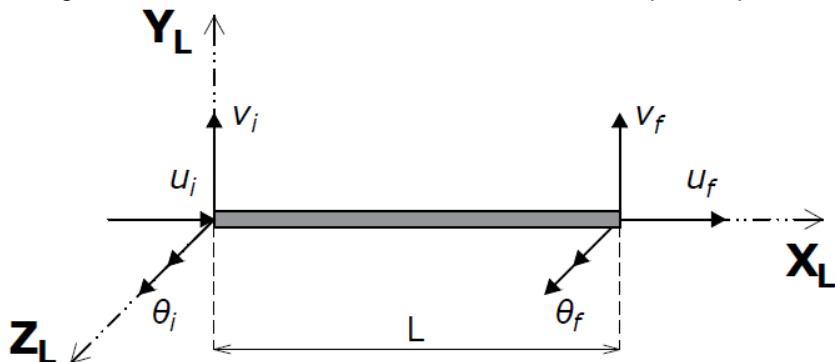
A divisão de uma estrutura qualquer em elementos finitos pode ser feita de maneira arbitrária, tanto no que diz respeito à geometria quanto à dimensão do elemento. Contudo, para o caso de estruturas reticuladas, como é o caso dos pórticos analisados nos estudos de caso desse trabalho, é interessante considerar

cada viga e cada pilar como sendo um elemento discretizado e, em seguida, determinar as matrizes de rigidez desses elementos e de toda a estrutura.

### 3.1.3 Matriz de Rigidez do Elemento Finito de Pórtico Plano

Os possíveis deslocamentos (angulares e lineares) nas extremidades de um elemento típico de pórtico plano, também chamados de graus de liberdade do elemento finito, são os mostrados na Figura 10, sendo esses, correspondentes aos deslocamentos de um elemento sob deformação axial ( $u_i$  e  $u_f$ ) em conjunto com os deslocamentos de um elemento sob flexão ( $v_i$ ,  $v_f$ ,  $\theta_i$ , e  $\theta_f$ ).

Figura 10 – Graus de liberdade de um elemento de pórtico plano.



Fonte: Autor (2018).

Considerando-se uma estrutura plana formada por barras retas, cada uma dessas pode ser analisada como sendo elasticamente sustentada, de maneira que os esforços podem ser avaliados a partir dos deslocamentos dos extremos. Então, para cada barra define-se um referencial ortogonal orientado de modo que um de seus eixos fique ao longo do eixo da barra, ou seja, um Sistema Local de Coordenadas (SLC). Dessa forma, para o elemento finito de barra estabelecido na Figura 10, é possível definir seis graus de liberdade {d}, que se relacionem com seis reações elásticas {R<sub>e</sub>} (Figura 11) no SLC, mediante:

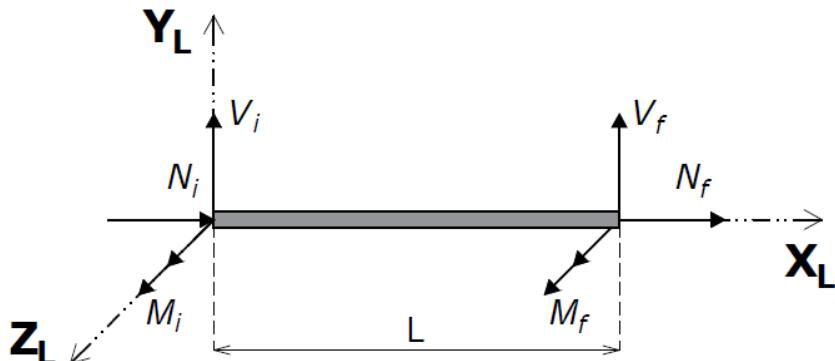
$$\{R_e\} = [K_e]\{d\} + \{R_e^F\} \quad (7)$$

sendo: {R<sub>e</sub>} é o vetor de reações elásticas; [K<sub>e</sub>] é a matriz de rigidez linear; {d} é o vetor de deslocamentos nodais; e, {R<sub>e</sub><sup>F</sup>} é o vetor de reações de engastamento perfeito. A forma expandida da Equação (7), fica:

$$\begin{pmatrix} N_i \\ V_i \\ M_i \\ N_f \\ V_f \\ M_f \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & -r & 0 & 0 \\ 0 & t & -b_i & 0 & -t & -b_f \\ 0 & -b_i & k_i & 0 & b_i & a \\ -r & 0 & 0 & r & 0 & 0 \\ 0 & -t & b_i & 0 & t & b_f \\ 0 & -b_f & a & 0 & b_f & k_f \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_f \\ v_f \\ \theta_f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N_i^F \\ V_i^F \\ M_i^F \\ N_f^F \\ V_f^F \\ M_f^F \end{pmatrix}$$

As constantes de rigidez da matriz de rigidez linear do elemento finito de barra podem ser calculados a partir das flexibilidades (considerando a energia de deformação axial, por corte e por flexão), que por sua vez podem ser calculadas utilizando-se do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) (TIMOSHENKO; GERE, 1984).

Figura 11 – Reações elásticas em um elemento de pórtico plano.



Fonte: Autor (2018).

Define-se também a matriz de rigidez geométrica  $[K_{e,g}]$  do elemento finito de barra, de maneira a considerar o efeito da força axial nas deformações do pórtico plano, pois a presença das forças axiais geralmente causa uma redução na rigidez da estrutura, fazendo com que haja um incremento em suas deformações elásticas. A partir do PTV aplicado à definição do método dos elementos finitos, a matriz de rigidez geométrica será definida pela seguinte expressão indicial:

$$(K_{e,g})_{ij} = \int_0^L NN(x) \psi_i'(x) \psi_j'(x) dx \quad (8)$$

sendo:  $NN(x)$  é a função de esforço normal no elemento finito analisado;  $L$  é o comprimento da barra; e,  $\psi_i(x)$  é a  $i$ -ésima função de forma, definida por:

$$\psi_1(x) = 1 - \frac{x}{h} \quad \psi_2(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{h}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{h}\right)^3 \quad (9)$$

$$\psi_3(x) = -x + 2 \frac{x^2}{h} - \frac{x^3}{h^2}$$

$$\psi_4(x) = \frac{x}{h}$$

$$\psi_5(x) = 3 \left( \frac{x}{h} \right)^2 - 2 \left( \frac{x}{h} \right)^3$$

$$\psi_6(x) = \frac{x^2}{h} - \frac{x^3}{h^2}$$

Sendo, entretanto,  $(K_{e,g})_{1,2}$ ,  $(K_{e,g})_{1,3}$ ,  $(K_{e,g})_{1,5}$ ,  $(K_{e,g})_{1,6}$ ,  $(K_{e,g})_{4,2}$ ,  $(K_{e,g})_{4,3}$ ,  $(K_{e,g})_{4,5}$ ,  $(K_{e,g})_{4,6}$  e seus respectivos simétricos NULOS, pois o caso em que não há interação entre os graus de liberdade axiais e flexionais é considerado, devido ao regime de pequenas deformações.

Na forma expandida, a matriz de rigidez geométrica do elemento finito de barra fica:

$$[K_{e,g}] = \begin{bmatrix} r_g & 0 & 0 & -r_g & 0 & 0 \\ 0 & t_g & -b_{i,g} & 0 & -t_g & -b_{f,g} \\ 0 & -b_{i,g} & k_{i,g} & 0 & b_{i,g} & -a_g \\ -r_g & 0 & 0 & r_g & 0 & 0 \\ 0 & -t_g & b_{i,g} & 0 & t_g & b_{f,g} \\ 0 & -b_{f,g} & -a_g & 0 & b_{f,g} & k_{f,g} \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez tangencial do elemento finito de barra utilizado  $[K_{e,T}]$  é dada, genericamente, por:

$$[K_{e,T}] = [K_e] - [K_{e,g}] \quad (10)$$

na forma expandida a matriz de rigidez tangencial fica:

$$[K_{e,T}] = \begin{bmatrix} r_T & 0 & 0 & -r_T & 0 & 0 \\ 0 & t_T & -b_{i,T} & 0 & -t_T & -b_{f,T} \\ 0 & -b_{i,T} & k_{i,T} & 0 & b_{i,T} & a_T \\ -r_T & 0 & 0 & r_T & 0 & 0 \\ 0 & -t_T & b_{i,T} & 0 & t_T & b_{f,T} \\ 0 & -b_{f,T} & a_T & 0 & b_{f,T} & k_{f,T} \end{bmatrix}$$

de modo que todos os seus termos são obtidos subtraindo-se dos elementos da matriz de rigidez linear os elementos da matriz de rigidez geométrica.

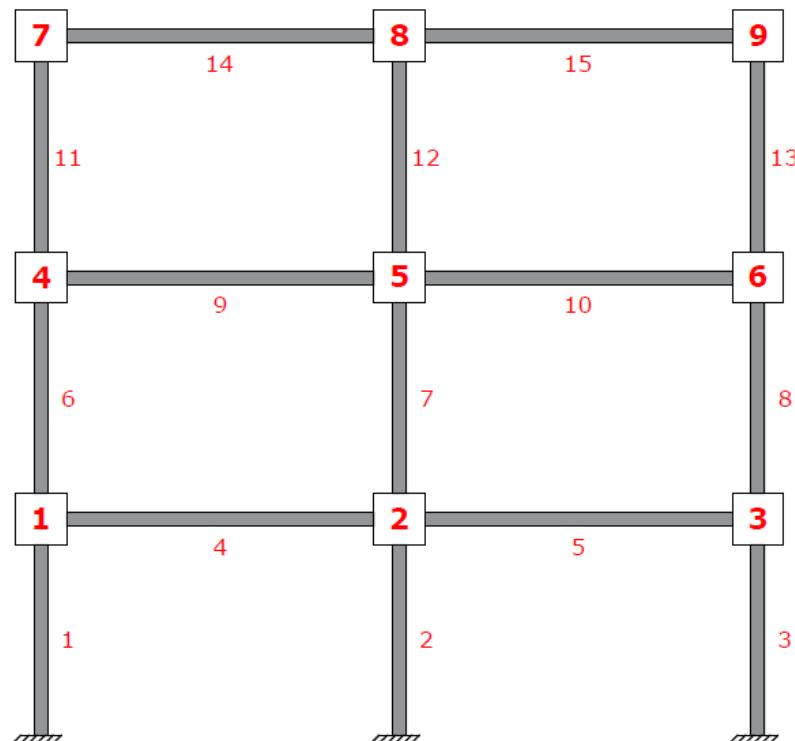
### 3.1.4 Matriz de Rigidez Global do Pórtico Plano

Para montagem da matriz de rigidez global do pórtico plano, utiliza-se um procedimento sistemático que possibilite somar convenientemente as contribuições de rigidez de cada elemento de barra da estrutura, de modo que se obtenha uma

matriz de rigidez que relate esforços e deslocamentos nodais de toda a estrutura. Uma forma de se montar a matriz de rigidez global consiste em estabelecer as condições de equilíbrio das ações em cada nó da estrutura, com relação a cada grau de liberdade do Sistema Global de Coordenadas (SGC), devido às reações elásticas dos elementos que concorrem neste nó, bem como as possíveis ações externas aplicadas diretamente aos nós. Cada equação de equilíbrio resulta em uma linha da matriz de rigidez global, que é simétrica e tem o número de linhas e colunas igual ao número de graus de liberdade da estrutura. Com esta abordagem, deixam-se, automaticamente, fora da matriz, os deslocamentos restringidos pelos apoios. A numeração dos elementos, nós e graus de liberdade da estrutura é arbitrária, permitindo que as linhas e colunas da matriz sejam posicionadas da forma mais conveniente para cada tipo de análise.

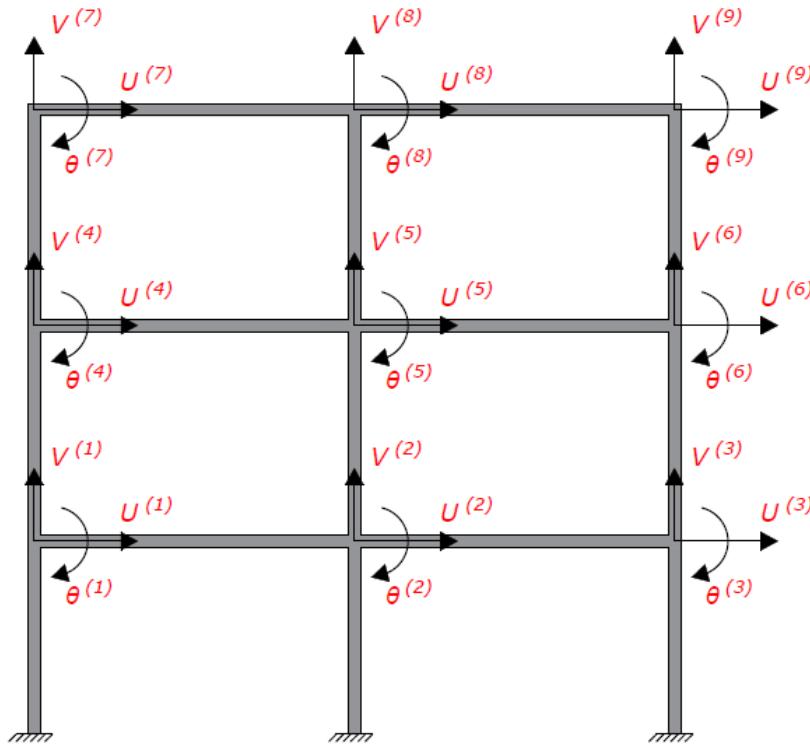
Na Figura 12 é mostrado como exemplo, um pórtico plano com três pavimentos, em que se indica uma numeração arbitrária, sendo os deslocamentos (lineares e angulares) considerados positivos no sentido que estão sendo indicados na Figura 13.

Figura 12 – Pórtico plano de três pavimentos com uma numeração arbitrária de barras e nós.



Fonte: Autor (2018).

Figura 13 – Numeração arbitrária dos graus de liberdade do pórtico da Figura 12.



Fonte: Autor (2018).

Definida a numeração, analisam-se, por exemplo, as ações relacionadas ao nó 1 (Figura 14), de modo a serem obtidas as suas equações de equilíbrio, tendo em vista que não existem cargas externas aplicadas ao nó.

Logo, a expressão de equilíbrio de forças verticais é dada por:

$$N_f^1 + V_i^4 + N_i^6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -r_1 u_i^1 + r_1 u_f^1 + N_f^{F1} + t_4 v_i^4 - b_4 \theta_i^4 - t_4 v_f^4 - b_4 \theta_f^4 + V_i^{F4} + r_6 u_i^6 - r_6 u_f^6 + N_i^{F6} = 0 \quad (11)$$

A expressão de equilíbrio de momentos fletores é dada por:

$$M_f^1 + M_i^4 + M_i^6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -b_1 v_i^1 + a_1 \theta_i^1 + b_1 v_f^1 + k_1 \theta_f^1 + M_f^{F1} - b_4 v_i^4 + k_4 \theta_i^4 + b_4 v_f^4 + a_4 \theta_f^4 + M_i^{F4} - b_6 v_i^6 + k_6 \theta_i^6 + b_6 v_f^6 + a_6 \theta_f^6 + M_i^{F6} = 0 \quad (12)$$

A expressão de equilíbrio de forças horizontais é dada por:

$$V_f^1 - N_i^4 + V_i^6 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -t_1 v_i^1 + b_1 \theta_i^1 + t_1 v_f^1 + b_1 \theta_f^1 + V_f^{F1} - r_4 u_i^4 + r_4 u_f^4 - N_i^{F4} + t_6 v_i^6 - b_6 \theta_i^6 - t_6 v_f^6 - b_6 \theta_f^6 + V_i^{F6} = 0 \quad (13)$$

Passando do SLC para o SGC, e ordenando seus termos, as Equações (11), (12) e (13), ficam respectivamente:

$$(r_1 + t_4 + r_6) V_1 - b_4 \theta_1 - t_4 V_2 - b_4 \theta_2 - r_6 V_4 = -(N_f^{F1} + V_i^{F4} + N_i^{F6}) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} -b_4 V_1 + (k_1 + k_4 + k_6) \theta_1 - (b_1 - b_6) U_1 + b_4 V_2 + a_4 \theta_2 + a_6 \theta_3 - b_6 U_3 = \\ -(M_f^{F1} + M_i^{F4} + M_i^{F6}) \end{aligned} \quad (15)$$

$$-(b_1 - b_6) \theta_1 + (t_1 + r_4 + t_6) U_1 - r_4 U_2 + b_6 \theta_4 - t_6 U_3 = (V_f^{F1} - N_i^{F4} + V_i^{F6}) \quad (16)$$

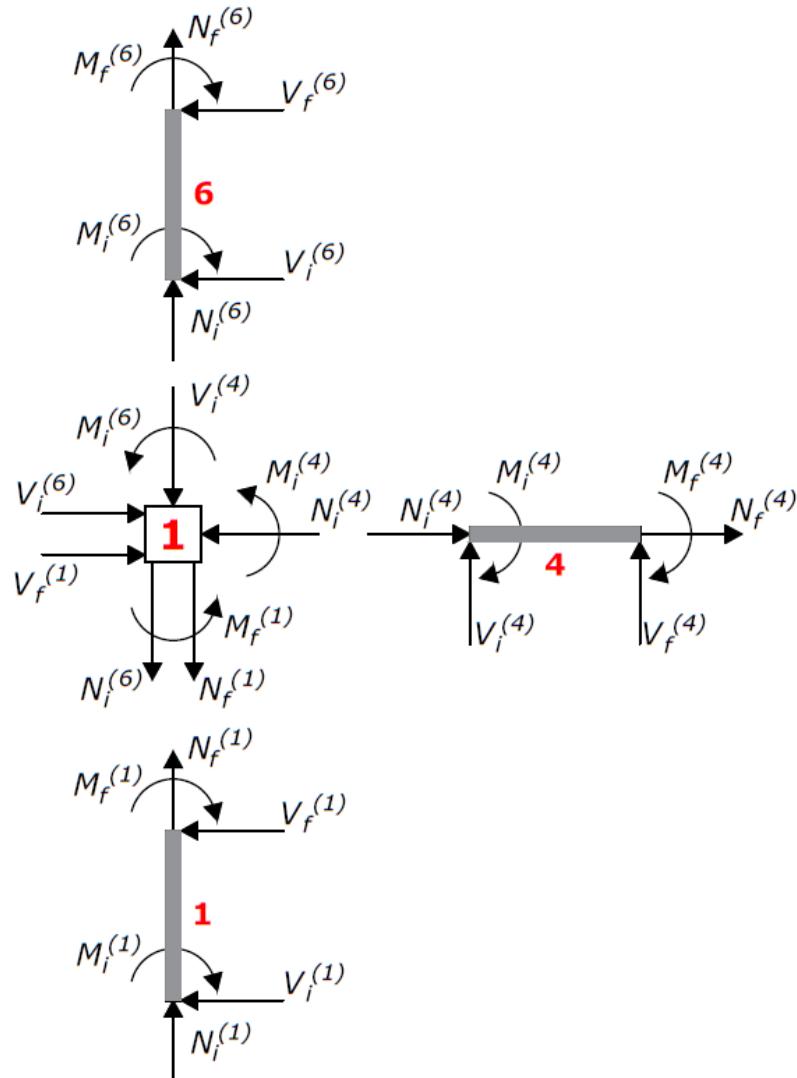
As Equações (14), (15) e (16) podem ser encadeadas para a forma matricial no Sistema Global de Coordenadas (SGC) do pórtico, conforme:

$$\{\mathbf{F}\} = [\mathbf{K}_G]\{\mathbf{D}\} \quad (17)$$

sendo:  $\{\mathbf{F}\}$  é o vetor das forças nodais da estrutura no SGC;  $[\mathbf{K}_G]$  é a matriz de rigidez tangencial da estrutura no SGC; e,  $\{\mathbf{D}\}$  é o vetor de deslocamentos nodais da estrutura no SGC.

Utilizando-se o mesmo procedimento para os demais graus de liberdade da estrutura plana, obtém-se o restante da matriz de rigidez tangencial global da mesma.

Figura 14 – Representação das reações elásticas correspondentes que equilibram o nó 1 do pórtico plano da Figura 12.



Fonte: Autor (2018).

No processo de compilação dos códigos computacionais desenvolvidos, a estrutura é discretizada da seguinte maneira: os elementos são numerados da esquerda para direita, e de baixo para cima, iniciando a numeração pelo elemento 1 (um), até o n-ésimo elemento da estrutura. A mesma configuração é adotada para a numeração dos nós da estrutura, iniciando pelo nó 1 (um), até o i-ésimo nó.

### 3.2 ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS DO AÇO UTILIZADO PARA OS PERFIS

Foi considerado para os perfis laminados utilizados para as vigas e os pilares dos pórticos estudados no item 3.4 deste capítulo, feitos de aço ASTM A572 Gr. 50, cujas propriedades físicas e mecânicas são:

- Módulo de Elasticidade Longitudinal (E): 200.000 MPa;
- Módulo de Elasticidade Transversal (G): 77.000 MPa;
- Resistência de Escoamento a Tração ( $f_y$ ): 345 MPa;
- Resistência de Ruptura a Tração ( $f_u$ ): 450 MPa;

### 3.3 AÇÕES ATUANTES

Para as análises realizadas nos estudos paramétricos dos pórticos descritos no item 3.4 deste trabalho, foi utilizada a planta baixa de um edifício modelo, apresentada no APÊNDICE C, considerando-se a variação do número de pilares e do número de pavimentos.

As cargas permanentes consideradas, atuantes nas lajes do edifício modelo, foram as descritas a seguir:

Tabela 1 – Cargas permanentes nas lajes.

Descrição	Valor
Peso próprio <sup>1</sup> (laje nervurada D = 31 cm)	$g_{1,k} = 4,03 \text{ kN/m}^2$
Revestimento (regularização)	$g_{2,k} = 0,05 \cdot 21 = 1,05 \text{ kN/m}^2$
Piso (acabamento)	$g_{3,k} = 1,00 \text{ kN/m}^2$
<hr/>	
$\sum g_k = 6,08 \text{ kN/m}^2$	

Fonte: Autor (2018).

Em relação às cargas variáveis, foi considerada uma sobrecarga  $q_k = 3 \text{ kN/m}^2$ . De modo simplificado, considerou-se as todas as lajes dos pavimentos tipo, apoiadas nas suas quatro extremidades (Figura 15). Portanto, a área de contribuição da laje nas vigas que a sustentam, calculada através do método das charneiras plásticas, será:

$$A = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16 \text{ m}^2 \quad (18)$$

então, os carregamentos lineares, permanente e variável, respectivamente, aplicados pela laje nas vigas são:

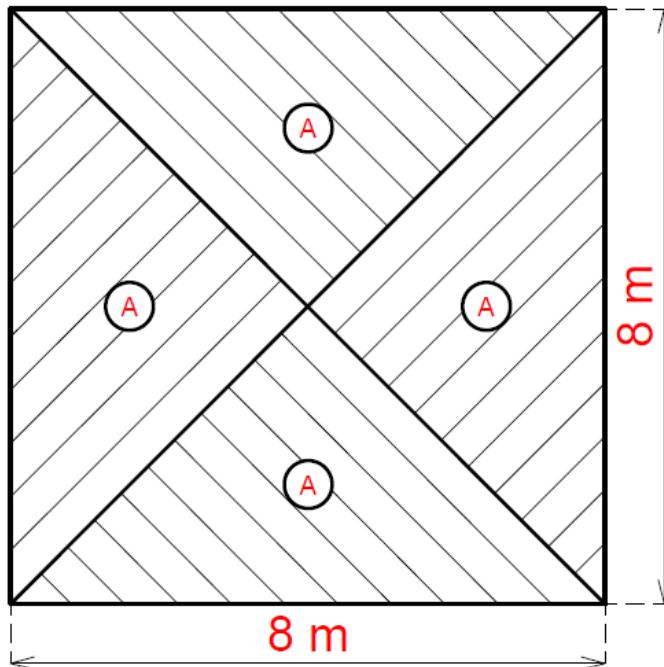
---

<sup>1</sup> O peso próprio das lajes foi retirado de um catálogo da ATEX BRASIL, que encontra-se apresentado no ANEXO A.

$$gw_{1,k} = \frac{6,08 \cdot 16}{8} = 12,16 \text{ kN/m} \quad (19)$$

$$w_{1,q,k} = \frac{3 \cdot 16}{8} = 6,00 \text{ kN/m} \quad (20)$$

Figura 15 – Representação tipo das áreas de influência das lajes.



Fonte: Autor (2018).

As vigas do edifício são de aço, com perfil W 410 x 85, e suportam além das cargas impostas pelas lajes e seu peso próprio, cargas de parede com 20 cm de espessura e 359 cm de altura. Para as vigas centrais do pavimento tipo, por exemplo, o carregamento permanente distribuído, fica:

Tabela 2 – Carregamento permanente distribuído na viga.

Descrição	Valor
Reação das lajes	$gw_{1,k} = 2 \cdot 12,16 = 24,32 \text{ kN/m}$
Parede	$gw_{2,k} = 0,20 \cdot 3,59 \cdot 13 = 9,33 \text{ kN/m}$
Peso próprio (perfil I 410 x 85)	$gw_{3,k} = 0,85 \text{ kN/m}$
$\sum gw_k = 34,50 \text{ kN/m}$	

Fonte: Autor (2018).

Então, o carregamento distribuído de cálculo ( $w_{g,d}$ ) atuante nas vigas centrais, utilizado para calcular os esforços solicitantes de cálculo, fica:

$$gw_d = 1,4 (34,50 + 6,00) = 56,70 \text{ kN/m} \quad (21)$$

Todas as considerações estabelecidas nesse item do trabalho, foram feitas com o propósito de serem adotados, nos estudos paramétricos do item subsequente, carregamentos aproximados aos que atuam nas vigas das edificações reais. Por questões práticas, adotou-se como carregamento distribuído característico e de cálculo nas vigas, para calcular os deslocamentos e esforços solicitantes de cálculo de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem atuantes nos pórticos, respectivamente,  $gw_k = 35,00 \text{ kN/m}$  e  $gw_d = 60,00 \text{ kN/m}$ .

### 3.4 ESTUDO PARAMÉTRICO

O estudo paramétrico desenvolvido neste trabalho consistiu em analisar o comportamento dos esforços e deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, em duas famílias de pórticos planos de aço distintos, com ligações viga-pilar rígidas, via MRD e MAES. Para as estruturas estudadas, foi fixado o número de pilares (pórtico com 4 e 8 pilares) e variou-se o número de pavimentos (pórtico com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos). Ao passo que foi variando o número de pavimentos do pórtico, foram alterados os perfis das suas barras, de modo a enrijecer a estrutura. Na Tabela 3, é mostrado os perfis adotados para as vigas e pilares dos pórticos em cada situação analisada.

Tabela 3 – Perfis estruturais utilizados para vigas e pilares em cada situação analisada.

N° DE PAVIMENTOS	PERFIL	
	PILAR	VIGA
1	CS 250 X 52	W 410 X 85
2	CS 250 X 66	W 410 X 85
4	CS 350 X 135	W 410 X 85
8	CS 450 X 227	W 410 X 85
16	CS 550 X 395	W 410 X 85
32	CS 650 X 525	W 410 X 85

Fonte: Autor (2018).

Durante o desenvolvimento do estudo, foram analisados pórticos com 2, 4, 5, 6 e 8 pilares, entretanto, apenas os pórticos com 4 e 8 pilares terão seus resultados apresentados, visto que esses resultados são suficientes para explicar os objetivos do trabalho. Na Tabela 4, é mostrado um resumo da configuração estrutural dos pórticos planos que serão discutidos no capítulo 4. Foi adotada uma altura de 4 m para o pé direito do pavimento, e para o vão entre pilares uma distância de 8 m.

Tabela 4 – Configuração estrutural dos pórticos planos analisados.

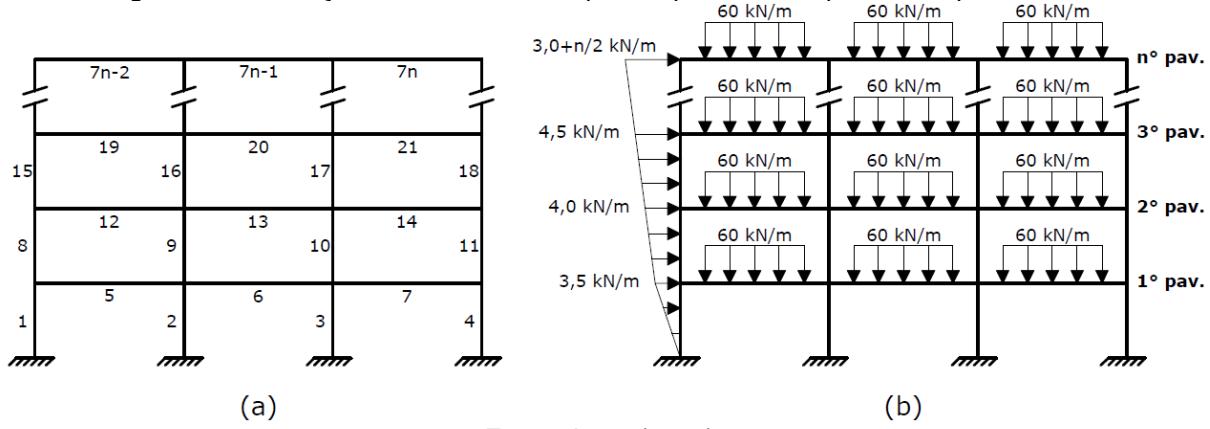
Nº DE PILARES	Nº DE PAVIMENTOS	PERFIL	
		PILAR	VIGA
4	1	CS 250 X 52	W 410 X 85
	2	CS 250 X 66	W 410 X 85
	4	CS 350 X 135	W 410 X 85
	8	CS 450 X 227	W 410 X 85
	16	CS 550 X 395	W 410 X 85
	32	CS 650 X 525	W 410 X 85
8	1	CS 250 X 52	W 410 X 85
	2	CS 250 X 66	W 410 X 85
	4	CS 350 X 135	W 410 X 85
	8	CS 450 X 227	W 410 X 85
	16	CS 550 X 395	W 410 X 85
	32	CS 650 X 525	W 410 X 85

Fonte: Autor (2018).

### 3.4.1 Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 4 pilares

Na Figura 16 encontra-se ilustrado um modelo de pórtico plano com 4 pilares e n pavimentos, que representa justamente a família de pórticos planos estudados com 4 pilares. A ordem adotada para numeração das suas barras é mostrada na (Figura 16a), e o carregamento externo de cálculo usados no cálculo dos esforços solicitantes atuantes na mesma são mostrados na (Figura 16b).

Figura 16 – Ilustração de um modelo de pórtico plano com 4 pilares e n pavimentos.

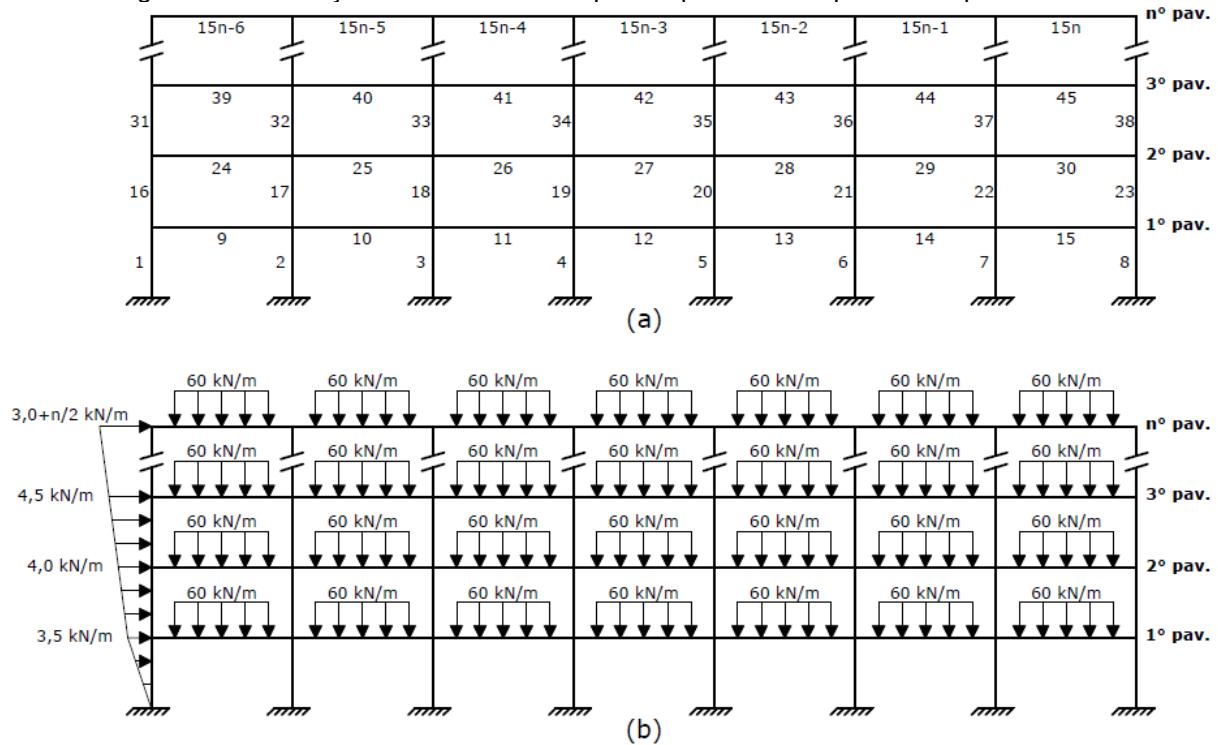


Fonte: Autor (2018).

### 3.4.2 Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 8 pilares

Na Figura 17 encontra-se ilustrado um modelo de pórtico plano com 8 pilares e n pavimentos, que representa justamente a família de pórticos planos estudados com 8 pilares. A ordem adotada para numeração das suas barras é mostrada na (Figura 17a), e o carregamento externo de cálculo usados no cálculo dos esforços solicitantes atuantes na mesma são mostrados na (Figura 17b).

Figura 17 – Ilustração de um modelo de pórtico plano com 8 pilares e n pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 PÓRTICO PLANO DE AÇO COM LIGAÇÕES RÍGIDAS E 4 PILARES

Nos itens 4.1.1, 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4, 4.1.5 e 4.1.6, subsequentes, serão apresentados os resultados obtidos das análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada de 2<sup>a</sup> ordem via MAES, feitas nos pórticos planos de aço com ligações viga-pilar rígidas de 4 pilares.

Nas Tabelas 5, 7, 9, 11, 13 e 15 são mostrados os valores dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral da estrutura e coeficiente amplificador  $B_2$  (por pavimento) para os pórticos com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos, respectivamente. Observa-se que as estruturas ficam classificadas, segundo o grau de deslocabilidade da estrutura, como de pequena deslocabilidade (para os pórticos com 1, 2, 4 e 8 pavimentos), média deslocabilidade (para o pórtico com 16 pavimentos) e grande deslocabilidade (para o pórtico com 32 pavimentos). Já a classificação, segundo o coeficiente amplificador  $B_2$  (adotado pela ABNT NBR 8800:2008 como parâmetro de avaliação das estruturas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais), fica: pequena deslocabilidade (para o pórtico com 1 pavimento), média deslocabilidade (para os pórticos com 2, 4 e 8 pavimentos) e grande deslocabilidade (para os pórticos com 16 e 32 pavimentos).

Nas Figuras 18, 19, 20, 21, 22 e 23 é mostrado o comportamento da estrutura quanto aos deslocamentos laterais ao longo de toda a sua altura, para as análises elásticas em 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem. Vê-se que os pórticos com 1, 2, 4 e 8 pavimentos apresentaram deslocamento horizontal máximo no topo dos pilares inferior ao máximo permitido pela ABNT NBR 8800:2008, enquanto os pórticos com 16 e 32 pavimentos tiveram deslocamento horizontal máximo no topo dos pilares superior ao máximo permitido pela norma.

Nas Tabelas 6, 8, 10, 12, 14 e 16 são mostrados os valores dos esforços solicitantes de cálculo atuantes nas barras do 1º pavimento de cada uma das estruturas estudadas com 4 pilares, após realização das análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada de 2<sup>a</sup> ordem via MAES. Observa-se que os resultados obtidos das análises (rigorosa e aproximada) de 2<sup>a</sup> ordem são muito próximos uns dos outros quando comparados para os pórticos com 1, 2, 4 e 8 pavimentos, o que já era esperado, visto que essas estruturas se deslocaram muito

pouco lateralmente. O pórtico com 16 pavimentos, que teve deslocamento lateral próximo ao dobro permitido pela norma, apresentou coerência nos resultados dos esforços cortante e normal, enquanto os momentos fletores atuantes nas suas barras apresentaram diferença nos seus resultados inferiores a 10% para as análises (rigorosa e aproximada) de 2<sup>a</sup> ordem. Já o pórtico com 32 pavimentos, que teve deslocamento lateral de 2<sup>a</sup> ordem superior a sete vezes o permitido pela norma, apresentou discrepância em todos os resultados.

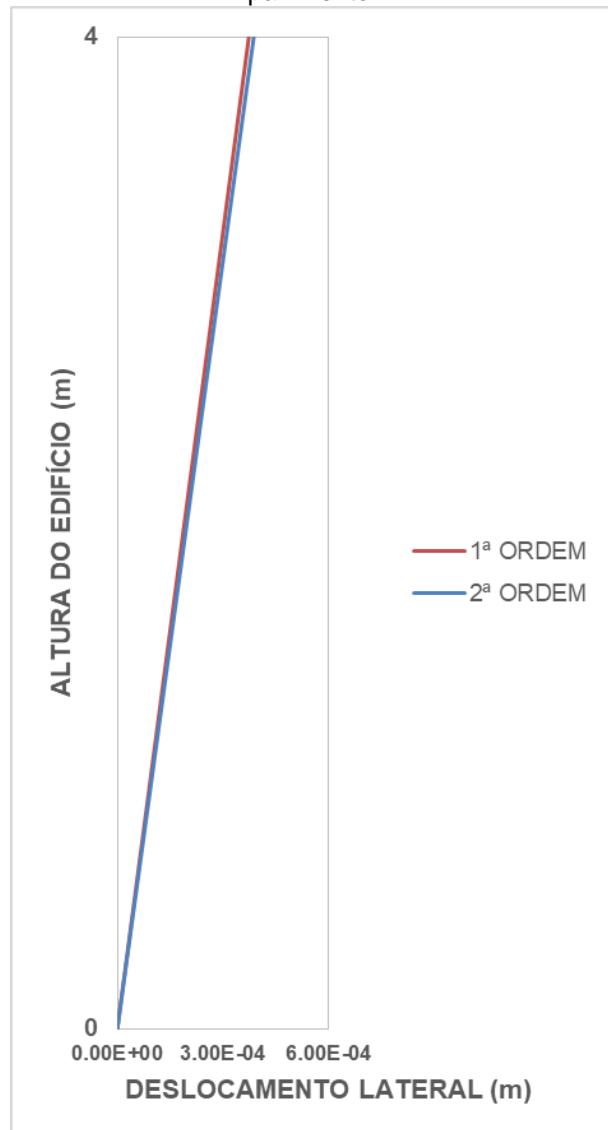
#### 4.1.1 1 Pavimento

Tabela 5 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador  $B_2$ , obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 1 pavimento.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b>B2</b>
0	0.00E+00	0.00E+00	-	-
1	3.74E-04	3.88E-04	1.0380	1.0503
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.0380	1.0503

Fonte: Autor (2018).

Figura 18 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 4 pilares e 1 pavimento.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 6 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 1 pavimento.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem				
				MRD	MAES					MRD	MAES			
1	inicial	N	-2.099E+02	-2.098E+02	-2.099E+02	2	inicial	N	-5.156E+02	-5.157E+02	-5.156E+02			
		V	-3.756E+01	-3.758E+01	-3.756E+01			V	1.101E+01	1.100E+01	1.101E+01			
		M	4.747E+01	4.783E+01	4.851E+01			M	-1.518E+01	-1.554E+01	-1.525E+01			
	final	N	-2.070E+02	-2.069E+02	-2.070E+02		final	N	-5.127E+02	-5.128E+02	-5.127E+02			
		V	-4.456E+01	-4.458E+01	-4.456E+01			V	1.101E+01	1.100E+01	1.101E+01			
		M	-1.121E+02	-1.117E+02	-1.146E+02			M	2.888E+01	2.878E+01	2.894E+01			
<hr/>														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
3	inicial	N	-5.157E+02	-5.157E+02	-5.157E+02	4	inicial	N	-2.104E+02	-2.104E+02	-2.104E+02			
		V	-8.607E+00	-8.633E+00	-8.607E+00			V	4.216E+01	4.221E+01	4.216E+01			
		M	1.016E+01	1.033E+01	1.009E+01			M	-5.448E+01	-5.504E+01	-5.455E+01			
	final	N	-5.128E+02	-5.128E+02	-5.128E+02		final	N	-2.075E+02	-2.075E+02	-2.075E+02			
		V	-8.607E+00	-8.633E+00	-8.607E+00			V	4.216E+01	4.221E+01	4.216E+01			
		M	-2.427E+01	-2.397E+01	-2.420E+01			M	1.141E+02	1.139E+02	1.142E+02			
<hr/>														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
5	inicial	N	-4.456E+01	-4.458E+01	-4.454E+01	6	inicial	N	-3.355E+01	-3.358E+01	-3.349E+01			
		V	2.070E+02	2.069E+02	2.070E+02			V	2.397E+02	2.397E+02	2.397E+02			
		M	-1.121E+02	-1.117E+02	-1.126E+02			M	-3.474E+02	-3.476E+02	-3.486E+02			
	final	N	-4.456E+01	-4.458E+01	-4.454E+01		final	N	-3.355E+01	-3.358E+01	-3.349E+01			
		V	-2.730E+02	-2.731E+02	-2.730E+02			V	-2.403E+02	-2.403E+02	-2.403E+02			
		M	-3.763E+02	-3.764E+02	-3.780E+02			M	-3.498E+02	-3.501E+02	-3.510E+02			
<hr/>														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
7	inicial	N	-4.216E+01	-4.221E+01	-4.206E+01	LEGENDA	inicial	<u>LEGENDA</u>						
		V	2.725E+02	2.725E+02	2.725E+02			Esforço Normal (N) [kN]						
		M	-3.741E+02	-3.741E+02	-3.757E+02			Esforço Cortante (V) [kN]						
	final	N	-4.216E+01	-4.221E+01	-4.206E+01			Momento Fletor (M) [kN·m]						
		V	-2.075E+02	-2.075E+02	-2.075E+02									
		M	-1.141E+02	-1.139E+02	-1.147E+02									

Fonte: Autor (2018).

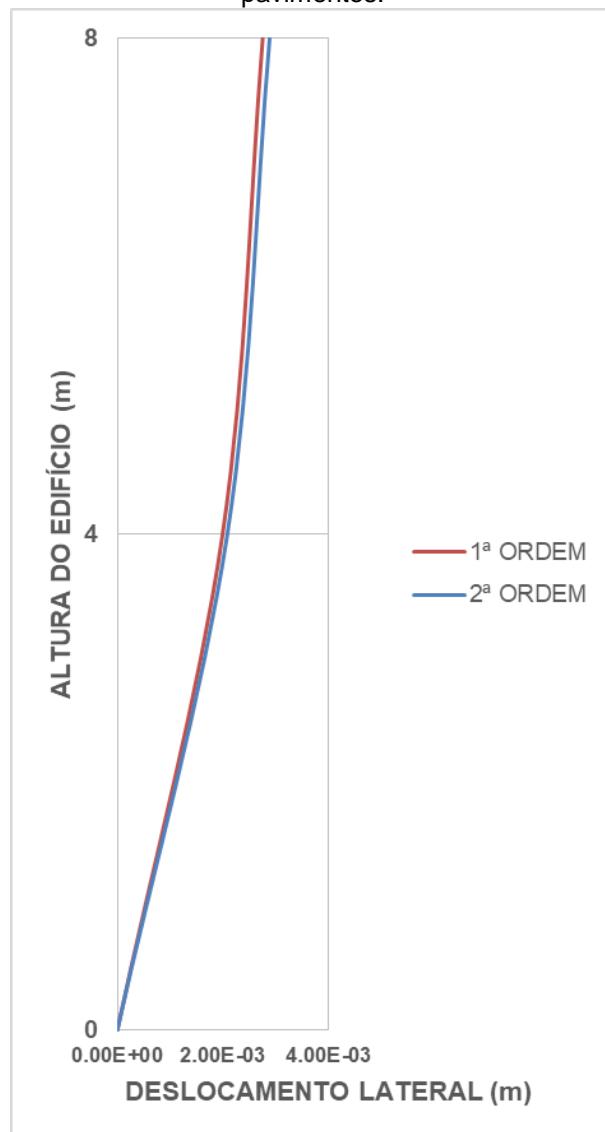
#### 4.1.2 2 Pavimentos

Tabela 7 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B<sub>2</sub>, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 2 pavimentos.

PAVIMENTO	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	B2
0	0.00E+00	0.00E+00	-	-
1	0.0020	0.0021	1.0450	1.0856
2	0.0028	0.0029	1.0480	1.1083
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.0480	1.1083

Fonte: Autor (2018).

Figura 19 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 4 pilares e 2 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 8 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 2 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem	
				MRD	MAES					MRD	MAES
1	inicial	N	-4.385E+02	-4.382E+02	-4.383E+02	2	inicial	N	-1.014E+03	-1.014E+03	-1.014E+03
		V	-2.231E+01	-2.208E+01	-2.231E+01			V	8.849E+00	8.708E+00	8.849E+00
		M	2.502E+01	2.463E+01	2.553E+01			M	-1.577E+01	-1.665E+01	-1.711E+01
	final	N	-4.348E+02	-4.345E+02	-4.346E+02		final	N	-1.010E+03	-1.011E+03	-1.010E+03
		V	-2.931E+01	-2.908E+01	-2.931E+01			V	8.849E+00	8.708E+00	8.849E+00
		M	-7.353E+01	-7.219E+01	-7.646E+01			M	1.963E+01	2.021E+01	2.084E+01
3	inicial	N	-1.013E+03	-1.013E+03	-1.013E+03	4	inicial	N	-4.443E+02	-4.444E+02	-4.445E+02
		V	2.033E+00	1.897E+00	2.033E+00			V	3.343E+01	3.347E+01	3.343E+01
		M	-7.311E+00	-7.946E+00	-8.682E+00			M	-4.765E+01	-4.883E+01	-4.896E+01
	final	N	-1.009E+03	-1.009E+03	-1.009E+03		final	N	-4.406E+02	-4.407E+02	-4.408E+02
		V	2.033E+00	1.897E+00	2.033E+00			V	3.343E+01	3.347E+01	3.343E+01
		M	8.194E-01	1.765E+00	2.061E+00			M	8.605E+01	8.605E+01	8.712E+01
5	inicial	N	3.137E+01	3.167E+01	3.189E+01	6	inicial	N	2.569E+01	2.584E+01	2.675E+01
		V	2.185E+02	2.182E+02	2.185E+02			V	2.385E+02	2.383E+02	2.385E+02
		M	-1.951E+02	-1.939E+02	-1.941E+02			M	-3.222E+02	-3.219E+02	-3.216E+02
	final	N	3.137E+01	3.167E+01	3.189E+01		final	N	2.569E+01	2.584E+01	2.675E+01
		V	-2.615E+02	-2.618E+02	-2.615E+02			V	-2.415E+02	-2.417E+02	-2.415E+02
		M	-3.672E+02	-3.679E+02	-3.680E+02			M	-3.346E+02	-3.352E+02	-3.352E+02
7	inicial	N	3.762E+01	3.767E+01	3.923E+01		<b>LEGENDA</b>				
		V	2.568E+02	2.567E+02	2.568E+02		Esforço Normal (N) [kN]				
		M	-3.507E+02	-3.502E+02	-3.499E+02		Esforço Cortante (V) [kN]				
	final	N	3.762E+01	3.767E+01	3.923E+01		Momento Fletor (M) [kN·m]				
		V	-2.232E+02	-2.233E+02	-2.232E+02						
		M	-2.163E+02	-2.166E+02	-2.172E+02						

Fonte: Autor (2018).

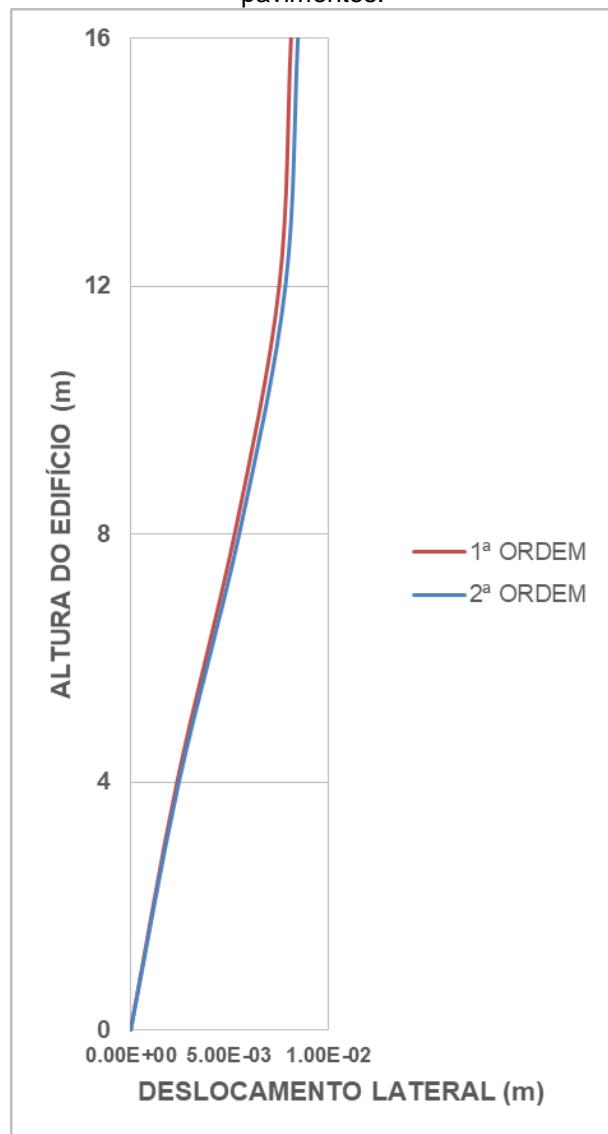
#### 4.1.3 4 Pavimentos

Tabela 9 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B<sub>2</sub>, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 4 pavimentos.

PAVIMENTO	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	B2
0	0.00E+00	0.00E+00	-	-
1	0.0023	0.0024	1.0410	1.0720
2	0.0053	0.0055	1.0440	1.1063
3	0.0075	0.0078	1.0420	1.0577
4	0.0081	0.0085	1.0430	0.9759
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.0440	1.1063

Fonte: Autor (2018).

Figura 20 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 4 pilares e 4 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 10 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 4 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem				
				MRD	MAES					MRD	MAES			
1	inicial	N	-9.450E+02	-9.437E+02	-9.436E+02	2	inicial	N	-1.980E+03	-1.981E+03	-1.980E+03			
		V	-2.940E+01	-2.917E+01	-2.940E+01			V	1.738E+01	1.720E+01	1.738E+01			
		M	1.478E+01	1.286E+01	1.257E+01			M	-4.294E+01	-4.539E+01	-4.686E+01			
	final	N	-9.374E+02	-9.362E+02	-9.360E+02		final	N	-1.973E+03	-1.973E+03	-1.973E+03			
		V	-3.640E+01	-3.617E+01	-3.640E+01			V	1.738E+01	1.720E+01	1.738E+01			
		M	-1.121E+02	-1.110E+02	-1.140E+02			M	2.658E+01	2.815E+01	2.870E+01			
<hr/>														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
3	inicial	N	-1.977E+03	-1.977E+03	-1.977E+03	4	inicial	N	-9.783E+02	-9.794E+02	-9.796E+02			
		V	1.395E+01	1.369E+01	1.395E+01			V	5.607E+01	5.627E+01	5.607E+01			
		M	-3.966E+01	-4.198E+01	-4.367E+01			M	-9.127E+01	-9.408E+01	-9.505E+01			
	final	N	-1.970E+03	-1.970E+03	-1.970E+03		final	N	-9.707E+02	-9.718E+02	-9.721E+02			
		V	1.395E+01	1.369E+01	1.395E+01			V	5.607E+01	5.627E+01	5.607E+01			
		M	1.612E+01	1.769E+01	1.832E+01			M	1.330E+02	1.335E+02	1.345E+02			
<hr/>														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
5	inicial	N	2.375E+01	2.392E+01	2.429E+01	6	inicial	N	2.321E+01	2.332E+01	2.412E+01			
		V	2.260E+02	2.255E+02	2.260E+02			V	2.342E+02	2.338E+02	2.342E+02			
		M	-2.488E+02	-2.465E+02	-2.464E+02			M	-2.984E+02	-2.967E+02	-2.963E+02			
	final	N	2.375E+01	2.392E+01	2.429E+01		final	N	2.321E+01	2.332E+01	2.412E+01			
		V	-2.540E+02	-2.545E+02	-2.540E+02			V	-2.458E+02	-2.462E+02	-2.458E+02			
		M	-3.607E+02	-3.627E+02	-3.630E+02			M	-3.445E+02	-3.462E+02	-3.465E+02			
<hr/>														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
Barra														
2 <sup>a</sup> Ordem														
7	inicial	N	2.744E+01	2.740E+01	2.879E+01	LEGENDA		<u>LEGENDA</u>						
		V	2.410E+02	2.405E+02	2.410E+02			Esforço Normal (N) [kN]						
		M	-3.108E+02	-3.090E+02	-3.086E+02			Esforço Cortante (V) [kN]						
	final	N	2.744E+01	2.740E+01	2.879E+01			Momento Fletor (M) [kN·m]						
		V	-2.390E+02	-2.395E+02	-2.390E+02									
		M	-3.031E+02	-3.050E+02	-3.055E+02									

Fonte: Autor (2018).

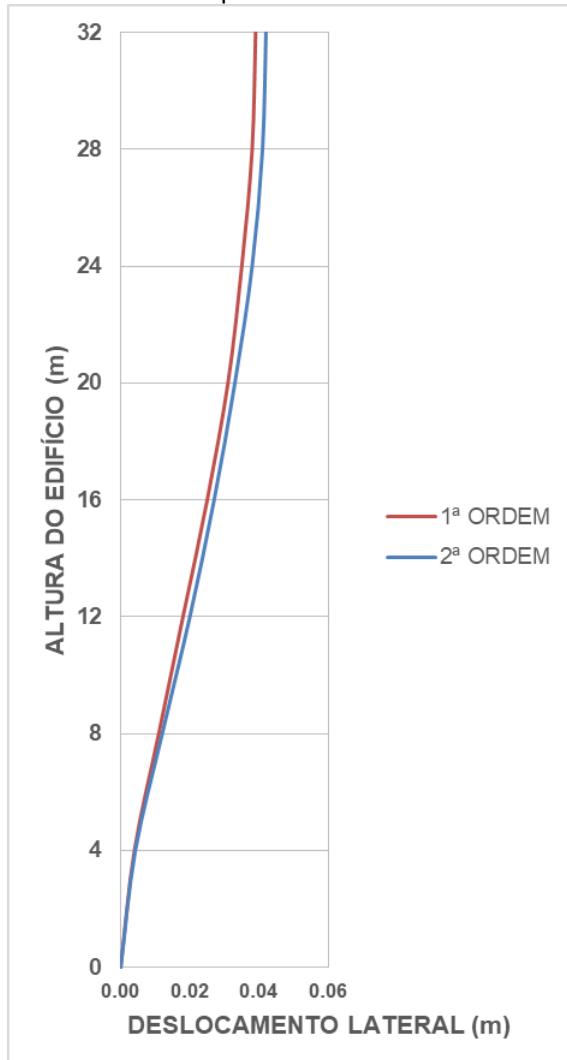
#### 4.1.4 8 Pavimentos

Tabela 11 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B<sub>2</sub>, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 8 pavimentos.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b>B2</b>
0	0.00E+00	0.00E+00	-	-
1	0.0040	0.0042	1.0650	1.0927
2	0.0110	0.0120	1.0750	1.1860
3	0.0180	0.0200	1.0770	1.1784
4	0.0250	0.0270	1.0760	1.1578
5	0.0310	0.0330	1.0740	1.1259
6	0.0350	0.0380	1.0720	1.0964
7	0.0380	0.0410	1.0700	1.0491
8	0.0390	0.0420	1.0690	0.9742
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.0770	1.1860

Fonte: Autor (2018).

Figura 21 – Gráfico de deslocamento lateral versus altura, do pórtico plano com 4 pilares e 8 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 12 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 8 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem	
				MRD	MAES					MRD	MAES
1	inicial	N	-1.936E+03	-1.924E+03	-1.924E+03	2	inicial	N	-3.934E+03	-3.934E+03	-3.934E+03
		V	-1.392E+01	-1.319E+01	-1.392E+01			V	4.153E+01	4.097E+01	4.153E+01
		M	-8.807E+01	-1.025E+02	-1.044E+02			M	-1.527E+02	-1.675E+02	-1.713E+02
	final	N	-1.923E+03	-1.911E+03	-1.912E+03			N	-3.921E+03	-3.922E+03	-3.921E+03
		V	-2.092E+01	-2.019E+01	-2.092E+01			V	4.153E+01	4.097E+01	4.153E+01
		M	-1.531E+02	-1.565E+02	-1.566E+02			M	1.346E+01	1.341E+01	1.552E+01
3	inicial	N	-3.929E+03	-3.929E+03	-3.929E+03	4	inicial	N	-2.128E+03	-2.140E+03	-2.139E+03
		V	4.282E+01	4.217E+01	4.282E+01			V	8.357E+01	8.405E+01	8.357E+01
		M	-1.564E+02	-1.712E+02	-1.753E+02			M	-2.039E+02	-2.191E+02	-2.222E+02
	final	N	-3.917E+03	-3.916E+03	-3.916E+03			N	-2.115E+03	-2.127E+03	-2.127E+03
		V	4.282E+01	4.217E+01	4.282E+01			V	8.357E+01	8.405E+01	8.357E+01
		M	1.492E+01	1.483E+01	1.721E+01			M	1.303E+02	1.266E+02	1.302E+02
5	inicial	N	2.549E+01	2.559E+01	2.657E+01	6	inicial	N	2.255E+01	2.269E+01	2.386E+01
		V	2.225E+02	2.205E+02	2.225E+02			V	2.255E+02	2.235E+02	2.255E+02
		M	-2.431E+02	-2.348E+02	-2.358E+02			M	-2.620E+02	-2.543E+02	-2.551E+02
	final	N	2.549E+01	2.559E+01	2.657E+01			N	2.255E+01	2.269E+01	2.386E+01
		V	-2.575E+02	-2.595E+02	-2.575E+02			V	-2.545E+02	-2.565E+02	-2.545E+02
		M	-3.829E+02	-3.909E+02	-3.900E+02			M	-3.783E+02	-3.860E+02	-3.852E+02
7	inicial	N	2.312E+01	2.312E+01	2.486E+01		<b>LEGENDA</b>				
		V	2.271E+02	2.251E+02	2.271E+02		Esforço Normal (N) [kN]				
		M	-2.635E+02	-2.556E+02	-2.564E+02		Esforço Cortante (V) [kN]				
	final	N	2.312E+01	2.312E+01	2.486E+01		Momento Fletor (M) [kN·m]				
		V	-2.529E+02	-2.549E+02	-2.529E+02						
		M	-3.668E+02	-3.749E+02	-3.741E+02						

Fonte: Autor (2018).

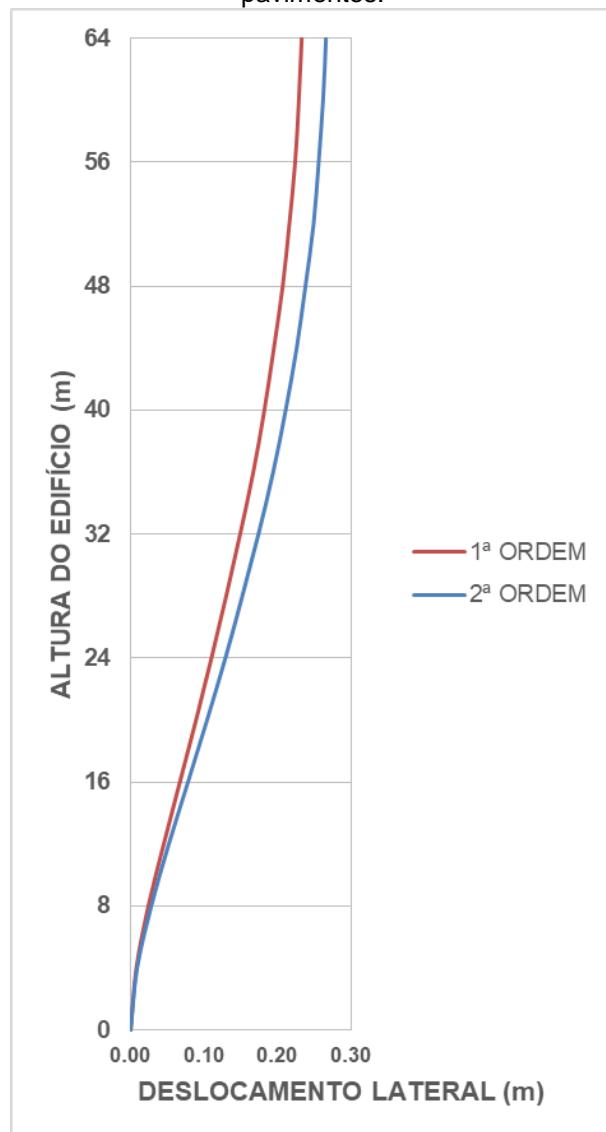
#### 4.1.5 16 Pavimentos

Tabela 13 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador  $B_2$ , obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 16 pavimentos.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b>B2</b>
0	0.00E+00	0.00E+00	-	-
1	0.0077	0.0087	1.1290	1.1320
2	0.0240	0.0280	1.1490	1.3338
3	0.0450	0.0520	1.1600	1.4177
4	0.0670	0.0780	1.1660	1.4430
5	0.0890	0.1040	1.1690	1.4286
6	0.1100	0.1290	1.1690	1.3955
7	0.1300	0.1520	1.1680	1.3550
8	0.1490	0.1740	1.1650	1.3127
9	0.1670	0.1940	1.1620	1.2710
10	0.1820	0.2110	1.1580	1.2312
11	0.1950	0.2260	1.1550	1.1937
12	0.2070	0.2380	1.1510	1.1590
13	0.2160	0.2490	1.1490	1.1269
14	0.2240	0.2560	1.1460	1.0968
15	0.2290	0.2620	1.1440	1.0567
16	0.2330	0.2660	1.1430	0.9338
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.1690	1.4430

Fonte: Autor (2018).

Figura 22 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 4 pilares e 16 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 14 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 16 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem	
				MRD	MAES					MRD	MAES
1	inicial	N	-3.743E+03	-3.580E+03	-3.642E+03	2	inicial	N	-7.876E+03	-7.873E+03	-7.874E+03
		V	4.911E+01	5.316E+01	4.911E+01			V	1.174E+02	1.154E+02	1.174E+02
		M	-5.908E+02	-7.353E+02	-7.001E+02			M	-6.612E+02	-8.037E+02	-7.752E+02
	final	N	-3.721E+03	-3.558E+03	-3.619E+03		final	N	-7.854E+03	-7.851E+03	-7.852E+03
		V	4.211E+01	4.616E+01	4.211E+01			V	1.174E+02	1.154E+02	1.174E+02
		M	-4.036E+02	-4.966E+02	-4.472E+02			M	-1.916E+02	-2.668E+02	-2.228E+02
3	inicial	N	-7.899E+03	-7.902E+03	-7.901E+03	4	inicial	N	-4.938E+03	-5.100E+03	-5.039E+03
		V	1.223E+02	1.199E+02	1.223E+02			V	1.532E+02	1.535E+02	1.532E+02
		M	-6.706E+02	-8.127E+02	-7.854E+02			M	-7.024E+02	-8.446E+02	-8.151E+02
	final	N	-7.877E+03	-7.880E+03	-7.879E+03		final	N	-4.916E+03	-5.078E+03	-5.017E+03
		V	1.223E+02	1.199E+02	1.223E+02			V	1.532E+02	1.535E+02	1.532E+02
		M	-1.815E+02	-2.569E+02	-2.120E+02			M	-8.968E+01	-1.827E+02	-1.289E+02
5	inicial	N	2.898E+01	2.752E+01	3.160E+01	6	inicial	N	1.852E+01	1.772E+01	2.030E+01
		V	2.059E+02	1.963E+02	2.059E+02			V	2.062E+02	1.968E+02	2.062E+02
		M	-1.797E+02	-1.413E+02	-1.562E+02			M	-1.850E+02	-1.474E+02	-1.620E+02
	final	N	2.898E+01	2.752E+01	3.160E+01		final	N	1.852E+01	1.772E+01	2.030E+01
		V	-2.741E+02	-2.837E+02	-2.741E+02			V	-2.738E+02	-2.832E+02	-2.738E+02
		M	-4.528E+02	-4.906E+02	-4.759E+02			M	-4.550E+02	-4.926E+02	-4.780E+02
7	inicial	N	1.287E+01	1.234E+01	1.437E+01		<b>LEGENDA</b>				
		V	2.058E+02	1.963E+02	2.058E+02		Esforço Normal (N) [kN]				
		M	-1.814E+02	-1.436E+02	-1.582E+02		Esforço Cortante (V) [kN]				
	final	N	1.287E+01	1.234E+01	1.437E+01		Momento Fletor (M) [kN·m]				
		V	-2.742E+02	-2.837E+02	-2.742E+02						
		M	-4.553E+02	-4.936E+02	-4.788E+02						

Fonte: Autor (2018).

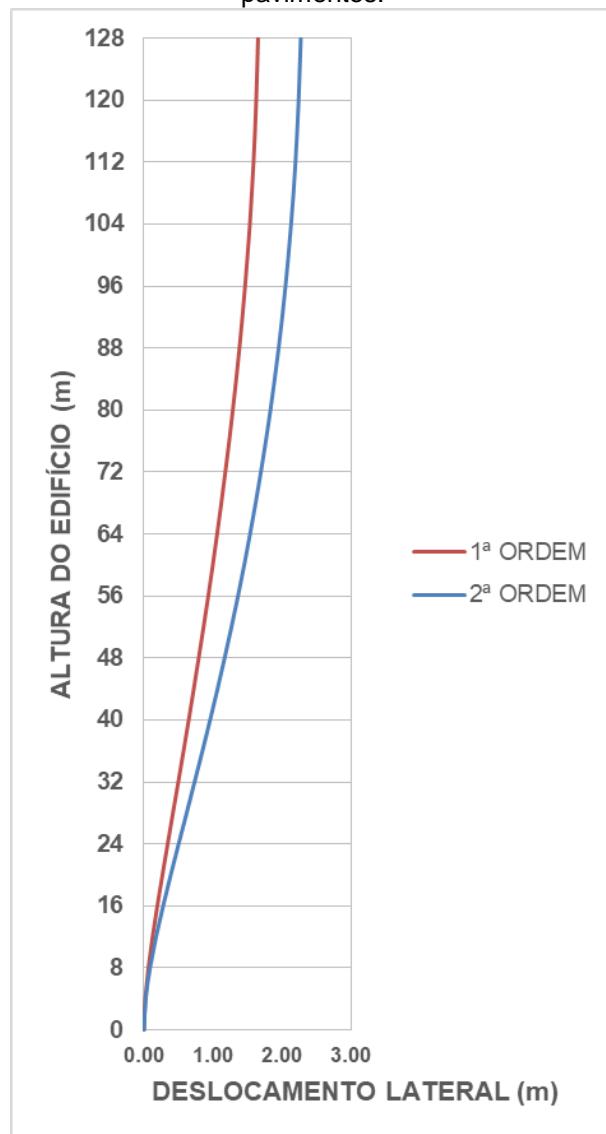
#### 4.1.6 32 Pavimentos

Tabela 15 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador  $B_2$ , obtidos por pavimento, do pórtico plano com 4 pilares e 32 pavimentos.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b>B2</b>
0	0.00E+00	0.00E+00	-	-
1	0.0190	0.0250	1.3250	1.2246
2	0.0640	0.0880	1.3740	1.7498
3	0.1240	0.1750	1.4080	2.2561
4	0.1930	0.2770	1.4330	2.6632
5	0.2670	0.3870	1.4510	2.8965
6	0.3430	0.5020	1.4640	2.9665
7	0.4200	0.6180	1.4720	2.9228
8	0.4970	0.7330	1.4770	2.8171
9	0.5730	0.8470	1.4790	2.6850
10	0.6480	0.9580	1.4780	2.5464
11	0.7210	1.0650	1.4760	2.4114
12	0.7930	1.1680	1.4720	2.2843
13	0.8630	1.2670	1.4680	2.1666
14	0.9310	1.3620	1.4620	2.0585
15	0.9970	1.4520	1.4560	1.9594
16	1.0600	1.5370	1.4500	1.8685
17	1.1210	1.6180	1.4430	1.7851
18	1.1790	1.6940	1.4360	1.7084
19	1.2350	1.7660	1.4300	1.6377
20	1.2870	1.8320	1.4230	1.5724
21	1.3370	1.8940	1.4170	1.5119
22	1.3830	1.9510	1.4110	1.4559
23	1.4260	2.0030	1.4050	1.4039
24	1.4650	2.0510	1.4000	1.3556
25	1.5010	2.0940	1.3950	1.3108
26	1.5340	2.1320	1.3900	1.2694
27	1.5620	2.1660	1.3860	1.2315
28	1.5870	2.1950	1.3830	1.1972
29	1.6090	2.2200	1.3800	1.1656
30	1.6270	2.2410	1.3770	1.1359
31	1.6410	2.2580	1.3760	1.0953
32	1.6540	2.2730	1.3740	0.8234
<b>VALOR MÁXIMO</b>		1.4790	2.9665	

Fonte: Autor (2018).

Figura 23 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 4 pilares e 32 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 16 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 4 pilares e 32 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem	2 <sup>a</sup> Ordem		
				MRD	MAES					MRD	MAES	
1	inicial	N	-5.344E+03	-1.630E+03	-4.125E+03	2	inicial	N	-1.517E+04	-1.493E+04	-1.507E+04	
		V	2.657E+02	3.238E+02	2.657E+02			V	3.749E+02	3.756E+02	3.749E+02	
		M	-2.666E+03	-4.718E+03	-3.477E+03			M	-2.793E+03	-4.804E+03	-3.626E+03	
	final	N	-5.314E+03	-1.600E+03	-4.096E+03		final	N	-1.514E+04	-1.490E+04	-1.504E+04	
		V	2.587E+02	3.168E+02	2.587E+02			V	3.749E+02	3.756E+02	3.749E+02	
		M	-1.613E+03	-3.249E+03	-2.044E+03			M	-1.293E+03	-2.778E+03	-1.675E+03	
<hr/>												
3	inicial	N	-1.579E+04	-1.603E+04	-1.589E+04	4	inicial	N	-1.354E+04	-1.725E+04	-1.476E+04	
		V	3.825E+02	3.682E+02	3.825E+02			V	3.789E+02	3.345E+02	3.789E+02	
		M	-2.807E+03	-4.790E+03	-3.642E+03			M	-2.799E+03	-4.728E+03	-3.618E+03	
	final	N	-1.576E+04	-1.600E+04	-1.586E+04		final	N	-1.351E+04	-1.722E+04	-1.473E+04	
		V	3.825E+02	3.682E+02	3.825E+02			V	3.789E+02	3.345E+02	3.789E+02	
		M	-1.277E+03	-2.772E+03	-1.657E+03			M	-1.283E+03	-2.926E+03	-1.708E+03	
<hr/>												
5	inicial	N	4.403E+01	9.602E+00	5.394E+01	6	inicial	N	1.439E+01	-1.928E+01	1.701E+01	
		V	1.502E+02	6.851E+01	1.502E+02			V	1.484E+02	6.662E+01	1.484E+02	
		M	4.227E+01	3.704E+02	1.512E+02			M	4.650E+01	3.737E+02	1.555E+02	
	final	N	4.403E+01	9.602E+00	5.394E+01		final	N	1.439E+01	-1.928E+01	1.701E+01	
		V	-3.298E+02	-4.115E+02	-3.298E+02			V	-3.316E+02	-4.134E+02	-3.316E+02	
		M	-6.764E+02	-1.002E+03	-7.845E+02			M	-6.864E+02	-1.013E+03	-7.954E+02	
<hr/>												
7	inicial	N	-1.009E+01	-4.567E+01	-1.343E+01	LEGENDA						
		V	1.472E+02	6.607E+01	1.472E+02							
		M	5.123E+01	3.746E+02	1.591E+02							
	final	N	-1.009E+01	-4.567E+01	-1.343E+01							
		V	-3.328E+02	-4.139E+02	-3.328E+02							
		M	-6.912E+02	-1.017E+03	-8.007E+02							

Fonte: Autor (2018).

## 4.2 PÓRTICO PLANO DE AÇO COM LIGAÇÕES RÍGIDAS E 8 PILARES

Nos itens 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4, 4.2.5 e 4.2.6, subsequentes, serão apresentados os resultados obtidos das análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada de 2<sup>a</sup> ordem via MAES, feitas nos pórticos planos de aço com ligações viga-pilar rígidas de 8 pilares.

Nas Tabelas 17, 19, 21, 23, 25 e 27 são mostrados os valores dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral da estrutura e coeficiente amplificador  $B_2$  (por pavimento) para os pórticos com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos, respectivamente. Observa-se que as estruturas ficam classificadas, segundo o grau de deslocabilidade da estrutura, como de pequena deslocabilidade (para os pórticos com 1, 2, 4 e 8 pavimentos), média deslocabilidade (para o pórtico

com 16 pavimentos) e grande deslocabilidade (para o pórtico com 32 pavimentos). Já a classificação, segundo o coeficiente amplificador  $B_2$  (adotado pela ABNT NBR 8800:2008 como parâmetro de avaliação das estruturas quanto à sensibilidade a deslocamentos laterais), fica: pequena deslocabilidade (para o pórtico com 1 pavimento), média deslocabilidade (para os pórticos com 2, 4 e 8 pavimentos) e grande deslocabilidade (para os pórticos com 16 e 32 pavimentos).

Nas Figuras 24, 25, 26, 27, 28 e 29 é mostrado o comportamento da estrutura quanto aos deslocamentos laterais ao longo de toda a sua altura, para as análises elásticas em 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem. Vê-se que os pórticos com 1, 2, 4, 8 e 16 pavimentos apresentaram deslocamento horizontal máximo no topo dos pilares inferior ao máximo permitido pela ABNT NBR 8800:2008, enquanto o pórtico com 32 pavimentos teve deslocamento horizontal máximo no topo dos pilares superior ao máximo permitido pela norma.

Nas Tabelas 18, 20, 22, 24, 26 e 28 são mostrados os valores dos esforços solicitantes de cálculo atuantes nas barras do 1º pavimento de cada uma das estruturas estudadas com 8 pilares, após realização das análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada de 2<sup>a</sup> ordem via MAES.

Observa-se que os resultados obtidos das análises (rigorosa e aproximada) de 2<sup>a</sup> ordem são muito próximos uns dos outros, chegando algumas vezes os valores da análise elástica aproximada apresentar valores superiores aos da análise rigorosa, quando comparados para os pórticos com 1, 2, 4, 8 e 16 pavimentos, o que já era esperado, visto que essas estruturas se deslocaram muito pouco lateralmente. O pórtico com 32 pavimentos, que teve deslocamento lateral de 2<sup>a</sup> ordem superior a três vezes o permitido pela norma, apresentou discrepância em todos os resultados, como visto também no pórtico com 4 pilares e 32 pavimentos analisado no item 4.1.6 desse trabalho.

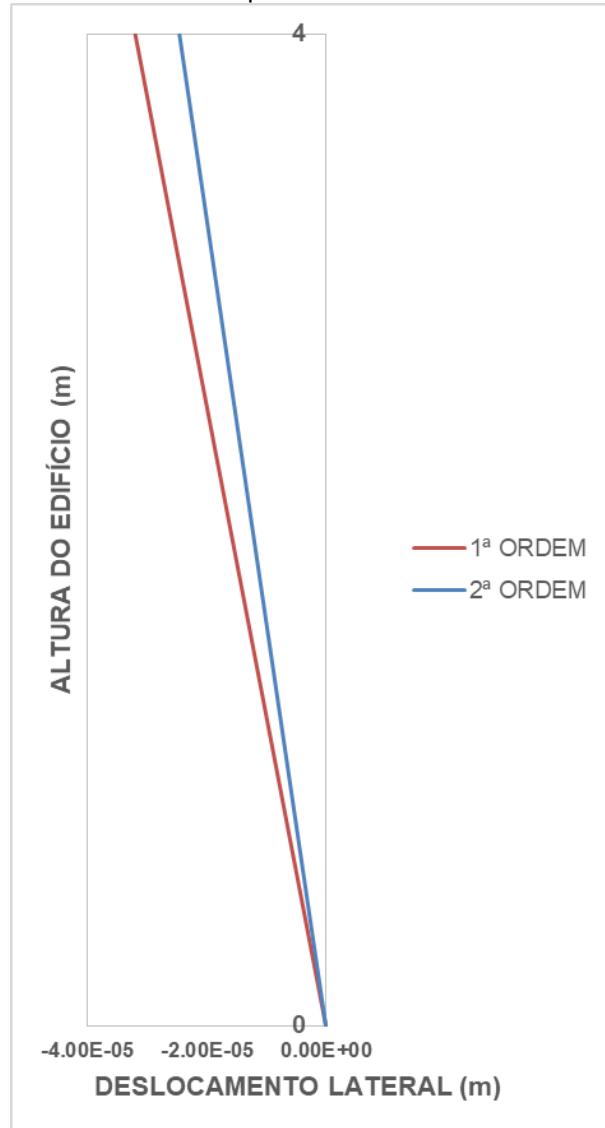
#### **4.2.1 1 Pavimento**

Tabela 17 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B<sub>2</sub>, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 1 pavimento.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b>B2</b>
0	0.0000	0.0000	-	-
1	-3.20E-05	-2.46E-05	0.7680	1.0645
<b>VALOR MÁXIMO</b>			0.7680	1.0645

Fonte: Autor (2018).

Figura 24 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 8 pilares e 1 pavimento.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 18 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 1 pavimento.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem	
			MRD	MAES	MRD	MAES
1	inicial	N	-2.087E+02	-2.087E+02	-2.087E+02	
		V	-3.705E+01	-3.708E+01	-3.705E+01	
	final	M	4.683E+01	4.721E+01	4.792E+01	
		N	-2.058E+02	-2.057E+02	-2.058E+02	
2	inicial	V	-4.405E+01	-4.408E+01	-4.405E+01	
		M	-1.107E+02	-1.103E+02	-1.132E+02	
	final	N	-5.235E+02	-5.236E+02	-5.235E+02	
		V	9.367E+00	9.320E+00	9.367E+00	
3	inicial	M	-1.306E+01	-1.332E+01	-1.301E+01	
		N	-5.205E+02	-5.207E+02	-5.205E+02	
	final	V	9.367E+00	9.320E+00	9.367E+00	
		M	2.440E+01	2.426E+01	2.435E+01	
4	inicial	N	-4.751E+02	-4.750E+02	-4.751E+02	
		V	-5.600E-01	-5.992E-01	-5.600E-01	
	final	M	-1.179E-01	-1.150E-01	-6.110E-02	
		N	-4.721E+02	-4.721E+02	-4.721E+02	
5	inicial	V	-5.600E-01	-5.992E-01	-5.600E-01	
		M	-2.358E+00	-2.300E+00	-2.410E+00	
	final	N	-4.843E+02	-4.843E+02	-4.843E+02	
		V	4.870E-02	4.920E-02	4.870E-02	
6	inicial	M	-4.050E-01	-4.475E-01	-3.445E-01	
		N	-4.813E+02	-4.814E+02	-4.814E+02	
	final	V	4.870E-02	4.920E-02	4.870E-02	
		M	-2.101E-01	-1.583E-01	-2.659E-01	
7	inicial	N	-5.237E+02	-5.238E+02	-5.237E+02	
		V	-8.221E+00	-8.184E+00	-8.221E+00	
	final	M	1.065E+01	1.079E+01	1.071E+01	
		N	-5.207E+02	-5.209E+02	-5.207E+02	
8	inicial	V	-8.221E+00	-8.184E+00	-8.221E+00	
		M	-2.224E+01	-2.198E+01	-2.230E+01	
	final	N	-2.089E+02	-2.088E+02	-2.088E+02	
		V	4.058E+01	4.062E+01	4.058E+01	
9	inicial	M	-5.149E+01	-5.199E+01	-5.143E+01	
		N	-2.059E+02	-2.059E+02	-2.059E+02	
	final	V	4.058E+01	4.062E+01	4.058E+01	
		M	1.108E+02	1.105E+02	1.108E+02	
10	inicial	N	-3.469E+01	-3.476E+01	-3.474E+01	
		V	2.464E+02	2.464E+02	2.464E+02	
	final	M	-3.597E+02	-3.600E+02	-3.610E+02	
		N	-3.469E+01	-3.476E+01	-3.474E+01	
11	inicial	V	-2.336E+02	-2.336E+02	-2.336E+02	
		M	-3.087E+02	-3.087E+02	-3.098E+02	
	final	N	-3.414E+01	-3.426E+01	-3.425E+01	
		V	2.399E+02	2.399E+02	2.399E+02	
12	inicial	M	-3.205E+02	-3.205E+02	-3.217E+02	
		N	-3.414E+01	-3.426E+01	-3.425E+01	
	final	V	-2.401E+02	-2.401E+02	-2.401E+02	
		M	-3.216E+02	-3.217E+02	-3.227E+02	
13	inicial	N	-3.409E+01	-3.421E+01	-3.423E+01	
		V	2.412E+02	2.412E+02	2.412E+02	
	final	M	-3.218E+02	-3.218E+02	-3.230E+02	
		N	-3.409E+01	-3.421E+01	-3.423E+01	
14	inicial	V	-2.388E+02	-2.388E+02	-2.388E+02	
		M	-3.122E+02	-3.121E+02	-3.132E+02	
	final	N	-3.236E+01	-3.244E+01	-3.252E+01	
		V	2.333E+02	2.332E+02	2.333E+02	
15	inicial	M	-3.075E+02	-3.074E+02	-3.086E+02	
		N	-3.236E+01	-3.244E+01	-3.252E+01	
	final	V	-2.467E+02	-2.468E+02	-2.467E+02	
		M	-3.610E+02	-3.614E+02	-3.622E+02	

<u>LEGENDA</u>	
Esforço Normal (N) [kN]	
Esforço Cortante (V) [kN]	
Momento Fletor (M) [kN·m]	

Fonte: Autor (2018).

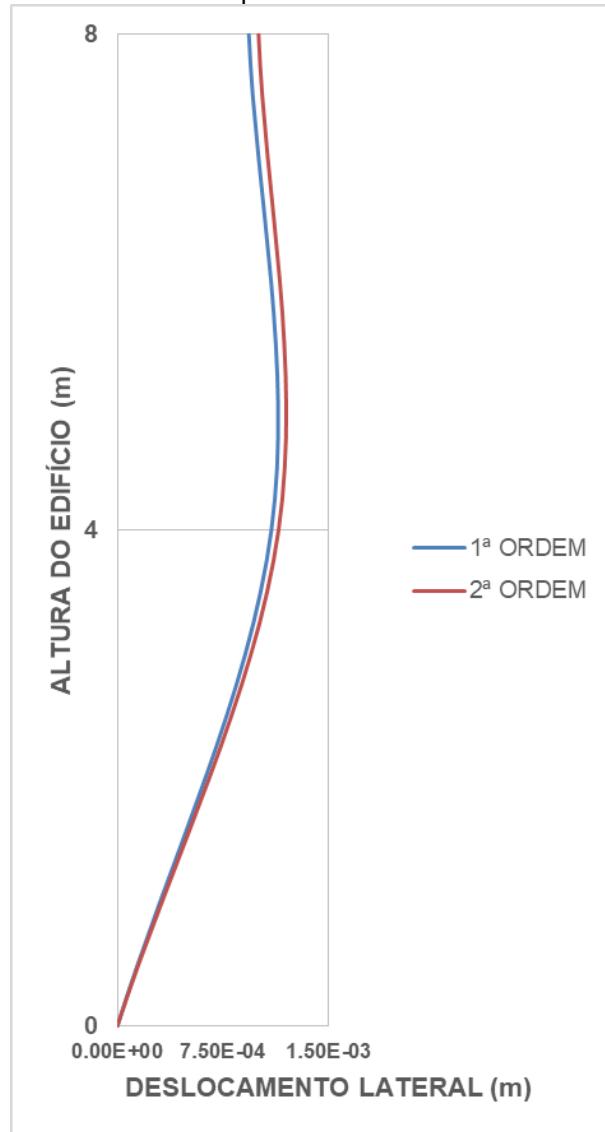
#### 4.2.2 2 Pavimentos

Tabela 19 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B<sub>2</sub>, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 2 pavimentos.

PAVIMENTO	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	B <sub>2</sub>
0	0.0000	0.0000	-	-
1	0.0011	0.0011	1.0460	1.1117
2	0.0009	0.0010	1.0740	1.0706
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.0740	1.1117

Fonte: Autor (2018).

Figura 25 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 8 pilares e 2 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 20 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 2 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem	
			MRD	MAES	MRD	MAES
1	inicial	N	-4.384E+02	-4.381E+02	-4.383E+02	
		V	-2.533E+01	-2.514E+01	-2.533E+01	
		M	3.158E+01	3.155E+01	3.258E+01	
	final	N	-4.347E+02	-4.345E+02	-4.346E+02	
2	inicial	V	-3.233E+01	-3.214E+01	-3.233E+01	
		M	-7.907E+01	-7.803E+01	-8.237E+01	
		N	-1.022E+03	-1.022E+03	-1.022E+03	
	final	V	5.105E+00	5.101E+00	5.105E+00	
3	inicial	M	-8.258E+00	-8.796E+00	-9.068E+00	
		N	-1.018E+03	-1.018E+03	-1.018E+03	
		V	5.105E+00	5.101E+00	5.105E+00	
	final	M	1.216E+01	1.243E+01	1.293E+01	
4	inicial	N	-9.598E+02	-9.598E+02	-9.598E+02	
		V	1.706E+00	1.709E+00	1.706E+00	
		M	-4.098E+00	-4.511E+00	-4.925E+00	
	final	N	-9.561E+02	-9.561E+02	-9.561E+02	
5	inicial	V	1.706E+00	1.709E+00	1.706E+00	
		M	2.724E+00	3.164E+00	3.497E+00	
		N	-9.687E+02	-9.687E+02	-9.687E+02	
	final	V	2.690E+00	2.656E+00	2.690E+00	
6	inicial	M	-5.722E+00	-6.158E+00	-6.639E+00	
		N	-9.650E+02	-9.650E+02	-9.650E+02	
		V	2.690E+00	2.656E+00	2.690E+00	
	final	M	5.038E+00	5.465E+00	5.902E+00	
7	inicial	N	-1.021E+03	-1.021E+03	-1.021E+03	
		V	2.667E-01	1.879E-01	2.667E-01	
		M	-3.071E+00	-3.399E+00	-4.143E+00	
	final	N	-1.018E+03	-1.018E+03	-1.018E+03	
8	inicial	V	2.667E-01	1.879E-01	2.667E-01	
		M	-2.004E+00	-1.411E+00	-9.729E-01	
		N	-4.409E+02	-4.409E+02	-4.409E+02	
	final	V	3.174E+01	3.174E+01	3.174E+01	
9	inicial	M	-4.351E+01	-4.436E+01	-4.464E+01	
		N	-4.372E+02	-4.372E+02	-4.372E+02	
		V	3.174E+01	3.174E+01	3.174E+01	
	final	M	8.346E+01	8.318E+01	8.450E+01	
10	inicial	N	1.925E+01	1.960E+01	2.022E+01	
		V	2.413E+02	2.412E+02	2.413E+02	
		M	-3.294E+02	-3.293E+02	-3.292E+02	
	final	N	1.925E+01	1.960E+01	2.022E+01	
11	inicial	V	-2.387E+02	-2.388E+02	-2.387E+02	
		M	-3.192E+02	-3.194E+02	-3.194E+02	
		N	2.098E+01	2.140E+01	2.303E+01	
	final	V	2.392E+02	2.391E+02	2.392E+02	
12	inicial	M	-3.167E+02	-3.164E+02	-3.165E+02	
		N	2.098E+01	2.140E+01	2.303E+01	
		V	-2.408E+02	-2.409E+02	-2.408E+02	
	final	M	-3.233E+02	-3.235E+02	-3.235E+02	
13	inicial	N	2.333E+01	2.371E+01	2.599E+01	
		V	2.395E+02	2.395E+02	2.395E+02	
		M	-3.176E+02	-3.173E+02	-3.174E+02	
	final	N	2.333E+01	2.371E+01	2.599E+01	
14	inicial	V	-2.405E+02	-2.405E+02	-2.405E+02	
		M	-3.214E+02	-3.216E+02	-3.216E+02	
		N	2.537E+01	2.562E+01	2.871E+01	
	final	V	2.372E+02	2.371E+02	2.372E+02	
15	inicial	M	-3.128E+02	-3.125E+02	-3.126E+02	
		N	2.537E+01	2.562E+01	2.871E+01	
		V	-2.428E+02	-2.429E+02	-2.428E+02	
	final	M	-3.353E+02	-3.357E+02	-3.355E+02	

Fonte: Autor (2018).

#### LEGENDA

Esforço Normal (N) [kN]  
Esforço Cortante (V) [kN]  
Momento Fletor (M) [kN·m]

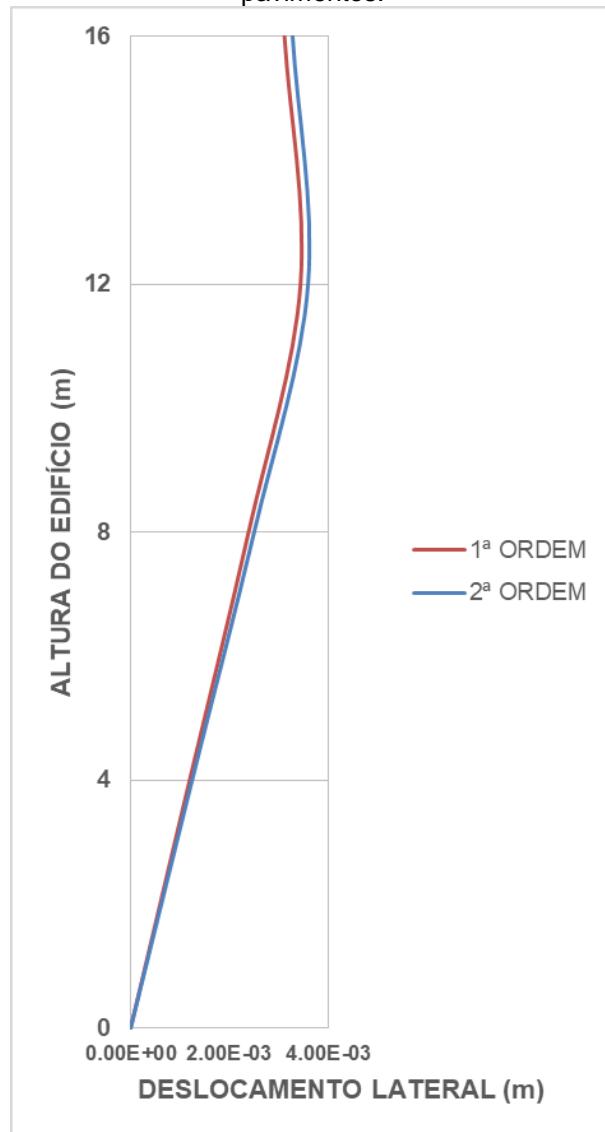
#### 4.2.3 4 Pavimentos

Tabela 21 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador B<sub>2</sub>, obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 4 pavimentos.

PAVIMENTO	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	B <sub>2</sub>
0	0.0000	0.0000	-	-
1	0.0012	0.0012	1.0410	1.0873
2	0.0024	0.0025	1.0470	1.1092
3	0.0034	0.0036	1.0440	1.0672
4	0.0031	0.0033	1.0530	1.0328
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.0530	1.1092

Fonte: Autor (2018).

Figura 26 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 8 pilares e 4 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 22 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 4 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem	
			MRD	MAES	MRD	MAES
1	inicial	N	-9.522E+02	-9.516E+02	-9.516E+02	
		V	-3.703E+01	-3.688E+01	-3.703E+01	
	final	M	3.679E+01	3.605E+01	3.620E+01	
		N	-9.447E+02	-9.440E+02	-9.441E+02	
2	inicial	V	-4.403E+01	-4.388E+01	-4.403E+01	
		M	-1.207E+02	-1.199E+02	-1.231E+02	
	final	N	-1.981E+03	-1.981E+03	-1.981E+03	
		V	7.686E+00	7.712E+00	7.686E+00	
3	inicial	M	-1.829E+01	-1.958E+01	-2.046E+01	
		N	-1.974E+03	-1.974E+03	-1.974E+03	
	final	V	7.686E+00	7.712E+00	7.686E+00	
		M	1.245E+01	1.324E+01	1.364E+01	
4	inicial	N	-1.951E+03	-1.951E+03	-1.951E+03	
		V	6.073E+00	6.059E+00	6.073E+00	
	final	M	-1.850E+01	-1.974E+01	-2.075E+01	
		N	-1.944E+03	-1.944E+03	-1.944E+03	
5	inicial	V	6.073E+00	6.059E+00	6.073E+00	
		M	7.362E+00	8.138E+00	8.566E+00	
	final	N	-1.951E+03	-1.951E+03	-1.951E+03	
		V	7.616E+00	7.563E+00	7.616E+00	
6	inicial	M	-1.988E+01	-2.113E+01	-2.223E+01	
		N	-1.944E+03	-1.944E+03	-1.944E+03	
	final	V	7.616E+00	7.563E+00	7.616E+00	
		M	1.059E+01	1.140E+01	1.193E+01	
7	inicial	N	-1.980E+03	-1.980E+03	-1.980E+03	
		V	7.287E+00	7.155E+00	7.287E+00	
	final	M	-2.086E+01	-2.207E+01	-2.352E+01	
		N	-1.972E+03	-1.972E+03	-1.972E+03	
8	inicial	V	7.287E+00	7.155E+00	7.287E+00	
		M	8.287E+00	9.137E+00	9.940E+00	
	final	N	-9.671E+02	-9.675E+02	-9.675E+02	
		V	5.091E+01	5.104E+01	5.091E+01	
9	inicial	M	-7.425E+01	-7.596E+01	-7.695E+01	
		N	-9.595E+02	-9.600E+02	-9.600E+02	
	final	V	5.091E+01	5.104E+01	5.091E+01	
		M	1.294E+02	1.296E+02	1.308E+02	
10	inicial	N	1.567E+01	1.588E+01	1.619E+01	
		V	2.377E+02	2.375E+02	2.377E+02	
	final	M	-3.117E+02	-3.108E+02	-3.105E+02	
		N	1.567E+01	1.588E+01	1.619E+01	
12	inicial	V	-2.423E+02	-2.425E+02	-2.423E+02	
		M	-3.307E+02	-3.316E+02	-3.310E+02	
	final	N	1.526E+01	1.550E+01	1.634E+01	
		V	2.373E+02	2.371E+02	2.373E+02	
13	inicial	M	-3.093E+02	-3.084E+02	-3.082E+02	
		N	1.718E+01	1.739E+01	1.865E+01	
	final	V	-2.427E+02	-2.429E+02	-2.427E+02	
		M	-3.306E+02	-3.314E+02	-3.317E+02	
14	inicial	N	2.059E+01	2.072E+01	2.255E+01	
		V	2.369E+02	2.367E+02	2.369E+02	
	final	M	-3.084E+02	-3.075E+02	-3.072E+02	
		N	2.059E+01	2.072E+01	2.255E+01	
15	inicial	V	-2.431E+02	-2.433E+02	-2.431E+02	
		M	-3.330E+02	-3.339E+02	-3.341E+02	
	final	N	2.692E+01	2.691E+01	2.953E+01	
		V	2.445E+02	2.442E+02	2.445E+02	
	final	M	-3.243E+02	-3.234E+02	-3.230E+02	
		N	2.692E+01	2.691E+01	2.953E+01	
	final	V	-2.355E+02	-2.358E+02	-2.355E+02	
		M	-2.887E+02	-2.895E+02	-2.900E+02	

**LEGENDA**

Esforço Normal (N) [kN]  
Esforço Cortante (V) [kN]  
Momento Fletor (M) [kN·m]

Fonte: Autor (2018).

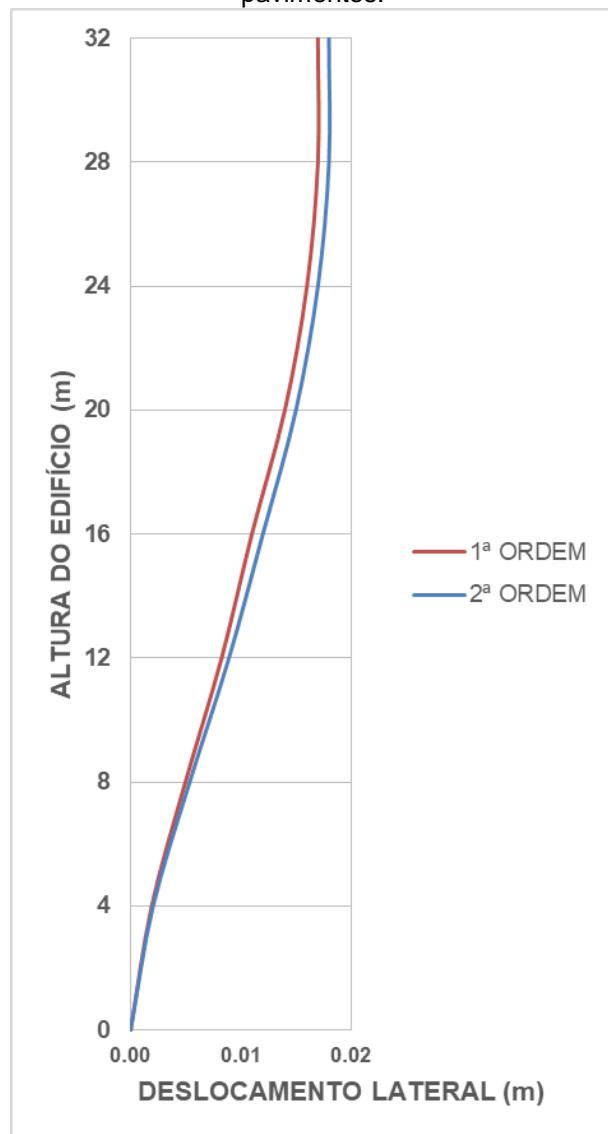
#### 4.2.4 8 Pavimentos

Tabela 23 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador  $B_2$ , obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 8 pavimentos.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b>B2</b>
0	0.0000	0.0000	-	-
1	0.0019	0.0020	1.0660	1.1072
2	0.0050	0.0054	1.0790	1.1961
3	0.0083	0.0089	1.0810	1.1880
4	0.0110	0.0120	1.0800	1.1622
5	0.0140	0.0150	1.0770	1.1268
6	0.0160	0.0170	1.0740	1.0949
7	0.0170	0.0180	1.0720	1.0524
8	0.0170	0.0180	1.0740	1.0189
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.0810	1.1961

Fonte: Autor (2018).

Figura 27 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 8 pilares e 8 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 24 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 8 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem	
			MRD	MAES	MRD	MAES
1	inicial	N	-1.987E+03	-1.982E+03	-1.982E+03	
		V	-3.344E+01	-3.302E+01	-3.344E+01	
		M	-6.992E+00	-1.378E+01	-1.489E+01	
	final	N	-1.974E+03	-1.969E+03	-1.969E+03	
		V	-4.044E+01	-4.002E+01	-4.044E+01	
		M	-1.501E+02	-1.515E+02	-1.532E+02	
3	inicial	N	-3.944E+03	-3.944E+03	-3.944E+03	
		V	1.793E+01	1.782E+01	1.793E+01	
		M	-6.787E+01	-7.512E+01	-7.762E+01	
	final	N	-3.931E+03	-3.931E+03	-3.931E+03	
		V	1.793E+01	1.782E+01	1.793E+01	
		M	3.861E+00	3.889E+00	5.021E+00	
5	inicial	N	-3.943E+03	-3.943E+03	-3.943E+03	
		V	2.046E+01	2.031E+01	2.046E+01	
		M	-7.295E+01	-8.030E+01	-8.309E+01	
	final	N	-3.930E+03	-3.930E+03	-3.930E+03	
		V	2.046E+01	2.031E+01	2.046E+01	
		M	8.891E+00	9.012E+00	1.035E+01	
7	inicial	N	-3.930E+03	-3.930E+03	-3.930E+03	
		V	2.305E+01	2.284E+01	2.305E+01	
		M	-7.880E+01	-8.621E+01	-8.975E+01	
	final	N	-3.917E+03	-3.917E+03	-3.917E+03	
		V	2.305E+01	2.284E+01	2.305E+01	
		M	1.340E+01	1.362E+01	1.555E+01	
9	inicial	N	1.942E+01	1.955E+01	1.997E+01	
		V	2.308E+02	2.298E+02	2.308E+02	
		M	-2.767E+02	-2.727E+02	-2.729E+02	
	final	N	1.942E+01	1.955E+01	1.997E+01	
		V	-2.492E+02	-2.502E+02	-2.492E+02	
		M	-3.505E+02	-3.543E+02	-3.541E+02	
11	inicial	N	1.141E+01	1.171E+01	1.227E+01	
		V	2.334E+02	2.324E+02	2.334E+02	
		M	-2.935E+02	-2.898E+02	-2.899E+02	
	final	N	1.141E+01	1.171E+01	1.227E+01	
		V	-2.466E+02	-2.476E+02	-2.466E+02	
		M	-3.465E+02	-3.502E+02	-3.501E+02	
13	inicial	N	1.268E+01	1.294E+01	1.427E+01	
		V	2.334E+02	2.324E+02	2.334E+02	
		M	-2.934E+02	-2.897E+02	-2.898E+02	
	final	N	1.268E+01	1.294E+01	1.427E+01	
		V	-2.466E+02	-2.476E+02	-2.466E+02	
		M	-3.466E+02	-3.503E+02	-3.502E+02	
15	inicial	N	2.288E+01	2.289E+01	2.614E+01	
		V	2.353E+02	2.343E+02	2.353E+02	
		M	-2.957E+02	-2.920E+02	-2.920E+02	
	final	N	2.288E+01	2.289E+01	2.614E+01	
		V	-2.447E+02	-2.457E+02	-2.447E+02	
		M	-3.335E+02	-3.373E+02	-3.374E+02	

**LEGENDA**

Esforço Normal (N) [kN]  
Esforço Cortante (V) [kN]  
Momento Fletor (M) [kN·m]

Fonte: Autor (2018).

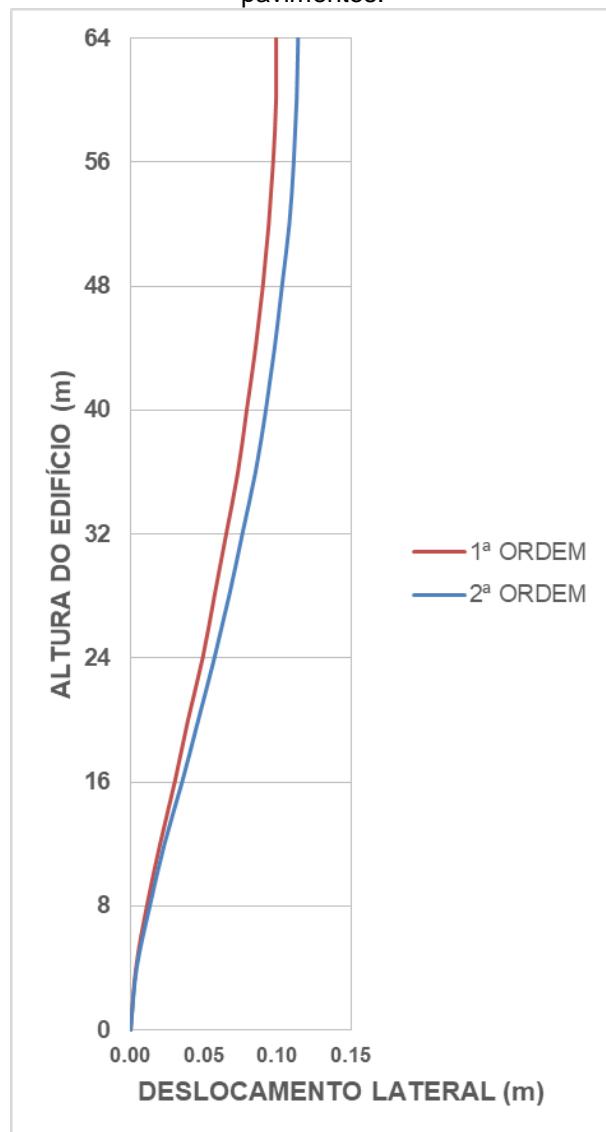
#### 4.2.5 16 Pavimentos

Tabela 25 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador  $B_2$ , obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 16 pavimentos.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b><math>B_2</math></b>
0	0.0000	0.0000	-	-
1	0.0036	0.0041	1.1320	1.1472
2	0.0110	0.0130	1.1540	1.3575
3	0.0200	0.0230	1.1650	1.4425
4	0.0300	0.0350	1.1710	1.4596
5	0.0390	0.0460	1.1730	1.4378
6	0.0490	0.0570	1.1730	1.4003
7	0.0570	0.0670	1.1710	1.3572
8	0.0650	0.0760	1.1680	1.3132
9	0.0730	0.0850	1.1640	1.2705
10	0.0790	0.0920	1.1610	1.2298
11	0.0850	0.0980	1.1570	1.1913
12	0.0900	0.1030	1.1530	1.1548
13	0.0940	0.1080	1.1500	1.1201
14	0.0970	0.1110	1.1470	1.0895
15	0.0990	0.1130	1.1460	1.0552
16	0.0990	0.1140	1.1460	1.0007
<b>VALOR MÁXIMO</b>			1.1730	1.4596

Fonte: Autor (2018).

Figura 28 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 8 pilares e 16 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 26 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 16 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem	
			MRD	MAES	MRD	MAES				MRD	MAES	MRD	MAES
1	inicial	N	-4.080E+03	-4.009E+03	-4.032E+03		2	inicial	N	-7.887E+03	-7.886E+03	-7.886E+03	
		V	-5.073E+00	-3.069E+00	-5.073E+00				V	5.174E+01	5.149E+01	5.174E+01	
		M	-2.398E+02	-3.081E+02	-2.949E+02				M	-2.975E+02	-3.655E+02	-3.554E+02	
	final	N	-4.058E+03	-3.987E+03	-4.010E+03			final	N	-7.865E+03	-7.864E+03	-7.864E+03	
		V	-1.207E+01	-1.007E+01	-1.207E+01				V	5.174E+01	5.149E+01	5.174E+01	
		M	-2.694E+02	-3.123E+02	-2.922E+02				M	-9.052E+01	-1.251E+02	-1.058E+02	
3	inicial	N	-8.031E+03	-8.031E+03	-8.031E+03		4	inicial	N	-8.036E+03	-8.036E+03	-8.036E+03	
		V	5.491E+01	5.434E+01	5.491E+01				V	5.679E+01	5.615E+01	5.679E+01	
		M	-3.037E+02	-3.716E+02	-3.621E+02				M	-3.077E+02	-3.755E+02	-3.665E+02	
	final	N	-8.009E+03	-8.009E+03	-8.009E+03			final	N	-8.013E+03	-8.013E+03	-8.013E+03	
		V	5.491E+01	5.434E+01	5.491E+01				V	5.679E+01	5.615E+01	5.679E+01	
		M	-8.410E+01	-1.188E+02	-9.909E+01				M	-8.050E+01	-1.152E+02	-9.528E+01	
5	inicial	N	-8.036E+03	-8.036E+03	-8.036E+03		6	inicial	N	-8.031E+03	-8.031E+03	-8.031E+03	
		V	5.822E+01	5.757E+01	5.822E+01				V	5.981E+01	5.915E+01	5.981E+01	
		M	-3.107E+02	-3.787E+02	-3.700E+02				M	-3.141E+02	-3.822E+02	-3.740E+02	
	final	N	-8.013E+03	-8.013E+03	-8.013E+03			final	N	-8.009E+03	-8.009E+03	-8.009E+03	
		V	5.822E+01	5.757E+01	5.822E+01				V	5.981E+01	5.915E+01	5.981E+01	
		M	-7.786E+01	-1.125E+02	-9.240E+01				M	-7.491E+01	-1.095E+02	-8.907E+01	
7	inicial	N	-7.897E+03	-7.898E+03	-7.898E+03		8	inicial	N	-4.595E+03	-4.665E+03	-4.643E+03	
		V	6.239E+01	6.189E+01	6.239E+01				V	1.032E+02	1.045E+02	1.032E+02	
		M	-3.192E+02	-3.875E+02	-3.800E+02				M	-3.608E+02	-4.297E+02	-4.218E+02	
	final	N	-7.875E+03	-7.876E+03	-7.876E+03			final	N	-4.573E+03	-4.643E+03	-4.621E+03	
		V	6.239E+01	6.189E+01	6.239E+01				V	1.032E+02	1.045E+02	1.032E+02	
		M	-6.967E+01	-1.041E+02	-8.309E+01				M	5.203E+01	9.272E+00	3.513E+01	
9	inicial	N	2.050E+01	2.019E+01	2.193E+01		10	inicial	N	1.257E+01	1.249E+01	1.368E+01	
		V	2.245E+02	2.200E+02	2.245E+02				V	2.247E+02	2.203E+02	2.247E+02	
		M	-2.547E+02	-2.366E+02	-2.429E+02				M	-2.589E+02	-2.412E+02	-2.473E+02	
	final	N	2.050E+01	2.019E+01	2.193E+01			final	N	1.257E+01	1.249E+01	1.368E+01	
		V	-2.555E+02	-2.600E+02	-2.555E+02				V	-2.553E+02	-2.597E+02	-2.553E+02	
		M	-3.789E+02	-3.967E+02	-3.905E+02				M	-3.811E+02	-3.988E+02	-3.927E+02	
11	inicial	N	8.235E+00	8.331E+00	9.254E+00		12	inicial	N	6.700E+00	6.875E+00	7.817E+00	
		V	2.246E+02	2.202E+02	2.246E+02				V	2.246E+02	2.202E+02	2.246E+02	
		M	-2.586E+02	-2.408E+02	-2.469E+02				M	-2.585E+02	-2.408E+02	-2.468E+02	
	final	N	8.235E+00	8.331E+00	9.254E+00			final	N	6.700E+00	6.875E+00	7.817E+00	
		V	-2.554E+02	-2.598E+02	-2.554E+02				V	-2.554E+02	-2.598E+02	-2.554E+02	
		M	-3.815E+02	-3.992E+02	-3.931E+02				M	-3.815E+02	-3.993E+02	-3.932E+02	
13	inicial	N	7.295E+00	7.518E+00	8.726E+00		14	inicial	N	1.021E+01	1.021E+01	1.230E+01	
		V	2.246E+02	2.202E+02	2.246E+02				V	2.245E+02	2.245E+02	2.245E+02	
		M	-2.584E+02	-2.407E+02	-2.467E+02				M	-2.581E+02	-2.408E+02	-2.463E+02	
	final	N	7.295E+00	7.518E+00	8.726E+00			final	N	1.021E+01	1.021E+01	1.230E+01	
		V	-2.554E+02	-2.598E+02	-2.554E+02				V	-2.555E+02	-2.555E+02	-2.555E+02	
		M	-3.816E+02	-3.993E+02	-3.933E+02				M	-3.819E+02	-3.819E+02	-3.937E+02	
15	inicial	N	1.548E+01	1.561E+01	1.887E+01		LEGENDA	<b>LEGENDA</b>					
		V	2.243E+02	2.198E+02	2.243E+02			Esforço Normal (N) [kN]					
		M	-2.550E+02	-2.372E+02	-2.432E+02			Esforço Cortante (V) [kN]					
	final	N	1.548E+01	1.561E+01	1.887E+01			Momento Fletor (M) [kN·m]					
		V	-2.557E+02	-2.602E+02	-2.557E+02								
		M	-3.806E+02	-3.986E+02	-3.926E+02								

Fonte: Autor (2018).

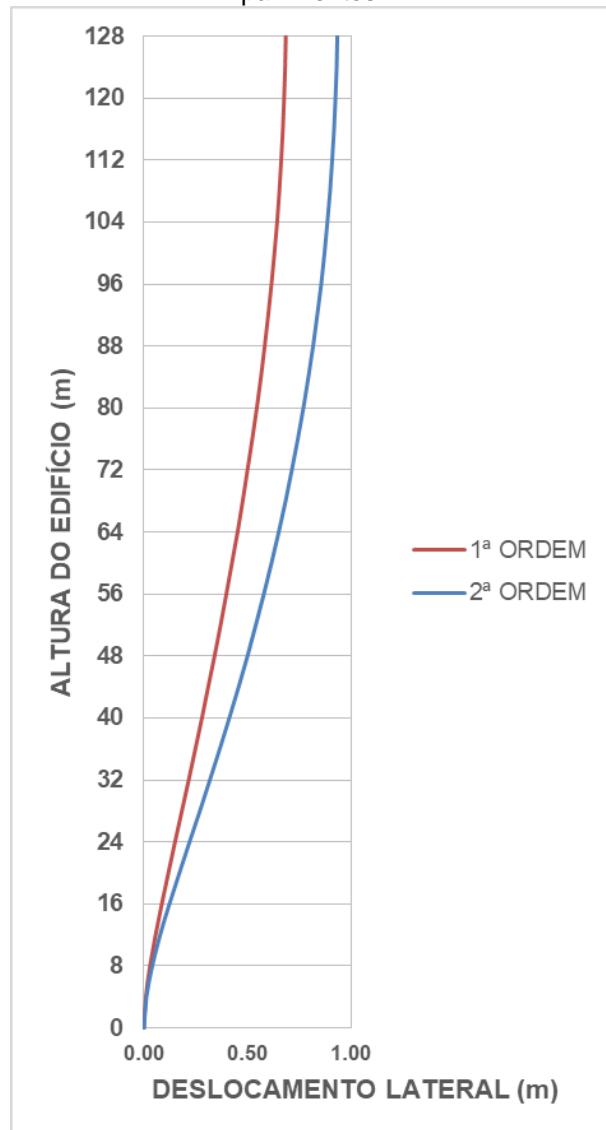
#### 4.2.6 32 Pavimentos

Tabela 27 – Resultados dos deslocamentos de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem, grau de deslocabilidade lateral e coeficiente amplificador  $B_2$ , obtidos por pavimento, do pórtico plano com 8 pilares e 32 pavimentos.

<b>PAVIMENTO</b>	$\Delta_{h,1}$ (m)	$\Delta_{h,2}$ (m)	$\Delta_{h,2}/\Delta_{h,1}$	<b>B2</b>
0	0.0000	0.0000	-	-
1	0.0088	0.0120	1.3270	1.2454
2	0.0290	0.0400	1.3760	1.8178
3	0.0560	0.0780	1.4100	2.3633
4	0.0860	0.1230	1.4350	2.7662
5	0.1180	0.1710	1.4530	2.9598
6	0.1500	0.2200	1.4650	2.9840
7	0.1830	0.2700	1.4720	2.9039
8	0.2160	0.3180	1.4760	2.7742
9	0.2480	0.3660	1.4770	2.6282
10	0.2800	0.4120	1.4750	2.4828
11	0.3100	0.4570	1.4720	2.3454
12	0.3410	0.5000	1.4670	2.2187
13	0.3700	0.5400	1.4610	2.1029
14	0.3980	0.5790	1.4550	1.9975
15	0.4250	0.6160	1.4480	1.9015
16	0.4520	0.6510	1.4410	1.8139
17	0.4770	0.6840	1.4340	1.7337
18	0.5000	0.7140	1.4270	1.6601
19	0.5230	0.7430	1.4200	1.5924
20	0.5450	0.7700	1.4130	1.5299
21	0.5650	0.7940	1.4070	1.4721
22	0.5830	0.8170	1.4000	1.4185
23	0.6000	0.8370	1.3940	1.3687
24	0.6160	0.8560	1.3890	1.3225
25	0.6300	0.8720	1.3840	1.2794
26	0.6430	0.8860	1.3790	1.2392
27	0.6540	0.8990	1.3750	1.2015
28	0.6630	0.9090	1.3710	1.1660
29	0.6710	0.9180	1.3680	1.1327
30	0.6770	0.9250	1.3660	1.1046
31	0.6820	0.9310	1.3640	1.0772
32	0.6850	0.9340	1.3640	0.9718
<b>VALOR MÁXIMO</b>		1.4770	2.984	

Fonte: Autor (2018).

Figura 29 – Gráfico de deslocamento lateral *versus* altura, do pórtico plano com 8 pilares e 32 pavimentos.



Fonte: Autor (2018).

Tabela 28 – Resultados dos esforços solicitantes de cálculo obtidos por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e MAES para as barras do 1º pavimento do pórtico plano com 8 pilares e 32 pavimentos.

Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem		Barra	Nó	Esforço	1 <sup>a</sup> Ordem		2 <sup>a</sup> Ordem	
			MRD	MAES	MRD	MAES				MRD	MAES	MRD	MAES
1	inicial	N	-7.746E+03	-6.247E+03	-7.191E+03		2	inicial	N	-1.542E+04	-1.532E+04	-1.538E+04	
		V	9.596E+01	1.137E+02	9.596E+01				V	1.734E+02	1.763E+02	1.734E+02	
		M	-1.184E+03	-2.114E+03	-1.589E+03				M	-1.272E+03	-2.197E+03	-1.690E+03	
	final	N	-7.717E+03	-6.217E+03	-7.162E+03			final	N	-1.539E+04	-1.529E+04	-1.535E+04	
		V	8.896E+01	1.067E+02	8.896E+01				V	1.734E+02	1.763E+02	1.734E+02	
		M	-8.094E+02	-1.547E+03	-1.021E+03				M	-5.789E+02	-1.248E+03	-7.632E+02	
3	inicial	N	-1.620E+04	-1.618E+04	-1.619E+04		4	inicial	N	-1.629E+04	-1.629E+04	-1.629E+04	
		V	1.799E+02	1.779E+02	1.799E+02				V	1.828E+02	1.792E+02	1.828E+02	
		M	-1.286E+03	-2.204E+03	-1.706E+03				M	-1.293E+03	-2.207E+03	-1.715E+03	
	final	N	-1.617E+04	-1.615E+04	-1.616E+04			final	N	-1.626E+04	-1.626E+04	-1.626E+04	
		V	1.799E+02	1.779E+02	1.799E+02				V	1.828E+02	1.792E+02	1.828E+02	
		M	-5.663E+02	-1.236E+03	-7.492E+02				M	-5.613E+02	-1.233E+03	-7.436E+02	
5	inicial	N	-1.629E+04	-1.629E+04	-1.629E+04		6	inicial	N	-1.623E+04	-1.624E+04	-1.624E+04	
		V	1.843E+02	1.801E+02	1.843E+02				V	1.854E+02	1.810E+02	1.854E+02	
		M	-1.296E+03	-2.209E+03	-1.719E+03				M	-1.298E+03	-2.209E+03	-1.722E+03	
	final	N	-1.626E+04	-1.626E+04	-1.626E+04			final	N	-1.620E+04	-1.621E+04	-1.621E+04	
		V	1.843E+02	1.801E+02	1.843E+02				V	1.854E+02	1.810E+02	1.854E+02	
		M	-5.588E+02	-1.231E+03	-7.408E+02				M	-5.566E+02	-1.229E+03	-7.383E+02	
7	inicial	N	-1.571E+04	-1.582E+04	-1.576E+04		8	inicial	N	-1.116E+04	-1.265E+04	-1.171E+04	
		V	1.872E+02	1.845E+02	1.872E+02				V	2.131E+02	2.094E+02	2.131E+02	
		M	-1.300E+03	-2.212E+03	-1.725E+03				M	-1.326E+03	-2.227E+03	-1.745E+03	
	final	N	-1.568E+04	-1.579E+04	-1.573E+04			final	N	-1.113E+04	-1.262E+04	-1.168E+04	
		V	1.872E+02	1.845E+02	1.872E+02				V	2.131E+02	2.094E+02	2.131E+02	
		M	-5.518E+02	-1.225E+03	-7.331E+02				M	-4.736E+02	-1.214E+03	-6.749E+02	
9	inicial	N	2.826E+01	2.219E+01	3.413E+01		10	inicial	N	1.553E+01	9.550E+00	1.904E+01	
		V	2.001E+02	1.628E+02	2.001E+02				V	1.987E+02	1.613E+02	1.987E+02	
		M	-1.582E+02	-8.453E+00	-1.042E+02				M	-1.547E+02	-5.191E+00	-1.006E+02	
	final	N	2.826E+01	2.219E+01	3.413E+01			final	N	1.553E+01	9.550E+00	1.904E+01	
		V	-2.799E+02	-3.172E+02	-2.799E+02				V	-2.813E+02	-3.187E+02	-2.813E+02	
		M	-4.775E+02	-6.260E+02	-5.312E+02				M	-4.853E+02	-6.348E+02	-5.395E+02	
11	inicial	N	8.248E+00	4.137E+00	1.041E+01		12	inicial	N	4.294E+00	1.321E+00	5.644E+00	
		V	1.984E+02	1.610E+02	1.984E+02				V	1.983E+02	1.610E+02	1.983E+02	
		M	-1.535E+02	-3.954E+00	-9.918E+01				M	-1.532E+02	-3.797E+00	-9.881E+01	
	final	N	8.248E+00	4.137E+00	1.041E+01			final	N	4.294E+00	1.321E+00	5.644E+00	
		V	-2.816E+02	-3.190E+02	-2.816E+02				V	-2.817E+02	-3.190E+02	-2.817E+02	
		M	-4.866E+02	-6.360E+02	-5.409E+02				M	-4.868E+02	-6.362E+02	-5.412E+02	
13	inicial	N	2.169E+00	-2.093E-01	3.027E+00		14	inicial	N	1.346E+00	-9.532E-01	2.049E+00	
		V	1.983E+02	1.610E+02	1.983E+02				V	1.981E+02	1.608E+02	1.981E+02	
		M	-1.530E+02	-3.776E+00	-9.861E+01				M	-1.523E+02	-3.337E+00	-9.795E+01	
	final	N	2.169E+00	-2.093E-01	3.027E+00			final	N	1.346E+00	-9.532E-01	2.049E+00	
		V	-2.817E+02	-3.191E+02	-2.817E+02				V	-2.819E+02	-3.192E+02	-2.819E+02	
		M	-4.870E+02	-6.362E+02	-5.414E+02				M	-4.876E+02	-6.365E+02	-5.420E+02	
15	inicial	N	1.040E+00	-3.975E+00	2.349E+00		LEGENDA						
		V	1.970E+02	1.599E+02	1.970E+02			Esforço Normal (N) [kN]					
		M	-1.471E+02	6.242E-01	-9.310E+01			Esforço Cortante (V) [kN]					
	final	N	1.040E+00	-3.975E+00	2.349E+00			Momento Fletor (M) [kN·m]					
		V	-2.830E+02	-3.201E+02	-2.830E+02								
		M	-4.912E+02	-6.401E+02	-5.457E+02								

Fonte: Autor (2018).

**LEGENDA**

Esforço Normal (N) [kN]
Esforço Cortante (V) [kN]
Momento Fletor (M) [kN·m]

## 4.3 ANÁLISE DETALHADA DOS ESFORÇOS SOLICITANTES ATUANTES NO ENGASTE DO PILAR MAIS COMPRIMIDO DOS PÓRTICOS ANALISADOS

Nos itens 4.3.1 e 4.3.2, subsequentes, serão detalhados os resultados dos esforços solicitantes de cálculo para os pilares mais comprimidos dos pórticos com 4 e 8 pilares, estudados nos itens 4.1 e 4.2 desse trabalho.

### 4.3.1 Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 4 pilares

Na Tabela 29 são mostrados os resultados do momento fletor atuante no engaste do pilar mais comprimido (barra 4) do pórtico com 4 pilares, para as situações com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos.

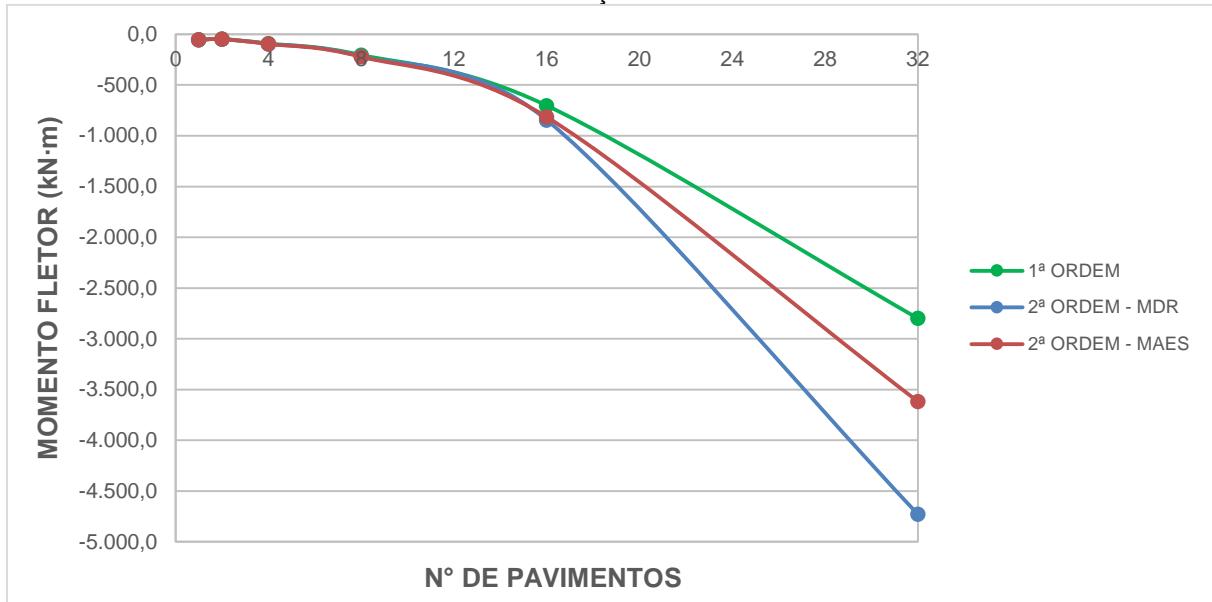
Tabela 29 – Comparação do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.

PAVIMENTO	2 <sup>a</sup> ORDEM		
	1 <sup>a</sup> ORDEM	MRD	MAES
	$M_{sd,1}$ (kN · m)	$M_{sd,2}$ (kN · m)	$M_{sd,2}$ (kN · m)
1	-5.448E+01	-5.504E+01	-5.455E+01
2	-4.765E+01	-4.883E+01	-4.896E+01
4	-9.127E+01	-9.408E+01	-9.505E+01
8	-2.039E+02	-2.191E+02	-2.222E+02
16	-7.024E+02	-8.446E+02	-8.151E+02
32	-2.799E+03	-4.728E+03	-3.618E+03

Fonte: Autor (2018).

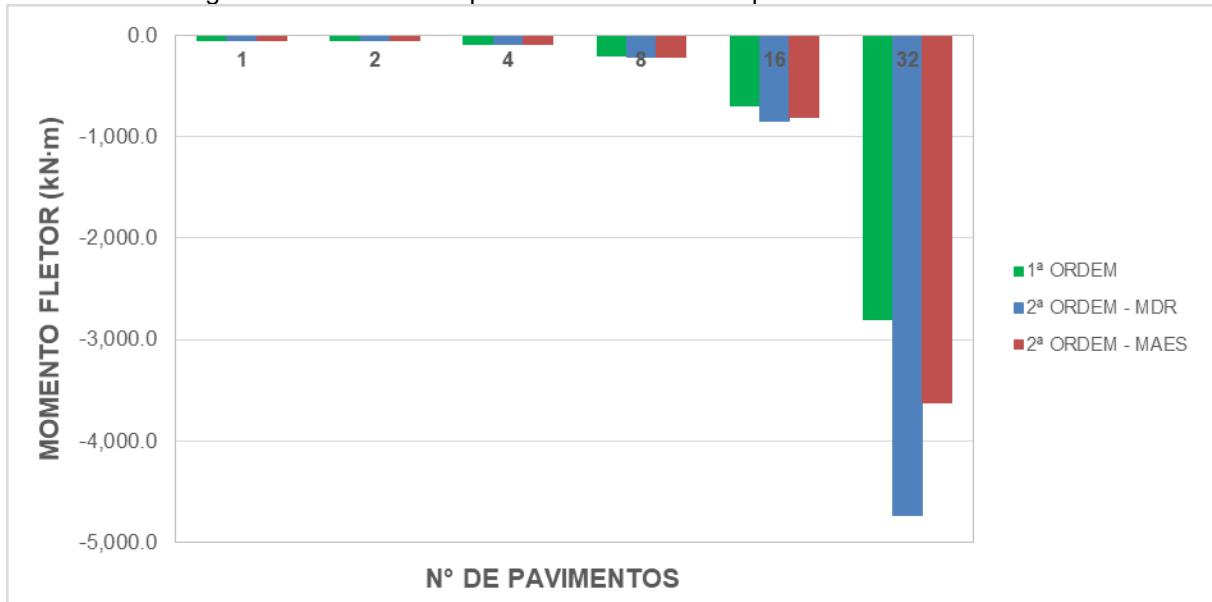
Nas Figuras 30 e 31 é mostrada a comparação gráfica entre os valores de momento fletor presentes na Tabela 29, em função da quantidade de pavimentos que possui o pórtico, obtidos pelas análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada via MAES.

Figura 30 – Curvas do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.



Fonte: Autor (2018).

Figura 31 – Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 29.



Fonte: Autor (2018).

Na Tabela 30 são mostrados os resultados do esforço cortante atuante no engaste do pilar mais comprimido (barra 4) do pórtico com 4 pilares, para as situações com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos.

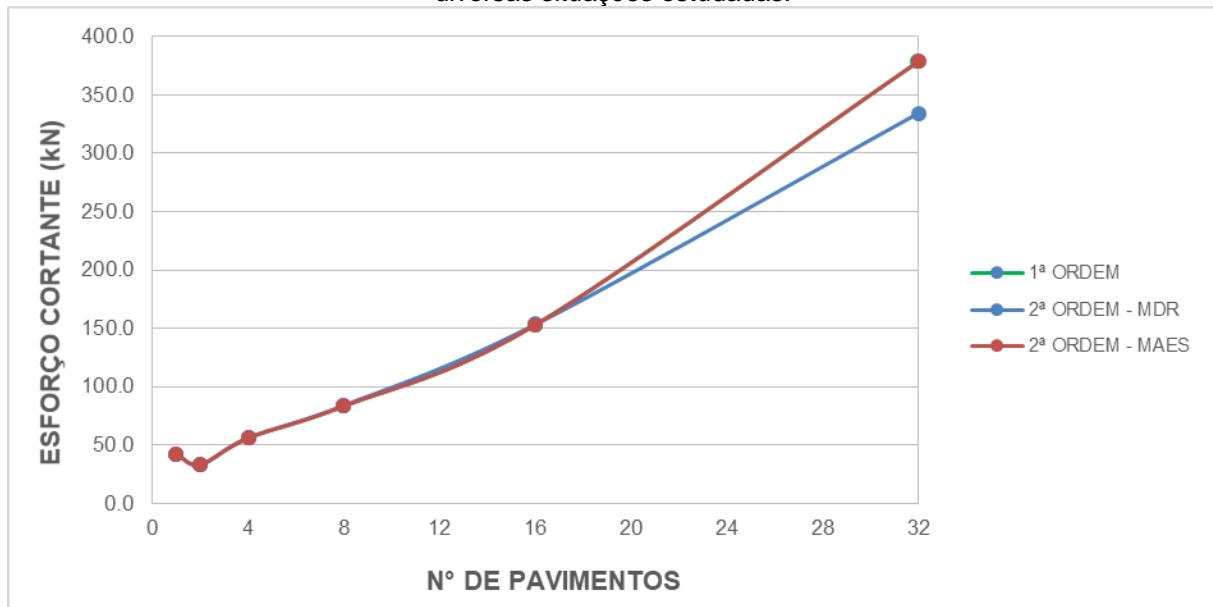
Tabela 30 – Comparação do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.

PAVIMENTO	2 <sup>a</sup> ORDEM		
	1 <sup>a</sup> ORDEM	MRD	MAES
	V <sub>sd,1</sub> (kN · m)	V <sub>sd,2</sub> (kN · m)	V <sub>sd,2</sub> (kN · m)
1	4.216E+01	4.221E+01	4.216E+01
2	3.343E+01	3.347E+01	3.343E+01
4	5.607E+01	5.627E+01	5.607E+01
8	8.357E+01	8.405E+01	8.357E+01
16	1.532E+02	1.535E+02	1.532E+02
32	3.789E+02	3.345E+02	3.789E+02

Fonte: Autor (2018).

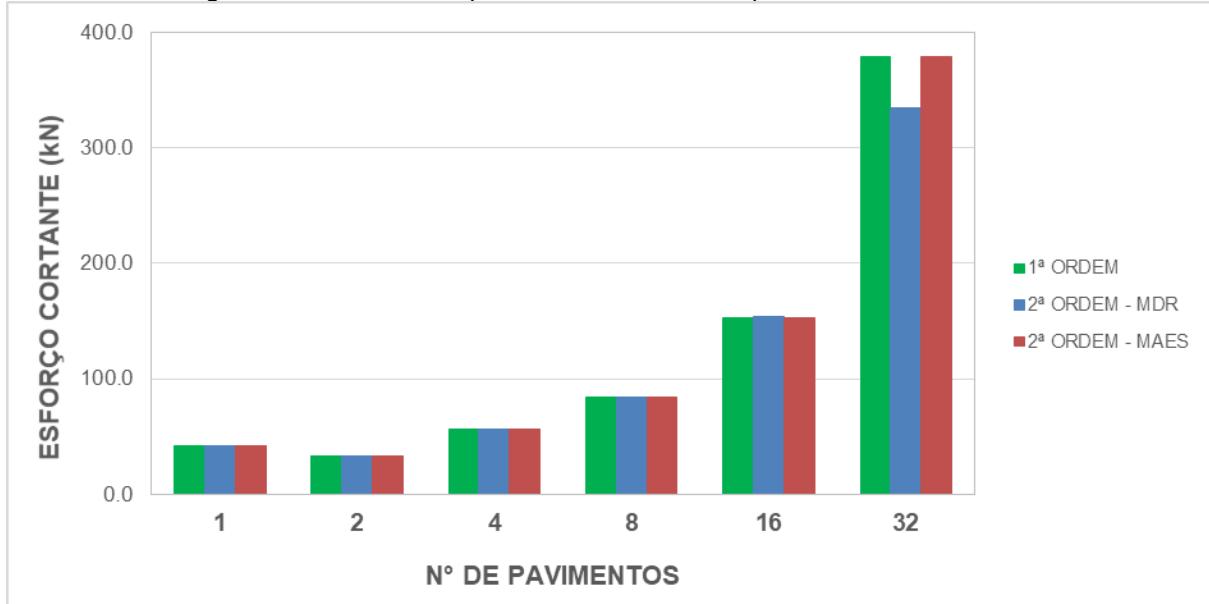
Nas Figuras 32 e 33 é mostrada a comparação gráfica entre os valores de esforço cortante presentes na Tabela 30, em função da quantidade de pavimentos que possui o pórtico, obtidos pelas análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada via MAES.

Figura 32 – Curvas do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.



Fonte: Autor (2018).

Figura 33 – Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 30.



Fonte: Autor (2018).

Na Tabela 31 são mostrados os resultados do esforço normal atuante no engaste do pilar mais comprimido (barra 4) do pórtico com 4 pilares, para as situações com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos.

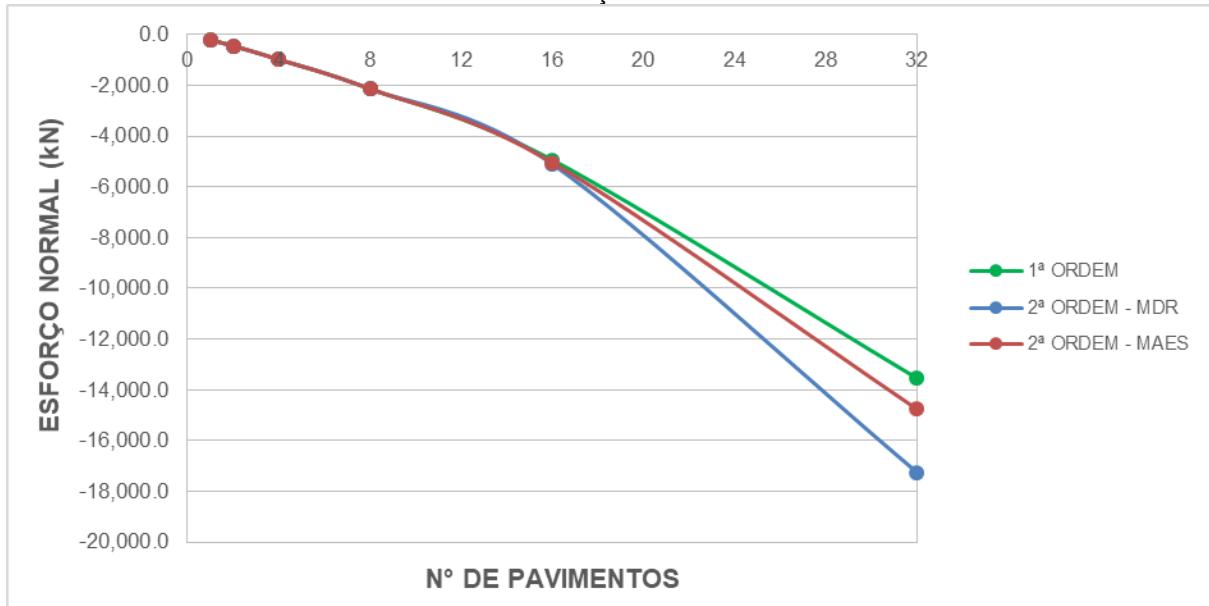
Tabela 31 – Comparaçāo do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.

PAVIMENTO	2 <sup>a</sup> ORDEM		
	1 <sup>a</sup> ORDEM N <sub>sd,1</sub> (kN · m)	MRD N <sub>sd,2</sub> (kN · m)	MAES N <sub>sd,2</sub> (kN · m)
1	-2.104E+02	-2.104E+02	-2.104E+02
2	-4.443E+02	-4.444E+02	-4.445E+02
4	-9.783E+02	-9.794E+02	-9.796E+02
8	-2.128E+03	-2.140E+03	-2.139E+03
16	-4.938E+03	-5.100E+03	-5.039E+03
32	-1.354E+04	-1.725E+04	-1.476E+04

Fonte: Autor (2018).

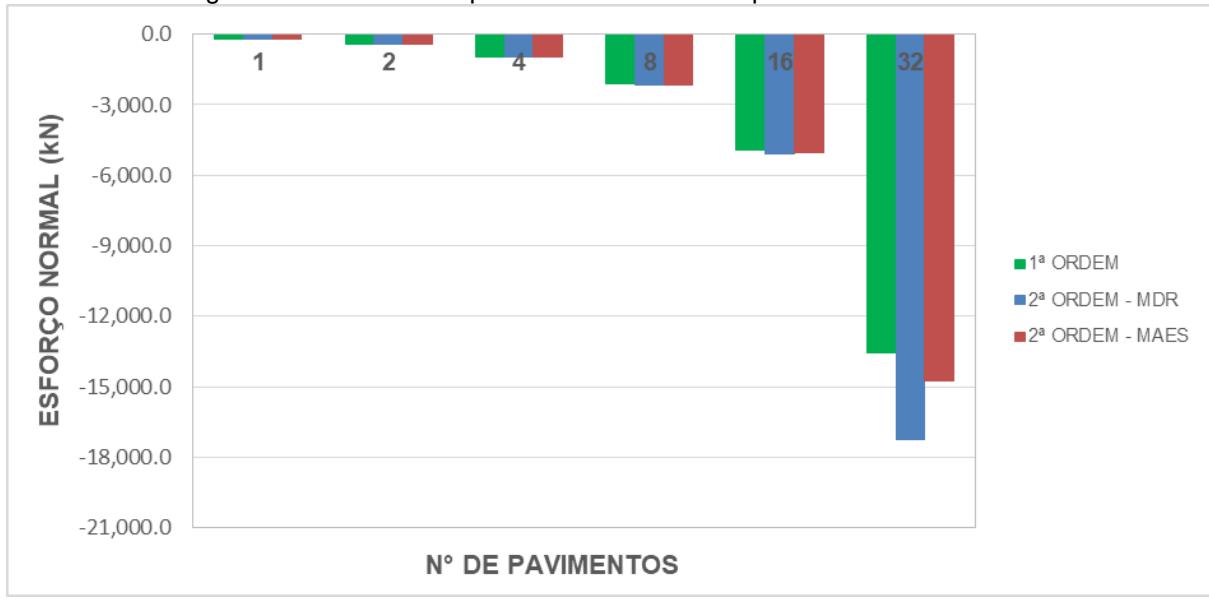
Nas Figuras 34 e 35 é mostrada a comparação gráfica entre os valores de esforço normal presentes na Tabela 31, em função da quantidade de pavimentos que possui o pórtico, obtidos pelas análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada via MAES.

Figura 34 – Curvas do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 4 (pilar mais comprimido) do pórtico com 4 pilares, para as diversas situações estudadas.



Fonte: Autor (2018).

Figura 35 – Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 31.



Fonte: Autor (2018).

#### 4.3.2 Pórtico plano de aço com ligações rígidas e 8 pilares

Na Tabela 32 são mostrados os resultados do momento fletor atuante no engaste do pilar mais comprimido (barra 8) do pórtico com 8 pilares, para as situações com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos.

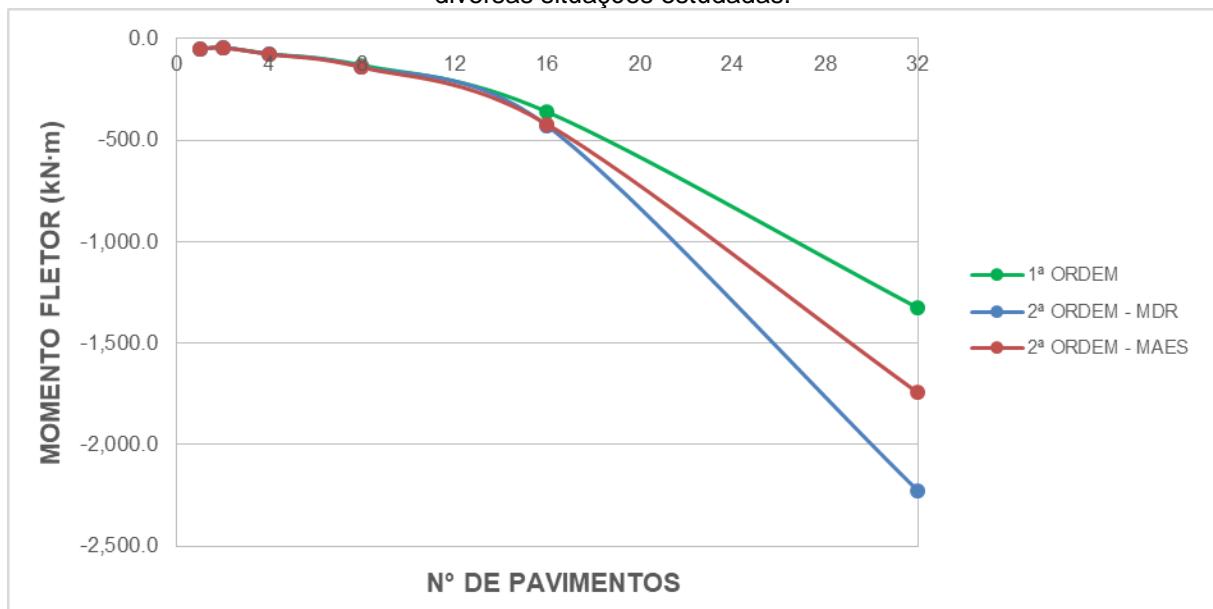
Tabela 32 – Comparação do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.

PAVIMENTO	2 <sup>a</sup> ORDEM		
	1 <sup>a</sup> ORDEM		MRD
	$M_{sd,1}$ (kN · m)	$M_{sd,2}$ (kN · m)	
1	-5.149E+01	-5.199E+01	-5.143E+01
2	-4.351E+01	-4.436E+01	-4.464E+01
4	-7.425E+01	-7.596E+01	-7.695E+01
8	-1.309E+02	-1.387E+02	-1.420E+02
16	-3.608E+02	-4.297E+02	-4.218E+02
32	-1.326E+03	-2.227E+03	-1.745E+03

Fonte: Autor (2018).

Nas Figuras 36 e 37 é mostrada a comparação gráfica entre os valores de momento fletor presentes na Tabela 32, em função da quantidade de pavimentos que possui o pórtico, obtidos pelas análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada via MAES.

Figura 36 – Curvas do momento fletor de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.



Fonte: Autor (2018).

Figura 37 – Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 32.



Fonte: Autor (2018).

Na Tabela 33 são mostrados os resultados do esforço cortante atuante no engaste do pilar mais comprimido (barra 8) do pórtico com 8 pilares, para as situações com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos.

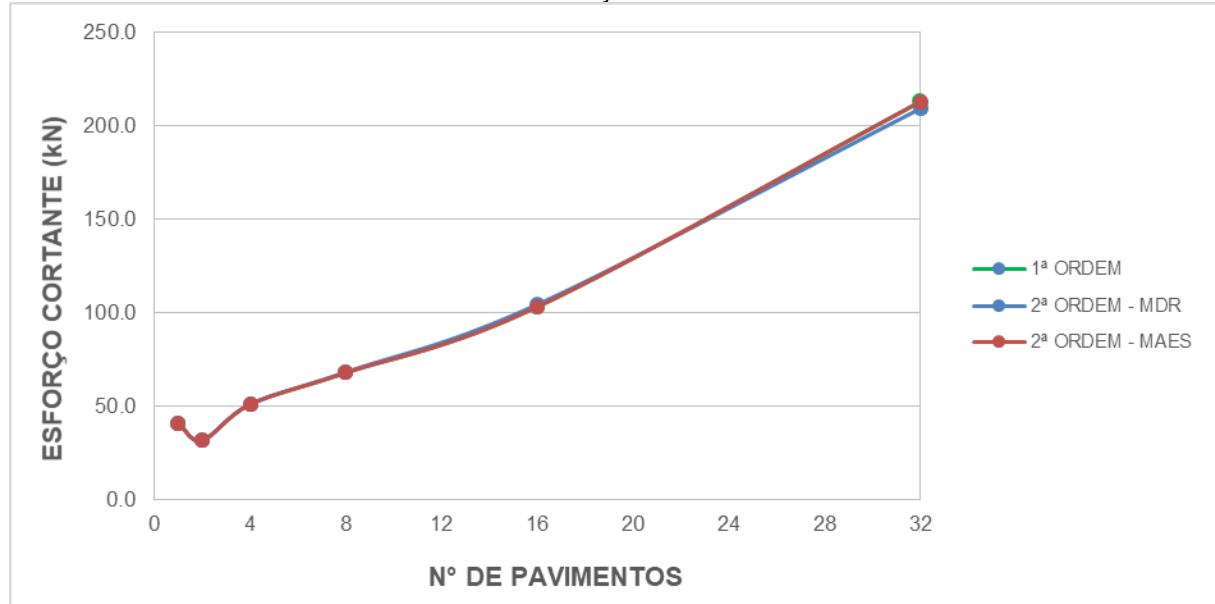
Tabela 33 – Comparaçāo do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.

PAVIMENTO	2 <sup>a</sup> ORDEM		
	1 <sup>a</sup> ORDEM V <sub>sd,1</sub> (kN · m)	MRD V <sub>sd,2</sub> (kN · m)	MAES V <sub>sd,2</sub> (kN · m)
1	4.058E+01	4.062E+01	4.058E+01
2	3.174E+01	3.174E+01	3.174E+01
4	5.091E+01	5.104E+01	5.091E+01
8	6.791E+01	6.831E+01	6.791E+01
16	1.032E+02	1.045E+02	1.032E+02
32	2.131E+02	2.094E+02	2.131E+02

Fonte: Autor (2018).

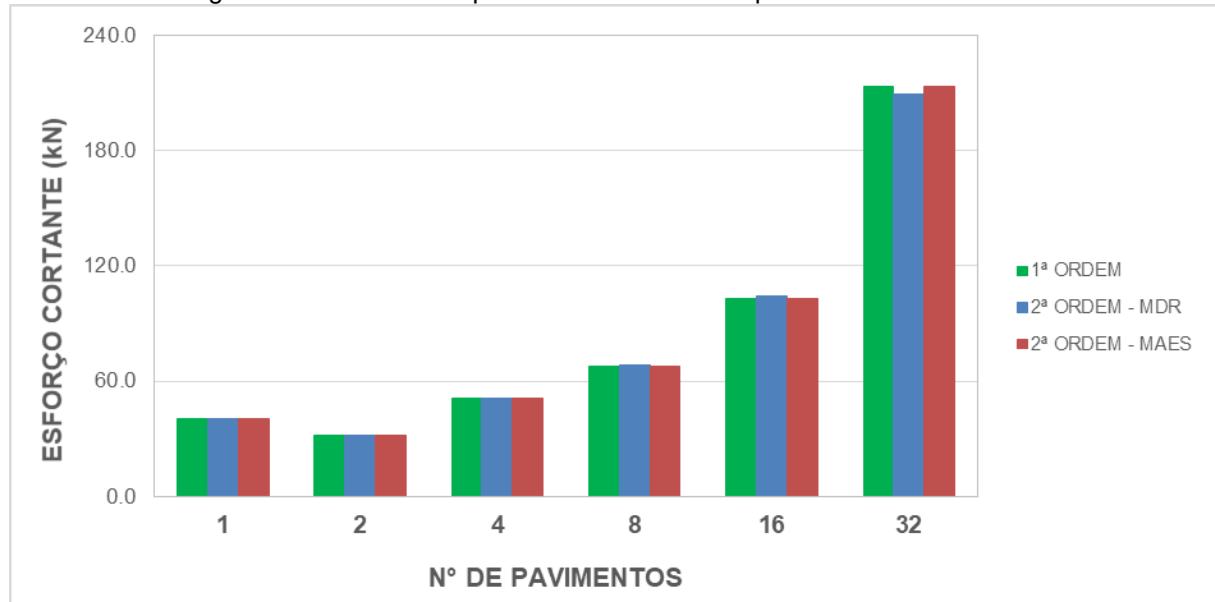
Nas Figuras 38 e 39 é mostrada a comparação gráfica entre os valores de esforço cortante presentes na Tabela 33, em função da quantidade de pavimentos que possui o pórtico, obtidos pelas análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada via MAES.

Figura 38 – Curvas do esforço cortante de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.



Fonte: Autor (2018).

Figura 39 – Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 33.



Fonte: Autor (2018).

Na Tabela 34 são mostrados os resultados do esforço normal atuante no engaste do pilar mais comprimido (barra 8) do pórtico com 8 pilares, para as situações com 1, 2, 4, 8, 16 e 32 pavimentos.

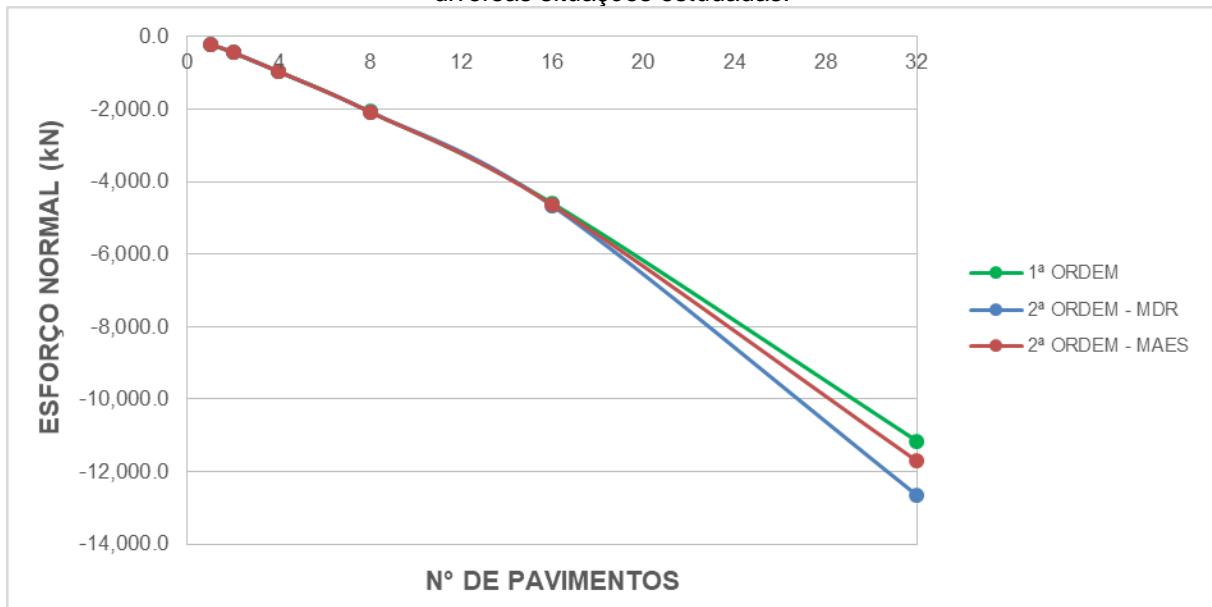
Tabela 34 – Comparação do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.

PAVIMENTO	2 <sup>a</sup> ORDEM		
	1 <sup>a</sup> ORDEM	MRD	MAES
	N <sub>sd,1</sub> (kN · m)	N <sub>sd,2</sub> (kN · m)	N <sub>sd,2</sub> (kN · m)
1	-2.089E+02	-2.088E+02	-2.088E+02
2	-4.409E+02	-4.409E+02	-4.409E+02
4	-9.671E+02	-9.675E+02	-9.675E+02
8	-2.071E+03	-2.077E+03	-2.077E+03
16	-4.595E+03	-4.665E+03	-4.643E+03
32	-1.116E+04	-1.265E+04	-1.171E+04

Fonte: Autor (2018).

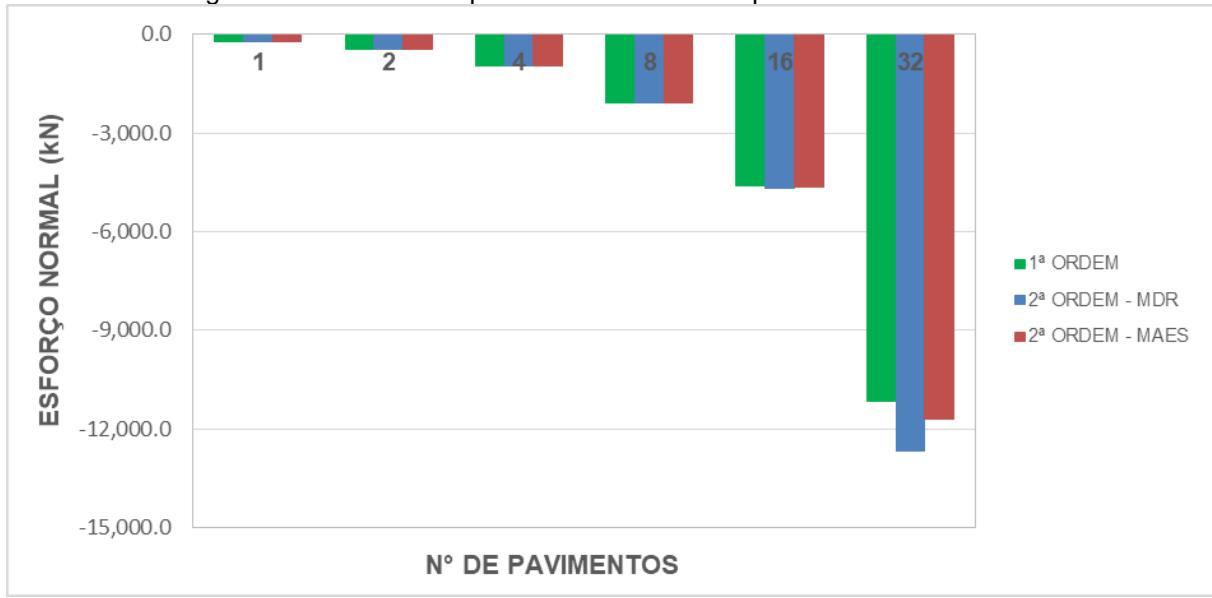
Nas Figuras 40 e 41 é mostrada a comparação gráfica entre os valores de esforço normal presentes na Tabela 34, em função da quantidade de pavimentos que possui o pórtico, obtidos pelas análises elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem via MRD e análise elástica aproximada via MAES.

Figura 40 – Curvas do esforço normal de cálculo obtido por análise elástica de 1<sup>a</sup> e 2<sup>a</sup> ordem e pelo MAES, atuante no engaste da barra 8 (pilar mais comprimido) do pórtico com 8 pilares, para as diversas situações estudadas.



Fonte: Autor (2018).

Figura 41 – Gráfico comparativo dos resultados presentes na Tabela 34.



Fonte: Autor (2018).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste último capítulo, apresentam-se as conclusões chegadas após observação dos resultados obtidos da análise estrutural realizadas nos pórticos planos, e também, sugestões para trabalhos futuros a serem desenvolvidos na mesma linha de raciocínio do tema estudado.

### 5.1 Conclusões

Tendo em vista os resultados observados dos pórticos planos estudados anteriormente, o método proposto pela ABNT NBR 8800:2008, que se baseia em coeficientes amplificadores  $B_1$  e  $B_2$ , mostrou-se satisfatório desde que o deslocamento horizontal máximo do topo dos pilares em relação à base, verificado no estado limite de serviço de deslocamentos excessivos da estrutura, não ultrapasse o valor limite ( $H/400$ ). Para deslocamentos laterais do topo da estrutura superiores ao limite estabelecido pela norma brasileira, os esforços solicitantes de 2<sup>a</sup> ordem obtidos através do Método da Amplificação dos Esforços Solicitantes, tornam-se divergentes aos mesmos esforços solicitantes de 2<sup>a</sup> ordem obtidos por meio da análise elástica de 2<sup>a</sup> ordem via Método da Rigidez Direta com uso da matriz de rigidez geométrica, que é a metologia utilizada pelos softwares de análise estrutural.

### 5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Fazer a mesma análise comparativa em pórticos espaciais de aço de um projeto real.

## REFERÊNCIAS

- ACCIOLY, M. M. L. **Aplicação de métodos de controle ótimo à redução de vibrações em edifícios submetidos à ação de cargas dinâmicas.** Tese (Doutorado) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2006. 218 p.
- ALVA, G. M. S. **Sobre o projeto de edifícios em estrutura mista aço-concreto.** 277 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos (USP), São Carlos, 2000.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120:** Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1998. 5 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800:** Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008. 237 p.
- FAKURY, Ricardo H. **Dimensionamento básico de elementos estruturais de aço e mistos de aço e concreto.** Belo Horizonte: UFMG, 2011. 331 p.
- MARTHA, Luiz Fernando. **Análise de estruturas:** Conceitos e Métodos Básicos. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010. 536 p.
- PFEIL, Walter do Couto; PFEIL, Michèle Schubert. **Estruturas de Aço:** Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC 2009. 357 p.
- PINTO, Rivelli da Silva. **Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado.** 108 f. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos (USP). São Carlos, 1997.
- SILVA, Renata Gomes Lanna da. **Avaliação dos efeitos de 2<sup>a</sup> ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa.** 140 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2004.
- TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos sólidos.** Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984. ISBN 85-216-0246-4. 438 p.

# APÊNDICES

## APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA REALIZAÇÃO DAS ANÁLISES ELÁSTICAS DOS EFEITOS DE 1<sup>a</sup> E 2<sup>a</sup> ORDEM CONSIDERANDO OU NÃO A MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA VIA MÉTODO DA RIGIDEZ DIRETA

## **DADOS GERAIS DO PROBLEMA**

Npavimentos :=

Npilares :=

$$Nbarras := Npavimentos \cdot (2Npilares - 1) =$$

Nnós := Npavimentos·Npilares =

## **IMPORTANDO OS DADOS DAS BARRAS DE UMA PLANILHA EXCEL**

Dados :=

	1	2	3	4	5
1					
2					...

# ANÁLISE ELÁSTICA DE 1<sup>a</sup> ORDEM

## **CONSTANTES DE RÍGIDEZ LINEAR DAS BARRAS DO PÓRTICO**

ke := for i ∈ 1 .. Nbarras
 
$$\alpha_c \leftarrow \frac{3 \cdot \text{Dados}_{i,5} \cdot \text{Dados}_{i,4} \cdot \frac{\text{Dados}_{i,2}}{\text{Dados}_{i,3}}}{\text{Dados}_{i,6} \cdot \text{Dados}_{i,2} \cdot (\text{Dados}_{i,1})^2}$$
 for j ∈ 1 .. 5
 
$$M_{i,j} \leftarrow \frac{(2 \cdot \text{Dados}_{i,5} \cdot \text{Dados}_{i,4})}{\text{Dados}_{i,1}} \cdot \left( \frac{1 - 2 \cdot \alpha_c}{1 + 4 \cdot \alpha_c} \right) \text{ if } j = 1$$

$$M_{i,j} \leftarrow \frac{(4 \cdot \text{Dados}_{i,5} \cdot \text{Dados}_{i,4})}{\text{Dados}_{i,1}} \cdot \left( \frac{1 + \alpha_c}{1 + 4 \cdot \alpha_c} \right) \text{ if } j = 2$$

$$\begin{aligned}
 M_{i,j} &\leftarrow \frac{(6 \cdot \text{Dados}_{i,5} \cdot \text{Dados}_{i,4})}{(\text{Dados}_{i,1})^2} \cdot \left( \frac{1}{1 + 4 \cdot \alpha c} \right) \quad \text{if } j = 3 \\
 M_{i,j} &\leftarrow \frac{(12 \cdot \text{Dados}_{i,5} \cdot \text{Dados}_{i,4})}{(\text{Dados}_{i,1})^3} \cdot \left( \frac{1}{1 + 4 \cdot \alpha c} \right) \quad \text{if } j = 4 \\
 M_{i,j} &\leftarrow \frac{\text{Dados}_{i,5} \cdot \text{Dados}_{i,2}}{\text{Dados}_{i,1}} \quad \text{otherwise}
 \end{aligned}$$

## **INCIDÊNCIA DE BARRAS**

```

M |   if i = (2Npilares - 1)·(cont_pavimento + 1) - (Npilares - 1)
   |   cont_pavimento ← cont_pavimento + 1
   |   cont_viga ← i + 1
   |   cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
   |   cont_sul ← cont_sul + (Npilares - 1)
M |

```

## VETOR DE REAÇÕES DE ENGASTAMENTO PERFEITO DAS BARRAS

```

ReF := | for i ∈ 1..Nbarras
        |   for j ∈ 1..6
        |       if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
        |           Mi,j ←  $\frac{Dados_{i,7} \cdot Dados_{i,1}}{2}$  if j = 1
        |           Mi,j ←  $\frac{Dados_{i,7} \cdot (Dados_{i,1})^2}{12}$  if j = 2
        |           Mi,j ← 0 if j = 3
        |           Mi,j ←  $\frac{Dados_{i,7} \cdot Dados_{i,1}}{2}$  if j = 4
        |           Mi,j ←  $\frac{Dados_{i,7} \cdot (Dados_{i,1})^2}{12}$  if j = 5
        |           Mi,j ← 0 otherwise
        |       otherwise
        |           Mi,j ←  $\frac{(7 \cdot Dados_{i,7} + 3 \cdot Dados_{i,8}) \cdot Dados_{i,1}}{20}$  if j = 1
        |           Mi,j ←  $\frac{(3 \cdot Dados_{i,7} + 2 \cdot Dados_{i,8}) \cdot (Dados_{i,1})^2}{60}$  if j = 2
        |           Mi,j ←  $\frac{Dados_{i,9} \cdot Dados_{i,1}}{2}$  if j = 3
        |           Mi,j ←  $\frac{(3 \cdot Dados_{i,7} + 7 \cdot Dados_{i,8}) \cdot Dados_{i,1}}{20}$  if j = 4
        |           Mi,j ←  $\frac{(2 \cdot Dados_{i,7} + 3 \cdot Dados_{i,8}) \cdot (Dados_{i,1})^2}{60}$  if j = 5
        |           Mi,j ←  $\frac{Dados_{i,9} \cdot Dados_{i,1}}{2}$  otherwise
M

```

## MATRIZ DE RIGIDEZ LINEAR GLOBAL

$$\text{cont\_norte} := (2N\text{pilares} - 1) = 9$$

cont\_sul := 0

cont\_leste := Npilares = 5

$$\text{cont\_oeste} := (\text{Npilares} - 1) = 4$$

```

    | cont_linha ← cont_linha + 1
    | cont_coluna ← j + (2·j - 2)
otherwise
    | cont_linha ← i + (2·i - 2)
    | cont_coluna ← j + (2·j - 2)
    | for m ∈ 1 .. 3
        |   for n ∈ 1 .. 3
            |     Mcont_linha, cont_coluna ← Mcont_coluna, cont_linha
            |     cont_coluna ← cont_coluna + 1
            |     cont_linha ← cont_linha + 1
            |     cont_coluna ← j + (2·j - 2)
M

```

```

Ke_DP := for i ∈ 1 .. Nnós
    for j ∈ 1 .. Nnós
        if i = j
            cont_barras ← 0
            vet_barras ← 0
            a ← 0
            for k ∈ 1 .. rows(Matriz_Incidencia_Barras)
                if Matriz_Incidencia_Barrask, 1 = i ∨ Matriz_Incidencia_Barrask, 2 = i
                    cont_barras ← cont_barras + 1
                    vet_barrascont_barras, 1 ← k
                    vet_barrascont_barras, 2 ← Matriz_Incidencia_Barrask, 3
            for m ∈ 1 .. 3
                for n ∈ 1 .. 3
                    for k ∈ 1 .. rows(vet_barras) if m = 1 ∧ n = 1
                        a ← a + kevet_barrask, 1, 4 if vet_barrask, 2 = "viga"
                        a ← a + kevet_barrask, 1, 5 otherwise
                    for k ∈ 1 .. rows(vet_barras) if m = 1 ∧ n = 2
                        if vet_barrask, 2 = "viga"
                            a ← a + kevet_barrask, 1, 3 if (i + cont_oeste) = vet_barrask, 1
                            a ← a - kevet_barrask, 1, 3 otherwise
                    0 if m = 1 ∧ n = 3
                    for k ∈ 1 .. rows(vet_barras) if m = 2 ∧ n = 1
                        if vet_barrask, 2 = "viga"
                            a ← a + kevet_barrask, 1, 3 if (i + cont_oeste) = vet_barrask, 1
                            a ← a - kevet_barrask, 1, 3 otherwise
                    for k ∈ 1 .. rows(vet_barras) if m = 2 ∧ n = 2
                        a ← a + kevet_barrask, 1, 2

```

```

for k ∈ 1 .. rows(vet_barras)                                if m = 2 ∧ n = 3
    if vet_barrask,2 = "pilar"
        a ← a + kevet_barrask,1,3 if (i + cont_norte) = vet_barrask,1
        a ← a - kevet_barrask,1,3 otherwise
    0 if m = 3 ∧ n = 1
for k ∈ 1 .. rows(vet_barras)                                if m = 3 ∧ n = 2
    if vet_barrask,2 = "pilar"
        a ← a + kevet_barrask,1,3 if (i + cont_norte) = vet_barrask,1
        a ← a - kevet_barrask,1,3 otherwise
    for k ∈ 1 .. rows(vet_barras)                            otherwise
        a ← a + kevet_barrask,1,4 if vet_barrask,2 = "pilar"
        a ← a + kevet_barrask,1,5 otherwise
    Mauxm,n ← a
    a ← 0
cont_linha ← i + (2·i - 2)
cont_coluna ← j + (2·j - 2)
for m ∈ 1 .. 3
    for n ∈ 1 .. 3
        Mcont_linha,cont_coluna ← Mauxm,n
        cont_coluna ← cont_coluna + 1
        cont_linha ← cont_linha + 1
        cont_coluna ← j + (2·j - 2)
    if floor( $\frac{i}{N_{\text{pilares}}}$ ) · Npilares = i ∧ i < Nnós
        cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
        cont_oeste ← cont_oeste + (Npilares - 1)
M

```

$$Ke := Ke_{DP} + Ke_{s,DP}$$

## VETOR DE FORÇAS NODAIS DA ESTRUTURA

```

F := | for i ∈ 1 .. Nnós
      | cont_barras ← 0
      | vet_barras ← 0
      | a1 ← 0
      | a2 ← 0
      | a3 ← 0
      | for k ∈ 1 .. rows(Matriz_Incidencia_Barras)
          |   if Matriz_Incidencia_Barrask,1 = i ∨ Matriz_Incidencia_Barrask,2 = i

```

```

cont_barras ← cont_barras + 1
vet_barrascont_barras, 1 ← k
vet_barrascont_barras, 2 ← Matriz_Incidencia_Barrask, 3

for i ∈ 1 .. rows(vet_barras)
    if vet_barrasi, 2 = "pilar"
        | a1 ← a1 - ReFvet_barrasi, 1, 3 if (i + cont_norte) = vet_barrasi, 1
        | a1 ← a1 - ReFvet_barrasi, 1, 6 otherwise
    otherwise
        | a1 ← a1 - ReFvet_barrasi, 1, 1 if (i + cont_leste) = vet_barrasi, 1
        | a1 ← a1 - ReFvet_barrasi, 1, 4 otherwise

for i ∈ 1 .. rows(vet_barras)
    if vet_barrasi, 2 = "pilar"
        | a2 ← a2 - ReFvet_barrasi, 1, 2 if (i + cont_norte) = vet_barrasi, 1
        | a2 ← a2 - ReFvet_barrasi, 1, 5 otherwise
    otherwise
        | a2 ← a2 - ReFvet_barrasi, 1, 2 if (i + cont_leste) = vet_barrasi, 1
        | a2 ← a2 - ReFvet_barrasi, 1, 5 otherwise

for i ∈ 1 .. rows(vet_barras)
    if vet_barrasi, 2 = "pilar"
        | a3 ← a3 + ReFvet_barrasi, 1, 1 if (i + cont_norte) = vet_barrasi, 1
        | a3 ← a3 + ReFvet_barrasi, 1, 4 otherwise
    otherwise
        | a3 ← a3 - ReFvet_barrasi, 1, 3 if (i + cont_leste) = vet_barrasi, 1
        | a3 ← a3 - ReFvet_barrasi, 1, 6 otherwise
        (a1)

Vaux ← a2
(a3)

cont_linha ← i + (2 · i - 2)

for m ∈ 1 .. 3
    | Vcont_linha ← Vauxm
    | cont_linha ← cont_linha + 1

if floor( $\frac{i}{N_{\text{pilares}}}$ ) · Npilares = i ∧ i < Nnós
    | cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
    | cont_leste ← cont_leste + (Npilares - 1)

```

V

## VETOR DE DESLOCAMENTOS DE 1<sup>a</sup> ORDEM

```
D := | Vaux ← lsolve(Ke, F)
      | for i ∈ 1..Nnós
      |   | cont_linha ← i + (2·i - 2)
      |   | for j ∈ 1..3
      |   |   | Vj,i ← Vauxcont_linha
      |   |   | cont_linha ← cont_linha + 1
      | V
```

## ESFORÇOS DE 1<sup>a</sup> ORDEM ATUANTES NAS EXTRIMIDADES DAS BARRAS

```
Re := for i ∈ 1..Nbarras
      | Ke ←
      |   | ( 0   kei,4 -kei,3 0 -kei,4 -kei,3)
      |   |   0 -kei,3 kei,2 0 kei,3 kei,1
      |   |   kei,5 0 0 -kei,5 0 0
      |   |   0 -kei,4 kei,3 0 kei,4 kei,3
      |   |   0 -kei,3 kei,1 0 kei,3 kei,2
      |   |   (-kei,5 0 0 kei,5 0 0 )
      |   |   ( if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
      |   |   |   | 0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
      |   |   |   | D3,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
      |   |   | otherwise
      |   |   |   | 0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
      |   |   |   | D1,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
      |   |   | if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
      |   |   |   | 0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
      |   |   |   | D1,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
      |   |   | otherwise
      |   |   |   | 0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
      |   |   |   | -D3,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
      |   |   |   | 0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
      |   |   |   | D2,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
      |   |   | D3,Matriz_Incidencia_Barrasi,2 if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
      | d ←
```

```


$$\begin{aligned}
& \left| \begin{array}{ll} D_{1, \text{Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2}} & \text{otherwise} \\ D_{1, \text{Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2}} & \text{if } \text{Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,3} = \text{"viga"} \\ -D_{3, \text{Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2}} & \text{otherwise} \end{array} \right. \\
& \left( \begin{array}{l} D_{2, \text{Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2}} \\ (\text{ReF}_{i,1}) \\ \text{ReF}_{i,2} \\ \text{ReF}_{i,3} \\ \text{re} \leftarrow \text{ReF}_{i,4} \\ \text{ReF}_{i,5} \\ (\text{ReF}_{i,6}) \end{array} \right) \\
& \text{Vaux} \leftarrow \text{Ke} \cdot \text{d} + \text{re} \\
& \text{for } j \in 1..6 \\
& \quad M_{i,j} \leftarrow \text{Vaux}_{j,1} \\
& M
\end{aligned}$$


```

### ESFORÇO AXIAL SOLICITANTE DE 1<sup>a</sup> ORDEM INICIAL E FINAL ATUANTES NAS BARRAS

```

Ne := | for i in 1..Nbarras
      | | Vi,1 ← Rei,3
      | | Vi,2 ← Rei,6
      | | Vi,3 ← "tração" if Rei,3 < 0
      | | Vi,3 ← "compressão" otherwise
      | V

```

## ANÁLISE ELÁSTICA DE 2<sup>a</sup> ORDEM

### CONSTANTES DE RÍGIDEZ GEOMÉTRICA DAS BARRAS

```

keg := | for i in 1..Nbarras
       | | for j in 1..5
       | | | if Nei,3 = "compressão"
       | | | | NN(z) ←  $\frac{(Ne_{i,1} - Ne_{i,2})}{Dados_{i,1}} \cdot z + Ne_{i,2}$ 
       | | | | if j = 1

```

```


$$\Psi_i(z) \leftarrow \frac{z^2}{Dados_{i,1}} - \frac{z^3}{(Dados_{i,1})^2}$$


$$\Psi_j(z) \leftarrow -z + 2 \cdot \frac{z^2}{Dados_{i,1}} - \frac{z^3}{(Dados_{i,1})^2}$$


$$M_{i,j} \leftarrow \int_0^{Dados_{i,1}} NN(z) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_i(z)) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_j(z)) dz$$

if j = 2

$$\Psi_i(z) \leftarrow -z + 2 \cdot \frac{z^2}{Dados_{i,1}} - \frac{z^3}{(Dados_{i,1})^2}$$


$$\Psi_j(z) \leftarrow -z + 2 \cdot \frac{z^2}{Dados_{i,1}} - \frac{z^3}{(Dados_{i,1})^2}$$


$$M_{i,j} \leftarrow \int_0^{Dados_{i,1}} NN(z) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_i(z)) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_j(z)) dz$$

if j = 3

$$\Psi_i(z) \leftarrow 1 - 3 \cdot \left( \frac{z}{Dados_{i,1}} \right)^2 + 2 \cdot \left\lceil \frac{z}{(Dados_{i,1})} \right\rceil^3$$


$$\Psi_j(z) \leftarrow -z + 2 \cdot \frac{z^2}{Dados_{i,1}} - \frac{z^3}{(Dados_{i,1})^2}$$


$$M_{i,j} \leftarrow \int_0^{Dados_{i,1}} NN(z) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_i(z)) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_j(z)) dz$$

if j = 4

$$\Psi_i(z) \leftarrow 1 - 3 \cdot \left( \frac{z}{Dados_{i,1}} \right)^2 + 2 \cdot \left\lceil \frac{z}{(Dados_{i,1})} \right\rceil^3$$


$$\Psi_j(z) \leftarrow 1 - 3 \cdot \left( \frac{z}{Dados_{i,1}} \right)^2 + 2 \cdot \left\lceil \frac{z}{(Dados_{i,1})} \right\rceil^3$$


$$M_{i,j} \leftarrow \int_0^{Dados_{i,1}} NN(z) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_i(z)) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_j(z)) dz$$

otherwise

$$\Psi_i(z) \leftarrow 1 - \frac{z}{Dados_{i,1}}$$


```

$$\begin{array}{l}
 M \left| \begin{array}{l}
 \Psi_j(z) \leftarrow 1 - \frac{z}{\text{Dados}_{i,1}} \\
 M_{i,j} \leftarrow \int_0^{\text{Dados}_{i,1}} \text{NN}(z) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_i(z)) \cdot \frac{d}{dz}(\Psi_j(z)) dz \\
 M_{i,j} \leftarrow 0 \text{ otherwise}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

## MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA GLOBAL

```

Keg_s_DP := | for i ∈ 1 .. Nnós
              for j ∈ 1 .. Nnós
                if i = j
                  cont_linha ← i + (2·i - 2)
                  cont_coluna ← j + (2·j - 2)
                  for m ∈ 1 .. 3
                    for n ∈ 1 .. 3
                      Mcont_linha, cont_coluna ← 0
                      cont_coluna ← cont_coluna + 1
                      cont_linha ← cont_linha + 1
                      cont_coluna ← j + (2·j - 2)
                if i < j
                  barra ← 0
                  for k ∈ 1 .. rows(Matriz_Incidencia_Barras)
                    if Matriz_Incidencia_Barrask, 1 = i ∧ Matriz_Incidencia_Barrask
                      barra ← k
                      tipo ← Matriz_Incidencia_Barrask, 3
                    if barra ≠ 0
                      Maux ← ( -kegbarra, 4 -kegbarra, 3 0 )
                      Maux ← kegbarra, 3 kegbarra, 1 0 if tipo = '
                        ( 0 0 -kegbarra, 5 )
                        ( -kegbarra, 5 0 0 )
                      Maux ← 0 kegbarra, 1 -kegbarra, 3 otherwise
                        ( 0 kegbarra, 3 -kegbarra, 4 )
                        ( 0 0 0 )
                      Maux ← 0 0 0 otherwise
                        ( 0 0 0 )
                      cont_linha ← i + (2·i - 2)
                      cont_coluna ← j + (2·j - 2)
                end
              end
            end
          end
        end
      end
    end
  end
}

```

```

M
    for m ∈ 1..3
        for n ∈ 1..3
            Mcont_linha, cont_coluna ← Maux m, n
            cont_coluna ← cont_coluna + 1
            cont_linha ← cont_linha + 1
            cont_coluna ← j + (2·j - 2)

    otherwise
        cont_linha ← i + (2·i - 2)
        cont_coluna ← j + (2·j - 2)
        for m ∈ 1..3
            for n ∈ 1..3
                Mcont_linha, cont_coluna ← Mcont_coluna, cont_linha
                cont_coluna ← cont_coluna + 1
                cont_linha ← cont_linha + 1
                cont_coluna ← j + (2·j - 2)

Keg_DP := for i ∈ 1..Nnós
    for j ∈ 1..Nnós
        if i = j
            cont_barras ← 0
            vet_barras ← 0
            a ← 0
            for k ∈ 1..rows(Matriz_Incidencia_Barras)
                if Matriz_Incidencia_Barrask, 1 = i ∨ Matriz_Incidencia_Barrask, 2 = i
                    cont_barras ← cont_barras + 1
                    vet_barrascont_barras, 1 ← k
                    vet_barrascont_barras, 2 ← Matriz_Incidencia_Barrask, 3

            for m ∈ 1..3
                for n ∈ 1..3
                    for k ∈ 1..rows(vet_barras)
                        if m = 1 ∧ n = 1
                            a ← a + kegvet_barrask, 1, 4 if vet_barrask, 2 = "viga"
                            a ← a + kegvet_barrask, 1, 5 otherwise
                        for k ∈ 1..rows(vet_barras)
                            if m = 1 ∧ n = 2
                                if vet_barrask, 2 = "viga"
                                    a ← a + kegvet_barrask, 1, 3 if (i + cont_oeste) = vet_barrask, 1
                                    a ← a - kegvet_barrask, 1, 3 otherwise
                            0 if m = 1 ∧ n = 3
                        for k ∈ 1..rows(vet_barras)
                            if m = 2 ∧ n = 1
                                if vet_barrask, 2 = "viga"
                                    a ← a + kegvet_barrask, 1, 3 if (i + cont_oeste) = vet_barrask, 1

```

```

M
    | a ← a - kegvet_barrask,1,3 otherwise
    | for k ∈ 1..rows(vet_barras) if m = 2 ∧ n = 2
    |   a ← a + kegvet_barrask,1,2
    | for k ∈ 1..rows(vet_barras)
    |   if vet_barrask,2 = "pilar"
    |     | a ← a + kegvet_barrask,1,3 if (i + cont_norte) = vet_barrask,1
    |     | a ← a - kegvet_barrask,1,3 otherwise
    |   0 if m = 3 ∧ n = 1
    | for k ∈ 1..rows(vet_barras) if m = 3 ∧ n = 2
    |   if vet_barrask,2 = "pilar"
    |     | a ← a + kegvet_barrask,1,3 if (i + cont_norte) = vet_barrask,1
    |     | a ← a - kegvet_barrask,1,3 otherwise
    |   for k ∈ 1..rows(vet_barras) otherwise
    |     | a ← a + kegvet_barrask,1,4 if vet_barrask,2 = "pilar"
    |     | a ← a + kegvet_barrask,1,5 otherwise
    |   Mauxm,n ← a
    |   a ← 0
    | cont_linha ← i + (2·i - 2)
    | cont_coluna ← j + (2·j - 2)
    | for m ∈ 1..3
    |   for n ∈ 1..3
    |     | Mcont_linha,cont_coluna ← Mauxm,n
    |     | cont_coluna ← cont_coluna + 1
    |     | cont_linha ← cont_linha + 1
    |     | cont_coluna ← j + (2·j - 2)
    |   if floor( $\frac{i}{Npilares}$ ) · Npilares = i ∧ i < Nnós
    |     | cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
    |     | cont_oeste ← cont_oeste + (Npilares - 1)

```

Keg := Keg\_DP + Keg\_s\_DP

## MATRIZ DE RIGIDEZ TANGENCIAL GLOBAL

Kt := Ke - Keg

## VETOR DE DESLOCAMENTOS 2<sup>a</sup> ORDEM

Dt := | Vaux ← lsolve(Kt, F)  
for i ∈ 1..Nnós

```

    cont_linha ← i + (2·i - 2)
    for j ∈ 1 .. 3
        Vj,i ← Vauxcont_linha
        cont_linha ← cont_linha + 1
V

```

## ESFORÇOS DE 2<sup>a</sup> ORDEM ATUANTES NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS

Rt := for i ∈ 1 .. Nbarras

$$\begin{aligned}
& \left[ \begin{array}{ccccc}
0 & (ke_{i,4} - keg_{i,4}) & -(ke_{i,3} - keg_{i,3}) & 0 & -(ke_{i,4} - keg_{i,4}) \quad -(ke_{i,3} - keg_{i,3}) \\
0 & -(ke_{i,3} - keg_{i,3}) & (ke_{i,2} - keg_{i,2}) & 0 & (ke_{i,3} - keg_{i,3}) \quad (ke_{i,1} - keg_{i,1}) \\
(ke_{i,5} - keg_{i,5}) & 0 & 0 & -(ke_{i,5} - keg_{i,5}) & 0 \quad 0 \\
0 & -(ke_{i,4} - keg_{i,4}) & (ke_{i,3} - keg_{i,3}) & 0 & (ke_{i,4} - keg_{i,4}) \quad (ke_{i,3} - keg_{i,3}) \\
0 & -(ke_{i,3} - keg_{i,3}) & (ke_{i,1} - keg_{i,1}) & 0 & (ke_{i,3} - keg_{i,3}) \quad (ke_{i,2} - keg_{i,2}) \\
-(ke_{i,5} - keg_{i,5}) & 0 & 0 & (ke_{i,5} - keg_{i,5}) & 0 \quad 0
\end{array} \right] \\
& \left( \begin{array}{c}
\text{if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,3} = "viga" \\
0 \text{ if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} = 0 \\
Dt_3, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} \text{ otherwise} \\
\text{otherwise} \\
0 \text{ if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} = 0 \\
Dt_1, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} \text{ otherwise} \\
\text{if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,3} = "viga" \\
0 \text{ if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} = 0 \\
Dt_1, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} \text{ otherwise} \\
\text{otherwise} \\
0 \text{ if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} = 0 \\
-Dt_3, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} \text{ otherwise} \\
0 \text{ if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} = 0 \\
Dt_2, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,1} \text{ otherwise} \\
Dt_3, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2} \text{ if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,3} = "viga" \\
Dt_1, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2} \text{ otherwise} \\
Dt_1, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2} \text{ if } Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,3} = "viga" \\
-Dt_3, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2} \text{ otherwise} \\
Dt_2, Matriz\_Incidencia\_Barras}_{i,2} \\
\left( \begin{array}{c}
ReF_{i,1} \\
ReF_{i,2} \\
ReF_{i,3}
\end{array} \right)
\end{array} \right)
\end{aligned}$$

$  \begin{aligned}  & rt \leftarrow \text{ReF}_{i,4}^{-,-} \\  & \quad \text{ReF}_{i,5} \\  & \quad (\text{ReF}_{i,6}) \\  & \text{Vaux} \leftarrow kt \cdot dt + rt \\  & \text{for } j \in 1..6 \\  & \quad M_{i,j} \leftarrow \text{Vaux}_{j,1} \\  & M  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  Ne := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{i,1} \leftarrow -Re_{i,3} \text{ if } Re_{i,3} > 0 \\ \quad V_{i,1} \leftarrow -Re_{i,3} \text{ otherwise} \\ \quad V_{i,2} \leftarrow Re_{i,6} \text{ if } Re_{i,6} > 0 \\ \quad V_{i,2} \leftarrow Re_{i,6} \text{ otherwise} \end{array} \right  V \\  & V \\  Ve := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Re_{i,1} \text{ if } Re_{i,1} > 0 \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Re_{i,1} \text{ otherwise} \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Re_{i,4} \text{ if } Re_{i,4} > 0 \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Re_{i,4} \text{ otherwise} \end{array} \right  V \\  & V \\  Me := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Re_{i,2} \text{ if } Re_{i,2} > 0 \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Re_{i,2} \text{ otherwise} \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Re_{i,5} \text{ if } Re_{i,5} > 0 \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Re_{i,5} \text{ otherwise} \end{array} \right  V  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  Nt := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{i,1} \leftarrow -Rt_{i,3} \text{ if } Rt_{i,3} > 0 \\ \quad V_{i,1} \leftarrow -Rt_{i,3} \text{ otherwise} \\ \quad V_{i,2} \leftarrow Rt_{i,6} \text{ if } Rt_{i,6} > 0 \\ \quad V_{i,2} \leftarrow Rt_{i,6} \text{ otherwise} \end{array} \right  V \\  & V \\  Vt := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Rt_{i,1} \text{ if } Rt_{i,1} > 0 \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Rt_{i,1} \text{ otherwise} \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Rt_{i,4} \text{ if } Rt_{i,4} > 0 \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Rt_{i,4} \text{ otherwise} \end{array} \right  V \\  & V \\  Mt := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Rt_{i,2} \text{ if } Rt_{i,2} > 0 \\ \quad V_{i,1} \leftarrow Rt_{i,2} \text{ otherwise} \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Rt_{i,5} \text{ if } Rt_{i,5} > 0 \\ \quad V_{i,2} \leftarrow -Rt_{i,5} \text{ otherwise} \end{array} \right  V  \end{aligned}  $	$  \begin{aligned}  Fe := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{1,i} \leftarrow Ne_{i,1} \\ \quad V_{2,i} \leftarrow Ve_{i,1} \\ \quad V_{3,i} \leftarrow Me_{i,1} \\ \quad V_{4,i} \leftarrow Ne_{i,2} \\ \quad V_{5,i} \leftarrow Ve_{i,2} \\ \quad V_{6,i} \leftarrow Me_{i,2} \end{array} \right  V \\  & V \\  Ft := & \left  \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..Nbaras \\ \quad V_{1,i} \leftarrow Nt_{i,1} \\ \quad V_{2,i} \leftarrow Vt_{i,1} \\ \quad V_{3,i} \leftarrow Mt_{i,1} \\ \quad V_{4,i} \leftarrow Nt_{i,2} \\ \quad V_{5,i} \leftarrow Vt_{i,2} \\ \quad V_{6,i} \leftarrow Mt_{i,2} \end{array} \right  V  \end{aligned}  $
--	---	---	---

## APÊNDICE B – CÓDIGO IMPLEMENTADO PARA REALIZAÇÃO DA ANÁLISE DE 2<sup>a</sup> ORDEM VIA MÉTODO DA AMPLIFICAÇÃO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES

### **DADOS GERAIS DO PROBLEMA**

Npavimentos :=

Npilares :=

Nbarras := Npavimentos·(2Npilares – 1) =

Nnós := Npavimentos·Npilares =

### **IMPORTANDO OS DADOS DAS BARRAS DE UMLANILHA EXCEL**

Dados :=

	1	2	3	4	5
1					
2					

### **CONSTANTES DE RÍGIDEZ DAS BARRAS DA ESTRUTURA**

```

ke := | for i ∈ 1..Nbarras
      |    $\alpha_c \leftarrow \frac{3 \cdot Dados_{i,5} \cdot Dados_{i,4} \cdot \frac{Dados_{i,2}}{Dados_{i,3}}}{Dados_{i,6} \cdot Dados_{i,2} \cdot (Dados_{i,1})^2}$ 
      |   for j ∈ 1..5
      |      $M_{i,j} \leftarrow \frac{(2 \cdot Dados_{i,5} \cdot Dados_{i,4})}{Dados_{i,1}} \cdot \left( \frac{1 - 2 \cdot \alpha_c}{1 + 4 \cdot \alpha_c} \right)$  if j = 1
      |      $M_{i,j} \leftarrow \frac{(4 \cdot Dados_{i,5} \cdot Dados_{i,4})}{Dados_{i,1}} \cdot \left( \frac{1 + \alpha_c}{1 + 4 \cdot \alpha_c} \right)$  if j = 2
      |      $M_{i,j} \leftarrow \frac{(6 \cdot Dados_{i,5} \cdot Dados_{i,4})}{(Dados_{i,1})^2} \cdot \left( \frac{1}{1 + 4 \cdot \alpha_c} \right)$  if j = 3
      |      $M_{i,j} \leftarrow \frac{(12 \cdot Dados_{i,5} \cdot Dados_{i,4})}{(Dados_{i,1})^3} \cdot \left( \frac{1}{1 + 4 \cdot \alpha_c} \right)$  if j = 4
      |      $M_{i,j} \leftarrow \frac{Dados_{i,5} \cdot Dados_{i,2}}{Dados_{i,1}}$  otherwise
      |
      |   M
  
```

## INCIDÊNCIA DE BARRAS

```

Matriz_Incidencia_Barras := | cont_norte ← 0
                            | cont_sul ← 0
                            | cont_leste ← (Npilares - 1)
                            | cont_oeste ← Npilares
                            | for i ∈ 1 .. Nbarras
                            |   if i ≤ Npilares
                            |     Mi,1 ← 0
                            |     Mi,2 ← i - cont_sul
                            |     Mi,3 ← "pilar"
                            |     if i = Npilares
                            |       cont_pavimento ← 1
                            |       cont_viga ← i + 1
                            |       cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
                            |       cont_sul ← cont_sul + (2Npilares - 1)
                            |     if cont_viga ≤ i ≤ (2Npilares - 1) · cont_pavimento
                            |       Mi,1 ← i - cont_oeste
                            |       Mi,2 ← i - cont_leste
                            |       Mi,3 ← "viga"
                            |       if i = (2Npilares - 1) · cont_pavimento
                            |         cont_leste ← cont_leste + (Npilares - 1)
                            |         cont_oeste ← cont_oeste + (Npilares - 1)
                            |     otherwise
                            |       Mi,1 ← i - cont_sul
                            |       Mi,2 ← i - cont_norte
                            |       Mi,3 ← "pilar"
                            |       if i = (2Npilares - 1) · (cont_pavimento + 1) - (Npilares - 1)
                            |         cont_pavimento ← cont_pavimento + 1
                            |         cont_viga ← i + 1
                            |         cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
                            |         cont_sul ← cont_sul + (Npilares - 1)
M

```

## MATRIZ DE RIGIDEZ LINEAR GLOBAL DA ESTRUTURA

cont\_norte := (2Npilares - 1) = 9

cont\_sul := 0

cont\_leste := Npilares = 5

cont\_oeste := (Npilares - 1) = 4

```

Ke_s_DP := | for i ∈ 1..Nnós
            |   for j ∈ 1..Nnós
            |     if i = j
            |       cont_linha ← i + (2·i - 2)
            |       cont_coluna ← j + (2·j - 2)
            |       for m ∈ 1..3
            |         for n ∈ 1..3
            |           Mcont_linha, cont_coluna ← 0
            |           cont_coluna ← cont_coluna + 1
            |           cont_linha ← cont_linha + 1
            |           cont_coluna ← j + (2·j - 2)
            |
            |     if i < j
            |       barra ← 0
            |       for k ∈ 1..rows(Matriz_Incidencia_Barras)
            |         if Matriz_Incidencia_Barrask, 1 = i ∧ Matriz_Incidencia_Barrask, 2 = j
            |           barra ← k
            |           tipo ← Matriz_Incidencia_Barrask, 3
            |
            |         if barra ≠ 0
            |           Maux ← ( -kebarra, 4 -kebarra, 3 0 )
            |           Maux ← kebarra, 3 kebarra, 1 0 if tipo = "viga"
            |           Maux ← 0 0 -kebarra, 5
            |           Maux ← -kebarra, 5 0 0 otherwise
            |           Maux ← 0 kebarra, 1 -kebarra, 3 otherwise
            |           Maux ← 0 kebarra, 3 -kebarra, 4
            |           Maux ← 0 0 0
            |           Maux ← 0 0 0 otherwise
            |           cont_linha ← i + (2·i - 2)
            |           cont_coluna ← j + (2·j - 2)
            |           for m ∈ 1..3
            |             for n ∈ 1..3
            |               Mcont_linha, cont_coluna ← Mauxm, n
            |               cont_coluna ← cont_coluna + 1
            |               cont_linha ← cont_linha + 1
            |               cont_coluna ← j + (2·j - 2)
            |
            |     endfor
            |   endfor
            |
            | endfor
        
```

```

otherwise
  cont_linha ← i + (2·i - 2)
  cont_coluna ← j + (2·j - 2)
  for m ∈ 1 .. 3
    for n ∈ 1 .. 3
      Mcont_linha, cont_coluna ← Mcont_coluna, cont_linha
      cont_coluna ← cont_coluna + 1
      cont_linha ← cont_linha + 1
      cont_coluna ← j + (2·j - 2)

M

Ke_DP := for i ∈ 1 .. Nnós
  for j ∈ 1 .. Nnós
    if i = j
      cont_barras ← 0
      vet_barras ← 0
      a ← 0
      for k ∈ 1 .. rows(Matriz_Incidencia_Barras)
        if Matriz_Incidencia_Barrask, 1 = i ∨ Matriz_Incidencia_Barrask, 2 = i
          cont_barras ← cont_barras + 1
          vet_barrascont_barras, 1 ← k
          vet_barrascont_barras, 2 ← Matriz_Incidencia_Barrask, 3
      for m ∈ 1 .. 3
        for n ∈ 1 .. 3
          for k ∈ 1 .. rows(vet_barras)           if m = 1 ∧ n = 1
            a ← a + kevet_barrask, 1, 4 if vet_barrask, 2 = "viga"
            a ← a + kevet_barrask, 1, 5 otherwise
          for k ∈ 1 .. rows(vet_barras)           if m = 1 ∧ n = 2
            if vet_barrask, 2 = "viga"
              a ← a + kevet_barrask, 1, 3 if (i + cont_oeste) = vet_barrask, 1
              a ← a - kevet_barrask, 1, 3 otherwise
            0 if m = 1 ∧ n = 3
          for k ∈ 1 .. rows(vet_barras)           if m = 2 ∧ n = 1
            if vet_barrask, 2 = "viga"
              a ← a + kevet_barrask, 1, 3 if (i + cont_oeste) = vet_barrask, 1
              a ← a - kevet_barrask, 1, 3 otherwise
            for k ∈ 1 .. rows(vet_barras) if m = 2 ∧ n = 2
              a ← a + kevet_barrask, 1, 2

```

```

    a ← a + kevet_barrask,1,2
    for k ∈ 1..rows(vet_barras)
        if vet_barrask,2 = "pilar"
            a ← a + kevet_barrask,1,3 if (i + cont_norte) = vet_barrask,1
            a ← a - kevet_barrask,1,3 otherwise
    0 if m = 3 ∧ n = 1
    for k ∈ 1..rows(vet_barras) if m = 3 ∧ n = 2
        if vet_barrask,2 = "pilar"
            a ← a + kevet_barrask,1,3 if (i + cont_norte) = vet_barrask,1
            a ← a - kevet_barrask,1,3 otherwise
    for k ∈ 1..rows(vet_barras) otherwise
        a ← a + kevet_barrask,1,4 if vet_barrask,2 = "pilar"
        a ← a + kevet_barrask,1,5 otherwise
    Mauxm,n ← a
    a ← 0
    cont_linha ← i + (2·i - 2)
    cont_coluna ← j + (2·j - 2)
    for m ∈ 1..3
        for n ∈ 1..3
            Mcont_linha,cont_coluna ← Mauxm,n
            cont_coluna ← cont_coluna + 1
            cont_linha ← cont_linha + 1
            cont_coluna ← j + (2·j - 2)
        if floor( $\frac{i}{N_{\text{pilares}}}$ ) · Npilares = i ∧ i < Nnós
            cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
            cont_oeste ← cont_oeste + (Npilares - 1)
M

```

$$Ke := Ke_{DP} + Ke_{s,DP}$$

## ESTRUTURA nt

### REAÇÕES DE ENGASTAMENTO PERFEITO DAS BARRAS DA ESTRUTURA nt

$$ReF := \begin{cases} \text{for } i \in 1..Nbarras \\ \quad \text{for } j \in 1..6 \end{cases}$$

```

if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
    Mi,j ←  $\frac{\text{Dados}_{i,7} \cdot \text{Dados}_{i,1}}{2}$  if j = 1
    Mi,j ←  $\frac{\text{Dados}_{i,7} \cdot (\text{Dados}_{i,1})^2}{12}$  if j = 2
    Mi,j ← 0 if j = 3
    Mi,j ←  $\frac{\text{Dados}_{i,7} \cdot \text{Dados}_{i,1}}{2}$  if j = 4
    Mi,j ←  $\frac{\text{Dados}_{i,7} \cdot (\text{Dados}_{i,1})^2}{12}$  if j = 5
    Mi,j ← 0 otherwise
otherwise
    Mi,j ←  $\frac{(7 \cdot \text{Dados}_{i,7} + 3 \cdot \text{Dados}_{i,8}) \cdot \text{Dados}_{i,1}}{20}$  if j = 1
    Mi,j ←  $\frac{(3 \cdot \text{Dados}_{i,7} + 2 \cdot \text{Dados}_{i,8}) \cdot (\text{Dados}_{i,1})^2}{60}$  if j = 2
    Mi,j ←  $\frac{\text{Dados}_{i,9} \cdot \text{Dados}_{i,1}}{2}$  if j = 3
    Mi,j ←  $\frac{(3 \cdot \text{Dados}_{i,7} + 7 \cdot \text{Dados}_{i,8}) \cdot \text{Dados}_{i,1}}{20}$  if j = 4
    Mi,j ←  $\frac{(2 \cdot \text{Dados}_{i,7} + 3 \cdot \text{Dados}_{i,8}) \cdot (\text{Dados}_{i,1})^2}{60}$  if j = 5
    Mi,j ←  $\frac{\text{Dados}_{i,9} \cdot \text{Dados}_{i,1}}{2}$  otherwise
M

```

## MATRIZ DE RIGIDEZ LINEAR GLOBAL DA ESTRUTURA nt

```

Ke_nt := | M ← Ke
          | for i ∈ 1 .. Nnós
          |   cont_linha ← i + (2 · i - 2)
          |   for j ∈ 1 .. Nnós
          |     cont_coluna ← j + (2 · j - 2)
          |     if floor(j / Npilares) = j
          |       Mcont_linha, cont_coluna+2 ← 0
          |       Mcont_linha+1, cont_coluna+2 ← 0
          |       Mcont_linha+2, cont_coluna+2 ← 0
M

```

```

A_nt := | M ← Ke_nt
         | for i ∈ 1..Nnós
         |   | cont_linha ← i + (2·i - 2)
         |   | for j ∈ 1..Nnós
         |   |     | cont_coluna ← j + (2·j - 2)
         |   |     | Mcont_linha+2, cont_coluna+2 ← 1 if floor( $\frac{i}{N_{\text{pilares}}}$ ) · Npilares = i ∧ i = j
         |
         | M
  
```

## **VETOR DE ENGASTAMENTO PERFEITO GLOBAL DA ESTRUTURA nt**

```

ReF_nt := | for i ∈ 1..Nnós
           |   | cont_barras ← 0
           |   | vet_barras ← 0
           |   | a1 ← 0
           |   | a2 ← 0
           |   | a3 ← 0
           |   | for k ∈ 1..rows(Matriz_Incidencia_Barras)
           |   |   | if Matriz_Incidencia_Barrask, 1 = i ∨ Matriz_Incidencia_Barrask, 2 = i
           |   |   |     | cont_barras ← cont_barras + 1
           |   |   |     | vet_barrascont_barras, 1 ← k
           |   |   |     | vet_barrascont_barras, 2 ← Matriz_Incidencia_Barrask, 3
           |   | for l ∈ 1..rows(vet_barras)
           |   |   | if vet_barrasl, 2 = "pilar"
           |   |   |     | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl, 1, 3 if (i + cont_norte) = vet_barrasl, 1
           |   |   |     | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl, 1, 6 otherwise
           |   |   | otherwise
           |   |   |     | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl, 1, 1 if (i + cont_leste) = vet_barrasl, 1
           |   |   |     | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl, 1, 4 otherwise
           |   | for l ∈ 1..rows(vet_barras)
           |   |   | if vet_barrasl, 2 = "pilar"
           |   |   |     | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl, 1, 2 if (i + cont_norte) = vet_barrasl, 1
           |   |   |     | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl, 1, 5 otherwise
           |   |   | otherwise
           |   |   |     | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl, 1, 2 if (i + cont_leste) = vet_barrasl, 1
           |   |   |     | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl, 1, 5 otherwise
           |   | for l ∈ 1..rows(vet_barras)
           |   |   | if vet_barrasl, 2 = "pilar"
  
```

```

    |   |   | a3 ← a3 + ReFvet_barras1,1,1 if (i + cont_norte) = vet_barras1,1
    |   |   | a3 ← a3 + ReFvet_barras1,1,4 otherwise
    |   |   | otherwise
    |   |   |   | a3 ← a3 - ReFvet_barras1,1,3 if (i + cont_leste) = vet_barras1,1
    |   |   |   | a3 ← a3 - ReFvet_barras1,1,6 otherwise
    |   |   |   (a1)
    |   |   Vaux ← a2
    |   |   (a3)
    |   | cont_linha ← i + (2·i - 2)
    |   | for m ∈ 1 .. 3
    |   |   | Vcont_linha ← Vauxm
    |   |   | cont_linha ← cont_linha + 1
    |   |   | if floor( $\frac{i}{N_{pilares}}$ ) · Npilares = i ∧ i ≤ Nnós
    |   |   |   | cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
    |   |   |   | cont_leste ← cont_leste + (Npilares - 1)
    |
    |   V

```

## DESLOCAMENTOS DE 1<sup>a</sup> ORDEM E FORÇAS LATERAIS DE CONTENÇÃO DA ESTRUTURA It

```

X_nt := | Vaux ← lsolve(A_nt, ReF_nt)
         | for i ∈ 1 .. Nnós
         |   | cont_linha ← i + (2·i - 2)
         |   | for j ∈ 1 .. 3
         |   |   | Vj,i ← Vauxcont_linha
         |   |   | cont_linha ← cont_linha + 1
         |
         V

```

```

Fcontenções := | cont ← 1
                 | for i ∈ 1 .. Nnós
                 |   | if floor( $\frac{i}{N_{pilares}}$ ) · Npilares = i
                 |   |   | Vcont,1 ← X_nt3,i
                 |   |   | cont ← cont + 1
                 |
                 V

```

```

d_nt := | M ← X_nt
         | for i ∈ 1 .. Nnós
         |   | M3,i ← 0 if floor( $\frac{i}{N_{pilares}}$ ) · Npilares = i
         |
         M

```

## **ESFORÇOS DE 1<sup>a</sup> ORDEM ATUANTES NAS EXTRIMIDADES DAS BARRAS DA ESTRUTURA nt**

Re\_nt\_local := for i ∈ 1 .. Nbarras

$$\begin{aligned}
 \text{Ke_nt_local} &\leftarrow \begin{pmatrix} 0 & \text{ke}_{i,4} & -\text{ke}_{i,3} & 0 & -\text{ke}_{i,4} & -\text{ke}_{i,3} \\ 0 & -\text{ke}_{i,3} & \text{ke}_{i,2} & 0 & \text{ke}_{i,3} & \text{ke}_{i,1} \\ \text{ke}_{i,5} & 0 & 0 & -\text{ke}_{i,5} & 0 & 0 \\ 0 & -\text{ke}_{i,4} & \text{ke}_{i,3} & 0 & \text{ke}_{i,4} & \text{ke}_{i,3} \\ 0 & -\text{ke}_{i,3} & \text{ke}_{i,1} & 0 & \text{ke}_{i,3} & \text{ke}_{i,2} \\ -\text{ke}_{i,5} & 0 & 0 & \text{ke}_{i,5} & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &\quad \begin{cases} \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,3} = "viga" \\ \quad \begin{cases} 0 & \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1} = 0 \\ d_{nt3, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1}} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{cases} 0 & \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1} = 0 \\ d_{nt1, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1}} & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \\
 &\quad \begin{cases} \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,3} = "viga" \\ \quad \begin{cases} 0 & \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1} = 0 \\ d_{nt1, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1}} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{otherwise} \\ \quad \begin{cases} 0 & \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1} = 0 \\ -d_{nt3, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1}} & \text{otherwise} \end{cases} \\ \quad \begin{cases} 0 & \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1} = 0 \\ d_{nt2, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,1}} & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \\
 \text{d_nt_local} &\leftarrow \begin{cases} d_{nt3, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,2}} & \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,3} = "viga" \\ d_{nt1, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,2}} & \text{otherwise} \\ d_{nt1, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,2}} & \text{if Matriz_Incidencia_Barras}_{i,3} = "viga" \\ -d_{nt3, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,2}} & \text{otherwise} \end{cases} \\
 &\quad \begin{pmatrix} \text{d}_{nt2, \text{Matriz_Incidencia_Barras}_{i,2}} \\ \text{ReF}_{i,1} \\ \text{ReF}_{i,2} \\ \text{ReF}_{i,3} \\ \text{ReF}_{i,4} \end{pmatrix} \\
 \text{ReF_nt_local} &\leftarrow
 \end{aligned}$$

```

    ReFi,5
    (ReFi,6)
Vaux ← Ke_nt_local·d_nt_local + ReF_nt_local
for j ∈ 1..6
    Mi,j ← Vauxj,1
M

```

Ne\_nt := for i ∈ 1..Nbarras

```

    Vi,1 ← -Re_nt_locali,3 if Re_nt_locali,3 > 0
    Vi,1 ← -Re_nt_locali,3 otherwise
    Vi,2 ← Re_nt_locali,6 if Re_nt_locali,6 > 0
    Vi,2 ← Re_nt_locali,6 otherwise
V

```

V\_nt := for i ∈ 1..Nbarras

```

    Vi,1 ← Re_nt_locali,1 if Re_nt_locali,1 > 0
    Vi,1 ← Re_nt_locali,1 otherwise
    Vi,2 ← -Re_nt_locali,4 if Re_nt_locali,4 > 0
    Vi,2 ← -Re_nt_locali,4 otherwise
V

```

M\_nt := for i ∈ 1..Nbarras

```

    Vi,1 ← Re_nt_locali,2 if Re_nt_locali,2 > 0
    Vi,1 ← Re_nt_locali,2 otherwise
    Vi,2 ← -Re_nt_locali,5 if Re_nt_locali,5 > 0
    Vi,2 ← -Re_nt_locali,5 otherwise
V

```

## ESTRUTURA It

### REAÇÕES DE ENGASTAMENTO PERFEITO DAS BARRAS DA ESTRUTURA It

```

ReF := for i ∈ 1..Nbarras
    for j ∈ 1..6
        Mi,j ← 0 if j = 1

```

```

Mi,j ← 0 if j = 2
Mi,j ← 0 if j = 3
Mi,j ← 0 if j = 4
Mi,j ← 0 if j = 5
Mi,j ← 0 otherwise

```

M

## **VETOR DE ENGASTAMENTO PERFEITO GLOBAL DA ESTRUTURA It**

```

ReF_It := | cont ← 1
           for i ∈ 1..Nnós
             | cont_barras ← 0
               vet_barras ← 0
               a1 ← 0
               a2 ← 0
               a3 ← 0
               for k ∈ 1..rows(Matriz_Incidencia_Barras)
                 if Matriz_Incidencia_Barrask,1 = i ∨ Matriz_Incidencia_Barrask,2 = i
                   | cont_barras ← cont_barras + 1
                     vet_barrascont_barras,1 ← k
                     vet_barrascont_barras,2 ← Matriz_Incidencia_Barrask,3
               for l ∈ 1..rows(vet_barras)
                 if vet_barrasl,2 = "pilar"
                   | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl,1,3 if (i + cont_norte) = vet_barrasl,1
                     | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl,1,6 otherwise
                 otherwise
                   | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl,1,1 if (i + cont_leste) = vet_barrasl,1
                     | a1 ← a1 - ReFvet_barrasl,1,4 otherwise
               for l ∈ 1..rows(vet_barras)
                 if vet_barrasl,2 = "pilar"
                   | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl,1,2 if (i + cont_norte) = vet_barrasl,1
                     | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl,1,5 otherwise
                 otherwise
                   | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl,1,2 if (i + cont_leste) = vet_barrasl,1
                     | a2 ← a2 - ReFvet_barrasl,1,5 otherwise

```

```

for 1 ∈ 1..rows(vet_barras)
    if vet_barras1,2 = "pilar"
        | a3 ← a3 + ReFvet_barras1,1,1 if (i + cont_norte) = vet_barras1,1
        | a3 ← a3 + ReFvet_barras1,1,4 otherwise
    otherwise
        | a3 ← a3 - ReFvet_barras1,1,3 if (i + cont_leste) = vet_barras1,1
        | a3 ← a3 - ReFvet_barras1,1,6 otherwise
    (a1)
Vaux ← a2
(a3)
cont_linha ← i + (2·i - 2)
for m ∈ 1..3
    | Vcont_linha ← Vauxm
    | cont_linha ← cont_linha + 1
    if floor( $\frac{i}{N_{pilares}}$ ) · Npilares = i ∧ i ≤ Nnós
        | Vcont_linha-1 ← Vcont_linha-1 + Fcontençõescont
        | cont ← cont + 1
        | cont_norte ← cont_norte + (Npilares - 1)
        | cont_leste ← cont_leste + (Npilares - 1)
V

```

## **DESLOCAMENTOS DE 1<sup>a</sup> ORDEM DA ESTRUTURA It**

```

d_lt := | Vaux ← lsolve(Ke, ReF_lt)
         for i ∈ 1..Nnós
             | cont_linha ← i + (2·i - 2)
             for j ∈ 1..3
                 | Vj,i ← Vauxcont_linha
                 | cont_linha ← cont_linha + 1
V

```

## **ESFORÇOS DE 1<sup>a</sup> ORDEM ATUANTES NAS EXTRIMIDADES DAS BARRAS DA ESTRUTURA It**

Re\_lt\_local := for i ∈ 1..Nbarras

```

Ke_lt_local ←
  ( 0   kei,4 -kei,3 0 -kei,4 -kei,3)
    0 -kei,3 kei,2 0 kei,3 kei,1
  kei,5 0 0 -kei,5 0 0
  0 -kei,4 kei,3 0 kei,4 kei,3
  0 -kei,3 kei,1 0 kei,3 kei,2
(-kei,5 0 0 kei,5 0 0)
(
  if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
    0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
    d_lt3,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
  otherwise
    0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
    d_lt1,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
  if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
    0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
    d_lt1,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
  otherwise
    0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
    -d_lt3,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
    0 if Matriz_Incidencia_Barrasi,1 = 0
    d_lt2,Matriz_Incidencia_Barrasi,1 otherwise
  d_lt3,Matriz_Incidencia_Barrasi,2 if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
  d_lt1,Matriz_Incidencia_Barrasi,2 otherwise
  d_lt1,Matriz_Incidencia_Barrasi,2 if Matriz_Incidencia_Barrasi,3 = "viga"
  -d_lt3,Matriz_Incidencia_Barrasi,2 otherwise
(
  d_lt2,Matriz_Incidencia_Barrasi,2
  (ReFi,1)
  ReFi,2
  ReFi,3
  ReFi,4
  ReFi,5
  (ReFi,6)
)

```

```

Vaux  $\leftarrow$  Ke_lt_local · d_lt_local + ReF_lt_local
for j  $\in$  1 .. 6
  Mi,j  $\leftarrow$  Vauxj,1
M

```

Ne\_lt :=

```

for i  $\in$  1 .. Nbarras
  Vi,1  $\leftarrow$  -Re_lt_locali,3 if Re_lt_locali,3 > 0
  Vi,1  $\leftarrow$  -Re_lt_locali,3 otherwise
  Vi,2  $\leftarrow$  Re_lt_locali,6 if Re_lt_locali,6 > 0
  Vi,2  $\leftarrow$  Re_lt_locali,6 otherwise
V

```

V\_lt :=

```

for i  $\in$  1 .. Nbarras
  Vi,1  $\leftarrow$  Re_lt_locali,1 if Re_lt_locali,1 > 0
  Vi,1  $\leftarrow$  Re_lt_locali,1 otherwise
  Vi,2  $\leftarrow$  -Re_lt_locali,4 if Re_lt_locali,4 > 0
  Vi,2  $\leftarrow$  -Re_lt_locali,4 otherwise
V

```

M\_lt :=

```

for i  $\in$  1 .. Nbarras
  Vi,1  $\leftarrow$  Re_lt_locali,2 if Re_lt_locali,2 > 0
  Vi,1  $\leftarrow$  Re_lt_locali,2 otherwise
  Vi,2  $\leftarrow$  -Re_lt_locali,5 if Re_lt_locali,5 > 0
  Vi,2  $\leftarrow$  -Re_lt_locali,5 otherwise
V

```

## COEFICIENTES AMPLIFICADORES E ESFORÇOS DE 2<sup>a</sup> ORDEM

B1 :=

```

for i  $\in$  1 .. Nbarras
  for j  $\in$  1 .. 2
    Nsd  $\leftarrow$  Ne_nti,j + Ne_lti,j
    Vi,j  $\leftarrow$  1 if Nsd  $\geq$  0
    otherwise

```

```


$$Ne \leftarrow \frac{\pi^2 \cdot \text{Dados}_{i,5} \cdot \text{Dados}_{i,4}}{(\text{Dados}_{i,1})^2}$$


$$Cm \leftarrow 1 \text{ if } \text{Dados}_{i,7} \neq 0 \vee \text{Dados}_{i,8} \neq 0$$


$$\text{otherwise}$$


$$Cm \leftarrow 0.6 + 0.4 \cdot \frac{\min(M_{nt_{i,1}}, M_{nt_{i,2}})}{\max(M_{nt_{i,1}}, M_{nt_{i,2}})} \text{ if } \frac{M_{nt_{i,1}}}{M_{nt_{i,2}}} \geq 0$$


$$Cm \leftarrow 0.6 - 0.4 \cdot \frac{\min(M_{nt_{i,1}}, M_{nt_{i,2}})}{\max(M_{nt_{i,1}}, M_{nt_{i,2}})} \text{ otherwise}$$


$$V_{i,j} \leftarrow \frac{Cm}{1 - \frac{Nsd}{Ne}}$$


$$V_{i,j} \leftarrow 1 \text{ if } V_{i,j} < 1$$

V

B2 := | Rs  $\leftarrow 0.85$ 
for i  $\in 1..N_{\text{pavimentos}}$ 
|  $\Delta h \leftarrow d_{lt_{3,N_{\text{pilares}}}}$  if  $i = 1$ 
|  $\Delta h \leftarrow d_{lt_{3,N_{\text{pilares}}}} - d_{lt_{3,N_{\text{pilares}} \cdot (i-1)}}$  otherwise
|  $h \leftarrow \text{Dados}_{N_{\text{pilares}}, 1}$ 
|  $\Sigma Hsd \leftarrow$ 
| |  $x \leftarrow 0$ 
| | for j  $\in i..length(F_{\text{contenções}})$ 
| | |  $x \leftarrow x + F_{\text{contenções}}_j$ 
| | x
| |  $x$ 
|  $\Sigma Nsd \leftarrow$ 
| |  $x \leftarrow 0$  if  $i = 1$ 
| | for j  $\in 1..N_{\text{barras}}$ 
| | |  $x \leftarrow x + \text{Dados}_{j,7} \cdot \text{Dados}_{j,1}$  if  $\text{Matriz\_Incidecia\_Barras}_{j,3} = "viga"$ 
| | | x
| | x
|  $\Sigma Nsd \leftarrow$ 
| |  $x \leftarrow 0$  otherwise
| | for j  $\in [(2 \cdot N_{\text{pilares}} - 1) \cdot (i - 1) + 1]..N_{\text{barras}}$ 
| | |  $x \leftarrow x + \text{Dados}_{j,7} \cdot \text{Dados}_{j,1}$  if  $\text{Matriz\_Incidecia\_Barras}_{j,3} = "viga"$ 
| | | x
| | x
|  $V_i \leftarrow \frac{1}{1 - \frac{1}{Rs} \cdot \frac{\Delta h}{h} \cdot \frac{\Sigma Nsd}{\Sigma Hsd}}$ 
V

F := | cont  $\leftarrow 1$ 

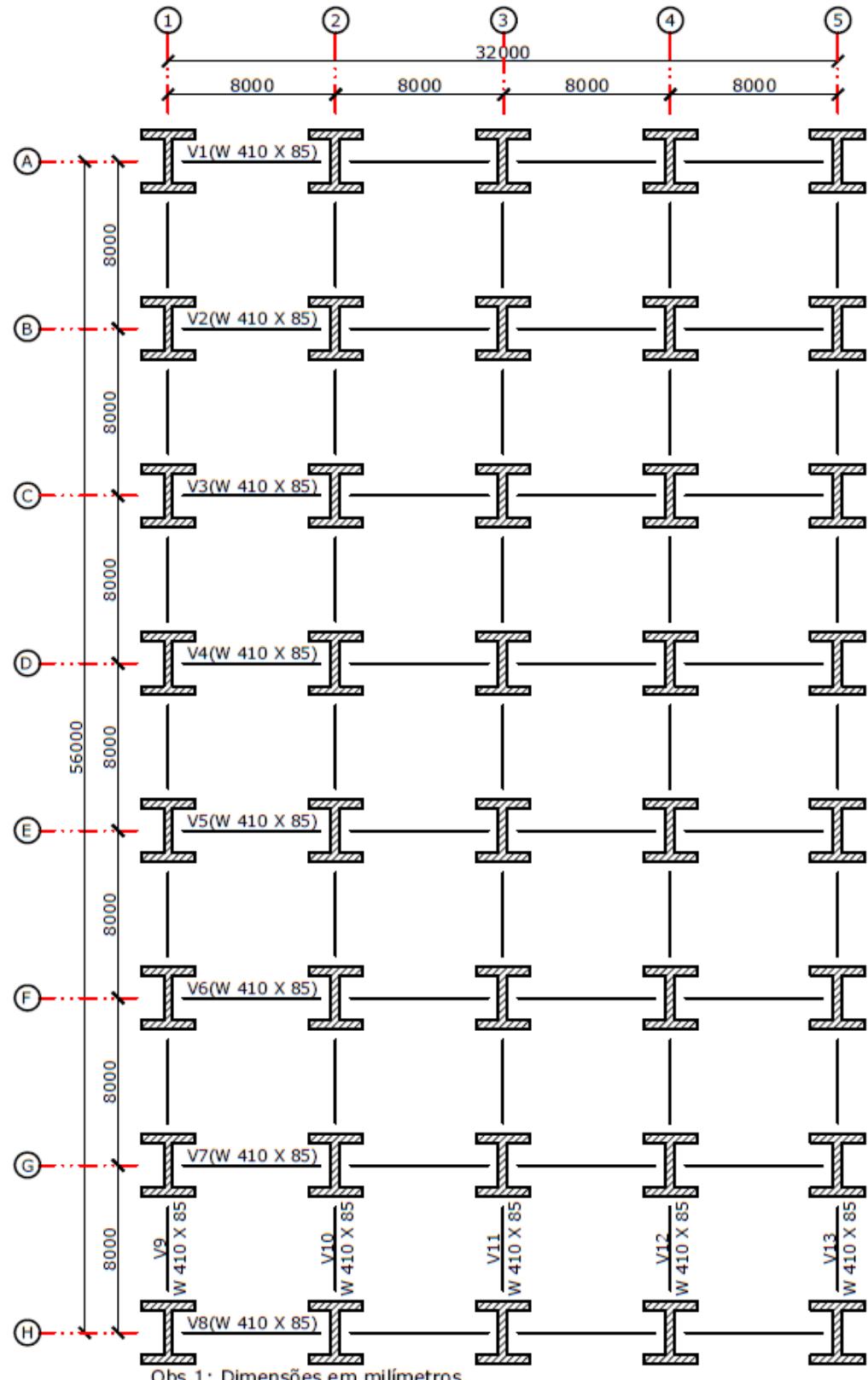
```

```

 $\text{F} := \begin{cases} \text{cont} \leftarrow 1 \\ \text{for } i \in 1..N\text{barras} \\ \quad V_{1,i} \leftarrow N\text{e\_nt}_{i,1} + B2_{\text{cont}} \cdot N\text{e\_lt}_{i,1} \\ \quad V_{2,i} \leftarrow V_{-nt}_{i,1} + V_{-lt}_{i,1} \\ \quad V_{3,i} \leftarrow B1_{i,1} \cdot M_{-nt}_{i,1} + B2_{\text{cont}} \cdot M_{-lt}_{i,1} \\ \quad V_{4,i} \leftarrow N\text{e\_nt}_{i,2} + B2_{\text{cont}} \cdot N\text{e\_lt}_{i,2} \\ \quad V_{5,i} \leftarrow V_{-nt}_{i,2} + V_{-lt}_{i,2} \\ \quad V_{6,i} \leftarrow B1_{i,2} \cdot M_{-nt}_{i,2} + B2_{\text{cont}} \cdot M_{-lt}_{i,2} \\ \quad \text{cont} \leftarrow \text{cont} + 1 \text{ if } \text{floor}\left[\frac{i}{(2N\text{pilares} - 1)}\right] \cdot (2N\text{pilares} - 1) = i \end{cases}$  \\ V

```

**APÊNDICE C – PLANTA BAIXA DO EDIFÍCIO MODELO CONSIDERADO NO TRABALHO**



## ANEXOS

### ANEXO A – CATALOGO DE LAJES NERVURADAS (ATEX BRASIL)

ATEX 610

ALTURA DA FÓRMA cm	ESPESURA DA LÂMINA cm	ALTURA TOTAL cm	LAGURA DA NERVURA			ÁREA DA SEÇÃO cm²	DISTÂNCIA DO C.G. à FACE SUPERIOR / FACE INFERIOR cm		INÉRCIA cm⁴	MÓDULO DE FLEXÃO cm³		VOLUME DO VAZIO FÓRMA m³ / m²		PESO PRÓPRIO KN/m²	VOLUME DE CONCRETO m³/m²
			INFERIOR cm	SUPERIOR cm	MÉDIA cm		cm	cm		cm	cm	m³	cm³	m³/m²	
16,0	5,0	21,0				440	5,6	15,4	12933	2318	839			2,28	0,091
	7,5	23,5	7,0	9,9	8,4	593	6,3	17,2	18299	2895	1065	0,044	0,119	2,90	0,116
	10,0	26,0				745	7,3	18,7	25336	3485	1353			3,53	0,141
18,0	5,0	23,0				458	6,2	16,8	16986	2757	1009			2,40	0,096
	7,5	25,5	7,0	9,9	8,5	611	6,8	18,7	23356	3435	1249	0,050	0,134	3,03	0,121
	10,0	28,0				763	7,7	20,3	31367	4079	1544			3,65	0,146
21,0	5,0	26,0				506	7,3	18,7	25473	3494	1361			2,78	0,111
	7,5	28,5	7,0	12,2	9,6	659	7,8	20,7	34104	4367	1648	0,056	0,149	3,40	0,136
	10,0	31,0				811	8,6	22,4	44358	5152	1981			4,03	0,161
26,0	5,0	31,0				588	9,2	21,8	44482	4825	2042			3,38	0,135
	7,5	33,5	7,0	14,8	10,9	741	9,6	23,9	57825	6049	2415	0,065	0,175	4,00	0,160
	10,0	36,0				893	10,2	25,8	72683	7119	2818			4,63	0,185
30,0	5,0	35,0				668	10,9	24,1	65517	6033	2714			3,93	0,157
	7,5	37,5	7,0	17,2	12,1	821	11,1	26,4	83818	7544	3176	0,072	0,193	4,55	0,182
	10,0	40,0				973	11,7	28,3	103553	8866	3657			5,18	0,207
dI	ds	D	bi	bs	br	A	rs	ri	I	VWs	Wi		V/V	Concreto 25 KN/m³	

