



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE**  
**NÚCLEO DE TECNOLOGIA**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**JOÃO MARCOS DA SILVA**

**PROJETO DE MÚLTIPLAS LONGARINAS DE UMA PONTE RODOVIÁRIA**  
**UTILIZANDO CONCRETO PROTENDIDO**

**Caruaru**

**2019**

JOÃO MARCOS DA SILVA

**PROJETO DE MÚTIPLAS LONGARINAS DE UMA PONTE RODOVIÁRIA  
UTILIZANDO CONCRETO PROTENDIDO**

Trabalho de Conclusão de Curso realizado como requisito obrigatório na obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, na Universidade Federal de Pernambuco - Centro Acadêmico do Agreste.

**Área de concentração:** Estruturas.

**Orientador:** Dr. Douglas Mateus de Lima.

**Caruaru**

**2019**

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586p Silva, João Marcos da.  
Projeto de múltiplas longarinas de uma ponte rodoviária utilizando concreto protendido.  
/ João Marcos da Silva. – 2019.  
123 f. ; il. : 30 cm.

Orientador: Douglas Mateus de Lima.  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Engenharia Civil, 2019.  
Inclui Referências.

1. Concreto protendido. 2. Pontes. 3. Vigas. I. Lima, Douglas Mateus de (Orientador). II. Título.

CDD 620 (23. ed.)

UFPE (CAA 2019-274)

JOÃO MARCOS DA SILVA

**PROJETO DE MÚLTIPLAS LONGARINAS DE UMA PONTE RODOVIÁRIA  
UTILIZANDO CONCRETO PROTENDIDO**

Trabalho de Conclusão de Curso realizado como requisito obrigatório na obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, na Universidade Federal de Pernambuco - Campus Acadêmico do Agreste.

**Área de concentração:** Estruturas.

A banca examinadora, composta pelos professores abaixo, considera o aluno APROVADO com nota \_\_\_\_\_.

Caruaru, 28 de novembro de 2019.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Douglas Mateus de Lima: \_\_\_\_\_

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Orientador)

Prof. Dr. Humberto Correia Lima Júnior: \_\_\_\_\_

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Avaliador)

Prof.<sup>a</sup> Dra. Giuliana Furtado Franca Bono: \_\_\_\_\_

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Avaliadora)

Prof. Dr. Elder Alpes de Vasconcelos: \_\_\_\_\_

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Coordenador da disciplina de TCC)

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais, Deolinda Maria e Enoch Oliveira, por todo o amor e por todos os sacrifícios feitos para proporcionar sempre o melhor a seus filhos. Também os agradeço por me ensinarem o valor do respeito e por sempre acreditarem em mim.

Aos meus nove irmãos (Damião, Cosme, Ediane, Elma, João Paulo, Bosco, Tiago, Edilene e Elza) pelo carinho e apoio recebidos, sem os quais eu não teria chegado até aqui. Também agradeço aos seus companheiros e filhos, cujo apoio foi fundamental para meu desenvolvimento.

A minha segunda família canadense, Jane Van Horne e John Van Horne, que embora estejam quilômetros de distância afastados, continuam contribuindo para meu crescimento.

Ao meu professor orientador Douglas Mateus pela amizade, disponibilidade e empenho para a realização deste trabalho.

Aos demais professores do curso de graduação de Engenharia Civil, pelos ensinamentos passados que, com certeza, contribuíram para meu desenvolvimento profissional e pessoal.

Aos amigos e amigas que fiz durante a graduação, que me ajudaram a passar pelos dias difíceis e estavam juntos para celebrar os dias não tão difíceis.

## RESUMO

A construção de pontes representa um dos maiores custos quando se inicia um novo projeto rodoviário, assim, buscar por maneiras que otimizem essas estruturas, minimizando a quantidade de material utilizada através do melhor aproveitamento dos mesmos é algo fundamental para gerar projetos mais viáveis. Dentro desse contexto, destaca-se a aplicação da protensão a essas estruturas, pois, ela permite explorar ao máximo a resistência a tração do aço e a resistência a compressão do concreto, fazendo com que ambos os materiais trabalhem em conjunto de maneira mais eficiente. Este trabalho consiste na elaboração do projeto estrutural das múltiplas longarinas do tabuleiro de uma ponte utilizando concreto protendido. Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica com o intuito de abordar o histórico e as principais propriedades do concreto protendido. O projeto foi desenvolvido no *software* Mathcad 15.0, o qual junto com *softwares* auxiliares permitiu determinar os esforços atuantes em cada longarina do tabuleiro, e, com esses valores, determinou-se a longarina mais solicitada, a qual foi dimensionada no restante do projeto. Posteriormente, determinou-se o esforço de protensão mínimo que deve atuar na estrutura e, em seguida, através do posicionamento do cabo equivalente de protensão, foram calculadas as perdas de protensão imediatas e progressivas. Ao final do projeto foram verificadas as situações dos estados limites últimos de fadiga e de flexão da armadura ativa e também se realizou a verificação do estado limite de serviço de deformações excessivas. Os resultados obtidos permitiram concluir que a utilização da protensão contribuiu para reduzir a quantidade de aço utilizada na estrutura, além de diminuir as deformações e ainda melhorar o comportamento da viga aos efeitos da fadiga.

**Palavras-chave:** Concreto Protendido. Pontes. Múltiplas Longarinas.

## **ABSTRACT**

The construction of bridges represents one of the biggest costs when starting a new road project, so, searching for ways that optimize these structures through the minimization of the amount of material used making the best use of them, is fundamental to create more viable projects. In this context, the application of prestressing to these structures stands out, since it allows the maximum exploitation of the tensile strength of steel and the compressive strength of concrete, making both materials work together more efficiently. This work consists in the elaboration of the structural design of the multiple girders of a bridge deck using prestressed concrete. Initially, a bibliographic review was made in order to approach the history and the main properties of prestressed concrete. The project was developed using Mathcad 15.0 software, which together with other software's allowed to determine the forces acting on each girder of the deck, and with these values, the most requested girder was determined, which was dimensioned in the rest of the project. Subsequently, the minimum prestressing force that must act on the structure was determined and then, through the positioning of the equivalent prestressing cable, immediate and progressive prestressing losses were calculated. At the end of the project, the situations of the last state limits of fatigue and flexion of the cabo were verified, and the service state limit of excessive deformations was also considered. The results allowed to conclude that the use of prestressing contributed to reduce the amount of steel used in the structure, besides reducing the deformations and also improving the behavior of the beam to the effects of fatigue.

**Keywords:** Prestressed Concrete. Bridges. Multiple Girders.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Viaduto com longarinas protendidas em Caruaru-PE.....	15
Figura 2 - Múltiplas longarinas em viaduto de Caruaru-PE.....	16
Figura 3 - Esquema de aplicação de pré-tração numa viga.....	21
Figura 4 - Esquema de aplicação de pós-tração numa viga.....	22
Figura 5 - Diagrama tensão-deformação das armaduras ativas.....	26
Figura 6 - Diagramas tensão-deformação dos aços comuns.....	27
Figura 7 - Trecho curvo de um cabo.....	28
Figura 8 - Forças atuantes em ponto de deflexão no cabo.....	30
Figura 9 - Perdas por atrito.....	32
Figura 10 - Iterações para determinar a área equivalente a perda por ancoragem.....	33
Figura 11 - Deformação lenta irreversível do concreto em função do tempo.....	36
Figura 12 - Diagramas de tensões em vigas protendidas.....	37
Figura 13 - Disposição geométrica das cargas do trem tipo TB 450.....	39
Figura 14 - Exemplo de aplicação do Método Engesser-Courbon.....	41
Figura 15 - LI de uma ponte com duas longarinas.....	42
Figura 16 - Coeficientes de repartição do método de Leonhardt.....	43
Figura 17 - Corte transversal do tabuleiro.....	45
Figura 18 - Corte Longitudinal do Tabuleiro.....	46
Figura 19 - Seções de controle nas longarinas.....	46
Figura 20 - Seção transversal da longarina dividida.....	47
Figura 21 - Linhas de Influência por Engesser-Courbon.....	48
Figura 22 - Linhas de influência por Leonhardt.....	49
Figura 23 - Carregamento da etapa 1.....	50
Figura 24 - Carregamento da laje (etapa 2).....	51
Figura 25 - Carregamento da transversina (etapa 2).....	51
Figura 26 - Carregamentos da etapa 2.....	52
Figura 27 - Cargas do revestimento e dos guarda-corpos.....	52
Figura 28 - Veículo tipo sobre a longarina 1.....	54
Figura 29 - Veículo tipo sobre a longarina 2.....	54
Figura 30 - Veículo tipo sobre a longarina 3.....	55
Figura 31 - Carregamentos da etapa 3.....	55
Figura 32 - Trem-tipo de cada longarina.....	56
Figura 33 - Detalhe do posicionamento das armaduras na Seção 6.....	59

Figura 34 – Traçado do cabo equivalente.....	63
Figura 35 – Perdas imediatas efetivas (em Newtons).....	68
Figura 36 - Esforço de protensão após as perdas imediatas (em Newtons). ....	68
Figura 37 - Verificação do esforço de protensão após as perdas imediatas (em Newtons).....	69
Figura 38 - Verificação do esforço de protensão após as perdas progressivas (em Newtons). 70	
Figura 39 - Representação das dimensões mínimas das ancoragens.....	77
Figura 40 - Fretagem tipo mola. ....	79
Figura 41 - Distribuição das ancoragens na seção do apoio.....	80
Figura 42 - Corte transversal dos nichos de ancoragens .....	81

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficiente k para inércia equivalente. ....	43
Tabela 2 – Propriedades geométricas da seção transversal. ....	47
Tabela 3 - Cargas permanentes - Etapa 1. ....	50
Tabela 4 - Cargas dos elementos da etapa 2. ....	50
Tabela 5 - Cargas Permanentes - Etapa 2. ....	51
Tabela 6 - Cargas do Revestimento. ....	53
Tabela 7 - Coeficientes de Majoração das Cargas Móveis. ....	53
Tabela 8 – Propriedades do concreto. ....	60
Tabela 9 – Esforços calculados para protensão completa. ....	61
Tabela 10 - Valores mínimos e máximos de protensão. ....	62
Tabela 11- Valores máximos e mínimos de protensão para cada seção. ....	64
Tabela 12 - Perdas efetivas por atrito .....	66
Tabela 13 - Perdas efetivas por encunhamento .....	66
Tabela 14 - Perdas efetivas por encurtamento elástico do concreto. ....	67
Tabela 15 - Perdas progressivas efetivas .....	69
Tabela 16 - Esforço efetivo de protensão em cada seção .....	70
Tabela 17 - Combinações dos esforços cortantes .....	71
Tabela 18 - Resultados do dimensionamento ao cisalhamento .....	72
Tabela 19 - Variação de tensão limite para a fadiga. ....	73
Tabela 20 - Resultados dos cálculos de fadiga .....	73
Tabela 21 - Momentos atuando no ELU .....	75
Tabela 22 - Flechas imediatas em cada etapa de carregamento .....	75
Tabela 23 - Dimensões mínimas para as ancoragens Freyssinet. ....	78
Tabela 24 - Especificações da fretagem tipo mola. ....	79
Tabela 25 - Elevações de cada cabo nas seções de controle em cm. ....	81

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.....	24
Quadro 2 - Valores de $\Psi$ em porcentagem .....	35
Quadro 3 - Valores dos coeficientes de ponderação das ações permanentes. ....	57
Quadro 4 -Valores dos coeficientes de ponderação das cargas variáveis.....	57
Quadro 5 - Esforços atuantes na longarina de projeto.....	58

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	15
1.2	PROBLEMÁTICA ABORDADA.....	16
1.3	OBJETIVOS .....	17
<b>1.3.1</b>	<b>Objetivo principal</b> .....	<b>17</b>
<b>1.3.2</b>	<b>Objetivos específicos</b> .....	<b>17</b>
1.4	CONTEÚDO DO TRABALHO .....	17
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>19</b>
2.1	CONCRETO PROTENDIDO .....	19
<b>2.1.1</b>	<b>Conceitos e histórico</b> .....	<b>19</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Tipos de protensão</b> .....	<b>20</b>
2.1.2.1	<i>ARMADURAS PRÉ-TRACIONADAS</i> .....	20
2.1.2.2	<i>ARMADURAS PÓS-TRACIONADAS</i> .....	21
<b>2.1.3</b>	<b>Graus de protensão</b> .....	<b>22</b>
<b>2.1.4</b>	<b>Aços de protensão</b> .....	<b>25</b>
2.1.4.1	<i>TIPOS DE AÇOS</i> .....	25
2.1.4.2	<i>TRAÇADO DOS CABOS</i> .....	27
<b>2.1.5</b>	<b>Perdas de protensão</b> .....	<b>29</b>
2.1.5.1	<i>PERDAS IMEDIATA POR ATRITO</i> .....	29
2.1.5.2	<i>PERDAS NAS ANCORAGENS</i> .....	32
2.1.5.3	<i>PERDAS POR ENCURTAMENTO ELÁSTICO DO CONCRETO</i> .....	33
2.1.5.4	<i>PERDAS PROGRESSIVAS</i> .....	34
<b>2.1.6</b>	<b>Tensões normais em peças protendidas</b> .....	<b>36</b>
<b>2.1.7</b>	<b>Dimensionamento à força cortante</b> .....	<b>37</b>
<b>2.2</b>	<b>PONTES</b> .....	<b>39</b>
<b>2.2.1</b>	<b>Trem-tipo</b> .....	<b>39</b>

2.2.1.1	COEFICIENTES DE MAJORAÇÃO .....	40
2.2.2	<b>Distribuição transversal das cargas .....</b>	<b>41</b>
2.2.2.1	MÉTODO DE ENGESSER-COURBON .....	41
2.2.2.2	MÉTODO DE LEONHARDT .....	42
3	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>45</b>
3.1	DESCRIÇÃO DO VIADUTO EM ESTUDO .....	45
3.2	FERRAMENTAS UTILIZADAS NAS ANÁLISES .....	48
3.3	MATERIAIS UTILIZADOS .....	48
3.4	LINHAS DE INFLUÊNCIA .....	48
3.5	AÇÕES .....	49
3.5.1	<b>Etapa 1 - Peso próprio.....</b>	<b>49</b>
3.5.2	<b>Etapa 2 - Transversinas e laje.....</b>	<b>50</b>
3.5.3	<b>Etapa 3 - Revestimento e guarda-corpos .....</b>	<b>52</b>
3.5.4	<b>Etapa 4 - Cargas móveis.....</b>	<b>53</b>
3.5.5	<b>Distribuição transversal das cargas das etapas 3 e 4.....</b>	<b>55</b>
3.6	COMBINAÇÕES .....	56
4	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>58</b>
4.1	DETERMINAÇÃO DA LONGARINA DE PROJETO .....	58
4.2	POSICIONAMENTO DOS CABOS DE PROTENSÃO.....	58
4.3	DETERMINAÇÃO DO ESFORÇO DE PROTENSÃO.....	59
4.3.1	<b>Propriedades do concreto.....</b>	<b>60</b>
4.3.2	<b>Verificação quanto à protensão completa .....</b>	<b>60</b>
4.3.3	<b>Protensão limitada .....</b>	<b>61</b>
4.4	DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS DE PROTENSÃO .....	62
4.5	TRAÇADO DO CABO EQUIVALENTE .....	63
4.6	CÁLCULO DAS PERDAS EFETIVAS DE PROTENSÃO .....	64
4.6.1	<b>Perdas imediatas .....</b>	<b>65</b>

4.6.1.1	COMPENSAÇÃO DE PERDAS NO SISTEMA DE PROTENSÃO .....	65
4.6.1.2	PERDAS POR ATRITO AO LONGO DO CABO .....	66
4.6.1.3	PERDAS POR ENCUNHAMENTO.....	66
4.6.1.4	PERDAS POR ENCURTAMENTO ELÁSTICO .....	67
<b>4.6.2</b>	<b>Perdas progressivas .....</b>	<b>69</b>
4.7	DETERMINAÇÃO DA ARMADURA MÍNIMA.....	70
4.8	DIMENSIONAMENTO AO CISALHAMENTO.....	71
4.9	VERIFICAÇÃO DO ELU DE FADIGA.....	72
4.10	VERIFICAÇÃO DO ELU DE FLEXÃO .....	74
4.11	VERIFICAÇÃO DO ELS DE DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS .....	75
4.12	DETALHAMENTO .....	76
<b>4.12.1</b>	<b>Ancoragens .....</b>	<b>76</b>
<b>4.12.2</b>	<b>Fretagens de ancoragens .....</b>	<b>78</b>
<b>4.12.3</b>	<b>Configuração final .....</b>	<b>80</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>82</b>
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	82
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>83</b>
	<b>APÊNDICE A – Esforços atuantes em cada seção .....</b>	<b>85</b>
	<b>APÊNDICE B – Rotina do Mathcad.....</b>	<b>86</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com o crescente desenvolvimento dos grandes centros urbanos e dos setores industriais, tem-se observado cada vez mais um aumento na demanda pelo transporte rodoviário de cargas e de passageiros. Esse aumento implica na necessidade de mais veículos de grande porte em estradas, de um maior número de faixas por via e, em muitos casos, de pontes com vãos muito extensos. Essas pontes, do ponto de vista estrutural, precisam apresentar um sistema que lhes permitam resistir aos grandes esforços aplicados de maneira econômica, tendo em vista o custo elevado de suas construções.

Para as superestruturas dessas pontes, as quais apresentam grandes carregamentos e vãos extensos, uma solução que possui enormes vantagens é a utilização de múltiplas longarinas de concreto protendido. Esse sistema, ao ser comparado com as longarinas de concreto armado convencional, se torna mais interessante, pois, de acordo com Pfeil (1984), apresenta as seguintes vantagens:

- ✓ Redução das quantidades necessárias de concreto e aço, devido ao emprego mais eficiente dos materiais;
- ✓ Diminuição da altura necessária da viga para vencer longos vãos;
- ✓ Redução da incidência de fissuras, garantindo maior durabilidade a peça;
- ✓ Redução de tensões de tração provocadas pela flexão e pelos esforços cortantes.

O concreto protendido, embora não seja relativamente novo no mundo da engenharia civil, pois o mesmo foi apresentado em 1928 por Eugène Freyssinet na França, ainda não se encontra completamente difundido em boa parte das universidades brasileiras. Dando enfoque a esse ponto, o engenheiro Evandro Porto Duarte, diretor da MAC Protensão e ex-Professor da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, em entrevista ao Instituto Brasileiro de Concreto (IBRACON) em 2015 fala sobre a realidade do mercado de trabalho, afirmando que no Brasil: “[...] devem ter aproximadamente dez mil calculistas de concreto armado; [...] desses, talvez uns 250 saibam calcular pontes e, talvez uns 200 saibam calcular concreto protendido [...]”.

Com isso, pode-se perceber que embora seja um sistema que apresente vantagens enormes, o concreto protendido ainda não é utilizado com seu inteiro potencial no Brasil. Além disso, também há uma carência no mercado de engenheiros capazes de projetar pontes. Por esses motivos, o presente trabalho de conclusão de curso propõe fazer a aplicação do concreto protendido no dimensionamento das múltiplas longarinas de uma ponte rodoviária, visando

analisar o comportamento das longarinas e realizar todas as verificações de segurança e estabilidade.

Ao longo desse capítulo serão apresentados a justificativa do estudo, a problemática abordada, os objetivos principal e específicos e a síntese do conteúdo deste trabalho.

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A utilização do concreto protendido em pontes já é empregado em boa parte do Brasil, não sendo diferente na região nordeste, onde se observa em Caruaru - PE, por exemplo, a presença de quatro viadutos compostos por longarinas protendidas no trecho da BR 104 que intercepta o setor urbano da cidade. Os referidos viadutos foram construídos com o intuito de agilizar o trânsito na cidade, no entanto, para tal, foi necessário que se atravessasse quatro vias locais em cada elevação, o que corresponde a um vão de cerca de 65 metros que foi dividido em dois vãos menores pela adição de um pilar central, fazendo com que as vigas ficassem biapoiadas.

Caso tivesse sido utilizado concreto armado nas longarinas, que possuem cerca de 30 metros de vão, seria necessário projetá-las para uma altura de aproximadamente 3 metros, de acordo com a proporção de 10% do vão para vigas biapoiadas. Por outro lado, com a utilização do concreto protendido, as longarinas aplicadas tem altura de apenas 1,7 metros. Essa diferença apresenta-se como grande vantagem pois além de economizar material, as vigas com altura menor proporcionam uma altura livre maior para a passagem de veículos de grande porte sob o viaduto. Um dos viadutos, localizado na intersecção da Avenida Agamenon Magalhães com a BR 104, pode ser observado na Figura 1.

Figura 1 - Viaduto com longarinas protendidas em Caruaru-PE.



Fonte: Google Maps (2017).

Em adição ao fato de proporcionar uma diminuição na altura das vigas para vencer longos vãos, o concreto protendido apresenta outra grande vantagem para ser utilizado em pontes, como é mostrado a seguir:

Os ensaios realizados com vigas protendidas, sujeitas a cargas repetidas, mostram que essas vigas mantêm suas características de comportamento após a atuação de um grande número de ciclos de carregamento. Essa propriedade é de grande importância na utilização de concreto protendido em estruturas sujeitas a cargas repetidas, como, por exemplo, pontes ferroviárias e rodoviárias (PFEIL, 1984, p.4).

Dessa maneira, as longarinas de concreto protendido apresentam um melhor comportamento no que diz respeito à fadiga da estrutura.

Portanto, com intuito de explorar todas as vantagens apresentadas e difundir ainda mais a utilização do concreto protendido na região, o presente trabalho realizará o dimensionamento de uma longarina protendida para o tabuleiro de uma ponte rodoviária, e também executará todas as verificações de estabilidade e segurança.

## 1.2 PROBLEMÁTICA ABORDADA

Com o aumento das larguras das pontes e viadutos, devido aos acréscimos de faixas, de acostamentos e também dos passeios, as cargas na superestrutura aumentaram consideravelmente. Para distribuir essas cargas de maneira que se trabalhem com seções transversais eficientes nas longarinas, utilizam-se várias das mesmas distribuídas paralelamente ao eixo da ponte. Nos viadutos presentes em Caruaru - PE, citado no item 1.1, por exemplo, existem 5 longarinas por viaduto, como pode ser visto na Figura 2.

Figura 2 - Múltiplas longarinas em viaduto de Caruaru-PE.



Fonte: Google Maps (2017).

A conexão entre as longarinas é realizada a partir das vigas transversinas, cujas funções são transmitir os esforços entre as vigas principais, contribuir para melhorar a rigidez torção do tabuleiro e também aprimorar o seu contraventamento transversal. O sistema completo (longarina-transversina) apresenta um comportamento estrutural semelhante ao de uma grelha plana. Na Figura 2, também podem ser observadas uma transversina no viaduto.

De modo a aplicar a utilização do concreto protendido numa situação real, o presente trabalho utilizará as dimensões e demais propriedades do viaduto apresentado nas Figuras 1 e 2 como base para o projeto.

### 1.3 OBJETIVOS

#### 1.3.1 Objetivo principal

Esse trabalho tem como proposta principal realizar o projeto de longarinas de concreto protendido para o tabuleiro de uma ponte rodoviária.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

- Realizar uma revisão bibliográfica a respeito do concreto protendido e suas particularidades de modo a servir de base para esse trabalho;
- Aplicar os métodos de Engesser-Courbon e Leonhardt para a distribuição transversal de cargas entre as vigas do tabuleiro da ponte e avaliar as diferenças nos resultados das linhas de influência;
- Verificar os estados limites último e de serviço da estrutura de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014);
- Abordar o estudo do concreto protendido com intuito de aumentar sua utilização tanto na academia quanto na construção civil local.

### 1.4 CONTEÚDO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos, uma lista das referências utilizadas para sua concepção e dois apêndices, conforme segue a descrição abaixo.

Neste capítulo (INTRODUÇÃO) estão presentes a problemática abordada no trabalho junto com a justificativa e os objetivos.

No Capítulo 2 (REFERENCIAL TEÓRICO) estão apresentados os conceitos e definições relacionadas ao concreto protendido e ao dimensionamento de tabuleiros de pontes rodoviárias. Nesses itens são abordadas as metodologias de cálculo desenvolvidas por diversos autores, além de definir os materiais comumente empregados em estruturas protendidas.

No Capítulo 3 (METODOLOGIA) inicialmente é realizada uma descrição do viaduto em estudo com os dados que foram obtidos em campo e, posteriormente, apresentam-se as ferramentas e materiais que foram utilizados para o desenvolvimento do projeto. Por fim, o capítulo apresenta as diversas ações que atuam nas várias fases do projeto junto com os parâmetros necessários para realizar suas combinações.

No Capítulo 4 (RESULTADOS E DISCUSSÕES) são apresentados os resultados das combinações das ações para cada longarina. Ao longo do capítulo apresentam-se os resultados relacionados ao esforço de protensão e suas perdas imediatas e ao longo do tempo, além de realizar as verificações dos estados limites últimos e de serviço. Ao final do capítulo, é apresentado o detalhamento definitivo da longarina.

No último capítulo (CONSIDERAÇÕES FINAIS) apresenta-se as conclusões da realização desse trabalho junto com sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros, com o intuito de difundir ainda mais a utilização do concreto protendido.

Os elementos pós textuais se iniciam com a lista de referências (REFERÊNCIAS) na qual estão relacionados os materiais utilizados como base para a realização desse trabalho.

Em seguida, no Apêndice A, são apresentados em tabelas os esforços atuantes em cada longarina para cada etapa de carregamento.

No Apêndice B, está exposto a rotina desenvolvida no *software* Mathcad 15.0, que foi utilizada para a realização de todas as etapas do projeto. Nessa rotina, pode ser consultada detalhadamente o procedimento de cálculo desenvolvido pelo autor.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo, serão apresentados os conhecimentos teóricos necessários para a realização e compreensão do presente trabalho. O capítulo foi dividido em duas seções que compreendem os conceitos do concreto protendido e os parâmetros necessários para o dimensionamento de pontes. Ao longo das seções são apresentados os parâmetros e particulares dos materiais envolvidos, além dos parâmetros normativos necessários para o dimensionamento e para as verificações.

### 2.1 CONCRETO PROTENDIDO

#### 2.1.1 Conceitos e histórico

A aplicação da protensão no concreto tem como principais objetivos: a limitação ou eliminação das tensões de tração, o que minimiza/elimina a abertura de fissuras na estrutura; a redução dos deslocamentos (flecha); e o melhor aproveitamento das propriedades dos materiais envolvidos (aço e concreto). Esse processo se dá a partir da aplicação de tensões de tração nos aços de protensão, que ao ser ancorados no concreto, transmitem à peça esforços de compressão, de forma a melhorar o desempenho da estrutura para combater as solicitações ao longo de sua vida útil (PFEIL, 1980).

O primeiro a consolidar a utilização eficiente da protensão em estruturas de concreto foi o engenheiro francês Eugène Freyssinet (LEONHARDT, 1983). Freyssinet, por volta de 1928, desenvolveu estudos sobre os efeitos da retração e fluência do concreto, através dos quais ele percebeu a necessidade de se utilizar aços com altas tensões e sistemas de ancoragem mais eficientes para compensar as perdas de protensão (LEONHARDT, 1983). De acordo com Leonhardt (1983) e Pfeil (1980), outros nomes como K. Wettstein e P. H. Jackson também desenvolveram estudos envolvendo a aplicação de uma pré-tração no concreto, porém, eles desconheciam os fenômenos das perdas, nos quais as tensões de tração eram gradualmente perdidas até que as peças se encontravam completamente descomprimidas, perdendo assim as vantagens do concreto protendido.

Quando comparado ao concreto armado, o concreto protendido apresenta as vantagens de utilizar concretos com resistências de duas a três vezes maiores e aços de protensão com resistências cerca de três a cinco vezes superiores aos dos aços convencionais (PFEIL, 1984).

Dessa forma, da perspectiva econômica, o uso do concreto protendido se torna eficaz, pois de acordo com Pfeil (1984, p. 04): “os aumentos percentuais de preço são muito inferiores aos acréscimos de resistência utilizáveis, tanto para o concreto como para o aço de protensão”. No que diz respeito ao processo de execução, deve-se utilizar mão de obra mais qualificada pois há maior complexidade na aplicação da protensão, na montagem das fôrmas e na introdução de elementos específicos como as bainhas, os cabos e as ancoragens

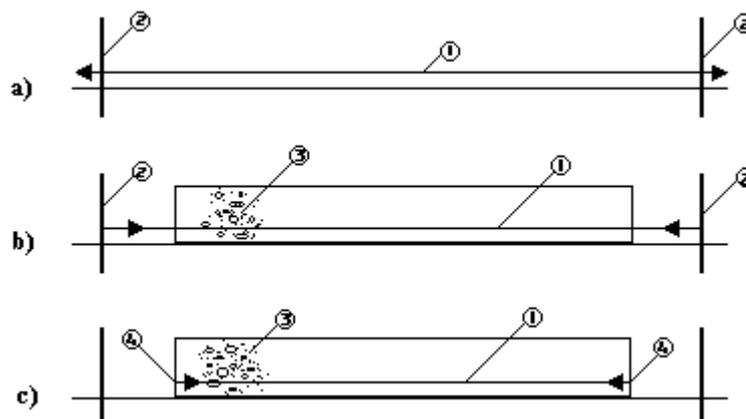
### **2.1.2 Tipos de protensão**

A protensão, propriamente dita, é definida como um esforço aplicado a uma peça de concreto com a finalidade de anular ou reduzir as tensões de tração. Ela é aplicada a peça por meio de cabos de aço, que são alongados e ancorados nas suas extremidades. Dependendo do momento em que a protensão é executada nos cabos, as peças são classificadas em pré-tracionadas ou pós-tracionadas (LEONHARDT, 1983; PFEIL, 1984).

#### *2.1.2.1 ARMADURAS PRÉ-TRACIONADAS*

Nesse sistema, primeiramente as armaduras são ancoradas em duas extremidades através das quais são esticadas e em seguida é realizada a concretagem dentro das fôrmas. Após o período de cura do concreto, quando o mesmo atinge a resistência necessária, as armaduras são liberadas dos apoios fazendo com que se transmitam os esforços de protensão para o concreto (LEONHARDT, 1983). De acordo com Pfeil (1984), esse processo se dá devido a tendência do aço de voltar ao seu estado de alongamento original e, pelo aço estar diretamente em contato com o concreto, existe uma grande aderência entre os dois materiais, fazendo com que esforços sejam transmitidos ao longo de toda a extensão da peça. Na Figura 3 é mostrado o esquema de aplicação da pré-tração em uma viga.

Figura 3 - Esquema de aplicação de pré-tração numa viga.



Fonte: Pfeil (1984).

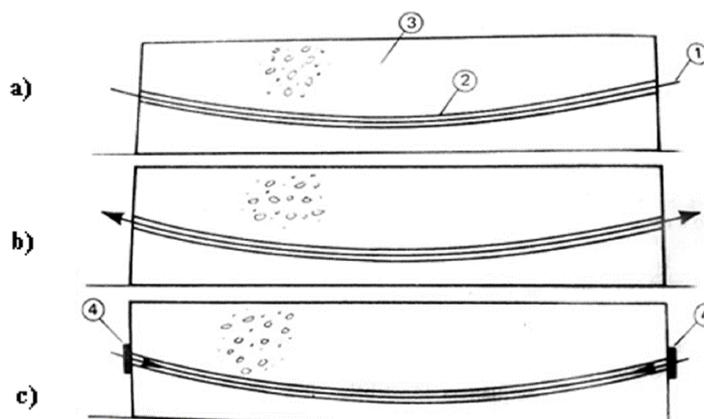
Em (a), se observa a ancoragem das armaduras (1) nos apoios (2) onde se aplica a tensão. Em (b), é executada a concretagem e após o concreto atingir a resistência necessária, como mostrado em (c), as armaduras são liberadas dos apoios transmitindo os esforços por aderência (4) ao concreto. De acordo com Pfeil (1984) esse método é mais utilizado em fábricas onde todo o processo se faz em instalações permanentes, chamadas de leitos de protensão, que permitem a produção de várias peças simultaneamente.

### 2.1.2.2 ARMADURAS PÓS-TRACIONADAS

Nesse caso, as armaduras de protensão recebem os esforços de tração após a cura do concreto. O processo se dá através da utilização de equipamentos como macacos hidráulicos que aplicam o alongamento necessário as armaduras e em seguida as ancoram nas faces do concreto, fazendo com que elevados esforços de compressão sejam transferidos a peça (PFEIL, 1984). As armaduras de protensão ficam localizadas no interior de bainhas, que por sua vez, podem ser posicionadas tanto na parte interna quanto na parte externa das vigas.

Para garantir que haja aderência entre os cabos de aço e o concreto, natas de cimento podem ser injetadas no interior das bainhas. Essas natas, além de proporcionar a aderência que melhora a transferência de esforços, ainda tem a função de proteger os aços contra agentes corrosivos, contribuindo para a prolongação da vida útil da estrutura. Na Figura 4, se tem um esquema de aplicação da pós-tração.

Figura 4 - Esquema de aplicação de pós-tração numa viga.



Fonte: Pfeil (1984).

Primeiramente, em (a), se posicionam as bainhas (2) com os aços de protensão (1) posicionados internamente e em seguida aplica-se o concreto (3). Após o tempo de cura, em (b), utiliza-se os macacos hidráulicos para alongar os cabos de protensão e por último, em (c), são aplicadas as ancoragens (4) que transmitem os esforços para a peça.

O presente trabalho realizará o dimensionamento de longarinas pós-tracionadas. Dessa forma, todos os itens que se seguem apresentarão métodos e parâmetros para dimensionamento utilizando esse tipo de sistema

### 2.1.3 Graus de protensão

Nas condições de utilização em serviço das peças, são estabelecidas classes estruturais de acordo com a quantidade de protensão aplicada (PFEIL, 1980). Essas classes variam do concreto totalmente comprimido, protensão completa, passando para a protensão limitada, seguida da protensão parcial até chegar no concreto armado convencional, no qual não há esforço de pré-compressão.

- **Protensão completa:**

Não existem tensões de tração na seção transversal da peça devido as altas tensões de compressão provindas da protensão. Nessa situação, não há formação de fissuras na estrutura, garantindo uma melhor durabilidade a mesma.

- **Protensão limitada:**

Devido ao um esforço de protensão relativamente menor que na protensão completa, começam a surgir tensões de tração nas bordas da seção. No entanto, essas tensões ainda são menores que a resistência característica a tração do concreto, de modo que ainda não surgem fissuras.

- **Protensão parcial:**

A protensão aplicada é ainda menor do que os caso anteriores, de modo que aparecem tensões elevadas de tração na seção. Essas tensões causam fissurações que devem ser controladas de modo que fiquem abaixo das especificadas pela ABNT NBR 6118 (2014).

Para que o concreto protendido seja classificado nos níveis supracitados, a ABNT NBR 6118 (2014) exige que ele atenda aos limites relativos à fissuração, com base no Estado Limite de Serviço e a sua respectiva combinação de ações, especificados no Quadro 1. Expõe-se neste quadro que não é necessário aplicar a protensão completa em peças pós-tracionadas. Porém, em obras de grande porte, que estão constantemente expostas a diversos agentes naturais, como o caso de pontes, esse nível de protensão é geralmente o aplicado, pois garante maior segurança à estrutura (KAESTNER, 2015).

Os Estados Limites de Serviço especificados no Quadro 1 para a protensão completa e a limitada referem-se a uma limitação nos valores de tensão no elemento estrutural. São eles:

- Estado limite que se inicia a formação de fissuras (ELS-F):

Estado no qual a seção atinge a tensão máxima ( $\sigma_{tmáx}$ ) de tração permitida antes que comece a aparecer as fissuras cuja formulação é mostrada na Equação 1:

$$\sigma_{tmáx} = \alpha f_{ctk,inf} \quad (1)$$

na qual  $\alpha = 1,5$  para seções retangulares e  $\alpha = 1.2$  para seções T, e  $f_{ctk,inf}$  corresponde a tensão de tração característica inferior do concreto, determinada pela ABNT NBR 6118 (2014).

- Estado limite de descompressão (ELS-D):

Estado no qual a tensão normal é nula em um ou mais pontos da seção, não havendo tração no restante da seção. Considerando as tensões de compressão como positivas tem-se que a tensão limite de compressão é zero, pois caso a tensão resultante fique negativa, a peça já apresentaria tensões de tração em alguns pontos.

- Estado limite de descompressão parcial (ELS-DP):

Esse estado é similar ao anterior, porém só garante a compressão na região da seção transversal onde se encontram as armaduras.

Quadro 1 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	–
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D <sup>a</sup>	Combinação frequente
<sup>a</sup> A critério do projetista, o ELS-D pode ser substituído pelo ELS-DP com $a_p = 50$ mm (Figura 3.1). NOTAS			

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118 (2014).

No Quadro 1 também estão presentes as combinações de ações em serviço que devem ser utilizadas para cada situação. Abaixo são expostas as equações das três combinações apresentadas na quadro: Combinação frequente (2), combinação quase permanente (3) e combinação rara (4).

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gik} + \Psi_1 F_{qik} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} F_{qjk} \quad (2)$$

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gik} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} F_{qjk} \quad (3)$$

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gik} + F_{qik} + \sum_{j=2}^n \Psi_{1j} F_{qjk} \quad (4)$$

nas quais:  $F_{d,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;  $F_{gik}$  são as ações permanentes em valor característico;  $F_{qik}$  é ação variável principal direta em valor característico;  $F_{qjk}$  são as ações variáveis secundárias em valores característicos;  $\Psi_1$  é o fator de redução de combinação frequente para ELS;  $\Psi_2$  é o fator de redução de combinação quase-permanente

para ELS;  $m$  é o número total de ações permanentes consideradas; e  $n$  é número total de ações variáveis consideradas.

## 2.1.4 Aços de protensão

### 2.1.4.1 TIPOS DE AÇOS

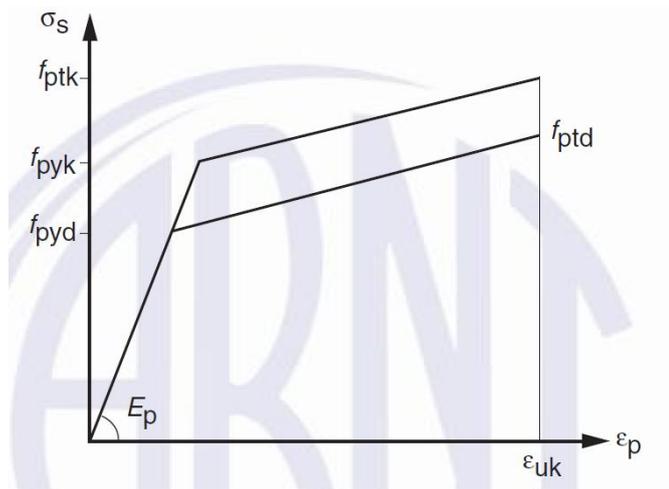
De acordo com Pfeil (1980), os aços para protensão são caracterizados por suas elevadas resistências e pela ausência de um patamar de escoamento nos seus diagramas tensão-deformação. Tanto Pfeil (1980) quanto as normas da ABNT atuais dividem os aços para protensão em três tipos:

- a) Fios: possuem diâmetros entre 3 mm a 8 mm, podendo atingir até 12 mm, fornecidos por meio de rolos. São regulamentados pela ABNT NBR 7482 (2008) - Fios de aço para concreto protendido.
- b) Cordoalhas: produtos formados por fios enrolados em forma de hélice ao longo de um eixo longitudinal comum (semelhante a uma corda). Normalmente formados por um conjunto de 3 ou 7 fios. São regulamentadas pela ABNT NBR 7483 (2008) - Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido.
- c) Barras: produtos constituídos de aço de liga de alta resistência com diâmetro superior a 12 mm, fornecidas em peças de comprimento limitado (entre 10 m a 12 m).

Como no concreto armado utiliza-se a sigla CA para se referir as suas armaduras, no concreto protendido tem-se a sigla CP. A sigla CP vem acompanhada do seu valor característico da resistência à tração última (em kN/cm<sup>2</sup>) e a indicação do tipo de relaxação. Essa última propriedade diz respeito a forma como o aço foi fabricado. Os aços ditos de relaxação baixa (RB), apresentam menores perdas por relaxação em relação aos de relaxação normal (RN). Isso ocorre devido a um alongamento aplicado a temperatura controlada durante a sua fabricação (CARVALHO, 2012).

A ABNT NBR 6118 (2014) classifica os aços de concreto armado convencional como armaduras passivas e os aços de protensão como armaduras ativas. As principais propriedades dos aços de armadura ativas podem ser visualizadas no diagrama tensão-deformação na Figura 5.

Figura 5 - Diagrama tensão-deformação das armaduras ativas.



Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Na Figura 5, destacam-se:

- $f_{ptk}$ : valor característico da resistência à tração última;
- $f_{pyk}$ : valor característico da resistência ao escoamento;
- $\varepsilon_{uk}$ : valor característico do alongamento após a ruptura;
- $E_p$ : módulo de elasticidade do aço protendido;

$$f_{ptd} = f_{ptk}/\gamma_s \quad (5)$$

na qual,  $f_{ptd}$  é o valor de cálculo da resistência à tração última, onde  $\gamma_s$  é o coeficiente de minoração da resistência do aço que vale 1.15 de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014);

$$f_{pyd} = f_{pyk}/\gamma_s \quad (6)$$

na qual  $f_{pyk}$  é o valor de cálculo da resistência ao escoamento.

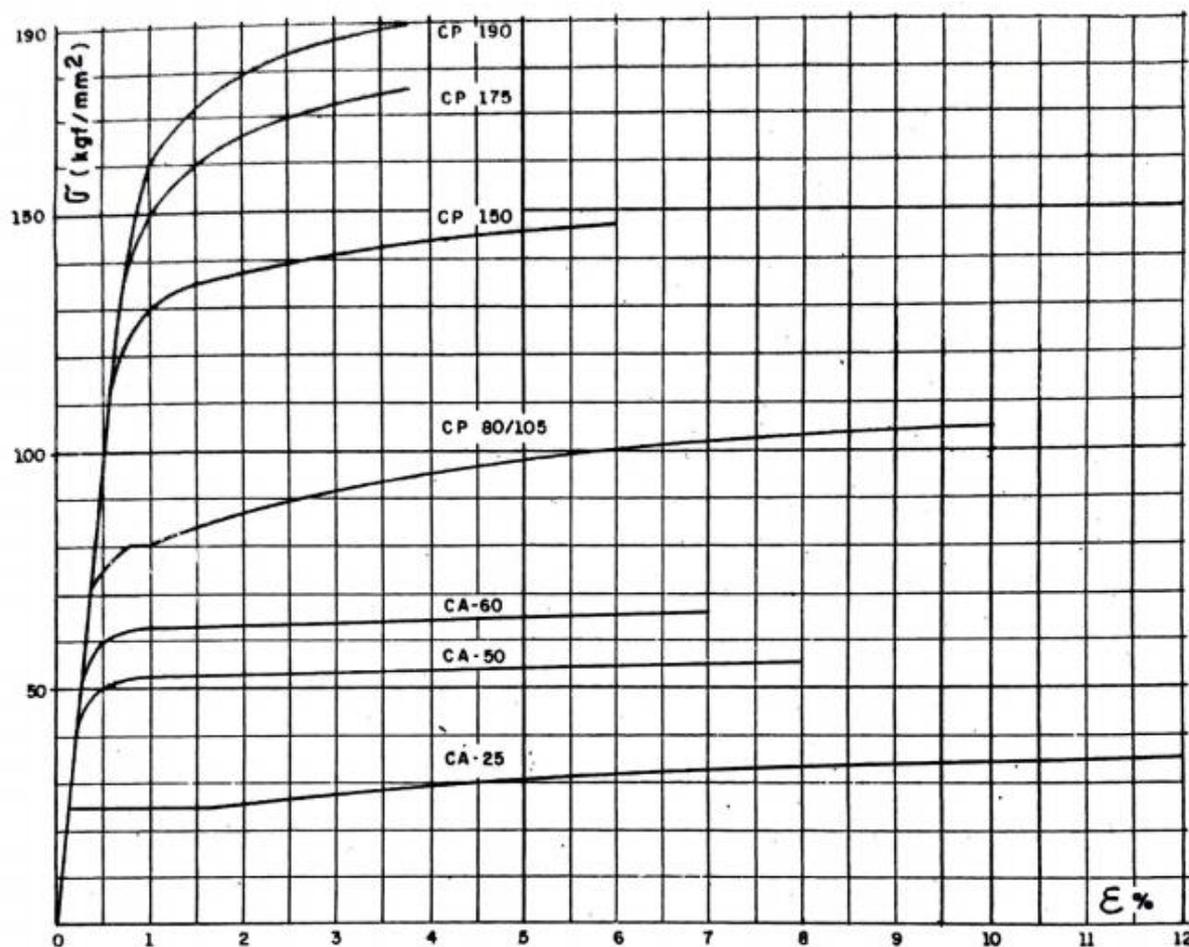
Quando não é possível realizar experimentos para determinar o valor característico da resistência ao escoamento para armaduras ativas, a ABNT NBR 6118 (2014) permite que sejam utilizadas as seguintes aproximações:

$$f_{pyk} = 0,85 f_{ptk}, \text{ para aços RN} \quad (7)$$

$$f_{pyk} = 0,90 f_{ptk}, \text{ para aços RB} \quad (8)$$

Além disso, a ABNT NBR 6118 (2014) também permite considerar o módulo de elasticidade dos fios e cordoalhas como 200 GPa, quando esse dado não é informado pelos fabricantes dos aços. Mostra-se na Figura 6 os diagramas tensão-deformação de alguns aços de armadura ativa e passiva.

Figura 6 - Diagramas tensão-deformação dos aços comuns.



Fonte: Pfeil (1980).

A análise da Figura 6 permite observar o quanto as resistências das armaduras ativas são superiores. Por exemplo, ao se comparar o aço CP 190, comumente utilizado em estruturas de concreto protendido, com o aço CA 50, mais comum no concreto armado, tem-se uma resistência 3,8 vezes maior, o que reforça o melhor aproveitamento do material no concreto protendido.

#### 2.1.4.2 TRAÇADO DOS CABOS

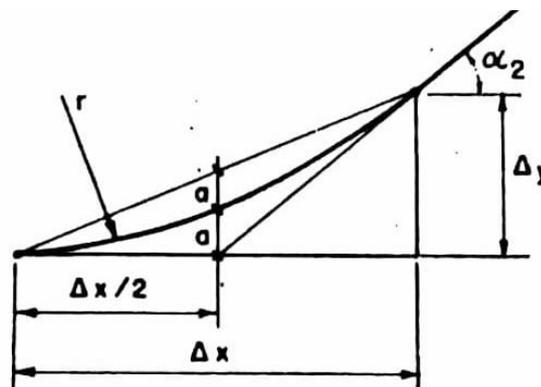
Como visto no item 2.1.2, nas vigas pós-tracionadas, as cordoalhas são dispostas dentro de bainhas. Essas bainhas possuem certa flexibilidade, permitindo curvaturas no traçado dos cabos. Com isso, pode-se adequar a excentricidade do esforço de protensão de acordo com o esforço presente em cada seção da viga. Dessa forma, os traçados utilizados em vigas pós-tracionadas costumam compor trechos retos e parabólicos de cabos, apresentando maiores excentricidades nas seções onde os momentos são elevados.

De acordo com Pfeil (1980), a parábola do 2º grau apresenta grande aplicabilidade para ser usada como curva dos cabos de protensão. Isso porque ela possui uma expressão simples e por apresentar um raio de curvatura praticamente constante, as perdas por atrito (item 2.1.5) são aproximadamente proporcionais ao comprimento da curva. Desse modo, pode-se utilizar a Equação 9 para determinar a equação da parábola que define cada trecho curvo do cabo em termos da posição longitudinal na viga ( $x$ ) e da altura do cabo na seção transversal ( $y$ ).

$$y(x) = \frac{\Delta y}{\Delta x} x^2 \quad (9)$$

na qual,  $\Delta y$  é a variação da altura final e inicial do trecho curvo e  $\Delta x$  é comprimento horizontal do trecho. Essas parcelas podem ser visualizadas na Figura 7.

Figura 7 - Trecho curvo de um cabo.



Fonte: Pfeil (1980).

A Figura 7 ainda mostra outras importantes propriedades da curva, que são elas:

- $r$ : raio de curvatura. No item 18.6.1.2 da ABNT NBR 6118 (2014), é informado que devem ser estabelecidos raios de curvatura mínimos experimentalmente, porém, essa verificação pode ser dispensada caso seja adotado raios de curvatura superiores a 12m;
- $\alpha$ : inclinação formada entre o cabo e a horizontal. Na Figura 7, está representado por  $\alpha_2$ .

Para se determinar o raio de curvatura, o comprimento e ainda o alongamento que um cabo simétrico sofre ao ser protendido, podem ser utilizadas respectivamente as Equações 10, 11 e 12 apresentadas por Pfeil (1980).

$$r = \frac{\Delta x^2}{2\Delta y} \quad (10)$$

$$L_{cabo} = L \left( 1 + \frac{8}{3} \lambda^2 \right) \quad (11)$$

$$\Delta L = \sum \frac{P_{iméd} L_i}{A_p E_p} \quad (12)$$

nas quais  $L_{cabo}$  diz respeito ao comprimento do cabo curvo;  $\lambda$  trata-se da flecha máxima no meio do cabo;  $\Delta L$  é o alongamento do cabo sofrido a partir da aplicação da protensão;  $P_{iméd}$  é a média entre o esforço inicialmente aplicado a estrutura e o esforço após as perdas por atrito, que serão abordadas no item 2.1.5;  $L_i$  é o comprimento do cabo na seção que está sendo analisada;  $A_p$  e  $E_p$  são respectivamente a área e o módulo de elasticidade do cabo de protensão.

### 2.1.5 Perdas de protensão

De acordo com Pfeil (1984, p. 46): “Perdas de protensão são todas as perdas verificadas nos esforços aplicados aos cabos de protensão”. A análise dessas perdas é extrema importância pois devido a elas, o esforço de protensão aplicado pelo macaco hidráulico varia ao longo do eixo da viga e também ao longo do tempo.

As perdas se dividem em duas categorias: perdas imediatas e perdas retardadas/progressivas. As perdas imediatas são aquelas que ocorrem no momento da aplicação da protensão. Imediatamente após a utilização do macaco hidráulico, o esforço presente na viga já é uma parcela menor que a aplicada pelo equipamento, pois já ocorreram perdas por atrito, por acomodação das ancoragens e por encurtamento elástico do concreto. As perdas retardadas, por outro lado, influenciam no esforço de protensão ao longo da vida útil da estrutura, através dos fenômenos de retração e fluência do concreto e também da relaxação do aço.

#### 2.1.5.1 PERDAS IMEDIATAS POR ATRITO

Esse tipo de perda se dá através do atrito gerado pelo contato do cabo com as peças adjacentes durante a aplicação da protensão. Ela causa grandes variações no esforço efetivo ao longo da viga, pois o esforço original aplicado pelo macaco na extremidade é diminuído em cada trecho do cabo no qual há contato (PFEIL, 1984). Essas perdas ocorrem principalmente ao longo do cabo, mas devido ao atrito nas ancoragens e nos macacos, também existem perdas nesses locais.

### 2.1.5.1.1 PERDAS POR ATRITO NO SISTEMA DE PROTENSÃO

De acordo com Pfeil (1980), as perdas por atrito nas ancoragens e nos macacos hidráulicos são da ordem de 5% e, por se tratar do momento de aplicação dos esforços, elas podem ser compensadas por acréscimos na tensão aplicada. Essa tensão pode ser determinada a partir da Equação 13.

$$p = \alpha \frac{\sigma_{p,m\acute{a}x} A_{p\_cabo}}{A_{cil}} \quad (13)$$

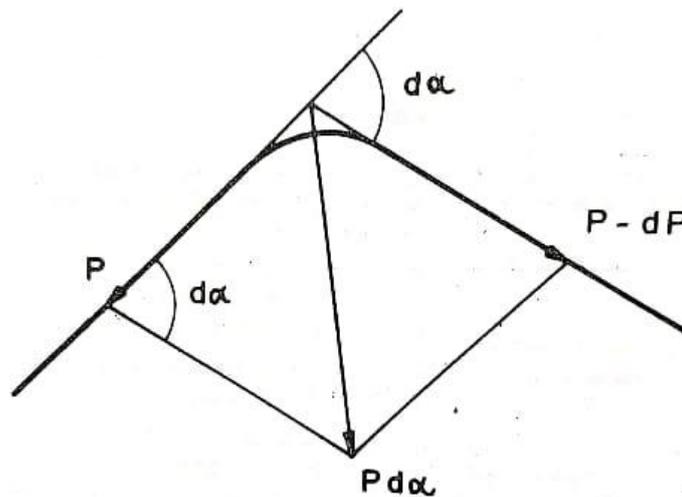
onde  $p$  é a pressão manométrica necessária no macaco;  $\alpha$  é o coeficiente de majoração para superar as perdas que vale 1,05;  $\sigma_{p,m\acute{a}x}$  é a tensão a ser aplicada ao cabo;  $A_{p\_cabo}$  é área do cabo de protensão e  $A_{cil}$  é a área do cilindro do macaco.

### 2.1.5.1.2 PERDAS POR ATRITO AO LONGO DO CABO

As regiões curvas dos cabos são onde as perdas por atrito se tornam mais presentes, assim sendo necessário a realização de cálculos mais precisos para que essas perdas sejam efetivamente previstas (PFEIL, 1980). Apresenta-se na Figura 8 as forças que atuam nos trechos curvos dos cabos. Devido a deflexão  $d\alpha$ , a força de protensão  $P$  gera um esforço sobre a bainha de magnitude  $P \cdot d\alpha$  que por sua vez origina o atrito  $\mu \cdot P \cdot d\alpha$ , no qual  $\mu$  é o coeficiente de atrito entre o cabo e a bainha. Esse esforço de atrito gera um decréscimo do esforço no cabo de valor  $dP$ , determinado a partir da equação de equilíbrio apresentada na Equação 14.

$$dP = - \mu \cdot P \cdot d\alpha \quad (14)$$

Figura 8 - Forças atuantes em ponto de deflexão no cabo.



Fonte: Pfeil (1980).

Além das deflexões angulares projetadas, existem desvios nas bainhas em relação a sua posição teórica causados por falta de linearidade, flechas entre os pontos de suspensão e outros parâmetros construtivos (PFEIL, 1980). Esses desvios acidentais fazem com que surjam perdas por atrito nos trechos retos dos tubos também. Dessa forma a Equação 14 deve ser ajustada para considerar essas perdas, chamadas por perdas por atrito lineares. O resultado está apresentado na Equação 15.

$$dP = -\mu \cdot P \cdot d\alpha - k_0 \cdot P \cdot dx \quad (15)$$

na qual:  $k_0$  é coeficiente de atrito por unidade de comprimento do cabo e  $dx$  é a variação do comprimento do cabo avaliado.

Ao integrar a Equação 15 entre o ponto inicial no qual o esforço de protensão é o máximo e um ponto  $x$  qualquer do cabo, obtêm-se:

$$\int_{P_{m\acute{a}x}}^{P_x} \frac{dP}{P} = -\mu \int_0^{\alpha} d\alpha - k_0 \int_0^x dx \rightarrow \ln\left(\frac{P_x}{P_{m\acute{a}x}}\right) = -(\mu \cdot \alpha + k_0 \cdot x) \rightarrow \quad (16)$$

$$\rightarrow P_x = P_{m\acute{a}x} \exp [-(\mu \cdot \alpha + k_0 \cdot x)] \quad (17)$$

A Equação 17 apresenta o esforço de protensão  $P_x$  com desconto das perdas a uma distância  $x$  da extremidade onde se aplicou a protensão. A mesma equação pode ser apresentada pela Equação 18.

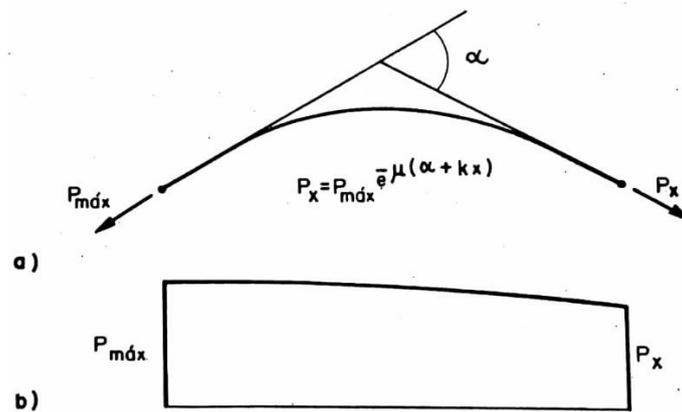
$$P_x = P_{m\acute{a}x} \exp [-\mu(\alpha + k \cdot x)] \quad (18)$$

onde  $k$  é tido como a variação angular por metro linear de cabo, determinado a partir da Equação 19.

$$k = \frac{k_0}{\mu} \quad (19)$$

A Equação 18 pode ser visualizada na Figura 9, onde é mostrado como a tensão no cabo diminui ao longo do seu comprimento devido ao atrito. Na extremidade, o cabo se encontra com a tensão máxima aplicada pelo macaco ( $P_{m\acute{a}x}$ ), e ao longo do cabo há uma diminuição contínua dessa tensão ( $P_x$ ).

Figura 9 - Perdas por atrito.



Fonte: Pfeil (1980).

Os valores médios dos coeficientes  $\mu$  e  $k$  são obtidos a partir dos catálogos dos fabricantes dos aços para protensão. A ABNT NBR 6118 (2014) também indica que, na falta do valor de  $k$ , pode-se utilizar o valor de 0.01, o que corresponde a 1% do coeficiente de atrito.

#### 2.1.5.2 PERDAS NAS ANCORAGENS

Nos sistemas de pós-tração, essas perdas ocorrem no momento da transferência dos esforços do macaco hidráulico, responsável pelo alongamento dos fios, para as ancoragens mecânicas. Em alguns sistemas, essa transferência se dá sem perda alguma, porém nos demais, principalmente os que se baseiam em cunhas, sofrem significativas perdas de alongamento dos fios, fazendo com que o esforço transferido a viga seja diminuído (PFEIL, 1984).

Para determinar as perdas por ancoragem, parte-se do gráfico da variação de tensões no cabo devido as perdas por atrito, determinado pela Equação 18, e em seguida calcula-se a área correspondente a variação de tensões causadas pela penetração da cunha, utilizando a Equação 20. O gráfico final de tensões na peça será simétrico, em relação ao eixo horizontal, ao gráfico anterior. A partir de então, inicia-se um processo iterativo para determinar o ponto no novo gráfico que resultará numa área igual a calculada na Equação 20.

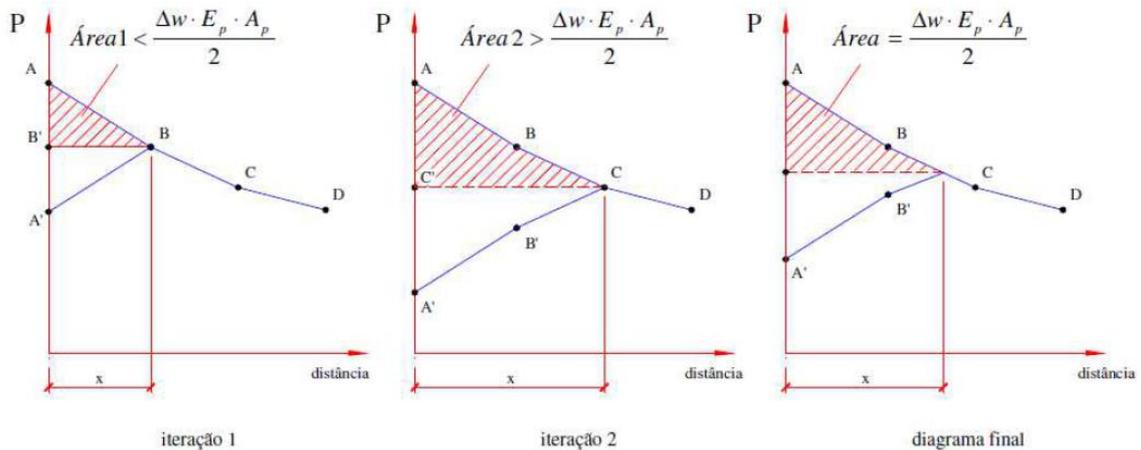
$$\text{Área total} = A_p \cdot E_p \cdot \delta \quad (20)$$

na qual:  $A_p$  é a área da armadura de protensão;  $E_p$  é módulo de elasticidade da armadura de protensão; e  $\delta$  é a penetração média das cunhas durante a protensão cujo valor geralmente é fornecido pelos fabricantes das cunhas.

O esquema iterativo pode ser observado na Figura 10, na qual Menegatti (2004) realiza duas iterações para determinar o ponto A', correspondente a nova tensão na ancoragem devido

a penetração da cunha. Determinou-se, então, o ponto exato entre os pontos B e C onde a área foi exatamente igual, de modo que se obteve a nova tensão na ancoragem (A') e o comprimento (x) da viga até onde há influência das perdas de ancoragens na tensão do cabo. No esquema, Menegatti (2004) utiliza  $\Delta w$  como o termo da penetração da cunha.

Figura 10 - Iterações para determinar a área equivalente a perda por ancoragem.



Fonte: Menegatti (2004).

Pfeil (1984) apresenta formulações que permitem determinar as perdas por encunha-mento sem a necessidade de realizar iterações. Dentre os vários casos abordados no livro, destaca-se a situação na qual o comprimento de influência das perdas de ancoragem ultrapassa a metade da extensão da viga. Para essa situação, foi desenvolvida a Equação 21 que permite calcular a nova tensão na ancoragem ( $P_{A'}$ ) para o caso de um cabo parabólico.

$$P_{A'} = P_{máx} - \frac{4A_p E_p \delta}{L} \frac{1}{1 + \exp\left[-\mu\left(\alpha + k\frac{L}{2}\right)\right]} \quad (21)$$

na qual  $L$  representa o comprimento total da viga.

### 2.1.5.3 PERDAS POR ENCURTAMENTO ELÁSTICO DO CONCRETO

Quando uma viga possui um certo número  $n$  de cabos e a protensão é aplicada a eles de maneira sucessiva, acontece o efeito de perda de tensão no cabo previamente ancorado pelo encurtamento do concreto causado pela protensão do cabo seguinte. Dessa forma, o primeiro cabo ancorado receberá o efeito de encurtamento causado por todos os demais ( $n-1$ ) cabos, enquanto que o último cabo não receberá efeito nenhum, pois o concreto estará no seu estado final. Pfeil (1984), sugere a utilização de uma perda por encurtamento elástico média, dada pela Equação 22.

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p \sigma_c (n - 1)}{2n} \quad (22)$$

na qual,  $\Delta\sigma_p$  é Perda média de encurtamento elástico;  $\alpha_p$  é a razão entre o módulo de elasticidade do aço de protensão e o módulo de elasticidade do concreto;  $n$  é número de cabos presentes na seção; e  $\sigma_c$  é tensão atuante no centro de gravidade da armadura protendida, determinada a partir da Equação 23.

$$\sigma_c = \sigma_{cp} + \sigma_{cg} \quad (23)$$

onde  $\sigma_{cp}$  é a tensão no centro de gravidade da armadura devido ao esforço de protensão, determinado pela Equação 24 e  $\sigma_{cg}$  é a tensão no centro de gravidade devido ao peso próprio da viga, Equação 25.

$$\sigma_{cp} = P \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_p^2}{I_c} \right) \quad (24)$$

$$\sigma_{cg} = \frac{M_{g1} e_p}{I_c} \quad (25)$$

nas quais  $P$  diz respeito ao valor do esforço de protensão já considerando as perdas por atrito e por ancoragem;  $M_{g1}$  é o momento causado pelo peso próprio da estrutura;  $e_p$  é a excentricidade do cabo na seção analisada;  $I_c$  e  $A_c$  são respectivamente a inércia e a área da seção bruta de concreto.

#### 2.1.5.4 PERDAS PROGRESSIVAS

A ABNT NBR 6118 (2014) em seu item 9.6.3.4 apresenta três metodologias distintas para determinar as perdas progressivas: processo simplificado para o caso de fases únicas de operação; processo aproximado; e o método geral. Para a utilização do processo simplificado a norma exige que o tempo entre a concretagem e a aplicação da protensão seja suficientemente pequeno para que uma etapa não interfira na outra. Além disso, esse método também exige que as distâncias entre os cabos sejam suficientemente pequenas para que se possa realizar a consideração de um cabo único equivalente.

Com esses pontos considerados, o presente trabalho utilizará a metodologia simplificada cuja perda progressiva é dada pela Equação 26.

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p \sigma_{c,p0g} \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \alpha_p \eta \rho_p} \quad (26)$$

na qual,  $t$  é idade fictícia do concreto em que se deseja calcular as perdas de protensão;  $t_0$  é idade fictícia do concreto em que o efeito da retração começa a ser considerado;  $\sigma_{c,p0g}$  é a

tensão no concreto adjacente ao cabo resultante;  $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ : retração do concreto no instante  $t$ ;  $\rho_p$  é a taxa geométrica de armadura de protensão (Equação 27);  $\alpha_p$  é a relação entre os módulos de elasticidade do aço de protensão e do concreto, (Equação 28);  $\sigma_{p0}$  é a tensão no cabo equivalente no ato da protensão (Equação 29);  $\varphi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência do concreto no instante  $t$ , determinado de acordo com o procedimento apresentado no Anexo A da ABNT NBR 6118 (2014); e  $\chi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência do aço no instante  $t$  (Equação 30).

$$\rho_p = A_p/A_c \quad (27)$$

onde  $A_c$  é a área da seção bruta de concreto.

$$\alpha_p = E_p/E_{ci28} \quad (28)$$

na qual  $E_{ci28}$  é o módulo de elasticidade do concreto na idade de 28 dias.

$$\sigma_{p0} = P_0/A_p \quad (29)$$

na qual  $P_0$  é o esforço aplicado nas armaduras ativas no momento da protensão.

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \Psi(t, t_0)] \quad (30)$$

onde  $\Psi(t, t_0)$  é o coeficiente de relaxação do aço no instante  $t$  (Equação 31).

$$\Psi(t, t_0) = \Psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (31)$$

na qual,  $\Psi_{1000}$  é relaxação de fios e cordoalhas, que de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014) pode ser determinado a partir da Quadro 2.

Quadro 2 - Valores de  $\Psi$  em porcentagem.

$\sigma_{po}$	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 $f_{ptk}$	0	0	0	0	0
0,6 $f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 $f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 $f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Onde  
RN é a relaxação normal;  
RB é a relaxação baixa.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Outras formulações necessárias para o cálculo das perdas por retração são mostradas a seguir:

$$\chi_c = 1 + 0,5\varphi(t, t_0) \quad (32)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) \quad (33)$$

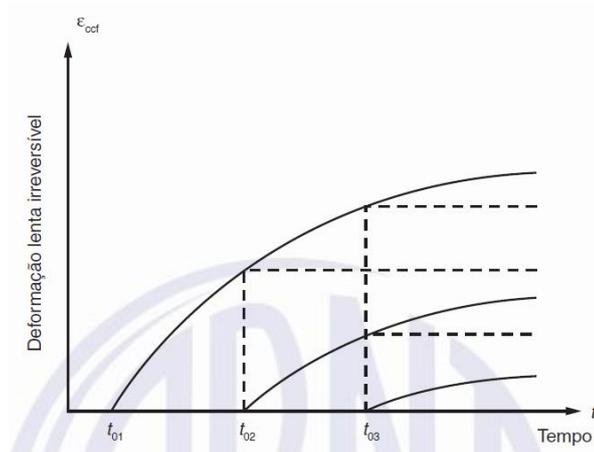
$$\eta = 1 + e_p^2 A_c / I_c \quad (34)$$

na qual  $e_p$  é a excentricidade do cabo equivalente e  $I_c$  é a inércia da seção bruta de concreto.

A variação de tensão  $\Delta\sigma_p(t, t_0)$ , calculada pela Equação 26, indica a diferença entre a tensão na idade  $t_0$  e na idade considerada  $t$ . Dessa forma, basta subtraí-la do esforço  $P_0$  com as perdas imediatas já calculadas para se obter o esforço  $P_t$  em cada seção de controle.

Expõe-se na Figura 11 as curvas de deformação lentas irreversíveis do concreto em função do tempo. Nela, observa-se que para as diferentes idades de aplicação do carregamento ( $t_{01}$ ,  $t_{02}$  e  $t_{03}$ ) são geradas novas curvas a partir do deslocamento vertical da curva original.

Figura 11 - Deformação lenta irreversível do concreto em função do tempo.



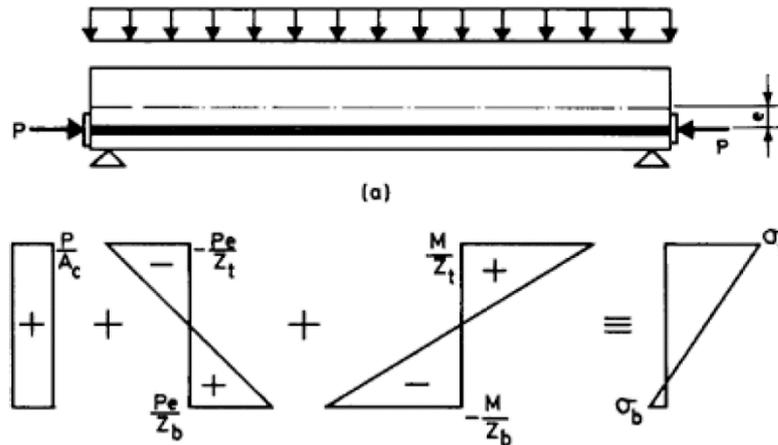
Fonte: ABNT NBR 6118 (2014).

Vale salientar também que na Figura 11 pode-se observar o comportamento assintótico das deformações permanentes, tendendo a chegar a um valor máximo a partir de um determinado tempo e não variar muito a partir do mesmo.

### 2.1.6 Tensões normais em peças protendidas

A aplicação do esforço de protensão no concreto ocorre através de uma tensão de compressão constante na seção transversal junto com esforços de flexão provenientes da excentricidade dos cabos que foram alongados. Essa excentricidade é vantajosa, pois de acordo com Pfeil (1980), ela conduz a diagramas de esforços mais favoráveis, sendo necessários esforços de protensão menores para atingir os resultados desejados. Isso acontece, pois ao posicionar os cabos nas extremidades tracionadas das seções (afastados do centro de gravidade), o esforço de compressão dos cabos passa a atuar diretamente sobre os esforços de tração que a peça está submetida, fazendo com que as tensões resultantes de tração sejam minimizadas ou anuladas de maneira mais eficiente. Na Figura 12 expe-se a situação apresentada.

Figura 12 - Diagramas de tensões em vigas protendidas.



Fonte: Hurst (2003).

Nela, são mostradas as parcelas das equações de tensões nas bordas do topo e da base ( $\sigma_t$  e  $\sigma_b$ ) da seção. As Equações 35 e 36, que são fruto da combinação dos esforços internos provenientes da protensão excêntrica com os esforços externos devido ao carregamento, podem ser analisadas a seguir:

$$\sigma_t = \frac{P}{A_c} - \frac{Pe}{Z_t} + \frac{M}{Z_t} \quad (35)$$

$$\sigma_b = \frac{P}{A_c} + \frac{Pe}{Z_b} - \frac{M}{Z_b} \quad (36)$$

nas quais  $P$  é esforço de protensão efetivo;  $A_c$  é área bruta de concreto na seção considerada;  $e$  é excentricidade do cabo de protensão;  $Z_t$  e  $Z_b$  são os módulos resistentes relativos à seção do topo e da base, respectivamente; e  $M$  é a combinação dos momentos atuantes sobre a viga.

Nesse trabalho, as tensões de compressão foram adotadas como positivas e as de tração como negativas. Dessa forma, como pode ser observado na Figura 12, devido a combinação dos esforços, as tensões no topo da seção,  $\sigma_t$ , tendem a apresentar altos valores de compressão enquanto que as tensões na base,  $\sigma_b$ , ainda podem apresentar tensões de tração, porém, numa proporção muito menor. As tensões positivas no bordo superior devem respeitar a tensão limite de resistência a compressão do concreto, enquanto que as tensões negativas na base da seção precisam ser bem controladas pois elas podem causar abertura de fissuras.

### 2.1.7 Dimensionamento à força cortante

Com a aplicação do esforço de protensão, o comportamento do elemento estrutural é melhorado, tanto para as solicitações de flexão como para as de cisalhamento (PFEIL, 1984).

Nos trechos curvos do cabo, a protensão ajuda a resistir a uma parcela do esforço cortante, devido a consideração de sua componente vertical. Assim, o dimensionamento ao cisalhamento se dá da mesma forma que é realizado para o concreto armado, porém o esforço solicitante recebe uma diminuição devido a protensão.

A norma ANBT NBR 6118 (2014) apresenta dois modelos de cálculo para o dimensionamento das vigas aos esforços cisalhantes. Os modelos se baseiam na Analogia da Treliça Clássica de Ritter-Mörsch, que faz a consideração de que na viga de concreto há um banzo superior comprimido, formado pelo concreto e por armaduras de compressão, um banzo inferior tracionado, formado pelas armaduras de flexão, diagonais comprimidas de concreto, que constituem as bielas de compressão, e as diagonais tracionadas, compostas pela armadura transversal, os estribos, a serem dimensionados.

Ambos os modelos permitem o posicionamento das armaduras transversais com uma angulação entre 45° e 90°, porém, as considerações para a angulação das bielas de compressão são diferentes. O Modelo I considera a treliça clássica e admite apenas o ângulo de 45° para as bielas comprimidas, enquanto que o Modelo II faz o uso da treliça generalizada, fazendo com que a angulação das bielas possa variar entre 30° e 45°. Ao selecionar-se um modelo, deve-se inicialmente determinar o esforço solicitante de cálculo através da Equação 37.

$$V_{sd} = \gamma_g V_g + \gamma_q V_q - \gamma_p V_p \quad (37)$$

na qual:  $V_{sd}$  é o esforço cisalhante de cálculo;  $\gamma_g$ ,  $\gamma_q$  e  $\gamma_p$  são os coeficientes de majoração para os esforços permanentes, variáveis e de protensão, respectivamente;  $V_g$  e  $V_q$  são, respectivamente, os esforços cortantes permanentes e variáveis; e  $V_p$  é a parcela vertical do esforço de protensão, determinada pela Equação 38.

$$V_p = P V_{sd} \sin(\alpha) \quad (38)$$

onde  $P$  é o esforço de protensão efetivo na seção considerada e  $\alpha$  é angulação do cabo naquela seção.

O estado limite último de cisalhamento é verificado quando a força solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ) for menor do que a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas concreto (V.Rd2), e, além disso, a mesma deve ser menor que a força cortante resistente de cálculo relativa à ruína por tração diagonal (V.Rd3), cujas as formulações são apresentadas no item 17.4.2 da ABNT NBR 6118 (2014). Além dessas verificações, para o caso onde é considerado o esforço favorável da protensão, a norma ainda especifica que a armadura longitudinal de tração deva satisfazer a Equação 39:

$$A_p f_{pyd} + A_s f_{yd} \geq V_{sd} \quad (39)$$

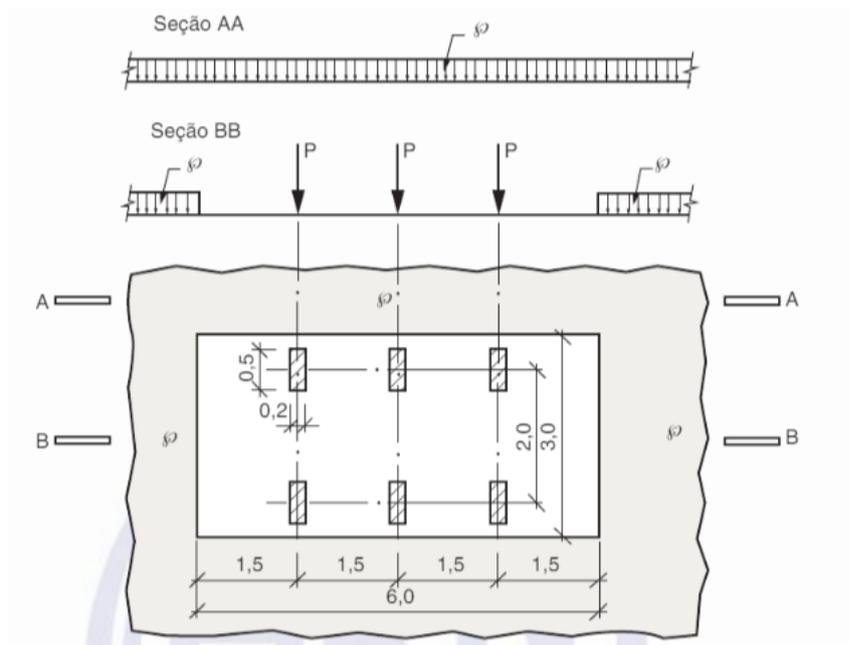
na qual  $A_s$  é área de aço da armadura longitudinal passiva,  $f_{yd}$  é a resistência de cálculo do aço escolhido, e os demais parâmetros são os mesmos apresentados previamente.

## 2.2 PONTES

### 2.2.1 Trem-tipo

O termo trem-tipo é utilizado para se referir às cargas móveis que atuam numa ponte, sendo representado pela sigla TB, seguida do peso total do veículo tipo. A norma ABNT NBR 7188 (2013) determina que a carga padrão móvel rodoviária é a TB 450, que é definida por um veículo tipo de 450 kN, com seis rodas e três eixos afastados entre si em 1,5m, com uma área total de ocupação de 18,0 m<sup>2</sup>. Esse veículo ainda é circundado por uma carga de multidão uniformemente distribuída constante de valor igual a  $p=5\text{kN/m}^2$ . Na Figura 13 apresenta-se a disposição geométrica do trem tipo.

Figura 13 - Disposição geométrica das cargas do trem tipo TB 450.



Fonte: ABNT NBR 7188 (2013).

Na Figura 13 ainda se expõe a disposição das cargas concentradas e distribuídas que atuam nas longarinas em função das rodas do veículo e a carga de multidão, respectivamente.

### 2.2.1.1 COEFICIENTES DE MAJORAÇÃO

Ainda na Figura 13, as forças pontuais  $P$  referem-se ao valor estático de cada roda do veículo. Esse valor deve ser acrescido de coeficientes de ponderação, e então passa a ser designado pela letra  $Q$ . Já a letra minúscula  $p$  refere-se ao valor estático da carga móvel de multidão que, após ser acrescida dos coeficientes de ponderação, passa a ser representada pela letra  $q$ . A seguir são apresentados os três coeficientes de majoração presentes na ABNT NBR 7188 (2013).

- **CIV** - Coeficiente de impacto vertical

De acordo com a norma, ele vale:

$$CIV = 1,35, \text{ para estruturas com vão menor que } 10\text{m};$$

$$CIV = 1 + 1,06 \left( \frac{20}{Liv+50} \right), \text{ para estruturas com vão entre } 10 \text{ m e } 200 \text{ m.}$$

Na qual  $Liv$  é a média aritmética dos vãos no caso de vigas contínuas ou o próprio comprimento em balanço para estruturas em balanço.

- **CNF** - Coeficiente de número de faixas

A norma apresenta a seguinte formulação:

$$CNF = 1 - 0,05(n - 2) > 0,9$$

Na qual  $n$  é o número inteiro de faixas de tráfego sobre o tabuleiro da ponte.

- **CIA** - Coeficiente de impacto adicional

Esse coeficiente deve atuar em todos os elementos estruturais que estejam a uma distância de 5 m para cada lado das regiões das juntas estruturais e nas extremidades da obra. Ele vale:

$$CIA = 1,25, \text{ para obras em concreto ou mistas};$$

$$CIA = 1,15, \text{ para obras em aço.}$$

Dessa forma, os esforços finais majorados para as cargas das rodas e de multidão que serão utilizados no trem tipo são dados respectivamente pelas Equação 40 e Equação 41.

$$Q = CIV * CNF * CIA * P \tag{40}$$

$$q = CIV * CNF * CIA * p \tag{41}$$

## 2.2.2 Distribuição transversal das cargas

Visto que o presente trabalho realizará o dimensionamento de uma ponte com múltiplas longarinas, deve-se determinar o quanto de carga será distribuída para cada longarina. Nesse contexto, as vigas transversinas entram com grande importância pois ao conectar as longarinas, elas realizam a transferência dos esforços. Essa transferência ocorre em função da rigidez das transversinas, fazendo com que o sistema trabalhe de maneira similar a uma grelha plana.

### 2.2.2.1 MÉTODO DE ENGESSER-COURBON

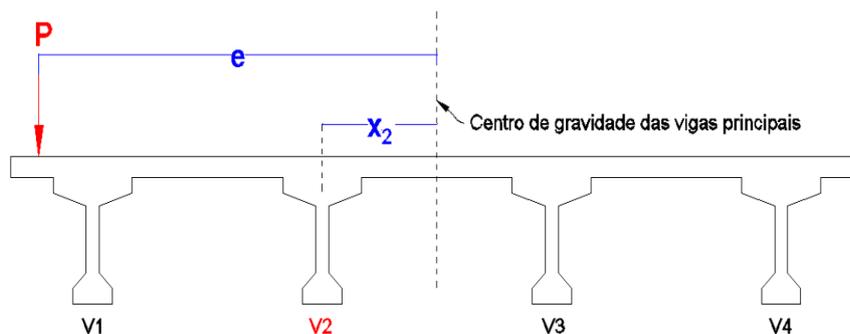
Esse método exige que a relação entre o comprimento e a largura da ponte seja ao menos igual a 2. O método faz a consideração de que o tabuleiro da ponte é rígido transversalmente, ou seja, é considerado que as transversinas possuem rigidez infinita a flexão (SPERNAU, 2012). Devido a isso, as deformações das longarinas podem ser relacionadas de maneira linear, de acordo com a Equação 42.

$$P_i = \frac{P}{n} \pm \frac{P \cdot e \cdot x_i}{\sum x_i^2} \quad (42)$$

na qual,  $P$  é a carga aplicada;  $n$  é o número de longarinas;  $e$  é excentricidade da carga  $P$ , medida a partir do centro de gravidade do conjunto de longarinas;  $x_i$  é a distância da longarina em análise (longarina  $i$ ) até o centro de gravidade do conjunto; e  $P_i$  é a parcela recebida pela longarina em análise.

O método utiliza a notação do eixo  $x$  como sendo positivo a direita do centro de gravidade do conjunto de longarinas. Dessa forma, os valores de  $x$  e de  $e$  ficam negativos quando a força  $P$  está localizada a esquerda. Essa notação pode ser melhor visualizada na Figura 14.

Figura 14 - Exemplo de aplicação do Método Engesser-Courbon.

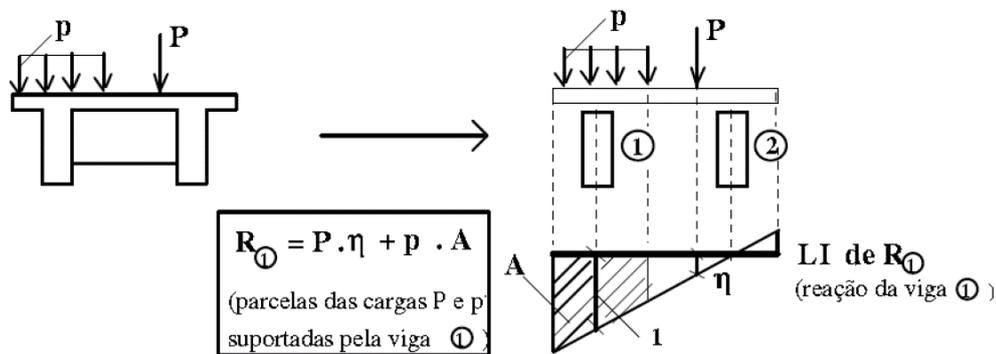


Fonte: Kaestner (2015).

A Equação 42 pode ser utilizada tanto para determinar diretamente os esforços em cada longarina, quanto para determinar a linha de influência (LI) em relação a cada longarina. Determinar a LI é importante pois isso facilita a determinação dos esforços nas longarinas devido as outras cargas atuantes sobre o tabuleiro. O procedimento para determinar a LI consiste em aplicar uma carga  $P$  unitária na Equação 42 e substituir os valores de  $x_i$  equivalente para cada longarina, assim a excentricidade  $e$  fica como variável independente e a altura da LI como variável dependente, de modo que se obtêm a equação de uma reta.

O exemplo de determinação de uma linha de influência numa ponte pode ser visto na Figura 15, na qual vale observar que a carga de multidão não é aplicada em todo os pontos do tabuleiro, mas somente nas regiões nas quais ela contribui desfavoravelmente ao esforço que chega a longarina analisada.

Figura 15 - LI de uma ponte com duas longarinas.



Fonte: Kaestner (2015).

Na Figura 15 mostra-se os esforços que chegam a viga 1 devido a carga de multidão  $p$  e a carga estática  $P$ . É importante observar que para determinar a resultante  $R_1$  na Figura 15, multiplicou-se o esforço pontual  $P$  pela cota da LI no seu ponto de aplicação e para a carga distribuída  $p$ , foi executada a multiplicação pela área da LI na sua região de atuação. Esse procedimento é o mesmo para qualquer linha de influência.

#### 2.2.2.2 MÉTODO DE LEONHARDT

O método de Leonhardt se baseia nas deformações elásticas para se obter a LI de reações nas longarinas da superestrutura (SPERNAU, 2012). Para utilizá-lo, deve-se satisfazer as seguintes condições:

- Longarinas com momento de inércia constante em toda a sua extensão;
- Longarinas simplesmente apoiadas em suas extremidades;

- Transversinas igualmente espaçadas.

A teoria apresentada por Leonhardt se referia inicialmente ao caso de apenas uma transversina no meio do vão, que vem a ser justamente o caso enquadrado no presente trabalho. Porém, para os casos em que há mais de uma transversina, Leonhardt prevê o cálculo de uma inércia equivalente a transversina única, o que equivale a majorar a inércia das transversinas presentes pelo coeficiente  $k$ , adotado de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 - Coeficiente  $k$  para inércia equivalente.

Nº de transversinas igualmente espaçadas	Coeficiente $k$
1 ou 2	1,0
3 ou 4	1,6
5 ou mais	2,0

Fonte: Adaptado de SPERNAU (2012).

Deve-se encontrar a inércia equivalente pois ela é necessária para o cálculo do grau de rigidez da grelha. Esse grau determina a eficiência das transversinas na distribuição transversal dos carregamentos. Quanto maior for o grau, maior será a rigidez dessas vigas e melhor será a distribuição. Para determiná-lo, deve utilizar a Equação 43:

$$\zeta = \frac{I_{eq}}{I_{lg}} \left( \frac{L}{2a} \right)^3 \quad (43)$$

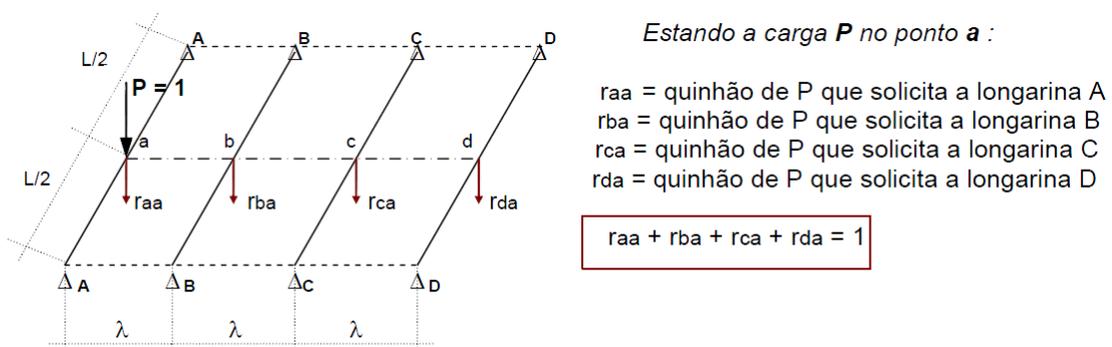
na qual  $\zeta$  diz respeito ao grau de rigidez;  $I_{eq}$  é a inércia equivalente das transversinas, determinada pela Equação 44;  $I_{lg}$  é a inércia das longarinas;  $L$  é o comprimento do vão simplesmente apoiado; e  $a$  é o espaçamento entre os eixos das longarinas.

$$I_{eq} = k I_{tr} \quad (44)$$

onde  $k$  é o coeficiente de majoração obtido na Tabela 1; e  $I_{tr}$  é a inércia real das transversinas.

Com o valor calculado de  $\zeta$ , obtêm-se os coeficientes de repartição transversal do tabuleiro. Na Figura 16, esses coeficientes são designados por  $r_{i,j}$ , onde  $i$  indica a longarina que está sendo avaliada e  $j$ , a longarina onde a carga está sendo aplicada.

Figura 16 - Coeficientes de repartição do método de Leonhardt.



Fonte: Kaestner (2015).

Esses coeficientes  $r_{i,j}$  nada mais são do que as cotas da linha de influência da longarina  $i$  para o ponto correspondente a aplicação na longarina  $j$ . Leonhardt construiu diversas tabelas para facilitar a obtenção desses coeficientes (SPERNAU, 2012). As tabelas são em função do número de longarinas e do grau de rigidez do tabuleiro.

A diferença principal entre os resultados obtidos pelos dois métodos é que, no de Leonhardt, a LI obtida não segue uma reta. A curvatura das LI's é mais acentuada quanto menor for o grau de rigidez da estrutura, fazendo com que surjam efeitos mais concentrado das cargas nos apoios próximos às suas regiões de incidência, situação que condiz melhor com a realidade.

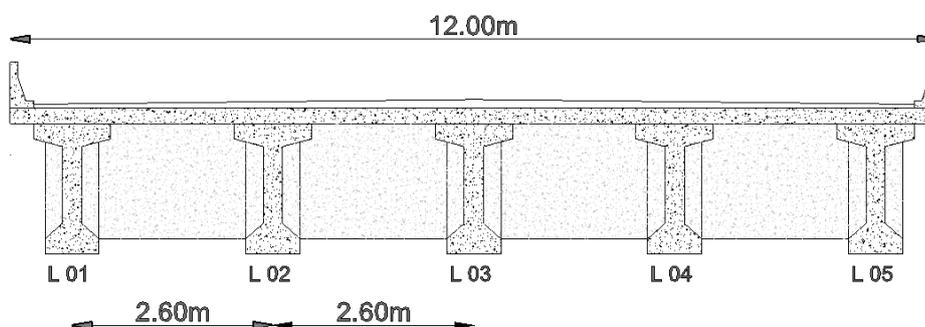
### 3 METODOLOGIA

No presente capítulo serão apresentadas as informações do viaduto selecionado como base para realização desse trabalho, bem como os *softwares* utilizados para o dimensionamento, os materiais escolhidos, as ações e combinações atuantes e os demais parâmetros de projeto.

#### 3.1 DESCRIÇÃO DO VIADUTO EM ESTUDO

Como apresentado na Figura 1, o viaduto selecionado para esse trabalho é composto por dois trechos iguais de tabuleiros com vigas biapoiadas. A partir de levantamento realizado *in loco* pelo autor, com a utilização de uma trena eletrônica, obteve-se as dimensões do tabuleiro que podem ser observadas na Figura 17 abaixo:

Figura 17 - Corte transversal do tabuleiro.

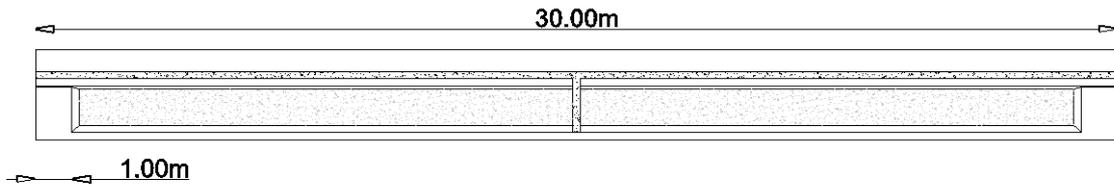


Fonte: Autor (2019).

Observa-se que o viaduto possui uma largura total de 12 m e é composto por cinco longarinas igualmente espaçadas por uma distância de 2.60 m. Também há os guarda-corpos de concreto localizados nas extremidades laterais da pista e ainda um conjunto de três transversinas, sendo estas localizadas no centro e nas extremidades das vigas. Na pista de rolamento há ainda o revestimento asfáltico, com declividade de 2% para cada lado da via, que se apoia sobre uma laje de concreto armado com 20 cm de espessura.

No corte longitudinal, apresentado na Figura 18, estão presentes o comprimento total das vigas (30 metros) e o comprimento alargado nos apoios (1 m) para melhorar a resistência ao cisalhamento e alocar adequadamente as ancoragens dos cabos de protensão.

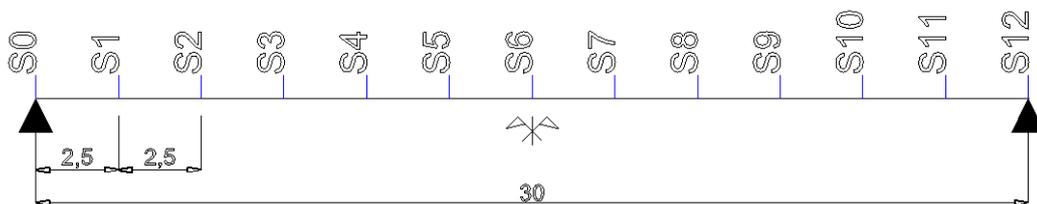
Figura 18 - Corte Longitudinal do Tabuleiro.



Fonte: Autor (2019).

As seções de controle foram então definidas, considerando um espaçamento de 2,5 m, o que resultou em um total de 13 seções, como pode ser observado na Figura 19. A partir da seção 7, devido a simetria da viga, as seções passam a possuir as mesmas propriedades das seções anteriores, por isso, a partir desse ponto, toda a viga será dimensionada considerando as seções de 0 a 6.

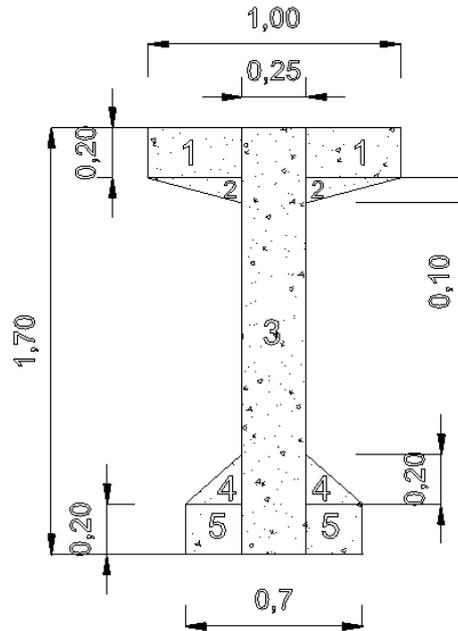
Figura 19 - Seções de controle nas longarinas.



Fonte: Autor (2019).

A seção transversal das vigas ainda foi dividida em partes para facilitar o processo de obtenção das propriedades geométricas da mesma. A divisão pode ser observada na Figura 20. Nesta figura está representada a geometria referente as seções de S1 a S11. As seções S0 e S12 são diferentes, pois possuem um alargamento para garantir maior resistência ao esforço cortante e mais espaço para alocar as ancoragens dos cabos de protensão.

Figura 20 - Seção transversal da longarina dividida.



Fonte: Autor (2019).

Cada número interno a seção transversal refere-se a uma parcela com propriedades geométricas iguais. O procedimento de obtenção das propriedades pode ser consultado no Apêndice B e os resultados principais foram listados na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades geométricas da seção transversal.

$I_{lg}$	$26.677.378,24 \text{ cm}^4$
$A_c$	$0,7476 \text{ m}^2$
$y_{inf}$	$0,906 \text{ m}$
$y_{sup}$	$0,794 \text{ m}$
$W_{inf}$	$2.945 \cdot 10^5 \text{ cm}^3$
$W_{sup}$	$3.360 \cdot 10^5 \text{ cm}^3$

Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 2, destacam-se o momento de inércia ( $I_{lg}$ ) da seção transversal de concreto da longarina em relação ao eixo horizontal que passa pelo centro de gravidade, a área bruta da seção de concreto ( $A_c$ ), a distância da borda inferior ao centro de gravidade da seção ( $y_{inf}$ ), a distância da borda superior ( $y_{sup}$ ), e os módulos de resistência inferior ( $W_{inf}$ ) e superior ( $W_{sup}$ ) da seção transversal.

### 3.2 FERRAMENTAS UTILIZADAS NAS ANÁLISES

O projeto foi desenvolvido majoritariamente no *software* Mathcad versão 15, que é um *software* de matemática e engenharia bastante utilizado ao redor do mundo. Também foi amplamente usado o *software* Ftool versão 4.00.04, para auxiliar na determinação dos esforços atuantes em cada seção, bem como as deformações em cada fase de carregamento.

O código desenvolvido no Mathcad pode ser consultado no Apêndice A.

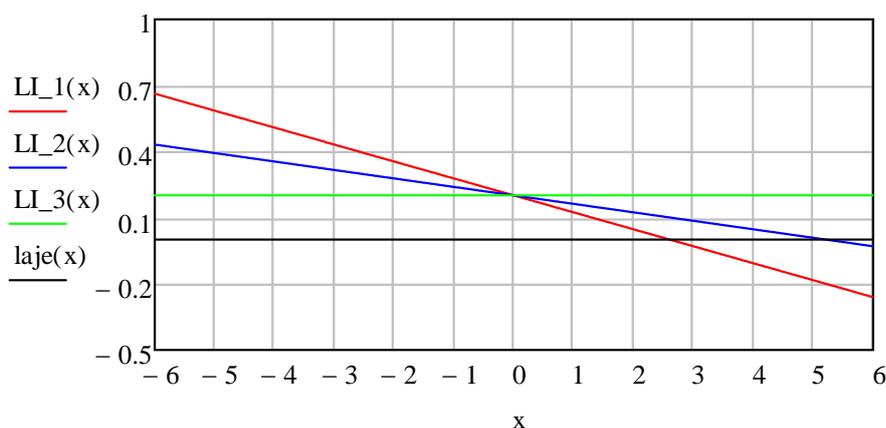
### 3.3 MATERIAIS UTILIZADOS

O presente projeto utilizará os materiais disponibilizados pela empresa Freyssinet, uma das maiores no ramo da protensão nacional e internacional. Dessa maneira, tanto as cordoalhas, quanto os cabos, ancoragens e os próprios macacos hidráulicos serão retirados do catálogo da empresa. No que diz respeito ao concreto, será utilizado o concreto com resistência característica a compressão de 35 MPa, por ser um valor correntemente empregado na região. Por fim, para as armaduras passivas da estrutura, será utilizado o aço CA-50.

### 3.4 LINHAS DE INFLUÊNCIA

Ao utilizar a Equação 36 para as três primeiras longarinas, considerando a aplicação de uma carga  $P$  unitária passando sobre o tabuleiro, foi possível determinar as equações das linhas de influência pelo método de Engesser-Courbon, cujas retas podem ser observadas na Figura 21.

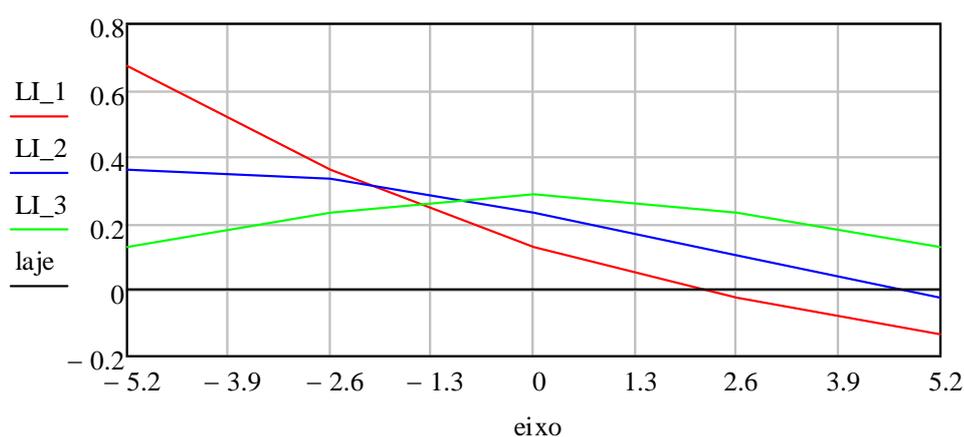
Figura 21 - Linhas de Influência por Engesser-Courbon.



Fonte: Autor (2019).

Para o caso do método de Leonhardt, seguiu-se o procedimento apresentado no item 2.2.2.2 e obtiveram-se as linhas de influência que estão apresentadas na Figura 22. Como mencionado no referido item, as linhas de influência apresentam um comportamento curvo com curvatura maior nas regiões próximas a longarina em análise, o que ocorre devido ao fato deste método considerar a rigidez do tabuleiro em função do momento de inércia das transversinas, diferentemente do método de Engesser-Courbon que assume que essa rigidez é infinita. Por conta desse comportamento mais próximo a realidade, as linhas de influência apresentadas na Figura 22 são as que serão utilizadas no restante desse trabalho.

Figura 22 - Linhas de influência por Leonhardt.



Fonte: Autor (2019).

### 3.5 AÇÕES

Para garantir que a estrutura pretendida não irá atingir nenhum dos estados limites, os carregamentos submetidos a mesma junto com as verificações devem ser feitos por etapas. Neste trabalho foram consideradas quatro etapas de carregamento, que serão apresentadas nos itens seguintes. Cada etapa foi estudada para cada uma das cinco longarinas, de modo a determinar qual delas se encontra na situação mais crítica e, a partir disso, realizar o dimensionamento.

#### 3.5.1 Etapa 1 - Peso próprio

Na primeira etapa de carregamento, momento no qual será aplicado o esforço de protensão, o único carregamento atuante na viga é o peso próprio, o qual é determinado a partir da

geometria da seção e do peso específico do concreto que, de acordo com a ANBT NBR 6118 (2014), pode ser considerado a  $25\text{kN/m}^3$ .

Como todas as longarinas possuem a mesma geometria, a análise foi feita apenas uma vez. Iniciou-se pela determinação das cargas atuantes, que podem ser observadas na Tabela 3. Nesta tabela são apresentadas as cargas para as seções do apoio, seções S0 e S12, e para as seções comuns, S1 a S11.

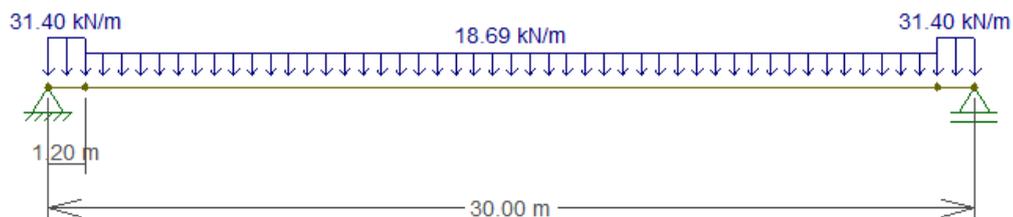
Tabela 3 - Cargas permanentes - Etapa 1.

Seção	Área ( $\text{m}^2$ )	Carga ( $\text{kN/m}$ )
Apoio	1,256	31,4
Comum	0,7475	18,6875

Fonte: Autor (2019).

A longarina foi modelada em duas seções diferentes devido o alargamento nas regiões dos apoios, o que justifica a maior área nessa parte. Com as cargas obtidas, fez-se o lançamento da estrutura no Ftool, como pode ser visualizado na Figura 23.

Figura 23 - Carregamento da etapa 1.



Fonte: Autor (2019).

### 3.5.2 Etapa 2 - Transversinas e laje

Após se esperar 28 dias a partir da concretagem, as longarinas são protendidas e posteriormente posicionadas sobre os pilares. Em seguida, é realizada a concretagem das lajes e das transversinas, o que constitui a segunda etapa de carregamento. As cargas desses elementos podem ser observadas na Tabela 4.

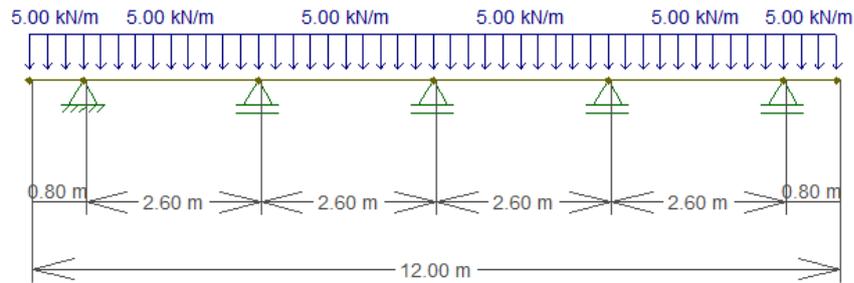
Tabela 4 - Cargas dos elementos da etapa 2.

Laje	Espessura (m)	Carga ( $\text{kN/m}$ )
	0,2	5
Transversina	Área ( $\text{m}^2$ )	Carga ( $\text{kN/m}$ )
	0,3	7,5

Fonte: Autor (2019).

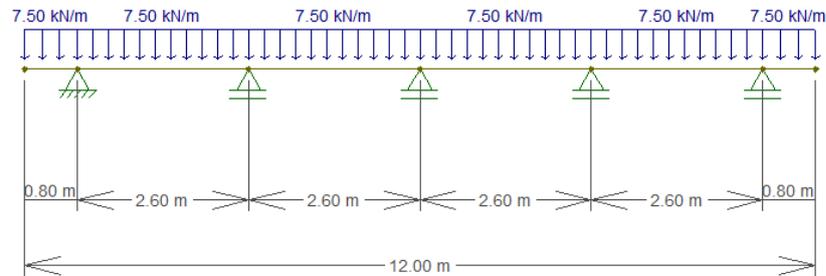
Nessa etapa de carregamento, as cargas transferidas para cada longarina são diferentes e para determiná-las, fez-se uma análise no Ftool de cada elemento agindo individualmente sobre a estrutura, de modo a descobrir a parcela do carregamento transferida a cada longarina. Nas Figuras 24 e 25, estão apresentados os carregamentos da laje e das transversinas, respectivamente.

Figura 24 - Carregamento da laje (etapa 2).



Fonte: Autor (2019).

Figura 25 - Carregamento da transversina (etapa 2).



Fonte: Autor (2019).

Nas figuras acima, cada apoio representa uma longarina e as reações em cada uma representam os carregamentos aos quais estão submetidas. Os resultados retirados do Ftool podem ser observados na Tabela 5.

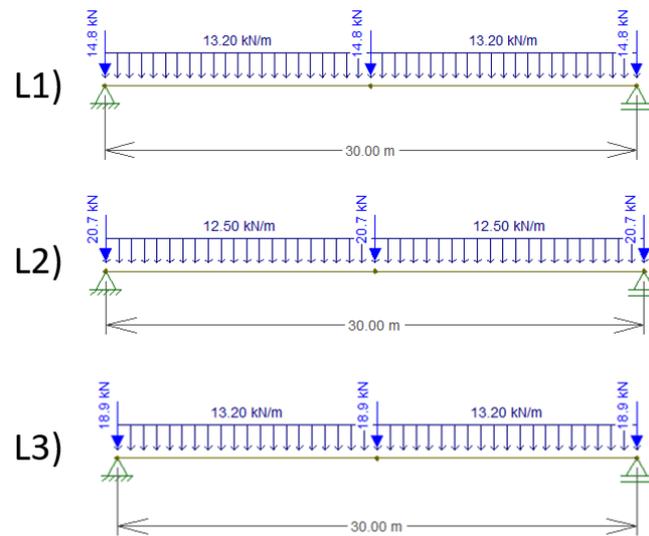
Tabela 5 - Cargas Permanentes - Etapa 2.

Longarina	L1	L2	L3	L4	L5
Reação da Laje (kN/m)	13,2	12,5	13,2	12,5	13,2
Reação da Transv. (kN)	14,8	20,7	18,9	20,7	14,8

Fonte: Autor (2019).

Vale salientar que as cargas transferidas das lajes para as longarinas são lineares, enquanto que as das transversinas são cargas pontuais. Os carregamentos da Tabela 4 foram então lançados nas longarinas 1, 2 e 3, como pode ser visto na Figura 26.

Figura 26 - Carregamentos da etapa 2.



Fonte: Autor (2019).

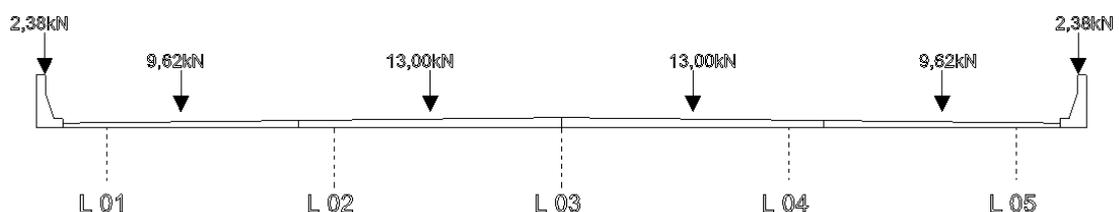
Não foi necessária a consideração das longarinas 4 e 5, pois, por simetria, elas apresentam os mesmos comportamentos das longarinas 2 e 1, respectivamente.

### 3.5.3 Etapa 3 - Revestimento e guarda-corpos

De acordo com Spernau (2012), nesse momento, devido as transversinas estarem concretadas, a transferência de cargas entre as longarinas começa a ser efetuada. Dessa forma, as distribuições das cargas dos últimos componentes a serem implantados no viaduto deve respeitar as linhas de influência apresentadas no item 3.4. Nessa etapa, o viaduto será finalizado com o posicionamento dos guarda-corpos e também com a aplicação do revestimento.

Na Figura 27 apresenta-se as cargas do revestimento e dos guarda-corpos que serão distribuídas entre as longarinas. As cargas dos guarda-corpos foram determinadas a partir de sua área e do peso específico do concreto, como já havia sido feito antes para os demais elementos do viaduto.

Figura 27 - Cargas do revestimento e dos guarda-corpos.



Fonte: Autor (2019).

Para o revestimento, no entanto, seguiu-se um procedimento diferente, pois a ABNT NBR 7187 (2003) além de fornecer o peso específico de  $24 \text{ kN/m}^3$  para o revestimento, recomenda-se a adição de  $2 \text{ kN/m}^2$ , prevendo um futuro recapeamento. Assim, analisando um trecho de comprimento unitário do revestimento, fez-se a divisão da área do revestimento total em quatro parcelas. Duas delas referentes as vias principais da pista, cada uma com 3 m de largura, e duas referentes ao acostamento, com 2,70 m de largura cada. Com isso, montou-se a Tabela 6.

Tabela 6 - Cargas do Revestimento.

Via	Largura (m)	Área ( $\text{m}^2$ )	Rev ( $\text{kN/m}$ )	Recap ( $\text{kN/m}$ )	Total ( $\text{kN/m}$ )
Acostamento	2,70	0,176	4,22	5,40	9,62
Via Principal	3,00	0,292	7,00	6,00	13,00

Fonte: Autor (2019).

Na Tabela 6, a carga de revestimento apresentada foi calculada pelo produto entre o peso específico do material com a área do mesmo. Já a carga do recapeamento foi adquirida através do produto da largura da via com a taxa de recapeamento por metro quadrado. A soma das duas parcelas resultou na carga total que está apresentada na Figura 27.

### 3.5.4 Etapa 4 - Cargas móveis

Foi utilizado no projeto o caso corrente do trem tipo TB-450, no qual a carga de multidão é de  $5 \text{ kN/m}^2$  e o veículo-tipo possui três eixos de duas rodas, espaçados a cada 1,5m, com 75 kN em cada roda, conforme as prescrições da ABNT NBR 7188 (2013).

Quanto aos coeficientes de ponderação, foi considerado o vão livre igual ao vão real de 30 m das vigas e o número de faixas igual a dois. Dessa forma, o coeficiente de impacto vertical (CIV) e o coeficiente de número de faixas (CNF) foram determinados de acordo com o item 2.2.1.1 e o resultado pode ser observado na Tabela 7.

Tabela 7 - Coeficientes de Majoração das Cargas Móveis.

Coeficiente de Impacto Vertical (CIV)	1,265
Coeficiente de Número de Faixas (CNF)	1,000

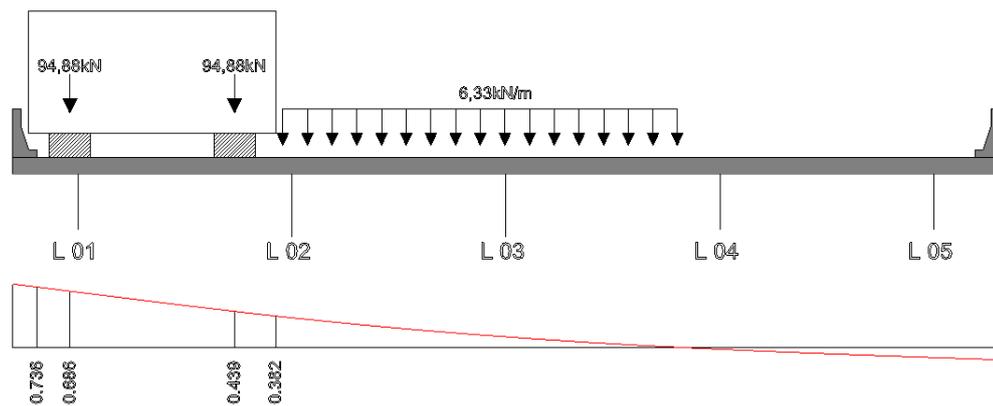
Fonte: Autor (2019).

O coeficiente de impacto adicional (CIA) não foi considerado pois não há descontinuidades da peça e também as longarinas não possuem trechos em balanço, de modo que apenas um trem-tipo por longarina será necessário para realizar a distribuição das cargas móveis.

Assim, ao realizar a majoração pelos coeficientes da Tabela 7, os valores das cargas de multidão e da carga no pneu passam a ser, respectivamente, 6,235kN/m e 94,875kN/m.

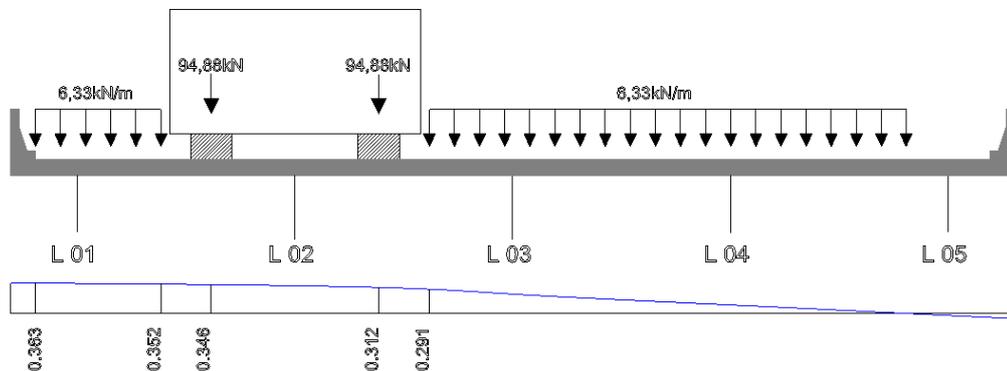
Com os valores majorados, o veículo tipo foi então posicionado nas regiões mais críticas para cada uma das três longarinas, como pode ser observado nas Figura 28, 29 e 30. Em cada uma dessas figuras, estão apresentadas na parte inferior as linhas de influência da respectiva longarina, determinadas pelo método de Leonhardt, como visto no item 3.4. É importante observar que as cargas de multidão se propagam apenas nos trechos desfavoráveis das linhas de influência.

Figura 28 - Veículo tipo sobre a longarina 1.



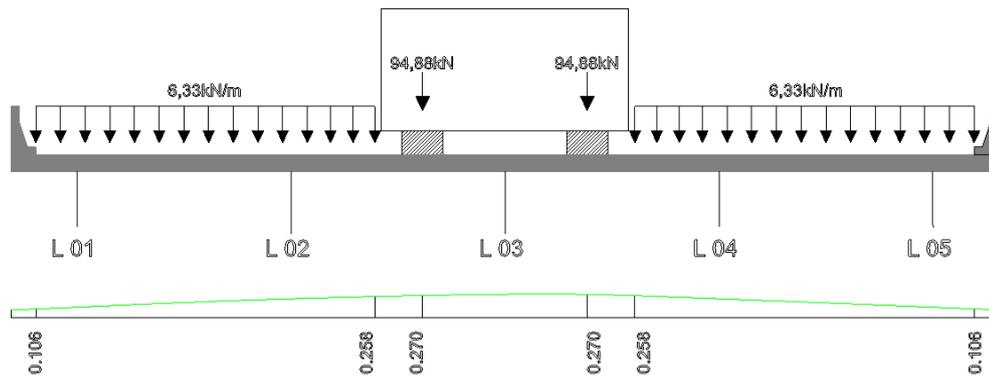
Fonte: Autor (2019).

Figura 29 - Veículo tipo sobre a longarina 2.



Fonte: Autor (2019).

Figura 30 - Veículo tipo sobre a longarina 3.



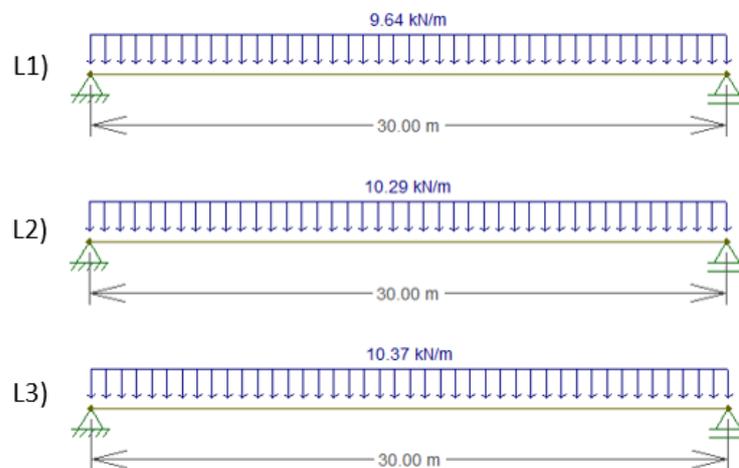
Fonte: Autor (2019).

### 3.5.5 Distribuição transversal das cargas das etapas 3 e 4

Por atuarem na estrutura após a concretagem das transversinas, as cargas das etapas 3 e 4, apresentadas nos itens anteriores, precisam ser distribuídas de acordo com as linhas de influência de cada longarina. Para tal, as cargas são posicionadas sobre as linhas de influência e, com isso, são obtidas as cotas e áreas correspondentes. Por fim, foi realizada a multiplicação do esforço por sua parcela correspondente na linha de influência e foi obtido o quanto do esforço chega efetivamente na longarina em análise.

Realizando o procedimento acima nas cargas da etapa 3, foi possível determinar o carregamento em cada longarina, como pode ser visto na Figura 31.

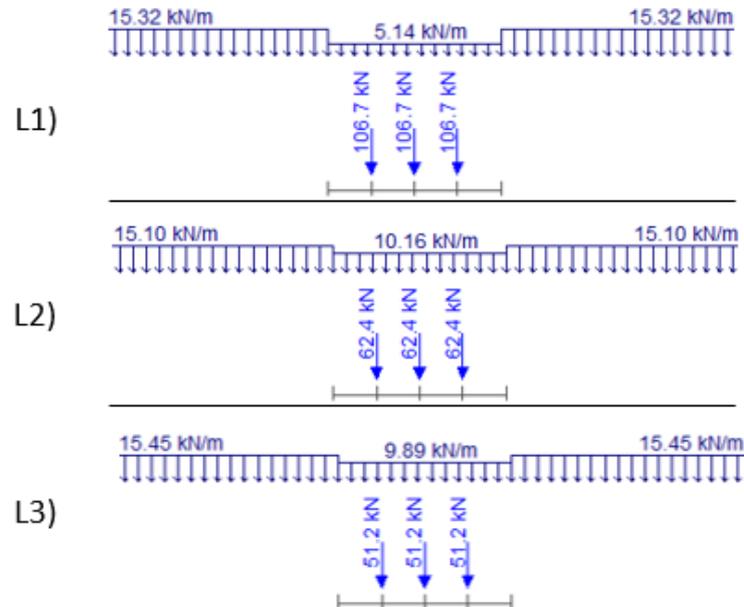
Figura 31 - Carregamentos da etapa 3.



Fonte: Autor (2019).

Para a etapa 4, o mesmo procedimento é realizado, porém o resultado obtido para cada longarina é um trem-tipo, que podem ser observados na Figura 32.

Figura 32 - Trem-tipo de cada longarina.



Fonte: Autor (2019).

### 3.6 COMBINAÇÕES

As combinações das ações precisam ser realizadas para proporcionar as situações mais críticas para as quais a estrutura deverá resistir. No item 2.1.3, já foram apresentadas as combinações de serviço presentes nesse trabalho. Para as combinações do estado limite últimos, são apresentados nos Quadros 3 e 4 a seguir, os coeficientes utilizados para majoração das cargas.

Para o caso do trabalho em questão, será utilizado o coeficiente de 1,35 para as cargas permanentes, visto que se trata de uma ponte não de grande porte, e o valor de 1,50 para majorar as cargas variáveis, visto que trem-tipo se caracteriza por uma carga de uso do viaduto.

Quadro 3 - Valores dos coeficientes de ponderação das ações permanentes.

Combinação	Tipo de estrutura	Efeito	
		Desfavorável	Favorável
Normal	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,30	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,35	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,40	1,0
Especial ou de construção	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,20	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,25	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,30	1,0
Excepcional	Grandes pontes <sup>1)</sup>	1,10	1,0
	Edificações tipo 1 e pontes em geral <sup>2)</sup>	1,15	1,0
	Edificação tipo 2 <sup>3)</sup>	1,20	1,0

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 8681 (2003).

Quadro 4 - Valores dos coeficientes de ponderação das cargas variáveis.

Combinações	Ações variáveis ( $\gamma_q$ )			
	Efeito da temperatura <sup>a</sup>	Ação do vento	Ações truncadas <sup>b</sup>	Demais ações variáveis, incluindo as decorrentes do uso e ocupação
Normais	1,20	1,40	1,20	1,50
Especiais ou de construção	1,00	1,20	1,10	1,30
Excepcionais	1,00	1,00	1,00	1,00

<sup>a</sup> O efeito de temperatura citado não inclui o gerado por equipamentos, o qual deve ser considerado ação decorrente do uso e ocupação da edificação.

<sup>b</sup> Ações truncadas são consideradas ações variáveis cuja distribuição de máximos é truncada por um dispositivo físico, de modo que o valor dessa ação não possa superar o limite correspondente. O coeficiente de ponderação mostrado nesta Tabela se aplica a este valor-limite.

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 8681 (2003).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos para os esforços solicitantes, os esforços de protensão mínimos e máximos para a viga, o resultado das perdas imediatas e progressivas, além de também apresentar as verificações dos estados limites últimos para garantir a segurança da estrutura.

### 4.1 DETERMINAÇÃO DA LONGARINA DE PROJETO

Com as seções definidas no item 3.1 e os carregamentos apresentados no item 3.5, foi possível determinar, a partir do Ftool, os momentos e esforços cortantes atuantes em cada seção para cada etapa de carregamento, cujos resultados podem ser observados no Apêndice A. A partir da combinação das quatro etapas de carregamento para cada longarina, concluiu-se que a longarina 1 é a que está submetida aos maiores esforços. Devido a isso, a mesma será utilizada para o dimensionamento e seus esforços podem ser observados no Quadro 5.

Quadro 5 - Esforços atuantes na longarina de projeto.

Esforços atuantes na longarina de projeto									
Momentos fletores (kNm)					Esforços Cortantes (kN)				
Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel	Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel
S0	0,0	0,0	0,0	0,0	S0	295,6	205,4	144,6	491,5
S1	651,8	472,2	331,4	1099,3	S1	233,6	172,4	120,5	432,0
S2	1117,3	862,0	602,5	1983,5	S2	186,9	139,4	96,4	375,6
S3	1586,1	1169,2	813,4	2663,9	S3	140,2	106,4	72,3	322,4
S4	1878,2	1394,0	964,0	3144,6	S4	93,5	73,4	48,2	272,4
S5	2053,4	1536,2	1054,4	3450,1	S5	46,7	40,4	24,1	225,6
S6	2111,8	1596,0	1084,5	3551,9	S6	0,0	7,4	0,0	182,0

Fonte: Autor (2019).

Como é de esperar de uma viga com dois apoios nas extremidades, a análise do Quadro 5 permite identificar que a Seção 6 é a mais solicitada quanto a flexão enquanto que a Seção 0 é a mais solicitada quanto ao cisalhamento.

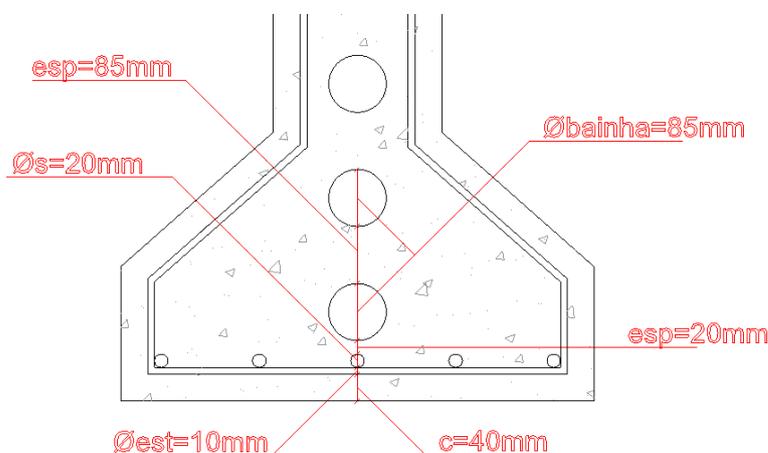
### 4.2 POSICIONAMENTO DOS CABOS DE PROTENSÃO

Para se determinar a excentricidade máxima na seção mais crítica (S6), foram feitas algumas considerações. Considerando o viaduto sobre a classe de agressividade III, o cobrimento adotado foi de 4 cm, de acordo com a Tabela 7.2 na ABNT NBR 6118 (2014). Também foi considerado um espaço para o posicionamento de estribos, que foram estimados com a bitola

de 10 mm. Considerou-se o espaço para o alojamento de uma camada de barras de armadura passiva com diâmetro de 20 mm e uma distância vertical entre essas barras e o cabo de protensão mais próximo de 20 mm, conforme especificado no item 18.3.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014). Ao total, resulta em uma distância de 9 cm entre as bordas da seção 6 e a face do cabo mais próximo.

Foi considerado inicialmente a utilização de 3 cabos, padrão Freyssinet, com diâmetro externo da bainha de 85 mm e o espaçamento vertical entre eles igual ao diâmetro, como recomenda-se na Tabela 18.1 da ABNT NBR 6118 (2014). A disposição dos três cabos e as demais dimensões supracitadas podem ser visualizadas na Figura 33. Porém, vale salientar que todo o dimensionamento será realizado utilizando o cabo equivalente aos três, que fica posicionado no centroide dos cabos.

Figura 33 - Detalhe do posicionamento das armaduras na Seção 6.



Fonte: Autor (2019).

Assim, considerando a distância do bordo inferior até o centroide da seção ( $y_{inf}$ ) e as distâncias apresentadas na Figura 33, a excentricidade máxima do cabo equivalente ( $e_p$ ) pode ser determinada pela seguinte Equação 45:

$$e_p = y_{inf} - 9cm - 2,5\phi_{bainha} = 90,60cm - 9cm - 2,5 * 8,5cm = 60,35cm \quad (45)$$

#### 4.3 DETERMINAÇÃO DO ESFORÇO DE PROTENSÃO

Nesse item, serão realizadas as análises nas fibras inferiores e superiores do concreto, de modo a determinar o menor esforço de protensão necessário para atender todas as solicitações a estrutura, e concomitantemente não supere as resistências de tração e compressão do concreto.

### 4.3.1 Propriedades do concreto

Como mencionado no item 3.3, o concreto utilizado nesse trabalho possui a resistência característica ( $f_{ck}$ ) de 35 MPa. Essas e outras propriedades do concreto, que serão utilizadas ao longo do trabalho, estão apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Propriedades do concreto.

$f_{ck}$	35 MPa
$f_{ctm}$	3,21 MPa
$f_{ctkinf}$	2,247 MPa
$f_{ctksup}$	4,173 MPa
$E_{ci}$	$3,313 \cdot 10^4$ MPa
$E_{cs}$	$2,940 \cdot 10^4$ MPa

Fonte: Autor (2019).

Na tabela 8,  $f_{ctm}$  diz respeito a resistência média de tração do concreto,  $f_{ctkinf}$  e  $f_{ctksup}$  representam, respectivamente, as resistências de tração inferior e superior do concreto, e  $E_{ci}$  e  $E_{cs}$  são os módulos de resistência inicial e secante, respectivamente. Todas essas propriedades foram determinadas com as formulações apresentadas na seção 8 da ABNT NBR 6118 (2014) e seus cálculos detalhados podem ser consultados no Apêndice B.

### 4.3.2 Verificação quanto à protensão completa

Por se tratar da situação na qual não surgem tensões de tração na seção, verificou-se a possibilidade de utilizar esse tipo de protensão no projeto. Dessa maneira, a Equação 36 foi utilizada para determinar o esforço mínimo de protensão suficiente para anular todas as tensões de tração na seção. Utilizou-se a combinação rara de momentos, por se tratar da mais crítica nessa situação.

Para determinar o esforço necessário, foram levados em consideração todas as etapas de carregamento, visto que o esforço de protensão deve ser dimensionado para o tempo infinito. Por outro lado, no momento de aplicação do esforço, quando só está atuando o peso próprio da estrutura, a tensão de compressão causada pelo esforço de protensão não pode ser maior que 60% da resistência característica do concreto (PFEIL, 1980).

Assim, a Equação 36 foi utilizada duas vezes: a primeira com todos os momentos atuando para determinar o esforço mínimo necessário ( $P_{nec}$ ); a segunda com apenas o peso próprio

atuando para determinar o esforço máximo ( $P_{m\acute{a}x}$ ) possível na peça sem que ela rompa por compressão excessiva. Os valores obtidos estão apresentados na Tabela 9.

Tabela 9 – Esforços calculados para protensão completa.

$P_{nec}$	$8.366 \cdot 10^3 \text{ kN}$
$P_{m\acute{a}x}$	$8.317 \cdot 10^3 \text{ kN}$

Fonte: Autor (2019).

Como mostrado na Tabela 19, o esforço de protensão necessário ( $P_{nec}$ ) para poder ser considerado a situação de protensão completa resultou num valor maior que o esforço máximo permitido ( $P_{m\acute{a}x}$ ). Dessa maneira, não foi possível considerar a protensão completa e partiu-se então para a protensão limitada.

### 4.3.3 Protensão limitada

Para a protensão limitada, as combinações em serviço utilizadas são as combinações frequente e quase-permanente, cujos valores dos coeficientes de redução das ações variáveis, de acordo com a ABNT NBR 8681 (2003), são  $\Psi_1=0,5$  e  $\Psi_2=0,3$ , respectivamente. Conforme apresentado no Quadro 1, na protensão limitada, a combinação frequente deve satisfazer o estado limite de formação de fissuras, não podendo haver tensões de tração superiores a  $f_{ctkinf}$  em nenhum ponto da seção. Já a combinação quase-permanente deve respeitar o estado limite de descompressão, não podendo haver qualquer tensão de tração.

Com essas considerações, as Equações 35 e 36 foram utilizadas para determinar os esforços mínimos e máximos de protensão analisando as fibras superiores e inferiores da seção mais crítica do projeto (S6). Foi realizado o mesmo procedimento apresentado anteriormente, no entanto, agora foram introduzidos os coeficientes de minoração dos esforços variáveis e as tensões limites foram adaptadas para cada tipo de combinação. Os resultados estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 - Valores mínimos e máximos de protensão.

COMBINAÇÃO	FIBRA ANALISADA	ESFORÇO (kN)	
Frequente	Superior	máx	18610
		mín	-3164
	Inferior	máx	8317
		mín	5992
Quase-Permanente	Superior	máx	18610
		mín	-7774
	Inferior	máx	8317
		mín	5873

Fonte: Autor (2019).

Assim, com o intuito de dimensionar as longarinas de maneira econômica, foi selecionado o menor esforço possível que atenda a todos os intervalos apresentados na Tabela 10. Dessa maneira, o esforço de protensão do projeto no tempo infinito será  $P_{inf} = 5992 \text{ kN}$ .

#### 4.4 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS DE PROTENSÃO

A norma da ABNT NBR 7483 (2008) classifica as cordoalhas de acordo com o número de fios, sendo estes 3 ou 7 fios, e pela resistência a tração do aço, sendo ela  $190 \text{ kN/mm}^2$  ou  $210 \text{ kN/mm}^2$ . Para o presente trabalho, foi selecionada a cordoalha de 7 fios do aço CP 190 RB, cuja resistência característica a tração última é igual a  $f_{ptk} = 1900 \text{ MPa}$ . Já a resistência característica ao escoamento dessa cordoalha será dada pela Equação 8, visto que se trata de um aço com relaxação baixa, dessa forma tem-se a Equação 46:

$$f_{pyk} = 0,9f_{ptk} = 1710 \text{ MPa} \quad (46)$$

A área da cordoalha selecionada, de acordo com a ABNT NBR 7483 (2008), é igual a  $A_{cord} = 143 \text{ mm}^2$ . De acordo com o item 9.6.1.2.1 da ABNT NBR 6118 (2014), a tensão inicial na armadura de protensão ( $\sigma_{pi}$ ) deve ser o menor valor entre  $0,74f_{ptk}$  e  $0,82f_{pyk}$ , assim tem-se como resultado a Equação 47:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} = 0,74 * 1900 \text{ MPa} \\ 0,82f_{pyk} = 0,82 * 1710 \text{ MPa} \end{cases} \rightarrow \sigma_{pi} = 1402 \text{ MPa} \quad (47)$$

De posse da área de uma cordoalha e da tensão inicial que ela suporta, pode-se determinar a força inicial ( $p_i$ ) suportada por cada cordoalha, como é visto na Equação 48:

$$p_i = A_{cord} * \sigma_{pi} = 200,515 \text{ kN} \quad (48)$$

Para determinar o número total de cordoalhas do projeto, é necessário conhecer o esforço resistido por cada cordoalha no tempo infinito. Para isso, como ainda não se tem dados

das perdas de protensão, faz-se uma estimativa inicial de 30% de perdas totais. Dessa maneira o esforço que cada cordoalha resiste no tempo infinito é dado pela Equação 49

$$p_{cord\_inf} = 70\% p_i = 140,36 \text{ kN/cord} \quad (49)$$

Assim, o número de cordoalhas necessário para suportar o esforço total, apresentado no item 4.3.3 é obtido pela Equação 50:

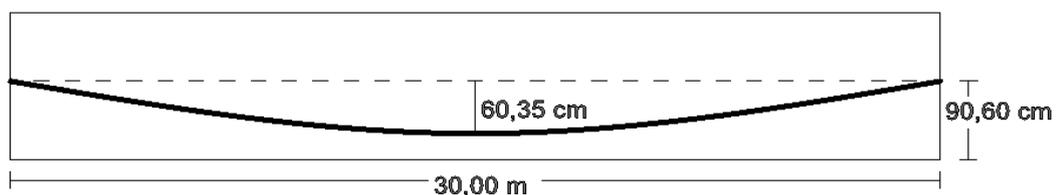
$$n_{cord} = \frac{P_{inf}}{p_{cord\_inf}} = 42 \text{ cordoalhas} \quad (50)$$

Estudando o catálogo de Freyssinet, encontrou-se como melhor solução a utilização de 3 cabos de 85 mm de diâmetro com 15 cordoalhas cada, totalizando 45 cordoalhas ao total. Como a estimativa inicial para a determinação da excentricidade máxima considerou essa configuração de cabos, nada precisará ser alterado.

#### 4.5 TRAÇADO DO CABO EQUIVALENTE

Como foi abordado no item 2.1.4.2, a parábola de segundo grau é a curva ideal para representar os trechos curvos do cabo para cargas uniformemente distribuídas. No presente trabalho, será considerado todo o cabo como curvo, sem a presença de trechos retos, de maneira a avaliar melhor como as perdas variam em função da curvatura do mesmo. Assim, partindo do centróide das seções transversais nas extremidades da viga e chegando ao meio da viga com a excentricidade máxima encontrada no item 4.2, foi realizado o traçado do cabo equivalente, que pode ser visualizado na Figura 34.

Figura 34 – Traçado do cabo equivalente.



Fonte: Autor (2019).

Para determinar a equação da parábola apresentada na Figura 34, fez-se o uso dos pontos onde se conhecem a coordenada  $x$ , que representa o comprimento da longarina, a excentricidade  $e(x)$  e a sua derivada que representa a inclinação do cabo  $\alpha(x)$ . Para isso, basta determinar os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$  da Equação 51.

$$e(x) = ax^2 + bx + c \quad (51)$$

a partir da qual, através de sua primeira derivada, se obtêm a Equação 52.

$$\alpha(x) = 2ax + b \quad (52)$$

As informações conhecidas são que para  $x = 0 \text{ m}$ , tem-se que  $e(x = 0) = 0 \text{ cm}$ , para  $x = 15 \text{ m}$ , tem-se que  $e(x = 15) = 60,35 \text{ cm}$ , valor da excentricidade máxima, e  $\alpha(x = 15) = 0 \text{ rad}$ , ponto onde a inclinação muda. Resolvendo o sistema com essas três considerações, são encontrados os coeficientes  $a$ ,  $b$  e  $c$ . As equações finais são apresentadas a seguir:

$$e(x) = -2,682 * 10^{-3}x^2 + 0,08x \quad (53)$$

$$\alpha(x) = -5,364 * 10^{-3}x + 0,08 \quad (54)$$

Fazendo o uso das Equações 53 e 54, é possível conhecer a excentricidade e a inclinação de cada seção de controle da viga. Com as excentricidades determinadas, junto com os momentos apresentados para cada seção no Quadro 5, foi novamente efetuado o procedimento do item 4.3.3 para determinar os valores de protensão mínimos e máximos de cada seção. Para realizar essa determinação, utilizou-se diretamente a combinação frequente, pois ela apresenta os maiores valores mínimos. Os resultados obtidos podem ser observados na Tabela 11.

Tabela 11- Valores máximos e mínimos de protensão para cada seção.

SEÇÃO	ESFORÇO MÁX (kN)	ESFORÇO MÍN (kN)
S0	15390	-1646
S1	11820	2323
S2	10010	3994
S3	9179	5008
S4	8666	5532
S5	8400	5829
S6	8317	5992

Fonte: Autor (2019).

Os valores apresentados na Tabela 11 serão importantes para os próximos itens pois será necessário avaliar se, após as perdas de protensão, os esforços no cabo atenderão os limites mínimos e máximos em cada seção.

#### 4.6 CÁLCULO DAS PERDAS EFETIVAS DE PROTENSÃO

Para se determinar as perdas efetivas, deve-se conhecer primeiramente o esforço inicial que será aplicado aos cabos. Como se conhece apenas o esforço no tempo infinito, deve-se realizar uma estimativa das perdas para que se possa determinar o esforço inicial. Assim, considerando mais uma vez o valor de 30% de perdas, tem-se que o esforço de protensão inicial total ( $P_i$ ) é obtido com a Equação 55:

$$P_i = \frac{P_{inf}}{0,70} = 8492 \text{ kN} \quad (55)$$

Por se tratarem de três cabos, tem-se que o esforço de protensão inicial por cabo ( $P_{i\_cabo}$ ) é dado pela Equação 56:

$$P_{i\_cabo} = \frac{P_i}{3} = 2831 \text{ kN} \quad (56)$$

A seguir, serão apresentados os resultados das perdas efetivas imediatas e progressivas, de modo a determinar, ao final da seção, os esforços de protensão efetivos que estarão agindo sobre a estrutura.

#### 4.6.1 Perdas imediatas

##### 4.6.1.1 COMPENSAÇÃO DE PERDAS NO SISTEMA DE PROTENSÃO

Como apresentado no item 2.1.6.1, para compensar as perdas por atrito no macaco hidráulico, deve-se realizar um acréscimo de 5% na tensão aplicada. O macaco selecionado para esse projeto foi o Modelo Freyssinet K-350, pois o esforço máximo que ele suporta é de 3370 kN, sendo o primeiro no catálogo da empresa a suportar o esforço  $P_{i\_cabo}$ . Ainda segundo o catálogo, a área do cilindro desse macaco é  $A_{cil} = 498 \text{ cm}^2$ .

Para a aplicação da Equação 13, ainda é necessário conhecer a tensão máxima a ser aplicada no cabo ( $\sigma_{p\_m\acute{a}x}$ ), determinada pela Equação 58 que corresponde a divisão do esforço de protensão inicial no cabo ( $P_{i\_cabo}$ ) pela área do cabo ( $A_{p\_cabo}$ ), essa que por sua vez diz respeito a área de 15 cordoalhas, como está determinado na Equação 57.

$$A_{p\_cabo} = 15A_{cord} = 21,45 \text{ cm}^2 \quad (57)$$

$$\sigma_{p\_m\acute{a}x} = \frac{P_{i\_cabo}}{A_{p\_cabo}} = 1320 \text{ MPa} \quad (58)$$

Portanto, o resultado da tensão a ser aplicada no macaco ( $p_{macaco}$ ) está apresentado na Equação 59:

$$p_{macaco} = 1,05 \frac{\sigma_{p\_m\acute{a}x} A_{p\_cabo}}{A_{cil}} = 59,685 \text{ MPa} \quad (59)$$

Como a tensão máxima que o macaco K-350 suporta é de 69 MPa não há necessidade de selecionar um macaco diferente.

#### 4.6.1.2 PERDAS POR ATRITO AO LONGO DO CABO

O coeficiente de atrito entre o cabo e a bainha metálica informado no catálogo de Freyssinet é  $\mu = 0,24$ , enquanto que o coeficiente de atrito por unidade de comprimento é  $k_0 = 0,001$ . A partir de  $\mu$  e  $k_0$ , determina-se a variação angular por metro linear do cabo ( $k$ ), utilizando a Equação 19, como se pode observar na Equação 60:

$$k = \frac{k_0}{\mu} = 4,167 \cdot 10^{-3} \quad (60)$$

Através da aplicação dos valores determinados acima, junto com as já conhecidas excentricidades e angulações, pode-se determinar, a partir da Equação 18, as perdas por atrito em cada seção. Essas perdas encontram-se listadas na Tabela 12.

Tabela 12 - Perdas efetivas por atrito.

SEÇÃO	PERDAS POR ATRITO (kN)
S0	162,19
S1	156,44
S2	150,45
S3	144,45
S4	138,45
S5	132,45
S6	126,44

Fonte: Autor (2019).

#### 4.6.1.3 PERDAS POR ENCUNHAMENTO

A acomodação da ancoragem Freyssinet para as cordoalhas de diâmetro nominal de 15,2 mm provoca uma penetração média de 6 mm durante a cravação das mesmas. Com esse valor de penetração, foi efetuado o cálculo para descobrir o comprimento de propagação das perdas por encunhamento e constatou-se que esse comprimento foi maior que a metade do vão. Assim, a Equação 21 foi utilizada para determinar o novo esforço de protensão na seção 0 e em seguida determinou-se as demais perdas nas outras seções. Todo o procedimento pode ser acompanhado no Apêndice B e os resultados podem ser consultados na Tabela 13.

Tabela 13 - Perdas efetivas por encunhamento.

SEÇÃO	PERDAS POR ECUNHAMENTO (kN)
S0	201,141
S1	212,502
S2	224,335

S3	236,169
S4	248,003
S5	259,836
S6	271,670

Fonte: Autor (2019).

#### 4.6.1.4 PERDAS POR ENCURTAMENTO ELÁSTICO

Ao se efetuar o cálculo da razão entre os módulos de elasticidade da armadura ativa e do concreto obteve-se a relação  $\alpha_p = 6,802$  e, como foi determinado previamente o número de cabos do projeto é igual a três ( $n = 3$ ). Associando essas informações com as demais já apresentadas, foi possível determinar as perdas por encurtamento para cada seção de controle a partir da Equação 22. Vale ressaltar que para a utilização dessa equação, o esforço de protensão aplicado já considera as perdas por atrito e por ancoragem. Os resultados obtidos podem ser consultados na Tabela 14.

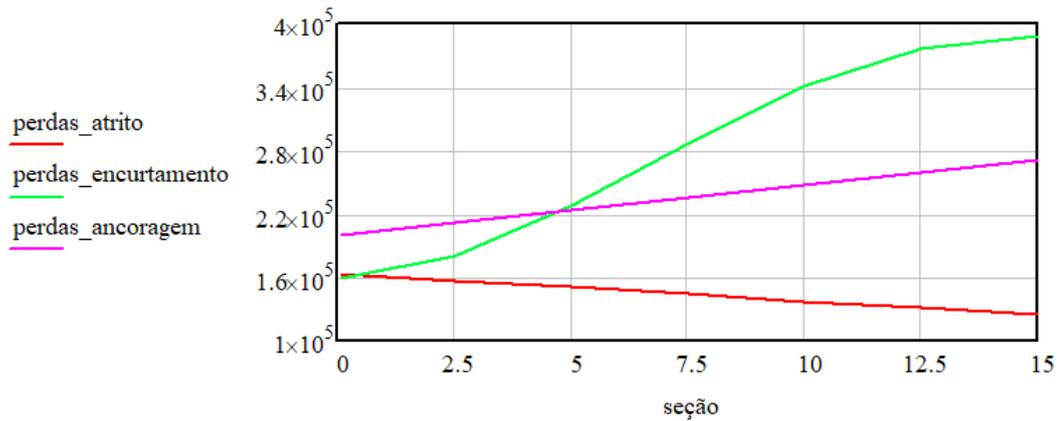
Tabela 14 - Perdas efetivas por encurtamento elástico do concreto.

SEÇÃO	PERDAS POR ENC. ELÁSTICO (kN)
S0	158,677
S1	180,221
S2	228,820
S3	288,465
S4	340,880
S5	376,487
S6	388,907

Fonte: Autor (2019).

As três perdas imediatas calculadas estão apresentadas na Figura 35. Como pode ser observado na figura, as perdas por atrito diminuem a cada seção, o que é explicado pelo fato de a trajetória do cabo sair com inclinação máxima na extremidade e chegar na inclinação zero no centro da viga. No entanto, em nenhum momento ela é zerada pois ainda conta com o atrito por unidade linear do cabo. A perda por ancoragem apresenta um aumento ao longo das seções visto que a mesma varia com o comprimento do cabo. Já a perda por encurtamento foi a que apresentou a maior variação, o que é explicado pelo fato dela depender dos momentos das seções, que aumentam à medida que se aproxima da seção central.

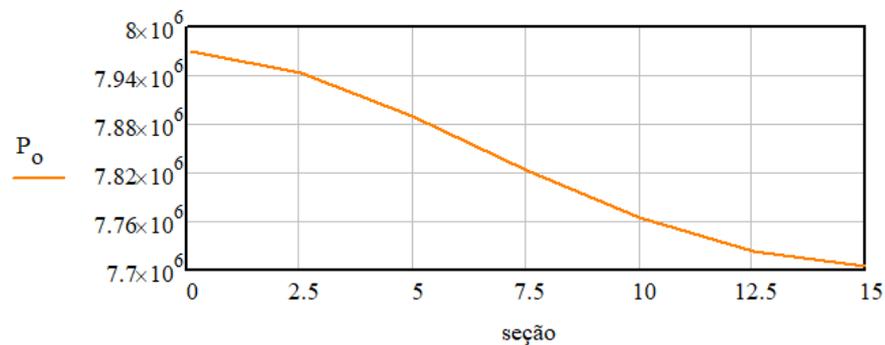
Figura 35 – Perdas imediatas efetivas (em Newtons).



Fonte: Autor (2019).

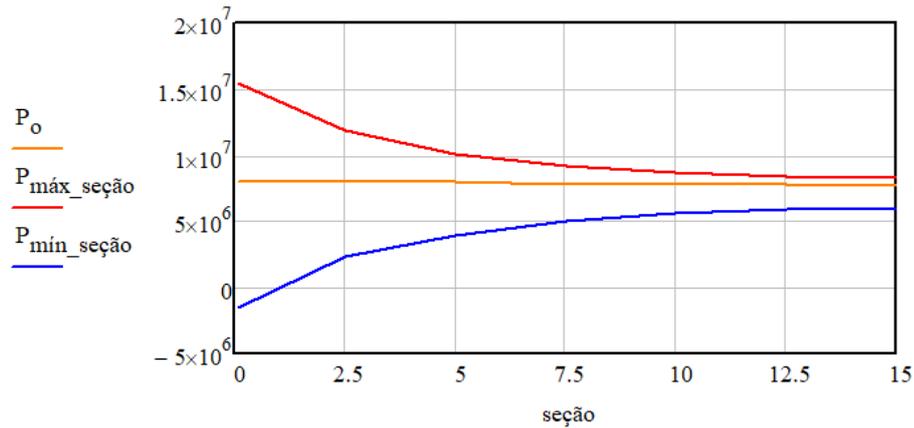
As três perdas imediatas foram então descontadas do esforço de protensão inicial ( $P_i$ ) e obteve-se o esforço imediatamente após a protensão ( $P_0$ ) em cada uma das seções. Esse último esforço pode ser observado na Figura 36. Nela é possível perceber que o esforço de protensão efetivo é reduzido a cada seção da viga, no entanto, é necessário que ele se mantenha dentro dos limites de cada seção, o que pode ser verificado na Figura 37. Nesta figura, observa-se que o esforço  $P_0$  encontra-se em todos momentos dentro da região delimitada pelos esforços máximos e mínimos. Dessa maneira, não há necessidade de alterações.

Figura 36 - Esforço de protensão após as perdas imediatas (em Newtons).



Fonte: Autor (2019).

Figura 37 - Verificação do esforço de protensão após as perdas imediatas (em Newtons).



Fonte: Autor (2019).

#### 4.6.2 Perdas progressivas

Para o presente projeto foi considerado a utilização do cimento CP V-ARI devido sua capacidade de atingir resistências altas em pouco tempo após a concretagem. Para os cálculos referentes a retração e fluência do concreto foram feitas as seguintes considerações:

- Slump de 9 cm;
- Umidade relativa média do de 60%;
- Temperatura média de 25° C;
- Idade de aplicação da protensão de 28 dias;
- Idade correspondente ao tempo infinito de 1000 dias.

Com esses dados, foi efetuado o procedimento apresentado no item 2.1.6.4 e determinaram-se todos os parâmetros da Equação 26. Na Tabela 15, estão apresentados os resultados finais das perdas progressivas. Os resultados parciais e o procedimento podem ser consultados no Apêndice B.

Tabela 15 - Perdas progressivas efetivas.

SEÇÃO	PERDAS PROGRESSIVAS (kN)
S0	1303
S1	1347
S2	1456
S3	1573
S4	1682
S5	1757
S6	1783

Fonte: Autor (2019).

Através da subtração do esforço  $P_0$ , apresentado no item anterior, pelos resultados apresentados na Tabela 15, foi possível determinar o esforço efetivo final em cada seção da estrutura, que podem ser consultados na Tabela 16.

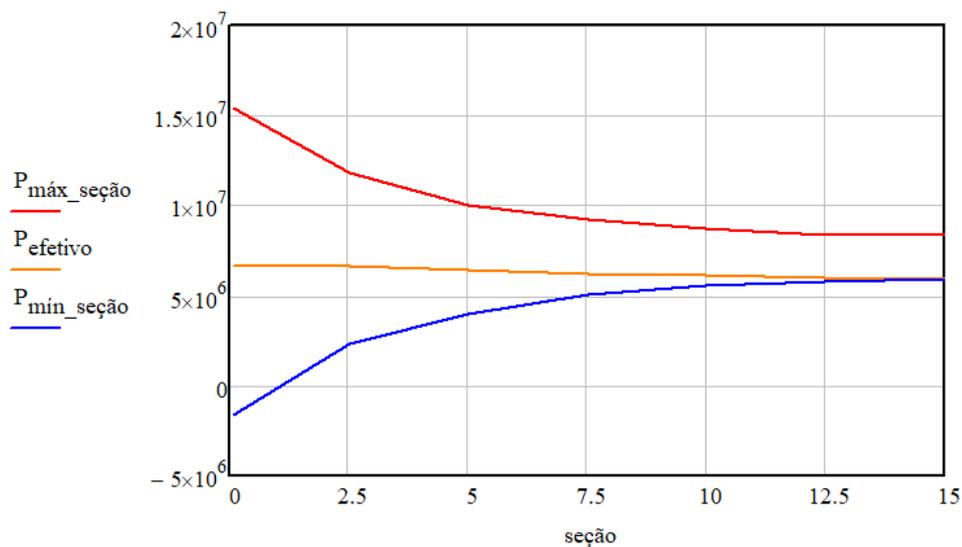
Tabela 16 - Esforço efetivo de protensão em cada seção.

SEÇÃO	ESFORÇO EFETIVO FINAL (kN)
S0	6.668
S1	6.596
S2	6.433
S3	6.251
S4	6.083
S5	5.967
S6	5.922

Fonte: Autor (2019).

O esforço efetivo final foi então comparado com os limites de cada seção, como pode ser visto na Figura 38. Embora os esforços efetivos tenham se aproximado dos valores mínimos para as seções centrais, os mesmos não foram ultrapassados, de modo que não há necessidade de serem alterados. Na seção 6, a mais crítica, a folga entre o esforço efetivo e o esforço mínimo necessário foi de 4,957 N, enquanto que nas demais seções essa folga apenas aumentou.

Figura 38 - Verificação do esforço de protensão após as perdas progressivas (em Newtons).



Fonte: Autor (2019).

#### 4.7 DETERMINAÇÃO DA ARMADURA MÍNIMA

A armadura mínima passiva numa viga é determinada para garantir um melhor comportamento quanto ao surgimento de fissuras no concreto. A ABNT NBR 6118 (2014) em seu item

17.3.5.2.1 recomenda que a armadura respeite o mínimo absoluto de 0,15% da área bruta do concreto, mas que também resista a um momento mínimo dado pela Equação 61:

$$M_{dmin} = 0,8W_0f_{ctksup} \quad (61)$$

na qual  $M_{dmin}$  é o momento mínimo a ser utilizado no dimensionamento;  $W_0$  é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto mais tracionada, o qual corresponde a  $W_{inf}$ , apresentado no item 3.1 desse trabalho; e  $f_{ctksup}$  é a resistência característica superior do concreto.

Realizando o dimensionamento inicialmente considerando uma seção retangular, obteve-se um valor de linha neutra menor do que a altura da mesa da viga, o que comprovou a hipótese inicial. Dessa maneira, determinou-se a área de aço pelo equilíbrio de forças e de momentos na seção e concluiu-se que são necessárias 5 barras de 20 mm do aço CA 50. Por fim, verificou-se que essa área calculada corresponde a 0,21% da área de concreto, valor maior que a taxa mínima de 0,15%. Para acompanhar todo o procedimento detalhadamente, o Apêndice B pode ser consultado.

#### 4.8 DIMENSIONAMENTO AO CISALHAMENTO

Os coeficientes utilizados para o dimensionamento foram  $\gamma_g = 1,35$  para as cargas permanentes e  $\gamma_q = 1,50$  para as cargas variáveis, pois ambos apresentam situações desfavoráveis para a combinação. Já no que diz respeito a parcela vertical da força de protensão utilizou-se o coeficiente  $\gamma_p = 0,90$  pois essa componente é favorável a diminuição do esforço total. Na Tabela 17 estão apresentados os resultados do cálculo dos esforços cortantes.

Tabela 17 - Combinações dos esforços cortantes.

SEÇÃO	VSdo (kN)	VSD (kN)	Redução do esforço (kN)
S0 – S1	1.609	1.130	479
S1 – S2	1.359	961	397
S2 – S3	1.269	958	310
S3 – S4	914	687	226
S4 – S5	698	552	146
S5 – S6	488	416	72

Fonte: Autor (2019).

Na segunda coluna da Tabela 17 encontram-se os valores de cálculo considerando apenas as cargas permanentes e variáveis atuando, enquanto que na terceira coluna é feita a consideração da redução causada pela força de protensão. Na última coluna da tabela está destacado

o quanto do esforço foi reduzido devido a protensão. Os valores são bastantes significativos pois acarretarão numa menor utilização de área de aço.

Para poder garantir a utilização dessa redução no dimensionamento a Equação 39 precisa ser respeitada. Para efetuar seu cálculo, considerou-se que a área de aço atuando na viga é igual a área mínima, encontrada no item 4.7. Assim, o valor encontrado foi o seguinte:

$$A_p f_{pyd} + A_s f_{yd} = 10.250 \text{ kN}$$

que, ao ser comparado com os valores da Tabela 17, percebe-se que está maior do que todos, garantindo o atendimento da restrição normativa.

Utilizando o modelo de cálculo I da ABNT NBR 6118 (2014), presente no seu item 17.4.2.2, e considerando estribos de 10 mm de diâmetro, efetuou-se o dimensionamento e os resultados podem ser observados na Tabela 18.

Tabela 18 - Resultados do dimensionamento ao cisalhamento.

SEÇÃO	Asw_calc (cm <sup>2</sup> /m)	Espaçamento (cm)
S0 – S1	9,375	16
S1 – S2	6,794	20
S2 – S3	6,828	20
S3 – S4	3,21	33
S4 – S5	3,21	33
S5 – S6	3,21	33

Fonte: Autor (2019).

As áreas de aço apresentadas na segunda coluna da Tabela 18 foram dimensionadas respeitando o limite mínimo do item 17.4.1.1.1 da ABNT NBR 6118 (2014), enquanto que os espaçamentos na terceira coluna estão de acordo com os valores máximos apresentados no item 18.3.3.2 da mesma norma. Os cálculos detalhados estão presentes no Apêndice B.

#### 4.9 VERIFICAÇÃO DO ELU DE FADIGA

De acordo com ABNT NBR 6118 (2014), o efeito da fadiga é entendido como um fenômeno relacionado a ações dinâmicas repetidas que geram modificações progressivas e permanentes na estrutura interna de um material. Essas modificações são decorrentes das oscilações de tensões causadas pelas ações repetidas. De modo a garantir que a estrutura não atinja o estado limite de fadiga, a referida norma determina limites máximos para as variações de tensão, que podem ser observados na Tabela 19.

Tabela 19 - Variação de tensão limite para a fadiga.

Armadura ativa	
Caso	Valores de $\Delta f_{pd,fad,min}$ , para $2 \times 10^6$ ciclos MPa
Pré-tração, fio ou cordoalha reto	150
Pós-tração, cabos curvos	110
Cabos retos	150
Conectores mecânicos e ancoragens (caso de cordoalha engraxada)	70

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118 (2014).

Analisando o caso de cabos curvos pós-tracionados, abordado nesse trabalho, expõe-se na Tabela 19 que a variação de tensão limite é de 110 MPa.

Para se determinar as tensões máximas e mínimas que estão agindo em cada seção de controle da viga, levou-se em consideração o fato de que a única carga variável atuando sobre a estrutura é a passagem do trem-tipo. Dessa maneira, os momentos máximos foram determinados considerando todas as cargas permanentes atuando junto com o trem-tipo, enquanto que os momentos mínimos desconsideram a passagem do trem-tipo, restando apenas as parcelas permanentes. A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda a utilização da combinação frequente de ações para determinar os momentos de fadiga.

O cálculo das tensões máximas e mínimas foi realizado a partir da Equação 25, na qual aplicou-se o resultado das combinações dos momentos e obteve-se a tensão no concreto em cada seção. Com isso, as tensões no aço foram obtidas através da correção pela relação entre os módulos de elasticidade dos materiais. A ABNT NBR 6118 (2014) recomenda utilizar  $\alpha = 10$  como relação para a análise em questão. Dessa maneira, obteve-se os resultados presentes na Tabela 20.

Tabela 20 - Resultados dos cálculos de fadiga.

SEÇÃO	$M_{máx}$ (kN. m)	$M_{mín}$ (kN. m)	$\sigma_{máx}$ (MPa)	$\sigma_{mín}$ (MPa)	$\Delta\sigma_{mín}$ (MPa)
S0	0	0	0	0	0
S1	2005	1455	13,860	10,060	3,799
S2	3574	2582	44,912	32,448	12,464
S3	4901	3569	83,147	60,549	22,599
S4	5809	4236	116,801	85,184	31,617
S5	6369	4644	140,079	102,139	37,940
S6	6568	4792	148,588	108,412	40,176

Fonte: Autor (2019).

Como pode ser observado na última coluna da Tabela 20, em nenhuma seção, a variação de tensões ultrapassou o limite de 110 MPa. Portanto, a armadura está segura quanto à fadiga.

#### 4.10 VERIFICAÇÃO DO ELU DE FLEXÃO

A verificação quanto ao estado limite último de flexão consiste em verificar se o momento resistente de cálculo da estrutura é maior que o momento solicitante de cálculo. Para o presente trabalho, essa verificação será realizada com a Seção 6, pois, como visto anteriormente, essa é a seção com os maiores esforços de flexão.

A metodologia utilizada para determinar o momento resistente numa seção da viga protendida é similar a utilizada para o concreto armado, porém, deve ser feita a consideração da aplicação do pré-alongamento nos cabos de aço, causado pela protensão. Assim, a deformação específica total do aço de protensão ( $\varepsilon_{total}$ ) é determinada pela soma da parcela referente ao equilíbrio da seção ( $\varepsilon_{eq}$ ) e o pré-alongamento causado pela protensão ( $\varepsilon_{ep}$ ), como ilustrado na Equação 62.

$$\varepsilon_{total} = \varepsilon_{eq} + \varepsilon_{ep} \quad (62)$$

De acordo com Cholfe (2018), a verificação do ELU para estruturas protendidas geralmente é realizada no domínio 3 de deformações, pois, por utilizar relativamente pequenas quantidades de aço, essas peças se encontram sub-armadas. A característica marcante desse domínio é que o aço encontra-se escoando. Dessa forma, para determinar o momento resistente, inicialmente utilizou-se o valor de cálculo da resistência referente ao escoamento do aço de protensão. Caso a deformação observada no aço não seja suficiente para haver o escoamento, a verificação deve ser realizada em um domínio diferente.

Como pode ser observado na Figura 34, a distância entre o centro do cabo mais externo ao centro de gravidade dos cabos é de 17 cm, o que corresponde a exatamente 10% da altura da viga, que é de 1,70 m, de modo que, de acordo com o item 17.2.4.1 da ABNT NBR 6118 (2014), é possível considerar o cabo equivalente na verificação do ELU. Caso a referida distância ultrapassasse 10% da altura da viga, a norma supracitada exige que a análise seja feita para cada cabo individualmente.

Com o cabo equivalente, determinou-se o esforço total de tração a partir de sua área e de sua tensão de escoamento. Realizando o equilíbrio das forças, determinou-se a área de concreto comprimida equivalente e com esse valor determinou-se a posição da linha neutra da Seção 6. Como inicialmente considerou-se o domínio 3 de deformações, tem-se que a deformação máxima no concreto é de 0,35% e, com isso, foi possível determinar a deformação do aço

referente ao equilíbrio ( $\varepsilon_{eq}$ ). A parcela da deformação referente ao esforço de protensão ( $\varepsilon_{ep}$ ) foi determinada com a Equação 12.

Após ter se realizado a verificação das deformações, observou-se que o aço de fato está escoando e que a estimativa inicial pôde ser seguida. Desse modo, determinou-se o centróide da área do concreto comprimida e calculou-se o momento resistente em relação ao posicionamento da armadura de protensão. O momento solicitante foi determinado utilizando os coeficientes apresentados no Quadro 3 (1,35 para as cargas permanentes e 1,50 para majorar as cargas variáveis) e os resultados podem ser observados na Tabela 21.

Tabela 21 - Momentos atuando no ELU.

$M_{Rd}$ (kN. m)	$M_{Sd}$ (kN. m)
13.220	12.040

Fonte: Autor (2019).

Como pode ser observado na Tabela 21, o momento resistente de cálculo é superior ao momento solicitante, de modo que a estrutura está segura quanto a flexão e não há necessidade de introdução de armadura suplementar. Todo o procedimento apresentado nesse item pode ser observado detalhadamente no Apêndice B.

#### 4.11 VERIFICAÇÃO DO ELS DE DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS

Conforme o item 17.3.2.1.3 da ABNT NBR 6118 (2014), por se tratar de uma estrutura com armaduras ativas que foi projetada respeitando o limite de formação de fissuras, a rigidez a flexão equivalente para o cálculo da flecha pode ser considerada igual ao produto do módulo de elasticidade secante do concreto com a inércia da seção bruta. Assim, esses valores foram inseridos nas propriedades geométricas da viga no Ftool e obtiveram-se as flechas imediatas correspondentes a cada etapa de carregamento, valores esses que podem ser consultados na Tabela 22.

Tabela 22 - Flechas imediatas em cada etapa de carregamento.

ETAPA	FLECHA (mm)
01	24,26
02	15,31
03	11,26
04	17,28
TOTAL	68,11

Fonte: Autor (2019).

Para calcular a flecha total, que inclui a parcela deferida no tempo, é necessário determinar o coeficiente de fluência do concreto, que foi apresentado no item 2.1.6.4. Para calculá-

lo considerou-se o tempo inicial de projeto igual a 28 dias e o tempo final igual a 2000 dias, o que corresponde a um pouco mais de cinco anos. A flecha total ( $a_{total}$ ) foi calculada a partir da Equação 63.

$$a_{total} = a_i(1 + \varphi(t, t_0)) \quad (63)$$

na qual  $a_i$  é a flecha imediata total e  $\varphi(t, t_0)$  é o coeficiente de fluência. O valor adquirido foi  $a_{total} = 20,30 \text{ cm}$ . Esse valor deve ser menor que o limite para aceitabilidade visual estabelecido na Tabela 13.3 na ABNT NBR 6118 (2014), dado pela Equação 64.

$$a_{lim} = \frac{L}{250} \quad (64)$$

onde  $L$  corresponde ao vão livre da viga. A aplicação da Equação 64 com o vão de 30 metros resulta no limite  $a_{lim} = 12 \text{ cm}$ . Como a flecha total resultou em um valor maior que o limite aceitável, optou-se por utilizar uma contraflecha ( $CF$ ), que foi determinada utilizando a Equação 65.

$$CF = a_{total} - a_{lim} \quad (65)$$

A contraflecha necessária resultou em  $CF = 8,30 \text{ cm}$ , porém, por questões de facilidade de execução, foi adotado o valor  $CF = 8,50 \text{ cm}$ . A contraflecha também precisa respeitar um limite máximo dado pela Tabela 13.3 da ABNT NBR 6118 (2014) que está representado na Equação 66.

$$CF_{lim} = \frac{L}{350} \quad (66)$$

A aplicação da Equação 66 resultou no valor de  $CF_{lim} = 8,571 \text{ cm}$ , que por ser maior que a contraflecha necessária, está atendendo o limite máximo normativo.

## 4.12 DETALHAMENTO

### 4.12.1 Ancoragens

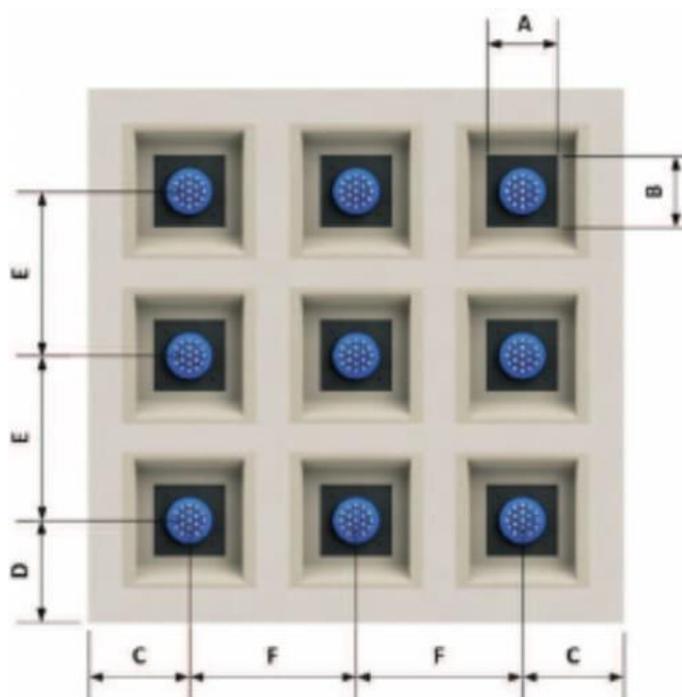
Como apresentado nos capítulos anteriores, é através das ancoragens que as forças dos cabos de protensão são transmitidas à estrutura de concreto. Por essa razão, é essencial o correto posicionamento e fixação das placas de apoio na forma do elemento estrutural. O projeto deve apresentar detalhadamente os nichos das ancoragens indicando suas dimensões e o ângulo de saída do cabo.

O catálogo da Freyssinet apresenta as dimensões mínimas necessárias para o posicionamento de cada modelo de ancoragem disponível pela empresa, como pode ser observado na

Figura 39 e na Tabela 23. O primeiro número que aparece no modelos da Tabela 23 diz respeito ao número de cordoalhas no cabo, e o segundo está relacionado ao diâmetro da cordoalhas, sendo 15 para as cordoalhas de diâmetro 15,2 mm. Como para esse projeto, foi determinado a utilização de três cabos com 15 cordoalhas de com o diâmetro de 15,2 mm, será utilizada a ancoragem de modelo 15K15.

Deve-se atentar na Figura 39 principalmente para a distância C, que controla o afastamento do centro do cabo a lateral da seção transversal e a distância E, que diz respeito ao afastamento mínimo vertical entre os eixos dos cabos. Devido ao alargamento da seção no apoio e ao fato dos três cabos estarem posicionado verticalmente no mesmo plano, as demais dimensões são facilmente respeitadas.

Figura 39 - Representação das dimensões mínimas das ancoragens.



Fonte: Freyssinet (2015).

Tabela 23 - Dimensões mínimas para as ancoragens Freyssinet.

Modelo \ Dimensões	A	B	C	D	E	F
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
1K15	100	100	80	120	140	140
2K15	160	120	110	165	160	150
4K15	160	160	120	180	195	195
6K15	200	200	140	210	240	240
7K15	200	200	150	225	240	240
9K15	240	240	170	255	270	270
12K15	270	270	195	293	320	320
14K15	300	300	210	315	345	345
15K15	320	320	220	330	365	365
19K15	350	350	235	353	395	395
22K15	400	400	260	390	430	430
27K15	400	400	260	390	430	430

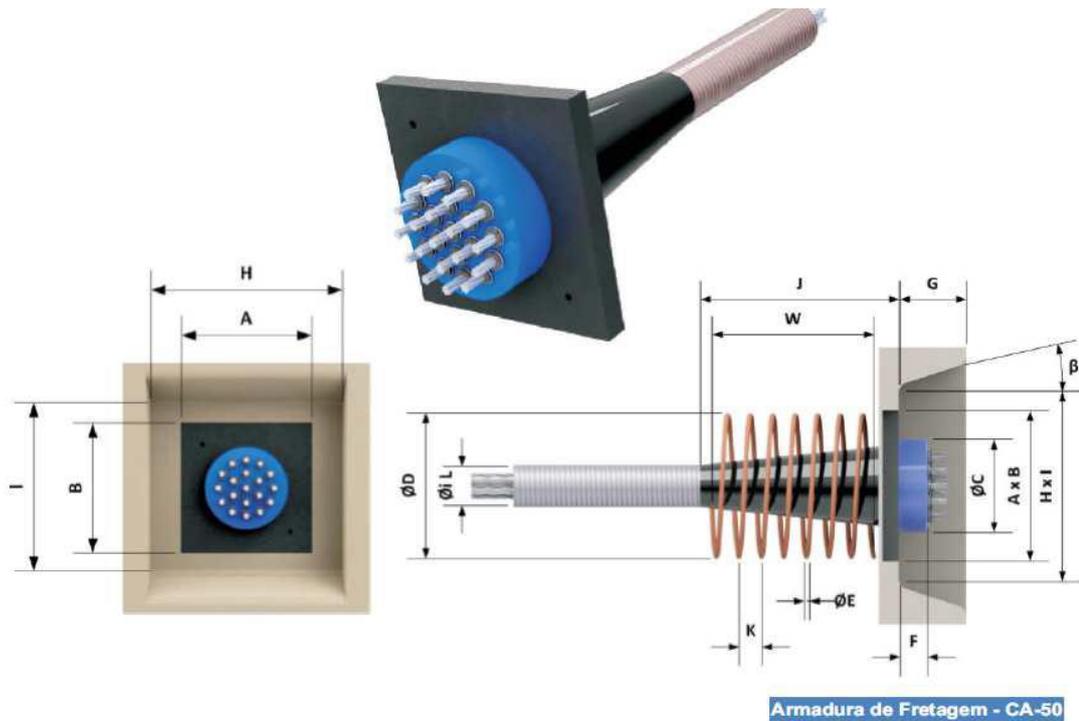
\*os valores indicados são mínimos

Fonte: Adaptado de FREYSSINET (2015).

#### 4.12.2 Fretagens de ancoragens

As fretagens são armaduras posicionadas atrás das ancoragens com a finalidade de resistir aos esforços de tração que se originam do esforço local do cabo. Elas atuam para evitar a ruptura local do concreto devido as tensões locais muito elevadas. O catálogo Freyssinet apresenta ancoragens que já possuem a armadura de fretagem acoplada. Os modelos com armadura de fretagem tipo mola podem ser observados na Figura 40 e suas dimensões estão presentes na Tabela 24.

Figura 40 - Fretagem tipo mola.



Fonte: Freyssinet (2015).

Tabela 24 - Especificações da fretagem tipo mola.

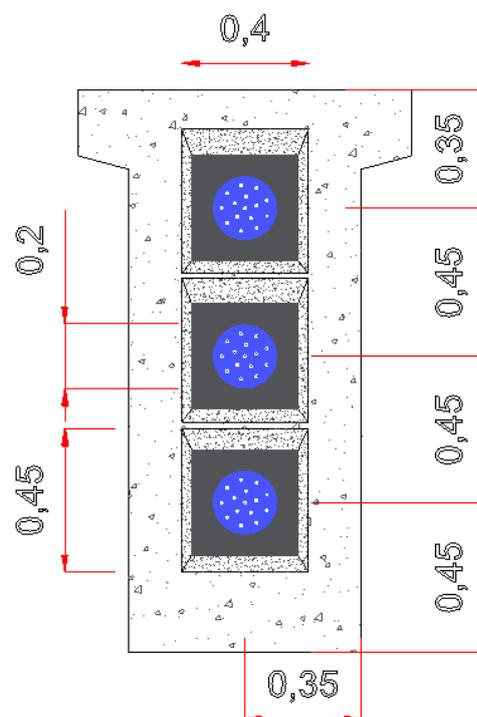
		<b>Armadura de Fretagem - CA-50</b>													
Dimensões		A	B	ØC	F	G	H	I	J	ØiL	β	ØD	ØE	W	K
Modelo		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	deg.	mm	mm	mm	mm
1K15		100	100	51	55	80	120	120	120	30	10	115	8	155	50
2K15		160	120	90	55,5	80	180	140	98	35	10	170	8	170	50
4K15		160	160	114	55	130	180	180	180	45	10	170	10	250	50
6K15		200	200	140	55	130	220	220	195	60	10	210	10	300	50
7K15		200	200	140	55	130	220	220	195	65	10	210	10	300	50
9K15		240	240	165	68,5	140	260	260	270	70	15	255	12	350	50
12K15		270	270	165	68,5	140	290	290	270	80	15	285	12	400	50
14K15		300	300	197	76	155	320	320	280	85	20	315	12	450	50
15K15		320	320	197	76	155	340	340	280	85	20	335	12	450	50
19K15		350	350	197	76	155	370	370	280	95	20	365	16	510	60
22K15		400	400	254	80	160	420	420	475	100	20	420	20	595	70
27K15		400	400	254	80	160	420	420	475	110	20	420	20	665	70

Fonte: Adaptado de FREYSSINET (2015).

### 4.12.3 Configuração final

Respeitando os limites apresentados nas Tabelas 23 e 24, foram então posicionadas as ancoragens nas extremidades das vigas e a partir delas, determinaram-se os traçados definitivos de cada um dos três cabos. Na Figura 41 está presente a vista de uma das laterais da longarina com destaque para o distanciamento entre as ancoragens. A seção apresentada na Figura 41 diz respeito a seção do apoio que possui o alargamento da alma para alocar melhor as ancoragens e melhorar a resistência aos esforços cortantes.

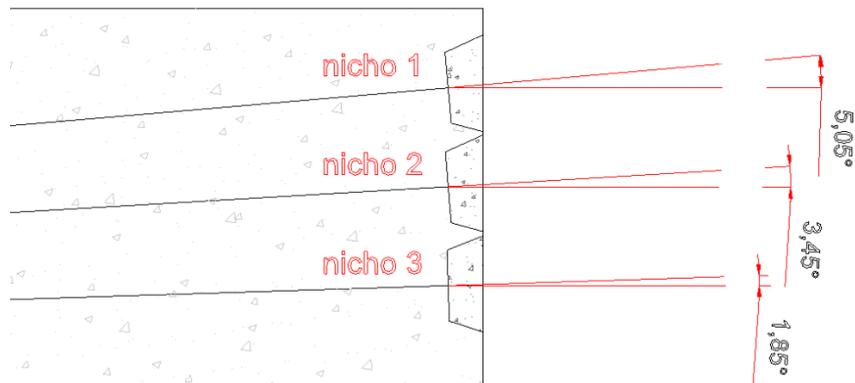
Figura 41 - Distribuição das ancoragens na seção do apoio.



Fonte: Autor (2019).

Na Figura 42 expõe-se um corte longitudinal dos nichos de ancoragem, de modo que se pode observar as diferentes angulações de cada cabo.

Figura 42 - Corte transversal dos nichos de ancoragens



Fonte: Autor (2019).

Ao serem aplicadas corretamente, as angulações da Figura 42 garantem a perpendicularidade entre a saída do cabo e a face do concreto, o que evita o surgimento de tensões extras na região. Por fim, a Tabela 25 apresenta a elevação de cada cabo em função das seções de controle.

Tabela 25 - Elevações de cada cabo nas seções de controle em cm.

CABO	SEÇÃO 00	SEÇÃO 01	SEÇÃO 02	SEÇÃO 03	SEÇÃO 04	SEÇÃO 05	SEÇÃO 06
01	135	114	93	75	60	51	47
02	90	76	62	49	39	33	30
03	45	38	30	23	18	14	13

Fonte: Autor (2019).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho proporcionou o estudo da protensão em peças de concreto e permitiu a aplicação dos conceitos abordados em um caso prático real na cidade de Caruaru-PE. Após ter se realizado uma revisão bibliográfica sobre concreto protendido, realizou-se o dimensionamento da longarina mais solicitada, sendo essa a da extremidade do tabuleiro.

Foi possível observar e mensurar todas as perdas de protensão que ocorrem ao longo das seções de controle e também ao longo do tempo. Perdas essas que corresponderam a cerca de 30% do esforço inicial aplicado. Um valor bastante significativo que caso não seja estimado corretamente, a estrutura pode vir a romper pelo fato de o esforço ter sido reduzido demasiadamente.

A análise do estado limite último permitiu identificar que a estrutura não necessita de armadura complementar, de modo que apenas os três cabos de protensão foram suficientes para resistir ao momento solicitante. No que diz respeito a fadiga, observou-se pequenas variações de tensões, que se encontram bastante abaixo do limite estipulado pela ABNT NBR 6118 (2014), diferentemente do que é observado em pontes de concreto armado, nas quais as variações de tensão comumente ultrapassam o limite da norma.

No que diz respeito ao estado limite de deformações excessivas, observou-se flechas relativamente pequenas para uma viga com 30 m de vão. Isso se deve ao fato de que a protensão limitada possibilita a utilização da inércia bruta do concreto para o cálculo das flechas, pois como o limite de formação de fissuras é respeitado, as seções do concreto encontram-se sem aberturas.

### 5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Trabalhos acadêmicos futuros podem contribuir para disseminar ainda mais a utilização da protensão na região, com intuito de explorar as vantagens que esse sistema oferece. Dessa maneira, são apresentadas a seguir algumas sugestões para futuras pesquisas:

- ✓ Realizar o dimensionamento dos outros elementos da ponte, como lajes e pilares, utilizando a protensão.
- ✓ Considerar parcelas das lajes como mesa colaborante das longarinas protendidas;
- ✓ Comparação de custo entre a estrutura em concreto armado e a estrutura protendida;
- ✓ Aplicar a protensão em outros tipos diferentes de estrutura.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7197**: Projeto de estruturas de concreto protendido – procedimento. Rio de Janeiro, 1989.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: ações e segurança nas estruturas – procedimentos. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7187**: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7188**: Carga móvel rodoviária de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7483**: Cordoalha de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

CARVALHO, Roberto Chust. **Estruturas em concreto protendido**: cálculo e detalhamento. São Paulo: PINI, 2012.

CHOLFE, Luiz. **Concreto protendido: teoria e prática**. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2018.

LEONHARDT, Fritz. **Construções de concreto**: vol. 5: concreto protendido. Tradução: João Luís Escosteguy Merino. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1983.

HURST, M. K. **Prestressed Concrete Design**. 2. Ed. Nova York: Routledge, 1988.

KAESTNER, Camile Luana. **Dimensionamento de longarinas protendidas com a consideração das etapas construtivas**. 2015. 184 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2015.

MENEGATTI, Marcelo. **A Protensão como um Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes**. Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica, 2004.

PFEIL, Walter. **Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1980.

PFEIL, Walter. **Concreto protendido, 1: introdução**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1984.

SPERNAU, Wilson. **Apostila de Pontes**. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Florianópolis/SC. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil. 2012.

### APÊNDICE A – Esforços atuantes em cada seção

LONGARINA 1									
Momentos em cada etapa de carregamento (kNm)					Cortante em cada etapa de carregamento (kN)				
Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel	Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel
S0	0,0	0,0	0,0	0,0	S0	295,6	205,4	144,6	491,5
S1	651,8	472,2	331,4	1099,3	S1	233,6	172,4	120,5	432,0
S2	1117,3	862,0	602,5	1983,5	S2	186,9	139,4	96,4	375,6
S3	1586,1	1169,2	813,4	2663,9	S3	140,2	106,4	72,3	322,4
S4	1878,2	1394,0	964,0	3144,6	S4	93,5	73,4	48,2	272,4
S5	2053,4	1536,2	1054,4	3450,1	S5	46,7	40,4	24,1	225,6
S6	2111,8	1596,0	1084,5	3551,9	S6	0,0	7,4	0,0	182,0

LONGARINA 2									
Momentos em cada etapa de carregamento (kNm)					Cortante em cada etapa de carregamento (kN)				
Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel	Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel
S0	0,0	0,0	0,0	0,0	S0	295,6	197,8	154,3	383,9
S1	651,8	455,6	353,7	866,2	S1	233,6	166,6	128,6	333,9
S2	1117,3	833,0	643,1	1566,8	S2	186,9	135,3	102,9	287,1
S3	1586,1	1132,3	868,2	2107,3	S3	140,2	104,1	77,2	243,5
S4	1878,2	1353,5	1029,0	2489,6	S4	93,5	72,8	51,5	203,0
S5	2053,4	1496,6	1125,5	2729,7	S5	46,7	41,6	25,7	165,6
S6	2111,8	1561,5	1157,6	2809,7	S6	0,0	10,4	0,0	131,4

LONGARINA 3									
Momentos em cada etapa de carregamento (kNm)					Cortante em cada etapa de carregamento (kN)				
Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel	Seção	ETAPA 01	ETAPA 02	ETAPA 03	Móvel
S0	0,0	0,0	0,0	0,0	S0	295,6	207,4	155,5	354,5
S1	651,8	477,4	356,5	797,8	S1	233,6	174,4	129,6	306,8
S2	1117,3	872,2	648,1	1442,7	S2	186,9	141,5	103,7	262,3
S3	1586,1	1184,6	875,0	1941,0	S3	140,2	108,4	77,8	221,0
S4	1878,2	1414,5	1037,0	2294,6	S4	93,5	75,4	51,8	182,9
S5	2053,4	1561,9	1134,2	2514,6	S5	46,7	42,4	25,9	148,1
S6	2111,8	1626,7	1166,6	2587,9	S6	0,0	9,5	0,0	116,4

## APÊNDICE B – Rotina do Mathcad

### 1 PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

#### 1.1 TRANSVERSINA

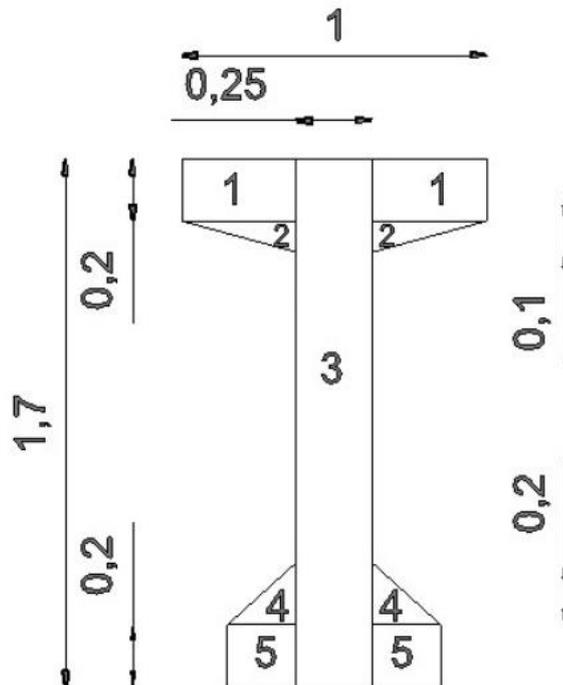
$$b_{tr} := 10\text{cm}$$

$$h_{tr} := 150\text{cm}$$

$$I_{tr} := \frac{b_{tr} \cdot h_{tr}^3}{12} = 2.813 \times 10^6 \cdot \text{cm}^4$$

#### 1.2 LONGARINA

Seção dividida



Propriedades Geométricas

Nº	Quant	Área (m <sup>2</sup> )	y (m)	Ay (m <sup>3</sup> )	Io (m <sup>4</sup> )	Teorema Eixo Paralelo (m <sup>4</sup> )
1	2	0,0750	1,60	0,2400	0,00167	0,07389
2	2	0,0188	1,47	0,0551	0,00014	0,01195
3	1	0,4250	0,85	0,3613	0,10235	0,10369
4	2	0,0225	0,27	0,0120	0,00009	0,01849
5	2	0,0450	0,10	0,0090	0,00027	0,05875
TOTAL	----	0,7476	----	0,6774	----	0,26677

yo (m)	0,906
I_LG(cm <sup>4</sup> )	26677378,24

Apartir das informações acima, tem-se que as seguintes propriedades:

- Área bruta de concreto

$$A_c := 0.7476\text{m}^2$$

- Altura da longarina

$$h := 1.7\text{m}$$

- Inércia da longarina

$$I_{lg} := 26677378.24\text{cm}^4$$

- Distâncias das bordas inferior e superior ao centróide da seção

$$y_{\text{inf}} := 0.906\text{m}$$

$$y_{\text{sup}} := h - y_{\text{inf}} = 0.794\text{m}$$

- Módulos de resistência das seções inferior e superior

$$W_{\text{inf}} := \frac{I_{lg}}{y_{\text{inf}}} = 2.945 \times 10^5 \cdot \text{cm}^3$$

$$W_{\text{sup}} := \frac{I_{lg}}{y_{\text{sup}}} = 3.36 \times 10^5 \cdot \text{cm}^3$$

- Largura da alma

$$b_w := 25\text{cm}$$

- Largura da mesa

$$b_f := 100\text{cm}$$

- Altura da mesa

$$h_f := 20\text{cm}$$

- Altura da mísula

$$h_m := 10\text{cm}$$

- Vão livre das longarinas

$$L_{\text{ww}} := 30\text{m}$$

- Espaçamento entre os eixos das longarinas

$$\text{esp} := 2.6\text{m}$$

## 2 LINHA DE INFLUÊNCIA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO TABULEIRO

### 2.1 MÉTODO DE ENGESSER-COURBON

Número (n) de longarinas no Viaduto:

$$n := 5$$

Coordenadas de cada longarina em relação ao centro de gravidade da seção transversal:

$$x_1 := -5.20\text{m}$$

$$x_2 := -2.60\text{m}$$

$$x_3 := 0.00\text{m}$$

$$x_4 := 2.60\text{m}$$

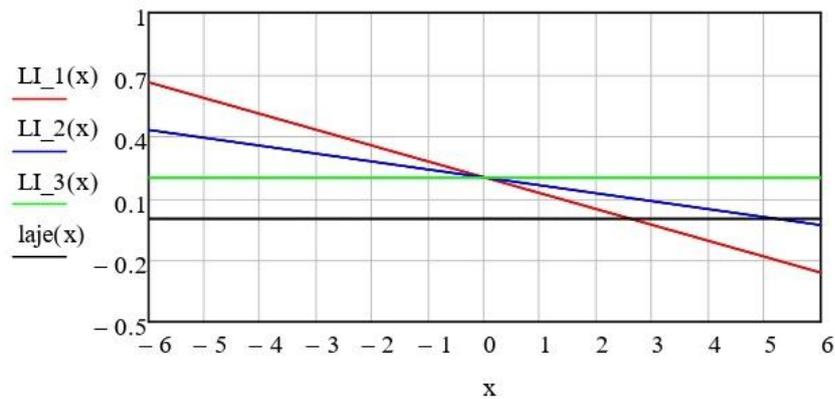
$$x_5 := 5.20\text{m}$$

Somatório dos quadrados das coordenadas:

$$\Sigma x_i^2 := x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 = 67.6\text{m}^2$$

$$LI\_1(x) := \frac{1}{n} + \frac{x_1 \cdot x}{\Sigma x_i^2} \quad LI\_2(x) := \frac{1}{n} + \frac{x_2 \cdot x}{\Sigma x_i^2} \quad LI\_4(x) := \frac{1}{n} + \frac{x_4 \cdot x}{\Sigma x_i^2}$$

$$laje(x) := 0 \quad LI\_3(x) := \frac{1}{n} + \frac{x_3 \cdot x}{\Sigma x_i^2} \quad LI\_5(x) := \frac{1}{n} + \frac{x_5 \cdot x}{\Sigma x_i^2}$$



### 2.2 MÉTODO DE LEONHARDT

Inércia Equivalente da Transversina

Como há apenas uma transversina no meio do vão:

$$k := 1$$

$$I_{eq} := k \cdot I_{tr} = 2.813 \times 10^6 \cdot \text{cm}^4$$

Assim, o grau de rigidez da grelha é de:

$$\zeta := \frac{I_{eq}}{I_{lg}} \left( \frac{L}{2esp} \right)^3 = 20.244$$

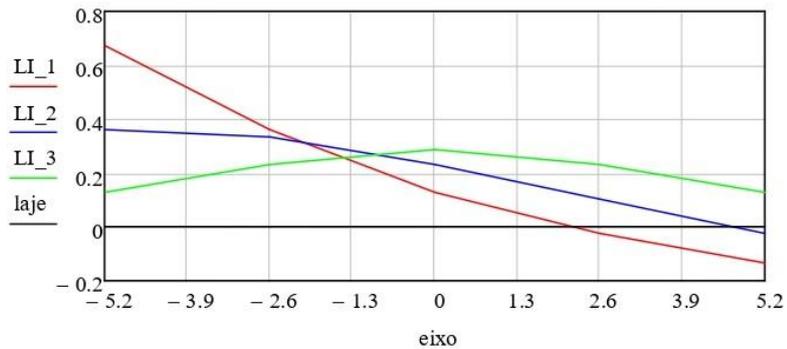
Comparando esse valor com o da tabela de Leonhardt para 5 longarinas, temos a seguinte matriz de rigidez:

$$r := \begin{pmatrix} 0.673 & 0.360 & 0.127 & -0.025 & -0.135 \\ 0.360 & 0.333 & 0.231 & 0.102 & -0.025 \\ 0.127 & 0.231 & 0.286 & 0.231 & 0.127 \\ -0.025 & 0.102 & 0.231 & 0.333 & 0.360 \\ -0.135 & -0.025 & 0.127 & 0.360 & 0.673 \end{pmatrix}$$

Na qual a linha diz respeito a longarina analisada e a coluna diz respeito a cota da LI nas demais longarinas.

$$\text{eixo} := \begin{pmatrix} -5.2 \\ -2.6 \\ 0 \\ 2.6 \\ 5.2 \end{pmatrix} \quad \text{laje} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{LI}_1 &:= (r^T)^{(0)} \\ \text{LI}_2 &:= (r^T)^{(1)} \\ \text{LI}_3 &:= (r^T)^{(2)} \end{aligned}$$

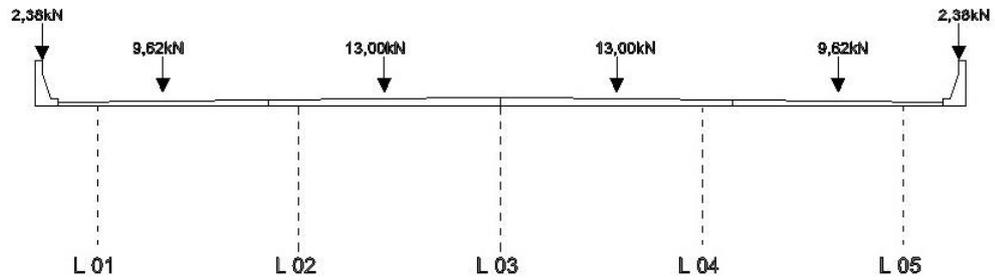


### 3 DETERMINAÇÃO DOS ESFORÇOS ATUANTES

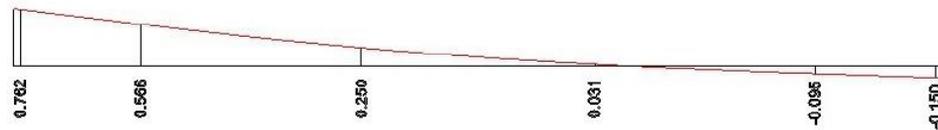
#### 3.1 CARREGAMENTO DA TERCEIRA ETAPA

Com a distribuição das cargas do revestimento e dos guarda-corpos a seguir, junto com as linhas de influência das longarinas, pode-se determinar as cargas que chegam nas longarinas 1, 2 e 3.

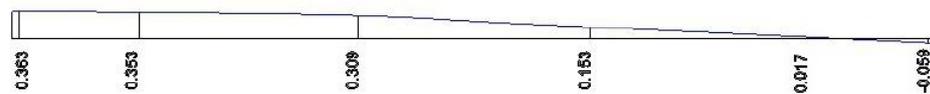
#### ETAPA 3 - Revest. e Guarda-Corpo



#### LI\_1 - Leonhardt



#### LI\_2 - Leonhardt



#### LI\_3 - Leonhardt



Assim, os carregamentos serão:

- Na Longarina 1

$$C_{L1\_ET03} := 2.38 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (0.762 - 0.150) + 9.62 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (0.566 - 0.095) + 13 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (0.250 + 0.031)$$

$$C_{L1\_ET03} = 9.641 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

- Na Longarina 2

$$C_{L2\_ET03} := 2.38 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (0.363 - 0.059) + 9.62 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (0.353 + 0.017) + 13 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (0.309 + 0.153)$$

$$C_{L2\_ET03} = 10.289 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

- Na Longarina 3

$$C_{L3\_ET03} := 2.38 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (2 \cdot 0.097) + 9.62 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (2 \cdot 0.165) + 13 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \cdot (2 \cdot 0.259)$$

$$C_{L3\_ET03} = 10.37 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

### 3.2 CARREGAMENTO NA ETAPA 4 - CARGAS MÓVEIS

Do veículo tipo TB - 450, tem-se as cargas:

$$P := 75 \text{ kN} \quad p := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

- Coeficiente de Impacto Vertical

$$L_{iv} := 30$$

$$CIV := 1 + 1.06 \cdot \left( \frac{20}{L_{iv} + 50} \right) = 1.265$$

- Coeficiente de Número de Faixas

$$n := 2$$

$$CNF := \max[[1 - 0.05 \cdot (n - 2)], 0.9] = 1$$

- Coeficiente de Impacto Adicional  
(Não se aplica)

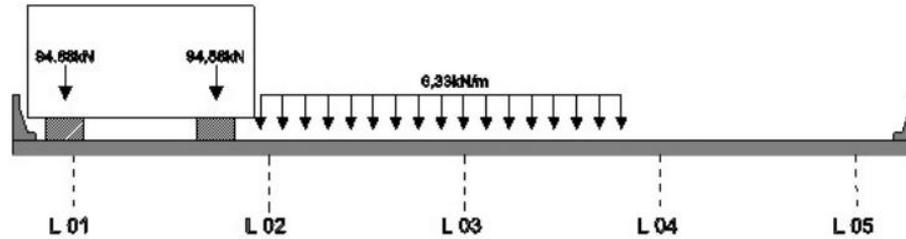
Assim, as cargas finais passam a ser:

$$Q := CIV \cdot CNF \cdot P = 94.875 \cdot \text{kN}$$

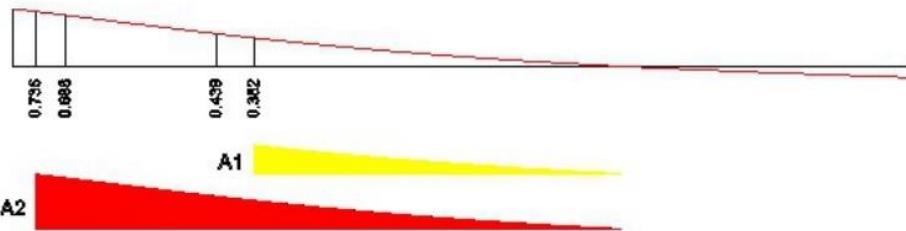
$$q := CIV \cdot CNF \cdot p = 6.325 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

### 3.2.1 Trem tipo na Longarina 1

#### TREM TIPO - L1



#### LI\_1 - Leonhardt



$$A1_1 := 0.812$$

$$A2_1 := 2.422$$

Assim, a partir das cargas majoradas e da linha de influência apresentada acima, pode-se determinar as reações na Longarina 1.

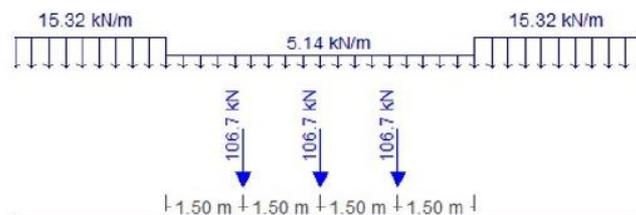
$$R_Q := (0.686 + 0.439) \cdot Q = 106.734 \cdot \text{kN}$$

$$R'_q := A1_1 \cdot q = 5.136 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

E para as regiões posteriores e anteriores ao veículo tipo, existirá a seguinte reação:

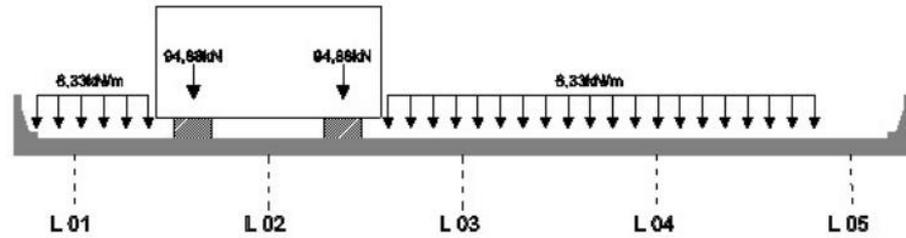
$$R''_q := A2_1 \cdot q = 15.319 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Com esses dados, é possível montar o Trem Tipo da Longarina 1, como pode ser visto abaixo:

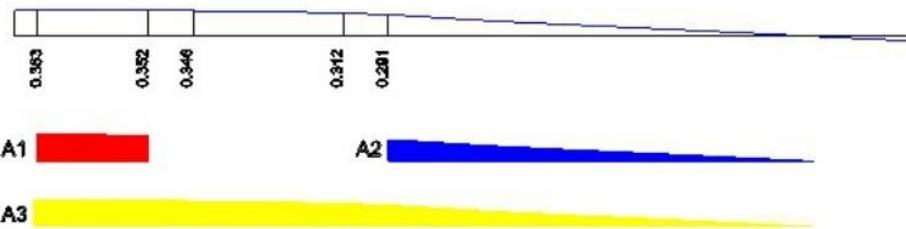


### 3.2.2 Trem tipo na Longarina 2

#### TREM TIPO - L2



#### LI\_2 - Leonhardt



$$A1_2 := 0.537$$

$$A2_2 := 0.795$$

$$A3_2 := 2.388$$

Assim, a partir das cargas majoradas e da linha de influência apresentada acima, pode-se determinar as reações na Longarina 2.

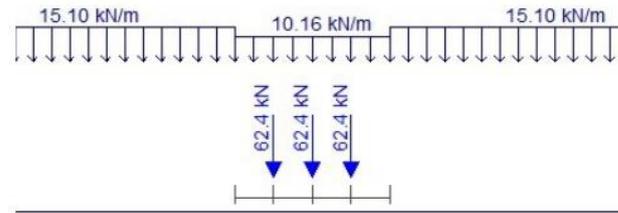
$$R_{Q2} := (0.346 + 0.312) \cdot Q = 62.428 \cdot \text{kN}$$

$$R_{q2} := (A1_1 + A2_2) \cdot q = 10.164 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

E para as regiões posteriores e anteriores ao veículo tipo, existirá a seguinte reação:

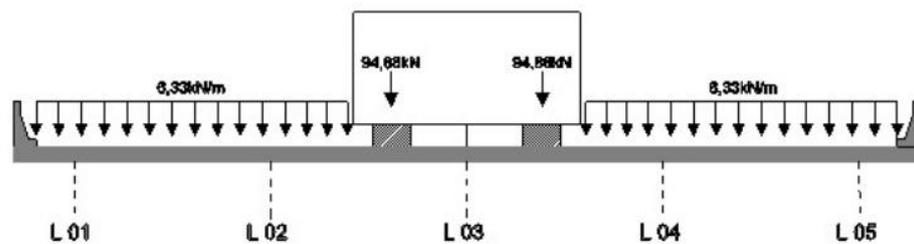
$$R'_{q2} := A3_2 \cdot q = 15.104 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Com esses dados, é possível montar o Trem Tipo da Longarina 2, como pode ser visto abaixo:



### 3.2.3 Trem tipo na Longarina 3

#### TREM TIPO - L3



#### LI\_3 - Leonhardt



$$A1_3 := 0.782$$

$$A2_3 := 0.782$$

$$A3_3 := 2.442$$

Assim, a partir das cargas majoradas e da linha de influência apresentada acima, pode-se determinar as reações na Longarina 3.

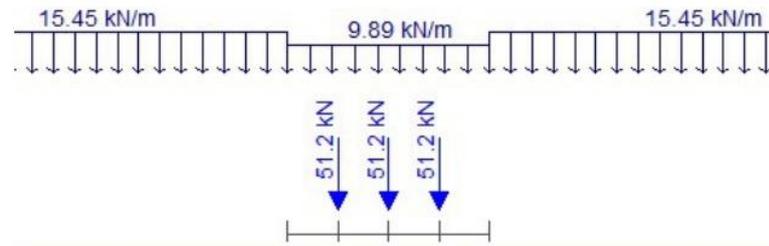
$$R_{Q3} := (2 \cdot 0.270) \cdot Q = 51.233 \cdot \text{kN}$$

$$R_{q3} := (A1_3 + A2_3) \cdot q = 9.892 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

E para as regiões posteriores e anteriores ao veículo tipo, existirá a seguinte reação:

$$R'_{q3} := A3_3 \cdot q = 15.446 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

Com esses dados, é possível montar o Trem Tipo da Longarina 3, como pode ser visto abaixo:



### 3.3 DETERMINAÇÃO DA LONGARINA MAIS CRÍTICA

A partir dos esforços gerados no FTOOL, pode-se perceber que a LONGARINA é a mais solicitada das cinco. Assim, o dimensionamento será feito para ela e o resultado será repetido para as demais.

Assim, os momentos em cada seção e em cada etapa serão:

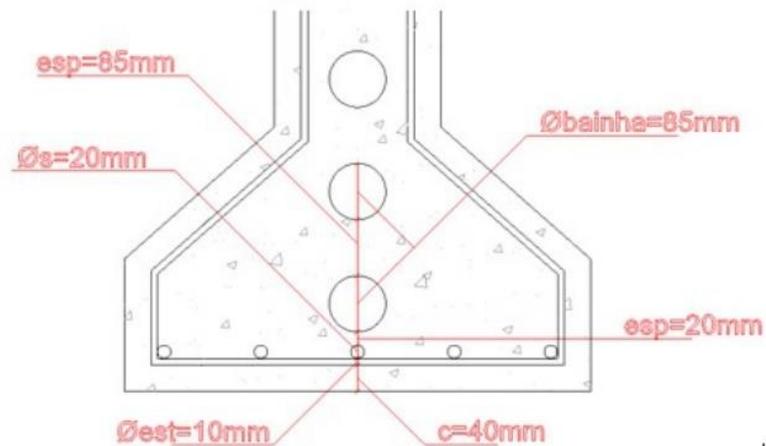
$$Mg1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 651.8 \\ 1117.3 \\ 1586.1 \\ 1878.2 \\ 2053.4 \\ 2111.8 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m} \quad Mg2 := \begin{pmatrix} 0 \\ 472.2 \\ 862.0 \\ 1169.2 \\ 1394.0 \\ 1536.2 \\ 1596.0 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m} \quad Mg3 := \begin{pmatrix} 0 \\ 331.4 \\ 602.5 \\ 813.4 \\ 964.0 \\ 1054.4 \\ 1084.5 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m} \quad Mq := \begin{pmatrix} 0 \\ 1099.3 \\ 1983.5 \\ 2663.9 \\ 3144.6 \\ 3450.1 \\ 3551.9 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m}$$

## 4 POSICIONAMENTO DAS ARMADURAS DE PROTENSÃO

Para o cálculo das excentricidades máximas, foi considerado o cobrimento de 4 cm das armaduras passivas, um espaço para o posicionamento de estribos (estimados com a bitola de 10 mm) e de barras de armadura passiva (considerando poder alojar até uma camada de bitolas de 20 mm), e uma distância vertical entre essas barras e o cabo mais próximo (de 20 mm, conforme especificado no item 18.3.2.2 da NBR 6118:2014 para o detalhamento de vigas), totalizando uma distância de 9 cm entre as bordas da seção e a face do cabo mais próximo. O espaçamento entre cabos foi tomado como o valor do diâmetro da bainha (85mm), entre as faces dos cabos. Supondo inicialmente a utilização de três cabos, tem-se que a excentricidade fica:

$$D_{\text{cabo}} := 85\text{mm}$$

$$e_p := y_{\text{inf}} - 9\text{cm} - 2.5 \cdot D_{\text{cabo}} = 60.35\text{-cm}$$



## 5 CÁLCULO DA FORÇA DE PROTENSÃO MÍNIMA NECESSÁRIA

Combinação frequente

$$\Psi_1 := 0.5$$

Combinação quase-permanente

$$\Psi_2 := 0.3$$

- Resistência característica do concreto

$$f_{ck} := 35 \text{ MPa}$$

- Resistências a tração do concreto

$$f_{ctm} := 0.3 \cdot \left( \frac{f_{ck}}{\text{MPa}} \right)^{\frac{2}{3}} \text{ MPa} = 3.21 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctkinf} := 0.7 \cdot f_{ctm} = 2.247 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{ctksup} := 1.3 f_{ctm} = 4.173 \cdot \text{MPa}$$

- Tensão máxima de compressão admissível ao concreto

$$\sigma_{ad\_c} := 0.6 \cdot f_{ck} = 21 \cdot \text{MPa}$$

- Módulo de Elasticidade Inicial

$$\alpha_E := 1 \quad \text{p/granito}$$

$$E_{ci} := \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{\text{MPa}}} \cdot \text{MPa} = 3.313 \times 10^4 \cdot \text{MPa}$$

- Módulo de Elasticidade Secante

$$\alpha_i := \min\left(0.8 + 0.2 \cdot \frac{f_{ck}}{80\text{MPa}}, 1\right) = 0.888$$

$$E_{cs} := \alpha_i \cdot E_{ci} = 2.94 \times 10^4 \cdot \text{MPa}$$

## 5.1 VERIFICAÇÃO - PROTENSÃO COMPLETA

### Fibra inferior

Para garantir que a tensão na fibra inferior será maior ou igual a zero (sem tração), deve-se ter um esforço mínimo de:

$$P_{\text{mínimo}} := \frac{\frac{Mg1_6 + Mg2_6 + Mg3_6 + Mq_6}{W_{\text{inf}}}}{\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{inf}}}} = 8.366 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Porém, a tensão de compressão não pode ultrapassar a tensão admissível do concreto no momento da aplicação, fazendo com que a força máxima que a peça suporte seja:

$$P_{\text{máximo}} := \frac{\frac{Mg1_6}{W_{\text{inf}}} + \sigma_{\text{ad}_c}}{\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{inf}}}} = 8.317 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Assim, não é possível considerar a situação de protensão completa.

## 5.2 Protensão Limitada - Combinação Frequente

### Fibra Inferior

Para esse caso, a força deve ser maior que:

$$P_{\text{mín\_FI\_CF}} := \frac{\frac{Mg1_6 + Mg2_6 + Mg3_6 + \Psi_1 \cdot Mq_6}{W_{\text{inf}}} - f_{ctkinf}}{\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{inf}}}} = 5.922 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

E não pode ultrapassar, no momento da protensão, o seguinte valor:

$$P_{\text{máx\_FI\_CF}} := \frac{\frac{Mg1_6}{W_{\text{inf}}} + \sigma_{\text{ad\_c}}}{\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{inf}}}} = 8.317 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

### Fibra Superior

Na fibra superior, deve-se ter a força mínima de:

$$P_{\text{mín\_FS\_CF}} := \frac{\frac{Mg1_6 + Mg2_6 + Mg3_6 + \Psi_1 \cdot Mq_6}{W_{\text{sup}}} - \sigma_{\text{ad\_c}}}{-\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{sup}}}} = -3.164 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

E máxima  
de:

$$P_{\text{máx\_FS\_CF}} := \frac{\frac{Mg1_6}{W_{\text{sup}}} + f_{\text{ctkinf}}}{-\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{sup}}}} = 1.861 \times 10^4 \cdot \text{kN}$$

## 5.2 Protensão Limitada - Combinação Quase Permanente

Como dependem apenas das cargas permanentes, os valores máximos se mantêm os mesmos da combinação anterior.

### Fibra Inferior

Para esse caso, a força deve ser maior  
que:

$$P_{\text{mín\_FI\_CQP}} := \frac{\frac{Mg1_6 + Mg2_6 + Mg3_6 + \Psi_2 \cdot Mq_6}{W_{\text{inf}}}}{\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{inf}}}} = 5.873 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

### Fibra Superior

Na fibra superior, deve-se ter a força mínima de:

$$P_{\text{mín\_FS\_CQP}} := \frac{\frac{Mg1_6 + Mg2_6 + Mg3_6 + \Psi_2 \cdot Mq_6}{W_{\text{sup}}} - \sigma_{\text{ad\_c}}}{-\frac{1}{A_c} + \frac{e_p}{W_{\text{sup}}}} = -7.774 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Assim, visando a economia seleciona-se a menor força que atenda os todos os intervalos.

$$P_{\text{inf}} := P_{\text{mín\_FI\_CF}} = 5.922 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

## 6 DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS DE PROTENSÃO

Selecionado a cordoalha de 7 fios do aço CP 190 RB, de diâmetro de 15.2 mm.

- Valor característico da resistência à tração última

$$f_{\text{ptk}} := 1900 \text{MPa}$$

- Valor característico da resistência ao escoamento

$$f_{\text{pyk}} := 0.9f_{\text{ptk}} = 1.71 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

- Módulo de Elasticidade do aço de protensão:

$$E_p := 200 \text{GPa}$$

Pela NBR 6118:2014, o valor limite de tensão para as cordoalhas é definido por:

$$\sigma_{\text{pi}} := \min(0.74f_{\text{ptk}}, 0.82f_{\text{pyk}}) = 1.402 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

Pela NBR 7483/2008, a área da cordoalha selecionada é de:

$$A_{\text{cord}} := 143 \text{mm}^2$$

Assim, o esforço inicial de cada cordoalha é de:

$$p_i := A_{\text{cord}} \cdot \sigma_{\text{pi}} = 200.515 \cdot \text{kN}$$

Estimando inicialmente perdas imediatas de 10% e perdas progressivas de 20% do esforço inicial, temos que a tensão das cordoalhas no tempo infinito passa a ser:

$$p_o := 0.90 \cdot p_i = 180.463 \cdot \text{kN}$$

$$p_{\text{inf}} := 0.70 \cdot p_i = 140.36 \cdot \text{kN}$$

Com isso, o número de cordoalhas necessário é de:

$$n_{\text{cord}} := \frac{P_{\text{inf}}}{p_{\text{inf}}} = 42.193$$

Assim, a partir do catálogo de Freyssinet, são selecionados 3 cabos com 15 cordoalhas cada, totalizando 45 cordoalhas de diâmetro de 85 mm.

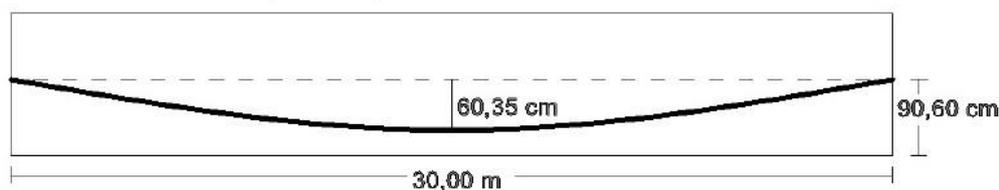
$$n_{\text{cabos}} := 3$$

$$n_{\text{cord\_por\_cabo}} := 15$$

$$A_p := n_{\text{cabos}} \cdot n_{\text{cord\_por\_cabo}} \cdot A_{\text{cord}} = 64.35 \cdot \text{cm}^2$$

## 7 TRAÇADO DO CABO EQUIVALENTE

Partindo do centroide da seção nas extremidades e atingindo a excentricidade máxima no meio do vão, temos o seguinte traçado.



Curva do cabo - Parábola do Segundo Grau

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$

Sua derivada

$$y'(x) = 2ax + b$$

Para  $x=0\text{m}$ , tem-se que  $y(0)=0=c$ .

Para  $x=L/2$ , tem-se que  $y(L/2)=60,35\text{cm}$  e  $y'(L/2)=0$ . Assim, são montadas as seguintes equações:

$$y'\left(\frac{L}{2}\right) = 2a \cdot \left(\frac{L}{2}\right) + b = 0 \quad \text{e} \quad y\left(\frac{L}{2}\right) = a \left(\frac{L}{2}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{L}{2}\right) = e_p$$

E com elas, são determinados os coeficientes  $a$  e  $b$ .

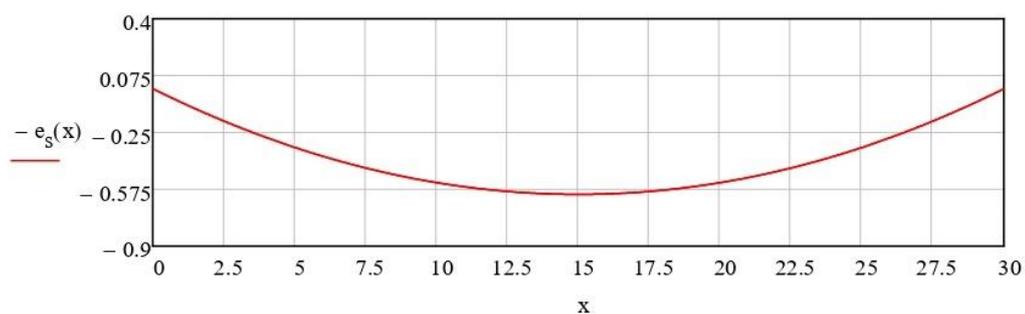
$$b = -2a \cdot \left(\frac{L}{2}\right) \quad a \left(\frac{L}{2}\right)^2 + -2a \cdot \left(\frac{L}{2}\right) \cdot \left(\frac{L}{2}\right) = e_p$$

$$a := \frac{e_p}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = -2.682 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

$$b := -2a \cdot \left(\frac{L}{2}\right) = 0.08$$

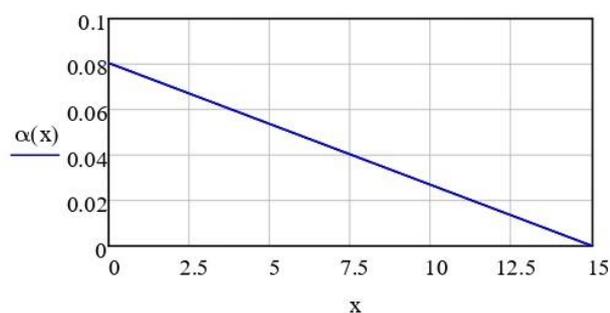
Portanto, a equação do cabo, que representa as excentricidades, fica:

$$e_s(x) := a \cdot x^2 + b \cdot x$$



E sua derivada, que representa as inclinações fica:

$$\alpha(x) := 2a \cdot x + b$$



### 7.1 COMPRIMENTO DO CABO

Por se tratar de um cabo simétrico, tem-se que:

$$L_{\text{cabo}} := L + \frac{8 \cdot e_p^2}{3L} = 30.032 \text{ m}$$

### 7.2 SEÇÕES DE CONTROLE

$$\text{seção} := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 2.5 \\ 5.0 \\ 7.5 \\ 10.0 \\ 12.5 \\ 15 \end{pmatrix} \text{ m}$$

### 7.3 ESFORÇOS MÍNIMOS E MÁXIMOS POR SEÇÃO DE CONTROLE

$$\begin{array}{l}
 P_{\text{mín\_seção}} := \\
 \left. \begin{array}{l}
 i \leftarrow 0 \\
 \text{while } i \leq 6 \\
 \left| \begin{array}{l}
 \frac{Mg1_i + Mg2_i + Mg3_i + \Psi_1 \cdot Mq_i}{W_{\text{inf}}} - f_{\text{ctkinf}} \\
 \text{limite\_mín}_i \leftarrow \frac{\quad}{\frac{1}{A_c} + \frac{e_s(\text{seção}_i)}{W_{\text{inf}}}} \\
 i \leftarrow i + 1
 \end{array} \right. \\
 \text{limite\_mín}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 P_{\text{máx\_seção}} := \\
 \left. \begin{array}{l}
 i \leftarrow 0 \\
 \text{while } i \leq 6 \\
 \left| \begin{array}{l}
 \frac{Mg1_i}{W_{\text{inf}}} + \sigma_{\text{ad\_c}} \\
 \text{limite\_máx}_i \leftarrow \frac{\quad}{\frac{1}{A_c} + \frac{e_s(\text{seção}_i)}{W_{\text{inf}}}} \\
 i \leftarrow i + 1
 \end{array} \right. \\
 \text{limite\_máx}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$P_{\text{mín\_seção}} = \begin{pmatrix} -1.646 \times 10^3 \\ 2.323 \times 10^3 \\ 3.994 \times 10^3 \\ 5.008 \times 10^3 \\ 5.532 \times 10^3 \\ 5.82 \times 10^3 \\ 5.922 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \text{kN} \quad P_{\text{máx\_seção}} = \begin{pmatrix} 1.539 \times 10^4 \\ 1.182 \times 10^4 \\ 1.001 \times 10^4 \\ 9.179 \times 10^3 \\ 8.666 \times 10^3 \\ 8.4 \times 10^3 \\ 8.317 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

## 8 PERDAS IMEDIATAS

Considerando mais uma vez que as perdas totais correspondem a aproximadamente 30% da força inicial, para garantir a força de protensão encontrada inicialmente, deve-se aplicar uma força de:

$$P_i := \frac{P_{inf}}{0.69736} = 8.492 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$P_{i\_cabo} := \frac{P_i}{3} = 2.831 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\text{correção\_das\_perdas} := 100 - 30.264 = 69.736$$

### 8.1 PERDAS NO SISTEMA DE PROTENSÃO

A tensão a ser aplicada no macaco para compensar os 5% de perdas é dada pela seguinte equação.

$$P_{\text{macaco}} = \alpha_{\text{acres}} \cdot \frac{\sigma_{p\_m\acute{a}x} \cdot A_{p\_cabo}}{A_{\text{cil}}}$$

na qual, os parâmetros são dados por:

$$\alpha_{\text{acres}} := 1.05$$

$$A_{p\_cabo} := 15 \cdot A_{\text{cord}} = 21.45 \cdot \text{cm}^2$$

$$\sigma_{p\_m\acute{a}x} := \frac{P_{i\_cabo}}{A_{p\_cabo}} = 1.32 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

Selecionado o macaco hidráulico K350 da empresa Freyssinet, tem-se uma área do cilindro igual a:

$$A_{\text{cil}} := 498 \text{cm}^2$$

Portanto, a tensão no macaco fica igual a:

$$P_{\text{macaco}} := \alpha_{\text{acres}} \cdot \frac{\sigma_{p\_m\acute{a}x} \cdot A_{p\_cabo}}{A_{\text{cil}}} = 59.685 \cdot \text{MPa}$$

### 8.2 PERDAS POR ATRITO AO LONGO DO CABO

Pelo Catálogo Freyssinet, os coeficientes de atrito são dados por:

$$\mu := 0.24$$

$$k_o := 0.001 \cdot \frac{1}{\text{m}}$$

$$k := \frac{k_o}{\mu} = 4.167 \times 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$$

Dessa forma, a perda por atrito em cada seção é dada pela seguinte equação.

$$\Delta P_{\text{at}}(x) := P_i \cdot \left[ 1 - \exp \left[ -\mu \cdot \left( \frac{\alpha(x)}{x} + k \right) \cdot x \right] \right]$$

### 8.2.1 ALONGAMENTO DO CABO

O alongamento do cabo causado pelo esforço de protensão é dado pela seguinte equação.

$$\Delta L_0 = \Sigma \left( \frac{P_{i\_méd} \cdot L_i}{A_p \cdot E_p} \right)$$

$$L_i := \frac{L_{\text{cabo}}}{2} = 15.016 \text{ m}$$

$$P_{i\_méd} := \frac{2 \cdot P_i - \Delta P_{\text{at}}(L_i)}{2} = 8.429 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\Delta L_0 := 2 \cdot \frac{P_{i\_méd} \cdot L_i}{A_p \cdot E_p} = 19.67 \cdot \text{cm}$$

### 8.3 PERDAS POR ENCUNHAMENTO

Valor de penetração da cunha pelo catálogo de Freyssinet

$$\delta := 6 \text{ mm}$$

Determinação do comprimento até onde as perdas por encunhamento se propagam.

$$x_o(s) := \sqrt{\frac{\delta}{\mu \cdot \left( \frac{\alpha(s)}{0.5 \cdot L_{\text{cabo}}} + k \right) \cdot \left( \frac{1}{A_p \cdot E_p} + \frac{1}{A_c \cdot E_{cs}} \right) \cdot P_i}}$$

$$x_o(15\text{m}) = 29.309 \text{ m}$$

O comprimento afetado pela perda de ancoragem ultrapassa o meio do vão. Dessa maneira, será utilizada a formulação apresentada por Pfeil.

$$P_{\text{anc}} := P_i - \frac{4 \cdot A_p \cdot E_p \cdot \delta}{L} \cdot \frac{1}{1 + \exp \left[ -\mu \cdot \left( \alpha(15\text{m}) + k \cdot \frac{L}{2} \right) \right]} = 7.974 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

$$\Delta P_{\text{anc.o}} := P_i - P_{\text{anc}} = 518.661 \cdot \text{kN}$$

$$\Delta P_{\text{anc}}(x) := \begin{cases} \text{Perda} \leftarrow \Delta P_{\text{anc.o}} - (2 \cdot P_i - \Delta P_{\text{anc.o}}) \cdot \mu \cdot \left( \frac{\alpha(x)}{x} + k \right) \cdot x \\ \text{Perda} & \text{if } \text{Perda} \geq 0 \text{ kN} \\ 0 \text{ kN} & \text{otherwise} \end{cases}$$

#### 8.4 PERDAS POR ENCURTAMENTO ELÁSTICO DO CONCRETO

Relação entre os módulos de resistência dos materiais

$$\alpha_p := \frac{E_p}{E_{cs}} = 6.802$$

Esforço de protensão considerando as perdas por atrito e por encunhamento

$$P(x) := P_i - \Delta P_{at}(x) - \Delta P_{anc}(x)$$

Tensão no Centro de Gravidade do Cabo

$$\sigma_c(x) := \left| \begin{array}{l} s \leftarrow 0 \text{ if } x = 0\text{m} \\ s \leftarrow 1 \text{ if } x = 2.5\text{m} \\ s \leftarrow 2 \text{ if } x = 5.0\text{m} \\ s \leftarrow 3 \text{ if } x = 7.5\text{m} \\ s \leftarrow 4 \text{ if } x = 10.0\text{m} \\ s \leftarrow 5 \text{ if } x = 12.5\text{m} \\ s \leftarrow 6 \text{ if } x = 15.0\text{m} \\ P(x) \cdot \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_s(x)^2}{I_{lg}} \right) + \frac{Mg l_s \cdot e_s(x)}{I_{lg}} \end{array} \right.$$

$$\Delta P_{enc\_elast}(x) := \frac{\alpha_p \cdot \sigma_c(x) \cdot (n_{cabos} - 1)}{2 \cdot n_{cabos}}$$

#### 8.5 RESUMO DAS PERDAS IMEDIATAS

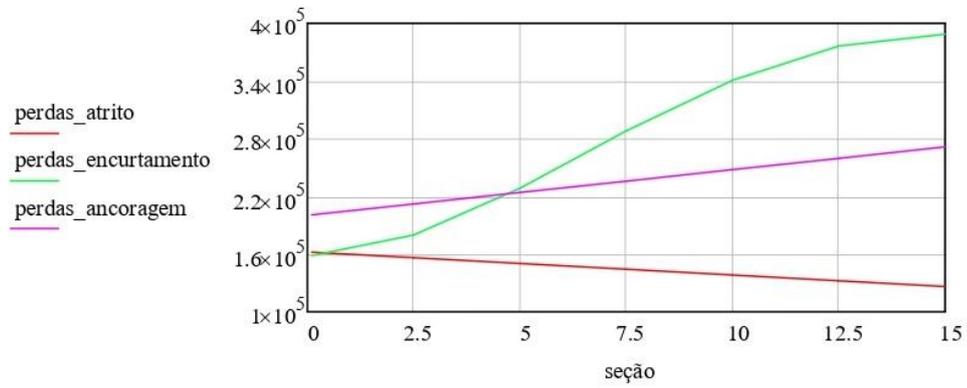
$$\text{perdas\_atrito} := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{atrito}_i \leftarrow \Delta P_{at}(\text{seção}_i) \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{atrito} \end{array} \right.$$

$$\text{perdas\_ancoragem} := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{ancoragem}_i \leftarrow \Delta P_{anc}(\text{seção}_i) \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{ancoragem} \end{array} \right.$$

```

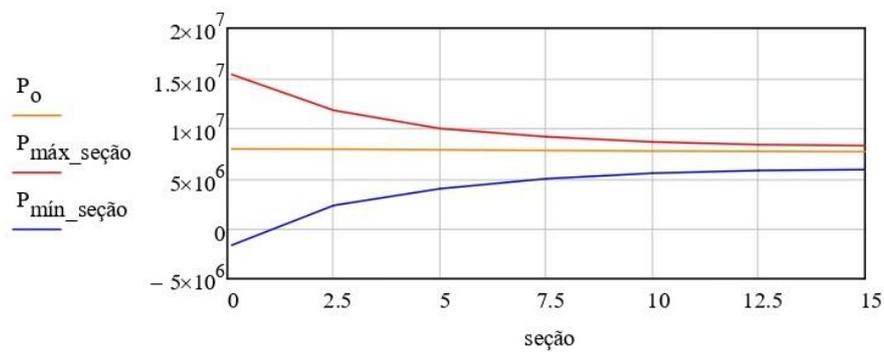
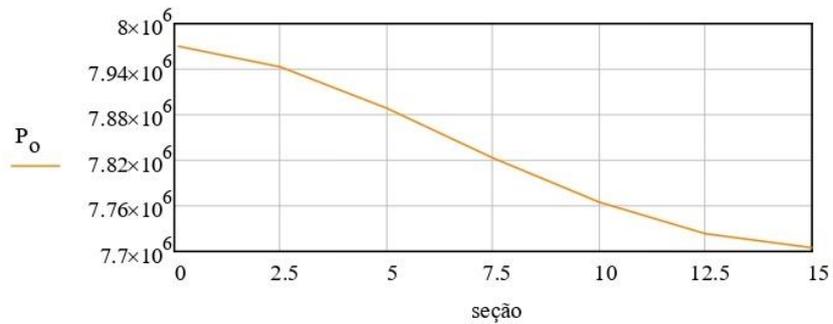
perdas_enucurtamento :=
  i ← 0
  while i ≤ 6
    enc_elasti ← Ap · ΔPenc_elast(seçãoi)
    i ← i + 1
  enc_elast

```



Esforço de protensão após as perdas imediatas.

$$P_o := P_i - \text{perdas\_atrito} - \text{perdas\_enucurtamento} - \text{perdas\_ancoragem}$$



## 9 PERDAS PROGRESSIVAS

As perdas progressivas serão dadas pela seguinte equação

$$\Delta P_{\text{prog}}(x, t, t_0) = \frac{\varepsilon_{\text{cs}}(t, t_0) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{\text{cpog}} \cdot \varphi(t, t_0) - \sigma_{\text{po}} \cdot \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \cdot \alpha_p \cdot \eta \cdot \rho_p}$$

### 9.1 COEFICIENTE DE FLUÊNCIA (Anexo A da ABNT NBR 6118 (2014))

$$\varphi(t, t_0) = \phi_a + \phi_{\text{finf}} \cdot (\beta_f(t) - \beta_f(t_0)) + \phi_{\text{dinf}} \cdot \beta_d$$

Será considerado um cimento CP V-ARI com slump de 9 cm, além de uma umidade relativa do ar média (U) de 60%.

Slump := 9 cm      U := 60

Idade Fictícia do Concreto

$$t_{\text{fic}} = \alpha \cdot \frac{T_{\text{méd}} + 10}{30} \cdot \Delta t_{\text{efi}}$$

Tabela A.2 – Valores da fluência e da retração em função da velocidade de endurecimento do cimento

Cimento Portland (CP)	$\alpha$	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (CP III e CP IV, todas as classes de resistência)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II, todas as classes de resistência)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

Sendo considerado o cimento CPV-ARI, temos que o valor do coeficiente  $\alpha$  será:

$$\alpha_f := 3$$

Idade inicial em dias

$$\Delta t_{\text{ef}_o} := 28$$

Idade final em

$$\Delta t_{\text{ef}_{\text{inf}}} := 1000$$

Temperatura Média em °C

$$T_{\text{méd}} := 25$$

$$t_o := \alpha_f \cdot \frac{(T_{\text{méd}} + 10)}{30} \cdot \Delta t_{\text{ef}_o} = 98$$

$$t_{\text{inf}} := \alpha_f \cdot \frac{(T_{\text{méd}} + 10)}{30} \cdot \Delta t_{\text{ef}_\text{inf}} = 3.5 \times 10^3$$

Função do crescimento da resistência do concreto

$$f_{c_{t_o\_t_{\text{inf}}}} = \frac{f_c(t_o)}{f_c(t_{\text{inf}})}$$

A partir da Figura 2 da NBR7197/1989, tem-se:

$$f_{c_{t_o\_t_{\text{inf}}}} := \frac{9t_o \cdot (t_o + 42)}{(9t_o + 40) \cdot (t_o + 61)} = 0.842$$

Coefficiente de fluência rápida

$$\phi_a := 0.8 \cdot (1 - f_{c_{t_o\_t_{\text{inf}}}}) = 0.126$$

Coefficientes dependente da umidade relativa a partir da Tabela A.1

$$\phi_{1c} := (4.45 - 0.035 \cdot U) = 2.35$$

$$\gamma := 1 + e^{-7.8+0.1 \cdot U} = 1.165$$

#### **Espessura Fictícia (A.2.4)**

Perímetro da seção em contato com o ar

$$u_{\text{ar}} := 4.8783\text{m}$$

$$h_{\text{fic}} := \gamma \cdot \frac{2 \cdot A_c}{u_{\text{ar}}} = 0.357\text{m}$$

$$\phi_{2c} := \frac{0.42\text{m} + h_{\text{fic}}}{0.2\text{m} + h_{\text{fic}}} = 1.395$$

**Coefficientes relativos a deformação lenta irreversível do concreto**

$$\phi_{\text{finf}} := \phi_{1c} \cdot \phi_{2c} = 3.278$$

$$A_1 := 42 \cdot \left(\frac{h_{\text{fic}}}{\text{m}}\right)^3 - 350 \cdot \left(\frac{h_{\text{fic}}}{\text{m}}\right)^2 + 588 \cdot \frac{h_{\text{fic}}}{\text{m}} + 113 = 280.278$$

$$B_1 := 768 \cdot \left(\frac{h_{\text{fic}}}{\text{m}}\right)^3 - 3060 \cdot \left(\frac{h_{\text{fic}}}{\text{m}}\right)^2 + 3234 \cdot \frac{h_{\text{fic}}}{\text{m}} - 23 = 776.708$$

$$C_1 := -200 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^3 + 13 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^2 + 183 + 1090 \cdot \frac{h_{fic}}{m} = 564.855$$

$$D_1 := 7579 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^3 - 31916 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^2 + 1931 + 35343 \cdot \frac{h_{fic}}{m} = 1.083 \times 10^4$$

$$\beta_f(t) := \frac{t^2 + A_1 \cdot t + B_1}{t^2 + C_1 \cdot t + D_1}$$

$$\phi_{dinf} := 0.4$$

$$\beta_d := \frac{t_{inf} - t_o + 20}{t_{inf} - t_o + 70} = 0.986$$

#### Valor do coeficiente de Fluência

$$\varphi(t, t_o) := \phi_a + \phi_{finf} \cdot (\beta_f(t) - \beta_f(t_o)) + \phi_{dinf} \cdot \beta_d$$

## 9.2 COEFICIENTE DE RETRAÇÃO DO CONCRETO

$$\varepsilon_{cs}(t, t_o) = \varepsilon_{cs_{inf}} \cdot (\beta_s(t_{inf}) - \beta_s(t_o))$$

Retração considerando a Umidade

$$\varepsilon_{1S} := \frac{-8.09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} + \frac{U^3}{133765} - \frac{U^4}{7608150}}{10^4} = -5.755 \times 10^{-4}$$

Parâmetro Referente a altura Fictícia

$$\varepsilon_{2S} := \frac{33\text{cm} + 2 \cdot h_{fic}}{20.8\text{cm} + 3h_{fic}} = 0.816$$

Valor final da Retração

$$\varepsilon_{cs_{inf}} := \varepsilon_{1S} \cdot \varepsilon_{2S} = -4.697 \times 10^{-4}$$

Coefficiente Relativo a Retração

$$A_2 := 40$$

$$B_2 := 166 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^3 - 282 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^2 + 220 \cdot \frac{h_{fic}}{m} - 4.8 = 45.366$$

$$C_2 := 2.5 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^3 - 8.8 \cdot \frac{h_{fic}}{m} + 40.7 = 37.671$$

$$D_2 := -75 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^3 + 585 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^2 + 496 \cdot \frac{h_{fic}}{m} - 6.8 = 241.563$$

$$E_2 := -169 \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^4 + 88 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^3 + 584 \cdot \left(\frac{h_{fic}}{m}\right)^2 - 39 \cdot \frac{h_{fic}}{m} + 0.8 = 62.629$$

$$\beta_s(t) := \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A_2 \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + B_2 \cdot \left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C_2 \cdot \left(\frac{t}{100}\right)^2 + D_2 \cdot \left(\frac{t}{100}\right) + E_2}$$

$$\beta_s(t_{inf}) = 0.958$$

$$\beta_s(t_o) = 0.249$$

#### Valor do Coeficiente de Retração

$$\varepsilon_{cs}(t, t_o) := \varepsilon_{cs_{inf}} \cdot (\beta_s(t) - \beta_s(t_o))$$

### 9.3 COEFICIENTE DE FLUÊNCIA DO AÇO

$$\chi(t, t_o) = -\ln(1 - \Psi(t, t_o))$$

Coeficiente de Relaxação do Aço

$$\sigma_{po} := \frac{P_i}{A_p} = 1.32 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

Relação da tensão inicial no cabo com a sua resistência característica a tração última ( $\xi$ )

$$\xi := \frac{\sigma_{po}}{f_{ptk}} = 0.695$$

Interpolando os valores da Tabela 8.4, tem-se:

$$\frac{\Psi_{1000} - 2.5}{\xi - 0.7} = \frac{1.3 - 2.5}{0.6 - 0.7}$$

$$\Psi_{1000} := \frac{(12.0 \cdot \xi - 5.9)}{100} = 0.024$$

$$\Psi(t, t_o) := \Psi_{1000} \cdot \left(\frac{t - t_o}{41.67}\right)^{0.15}$$

#### Valor da Fluência do Aço

$$\chi(t, t_o) := -\ln(1 - \Psi(t, t_o))$$

#### 9.4 TENSÃO NO CENTRO DE GRAVIDADE DO AÇO

$$\sigma_{\text{cpog}}(x) := \begin{cases} s \leftarrow 0 & \text{if } x = 0\text{m} \\ s \leftarrow 1 & \text{if } x = 2.5\text{m} \\ s \leftarrow 2 & \text{if } x = 5.0\text{m} \\ s \leftarrow 3 & \text{if } x = 7.5\text{m} \\ s \leftarrow 4 & \text{if } x = 10.0\text{m} \\ s \leftarrow 5 & \text{if } x = 12.5\text{m} \\ s \leftarrow 6 & \text{if } x = 15.0\text{m} \end{cases}$$

$$P_i \cdot \left( \frac{1}{A_c} + \frac{e_s(x)^2}{I_{lg}} \right) - \frac{Mg l_s \cdot e_s(x)}{I_{lg}}$$

#### 9.5 FORMULAÇÕES ADICIONAIS

$$\chi_p(t, t_0) := 1 + \chi(t, t_0)$$

$$\chi_c(t, t_0) := 1 + 0.5 \cdot \varphi(t, t_0)$$

$$\eta := 1 + e_p^2 \cdot \frac{A_c}{I_{lg}} = 2.021$$

$$\rho_p := \frac{A_p}{A_c} = 8.608 \times 10^{-3}$$

#### 9.6 EQUAÇÃO FINAL PARA AS PERDAS PROGRESSIVAS

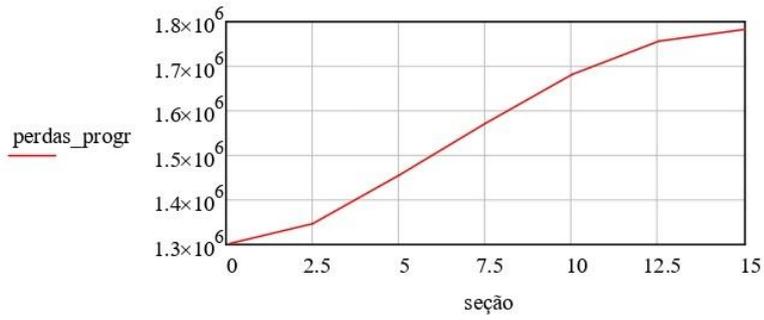
Dessa maneira, as perdas por fluência ficam representadas pela seguinte equação

$$\Delta P_{\text{prog}}(x, t, t_0) := \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p - \alpha_p \cdot \sigma_{\text{cpog}}(x) \cdot \varphi(t, t_0) - \sigma_{po} \cdot \chi(t, t_0)}{\chi_p(t, t_0) + \chi_c(t, t_0) \cdot \alpha_p \cdot \eta \cdot \rho_p}$$

Para as idades  $t_{01}=28$  dias e  $t_1=1000$  dias

$$t_{01} := 28 \quad t_1 := 1000$$

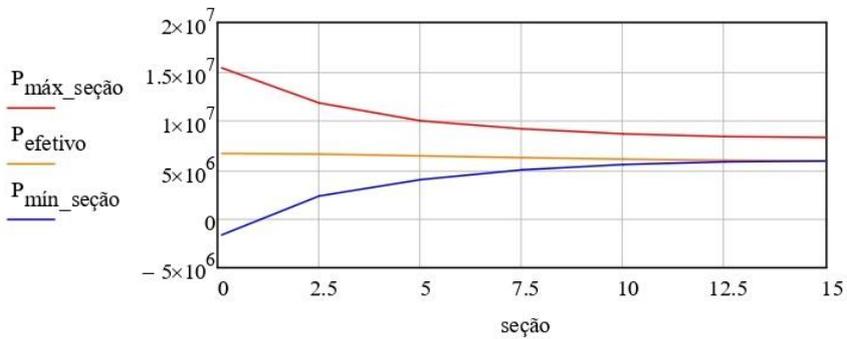
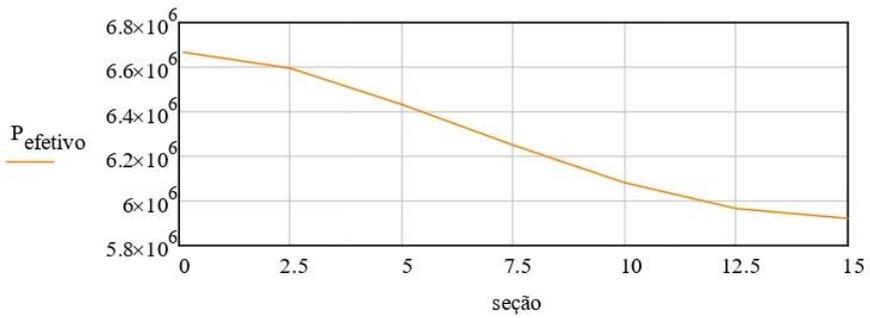
$$\text{perdas\_progr} := \begin{cases} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 6 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{perda}_i \leftarrow A_p \cdot \Delta P_{\text{prog}}(\text{seção}_i, t_1, t_{01}) \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{—perda} \end{cases}$$



**10 CÁLCULO DO ESFORÇO DE PROTENSÃO EFETIVO**

$$P_{\text{efetivo}} := P_o - \text{perdas\_progr} = \begin{pmatrix} 6.668 \times 10^3 \\ 6.596 \times 10^3 \\ 6.433 \times 10^3 \\ 6.251 \times 10^3 \\ 6.083 \times 10^3 \\ 5.967 \times 10^3 \\ 5.922 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$\text{Perdas\_efetivas} := 100 \frac{P_i - P_{\text{efetivo}_6}}{P_i} = 30.264$$



## 11 ARMADURA MÍNIMA PASSIVA

Pelo item 17.3.5.2.1, a armadura mínima deve ser dimensionada para o seguinte valor de momento mínimo.

$$W_o := W_{inf} = 2.945 \times 10^5 \cdot \text{cm}^3$$

$$M_{dmin} := 0.8 \cdot W_o \cdot f_{ctksup} = 982.988 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$c := 40 \text{mm}$$

$$d := h - c = 1.66 \text{m}$$

$$d' := c + 1 \text{cm} = 5 \cdot \text{cm}$$

$$k_{II} := \frac{d}{\sqrt{\frac{M_{dmin}}{b_f}}} = 0.053 \cdot \text{m} \cdot \text{kN}^{-0.5} \quad k_x := 0.06 \quad x := k_x \cdot d = 9.96 \cdot \text{cm}$$

$$\alpha_s := 424347.8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$A_{sminc} := \frac{M_{dmin}}{\alpha_s \cdot d} = 13.955 \cdot \text{cm}^2$$

Selecionando barras de 20 mm - CA50

$$A_{\phi 20} := \pi \cdot \frac{(20 \text{mm})^2}{4} = 3.142 \cdot \text{cm}^2$$

$$n_{barras.pass} := \text{Ceil} \left( \frac{A_{sminc}}{A_{\phi 20}}, 1 \right) = 5$$

$$A_s := 5 \cdot A_{\phi 20} = 15.708 \cdot \text{cm}^2$$

Deve-se ainda respeitar a taxa mínima absoluta de 0.15%.

$$\rho_{minc} := \frac{A_s}{A_c} = 0.21 \cdot \%$$

Como  $\rho_{minc}$  foi maior que 0.15%, o mesmo será mantido.

## 12 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE ÚLTIMO DE FLEXÃO

Coefficientes de Ponderação

$$\gamma_g := 1.35 \quad (\text{desfavorável})$$

$$\gamma_q := 1.5 \quad (\text{desfavorável})$$

$$\gamma_p := 1.2 \quad \gamma_{po} := 1.1 \quad (\text{ato da protensão})$$

Coefficientes de Minoração

$$\gamma_s := 1.15$$

$$\gamma_c := 1.4$$

$$f_{yk} := 500 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = 434.783 \cdot \text{MPa}$$

$$f_{pyd} := \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} = 1.487 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

Pelo limite estabelecido no item 17.2.4.1 da NBR 6118:2014, a verificação pode ser feita utilizando o cabo equivalente visto que a distância do cabo mais externo ao centro de gravidade dos cabos é igual a 10% da altura da viga.

$$M_{Rd} > M_{Sd}$$

Tensões nos aços

$$\sigma_{pd} := \frac{f_{pyk}}{\gamma_s} = 1.487 \times 10^3 \cdot \text{MPa}$$

Forças de Tração

$$N_{Pd} := A_p \cdot \sigma_{pd} = 9.569 \times 10^6 \text{ N}$$

$$N_{td} := N_{Pd} = 9.569 \times 10^6 \text{ N}$$

Tensões no Concreto

$$\alpha_c := 0.85$$

$$f_{cd} := \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 25 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{cd} := \alpha_c \cdot f_{cd} = 21.25 \cdot \text{MPa}$$

Equilíbrio de forças

Tração = Compressão

$$N_{cd} := N_{td} = 9.569 \times 10^6 \text{ N}$$

Área Comprimida

$$A_{cc} := \frac{N_{cd}}{\sigma_{cd}} = 0.45 \text{ m}^2$$

$$\text{LN}(A_{\text{comp}}) := \left\{ \begin{array}{l} A_f \leftarrow b_f \cdot h_f \\ A_m \leftarrow \frac{(b_f + b_w) \cdot h_m}{2} \\ x \leftarrow \frac{A_{\text{comp}}}{b_f} \text{ if } A_{\text{comp}} \leq A_f \\ h_f + \frac{2 \cdot h_m \cdot \left[ \frac{b_f}{2} - \sqrt{\frac{h_m \cdot b_f^2 - 2 \cdot (A_{\text{comp}} - A_f) \cdot b_f + 2 \cdot (A_{\text{comp}} - A_f) \cdot b_w}{h_m}} \right]}{b_f - b_w} \text{ if } A_t \\ \left[ h_f + h_m + \frac{(A_{\text{comp}} - A_f - A_m)}{b_w} \right] \text{ if } A_{\text{comp}} \geq (A_f + A_m) \end{array} \right.$$

$$\text{LN}(A_{cc}) = 1.051 \text{ m}$$

$$\lambda := 0.8$$

$$\text{LN}_6 := \frac{\text{LN}(A_{cc})}{\lambda} = 131.393 \cdot \text{cm}$$

Deformações para o D3

$$\varepsilon_{cd} := 3.5$$

$$d_p := y_{\text{sup}} + e_p = 139.75 \cdot \text{cm}$$

$$\varepsilon_{\text{eq}} := \frac{d_p - \text{LN}_6}{\text{LN}_6} \cdot \varepsilon_{cd} = 0.223$$

$$\Delta L_{\text{eq}} := L_{\text{cabo}} \cdot \frac{\varepsilon_{\text{eq}}}{1000} = 0.669 \cdot \text{cm}$$

Assim, o alongamento total do cabo fica de:

$$\Delta L_{\text{total}} := \Delta L_0 + \Delta L_{\text{eq}} = 20.338 \cdot \text{cm}$$

$$\varepsilon_{\text{total}} := 1000 \frac{\Delta L_{\text{total}}}{L_{\text{cabo}}} = 6.772$$

Deformação referente ao escoamento do aço de protensão

$$\varepsilon_{\text{esc}} := 1000 \cdot \frac{\sigma_{\text{pd}}}{E_p} = 6.759$$

$$\varepsilon_{\text{total}} > \varepsilon_{\text{esc}} = 1$$

Cálculo do Momento Resistente

$$y_{\text{cc}} := \frac{\frac{h_f}{2} \cdot b_f \cdot h_f + \left( h_f + \frac{h_m}{3} \right) \cdot \frac{(b_f - b_w) \cdot h_m}{2} + \left( \frac{LN_6 - h_f - h_m}{2} \right) \cdot b_w \cdot (LN_6 - h_f - h_m)}{b_f \cdot h_f + \frac{(b_f - b_w) \cdot h_m}{2} + b_w \cdot (LN_6 - h_f - h_m)}$$

$$y_{\text{cc}} = 0.32 \text{ m}$$

$$M_{\text{Rd}} := \sigma_{\text{cd}} \left[ b_f \cdot h_f + \frac{(b_f - b_w) \cdot h_m}{2} + b_w \cdot (LN_6 - h_f - h_m) \right] \cdot (d_p - y_{\text{cc}}) = 1.322 \times 10^4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{Sd}} := (Mg1_6 + Mg2_6 + Mg3_6) \cdot \gamma_c + Mq_6 \cdot \gamma_q = 1.204 \times 10^4 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

Como pode ser observado, o momento resistente é maior que o solicitante. Desse modo, a estrutura está segura quanto a flexão.

$$M_{\text{Rd}} > M_{\text{Sd}} = 1$$

## 13 DIMENSIONAMENTO AO CISLHAMENTO

### 13.1 ESFORÇO SOLICITANTE DE CÁLCULO

Coefficientes de Ponderação

$$\gamma_g = 1.35 \quad (\text{desfavorável})$$

$$\gamma_q = 1.5 \quad (\text{desfavorável})$$

$$\gamma_{\text{pa}} := 0.9$$

Cargas do Ftool

$$\begin{array}{l}
 \text{Vg1} := \begin{pmatrix} 295.6 \\ 233.6 \\ 286.9 \\ 140.2 \\ 93.5 \\ 46.7 \\ 0.0 \end{pmatrix} \text{ kN} \quad \text{Vg2} := \begin{pmatrix} 205.4 \\ 172.4 \\ 139.4 \\ 106.4 \\ 73.4 \\ 40.4 \\ 7.4 \end{pmatrix} \text{ kN} \quad \text{Vg3} := \begin{pmatrix} 144.6 \\ 120.5 \\ 96.4 \\ 72.3 \\ 48.2 \\ 24.1 \\ 0.0 \end{pmatrix} \text{ kN} \quad \text{Vq} := \begin{pmatrix} 491.5 \\ 432.0 \\ 375.6 \\ 322.4 \\ 272.4 \\ 225.6 \\ 182.0 \end{pmatrix} \text{ kN}
 \end{array}$$

Combinação dos esforços atuantes nas seções

$$\text{V}_{\text{Sdo}} := \gamma_g \cdot (\text{Vg1} + \text{Vg2} + \text{Vg3}) + \gamma_q \cdot \text{Vq} = \begin{pmatrix} 1.609 \times 10^3 \\ 1.359 \times 10^3 \\ 1.269 \times 10^3 \\ 914.115 \\ 698.985 \\ 488.52 \\ 282.99 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Consideração da parcela vertical do esforço de Protensão

$$\text{V}_{\text{Sd}} := \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 5 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{esforço}_i \leftarrow \text{V}_{\text{Sdo}_i} - \gamma_p \cdot P_{\text{efetivo}_i} \cdot \sin(\alpha(\text{seção}_i)) \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{esforço} \end{array}$$

$$\text{V}_{\text{Sd}} = \begin{pmatrix} 1.13 \times 10^3 \\ 961.007 \\ 958.617 \\ 687.841 \\ 552.161 \\ 416.502 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Condição do item 17.4.1.2.2 da ABNT NBR 6118 (2014)

$$A_p \cdot f_{pyd} + A_s \cdot f_{yd} \geq V_{Sd}$$

$$A_p \cdot f_{pyd} + A_s \cdot f_{yd} = 1.025 \times 10^4 \cdot \text{kN}$$

maior do que todos os valores de  $V_{Sd}$ , ok!

### 13.2 VERIFICAÇÃO DA BIELA COMPRIMIDA

De acordo com o item 17.4.2.1, deve-se respeitar as seguintes condições

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

Utilizando o modelo de cálculo I (item 17.4.2.2), que considera as diagonais de compressão com inclinação de 45°.

$$\alpha_{v2} := 1 - \frac{f_{ck}}{250 \text{MPa}} = 0.86$$

$$V_{Rd2} := 0.27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d = 2.409 \times 10^3 \cdot \text{kN}$$

Verificação das diagonais comprimidas do concreto

$$V_{Rd2} - V_{Sd} = \begin{pmatrix} 1.279 \times 10^3 \\ 1.448 \times 10^3 \\ 1.45 \times 10^3 \\ 1.721 \times 10^3 \\ 1.857 \times 10^3 \\ 1.993 \times 10^3 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

Considerando a situação mais crítica, faz-se  $V_{sd} = V_{rd3}$ .

$$V_{Sd} = V_c + V_{sw}$$

$$f_{ctd} := \frac{f_{ctkinf}}{\gamma_c} = 1.605 \cdot \text{MPa}$$

### 13.3 CÁLCULO DO $V_c$ PARA FLEXO-COMPRESSÃO

- Momento que anula a tensão de compressão ( $M_0$ )

$$M_0 := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 5 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{momento}_i \leftarrow \gamma_p P_{\text{efetivo}_{i+1}} \cdot e_s(\text{seção}_{i+1}) \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{momento} \end{array} \right. = \begin{pmatrix} 1.095 \times 10^3 \\ 1.941 \times 10^3 \\ 2.546 \times 10^3 \\ 2.937 \times 10^3 \\ 3.151 \times 10^3 \\ 3.217 \times 10^3 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m}$$

- Momento máximo na seção ( $M_{Sd.máx}$ )

$$M_{Sd.máx} := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 5 \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{momento}_i \leftarrow \gamma_g (Mg1_{i+1} + Mg2_{i+1} + Mg3_{i+1}) + \gamma_q \cdot Mq_{i+1} \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{momento} \end{array} \right. = \begin{pmatrix} 3.614 \times 10^3 \\ 6.461 \times 10^3 \\ 8.814 \times 10^3 \\ 1.044 \times 10^4 \\ 1.144 \times 10^4 \\ 1.18 \times 10^4 \end{pmatrix} \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{c0} := 0.6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d = 399.64 \cdot \text{kN}$$

$$V_c := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 5 \\ \quad \left| \begin{array}{l} V_i \leftarrow V_{c0} \cdot \left( 1 + \frac{M_{0_i}}{M_{Sd.máx_i}} \right) \\ V_i \leftarrow 2 \cdot V_{c0} \text{ if } V_i > 2 \cdot V_{c0} \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ V \end{array} \right. = \begin{pmatrix} 520.7 \\ 519.712 \\ 515.097 \\ 512.107 \\ 509.668 \\ 508.605 \end{pmatrix} \text{ kN}$$

$$V_{sw} := V_{Sd} - V_c = \begin{pmatrix} 608.978 \\ 441.294 \\ 443.519 \\ 175.735 \\ 42.494 \\ -92.103 \end{pmatrix} \cdot \text{kN}$$

$$A_{sw} := \frac{V_{sw}}{0.9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot \left( \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)} = \begin{pmatrix} 9.375 \\ 6.794 \\ 6.828 \\ 2.705 \\ 0.654 \\ -1.418 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Valor mínimo para armadura transversal (item 17.4.1.1.1)

$$A_{sw_{min}} := 0.2 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w = 3.21 \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

$$A_{sw} := \begin{cases} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 5 \\ \quad \text{área}_i \leftarrow \max(A_{sw_i}, A_{sw_{min}}) \\ \quad i \leftarrow i + 1 \\ \text{área} \end{cases} = \begin{pmatrix} 9.375 \\ 6.794 \\ 6.828 \\ 3.21 \\ 3.21 \\ 3.21 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}$$

Área do estribo de 10 mm

$$A_{sw_{10}} := 2 \cdot \pi \cdot \frac{(1\text{cm})^2}{4} = 1.571 \cdot \text{cm}^2$$

Número de Estribos por metro

$$n_{est} := \left( \text{trunc}\left(\frac{A_{sw} \cdot 1\text{m}}{A_{sw_{10}}}\right) + 1 \right) \text{m}^{-1} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 5 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{m}}$$

Espaçamento

$$s_{\text{est}} := \frac{1}{n_{\text{est}}} = \begin{pmatrix} 16.667 \\ 20 \\ 20 \\ 33.333 \\ 33.333 \\ 33.333 \end{pmatrix} \cdot \text{cm}$$

Espaçamento Mínimo entre os estribos (18.3.3.2)

$$s_{\text{máx}}(V_{\text{Sd}}) := \begin{cases} 0.6 \cdot d & \text{if } V_{\text{Sd}} \leq 0.67 \cdot V_{\text{Rd2}} \\ 0.3 \cdot d & \text{if } V_{\text{Sd}} > 0.67 \cdot V_{\text{Rd2}} \end{cases}$$

$$s_{\text{est\_final}} := \begin{cases} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 5 \\ \quad \left| \begin{array}{l} s_i \leftarrow \begin{cases} \text{trunc} \left( \frac{s_{\text{máx}}(V_{\text{Sd}_i})}{\text{cm}} \right) \text{ cm} & \text{if } s_{\text{est}_i} > s_{\text{máx}}(V_{\text{Sd}_i}) \\ \text{trunc} \left( \frac{s_{\text{est}_i}}{\text{cm}} \right) \text{ cm} & \text{otherwise} \end{cases} \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ s \end{cases} = \begin{pmatrix} 16 \\ 20 \\ 20 \\ 33 \\ 33 \\ 33 \end{pmatrix} \cdot \text{cm}$$

## 14 VERIFICAÇÃO DO ELU DE FADIGA

$$\alpha_e := 10$$

Momentos de fadiga - Combinação frequente

$$\psi_1 := 0.5$$

Em situação de utilização, a única parte do esforço que varia é o momento variável. Assim, o momento máximo inclui a passagem do trem-tipo enquanto que o mínimo corresponde a apenas as cargas permanentes.

$$M_{\text{fad\_máx}} := Mg1 + Mg2 + Mg3 + \psi_1 \cdot Mq$$

$$M_{\text{fad\_mín}} := Mg1 + Mg2 + Mg3$$

$$\sigma_{\text{fad\_máx}} := \left\{ \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 6 \\ \left| \begin{array}{l} \text{variação}_i \leftarrow \alpha_e \cdot \frac{M_{\text{fad\_máx}_i} \cdot e_s(\text{seção}_i)}{I_{lg}} \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{variação} \end{array} \right. = \begin{pmatrix} 0 \\ 13.86 \\ 44.912 \\ 83.147 \\ 116.801 \\ 140.079 \\ 148.588 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{\text{fad\_mín}} := \left\{ \begin{array}{l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 6 \\ \left| \begin{array}{l} \text{variação}_i \leftarrow \alpha_e \cdot \frac{M_{\text{fad\_mín}_i} \cdot e_s(\text{seção}_i)}{I_{lg}} \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ \text{variação} \end{array} \right. = \begin{pmatrix} 0 \\ 10.06 \\ 32.448 \\ 60.549 \\ 85.184 \\ 102.139 \\ 108.412 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$\Delta\sigma_{\text{fad}} := \sigma_{\text{fad\_máx}} - \sigma_{\text{fad\_mín}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.799 \\ 12.464 \\ 22.599 \\ 31.617 \\ 37.94 \\ 40.176 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

Pela Tabela 23.2 da NBR 6118:2014, o limite para a variação de tensão nas armaduras ativas é:

$$\Delta\sigma_{\text{lim}} := 110 \text{MPa}$$

Assim, não há necessidade de aumentar a área protendida para nenhuma seção.

## 15 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE SERVIÇO DE DEFORMAÇÕES EXCESSIVAS

Conforme o item 17.3.2.1.3, por se tratar de armaduras ativas e do limite de formação de fissuras estar respeitado, a rigidez equivalente da peça pode ser considerada igual a  $E_{cs} \cdot I_c$ .

$$E_{cs} = 2.94 \times 10^4 \cdot \text{MPa}$$

$$I_{lg} = 2.668 \times 10^{11} \cdot \text{mm}^4$$

Combinação Frequente dos esforços

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gik} + \Psi_1 F_{qik} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} F_{qjk}$$

Os esforços foram multiplicados por seus respectivos coeficientes e foram lançados na viga no foot, junto com o módulo de excentricidade e com a inércia encontrados, de modo que se obteve o seguinte valor para a flecha imediata:

$$a_{1i} := 25.16 \text{mm}$$

$$a_{2i} := 17.11 \text{mm}$$

$$a_{3i} := 12.26 \text{mm}$$

$$a_{TP} := 18.18 \text{mm}$$

$$a_i := a_{1i} + a_{2i} + a_{3i} + a_{TP} = 7.271 \cdot \text{cm}$$

$$t_{oo} := 2000 \quad t_o := 28$$

Coefficiente de fluência

$$\varphi(t_{oo}, t_o) = 1.792$$

$$a_{total} := a_i \cdot (1 + \varphi(t_{oo}, t_o)) = 20.301 \cdot \text{cm}$$

$$a_{lim} := \frac{L}{250} = 12 \cdot \text{cm}$$

$$a_{total} > a_{lim} = 1$$

Aplicação de contraflecha

$$CF := a_{total} - a_{lim} = 8.301 \cdot \text{cm}$$

$$CF_{adotado} := 8.5 \text{cm}$$

$$CF_{m\acute{a}x} := \frac{L}{350} = 8.571 \cdot \text{cm}$$