UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

MARINA JULIANA VIANA DE CARVALHO

NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SOBRE TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS EM UMA TURMA DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO SEGUNDO A TEORIA DE VAN HIELE

Caruaru
2019

MARINA JULIANA VIANA DE CARVALHO

NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SOBRE TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS EM UMA TURMA DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO SEGUNDO A TEORIA DE VAN HIELE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Grau de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientador: Profª. Drª. Cristiane de Arimatea Rocha.

Caruaru

2019

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

C331n Carvalho, Marina Juliana Viana de.
Nível de pensamento geométrico sobre triângulos e quadriláteros em uma turma do 1º ano do ensino médio segundo a teoria de Van Hiele. / Marina Juliana Viana de Carvalho. - 2019.
51 f. il. : 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.
Inclui Referências.

1. Geometria – Estudo e ensino. 2. Triângulo. 3. Quadrilátero. 4. Modelos geométricos. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 370 (23. ed.) UFPE (CAA 2019-430)

MARINA JULIANA VIANA DE CARVALHO

NÍVEL DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO SOBRE TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS EM UMA TURMA DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO SEGUNDO A TEORIA DE VAN HIELE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em: __12__/__12__/__2019__.

BANCA EXAMINADORA

_____
Profª. Drª. Cristiane de Arimatea Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

_____
Profª Me. Débora Karyna dos Santos Araújo (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

_____
Profº. Me. José Jefferson da Silva (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho ao meu Pai, José Viana de Carvalho (*in memorian*), pelo incentivo, cuidado e zelo que sempre teve comigo.

AGRADECIMENTOS

À Deus, meu maior refúgio.

À meu pai José Viana de Carvalho (*in memorian*), minha mãe Josefa Maria de Carvalho (Nete), meu irmão Jorge Augusto Viana de Carvalho e minha avó Marina Maria da Conceição (*in memoirian*), por todo amor, cuidado e zelo dedicados, e todo esforço que me ajudaram chegar até aqui.

À minha segunda família, Emmanuelle L'amour, Romilson Cabral, Rafael L'amour e Gabriel L'amour, por todo amor, carinho, e apoio de sempre.

Aos meus amigos de curso Thiago Gomes, Monalisa Melo, José Mazinho, Monyck Ferreira (minha gêmea), Aquiles Santos, Rayza Magalhães e Danielle Tavares que caminharam comigo nessa jornada, e principalmente, por sermos tão unidos em momentos de dificuldades. Vocês tornaram as noites mais alegres e o peso do fardo mais leve.

Aos meus amigos de vida, Bruna Batista, Beatriz Caroline, Karol Santos, Ruan Jordão, Nelson Monteiro e Yago Vândson, que sempre estiveram comigo, me incentivando e torcendo pelo meu sucesso.

À amiga Profª Drª Edilma Elayne, por sempre me incentivar nos estudos e por sua contribuição na finalização deste trabalho, muitíssimo obrigada.

À todos os professores do Campus Acadêmico do Agreste, que fizeram parte da minha formação e me transformaram, tanto profissional como pessoal.

Em especial, deixo aqui meus agradecimentos à minha querida orientadora, Profª. Drª. Cristiane de Arimatéa Rocha, pela paciência e dedicação ao nosso trabalho, e por nunca ter me deixado desistir, a você minha eterna gratidão.

RESUMO

O ensino da geometria tem conquistado, nos últimos anos, uma importância maior no cenário da educação e tem sido visto como fator fundamental para o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas no ensino fundamental e médio. O presente trabalho tem como objetivo analisar e identificar o nível de pensamento geométrico de alunos do 1º ano do ensino médio segundo a Teoria de van Hiele, que aborda cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico. Desta forma, foi utilizado como ferramenta para coleta dos dados um questionário abordando problemas referente ao reconhecimento, conceito e propriedades de figuras geométricas planas, em foco triângulos e quadriláteros. Deste modo, através das respostas obtidas e posteriormente analisadas foi possível identificar que os sujeitos analisados classificam-se nos níveis 1 e 2, de visualização e análise, porém é necessário aprimorar ainda mais o ensino da geometria visto que o modelo de raciocínio geométrico segundo a teoria de van Hiele, no qual utilizamos é importante para o auxílio deste ensino e aprendizagem, da forma que dispõe da possibilidade de reconhecer as formas de pensar na esfera da geometria.

Palavras-chave: Figuras Geométricas Planas. Triângulos e Quadriláteros. Pensamento geométrico. Teoria de van Hiele.

ABSTRACT

The teaching of geometry has conquered, in the last years, a bigger importance and has been seen in the scenario of education as a fundamental factor for the development of skills and mathematical abilities on elementary and high school. This work has as objective to analyze and identify high school grade 1 students' levels of geometric thought according to Van Hiele's Theory, which composes five levels of geometric thought. Thus, a quiz with problems regarding recognition, concept and characteristics of flat geometric figures, focusing on quadrilaterals and triangles was used as a tool for data collection. That way, was possible to identify through the obtained and analyzed answers that the individuals are classified on 1st and 2nd levels of visualization and analysis, however is needed to improve even more the teaching of geometry keeping in mind that the geometric reasoning model according to Van Hiele's theory, whereupon we used is important for the aid of this learning and teaching , in the way that makes it possible to recognize ways of thinking in the geometrical sphere.

Keywords: Flat Geometric Figures. Triangles and Quadrilaterals. Geometric Thought. Van Hiele's Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Triângulo ABC.....	14
Figura 2	Triângulo ABC – classificação quanto aos lados.....	15
Figura 3	Triângulo ABC – classificação quanto aos ângulos.....	16
Figura 4	Exemplos de quadriláteros.....	16
Figura 5	Trapézio.....	17
Figura 6	Tipos de Trapézio.....	18
Figura 7	Paralelogramo.....	18
Figura 8	Retângulo.....	18
Figura 9	Losango.....…….....…….....……..	19
Figura 10	Quadrado.....	19
Figura 11	Níveis de Pensamento Geométrico.....	21
Figura 12	Resposta do aluno A12 (Questão 1).....	34
Figura 13	Resposta do aluno A40 (Questão 1).....	34
Figura 14	Resposta do aluno A30 (Questão 3).....	36
Figura 15	Resposta do aluno A02 (Questão 3).....	36
Figura 16	Resposta do aluno A23 (Questão 3).....	36
Figura 17	Resposta do aluno A03 (Questão 4).....	37
Figura 18	Resposta do aluno A06 (Questão 5).....	38
Figura 19	Resposta do aluno A13 (Questão 7).....	38
Figura 20	Resposta do aluno A27 (Questão 2).....	39
Figura 21	Resposta do aluno A15 (Questão 2).....	40
Figura 22	Resposta do aluno A05 (Questão 6).....	41
Figura 23	Resposta do aluno A06 (Questão 8).....	42

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Questão 1 do questionário (Nível 1).....	21
Quadro 2	Questão 7 do questionário (Nível 2).....	22
Quadro 3	Questão 8 do questionário (Nível 3).....	23
Quadro 4	Questão 1 do questionário (Nível 1).....	28
Quadro 5	Questão 3 do questionário (Nível 2).....	28
Quadro 6	Questão 4 do questionário (Nível 2).....	29
Quadro 7	Questão 5 do questionário (Nível 2).....	29
Quadro 8	Questão 7 do questionário (Nível 2).....	30
Quadro 9	Questão 2 do questionário (Nível 3).....	30
Quadro 10	Questão 6 do questionário (Nível 3).....	31
Quadro 11	Questão 8 do questionário (Nível 3).....	32

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1	Resultado estatístico da questão de Nível 1.....	33
Gráfico 2	Resultado estatístico das questões de Nível 2.....	35
Gráfico 3	Resultado estatístico das questões de Nível 3.....	43
Gráfico 4	Resultado estatístico geral das questões.....	44

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO .....**	**12**
2	**FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS: Adentrando ao universo dos triângulos e quadriláteros.....**	**14**
2.1	TRIÂNGULOS	14
2.2	QUADRILÁTEROS	16
3	**TEORIA DE VAN HIELE.....**	**20**
3.1	NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO	20
4	**METODOLOGIA..……..……..**	**26**
4.1	O INSTRUMENTO DE COLETA	27
4.1.1	**Questionário…..…..…….....**	**27**
4.1.1.1	Questões propostas no questionário de competência do nível 1.....	27
4.1.1.2	Questões propostas no questionário de competência do nível 2.....	28
4.1.1.3	Questões propostas no questionário de competência do nível 3.....	30
5	**ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....**	**33**
5.1	ANÁLISE DAS QUESTÕES DO NÍVEL 1.....	33
5.2	ANÁLISE DAS QUESTÕES DO NÍVEL 2.....	34
5.3	ANÁLISE DAS QUESTÕES DO NÍVEL 3.....	39
6	**CONSIDERAÇÕES FINAIS.....**	**45**
	REFERÊNCIAS.....	**47**
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO.....	**48**

1 INTRODUÇÂO

A Geometria, durante décadas de 1980 e 1990, estava em segundo plano na abordagem dos conteúdos matemáticos escolares, ficando nos capítulos finais dos livros didáticos, nos documentos de orientação curricular e nos cursos de formação de professores. Com a divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de 1997 a 2000 para os diferentes níveis de escolarização que traz a divisão da Matemática de quatro blocos de conteúdos distribuindo ao longo da Educação Básica em Espaço e Forma, Tratamento da Informação, Número e Operações e Grandezas e Medidas. Além disso, o Programa Nacional de Livro Didático (PNLD) começou a discussão sobre a disposição e a distribuição de tais blocos ao longo das coleções do livro didático.

Dessa forma, algumas dessas mudanças chegaram no currículo atual de Pernambuco, no documento Currículo de Matemática para o Ensino Fundamental e/ou Médio com Base nos Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco apresenta para cada bimestre a distribuição de todos eixos de matemática, buscando a integração entre eles com base no currículo espiral discutido por Bruner no qual “as ideias devem ser elaboradas e reelaboradas em sucessivas aproximações, permitindo a construção de uma compreensão ampliada”(LIMA, 2017, p.425).

Lorenzatto (1995) justifica a necessidade de ter Geometria na escola pelo fato de que sem ela as pessoas não desenvolvem o pensamento geométrico ou até mesmo o raciocínio visual, visto que sem esta habilidade torna-se mais difícil resolver situações do cotidiano envolvendo geometria, no qual não poderão aplicá-la como facilitadora para a compreensão de questões de outras áreas do conhecimento.

A função da Geometria também está contida nos documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais, onde deixa claro a importância de “desenvolver capacidades cognitivas fundamentais” (BRASIL, 1998, p. 16).

É claro que ainda hoje há muitos professores que não se dedicam ao estudo dos conteúdos de Geometria e não dão a devida importância desempenhada nos livros didáticos.

Em contrapartida é importante que o profissional esteja aberto a mudanças, já que diversas pesquisas vêm focalizando diferentes aspectos da construção do pensamento geométrico que contribuem na execução das aulas além de investigar as dificuldades dos alunos e o que acontece.

Nesse sentido, o casal Dina e Van Hiele decidiram investigar o déficit de seus alunos ao resolver atividades de geometria e apresentaram a *Teoria de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico*, com a importante finalidade de determinar que os alunos avancem no conhecimento seguindo níveis ordenados hierarquicamente.

O interesse de investigar o estudo de figuras geométricas planas ligada ao pensamento de van Hiele surgiu do auto questionamento em relação as dificuldades dos alunos no Ensino Médio quanto a compreensão dos conceitos geométricos, em foco triângulos e quadriláteros, visto que os estudos do casal se deu pela mesma dificuldade com o ensino de geometria.

Assim, levantamos o seguinte questionamento a ser pesquisado com alunos no 1º ano do Ensino Médio "*A partir da resolução de problemas envolvendo figuras geométricas planas, em qual nível de pensamento geométrico segundo o modelo de Van Hiele estão os alunos no 1º ano do Ensino Médio?"*

Propomos como objetivo geral *Analisar os níveis de pensamento geométrico sobre figuras geométricas planas de alunos no 1º ano do Ensino Médio.*

Para atender as demandas da pesquisa, sistematizamos os seguintes objetivos específicos:

- *Verificar os conceitos e/ou propriedades sobre os conteúdos geométricos de triângulos e quadriláteros;*
- *Identificar os níveis de pensamento geométrico dos alunos na ótica da Teoria de Van Hiele.*

Nossa pesquisa foi distribuída da seguinte forma: No capítulo 2 discutiremos sobre figuras geométricas planas, afim de evidenciar triângulos e quadriláteros, apresentando o conceito e as propriedades de cada uma das figura perspectiva de alguns autores como: Dolce e Pompeo (2005), Costa (2016).

No capítulo 3 falaremos uma breve apresentação sobre a Teoria de van Hiele, com os cinco níveis de pensamento geométrico propostos, as fases de aprendizagem, as propriedades e apresentaremos exemplos referente a cada nível. No capítulo 4, trazemos aspectos metodológicos, o instrumento de coleta e os sujeitos da pesquisa.

No capítulo 5 abordaremos a análise e discussões a partir dos dados apanhados. E por fim, no capítulo 6 discorremos as considerações finais.

2 FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS: Adentrando ao universo dos triângulos e quadriláteros.

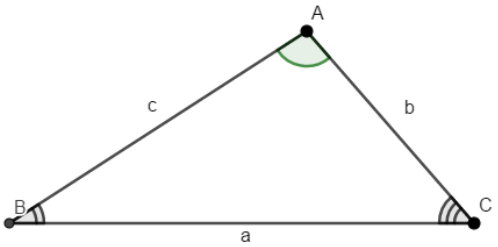
Neste capitulo discutiremos sobre figuras geométricas planas, afim de evidenciar triângulos e quadriláteros, apresentando o conceito e as propriedades de cada uma das figuras.

2.1 TRIÂNGULOS

Os principais conceitos correspondentes à triângulos são: **definição, elementos e classificação**.

No livro *Fundamentos da Matemática Elementar 9 – Geometria Plana* (2005) apresenta a seguinte definição de triângulo: “Dados três pontos, A, B e C não colineares, à reunião dos seguimentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se *triângulo* ABC.” (DOLCE e PONPEO, 2005, p. 36), Como representamos na figura abaixo:

Figura 1 – Triângulo ABC



FONTE: A autora, 2019

Denota-se, o triângulo $ABC = \Delta ABC$.

Portanto, temos que $\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{AC} \cup \overline{BC}$.

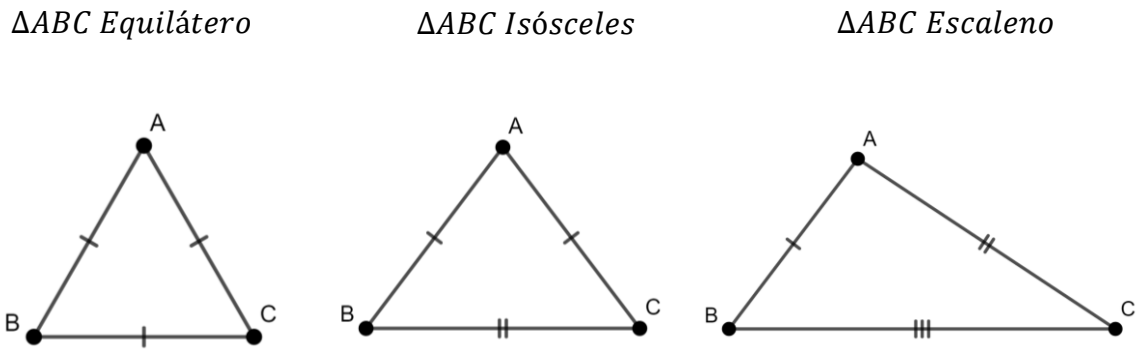
Em relação a composição dos elementos de um triângulo, temos que os pontos $A, B\ e\ C$ são **vértices** do triângulo ΔABC. Os seguimentos $\overline{AB} = c, \overline{AC} = b\ e\ \overline{BC} = a$, correspondem a medida dos **lados,** e a soma da medida do seguimento dos lados é igual ao seu **perímetro**. Os ângulos $B\hat{A}C = \hat{A}$, $A\hat{B}C = \hat{B}\ e\ A\hat{C}B = \hat{C}$ são **ângulos internos** do ΔABC.

Segundo Dolce e Pompeo (2005), os triângulos podem ser classificados em duas características simples: em relação aos comprimentos de seus lados ou em relação às medidas de seus ângulos internos, como apresentamos a seguir.

Seja ΔABC um triângulo, quanto aos seus lados podemos classificar em:

- **Equilátero** se e somente se, todos os lados forem congruentes ($\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$).
- **Isósceles** se, e somente se, apresentarem dois lados congruentes ($\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$).
- **Escaleno** se, e somente se, nenhum dos lados forem congruentes ($\overline{AB} \neq \overline{AC} \neq \overline{BC} \neq \overline{AB}$).

Figura 2 – Triângulo ABC – classificação quanto aos lados.

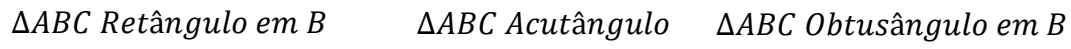


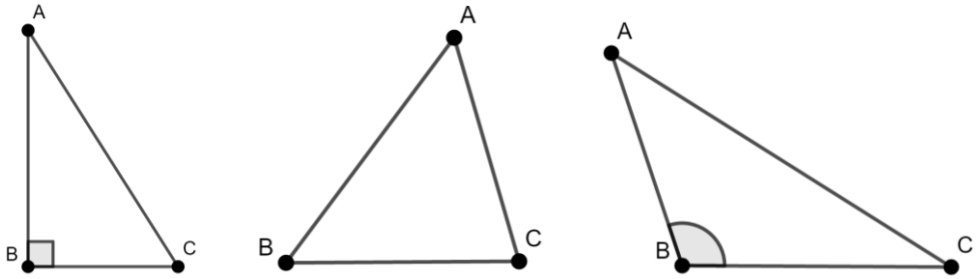
FONTE: A autora, 2019

Quanto aos ângulos, o ΔABC classificamos em:

- **Retângulo** se, e somente se, apresentar um ângulo reto ($= 90°$).
- **Acutângulo** se, e somente se, todos os seus ângulos forem agudos. ($< 90°$)
- **Obtusângulo** se, e somente se, um dos ângulos for obtuso. ($> 90°$)

Figura 3 – Triângulo ABC – Classificação quanto aos ângulos.



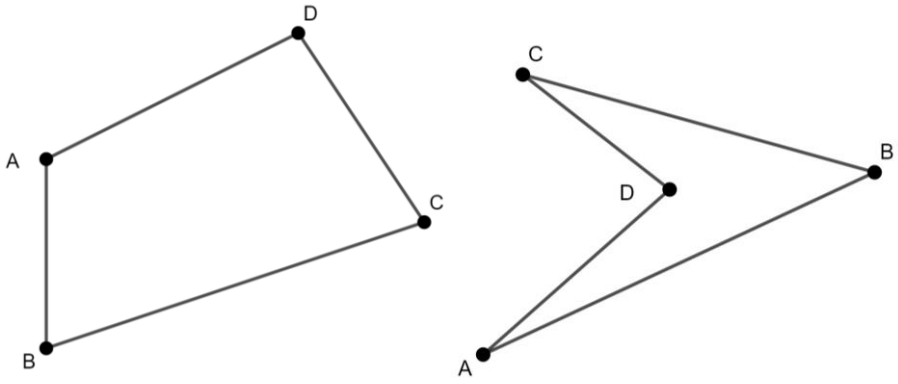


FONTE: A autora, 2019

2.2 QUADRILÁTEROS

Consideremos $A, B, C\ e\ D$ quatro pontos quaisquer no plano, que sejam distintos e não colineares. Se $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}\ e\ \overline{AD}$ são seguimentos de reta e se interceptam em suas extremidades, então o encontro desses seguimentos formam um **quadrilátero**. Deste modo "*o quadrilátero é um polígono simples de quatro lados*" (Dolce e Pompeo 2005, p. 99) como podemos ver o quadrilátero $ABCD$ = ABCD = $\overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{CD} \cup \overline{AD}$, assim como representamos na figura abaixo:

Figura 4 : Exemplos de quadrilátero



$ABCD\ convexo$ $ABCD\ não\ convexo$

FONTE: A autora, 2019

Podemos considerar $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$, como os **lados** do quadrilátero, no entanto $\hat{A} = D\hat{A}B, B = A\hat{B}C, \hat{C} = B\hat{C}D\ e\ \hat{D} = C\hat{D}A$ são **ângulos internos** e os seguimentos $\overline{AC}\ e\ \overline{BD}$ são as **diagonais** desta figura.

Em suas discursões, Costa (2016) nos diz que:

> No campo da Geometria, podemos encontrar duas famílias de quadriláteros, a dos quadriláteros notáveis e a dos quadriláteros não notáveis. Os notáveis são formados pelos paralelogramos e pelos trapézios, enquanto que os não notáveis, são constituídos pelos quadriláteros que não pertencem às famílias dos paralelogramos e dos trapézios. (COSTA, 2016, p. 53)

Dessa forma, os quadriláteros não notáveis são representados por quadriláteros não convexos, como mostra no lado esquerdo da figura 4.

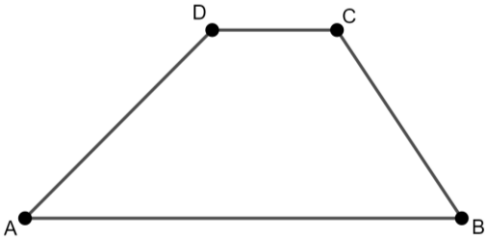
Em nossa pesquisa buscamos investigar os quadriláteros notáveis formados por **trapézios**, **paralelogramos**, sendo este último seguido de **retângulo**, **losango** e **quadrado**.

A seguir, de forma sucinta, definiremos os quadriláteros notáveis citados anteriormente.

- **Trapézio**

Podemos definir trapézio como um quadrilátero que possui dois lados paralelos $(\overline{AB}//\overline{CD})$, chamados de bases do trapézio, o lado maior é chamado de base maior $(\overline{AB})$ e o lado menor é chamado de base menor $(\overline{CD})$**,** como mostra a figura 5 abaixo um exemplo de representação de um trapézio.

Figura 5: Trapézio



FONTE: A autora, 2019

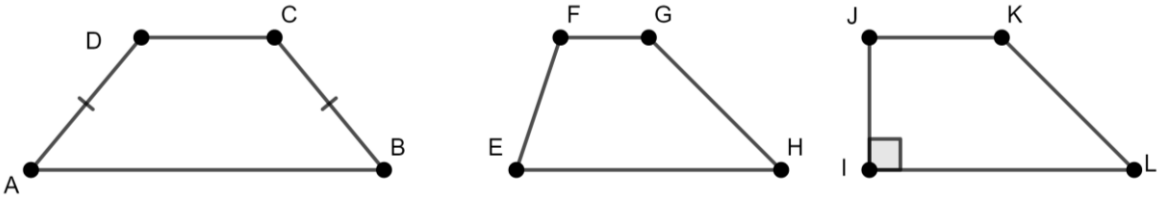
De acordo com os outros lados (não correspondentes a base), temos que os trapézios podem ser classificados em três tipos:

- **Trapézio isósceles,** apresenta estes lados opostos não paralelos congruentes.
- **Trapézio escaleno,** não apresenta congruência entre estes lados opostos.
- **Trapézio retângulo,** apresenta dois ângulos internos retos.

E podem ser representados na figura 6 a seguir:

Figura 6: Tipos de trapézio

$ABCD\ Trapézio\ isósceles$ $EFGH\ Trapézio\ escaleno$ $IJKL\ Trapézio\ retângulo$

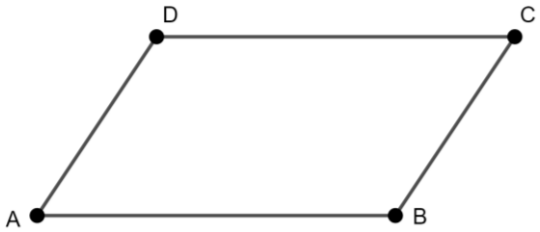


FONTE: A autora, 2019

- **Paralelogramo**

Um quadrilátero é paralelogramo se, e somente se, apresentar lados opostos paralelos. Portanto, $ABCD$ é paralelogramo se $\overline{AB}//\overline{CD}$ e $\overline{AD}//\overline{BC}$.

Figura 7: Paralelogramo



FONTE: A autora, 2019

- **Retângulo**

Um quadrilátero é retângulo se, e somente se, apresentar quatro ângulos congruentes. $ABCD$ é retângulo, quando $\hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D}$.

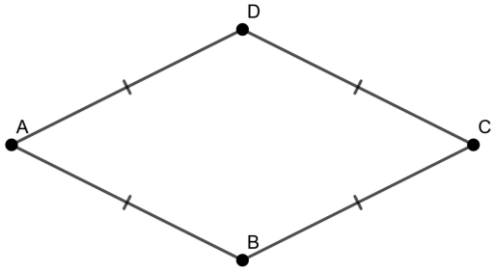
Figura 8: Retângulo

FONTE: A autora, 2019

- **Losango**

Podemos dizer que um quadrilátero é losango se, e somente se, o mesmo possuir quatro lados congruentes. Deste modo, $ABCD$ é losango quando $\overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{AD}$.

Figura 9: Losango



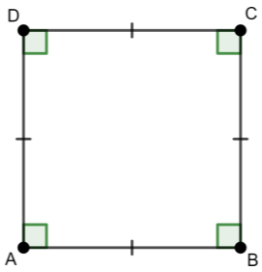
FONTE: A autora, 2019

- **Quadrado**

Um quadrilátero é considerado quadrado se, e somente se, apresentar lados e ângulos congruentes.

$ABCD$ é quadrado se, e somente se, $\overline{AB} \equiv \overline{BC} \equiv \overline{CD} \equiv \overline{AD}$ e $\hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D}$.

Figura 10: Quadrado



FONTE: A autora, 2019

3 TEORIA DE VAN-HIELE

Nos anos 50, os professores Dina van Hiele e Pierre Van Hiele notaram que seus alunos apresentavam dificuldades em resolver atividades de Geometria, embora possuíssem bons desempenhos em outros conteúdos matemáticos. Decidiram investigar esse déficit e iniciaram uma pesquisa na Universidade de Utretch. Em 1957, após concluir sua pesquisa Pierre apresentou a *Teoria de van Hiele para o desenvolvimento do raciocínio em Geometria*, a fim de analisar o processo que ocorre na aprendizagem da Geometria. Deste modo, notou que a instrumentação e o estímulo recebidos são determinantes para que o indivíduo alcance certo nível de desenvolvimento do seu pensamento geométrico.

Esta Teoria estabelece cinco níveis hierárquicos, afim de que o aluno só atinge determinado nível de raciocínio em Geometria após passar por todos os níveis inferiores, assim como afirma Nasser (2004):

> "O modelo de van Hiele estabelece que os alunos progridem na aprendizagem de geometria seguindo níveis de conhecimento ordenados hierarquicamente, no sentido em que um aluno não pode atingir um nível sem que esteja dominando completamente todos os níveis anteriores." (NASSER, 2004, p. 77)

Segundo Oliveira e Grazire (2012):

> Estudos sobre a aquisição da compreensão, à luz de diversas psicologias de aprendizagem e de pensamento, levaram P.M. van Hiele a considerar a existência de diferentes níveis de pensamento sobre conceitos geométricos, sugerindo que os estudantes passam por vários níveis de pensamento no seu progresso, desde o mero reconhecimento de formas geométricas até serem capazes de construir provas geométricas formais. Assim, surgiu a "teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele". (OLIVEIRA E GRAZIRE, 2012, p 7)

Os cinco níveis do pensamento geométrico representados por Van Hiele, são: **Visualização, Análise, Dedução informal, Dedução formal e Rigor,** e serão apresentados a seguir.

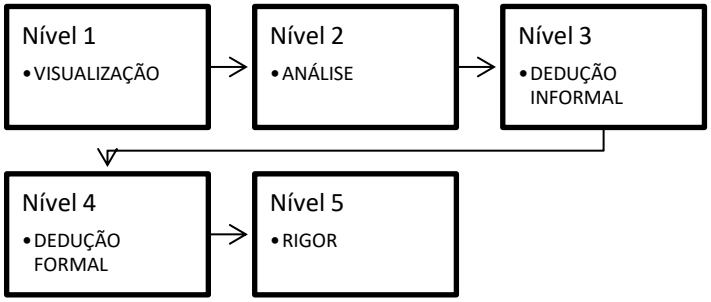
3.1 NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Os níveis de pensamento geométrico servem como instrumento de avaliação da aprendizagem do desenvolvimento das habilidades dos alunos em Geometria.

Cada nível traz uma característica que auxilia para o próximo sendo fundamental para a passagem de um nível para o outro seguinte, salientando que cada aluno pensa em níveis diferentes, de modo também distintos dos professores.

Usiskin (1982), citado por Oliveira (2012) afirma que é necessário considerar três aspectos básicos no desenvolvimento desta teoria, que são: a existência de níveis de pensamento geométrico (os níveis); o movimento de um nível para o próximo (fases de aprendizagem) e as propriedades que os caracterizam. Deste modo, iniciamos descrevendo sinteticamente os níveis da teoria de van Hiele. (CÂMARA DOS SANTOS; COSTA, 2015)

Figura 11: Níveis de pensamento de van Hiele.



FONTE: A Autora, 2019.

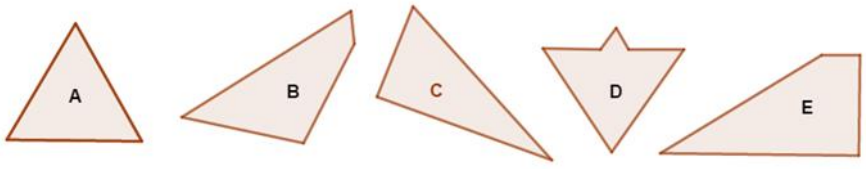
Nível 1 – VISUALIZAÇÃO

Nesse primeiro estágio, os alunos reconhecem, comparam e nomeiam as figuras geométricas, como por exemplo, conseguem identificar triângulos, quadriláteros, losangos, etc., por sua forma e não por características próprias.

Exemplo:

Quadro 1 – Questão 1 do questionário.

1. Assinale a(s) figura(s) que correspondem a um triângulo:



FONTE: A autora, 2019

O exemplo acima, é uma das questões propostas no nosso questionário; está classificada no nível 1 – visualização – visto que é necessário somente o reconhecimento e a identificação da figura.

Nível 2 – ANÁLISE

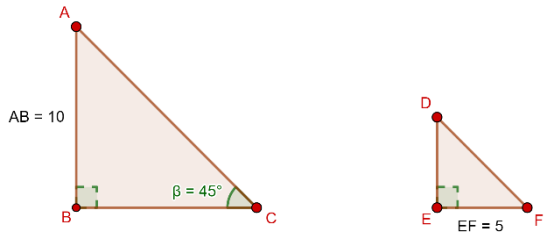
No segundo estágio, os alunos são capazes de analisar os componentes das figuras, além de reconhecer características específicas e tem habilidade para resolver alguns problemas.

Exemplo:

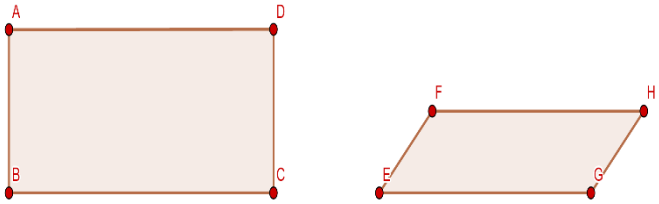
Quadro 2 – Questão 7 do questionário.

7. Observe as figuras abaixo e cite todas as informações possíveis e/ou que souber sobre triângulos e quadriláteros.

a) Triângulos



b) Quadrilátero



FONTE: A autora, 2019

Nível 3 – DEDUÇÃO INFORMAL

Nesse estágio, os alunos permitem-se classificar as propriedades das figuras e suas relações, compreendendo o significado visto que uma propriedade pode decorrer da outra, além de apresentar uma argumentação lógica informal.

Exemplo:

Quadro 3 – Questão 7 do questionário.

8. Utilizando a malha milimetrada construa as seguintes figura geométricas planas:

- Losango
- Figura de quatro lados, ângulos opostos congruentes e lados opostos congruentes.
- Figura de quatro lados, dois lados opostos paralelos, dois ângulos retos.
- Paralelogramo.

FONTE: A autora, 2019

Nível 4 – DEDUÇÃO FORMAL

No quarto estágio, os alunos têm capacidade e domínio do processo dedutivo, podendo compreender o significado intrínseco de demonstração. Neste nível, compete ao aluno identificar axiomas e postulados, e construir demonstrações.

Nível 5 – RIGOR

Nesse quinto e último estágio, Câmara dos Santos (2015) afirma que este nível estabelece processos matemáticos, no qual o discente compreende diferentes sistemas axiomáticos, além de poder trabalhar com geometria não euclidiana.

Para que ocorra um avanço de um nível para o próximo, van Hiele estabelece cinco fases que acompanham os modelos de sua teoria e são fundamentais para a evolução da aprendizagem, são elas: **Informação; Orientação dirigida; Explicação; Orientação livre e Integração.**

Fase 1 – Informação

O professor apresenta o conteúdo e o aluno tem o primeiro contato com o material a ser trabalhado. Nesse momento pode-se observar o conhecimento prévio dos alunos quanto ao assunto que será visto.

Fase 2 – Orientação dirigida

Os alunos, orientados pelo professor, devem explorar o estudo de atividades selecionadas.

Fase 3 – Explicação

O professor deve incentivar o aluno à argumentar suas experiências e apresentar suas ideias para ele e os demais alunos, consolidando conceitos adquiridos na fase anterior.

Fase 4 – Orientação livre

O professor propõe tarefas mais complexas, onde o aluno já consegue colocar em prática todo o conhecimento absorvido nas fases anteriores.

Fase 5 – Integração

Todos os pontos trabalhados nas fases anteriores devem ser revistos e sintetizados afim de construir uma visão geral global dos conhecimentos adquiridos.

Para Crowley (1994), a existência de propriedades que caracterizam os níveis de pensamento geométrico são essenciais para os educadores, podendo interferir positivamente nas decisões que se refere ao ensino da geometria. Portanto, apresentaremos a seguir a propriedades que caracterizam este modelo.

– Sequencial

O aluno deve passar pelos níveis seguindo uma sequência, na qual para a compreensão de um nível, é necessário ter assimilado bem as estratégias do nível anterior.

– Avanço

O progresso do aluno dependerá mais do conteúdo e dos métodos de ensino trabalhados do que da maturidade do mesmo. Podendo estabelecer um desenvolvimento de um nível para um seguinte, ou um retardo impedindo que o avance.

– Intrínseco e Extrínseco

O conteúdo estudado atrelado a um determinado nível, torna-se objeto do nível seguinte.

– Linguística

Cada nível tem seus símbolos linguísticos e suas próprias ligações correspondentes, no qual o que se considera certo em um determinado nível pode ser alterado em outro.

– Combinação Inadequada

Curso, aluno e nível devem estar ligados, para que haja absorção do conhecimento por parte do aluno, se esses estiverem um nível acima o aluno não consegue acompanhar.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo apresentaremos os métodos e recursos que utilizamos nesta pesquisa, falaremos sobre a escolha do conteúdo, a construção do instrumento para a coleta de dados, os participantes escolhidos para o estudo, como foi o processo de aplicação e as análises.

Segundo Godoy (1995), na pesquisa qualitativa preocupa-se mais com o processo do que simplesmente com o resultado, tendo como objetivo verificar como se deu determinado acontecimento.

“Os pesquisadores qualitativos tentam compreender os fundamentos que estão sendo estudados a partir da perspectiva dos participantes.” (GODOY, 1995).

A escolha da nossa pesquisa em abordarmos o conteúdo de Figuras Geométricas Planas, partiu da inquietação de que os alunos mesmo estando no 1ª ano do Ensino Médio ainda apresentam dificuldades na compreensão de conceitos geométricos, tais como, reconhecer, identificar e caracterizar triângulos e quadriláteros quanto a sua forma e suas propriedades específicas, tendo em vista que essa dificuldade já vem herdada de anos anteriores do ensino fundamental, uma vez que segundo van Hiele não há relação entre idade e aprendizagem adequada, e cabe ao professor selecionar atividades de geometria que o aluno possa compreender, como vemos nos PCNs,

> As atividades de Geometria são muito propícias para o que o professor construa junto com seus alunos um caminho que a partir de experiências concretas leve-os a compreender a importância e a necessidade da prova legitimar as hipóteses levantadas.” (BRASIL, 1998, p. 126)

Pensando assim, para obtermos dados, foi utilizado como instrumento de coleta um questionário contendo oito questões, distribuídas em questões fechadas e abertas, contendo problemas referentes ao reconhecimento, conceito e propriedades de triângulos e quadriláteros a fim de investigar para a análise dos níveis de pensamento geométrico que os alunos apresentavam, assim como propõe a Teoria vanhieliana.

O questionário proposto foi aplicado em uma turma do 1º ano do Ensino Médio (1º C), ocorrendo no primeiro semestre no ano letivo, em junho de 2019, onde contou com a participação de 40 alunos da rede pública estadual de uma Escola de Referência em Ensino Médio (EREM), localizada no Município do Bonito – PE. O mesmo foi aplicado durante o horário da aula de Matemática desta escola, sob

observação do professor da disciplina e da autora, com uma duração média de 40min para que os alunos respondessem.

Após a aplicação, deu-se em sequência a análise dos dados que foram apanhados, com a finalidade de investigar as estratégias e meios de resolução que os alunos utilizaram e quais os níveis alcançaram.

4.1 O INSTRUMENTO DE COLETA

Em nossa pesquisa apresentamos o estudo apenas dos três primeiros níveis da Teoria de van Hiele, o nível 1 – **visualização** –, nível 2 – **análise** – e nível 3 – **dedução informal** –, visto que, teoricamente os alunos não atingiriam o nível 4 – **dedução formal** – nem tampouco o nível 5 – **rigor** –.

De acordo com o PCN, “Os problemas de Geometria vão fazer com que o aluno tenha seus primeiros contatos com a necessidade e as exigências estabelecidas por um raciocínio dedutivo”. (BRASIL, 1998, p. 86) Embora dentro dos níveis que trabalhamos não houvesse necessidade de uma explanação formal e axiomática.

Assim, construímos um questionário composto por oito questões de forma que correspondesse aos níveis de Van Hiele, organizados da seguinte maneira: a questão 1, compete ao nível 1, Visualização. As questões 3, 4, 5 e 7 foram classificadas no nível 2, de Análise; E por fim, as questões 2, 6 e 8 requer o alcance ao nível 3, de Dedução informal.

4.1.1 Questionário

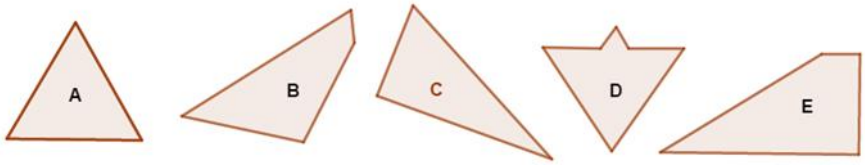
No intuito de indentificar os níveis de pensamento geométrico, criamos um questionário estruturado nos níveis descritos por van Hiele, respeitando a hierarquia entre os níveis, no qual para estar no nível seguinte é necessário que tenha passado pelo nível anterior.

4.1.1.1 Questões propostas no questionário de competência do nível 1

Partindo do princípio da Teoria de van Hiele, a questão 1 que aparece no quadro abaixo classificada no nível de Visualização, tendo como objetivo analisar se

os alunos conseguiriam visualmente identificar figuras triangulares. Portanto, para esta questão haviam apenas duas figuras correspondentes, *a* e *c*.

Quadro 4 : Questão 1 do questionário

Questão 1
Assinale a(s) figura(s) que correspondem a um triângulo: 

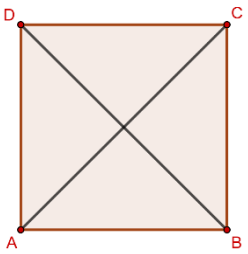
FONTE: A autora, 2019

4.1.1.2 Questões propostas no questionário de competência do nível 2

As questões 3, 4, 5 e 7 foram classificadas no nível de Análise, onde propõe que o estudante consiga perceber as propriedade das figuras e também descrevê-las, além de poder usar as propriedades para construí-las.

A questão 3 do nosso questionário, traz consigo cinco afirmativas com características que podemos encontrar em um quadrado, além da ilustração da figura para melhor visualização e análise. O que se espera do aluno é que ele associe as propriedades à imagem apresentada e note que todas as afirmativas correlacionam a figura, logo a alternativa que deve ser assinalada é a *V*.

Quadro 5: Questão 3 do questionário

Questão 3
No quadrado ABCD, as linhas AC e DB são denominadas de diagonais. Marque a(s) afirmativa(s) que se refere à todos os quadrados. I. Têm quatro ângulos retos. II. Possui diagonais de mesmo comprimento. III. Têm 4 ângulos iguais. IV. Têm lados opostos paralelos. V. Todas as alternativas são verdadeiras.   

FONTE: A autora, 2019

Na questão 4, requer que o aluno identifique através das características dadas quanto aos ângulos de um determinado quadrilátero se a afirmativa é correspondente a figura citada, seguido de uma justificativa influenciada pela resposta anterior e espera-se também que o aluno consiga citar qual(ais) os tipos de quadriláteros possíveis.

Quadro 6: Questão 4 do questionário

Questão 4
Sabendo que E, F, G e H são ângulos de medidas iguais do quadrilátero EFGH; podemos afirmar que EFGH é um quadrado? Por quê? Que tipo de quadrilátero é EFGH?

FONTE: A autora, 2019

Na questão 5, é necessário que haja conhecimento em relação as propriedades do paralelogramo, podendo afirmar se as figuras são correspondentes e justificar os aspectos que apresentam.

Quadro 7: Questão 5 do questionário

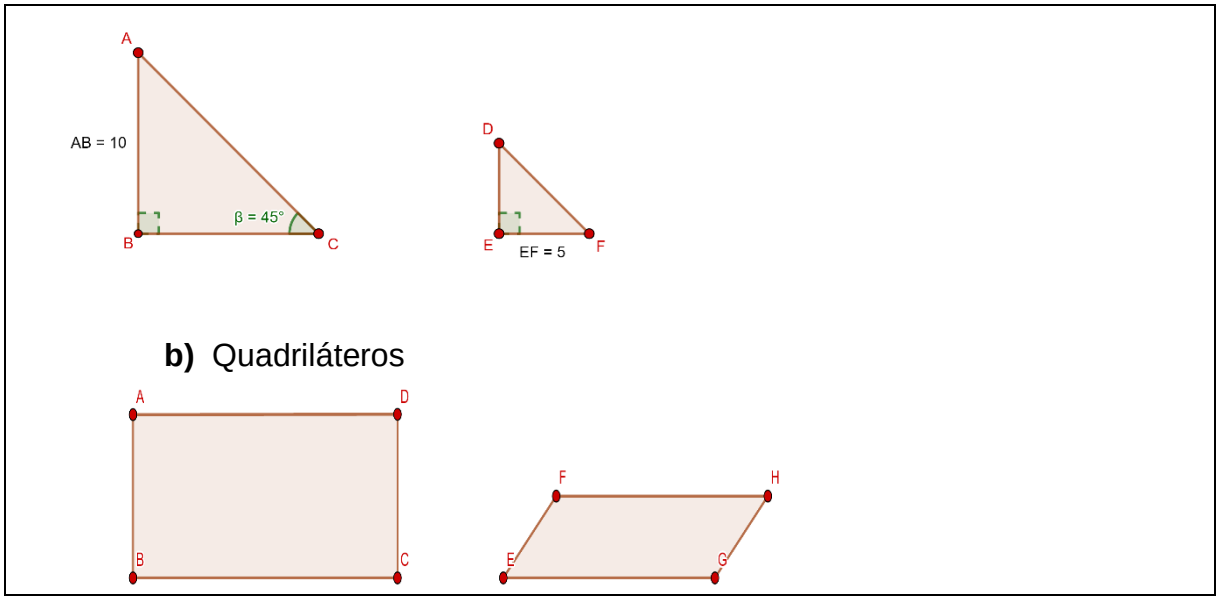
Questão 5
Podemos dizer que todo retângulo é também um paralelogramo? Por quê?

FONTE: A autora, 2019

Ainda referente ao nível 2 de pensamento geométrico, na questão 7 espera-se que o aluno consiga apresentar ao menos uma informação que caracterize figuras triangulares e quadrangulares.

Quadro 8: Questão 7 do questionário

Questão 7
Observe as figuras abaixo e cite todas as informações possíveis e/ou que souber sobre triângulos e quadriláteros. **a)** Triângulos



FONTE: A autora, 2019

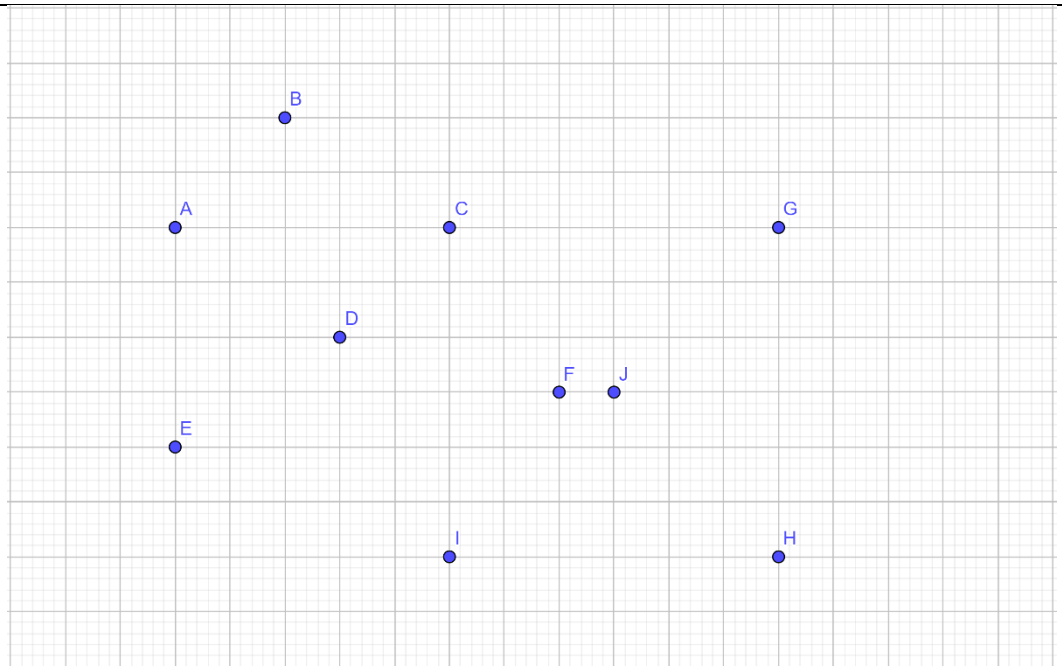
4.1.1.3 Questões propostas no questionário de competência do nível 3

As questões 2, 6 e 8 foram classificadas no nível 3, onde pretende que o estudante apresente habilidade de dedução informal, a fim de reconhecer as inter-relações entre os diferentes tipos de figuras e ser capaz de construir outras figuras a partir de suas propriedades.

Na questão 2, espera-se que o aluno reproduza as figuras geométricas a partir dos seguimentos de retas dados e identifique a figura geométrica que se formar, de modo que apresente a melhor classificação.

Quadro 9: Questão 2 do questionário

Questão 2
Na malha milimetrada construa os trajetos a partir dos seguimentos abaixo e identifique as figuras geométricas finais. I. AE, ED, DA II. AB, BC, CD, DA III. BD, DF, FG, GB IV. CD, DI, IF, FC V. CI, IH, HC VI. CD, DI, IC



FONTE: A autora, 2019

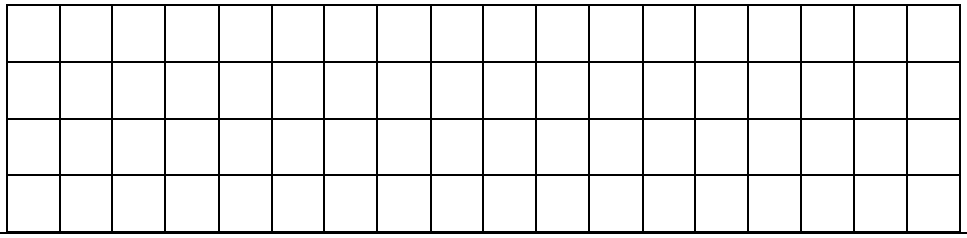
Nas questões 6 e 8, classificadas também no nível de dedução informal, deseja-se que o aluno possa a partir das informações apresentadas, seja por componente figural e/ou por sua nomenclatura, construir figuras geométricas planas utilizando malha quadrada e quadriculada, como vemos no quadro 10 e quadro 11, respectivamente.

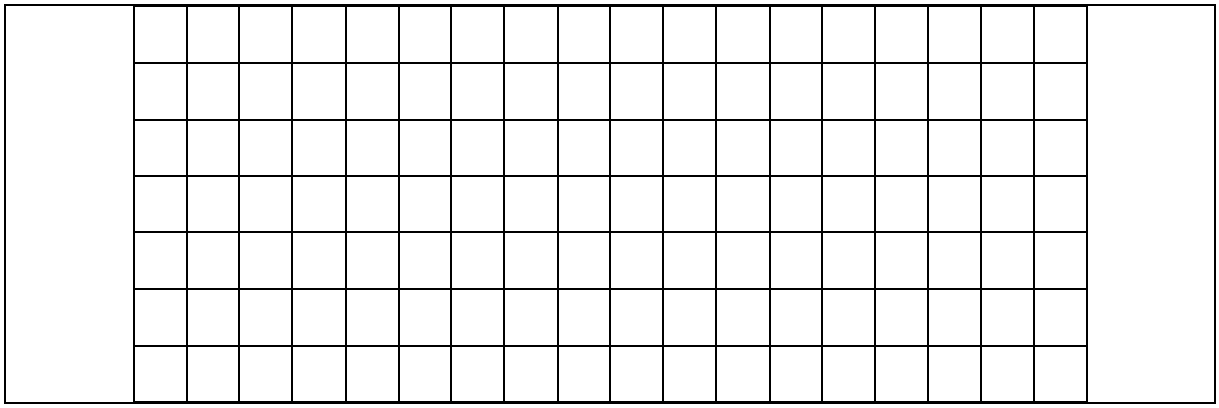
Quadro 10: Questão 6 do questionário

Questão 6

Utilizando a malha quadrada reproduza os desenhos de acordo com as informações da tabela a seguir:

Figura de três lados, dois lados iguais e um ângulo reto	Triângulo acutângulo
Triângulo escaleno	Figura de três lados congruentes





FONTE: A autora, 2019

Quadro 11: Questão 8 do questionário

Questão 8
Utilizando a malha milimetrada construa as seguintes figura geométricas planas: ▪ Losango ▪ Figura de quatro lados, ângulos opostos congruentes e lados opostos congruentes. ▪ Figura de quatro lados, dois lados opostos paralelos, dois ângulos retos. ▪ Paralelogramo.

FONTE: A autora, 2019

As questões do nosso questionário foram distribuídas aleatoriamente sem respeitar a sequência dos níveis, com a intenção de observar se de fato, de acordo com van Hiele é necessário ordenar hierarquicamente.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

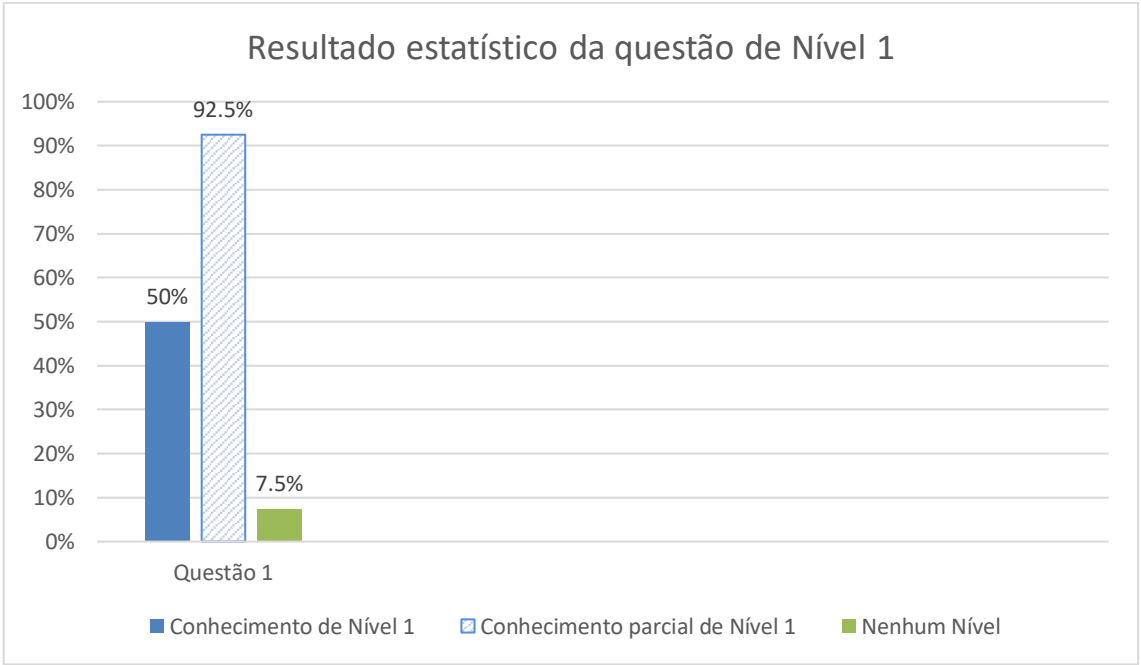
5.1 ANÁLISE DA QUESTÃO DO NÍVEL 1

Considerando o nível 1, na questão 1, no qual possibilitava a visualização de múltiplas figuras triangulares 50% dos alunos marcaram corretamente as figuras correspondentes (letras *a* e *c*) e demonstram a habilidade de visualização necessária. Em paralelo ao fato verifica-se uma percentual gênero de alunos que sinalizaram apenas uma das figuras triangulares. Esta resposta pode ser atribuída a dois fatores distintos e/ou não convergentes.

Primeiro a má interpretação da questão e segundo, a ausência de percepção visual de uma das figuras triangulares por estar em uma posição não prototípica, o que indica o desconhecimento do desenho da mesma figura estando em outra posição.

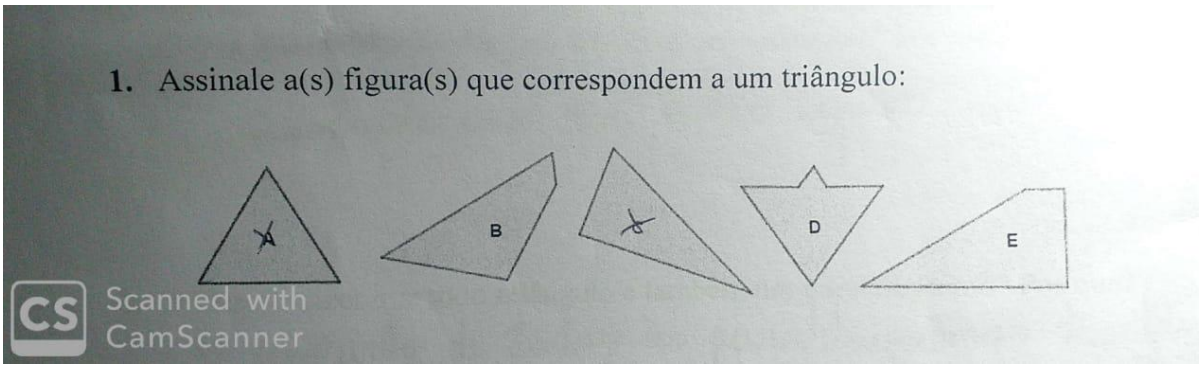
O gráfico 1, apresenta o resultado atingido pelos alunos na questão 1, mostrando que 50% das respostas alcançaram o nível de visualização conforme a figura 12. Contudo, indicando 92,5% do total de resposta obtidas vemos que ao menos uma alternativa correta foi escolhida, o que indica o reconhecimento parcial de visualização e 7,5% não respondeu e/ou não alcançou o objetivo.

Gráfico 1: Resultado estatístico da questão de Nível 1



FONTE: Dados da pesquisa

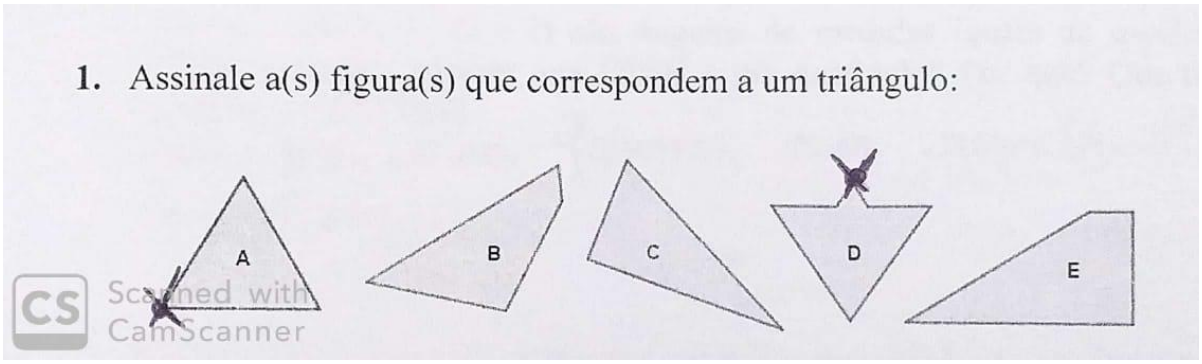
Figura 12: Resposta do aluno A12 (Questão 1)



FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Observamos ainda que 7,5% dos alunos que marcaram a letra *a* e também marcaram a letra *d* como resposta assim como podemos observar no exemplo da figura 13, no entanto podemos perceber que eles provavelmente tenham considerado somente os seguimentos maiores, desconsiderando os outros dois seguimentos menores que atribuem mais dois lados à figura, tendo em vista a compreensão da mesma apenas por sua aparência e não pela sua propriedade.

Figura 13: Resposta do aluno A40 (Questão 1)

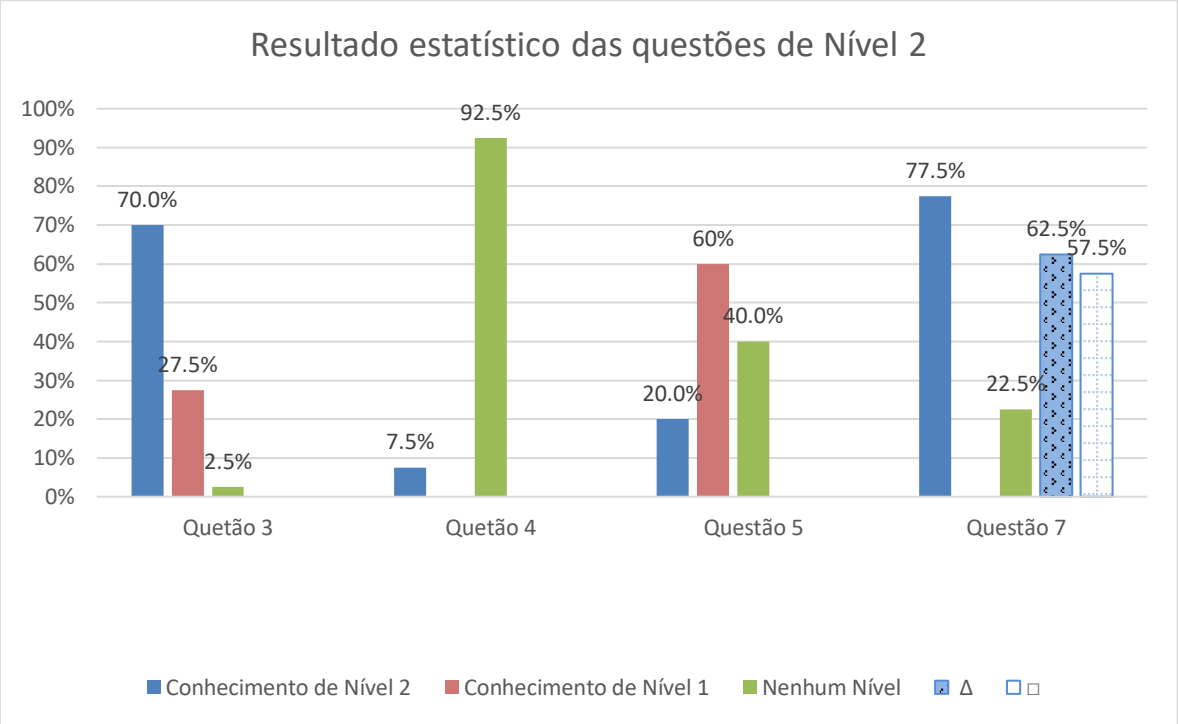


FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

5.2 ANÁLISE DAS QUESTÕES DO NÍVEL 2

O gráfico 2, apresenta o percentual dos níveis de pensamento geométrico alcançado nas questões 3, 4, 5 e 7 que determinam competência de análise descrita no nível 2 da teoria de Van Hiele.

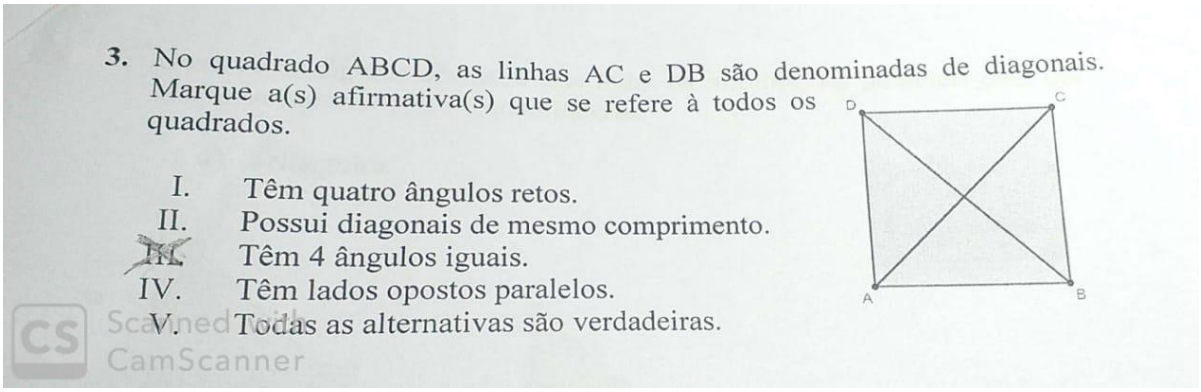
Gráfico 2: Resultado estatístico das questões de Nível 2



FONTE: Dados da pesquisa

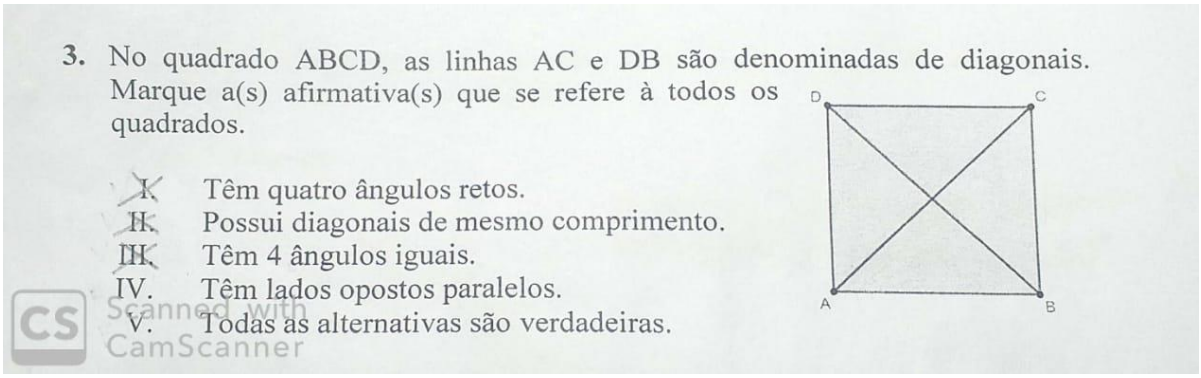
Na questão 3, considerando o nível 2 de análise, notamos que 70% dos alunos marcaram a alternativa *V* correspondente a resposta correta referente aos aspectos característicos que compõem um quadrado alcançando o nível de conhecimento necessário de análise. Por outro lado, 20% das respostas apresentaram apenas uma alternativa selecionada diferente da alternativa *V* como mostra a figura 14, e outros 7,5% julgaram duas ou mais alternativas como corretas de moto que pode ser vista na resposta na figura 15. Considerando que todas as características distribuídas nas alternativas correspondiam a mesma figura, aqueles que marcaram apenas uma (diferente da alternativa *V*), duas ou mais alternativas foram avaliados no nível 1 de visualização, visto que não conseguiram correlacionar todas as afirmações à figura que estava ao lado. 2,5% do alunos não responderam, logo não foram classificados em nenhum nível.

Figura 14: Resposta do aluno A30 (Questão 3)



FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

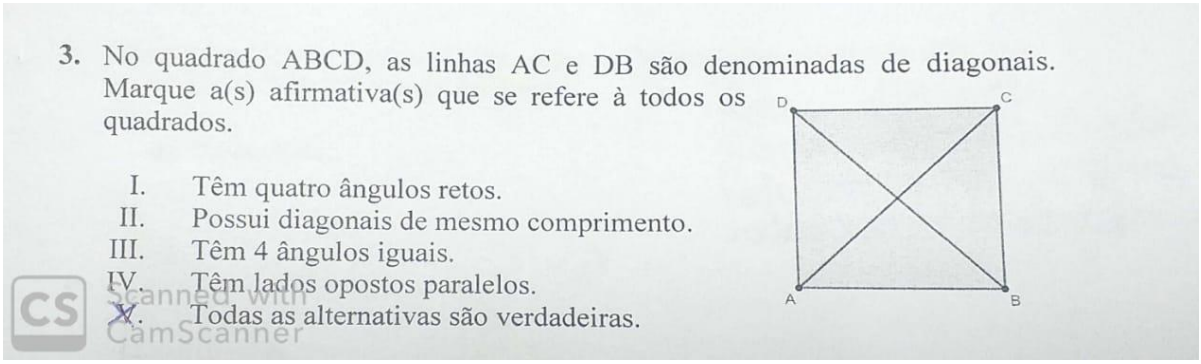
Figura 15: Resposta do aluno A2 (Questão 3)



FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

No exemplo da figura 16 mostra que o aluno A23 marcou corretamente apresentando conhecimento de nível 2 de pensamento geométrico.

Figura 16: Resposta do aluno A23 (Questão 3)



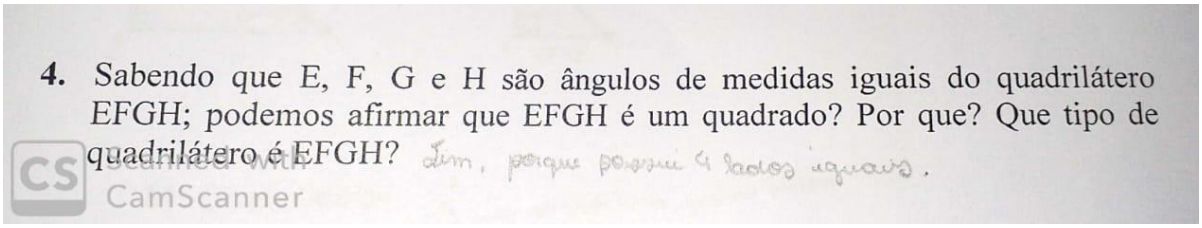
FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Observando o gráfico 2, na questão 4, de competência de nível 2 de pensamento geométrico, 85% dos alunos afirmaram erroneamente que o quadrilátero *EFGH* era um quadrado, além disso justificaram incorretamente e não citaram nenhum

outro quadrilátero. De acordo com as propriedades só poderíamos afirmar que o quadrilátero *EFGH* apresenta quatro ângulos retos e só assim poder afirmar que, se a figura quadrangular apresenta quatro ângulos congruentes, então os quadriláteros podem ser *quadrado* ou *retângulo.* Os que afirmaram corretamente negando o primeiro quesito tiveram um total de 7,5% classificando-se no nível 2 por terrem correlacionado a informação verbal à figura, porém também justificaram incorretamente.

Quanto as justificativas, 92,5% dos alunos justificaram incorretamente, a maioria dizia que o quadrilátero era um quadrado por possuir quatro lados iguais, como podemos ver na figura 17, sendo que a questão trazia informação apenas de ângulo e não de lados, que ainda assim, no caso dos quadriláteros mesmo que uma figura possua lados congruentes não influencia que a mesma tenha ângulos iguais. Os outros 7,5% dos alunos não responderam, dessa forma podemos dizer que nesta questão os alunos não atingiram o nível esperado.

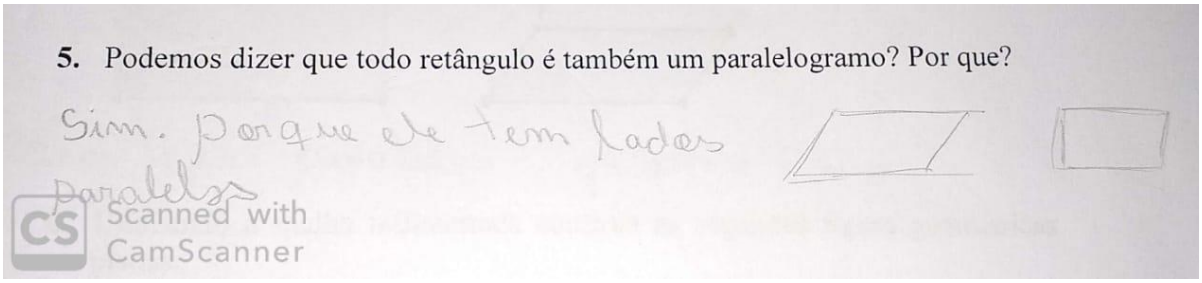
Figura 17: Resposta do aluno A03 (Questão 4)



FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Analisando a questão 5 vimos que 40% as respostas obtidas pelos alunos não alcançaram nenhum nível de pensamento geométrico, mas 60% dos alunos afirmaram que todo retângulo é também um paralelogramo, sendo classificado apenas com habilidade visual, porém dentro dessa porcentagem 20% justificou corretamente, tendo em visto que a maioria apontou com base em lados, como aparece no exemplo da figura 18 abaixo.

Figura 18: Resposta do aluno A6 (Questão 5)

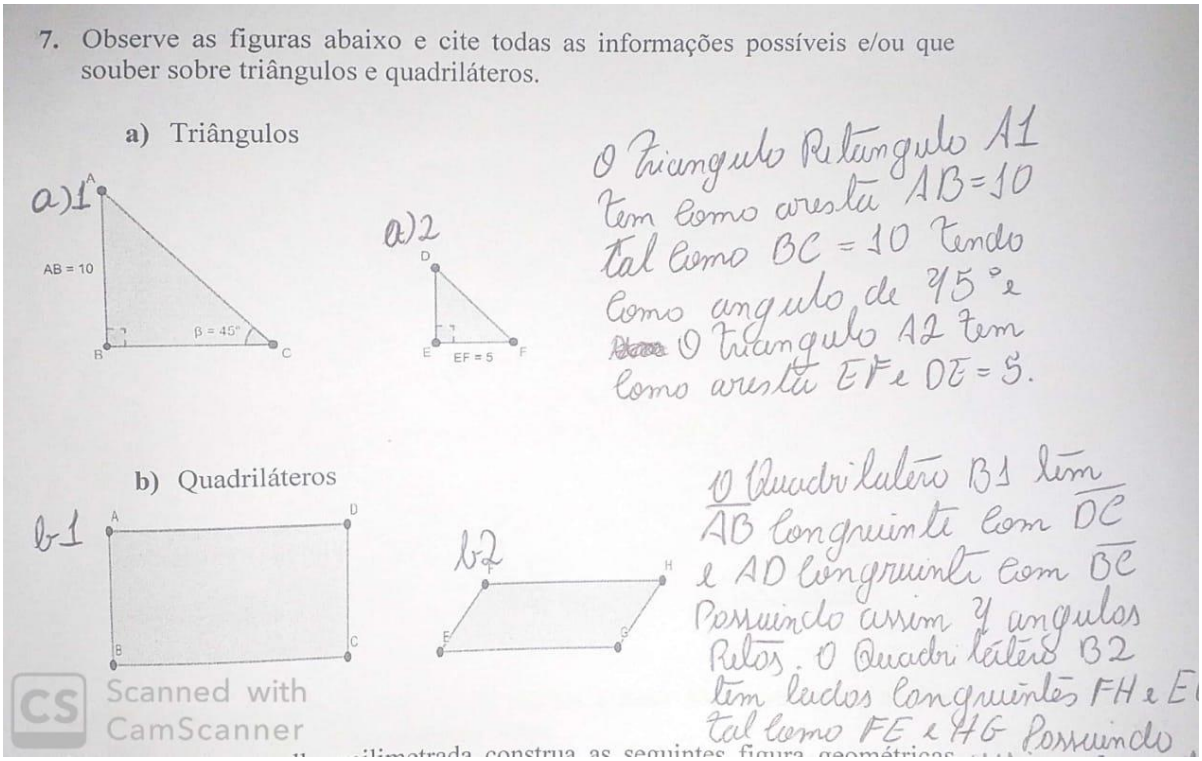


FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Analisando as respostas da questão 7, possibilitava a observação de figuras triangulares e quadrangulares a fim identificar todas as características possíveis à figura e cerca de 77,5% dos alunos descreveram ao menos um aspecto descritivo, classifica. Notou-se que dentro deste resultado houve um percentual gênero estatístico de que 62,5% das respostas indicaram características aos triângulos, 57,5% apontaram características aos quadriláteros e 22,5% do total de respostas obtidas pelos alunos não afirmaram nenhuma explicitação de propriedade.

Observamos que a maioria das respostas indicavam características quanto aos ângulos e lados das figuras, assim como podemos ver na figura 19.

Figura 19: Resposta do aluno A36 (Questão 7)



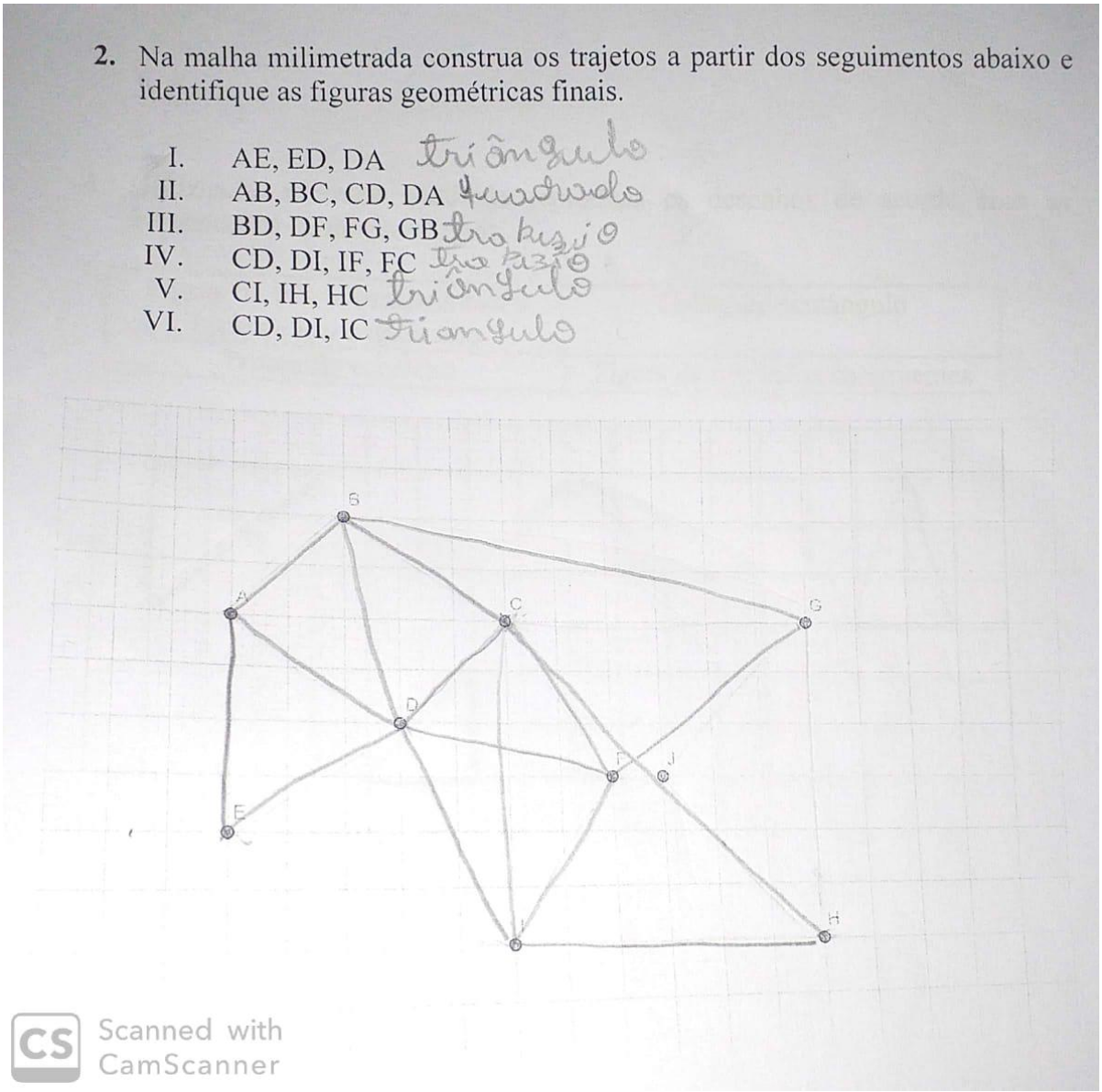
FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

5.3 ANÁLISE DAS QUESTÕES DO NÍVEL 3

Considerando a questão 2, de nível 3 de pensamento geométrico, em que permitia a construção de figuras geométricas planas em uma malha milimetrada a partir de seguimentos de reta e pontos aparentes na malha, apenas 22,5% dos alunos demonstraram habilidades de dedução informal em ao menos uma das figuras, usando como critério de justificativa a classificação quanto as características dos lados e ângulos da figura.

Em contrapartida, consideramos que 50% dos alunos mostraram desenvolvimento geométrico do nível de análise em no mínimo uma das figuras, por identifica-las apenas quanto a sua forma, de modo que podemos ver na figura 20.

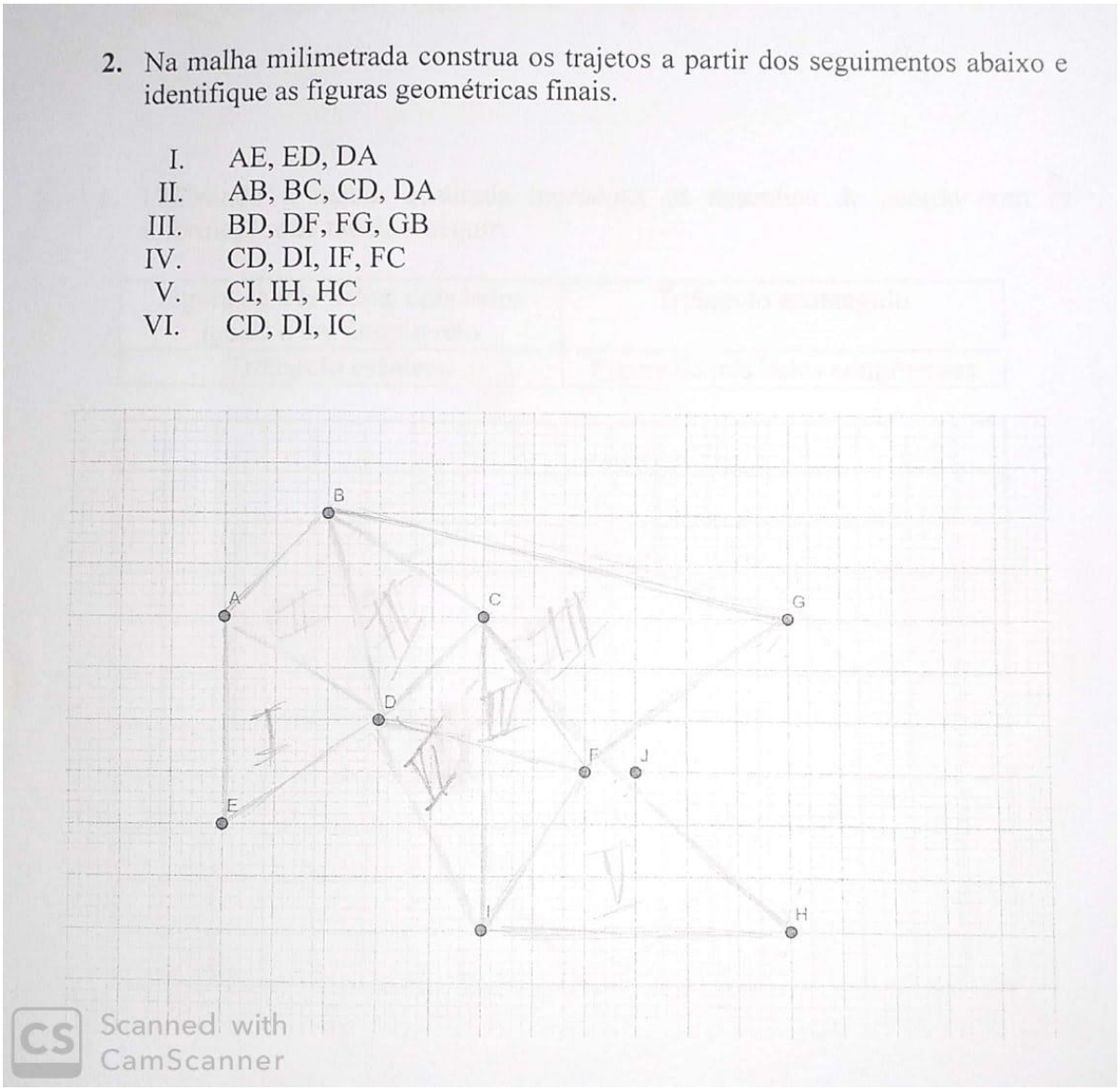
Figura 20: Resposta do aluno A27. (Questão 2)



FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Ainda nesta questão notou-se que 27,5% das respostas apresentaram apenas a construção na malha milimetrada, como mostra o exemplo da figura 21. Esta resposta pode ter ocorrido devido a duas condições, primeiro que o aluno só observou os seguimentos e ligou os pontos, visto que eles já estavam marcados na malha, e/ou a falta de interpretação da figura depois de construída. Esse percentual foi classificado no nível 1, demonstrando somente habilidade visual.

Figura 21: Resposta do aluno A15 (Questão 2)



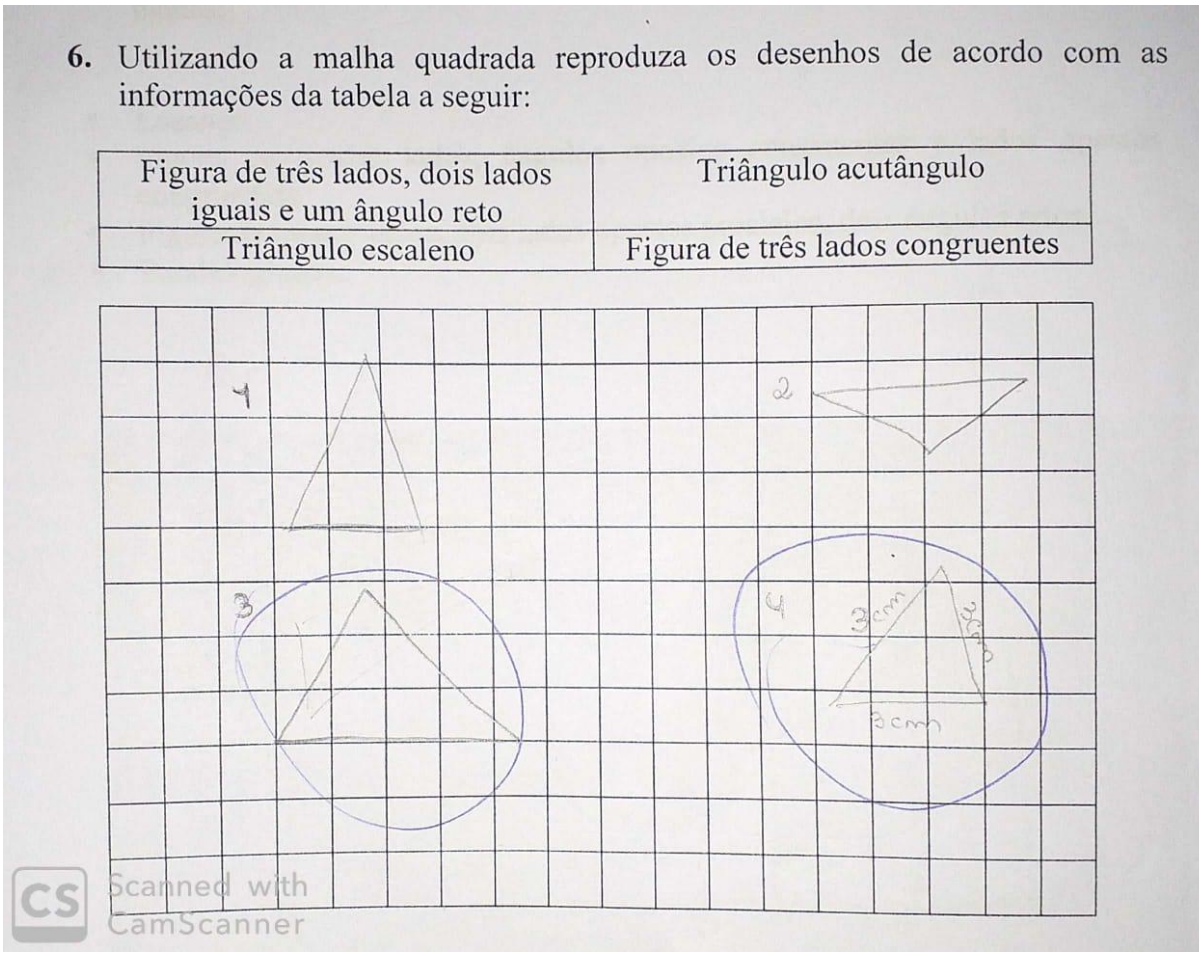
FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Na questão 6, classificada no nível 3 - Dedução informal, permitia a construção de figuras triangulares em uma malha quadrada a partir da descrição do componente figural ou apenas pela nomenclatura, 80% das respostas obtidas mostram que os alunos alcançaram parcialmente o nível de dedução informal na construção de pelo menos uma figura, desses quantitativo, 42,5% construiu apenas uma figura correta, e os 37,5% restante conseguiu construir duas ou mais figuras.

Assim, podemos considerar que apenas 20% não alcançaram nenhum nível por não responder a questão e/ou trem respondido incorretamente.

Observou-se que poucos alunos conseguiram reproduzir um *triângulo equilátero* provavelmente por estarem utilizando uma malha quadrada e tenha dificultado a construção da figura. Por outro lado houve um caso em que o aluno construiu a figura, mesmo não respeitando o alinhamento da malha mas, identificou em seu desenho lados de medidas congruentes, como no exemplo da figura 22 a seguir.

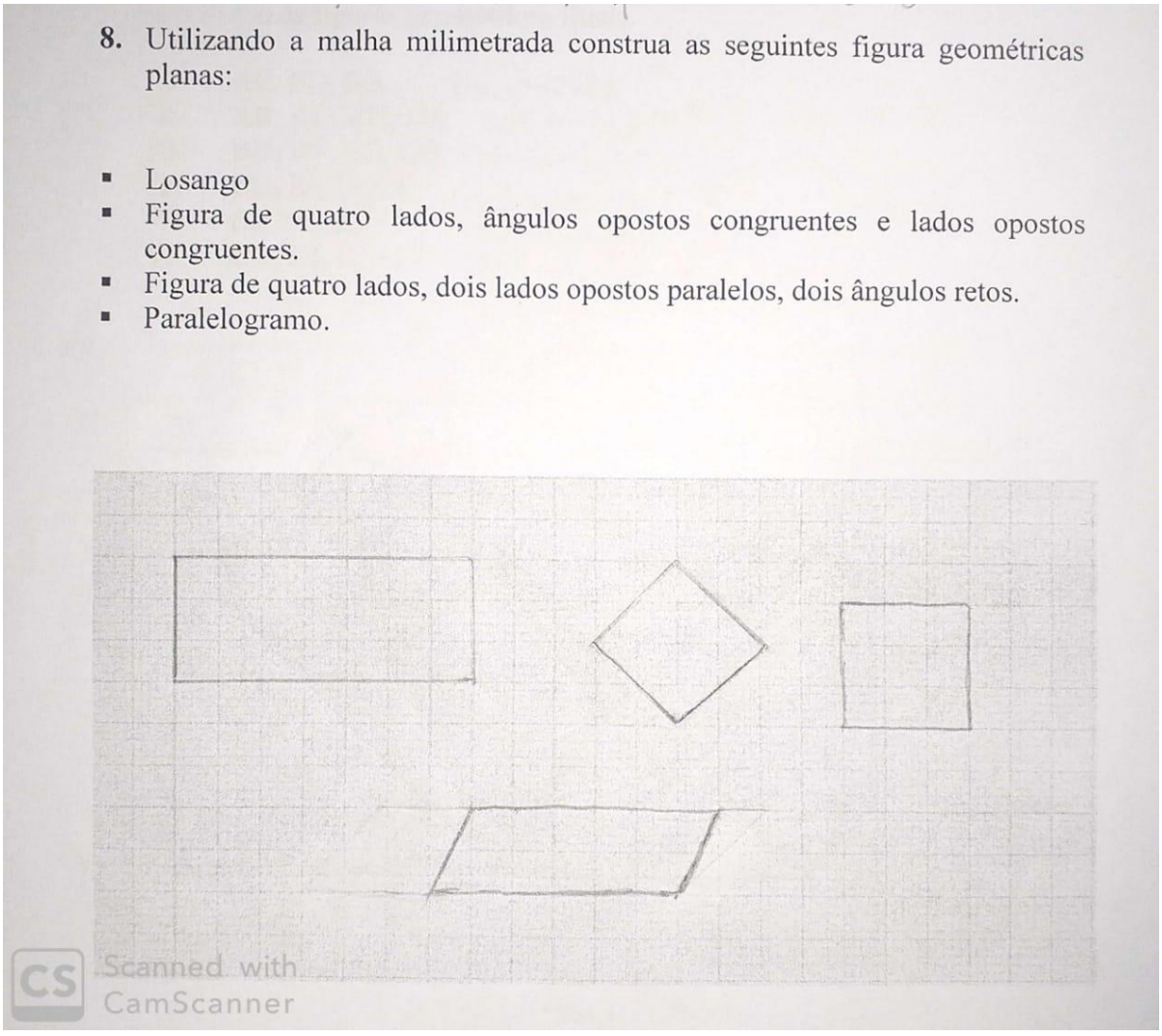
Figura 22: Resposta do aluno A5 (Questão 6)



FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Ainda classificada no mesmo nível de dedução informal, a questão 8 possibilitava a construção de quadriláteros a partir de características e/ou propriedades da figura ou apenas pelo nome. Apenas 2,5% dos resultados nesta questão alcançou o nível correspondente e cerca de 87,5% dos alunos conseguiram alcançar parcialmente o nível de dedução informal, compreendendo as descrições e construindo ao menos uma figura correspondente a característica como podemos observar na figura 23 a seguir. Os alunos que não atingiram este nível nesta questão representam 10% das respostas obtidas.

Figura 23: Resposta do aluno A6 (Questão 8)



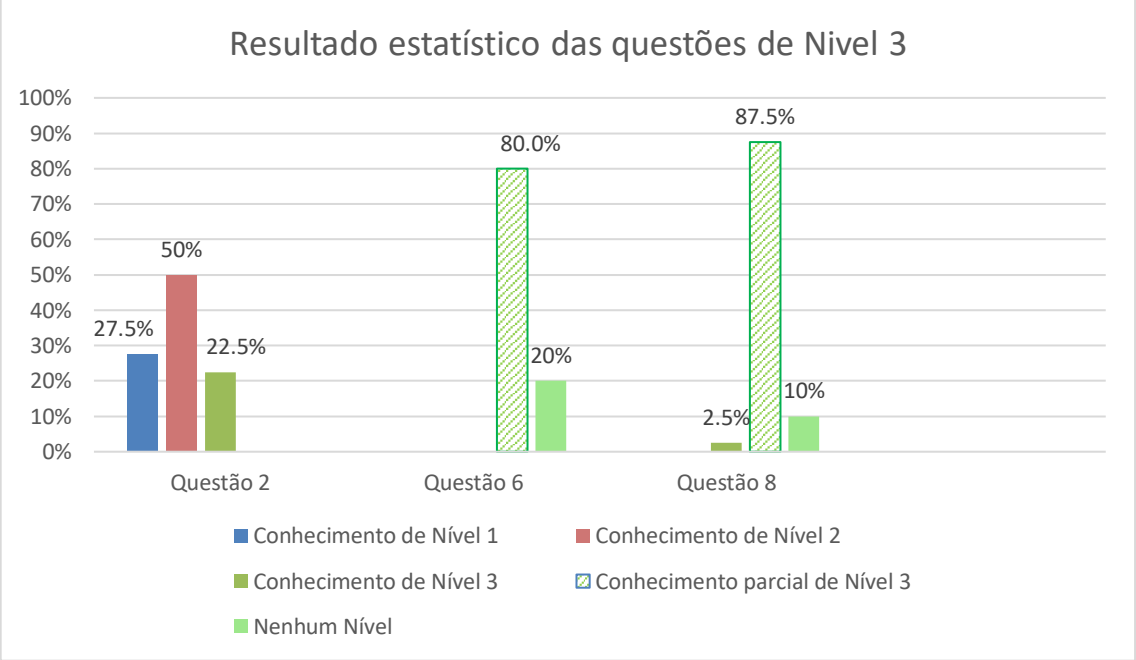
FONTE: Acervo da pesquisa, 2019

Observando as respostas dos alunos, verificamos que em relação à construção de uma *figura de quadro lados, dois lados paralelos opostos e dois ângulos retos*,

consideramos o *trapézio* e o *retângulo* como resposta válida, visto que um percentual relevante considerou a informação para a construção da segunda figura.

O gráfico 3 apresenta o resultado da análise das questões comentadas neste tópico, classificadas no nível de Dedução Informal, podendo aparecer níveis inferiores nos resultados das questões citadas.

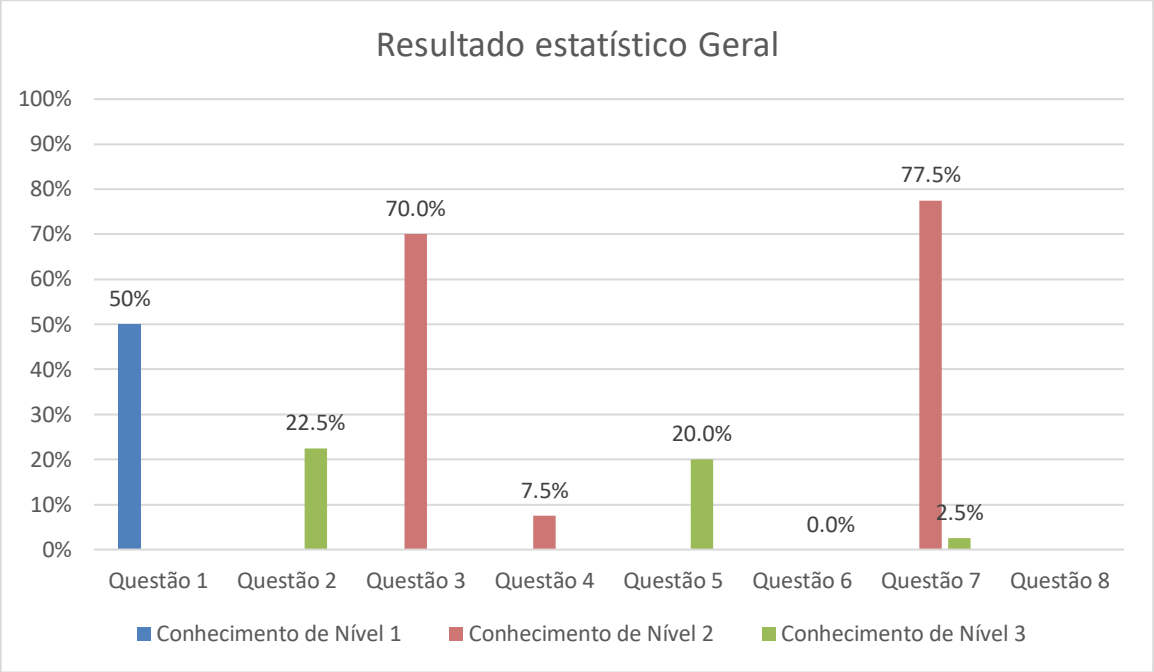
Gráfico 3: Resultado estatístico da questões de Nível 3



FONTE: Dados da pesquisa

O gráfico 4 abaixo mostra o resultado estatístico geral do questionário baseado nos níveis de pensamento geométrico da Teoria de van Hiele, utilizado como instrumento de coleta de dados para este estudo.

Gráfico 4: Resultado estatístico geral das questões



FONTE: Dados da pesquisa

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou por meio da aplicação do questionário que buscava investigar o nível de pensamento geométrico dos alunos do 1º ano do Ensino Médio, composto por problemas elaborados de acordo com os níveis da Teoria de Van Hiele enfatizando o fato de terem sido construídos baseados na abordagem de apenas três.

Mediante os resultados obtidos na aplicação do questionário sobre triângulos e quadriláteros, temos que, em termo geral contribuiu significativamente para solucionar o problema da nossa pesquisa. Foi possível identificar dois fatores: primeiro que os alunos detém do conhecimento mas apresentam dificuldades no momento em devem classificar e descrever as propriedades das figuras e também na má interpretação das questões. E segundo o resultado pode ter sido influenciado negativamente ao fato da falta de compromisso dos alunos em responder o questionário, visto que durante a aplicação não se viu o interesse por parte de alguns.

Mesmo tendo havido este ocorrido, consideramos que os sujeitos analisados classificam-se nos níveis 1 e 2, visualização e análise, respectivamente, embora no gráfico geral (gráfico 3) mostre que ainda houve uma pequena porcentagem referente ao conhecimento de nível três, porém pouco significativo para ser classificado em âmbito geral. Por outro lado em discussão nas análises das questões de nível 3 que foram classificadas como conhecimento parcial de nível três, consideramos mas compreendemos que essa classificação pode variar devido a necessidade de outras habilidades.

O modelo de raciocínio geométrico segundo a Teoria de Van Hiele é essencial para o ensino e aprendizagem, da forma que dispõe da possibilidade de reconhecer as formas de pensar na esfera da geometria. Disposto a utilizar este modelo, é relevante que o professor utilize atividades que promovam habilidades geométricas não somente com triângulos e quadriláteros, mas outros assuntos como por exemplo investigar esse pensamento utilizando polígonos, entre outros, a fim de identificar o nível que cada aluno está, permitindo a possibilidade de descrever a evolução do raciocínio.

Esse campo dá-se a importância do desenvolvimento da linguagem, de modo que é necessário a passagem de um nível para outro. Deste modo, os professores podem elaborar atividades no sentido em que os alunos possam comunicar sua ideia, a fim de através do erro aprimorar o exercício da linguagem matemática.

Assim, foi possível concluir o presente trabalho com o sentimento de gratidão e realização, frente a possibilidade de desencadear e despertar com olhos atentos novas pesquisas para a inserção da importância do campo da geometria na construção e desenvolvimento da aprendizagem, sobretudo no desenvolvimento do pensamento geométrico.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 3˚ e 4˚ ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COSTA, A.P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental:** um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e tecnológica). Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2016.

COSTA, A.P; CÂMARA DOS SANTOS, M. **Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo conceito de quadriláteros.** XIV CIAEM-IACME, Chiapas, México, 2015.

CROWLEY, Mary L. **O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, 1994.

DOLCE, O; POMPEO, J.N. **Fundamentos da Matemática Elementar.** Vol. 9 Geometria Plana 8ª Ed. 2015.

GODOY, A. S. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades.** Revista de Administração de Empresas. São Paulo, v35. n2. p. 57-63, 1995.

LIMA, Valéria Vernaschi. Espiral construtivista: uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem.**Interface (Botucatu**), Botucatu , v. 21, n. 61,p. 421-434, Junho 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1414-32832017000200421&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 15 Dez 2019

NASSER, L.; TINOCO, L. ***Curso básico de geometria*: enfoque didático**. Módulo I. Rio de Janeiro: Projeto Fundão IM/UFRJ, 2004.

OLIVEIRA, M.C, & GRAZIRE, E.S. **Resinificando a Geometria Plana no Ensino Médio, com auxílio de Van Hiele.** (Cartilha). Belo Horizonte, MG: PUC-M, 2012.

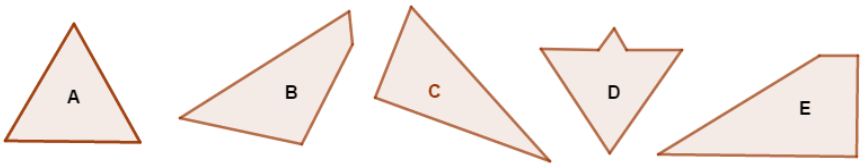
PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: **Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. UFJF, Juiz de Fora, 2012b.

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE – CAA
QUESTIONÁRIO DE PESQUISA DE CAMPO

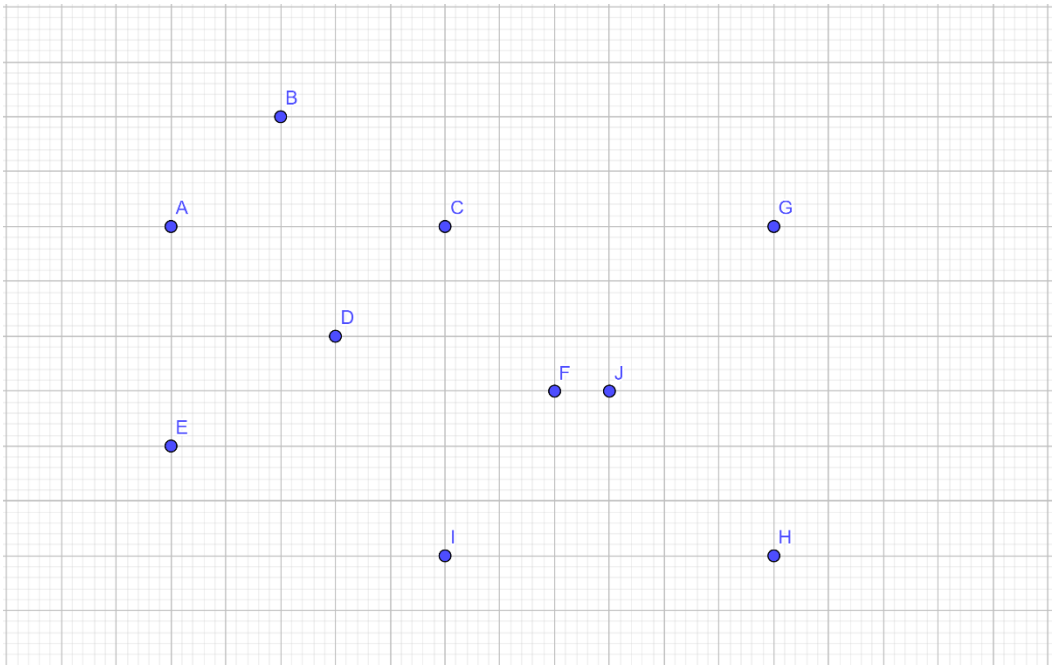
ESCOLA	
NOME	
TURMA	

1. Assinale a(s) figura(s) que correspondem a um triângulo:

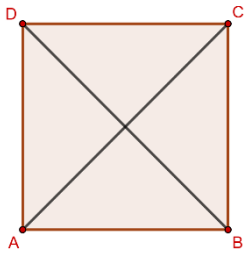


2. Na malha milimetrada construa os trajetos a partir dos seguimentos abaixo e identifique as figuras geométricas finais.

VII. AE, ED, DA
VIII. AB, BC, CD, DA
IX. BD, DF, FG, GB
X. CD, DI, IF, FC
XI. CI, IH, HC
XII. CD, DI, IC



3. No quadrado ABCD, as linhas AC e DB são denominadas de diagonais. Marque a(s) afirmativa(s) que se refere à todos os quadrados.



VI. Têm quatro ângulos retos.
VII. Possui diagonais de mesmo comprimento.
VIII. Têm 4 ângulos iguais.
IX. Têm lados opostos paralelos.
X. Todas as alternativas são verdadeiras.

4. Sabendo que E, F, G e H são ângulos de medidas iguais do quadrilátero EFGH; podemos afirmar que EFGH é um quadrado? Por que? Que tipo de quadrilátero é EFGH?

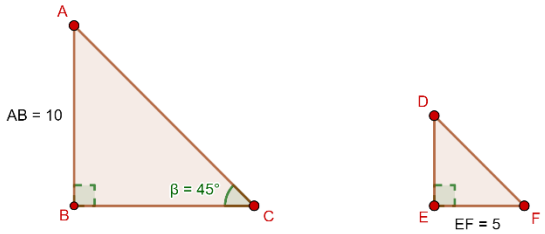
5. Podemos dizer que todo retângulo é também um paralelogramo? Por que?

6. Utilizando a malha quadrada reproduza os desenhos de acordo com as informações da tabela a seguir:

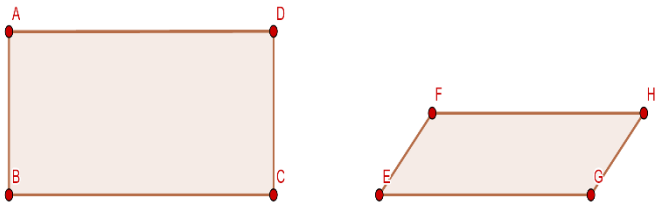
Figura de três lados, dois lados iguais e um ângulo reto	Triângulo acutângulo
Triângulo escaleno	Figura de três lados congruentes

7. Observe as figuras abaixo e cite todas as informações possíveis e/ou que souber sobre triângulos e quadriláteros.

a) Triângulos



b) Quadriláteros



8. Utilizando a malha milimetrada construa as seguintes figura geométricas planas:

- Losango
- Figura de quatro lados, ângulos opostos congruentes e lados opostos congruentes.
- Figura de quatro lados, dois lados opostos paralelos, dois ângulos retos.
- Paralelogramo.