



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

NATIELLY BEATRIZ DOS SANTOS SILVA

MÉDIA ARITMÉTICA: Investigando o uso de uma HQ com licenciandos em matemática

Caruaru

2021

NATIELLY BEATRIZ DOS SANTOS SILVA

MÉDIA ARITMÉTICA: Investigando o uso de uma HQ com licenciandos em matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientador: Prof^o. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Caruaru

2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 – 1242

S586m Silva, Natielly Beatriz dos Santos.
Média aritmética: Investigando o uso de HQ com licenciandos em Matemática. / Natielly
Beatriz dos Santos Silva. – 2021.
92 f. ; il. : 30 cm.

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA,
Licenciatura em Matemática, 2021.
Inclui Referências.

1. Aritmética – Estudo e ensino. 2. Histórias em quadrinhos. 3. Matemática – Estudo e
ensino. 4. Estatística. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2021-165)

NATIELLY BEATRIZ DOS SANTOS SILVA

MÉDIA ARITMÉTICA: Investigando o uso de uma HQ com licenciandos em matemática

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 30/08/2021.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Cleiton de Lima Ricardo (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Profª. Me. Emilly Rayane Moura Diniz Santos (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pelo fim de mais uma etapa em minha vida, pelo sonho que se concretiza e por me proporcionarem sabedoria e paciência na construção desta pesquisa.

Agradeço aos meus pais e as minhas irmãs, meus maiores exemplos. Obrigado por cada incentivo e orientação, pela preocupação para que eu estivesse sempre percorrendo o caminho correto, por sempre me apoiarem nos meus estudos e sempre acreditarem em mim.

Agradeço aos familiares e amigos que torceram e compartilharam angústias, mas também momentos de alegria no decorrer deste trabalho.

Agradeço a todos os meus professores que passaram pela minha jornada, desde o ensino infantil, até o ensino superior, por me transmitirem além dos conhecimentos necessários para a minha formação, o exemplo de educadora que espero ser. Em especial, agradeço ao meu orientador, Ivanildo Felisberto de Carvalho, pela paciência, pelas orientações, que foram momentos de extremo aprendizado, por todas as sugestões e dicas na construção do trabalho.

Agradeço à banca examinadora, por suas disponibilidades e contribuições na melhoria do trabalho.

Agradeço a todos os meus colegas de turma, que contribuíram para minha formação.

Agradeço a todas as pessoas que, mesmo não citadas aqui, contribuíram para a conclusão desta etapa em minha vida.

“O importante da educação não é formar apenas um mercado de trabalho, mas formar também uma nação com gente capaz de pensar”.

José Arthur Giannotti

RESUMO

O presente estudo investigou o uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética com licenciandos em matemática. Para tanto, foi elaborada uma HQ com base nos estudos desenvolvidos sobre o campo conceitual de média aritmética. Participaram desta pesquisa 22 graduandos do curso de Licenciatura em matemática, oriundos de 5 instituições de ensino superior. A coleta dos dados da pesquisa se deu a partir de dois formulários disponibilizados durante uma oficina, intitulada "Vamos Vigorar na Estatística? Discussões a partir de uma HQ". Os participantes da oficina responderam individualmente aos formulários, sendo o primeiro composto por duas questões, com o objetivo de analisar a compreensão dos licenciandos sobre o conceito de média aritmética e o segundo formulário composto por cinco questões, com o objetivo de analisar o uso do recurso em estudo. A análise dos dados se deu por categorizações das respostas dos licenciandos. Os dados deste estudo demonstram que um número significativo utilizariam o recurso em estudo durante as suas aulas, destacando o seu uso para introduzir o conceito de média aritmética ou para formalizá-lo, além também de avaliar a possibilidade do seu uso dependendo da turma. Destacaram também ser imprescindível a ação do professor como mediador do conhecimento a partir da HQ e da possibilidade de se utilizar juntamente com outros recursos, como jogos, resolução de questões, recursos tecnológicos, livro didático, entre outros. Quanto à compreensão dos licenciandos do conceito de média aritmética, percebemos a necessidade de dar uma atenção maior às propriedades e significados, assim como de se trabalhar com situações diversas, pois muitos licenciandos focaram apenas no algoritmo de média aritmética e demonstraram ter pouco conhecimento de situações que envolvem o conceito de média aritmética. Diante disso, consideramos a HQ como possibilidade para ser usada na sala de aula, tendo em vista a necessidade de se dar maior atenção às propriedades e significados e que grande parte dos licenciandos gostaram do recurso, acharam atrativa e de fácil compreensão.

PALAVRAS-CHAVE: Média aritmética. História em Quadrinhos. Teoria dos Campos Conceituais. Educação Estatística. Recurso didático.

ABSTRACT

The present study investigated the use of comics in teaching and learning arithmetic mean with mathematics undergraduates. For this purpose, a comic was created based on the studies carried out about the conceptual field of the arithmetic mean. Twenty-two undergraduate mathematics students from five higher education institutions participated in this research. The research data was collected through two forms in a workshop entitled "Let's be vigorous in Statistics? Discussions from a Comic". The workshop participants answered the forms individually, the first was composed of two questions aiming to analyze the undergraduates' understanding of the arithmetic mean concept, and the second was composed of five questions aiming to analyze the use of comic. The data analysis was performed by categorizing the undergraduates' answers which led to the conclusion that a significant number of students would use comic during their classes, to introduce or to formalize the concept of arithmetic mean, depending on the class. In addition to it, respondents emphasized that it is essential that the teacher acts as a knowledge mediator while using comic and that it is possible to use comic books with other resources, such as games, question-solving, technological resources, textbooks, among others. As for the undergraduates' understanding of the arithmetic mean concept, this study noticed the need to pay greater attention to the properties and meanings as well as to working with different situations, as many undergraduates focused only on the arithmetic mean algorithm and showed little knowledge of situations that involve the concept of arithmetic mean. Therefore, comic become a useful tool to be used in the classroom, considering the need to give greater attention to the properties and meanings.

Keywords: Arithmetic mean. Comics. Theory of Conceptual Fields. Statistical Education. Didactic resource.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Definição de média aritmética simples (1)	27
Figura 2 –	Definição de média aritmética simples (2).....	27
Figura 3 –	Exemplo de uma questão de média.....	28
Figura 4 –	Reflexão do significado do resultado.....	29
Figura 5 –	Resposta do participante L6.....	43
Figura 6 –	Resposta do participante L17.....	44
Figura 7 –	Resposta do participante L8.....	45
Figura 8 –	Resposta do participante L14.....	45
Figura 9 –	Resposta do participante L15.....	46
Figura 10 –	Resposta do participante L12.....	46
Figura 11 –	Resposta do participante L5.....	47
Figura 12 –	Resposta do participante L1.....	48
Figura 13 –	Resposta do participante L4.....	49
Figura 14 –	Resposta do participante L19.....	50
Figura 15 –	Resposta do participante L16.....	52
Figura 16 –	Quadrinho 15.....	57
Figura 17 –	Quadrinho 39.....	58
Figura 18 –	Quadrinho 21 e 22.....	58
Figura 19 –	Quadrinho 20.....	59
Figura 20 –	Quadrinho 37 e 39.....	60
Figura 21 –	Quadrinho 35 e 46.....	61
Figura 22 –	Quadrinho 9.....	62
Figura 23 –	Quadrinho 38.....	63
Figura 24 –	Quadrinho 29 e 30.....	64

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Pesquisas em HQ e educação.....	19
Quadro 2 –	Significados de média aritmética.....	34
Quadro 3 –	Propriedades de média aritmética.....	36
Quadro 4 –	Descrição da sequência da oficina.....	40
Quadro 5 –	Tipos de respostas dos licenciandos na Q1.....	42
Quadro 6 –	Tipos de respostas dos licenciandos na Q2.....	48
Quadro 7 –	Significados e propriedades explorados nas questões elaboradas.....	50
Quadro 8 –	Tipos de respostas dos licenciandos na Q1.....	65
Quadro 9 –	Tipos de respostas dos licenciandos na Q3.....	67
Quadro 10 –	Tipos de respostas dos licenciandos na Q4.....	70
Quadro 11 –	Tipos de respostas dos licenciandos na Q5.....	72

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS.....	15
2.1	OBJETIVO GERAL.....	15
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
3	HISTÓRIA EM QUADRINHOS E EDUCAÇÃO	16
4	EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA.....	23
5	A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E O CAMPO CONCEITUAL DE MÉDIA ARITMÉTICA.....	31
5.1	OS SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA.....	33
5.2	AS PROPRIEDADES DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA.....	36
6	METODOLOGIA.....	39
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	42
7.1	COMPREENSÃO DOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE O CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA.....	42
7.2	ABORDAGEM DAS PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS NA HQ.....	55
7.3	ANÁLISE DO USO DA HQ ELABORADA COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA.....	64
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	77
	REFERÊNCIAS.....	81
	APÊNDICE A – HQ.....	84

1 INTRODUÇÃO

A utilização de gráficos, tabelas e medidas descritivas está cada vez mais frequente na organização das informações de pesquisas nos mais variados temas. Encontramos gráficos nos jornais, nas propagandas, nas revistas e nas redes sociais. Tal representação nos permite um conhecimento variado, podendo ser utilizado para fornecer dados sobre o mercado de trabalho, número de indivíduos infectados e curados por um determinado vírus, variação do preço de um produto específico, entre outras coisas, que podem influenciar em nossas decisões.

Percebemos o quanto a estatística está presente no nosso cotidiano, entretanto, algumas vezes, as pessoas acabam utilizando a estatística com o intuito de se aproveitar das lacunas do saber estatístico de uma sociedade, através da utilização de tabelas, gráficos e medidas descritivas que muitas vezes não são a melhor representação daquele conjunto de dados. Como podemos observar, por exemplo, em pesquisas eleitorais, nas quais eles se utilizam de uma determinada escala no gráfico, de acordo com os seus interesses, com o intuito de convencer os cidadãos a votarem em determinado candidato, além de outras situações.

Cazorla (2008) nos alerta que quando essas informações são veiculadas pela mídia, elas acabam tendo mais credibilidade e como o cidadão comum muitas vezes não domina o conhecimento estatístico, por mais que chegue até a não acreditar, duvidar daquela representação, não está instrumentalizado para questionar e argumentar. Diante disso, faz-se necessário um conhecimento estatístico para uma interpretação fidedigna dos dados, por parte dos indivíduos, para que estejam aptos a questionar e averiguar determinadas representações, ou seja, uma educação que permita refletirem sobre as informações que estão sendo apresentadas.

Dentre os saberes estatísticos temos a média aritmética, que é utilizada para representar um conjunto de dados, nos permitindo uma noção do grupo como um todo. Este conteúdo está muito presente no nosso cotidiano, como por exemplo, na escola para saber a média final dos alunos, o tempo médio gasto para completar determinado trajeto, e diversas outras situações, que por vezes, nem percebemos que estamos utilizando esse conhecimento. Como aponta Cazorla (2003), as pessoas estão acostumadas a estimar o tempo médio para realizar alguma atividade no seu cotidiano, que por vezes nem percebem o significado de suas estimativas.

No entanto, apesar de sua aplicabilidade, é comum no seu ensino, a prioridade do cálculo procedimental, ou seja, da aplicação da fórmula apresentada nos livros didáticos. Diante disso, se faz necessário, portanto, uma prática de ensino voltada também para os significados que o resultado pode assumir dentro daquele contexto, para que os estudantes consigam refletir sobre os dados tornando-se cidadãos críticos, pois,

(...) percebe-se a importância dos cidadãos serem letrados estatisticamente para estarem aptos a lidar com o grande número de informações que circulam na sociedade, tomando decisões em nível pessoal e profissional baseado nas informações e estando aptos para se situarem nas situações da vida cotidiana em que a variabilidade se expressa. Em outras palavras, é importante saber se comunicar diante de dados específicos. A Estatística por si só é crítica, mas na sistematização de ensino na escola, ela perde essa dimensão, ou seja, trabalha-se apenas a dimensão matemática (CARVALHO, 2011, p. 13).

Carvalho e Gitirana (2014) complementam tal ideia quando destacam que deve ser discutido nas escolas situações que permitam e possibilite os estudantes refletirem sobre o significado do resultado obtido, não ficando restrito apenas ao procedimento do cálculo, mas compreendendo a sua função numa análise de uma situação, mostrando a necessidade de maior atenção aos significados e propriedades de média aritmética.

Além da existência dessas dificuldades no ensino e aprendizagem do conceito de média aritmética, anteriormente salientadas, temos o fato de a matemática ser vista pelos estudantes como uma disciplina chata, sem utilidade, o que distancia a relação aluno-saber, visto que o estudante não se sente motivado para se apropriar da área, como pude observar durante as minhas primeiras experiências na sala de aula. Diante disso, o motivo da escolha de pesquisar sobre HQ, se deu pela necessidade de tornar as aulas de matemática mais prazerosas e menos densas, através da elaboração de uma proposta didática pouco utilizada, principalmente nas aulas de matemática.

A inserção deste recurso para ensino de matemática já vem sendo alvo de pesquisa e tiveram resultados positivos. Segundo Vasconcelos (2019, p. 138) "os trabalhos discutidos sobre o uso de HQ em Educação, mais especificamente no ensino de matemática, demonstram o avanço deste tema com iniciativas para a aproximação dos quadrinhos em atividades educacionais".

Vasconcelos (2019) relata que há vários trabalhos que destacam a necessidade de se trabalhar utilizando metodologias diferenciadas no ensino de Matemática. Outrossim, estudos recentes na área da Educação Estatística, refletem a necessidade de pesquisas que contribuam com a prática pedagógica, através de atividades contextualizadas, sequências de ensino e

novas metodologias que beneficiam o aprendizado pelo aluno, bem como, o avanço do ensino da estatística, como pode ser observado pelos autores Marcolino (2017), Magina; Cazorla; Gitirana e Guimarães (2010).

Quais recursos didáticos poderiam ser utilizados para abordagem do conceito de média aritmética na educação básica? Será que a história em quadrinhos seria uma possibilidade para a construção do campo conceitual de média aritmética?

De acordo com Santos (2001) existem diferentes possibilidades da utilização de HQs na educação, que tem como intuito transmitir conhecimentos, desenvolver aptidão artística e a criatividade, conscientizar, fomentar atitudes críticas, despertar o interesse e criar o hábito da leitura nos estudantes. Sendo considerada, portanto, como uma ótima ferramenta a ser utilizada pelos professores de matemática. Na presente pesquisa delimitamos a seguinte problemática: Quais as possibilidades do uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática?

Portanto, consideramos relevante nossa pesquisa para o ensino e aprendizagem de estatística, pois, a HQ baseada na Teoria dos Campos Conceituais, visa proporcionar a partir de algumas situações que o conceito de média pode ser aplicado, uma reflexão dos significados e propriedades do conceito de média aritmética, de modo a possibilitar uma compreensão do conceito de forma mais atrativa.

Dividimos nosso trabalho em oito capítulos, sendo o primeiro a introdução, onde contextualizamos a pesquisa, discorremos sobre as justificativas para a escolha do tema e apresentamos nosso problema de pesquisa.

No capítulo 2, Objetivos, apresentamos o objetivo geral e os objetivos específicos que nortearam o desenvolvimento da nossa pesquisa.

O capítulo 3, História em quadrinhos e Educação, apresenta um pouco sobre a inserção de história em quadrinhos na educação e aborda algumas pesquisas que trabalharam com essa temática, trazendo alguns aspectos relevantes das mesmas.

O capítulo 4, Educação Estatística, traz um pouco sobre a história da estatística e alguns pontos do conhecimento da Estatística e da educação estatística. Além disso, nesse capítulo é destacada a definição da moda, mediana e da média aritmética, principais medidas de tendência central, do ramo da estatística descritiva. Como a média aritmética é o foco da nossa pesquisa, apresentamos também algumas definições encontradas nos livros didáticos sobre esse conceito.

No capítulo 5, Teoria dos Campos Conceituais e o Campo Conceitual de Média Aritmética, abordamos a Teoria dos Campos Conceituais, sistematizada por Vergnaud,

destacando alguns conceitos chaves dessa teoria, os significados do conceito de média aritmética propostos por Batanero (2000) e as propriedades elencadas por Strauss e Bichler (1988). Essa teoria guiou o nosso trabalho, assim como a criação da HQ para o cumprimento dos nossos objetivos.

No capítulo 6, Metodologia, descrevemos sobre a qualificação da nossa pesquisa, o percurso metodológico utilizado para a construção desta pesquisa. Neste capítulo apresentamos a oficina, os seus participantes e dos procedimentos adotados para coleta de dados.

No capítulo 7, Resultados e Discussões, discutimos sobre os resultados obtidos da pesquisa, concernente a abordagem dos significados e propriedades do conceito de média aritmética. No primeiro tópico, buscamos investigar como o conceito de média aritmética é compreendido pelos licenciandos em matemática. No segundo tópico, apresentamos a abordagem das propriedades e significados na HQ elaborada, trazendo discussões sobre as situações apresentadas. No terceiro tópico, apresentamos as discussões sobre o uso da HQ no ensino e aprendizagem do conceito de média aritmética com licenciandos em matemática.

O capítulo 8, Considerações Finais, abordamos os resultados mais importantes e algumas possibilidades de estudos futuros.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Investigar o uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética com licenciandos em matemática.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Compreender os conhecimentos dos licenciandos em matemática sobre o conceito de média aritmética.
- Elaborar uma história em quadrinhos com as propriedades e significados de média aritmética.
- Analisar o uso da HQ no ensino e aprendizagem do conceito de média aritmética com licenciandos em matemática.

3 HISTÓRIA EM QUADRINHOS E EDUCAÇÃO

As histórias em quadrinhos são um tipo de arte e linguagem que une várias expressões artísticas para apresentar algo singular e que traga comunicação (PAIVA, 2017 apud VASCONCELOS, 2019). Além disso, Carvalho (2006, p. 41) traz que "assim como qualquer outra narrativa, as histórias em quadrinhos têm como elementos personagens, tempo, espaço e ação". As HQs narram através de recursos visuais e verbais, que seria a junção de palavras e imagens, uma determinada história, de forma atrativa. Todavia, apesar de sua ludicidade e atratividade em narrar às histórias, que cativam a atenção dos seus públicos, nem sempre as HQs foram bem recebidas. Carvalho (2006, p. 32) relata sobre essa questão:

Aqui no Brasil, já em 1928, surgiram as primeiras críticas formais contra as historinhas: a Associação Brasileira de Educadores (ABE) fez um protesto contra os quadrinhos, porque eles "incutiam hábitos estrangeiros nas crianças". Na década seguinte, em 1939, diversos bispos reunidos na cidade de São Carlos (SP) deram continuidade à xenofobia, propondo até mesmo a censura aos quadrinhos, porque eles traziam "temas estrangeiros prejudiciais às crianças".

Percebemos, portanto, um movimento inicial contra as histórias em quadrinhos, pois tanto os educadores quanto os bispos acreditavam ser algo prejudicial às crianças. Mas esses foram apenas um dos movimentos contra as HQs, pois, em seguida, houve outros ataques, conforme aponta Carvalho (2006, p. 32):

Em 1944, o Instituto Nacional de Educação e Pesquisa (Inep), órgão ligado ao Ministério da Educação e Cultura (MEC), apresentou um estudo preconceituoso, sem rigor na apuração ou embasamento criterioso. no qual afirmava que as histórias em quadrinhos provocavam "lrdexza mental". Ao que parece, a preocupação do Inep era com o fato de que muitas crianças preferiam ler quadrinhos a livros. Ainda que muitos intelectuais e até mesmo parte do governo Vargas elogiassem as HQs, o tal estudo surtiu efeito devastador entre muitos pais e professores, implicando proibições de leitura das HQs e gerando frases que foram repetidas e lembradas por muitas gerações, como "quem lê história em quadrinhos fica com o cérebro do tamanho de um quadrinho".

Segundo Carvalho (2006), essa fobia contra as HQs foi ampliada em 1946, pelo jornalista e político Carlos Lacerda, afirmando que os gibis eram "veneno importado" para as crianças. Em 1948, o empresário Audálio Dantas, moveu uma campanha, que fez com que esse discurso ganhasse ainda mais força, com o intuito de prejudicar o empresário de comunicações Roberto Marinho, que publicava inúmeras tiras de quadrinhos, responsáveis pelas vendas do seu jornal, já que Marinho tinha proibido por vias legais, que o jornal de Dantas fizesse o sorteio de dinheiro.

Através disso, percebe-se o jogo de interesses pessoais que acabaram prejudicando a popularização dos quadrinhos. Carvalho (2006) destaca que essa tempestade só se acalmou em 1949, quando o Congresso Nacional entrevistou no assunto e criou uma comissão para analisar os quadrinhos, que tinha como relator o deputado Gilberto Freire, sociólogo, escritor e autor de *Casa grande e senzala*. No final, ele chegou a conclusões positivas. As principais das suas conclusões foram apontadas por Carvalho (2006, p. 34):

As principais são: as HQs, em si, não são boas nem más, dependem do uso que se faz delas; as HQs ajudam na alfabetização; por meio de seus enredos, elas ajudam os leitores a ajustar suas personalidades à época e ao mundo; as HQs preenchem a necessidade de histórias e aventuras da mente infantil.

Essas conclusões são muito importantes, pois não somente as HQs, mas qualquer recurso que venha a ser utilizado na educação será positivo ou negativo dependendo da forma que foi trabalhado, da metodologia utilizada pelo professor e dos objetivos que estiverem relacionados a esse recurso. Além disso, conforme aponta Vergueiro (2014, p. 26) sobre a utilização de HQs, “pode-se dizer que o único limite para seu bom aproveitamento em qualquer sala de aula é a criatividade do professor e sua capacidade de bem utilizá-los para atingir seus objetivos de ensino”.

Carvalho (2006) traz que essas conclusões de Freire trouxeram uma calma provisória até 1953, quando os jornais de Porto Alegre (RS) publicaram uma série de reportagens preconceituosas contra os quadrinhos. Com um tempo, mais uma vez outro estudo transformou as HQs em motivo de pânico entre pais e educadores, pois afirmava no estudo que os quadrinhos provocavam nas crianças “comportamentos anormais”, que seria tendência ao crime, violência e ao homossexualismo.

Ferreira (2015) traz que apesar de tais preconceitos, muitos artistas renomados começaram a produzir histórias em quadrinhos para o entretenimento adulto, utilizando a linguagem gráfica sequencial com o intuito de denunciar e contestar os problemas sociais, como no período da ditadura militar brasileira. A autora destaca também que nas décadas de 80 e 90, houve uma amplificação em novos públicos e diversidade temática dos quadrinhos, dessa forma, as HQs foram ganhando mais espaço no âmbito educacional, e o que antes era visto apenas como forma de lazer, passou a ser compreendido pela sociedade como uma fonte de diferentes saberes.

Segundo Carvalho (2006), os embates contra as HQs continuaram por um tempo, foram criados até alguns códigos de ética dos quadrinhos que delimitavam o conteúdo, mas

atualmente, não há nenhum código ou lei específica que limite o conteúdo das histórias em quadrinhos, apenas a Constituição do Brasil (1988), que estabelece no artigo V, o direito à liberdade de expressão. Carvalho (2006, p. 39) aponta:

Considerando-se, então, o poder e a atratividade dos quadrinhos entre crianças e adolescentes, e o potencial de ferramenta educadora que ele possui, por que não utilizá-los para o bem da educação? Se um exemplo usado vez por outra aproxima alunos e professores, possibilitando melhor performance, é lógico pensar que a utilização bem planejada dos quadrinhos como ferramenta didática ou atividade multidisciplinar pode causar ainda maior impacto, tanto na aproximação quanto na própria performance.

Percebe-se que no início, existiam fortes críticas com as histórias em quadrinhos, todavia com o tempo, essas críticas foram se amenizando e as histórias foram sendo consideradas como um ponto positivo na educação, tendo em vista o seu poder e atratividade com as crianças e adolescentes, que pode proporcionar uma maior aproximação dos professores com os alunos, além de atrair os estudantes para a aprendizagem. Pois, conforme Vergueiro (2014, p. 21) aponta:

[...] as histórias em quadrinhos fazem parte do cotidiano de crianças e jovens, sua leitura sendo muito popular entre eles. Assim, a inclusão das histórias em quadrinhos na sala de aula não é objeto de qualquer tipo de rejeição por parte dos estudantes, que, em geral, as recebem de forma entusiasmada, sentindo-se, com sua utilização, propensos a uma participação mais ativa nas atividades de aula.

Segundo Tonon (2009), para os estudantes, o uso das histórias em quadrinhos na sala de aula, possibilita a participação ativa dos mesmos, sendo geralmente bem recebida, contribuindo para uma melhor compreensão dos conceitos abordados, aguçando a curiosidade e desafiando o senso crítico. Além disso, Massa (2015) traz que a vivência da educação lúdica, vai além de um recurso formativo, contribuindo para a possibilidade do autodesenvolvimento.

Todavia, para tais contribuições, é imprescindível o papel do professor, enquanto mediador da leitura. Smole e Diniz (2001 apud SANTOS, 2021, p. 38)

destacam a motivação para a leitura, como parte importante para a realização desse processo, apontando que para que isso ocorra, é necessário deixar claro os objetivos de leitura, serem propostos desafios e atividades em que o ato de ler se constitua como uma tarefa possível e desafiadora, bem como, que o planejamento considere os alunos como referência para a escolha das leituras.

A partir disso percebemos que o professor tem papel fundamental na orientação da leitura, evidenciando quais os objetivos estão atrelados ao uso do recurso e levando em consideração para escolha da leitura adequada, o seu público, no caso, os alunos, de forma a possibilitar que eles compreendam a mensagem que o recurso queira transmitir.

Portanto, é nítida a contribuição dos recursos lúdicos, principalmente diante de uma disciplina que muitas vezes desde a infância os estudantes escutam dos seus pais ou professores, frases como "a matemática é chata", "a matemática é para gênios", entre outras, que por vezes, acaba desestimulando ainda mais os estudantes que já tem alguma dificuldade na área. Por isso, tem se repensado quanto às metodologias utilizadas na sala de aula, incorporando cada vez mais recursos lúdicos, com o intuito de desmistificar "a matemática de sete cabeças". Entre os recursos, temos a HQ, que vem sendo amplamente pesquisada, como podemos observar no quadro apresentado abaixo.

Quadro 1 - Pesquisas em HQ e educação

Ano	Título	Autor(es)	Tipo de Produção
2009	As histórias em quadrinhos como recurso didático nas aulas de matemática	SANDRA DE FÁTIMA TAVARES RODRIGUES TONON	Artigo
2012	Histórias em quadrinhos no processo de aprendizado: da teoria à prática	ROBERTO ELÍSIO DOS SANTOS; WALDOMIRO VRGUEIRO	Artigo
2014	NO DIA MAIS CLARO: um estudo sobre o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática em formação	LUIS ADOLFO DE OLIVEIRA CAVALCANTE	Dissertação
2016	ONDE NINGUÉM JAMAIS ESTEVE: o ensino de trigonometria por meio de histórias em quadrinhos	DANILO MONTEIRO DE VASCONCELOS	Monografia
2019	ENTRE PALAVRAS, QUADROS E NÚMEROS: uma análise ontossemiótica da construção do conceito de razões trigonométricas com a utilização de histórias em quadrinhos	DANILO MONTEIRO DE VASCONCELOS	Dissertação
2019	HQS DIGITAL E INICIAÇÃO EM GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS	ROSE MARY KERN MARTINS	Dissertação

	DO ENSINO FUNDAMENTAL: uma proposta didática		
2020	MATEMÁTICA BÁSICA EM QUADRINHOS: algumas aplicações das HQS em sala de aula	JOSÉ GLEISON LIMA DA SILVA	Dissertação

Fonte: A autora (2021).

Para a construção desse quadro, tomamos como referência o estudo de Vasconcelos (2019), no qual o mesmo selecionou os trabalhos que abordam sobre história em quadrinhos no contexto educacional e mais especificamente no ensino de matemática e das ciências. Diante do quadro que o autor traz, decidimos fazer algumas adaptações de acordo com a especificidade da nossa pesquisa, selecionando para estudo, os trabalhos que abordavam a HQ no contexto educacional e no ensino da matemática, além de selecionar alguns trabalhos mais recentes sobre a temática.

Tonon (2009) traz em seu artigo, uma reflexão da utilização de histórias em quadrinhos nas aulas de matemática, através da sua experiência com uma proposta de minicurso realizada com professores do ensino fundamental I, da região de Piraju, SP, no ano de 2004. A autora traz que o objetivo do minicurso era envolver os alunos no mundo da leitura e da matemática. Para tanto, foi utilizada uma história em quadrinhos da revista Chico, com o objetivo de discutir os aspectos matemáticos presentes na HQ.

Além disso, essa história em estudo oferecia a oportunidade de explorar aspectos da língua materna e de temas transversais, como ética, valores, trabalho infantil, entre outros. Foram propostas algumas atividades, para os professores aplicar em pelo menos uma turma, tendo resultado positivo com os estudantes que participaram do projeto, além de ter sido prazeroso tanto para os estudantes quanto para os professores, pois gostaram da atividade. No entanto, a autora traz que inicialmente houve a necessidade de convencer os professores a respeito do potencial das histórias em quadrinhos, para poderem realizar as atividades propostas.

O artigo de Santos e Vergueiro (2012) traz como objetivo fomentar e nortear o uso apropriado das narrativas sequenciais nas práticas educativas, discutindo principalmente os caminhos possíveis para sua implementação. Os autores apresentam um pouco sobre o processo de aceitação das histórias em quadrinhos como ferramenta pedagógica no Brasil, alguns aspectos da leitura de história em quadrinhos, a relação de quadrinhos com a literatura e possibilidade das aplicações dos quadrinhos em outras áreas de ensino.

Santos e Vergueiro (2012) destacam que a partir dos estudos feitos, constataram que as histórias em quadrinhos podem ter um papel considerável no processo educativo, no entanto, é necessário que tanto os professores quanto os alunos saibam como empregá-las, sendo necessário separar o material de acordo com a faixa etária e que tenha informações relevantes. Outro ponto destacado pelos autores foi a complexidade da leitura de história em quadrinhos, que não deve se restringir apenas ao texto ou enredo, sendo necessário ler e perceber os recursos da linguagem, da estética e da narrativa, ou seja, conhecer a linguagem dos quadrinhos, tendo em vista que os formatos das histórias em quadrinhos, também influenciam na maneira como podem ser lidas.

Na dissertação de Cavalcante (2014) foi investigado o sentido que os professores de matemática atribuem às histórias em quadrinhos durante um curso de formação com tais professores. Para tanto, o autor discute habilidades necessárias para construção de HQ, a forma como é tratado o conhecimento matemático na mesma e a organização de atividades didáticas que façam uso do recurso.

Segundo Cavalcante (2014) a investigação permitiu o esclarecimento sobre os sentidos dos professores a respeito das HQ no âmbito escolar, dando a eles subsídios para o trabalho com este recurso de modo satisfatório e reflexivo em sala de aula. Nesta pesquisa foi destacado também que através do curso os professores conseguiram perceber a potencialidade do uso de HQ e de não ser necessário ter habilidade com o desenho para se utilizar desse recurso, considerando a importância de um bom roteiro, para alcançar bons resultados no contexto educacional. Além disso, o autor destaca a importância de oferecer cursos de formação, de modo a oportunizar ao professor o conhecimento e a prática de produção de recursos didáticos.

Vasconcelos (2016) desenvolveu a sua pesquisa com o conceito de trigonometria, tendo por base a teoria da aprendizagem significativa. Na sua monografia, o autor tinha a finalidade de investigar como uma sequência didática utilizando história em quadrinhos pode favorecer a construção do conceito de trigonometria no triângulo retângulo.

Para alcançar esse objetivo, o autor elaborou uma HQ com o intuito de desenvolver o conceito, levando em consideração a sua inserção em uma sequência didática, a partir das discussões da aprendizagem significativa. O autor deixa claro que o objetivo da pesquisa é apresentar a HQ e explicar a sua inclusão no ensino a partir das teorias destacadas no estudo, não se preocupando em inserir o recurso em algum contexto de professores ou estudantes.

Vasconcelos (2016) destacou no seu trabalho, a necessidade de levar em consideração alguns fatores que podem gerar uma maior identificação com o material, como por exemplo, o

contexto na qual a HQ irá se inserir, a realidade dos estudantes, os seus conhecimentos prévios e os aspectos culturais que eles valorizam. Além disso, o autor enfatizou também que somente a HQ não fornece subsídios suficientes para aprendizagem, sendo imprescindível o trabalho do professor, de modo que o aluno possa externalizar essas concepções e/ou conceitos e construir aqueles que são aceitos cientificamente.

Já na sua dissertação, Vasconcelos (2019) tinha o objetivo de investigar as implicações do desenvolvimento de uma sequência didática para o ensino e aprendizagem na perspectiva de uma abordagem ontossemiótica¹ do conceito de razões trigonométricas pelo uso de histórias em quadrinhos em uma turma de 1º ano do Ensino Médio do município de Gravatá-PE. Participaram da pesquisa 20 estudantes dessa turma e utilizou para coleta de dados, um questionário estruturado prévio, observações registradas em diário de campo, registro das atividades desenvolvidas ao longo da sequência, registros fotográficos e gravações audiovisuais.

Para Vasconcelos (2019) a sua pesquisa obteve resultados satisfatórios, pois, perceberam, dentre outros aspectos, o desenvolvimento progressivo dos estudantes com relação aos conceitos, situações e procedimentos e os processos de interação com os recursos utilizados, principalmente com a história em quadrinhos. Além disso, evidenciaram que a sequência didática proposta se mostrou como um espaço aberto para o diálogo, com o incentivo ao desenvolvimento de processos de argumentação, interação docente-discente, trabalho em equipe e autonomia na construção do conhecimento.

Martins (2019) teve por objetivo elaborar uma proposta didática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, na iniciação em Geometria, usando as HQs em suporte digital. A pesquisa teve como público-alvo professores dos anos iniciais, mas especificamente do primeiro ao terceiro ano, tendo a escolha justificada pela importância de buscar outras metodologias no ensino e aprendizagem deste conceito, utilizando as tecnologias digitais. Para se alcançar o objetivo, foi elaborada uma HQ em formato digital, tendo por suporte o software HagáQuê e o computador na sala de informática.

Martins (2019) concluiu a partir dos resultados das pesquisas desenvolvidas que o professor deve estar ciente das especificidades desse gênero textual, sendo necessário fazer a seleção do material de acordo com a faixa etária. Além disso, é importante ter o conhecimento

¹ Proposto por Godino, Batanero e Font (2008), o Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento (EOS) apresenta, de forma geral, uma articulação entre as facetas institucionais e pessoais do conhecimento matemático, bem como pressupostos pragmáticos e realistas sobre os significados dos objetos matemáticos.

e a compreensão da linguagem dos quadrinhos pelos alunos, pautados na relação visual e verbal, para que os resultados sejam satisfatórios.

Silva (2020) desenvolveu sua pesquisa sobre o uso das histórias em quadrinhos para o ensino de matemática. O autor trouxe a proposta dos alunos do ensino médio produzindo as suas historinhas curtas, as tirinhas, contemplando temas matemáticos abordados em sala de aula, como as progressões aritméticas e conceitos da estatística.

Com essa proposta, o autor supracitado pretendia avaliar o conhecimento dos estudantes, já que eles deveriam mostrar o que sabiam do conteúdo, analisando as dificuldades e o nível de compreensão dos mesmos. O autor ressaltou sobre a versatilidade da HQ na veiculação para qualquer tipo de conteúdo e temática e que a sua proposta teve excelentes resultados.

Através dos estudos, percebemos que apesar de se tratar da análise do uso da HQ, cada uma tinha objetivos distintos, desde uma reflexão sobre o uso do recurso em um minicurso com professores do ensino fundamental I, outras que tinha o foco de investigar o sentido que os professores de matemática atribuíam ao recurso e até mesmo pesquisas voltadas para o uso do recurso no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, seja a trigonometria, uma iniciação a geometria ou até mesmo para qualquer tipo de conteúdo ou temática. Desse modo, percebemos que a inserção desse recurso vem sendo cada vez mais alvo de pesquisa e que no geral os resultados são positivos.

4 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Segundo Campos et al. (2013) a estatística está presente na vida das pessoas desde a antiguidade, quando se faziam levantamentos do tipo censitário, para recolher os tributos. Os autores destacam também que as primeiras aplicações do pensamento estatístico estão relacionadas às necessidades do Estado na formulação de políticas públicas. No que se refere à origem da etimologia da palavra estatística, Lopes e Meirelles (2005) destaca:

Defrontamo-nos com o registro da forma italiana statistica, desde 1633, com o sentido de “ciência do estado”. Do alemão Statistik, originou-se a palavra francesa Statistique em 1771; a espanhola Stadística em 1776; a inglesa statistics em 1787; e, finalmente, a portuguesa Estatística no início do século XIX.

Portanto, percebemos que a origem da palavra estatística, se deu em meados do século XVII, pelos italianos e que o registro em português foi somente no início do século XIX. Guedes et al. (2005) ressalta que a palavra estatística no singular se refere à teoria estatística e ao método pelo qual os dados são analisados, no plural, esta se refere às estatísticas descritivas que são medidas obtidas de dados selecionados. Mas afinal de contas, o que seria Estatística? E a Educação Estatística? Cazorla, Kataoka e Silva (2010, p.22) definem da seguinte forma:

Estatística como uma ciência que tem como objetivo desenvolver métodos para coletar, organizar e analisar dados. Já a Educação Estatística é uma nova área de pesquisa que tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino etc., visando o letramento estatístico.

Quanto ao entendimento do letramento estatístico, temos que é “a capacidade de uma pessoa interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, levando em consideração os argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos apresentados em qualquer contexto” (GAL, 2002 apud CAZORLA; KATAOKA; SILVA, 2010, p.22). Além disso, sobre o letramento estatístico temos que Gal (2002 apud CAZORLA; UTSUMI; SANTANA, 2020, p. 4)

[...] propõe um modelo de letramento estatístico formado por dois componentes: um cognitivo e outro atitudinal. O cognitivo é composto de cinco elementos: letramento, conhecimento estatístico, conhecimento matemático, conhecimento de contexto e capacidade de formular questões críticas. O atitudinal é composto de dois elementos: postura crítica, crenças e atitudes.

Através disso, percebemos que o objetivo da educação estatística é justamente possibilitar aos educandos o letramento estatístico, capacitando eles para um posicionamento crítico diante dos dados apresentados, para que consigam interpretar e questionar as informações apresentadas independente do contexto apresentado, para que não fiquem dependentes das interpretações de outras pessoas, que por vezes, tem por objetivo influenciar as nossas decisões.

Campos et al. (2013, p. 73) nos ajuda a compreender melhor sobre o que seria Estatística, para eles trata-se de "um ramo científico relacionado à obtenção de informações com base em dados numéricos e ao emprego dessas informações para efetuar inferências a respeito de uma população, da qual os dados são coletados". Além disso, Carvalho (2011) complementa ao destacar que a Estatística é uma ciência crítica, pois, é necessário não somente a leitura dos números, mas sim uma análise dos mesmos, levantando questionamentos, com possibilidades de uma maior intervenção social.

Segundo Campos et al. (2013) a Estatística foi estruturada como ciência no século XIX de forma independente da matemática, tendo grande avanço no século seguinte, com o desenvolvimento das duas teorias e com a incorporação de novas tecnologias, como as calculadoras e os computadores. Evidenciam também que todos os pesquisadores, utilizam os princípios da Estatística para fundamentar suas hipóteses nas mais diversas áreas do conhecimento.

Portanto, ficou nítida a distinção entre a educação estatística e a estatística, pois enquanto a última se trata de uma ciência, propriamente dita e sistematizada, a educação estatística é voltada ao ensino e aprendizagem desta ciência, com o objetivo de possibilitar o letramento estatístico. Segundo Campos et al. (2013, p. 73), existe dois ramos de Estatística:

- a) Estatística Descritiva ou Dedutiva: conjunto de técnicas destinadas à síntese dos dados numéricos.
- b) Estatística Inferencial ou Indutiva: compreende as técnicas segundo as quais são tomadas decisões sobre uma população, com base na observação de uma amostra.

Além disso, Guedes et al. (2005) complementam ao destacar que a estatística descritiva, se empenha em descrever os dados, enquanto a estatística inferencial, fundamentada na teoria das probabilidades, se empenha com a análise destes dados e sua interpretação. Os autores ressaltam que o principal objetivo da estatística descritiva é de sintetizar uma série de valores de mesma natureza, permitindo uma visão global da variação

desses valores, organizando e descrevendo os dados por meio de tabelas, de gráficos e de medidas descritivas.

No que se refere às medidas descritivas, Guedes et al. (2005) ressaltam que auxiliam a análise do comportamento dos dados e se classificam como medidas de assimetria e de curtose, medidas de dispersão e medidas posição (tendência central e separatrizes). Sobre as medidas de tendência central, Guedes et al (2005, p. 28) destacam "são assim denominadas por indicarem um ponto em torno do qual se concentram os dados. Este ponto tende a ser o centro da distribuição dos dados". Dentre as principais medidas de tendência central, temos a moda, a mediana e a média aritmética, apresentadas a seguir.

"A moda (M_o) é o valor que apresenta a maior frequência da variável entre os valores observados" (GUEDES et al., 2005, p. 31). Os autores destacam também a possibilidade de um conjunto de dados, apresentarem todos os seus elementos com a mesma frequência absoluta, classificando essa possibilidade como amodal e situações onde a sequência de observações apresenta vários elementos com a mesma frequência absoluta, classificando-os como plurimodal.

Quanto à mediana, Guedes et al. (2005, p. 32) ressaltam "é o valor que ocupa a posição central da série de observações de uma variável, em rol, dividindo o conjunto em duas partes iguais, ou seja, a quantidade de valores inferiores à mediana é igual à quantidade de valores superiores a mesma". Evidencia-se a necessidade de colocarmos os dados em rol, e observar se a quantidade de valores é par ou ímpar. Pois, conforme destaca Carvalho (2011, p. 30), "1. Se o número de valores é ímpar, a mediana é o número localizado exatamente no meio da lista; 2. Se o número de valores é par, a mediana é a média dos dois valores do meio".

Temos também a média aritmética, que é o foco do nosso estudo. Sobre tal conceito, Guedes et al. (2005, p. 29) apontam "é a soma de todos os valores observados da variável dividida pelo número total de observações. Sob uma visão geométrica a média de uma distribuição é o centro de gravidade, representa o ponto de equilíbrio de um conjunto de dados".

Além disso, Guedes et al. (2005) destacam também que a média é a medida de tendência central que mais utilizam para representar a massa de dados. É importante evidenciar também que a média aritmética pode ser de dois tipos: simples ou ponderada. No caso da média aritmética ponderada, utilizamos quando os valores têm diferentes pesos. Todavia, como o foco da nossa pesquisa é a média aritmética simples, descreveremos mais um pouco sobre essa medida, a qual pode ser definida também da seguinte forma, ilustrada abaixo na Figura 1.

Figura 1 - Definição de média aritmética simples (1)

X. Média aritmética

Seja x uma variável quantitativa e x_1, x_2, \dots, x_n os valores assumidos por x . Define-se a *média aritmética* de x — indicada por \bar{x} — como a divisão da soma de todos esses valores pelo número de valores, isto é:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Fonte: IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN (2013, p. 114).

Essa definição foi retirada do livro Fundamentos da Matemática Elementar-Matemática comercial, Matemática financeira, Estatística descritiva, bastante utilizado no Ensino Médio e no Ensino Superior, por isso apresenta o símbolo do somatório, que é mais utilizado nesses níveis de ensino. Tal simbologia, não costuma ser apresentada nos livros do Ensino Fundamental, tendo estes uma representação mais simples de ser compreendida, como podemos observar a seguir, na Figura 2.

Figura 2 - Definição de média aritmética simples (2)

Média aritmética

Vamos relembrar como calcular a média de um conjunto de dados. Veja a situação a seguir.

Alexandre, o professor de História, avisou aos alunos que a média bimestral seria calculada conforme o seguinte critério: adicionam-se as notas obtidas no projeto individual, na prova e no trabalho em grupo e o resultado obtido é dividido por 3.

Laura é aluna de Alexandre e calculou sua média bimestral desta maneira:

$$\text{média} = \frac{\text{projeto individual } 5,0 + \text{prova } 6,5 + \text{trabalho em grupo } 9,5}{3} = \frac{21}{3} = 7,0$$

Portanto, nesse bimestre, Laura obteve média 7,0.

Fonte: BIANCHINI (2018, p. 78).

Essa figura foi extraída de um livro do oitavo ano do Ensino Fundamental-Matemática Bianchini, onde o autor introduz o conceito com uma situação problema

envolvendo o cálculo de média aritmética simples, como uma proposta de revisão, o que podemos observar quando o autor nos traz a proposta de "relembrar". O mesmo, em seguida, faz uma representação gráfica das pontuações obtidas por Laura, mostrando o quanto cada dado se distancia da reta média.

Em seguida, Bianchini apresenta como deve ser feito o cálculo de média aritmética, "para calcular a média aritmética de dois ou mais números, basta dividir a soma desses números pela quantidade de números dados" (BIANCHINI, 2018, p. 79). Percebemos que ele utiliza a linguagem natural para explicar o cálculo, ao invés da linguagem simbólica, cheia de variáveis, que muitas vezes é um obstáculo para os estudantes do ensino fundamental.

Evidencia-se uma inversão, pois, enquanto o livro utilizado no ensino médio e no superior apresenta a definição com uma linguagem mais complexa e depois o exemplo, no livro do ensino fundamental, a ordem foi invertida, como podemos observar. Geralmente, a ordem mais comum de se encontrar nos livros didáticos, e até mesmo nas aulas de matemática, é a introdução com a definição e em seguida, os exemplos. Abaixo, na Figura 3, temos um exemplo.

Figura 3 - Exemplo de uma questão de média

Exemplos

1º) Um aluno, preparando-se para o exame vestibular, fez 12 simulados no cursinho ao longo do ano. Em cada simulado, o número de questões era oitenta. Os valores seguintes correspondem às pontuações obtidas nesses exames:

56 — 52 — 61 — 53 — 48 — 68
49 — 59 — 61 — 62 — 60 — 55

Qual é a média aritmética desses valores?

Temos:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i}{12} = \frac{56 + 52 + \dots + 60 + 55}{12} = \frac{684}{12} = 57$$

Fonte: Fundamentos de Matemática Elementar (2013, p. 114).

Percebe-se uma situação-problema envolvendo o conceito em estudo, onde a média não coincide com nenhum dos valores dados, o que acreditamos que teve como objetivo despertar a atenção dos alunos, para mostrar essa propriedade, o que fica nítido com o questionamento que os autores apresentam em seguida, sobre o significado do resultado

obtido. Com isso, evidencia-se a preocupação dos autores não apenas com o cálculo procedimental, mas com o significado que pode ser atribuído dentro dessa situação específica e das propriedades de média, como podemos observar abaixo, na Figura 4.

Figura 4 - Reflexão do significado do resultado

A nota média obtida por esse aluno é 57 pontos. Qual é o significado desse valor?

Caso o aluno apresentasse a mesma pontuação (desempenho) em todos os simulados, essa pontuação deveria ser 57 pontos a fim de que fosse obtida a pontuação total de 684 pontos, equivalente à soma dos pontos obtidos efetivamente nas 12 provas.

Observe que em nenhum simulado ocorreu a pontuação média, que é 57 pontos.

Isso sugere que, ao calcularmos a média aritmética de um conjunto de valores, podemos obter um resultado que não coincide com nenhum dos valores que a variável assume.

Fonte: Fundamentos de Matemática Elementar (2013, p. 115).

Esse questionamento é de fundamental importância, principalmente quando estamos diante de um conceito em que geralmente só é enfatizado a sua representação simbólica. Sendo necessário que os professores, levante além desse, questionamentos como: Quando a média aritmética faz sentido? Quando ela não faz? Se utilizarmos outros valores poderia obter como resposta um número decimal? Se ele não tivesse acertado nada da prova, deveríamos levar em consideração esse valor? Dentre outras perguntas, poderiam ser exploradas, com a mediação do(a) professor(a), as propriedades e os significados do conceito.

Sobre essa necessidade de permitir reflexões sobre os resultados encontrados e não se restringir apenas ao procedimento, Carvalho e Luna (2019) destacam que a sua pesquisa contribuiu para que o professor possa abordar nas suas aulas de matemática, o conceito de média aritmética por meio dos seus significados, sendo necessário um tempo maior para desenvolver a temática. Além disso, foi evidenciada pelos autores a necessidade de superar esses desafios, na formação inicial e continuada dos professores, para preparar os docentes para trabalhar tal conceito relevante ao mundo real.

Diante disso, como já foi mencionado anteriormente, o enfoque do nosso estudo é investigar o uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética com licenciandos em matemática, destacando na HQ as propriedades e os significados desse

conceito, a partir dos estudos sobre esse campo conceitual. Tendo em vista que como já foi mencionado, é importante instigar os docentes ou futuros docentes a dedicarem um tempo para o desenvolvimento deste conceito, pois a "compreensão de um conceito não se reduz simplesmente a conhecer as definições, algoritmos e propriedades, se faz necessário principalmente compreender o significado de tal conceito e quando é possível aplicá-lo" (MARCOLINO, 2017, p. 25).

5 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E O CAMPO CONCEITUAL DE MÉDIA ARITMÉTICA

Diante dos objetivos da nossa pesquisa, torna-se pertinente entendermos sobre a Teoria de Campos Conceituais, sistematizada por Gérard Vergnaud e a importância dessa teoria na formação do campo conceitual de média aritmética. Conforme destaca Magina et al. (2001), temos:

A Teoria dos Campos Conceituais tem contribuído de forma significativa com o campo da Educação Matemática, ajudando no entendimento de educadores e pesquisadores com relação ao desenvolvimento e a formação dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, e cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito. Conjunto de conceitos inter-relacionados com conjuntos de situações (apud CARVALHO, 2011, p. 47).

Para melhor compreender essa teoria, se faz necessário entender alguns conceitos chaves da mesma, sobre os quais, Moreira (2002) destaca os seguintes: esquema, situação, invariante operatório, sua concepção de conceito e o próprio campo conceitual. Vergnaud se refere ao esquema como sendo "a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações" (apud MOREIRA, 2002, p 12).

Moreira (2002, p. 12), destaca ainda que segundo Vergnaud, "é nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória". No que se refere à classe de situações, Vergnaud, distingue entre:

1. classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;
2. classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso (apud MOREIRA, 2002, p. 13).

Portanto, percebemos que o esquema utilizado para o tratamento da situação, difere de acordo com as classes de situações, pois, enquanto na primeira o sujeito já tem as competências necessárias, na segunda classe, ocorre um processo de construção dessas competências, por meio de tentativas, que podem levar ao sucesso ou ao fracasso do tratamento da situação. Para Carvalho (2011), Vergnaud faz em sua teoria, uma restrição do significado de situação, destacando duas ideias:

1. a ideia de variedade: existe uma grande variedade de situações num dado campo conceitual, e as variáveis de situação são um meio de gerar de forma sistemática o conjunto das classes possíveis.
2. a ideia de história: os conhecimentos dos alunos são formados pelas situações com que eles depararam e que progressivamente dominaram, nomeadamente pelas primeiras situações susceptíveis de dar sentido aos conhecimentos e aos procedimentos que pretende ensinar-lhes (VERGNAUD, 1991, apud CARVALHO, 2011, p. 47).

Evidencia-se, portanto, a necessidade de se trabalhar com os estudantes, diferentes situações possíveis, para o processo de construção de um conhecimento sobre determinado conceito. Quanto aos invariantes operatórios, Vergnaud (1993, p. 4 apud Moreira 2002) traz que este é uma expressão mais abrangente e que podem ser designados também como "conceito-em-ação" e "teorema em ação", que são os conhecimentos contidos nos esquemas.

Além disso, Vergnaud (1998, p. 167 apud Moreira 2002, p. 14) traz que "esquema é a organização da conduta para certa classe de situações; teoremas-em-ação e conceitos-em-ação são invariantes operacionais, logo, são componentes essenciais dos esquemas e determinam as diferenças entre eles". Vergnaud (1998) traz que "Teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real. Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante" (apud MOREIRA, 2002, p. 14).

O campo conceitual é "um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição" (VERGNAUD, 1991, apud MOREIRA, 2002, p. 4). Sendo assim, percebemos que o campo conceitual é complexo e não homogêneo, sendo formado por diferentes problemas, situações, por exemplo, no processo de aquisição do conhecimento daquele campo conceitual. Além disso, sobre a formação de um conceito, que segundo Vergnaud (1991), se dá a partir de três conjuntos:

- S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito;
- I: conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto;
- R: conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (apud CARVALHO, 2011, p. 48-49).

Moreira (2002) traz que o conjunto das situações é o referente do conceito, o conjunto de invariantes é o significado do conceito, enquanto o conjunto de representações simbólicas

é o significante. O autor destaca também que para estudar o desenvolvimento e o uso de um conceito, é imprescindível considerar os três conjuntos simultaneamente. Diante disso, a construção da nossa proposta didática perpassa pelos três conjuntos, significados, invariantes e representações simbólicas relacionadas ao conceito de média aritmética.

No conjunto das representações simbólicas do conceito de média aritmética, temos que costuma ser apresentada na linguagem natural como "somatório dos valores dados, dividido pela quantidade de dados". Vergnaud (apud Carvalho Jr; Aguiar Jr, 2008, p. 212) apresenta três justificativas para que se utilize o conceito de campo conceitual como forma de análise para a questão da obtenção de conhecimento, das quais destacamos a primeira.

(1) Um conceito não se forma a partir de um só tipo de situação, o que sugere a necessidade de se diversificarem as atividades de ensino em um movimento que permita ao sujeito a aplicação de um dado conceito em diversas situações e que faça a integração entre as partes e o todo.

Além disso, Vergnaud (apud CARVALHO JR; AGUIAR JR, 2008, p. 213) traz que “o processo de desenvolvimento cognitivo, por ser fortemente dependente das situações a serem enfrentadas pelo sujeito, tem como cerne a construção de conceitos, ou seja, a conceitualização”. Ou seja, para que se desenvolva o cognitivo dos estudantes, se faz necessário conceituar através de diferentes situações, levando o indivíduo a pensar sobre os diferentes significados e propriedades que podem ser atribuídos às mesmas. Portanto, trazemos na HQ diferentes situações, para conceituar média aritmética.

5.1 OS SIGNIFICADOS DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA

Quanto ao conjunto de situações que dão sentido ao conceito, Carvalho (2011, p. 49) aponta que “o sentido não está nele mesmo. O sentido será construído na relação do indivíduo com as situações e os significantes”. Além disso, Batanero (2000 apud MARCOLINO 2020, p. 39) traz que "é desejável que esses significados sejam formalizados nas escolas progressivamente a partir de diferentes situações-problemas, com os quais os estudantes se deparam ao longo do processo de escolarização".

Batanero (2000 apud Marcolino, 2017) traz os seguintes significados dispostos no quadro abaixo:

Quadro 2 - Significados de média aritmética

Ordem	Significado de média aritmética
1°	Estimação de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição – cálculo da melhor estimativa de um valor desconhecido;
2°	Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme;
3°	Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.
4°	Valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população.

Fonte: Marcolino (2017)

No primeiro significado anuncia que a média pode ser utilizada como uma estimativa de uma quantidade desconhecida diante de situações com erros de medição, por conta da imperfeição dos instrumentos de medição. Batanero (2000, p. 2 apud MARCOLINO 2020, p. 37) traz o seguinte exemplo: “um pequeno objeto é pesado com o mesmo instrumento por oito alunos de uma classe, obtendo os seguintes valores em gramas: 6,2; 6,0; 6,0; 6,3; 6,1; 6,23; 6,15; 6,2. Qual seria a melhor estimativa do peso real do objeto?”. Segundo Marcolino (2020) problemas similares a esse, eram resolvidos também em outras áreas do conhecimento, como na astronomia, na navegação e na metalurgia.

No segundo significado, temos que podemos utilizar a média aritmética diante de situações que precisam de um valor equitativo para uma distribuição uniforme. Batanero (2000, p. 3 apud MARCOLINO 2020, p. 37) traz o seguinte exemplo: “algumas crianças levam doces para as aulas. André leva 5, Maria 8, José 6, Carmem 1 e Daniel não leva nenhum. Como distribuir esses doces de forma equitativa?”. O objetivo dessa questão é encontrar um valor justo na divisão, para que ambas as crianças fiquem com a mesma quantidade de doces.

Marcolino (2020) traz que é muito comum esse significado quando vamos calcular a média bimestral de uma disciplina que foi composta por várias atividades avaliativas. Exemplo, foram feitas duas Atividades Avaliativas, tirei quatro na primeira e oito na segunda, será que consegui recuperar a primeira nota vermelha, ficando com seis em cada atividade? Situações como essas é muito comum no cotidiano escolar, principalmente quando está próximo de se encerrar algum bimestre ou ano letivo.

No terceiro significado é enunciada a média como um elemento representativo de um conjunto de dados, com uma distribuição simétrica. Batanero (2000, p. 3 apud MARCOLINO, 2020, p. 38) traz o seguinte exemplo: “ao medir a altura em cm, que um grupo de estudantes pode pular, antes e depois de ter um treinamento esportivo, os seguintes valores foram anotados. Você acha que o treinamento é significativo?”.

Tabela 1- Exemplo do significado (S3)

ALTURA SALTADA EM CM										
ALUNO	ANA	BIA	CAROL	DIANA	ELENA	FANNY	GIA	HILDA	INES	JUANA
ANTES DO TREINAMENTO	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
DEPOIS DO TREINAMENTO	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

FONTE: Batanero (2000 apud MARCOLINO, 2020, p. 38)

Nesse exemplo, percebemos que o objetivo é descobrir se o treinamento esportivo está sendo significativo e para isso é evidenciado alguns dados referentes à altura antes e depois do treinamento de 10 participantes. Diante disso, Marcolino (2020) nos traz que "para conseguirmos representar um conjunto de dados fazendo uso da média aritmética, é necessário considerar suas propriedades de localização central".

No quarto significado, é destacada a média como o valor mais provável quando tomar um elemento aleatório de uma população. Batanero (2000, p. 3) traz o seguinte exemplo:

A altura média dos alunos de uma determinada escola é de 1,40m. Se retirarmos aleatoriamente uma amostra de 5 alunos, medindo assim, a altura dos 4 primeiros, descobrimos que eles tem altura igual a: 1,38m, 1,42m, 1,60m e 1,40m. Desta forma, qual será a altura mais provável do quinto aluno? (apud MARCOLINO 2020, p. 38).

Nessa questão percebemos que Batanero (2000) tem o objetivo de identificar o possível valor que será encontrado ao tomar o quinto aluno de uma escola onde os alunos têm a altura média de 1,40m. Nesse caso é muito comum os estudantes calcularem a média dos valores fornecidos para encontrar a suposta altura do quinto aluno, todavia como a altura média dos alunos é 1,40m, possivelmente, o quinto aluno teria 1,40.

Marcolino (2020) nos traz que esse significado está presente no nosso cotidiano, como no caso da reforma previdenciária, onde se utilizam de argumentos que a população está envelhecendo e preveem a expectativa de vida da população ou o tempo que vão usufruir do

benefício, nesse caso, a média da variável idade e o tempo que vão receber o benefício, é tomada como um valor provável, uma possibilidade.

5.2 AS PROPRIEDADES DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA

Além disso, Carvalho (2011, p. 51) traz que "as propriedades de um conceito estão inseridas no conjunto dos invariantes operatórios". Strauss e Bichler (1988 apud MARCOLINO, 2017) elencam as seguintes propriedades:

Quadro 3- Propriedades de média aritmética

Ordem	Propriedades de média aritmética
1°	A média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo \leq média \leq valor máximo);
2°	A soma dos desvios a partir da média é zero ($\sum (X_i - \text{média}) = 0$);
3°	A média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\sum X_i/n$);
4°	A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem;
5°	A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,3);
6°	O cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos;
7°	A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

Fonte: Marcolino (2017).

Segundo Strauss e Bichler (1988 apud MARCOLINO 2020, p. 40) "para a construção do conceito de média são essenciais as propriedades elencadas por eles e tais propriedades são compreendidas em três aspectos, a saber: aspecto estatístico, aspecto abstrato e aspectos representativos". Segundo Strauss e Bichler (1988 apud MARCOLINO 2020), temos que o aspecto estatístico está relacionado às três primeiras propriedades, consideradas básicas. Já o aspecto abstrato está relacionado com a quarta, quinta e sexta propriedade. E o aspecto representativo está relacionado com a sétima propriedade.

Ao fazermos o cálculo da média aritmética de alunos por turma, encontramos o resultado de 30 alunos por turma. No entanto, o autor da questão não apresentou essa resposta

em nenhuma das alternativas. Diante disso, percebemos que o licenciando não fez o cálculo para saber qual seria o resultado encontrado e nem levou em consideração a propriedade P1 de média aritmética, que afirma o seguinte: A média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo \leq média \leq valor máximo), pois colocou valores abaixo de 15, que é o menor valor do conjunto de dados.

Na segunda propriedade é exposto que "a soma dos desvios a partir da média é zero ($\sum (X_i - \text{média}) = 0$)". Marnich (2008 apud Carvalho 2011, p. 32) traz na explanação que "a soma das diferenças da média subtraída de cada valor dos dados é zero". Um exemplo, a média de 10, 15 e 20 é 15, portanto, temos que $(10-15) + (15-15) + (20-15)$ será exatamente igual a zero.

A terceira propriedade nos traz que "A média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\sum X_i/n$). Marnich (2008 apud Carvalho 2011, p. 32) explica que "qualquer novo dado adicionado ao conjunto de dados original altera a média, a menos que o novo dado seja de valor igual ao da média". Exemplo, a altura de um grupo de amigos são 1,50m, 1,60m, 1,60m e 1,70m. A média aritmética dessas alturas será 1,60m. Todavia, se algumas das alturas forem alteradas, se depois de certo tempo a altura de alguns dos amigos estiverem aumentados e as outras permanecerem iguais, a média sofrerá alterações, passando a ser um valor mais alto que o anterior. Caso a altura de alguns dos amigos seja diminuída, nesse caso a média também sofrerá alterações.

Na quarta propriedade, temos que "a média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem". Marnich (2008 apud Carvalho 2011, p. 32) traz o seguinte exemplo: "A média de 10 e 20 é de 15 (que não é um dos pontos de dados)". Nesse exemplo percebemos que a média foi um número diferente de 10 e 20, que são os dados do conjunto, o mesmo acontece com a média de 4 e 6, entre outras situações.

A quinta propriedade profere que "a média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,3)". Além disso, Marnich (2008 apud Carvalho 2011, p. 32) traz o seguinte exemplo: "se uma escola tem duas turmas de primeiro grau com 22 e 25 alunos em cada sala de aula, o número médio de alunos em cada sala é de 23,5 alunos, uma impossibilidade física".

Na sexta propriedade temos que "o cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos". Marcolino (2020) traz o seguinte exemplo: "se formos calcular a média de gols de um determinado clube de futebol, devemos considerar todas as partidas jogadas pelo clube, inclusive quando não fizerem gols e quando perderem".

No que se refere à sétima propriedade, a mesma profere que "a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores". Segundo Marcolino (2020), essa propriedade nos permite o entendimento de que a média é o valor que chega mais próximo da representação de um dado amostral.

Todavia, nem sempre a média será considerada a melhor representação de um dado amostral, sendo necessário se utilizar da moda ou da mediana, por exemplo. Um exemplo que pode retratar essa questão, é a média salarial de uma empresa com 5 funcionários onde 4 recebem 2 mil e o outro funcionário recebe 22 mil, logo a média salarial é 6 mil. Nesse caso, temos que a média não é uma boa representante dos dados, pois os salários são muito diferentes e o mais frequente é o salário de 2 mil.

6 METODOLOGIA

A presente pesquisa tem por finalidade alcançar os seguintes objetivos específicos: compreender os conhecimentos dos licenciandos em matemática sobre o conceito de média aritmética; elaborar uma história em quadrinhos com as propriedades e significados de média aritmética; analisar o uso da HQ no ensino e aprendizagem do conceito de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática. A partir dessa pesquisa de natureza qualitativa, pretendemos responder ao seguinte problema de pesquisa: Quais as possibilidades do uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática?

Sobre a pesquisa de natureza qualitativa, Garnica (2001, p. 42) destaca:

A pesquisa qualitativa, concordamos, é um meio fluido, vibrante, vivo e, portanto, impossível de prender-se por parâmetros fixos, similares à legislação, às normas, às ações formalmente pré-fixadas. Em abordagens qualitativas de pesquisa, não há modelos fixos, não há normatização absoluta, não há a segurança estática dos tratamentos numéricos, do suporte rigidamente exato.

Portanto, percebemos a complexidade dos dados de pesquisa, tendo em vista que este trabalho visa investigar o uso de história em quadrinhos, para o ensino e aprendizagem de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática. Para tanto, percorremos o seguinte percurso metodológico, destacado abaixo.

A primeira fase da nossa pesquisa envolveu a leitura de artigos e demais periódicos, bem como o fichamento de alguns deles para a formulação do referencial teórico. A segunda fase foi à elaboração da HQ ancorada na Teoria dos Campos Conceituais, levando em consideração os estudos sobre o conceito de média aritmética. A terceira fase foi o planejamento da oficina e elaboração dos formulários. Após esse momento, realizamos a oficina, que devido à necessidade de manter o distanciamento social por conta da pandemia, foi realizada pelo Google Meet. Para concluirmos, a última fase foi à análise dos dados da pesquisa.

Para Martins (2004) um atributo fundamental da metodologia qualitativa é a heterodoxia no momento da análise de dados. A coleta de dados foi realizada através de dois formulários que foram disponibilizados para os licenciandos durante uma oficina intitulada "Vamos Vigorar na Estatística? Discussões a partir de uma HQ", que foi ofertada em parceria com o Laboratório de Ensino de Matemática do Agreste Pernambucano do Campus Acadêmico do Agreste (LEMAPE-CAA).

A oficina teve como público alvo licenciandos em matemática e foi divulgada por meio das redes sociais. Tinha o objetivo de proporcionar aos participantes uma reflexão sobre a necessidade de um ensino e aprendizagem de média aritmética de uma forma mais reflexiva, envolvendo as propriedades e significados do conceito, assim como analisar o uso de uma HQ de média aritmética, a qual foi elaborada tendo por base os estudos desse campo conceitual.

Para participar da oficina, era necessário preencher o formulário de inscrição que foi disponibilizado no convite divulgado. Dentre os estudantes que se inscreveram, foram selecionados 22 licenciandos em matemática, que preencheram as informações para que pudessemos manter um contato com as informações necessárias. Entre os participantes da oficina, havia 15 (quinze) estudantes da Universidade Federal de Pernambuco- Campus Acadêmico do Agreste, 1 (um) licenciando da Autarquia Educacional do Belo Jardim, 4 (quatro) da Universidade de Pernambuco- Campus Petrolina, 1 (um) da Universidade de Pernambuco- Campus Mata Norte e 1 (um) do Instituto Federal de Pernambuco.

No Quadro 4, apresentamos a sequência da oficina.

Quadro 4 - Descrição da sequência da oficina

Momentos na Oficina	Ações
1º momento	Apresentação da proposta de pesquisa.
2º momento	Propor aos licenciandos definirem o conceito de média aritmética e elaborar uma questão do conceito de média aritmética (1º formulário).
3º momento	Apresentação e discussão de algumas respostas dos licenciandos; Exemplificar como o conceito é apresentado nos livros didáticos.
4º momento	Apresentação da HQ com o conceito de média aritmética, ancorada na teoria dos campos conceituais; Apresentação das propriedades e significados do conceito de média aritmética, a partir de algumas situações presentes na HQ.
5º momento	Analisar o uso da HQ para o ensino e aprendizagem de média aritmética no olhar dos participantes (2º formulário).
6º momento	Discussões das respostas dos licenciandos sobre o uso da HQ apresentada.

Fonte: A autora (2021).

No primeiro momento da oficina, apresentamos a proposta da pesquisa, justificando a escolha do tema, assim como a sua relevância para a educação estatística. No segundo momento, foi proposto aos licenciandos responderem individualmente ao primeiro formulário, que tinha por objetivo compreender os conhecimentos dos mesmos em matemática sobre o conceito de média aritmética. O objetivo das questões era identificar se os

licenciandos utilizariam as propriedades e significados do conceito de média aritmética ou se iriam se restringir apenas ao cálculo procedimental.

No terceiro momento da oficina, foi proposto um momento de apresentação das respostas dos licenciandos na questão, todavia, devido ao tempo e também a timidez, poucos apresentaram as respostas. Em seguida, trouxemos alguns exemplos da definição de média aritmética encontradas nos livros didáticos.

No quarto momento, houve a apresentação da HQ, com o auxílio de um dos licenciandos participantes, para fazer a leitura dos quadrinhos. Após a apresentação, discutimos um pouco sobre a Teoria dos Campos Conceituais, as propriedades e significados de média aritmética, trazendo alguns recortes da HQ para exemplificá-los.

No quinto momento, foi proposto aos mesmos, responderem individualmente ao segundo formulário, que tinha por objetivo analisar o uso da HQ no ensino e aprendizagem do conceito de média aritmética com licenciandos em matemática. No sexto momento, houve a discussão de algumas respostas sobre o uso do recurso apresentado.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, apresentamos a análise das respostas dos participantes da pesquisa, de acordo com os nossos objetivos. Diante disso, retomamos que o objetivo geral da nossa pesquisa é investigar o uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética com licenciandos em matemática.

A pesquisa tem como base teórica a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, a qual destaca que um conceito matemático é formado por propriedades, significados e representações. Para manter o anonimato dos participantes, seguindo as normas da pesquisa, adotamos a seguinte nomenclatura para nos referimos aos licenciandos: L1, L2 e assim sucessivamente até o licenciando L22.

7.1 COMPREENSÃO DOS LICENCIADOS EM MATEMÁTICA SOBRE O CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA

Neste tópico apresentamos uma análise da compreensão dos licenciandos em matemática sobre o conceito de média aritmética. Como um dos objetivos específicos da nossa pesquisa é compreender os conhecimentos dos licenciandos em matemática sobre o conceito de média aritmética, para alcançá-lo, elaboramos as seguintes questões descritas abaixo, as quais foram disponibilizadas através da plataforma Google Forms.

- Como você define a média aritmética?
- Elabore uma questão sobre o conceito de média aritmética.

No Quadro 5, destacado abaixo, mostramos os tipos de resposta dos 22 licenciandos que participaram da pesquisa, na primeira questão.

Quadro 5 - Tipos de respostas dos licenciandos na Q1

Tipos de respostas	Licenciandos
Definiu média aritmética através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural e trouxe um exemplo.	L6; L10.

Definiu média aritmética através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural e trouxe um exemplo com números, todavia apresentou dificuldades na divisão.	L17.
Definiu média aritmética através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural.	L1; L3; L4; L7; L8; L11; L13; L16; L18; L20.
Definiu média aritmética como medida estatística de posição, medidas de centralidade.	L14
Definiu média aritmética como medida estatística ou medida de centralidade e apresentou a definição através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural.	L2; L9; L15; L19.
Definiu média aritmética como medida utilizada no cotidiano e apresentou a definição através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural.	L12
Mostrou-se inseguro ao definir, apesar de ter explicado corretamente o procedimento para obtê-la.	L5
Não respondeu	L21; L22.

Fonte: A autora (2021).

Na Figura 5, ilustrada a seguir, apresentamos uma resposta de um dos participantes que definiu média aritmética através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural e trouxe um exemplo.

Figura 5- Resposta do participante L6

A média aritmética é a soma de números dividida pela quantidade de números

ex:
$$\frac{3+4+9+4}{4} = \frac{20}{4}$$

Fonte: dados da pesquisa.

Na resposta desse licenciando, percebemos que ele não apresenta diretamente a fórmula do cálculo do algoritmo de média aritmética, mas deixa implícito na sua definição e em seguida, exemplifica como encontrar a média aritmética de um conjunto de dados. Através desse exemplo, percebemos que apesar de não ter calculado a divisão para encontrar o valor que da média aritmética, o resultado será um número diferente dos valores a partir dos quais ela foi calculada, o que nos mostra de forma implícita o conhecimento da propriedade P4, que a média não precisa coincidir com um dos valores a partir dos quais foi calculada.

Assim como o licenciando L6, o licenciando L10 também apresentou um exemplo após a definição, utilizando somatório de três variáveis (X, Y, Z) e dividindo por três. Através desse exemplo, percebemos que o licenciando se aproxima mais de uma forma genérica, por meio da presença das variáveis e que ao dividir pela quantidade das variáveis, deixa implícito o conhecimento da propriedade P3, que a média é influenciada por cada um e por todos os valores.

Na Figura 6, ilustrada a seguir, apresentamos um exemplo da resposta do participante que definiu média aritmética através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural e trouxe um exemplo, todavia apresentou dificuldades na divisão.

Figura 6 - Resposta do participante L17

Média aritmética é o resultado da divisão da soma de ~~de~~ números pela sua quantidade.

Ex.: $\frac{1 + 0 + 8}{3} = \frac{15}{3} = \text{ma} = 11$

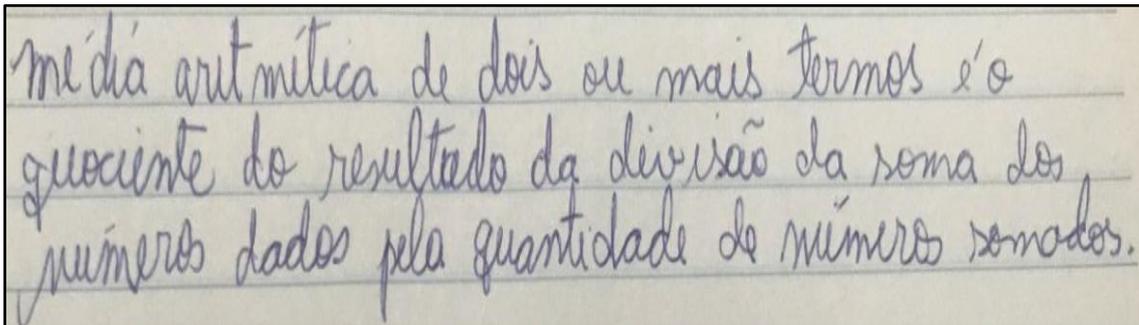
Fonte: dados da pesquisa.

Percebemos na resposta desse licenciando, que ao trazer o exemplo de como se calcular a média aritmética de um conjunto de dados, o mesmo calcula corretamente a soma dos valores, mas apresentou dificuldades na divisão. Apesar de ter sido o único licenciando que apresentou dificuldades nessa fase, infelizmente muitos estudantes ainda apresentam problemas também, nas operações consideradas básicas da matemática. Marcolino (2020) evidenciou na sua pesquisa feita com estudantes do terceiro ano do ensino médio, casos que

estudantes erraram a questão de média aritmética, por apresentarem dificuldades nas operações.

A seguir na Figura 7, apresentamos um exemplo da resposta do participante que definiu média aritmética através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural. Esse tipo de resposta foi o mais comum pelos licenciandos, 50% dos participantes que responderam a questão, definiram média aritmética dentro dessa perspectiva.

Figura 7 - Resposta do participante L8



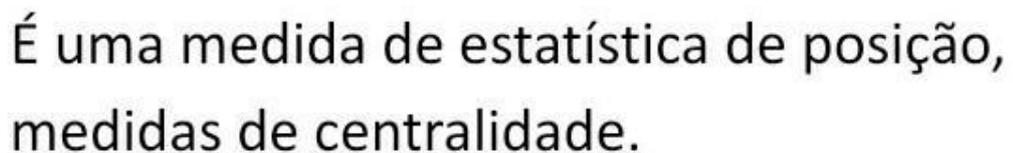
média aritmética de dois ou mais termos é o quociente do resultado da divisão da soma dos números dados pela quantidade de números somados.

Fonte: dados da pesquisa.

Percebemos que esse licenciando, apresentou a definição focada apenas no procedimento do cálculo para encontrar o valor da média aritmética de um conjunto de dados, evidenciando que devem ser utilizados no procedimento do cálculo, todos os valores do conjunto de dados.

Na figura 8, ilustrada a seguir, apresentamos um exemplo de um licenciando que definiu média aritmética como medida estatística de posição. Essa definição foi a única que não trouxe o procedimento de como encontrar a média aritmética, apresentando a média de acordo com o aspecto espacial, como uma medida de centralidade, por ser o valor que está mais próximo dos demais dados.

Figura 8 - Resposta do participante L14

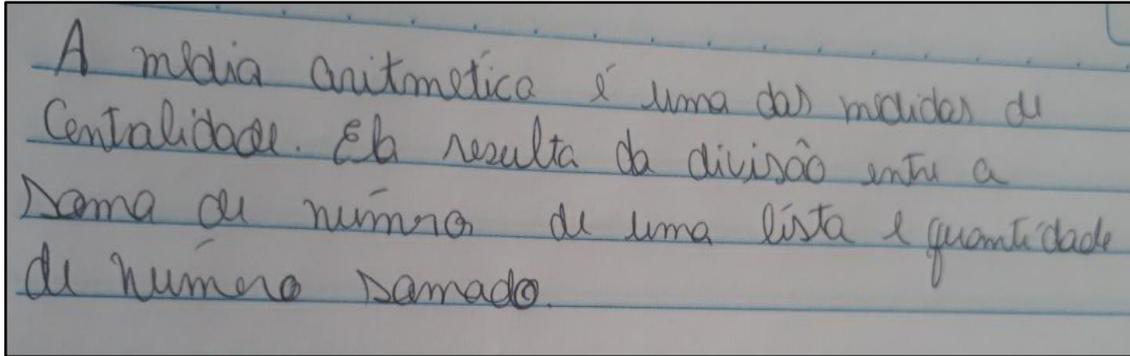


É uma medida de estatística de posição, medidas de centralidade.

Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 9, apresentamos um exemplo de um licenciando que definiu média aritmética como medida estatística ou medida de centralidade e apresentou a definição através do procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural.

Figura 9 - Resposta do participante L15

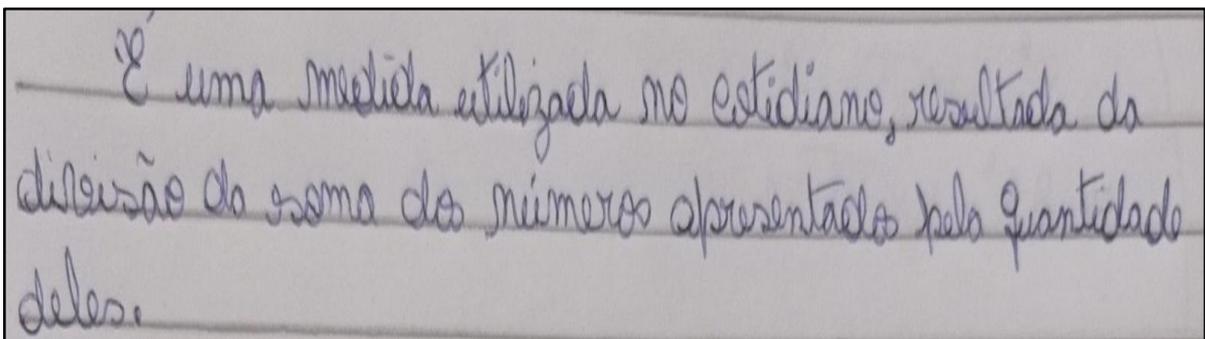


Fonte: dados da pesquisa.

Através do exemplo acima, percebemos de início uma semelhança com a resposta do licenciando destacada na Figura 8, ao trazer a média como uma medida de centralidade, abordando o aspecto espacial da média. No entanto, o licenciando L15 se aprofunda um pouco mais ao explicar o procedimento do cálculo que deve ser feito para encontrar o valor da média aritmética.

Na Figura 10, ilustrada abaixo, apresentamos um exemplo de um licenciando que definiu média aritmética como medida utilizada no cotidiano e explicou o procedimento para obtê-la, utilizando a linguagem natural. Esse foi o único participante que apresentou a média como uma medida utilizada no cotidiano, todavia, não justificou em quais situações cotidianas a média aritmética é utilizada.

Figura 10 - Resposta do participante L12



Fonte: dados da pesquisa.

Na Figura 11, apresentamos um exemplo de um licenciando que elaborou sua definição através da explicação do procedimento para calcular, todavia apesar de apresentar corretamente o procedimento, se mostrou inseguro ao expressar o seu conhecimento, como podemos perceber através da expressão "acredito que seja".

Figura 11 - Resposta do participante L5

Acredito que seja uma divisão entre a soma dos números de algo e a quantidade de números somados dessa lista

Fonte: dados da pesquisa.

De forma geral, através da análise dos dados das respostas obtidas, dentre os 20 licenciandos que responderam a questão, percebemos que 95% dos participantes da oficina definiram média aritmética, através do procedimento do cálculo para encontrar a medida, e que apenas 5% dos licenciandos não explicou tal procedimento. Percebemos, portanto, que grande parte dos licenciandos sente a necessidade de trazer o procedimento do cálculo na definição.

Além disso, percebemos também que não houve uma preocupação com as propriedades envolvidas no conceito, sendo evidenciada de forma implícita a propriedade P3- A média é influenciada por cada um e por todos os valores ($média = \sum X_i/n$), na medida em que apresentam na definição que a média é o somatório dos valores apresentados, dividido pela quantidade de itens somados.

Nas respostas dos licenciandos que trouxeram exemplo, percebemos de forma implícita a presença da propriedade P4 que nos traz que a média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem, tendo em vista que os valores da média aritmética encontrados não eram iguais a nenhum dos valores a partir dos quais foi calculada. Todavia, apesar de trazerem esses exemplos, não fizeram nenhum comentário sobre.

No Quadro 6, destacado abaixo, apresentamos os tipos de respostas dos licenciandos na segunda questão.

Quadro 6 - Tipos de respostas dos licenciandos na Q2

Tipos de respostas	Licenciandos
Elaborou a questão de média aritmética envolvendo as propriedades e significados.	L2; L3; L5; L6; L7; L8; L10; L11; L12; L13; L14; L15; L16; L17; L18; L19; L20.
Elaborou a questão de média aritmética envolvendo as propriedades e significados, todavia colocou alternativas que não tinha a resposta correta.	L4.
Não elaborou a questão, colocando a definição, apenas para não deixar em branco.	L9.
Não elaborou a questão e colocou uma questão da internet que trazia a média aritmética como contexto para mobilizar outros conceitos.	L1.
Não respondeu	L21; L22.

Fonte: A autora (2021).

Através da análise do quadro, percebemos que 18 dos 22 licenciandos elaboraram a questão de média aritmética, conforme o comando da questão. Dentre os 4 licenciandos que não responderam a segunda questão, um deles ao invés de apresentar a questão de sua autoria colocou a definição de média aritmética que havia sido solicitada na questão anterior, apenas para não deixar em branco; dois estudantes que não apresentaram nenhuma tentativa de resposta e um estudante que apresentou uma questão retirada da internet. Podemos observar o enunciado da questão retirada da internet abaixo, na Figura 12.

Figura 12 - Resposta do participante L1

Em um determinado país, o consumo de milho pela indústria do frango é de aproximadamente 4,8 toneladas por minuto.

Com base nessa situação hipotética, é correto afirmar que o consumo médio, por semana, de milho, em quilogramas, é de, aproximadamente,

Fonte: dados da pesquisa.

Através da figura ilustrada, percebemos que o licenciando colocou uma questão que estava associada ao conceito de notação científica, só porque trazia uma situação do consumo médio de milho, ou seja, a média aritmética foi utilizada apenas como contexto para mobilizar outros conceitos. Diante disso, percebemos que o mesmo, além de não elaborar uma questão, trazendo uma já pronta da internet, não se atentou em saber qual seria o objetivo da questão.

Na Figura 13, ilustrada abaixo, destacamos a resposta do participante que elaborou a questão, todavia trouxe alternativas que não correspondiam à resposta da correta.

Figura 13 - Resposta do participante L4

Em uma escola, na turma A possui 40 alunos, na turma B possui 35 e na C possui 15. Qual a média aritmética dessa escola?

a) 8

b) 3

c) 2

d) 5

Fonte: dados da pesquisa.

Ao fazermos o cálculo da média aritmética de alunos por turma, conforme o enunciado da questão, encontramos o resultado de 30 alunos por turma, ou seja, ao realizar a distribuição por turma, de forma equitativa, cada turma ficaria com o total de 30 alunos. No entanto, como pudemos observar o autor da questão não trouxe essa resposta em nenhuma das alternativas, além de apresentar valores muito abaixo da resposta esperada.

Diante disso, percebemos que o licenciando não fez o cálculo para saber qual seria o resultado encontrado e que não demonstrou conhecimento da propriedade P1 de média aritmética, que nos afirma o seguinte: A média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo \leq média \leq valor máximo). Ou seja, todos os valores não podiam estar abaixo de 15, que é o menor valor do conjunto de dados.

No Quadro 7, destacado abaixo, apresentamos os significados e propriedades envolvidos nas questões elaboradas pelos licenciandos.

Quadro 7 - Significados e propriedades explorados nas questões elaboradas

Significados da média	Propriedades	Licenciandos
S2- Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme;	P3- A média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\Sigma X_i/n$); P4- A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem; P5- A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,3); P6- O cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos;	L2; L5; L6; L7; L10; L12; L14; L17; L18; L19; L20.
S3- Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.	P3- A média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\Sigma X_i/n$); P4- A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem; P5- A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,3); P7- A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.	L3; L4; L8; L11; L13; L15; L16.

Fonte: A autora (2021).

Através da análise do quadro acima, percebemos que dentre os licenciandos que elaboraram a questão, aproximadamente 61% deles elaboraram questões que envolvem o significado S2 e que aproximadamente 39% elaboraram questões referentes ao significado S3. No entanto, é válido destacar que nem todas as propriedades referentes ao significado S2 foram observadas em todas as questões que envolvem esse significado, como por exemplo, a propriedade P6 foi observada apenas em uma das questões.

A seguir, na Figura 14, podemos observar uma das onze questões elaboradas que envolveram o significado S2.

Figura 14 - Resposta do participante L19

Maria quer saber com quanto ficou de média anual sabendo que ela tem as respectivas notas 8, 6, 4 e 10, calcule a média obtida por Maria.

Fonte: dados da pesquisa.

Através da figura acima, podemos perceber que o licenciando elaborou a questão envolvendo uma situação comum na vida dos estudantes, que costumam realizar para saberem se serão aprovados. O objetivo da questão é saber se ao distribuir as notas, de forma que fiquem valores iguais para cada avaliação, qual seria esse valor uniforme. Diante disso, percebemos que a questão está relacionada ao significado S2, da média como necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme.

Quanto às propriedades relacionadas a essa questão, foram evidenciadas as propriedades P3, P4 e P5. A propriedade P3 nos traz que a média é influenciada por cada um e por todos os valores ($média = \sum X_i/n$). Sendo necessário, portanto, levar em consideração no cálculo, todos os valores apresentados na questão.

Já a propriedade P4, ela nos traz que a média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem. Evidenciamos tal propriedade, pois, os dados da questão são 8, 6, 4 e 10 e ao fazer o cálculo da média aritmética, levando em consideração todos os valores apresentados, encontramos como resultado 7, apesar do mesmo não pertencer ao conjunto de dados a partir dos quais a média foi calculada. Isso significa que ao distribuir as notas de forma uniforme para cada avaliação, temos que em cada uma delas o estudante ficará com 7 pontos.

Todavia, apesar desse significado ser muito utilizado no contexto escolar, é importante que os professores não se restrinjam apenas a média dos alunos e tenha um olhar mais atencioso, pois o fato do aluno ter conseguido a nota para ser aprovado, não significa que o mesmo tenha obtido êxito em todas as avaliações. Como pudemos observar nesse exemplo, o estudante não foi aprovado em todas as avaliações, pois houve algumas delas que o mesmo ficou abaixo da média exigida pela escola. Tal situação nos mostra que a média não corresponde à realidade dos dados, estando relacionado com a propriedade P5- A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física.

Na análise das questões que envolvem o significado S2, apesar de cada uma apresentar propriedades específicas, percebemos que todas mostraram de forma unânime, situações relacionadas à média escolar. Cada situação tinha um contexto específico, podemos observar, por exemplo, questões que traziam as notas de várias avaliações de uma única disciplina e queria saber a média dessa disciplina, outras que traziam as notas de um estudante de um conjunto de disciplinas e gostaria de saber a média do desempenho desse estudante ou até mesmo questão que abordava as médias de turmas de uma escola e gostaria de saber qual a média de desempenho da escola.

Na Figura 15, ilustrada abaixo, podemos observar uma das questões elaboradas pelos licenciandos, relacionado ao significado S3- Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.

Figura 15 - Resposta do participante L16

Em uma equipe há 5 participantes, A, B, C, D e E; cuja a altura de cada um está na tabela abaixo. Qual é a altura média aritmética da turma?

Participantes	
A	1.2 m
B	1.m
C	1.6m
D	1.7m
E	1.8

Fonte: dados da pesquisa.

Percebemos através da figura apresentada, que o objeto da questão era saber qual a altura média da turma, ou seja, qual é a medida que poderia representar esse conjunto de dados e que está mais próxima de todos esses valores, o que está relacionado com a propriedade P7- A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

Ao fazer o cálculo da média aritmética das alturas apresentadas, levando em consideração que todas as alturas estão em metros, temos que a altura média dessa turma é 1,46m. Ou seja, mesmo sem 1,46m pertencer aos valores apresentados, encontramos essa medida, o que está relacionado com a propriedade P4- A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem. Além disso, percebemos também a propriedade P3- A média é influenciada por cada um e por todos os valores ($média = \sum X_i/n$) e da propriedade P5- A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física. Percebemos a presença dessa propriedade P5, pois nenhum dos participantes da equipe teve a altura de 1,46m.

Dentre os licenciandos que elaboraram questões relacionadas a esse significado, percebemos que três das sete situações apresentadas, estavam relacionadas a idade média de um grupo de pessoas, uma situação estava relacionada com a quantidade média de alunos por turma, como pode ser observado na Figura 13, duas situações estavam relacionadas apenas ao cálculo da média de um conjunto de valores, sem nenhum contexto e a outra situação estava relacionada com a altura média de um grupo de pessoas, como pode ser observado na figura acima.

De maneira geral, levando em consideração todas as questões elaboradas, percebemos que os estudantes têm uma aproximação maior com o significado S2 e S3, por serem significados atribuídos às situações mais comuns ao nosso cotidiano, principalmente no que se refere ao S2, onde frequentemente os alunos estão utilizando a média com esse significado da necessidade de se obter um valor justo para uma distribuição uniforme, sem muitas vezes terem o conhecimento do significado da situação.

Tal situação foi evidenciada na fala do licenciando L10 que ao apresentar a sua questão elaborada, justificou da seguinte forma a sua escolha: "Eu resolvi criar essa questão porque é bastante comum no início quando começa abordar esse assunto utilizar um tema que aparece muito na vida dos estudantes". Além disso, o licenciando L17, traz que: "Eu abordei essa questão por ser muito usual na vida dos alunos". Ou seja, ambos os licenciandos que elaboraram uma questão envolvendo a nota dos estudantes, justifica por ser algo comum na vida destes.

Além disso, a frequência maior de questões que abordam o contexto de situações escolares vai de encontro com a pesquisa de Carvalho (2011), segundo esse autor, os livros didáticos utilizam comumente como exemplo, a situação tradicional da média das notas escolares como índice de aprovação escolar. Todavia, apesar de ser um contexto importante e que facilita a compreensão por parte dos estudantes, por se tratar de situações comuns ao seu cotidiano, é importante que não haja uma restrição apenas a esse contexto, pois isso limitaria a compreensão do conceito de média aritmética e que possibilite uma reflexão do resultado encontrado, sem se limitar apenas ao cálculo.

Quanto ao significado S1, Garret e Cruz (2008 apud CARVALHO, 2011, p. 88) traz que "em pesquisa realizada com estudantes secundários e universitários, apresentaram resultados que evidenciaram que os alunos desconhecem o uso da média como uma melhor estimadora de um conjunto de dados em presença de erros de medição". Ou seja, já era esperado que os licenciandos não elaborassem questões relacionadas a esse significado, pois nem todos o conhecem e conseguem compreendê-lo.

Sobre o significado S4, Carvalho (2011) na sua pesquisa, ressalta que não encontrou atividades que apresentassem esse significado. Apesar disso, o autor traz que esse significado poderia ser explorado através de atividades envolvendo, por exemplo, o cálculo de esperança de vida ou até mesmo da estimação do tempo de duração de uma lâmpada. Ou seja, situações que envolvem esse significado não estão muito presentes no livro didático, mas ele pode ser abordado através de diferentes situações, como as citadas, por exemplo.

Quanto às propriedades, percebemos uma abordagem das propriedades P3, P4, P5, P6 e P7. No que se refere à abordagem da propriedade P1, não houve nenhuma questão que trabalhasse com esse invariante. Tal situação se assemelha um pouco com os estudos de Carvalho (2011), que ao fazer a análise das propriedades e significados envolvidos nas atividades de média aritmética de duas coleções distintas, encontrou apenas duas atividades que envolvia a propriedade P1, representando um número pouco significativo diante da quantidade de atividades analisadas.

Não houve nenhuma questão que explora a propriedade P2 de média aritmética, o que vai de encontro com os estudos de Carvalho (2011), pois o mesmo não evidenciou nas coleções analisadas nenhuma atividade que trabalhasse com essa propriedade. No que se refere à propriedade P3, a mesma estava presente em todas as questões elaboradas pelos licenciandos, que se assemelha com os estudos de Carvalho (2011) que constatou que 99,3% das atividades analisadas, utilizaram essa propriedade.

Assim como a propriedade P3, que foi bastante evidenciada nas questões, a propriedade P4 foi utilizada por 15 dos 18 licenciandos que elaboraram a questão. Carvalho (2011) traz que essa propriedade foi utilizada em 63,5% das atividades analisadas. Através disso percebemos uma aproximação do resultado encontrado nas duas pesquisas, tendo em vista que ambas, ela foi observada em mais de 50% das questões.

A propriedade P5, também foi bastante utilizada pelos licenciandos, estando presente em mais de 30% das questões elaboradas. Dentre as questões que utilizava tal propriedade, tivemos situações envolvendo as variáveis idade (15,466 anos) e notas (6,833...). Carvalho (2011) traz que observou a utilização dessa propriedade em 9,2% das atividades analisadas e que tais atividades estavam relacionadas com a variável idade, jogos, entre outras.

Sobre a propriedade P6, houve apenas uma questão elaborada pelos licenciandos que explore a mesma, o que corresponde a aproximadamente 5,6% das questões elaboradas. Tal questão, trouxe o 0 no conjunto de dados, os quais representavam as notas dos estudantes da turma de física, apresentando o contexto na média escolar, relacionada ao significado S2. Diante disso, tal resultado se assemelha com os estudos de Carvalho (2011) que evidenciou

tal propriedade em 7,2% das atividades analisadas, as quais envolviam os números nulos e negativos.

Apesar do licenciando que elaborou a questão envolvendo a propriedade P6 não ter apresentado nenhuma situação problema, "algumas situações presentes no cotidiano dos alunos podem ser utilizadas na exploração dessa propriedade da média aritmética, como aquelas que envolvem lucro ou prejuízo de uma empresa" (ANJOS E GITIRANA, 2008 apud CARVALHO, 2011, p. 80). Além disso, Carvalho (2011) traz que outras atividades, podem ser importantes também, como por exemplo, envolvendo os contextos meteorológicos.

A propriedade P7, foi evidenciada em 7 das 18 questões elaboradas. Tais questões, não apresentavam uma diferença significativa entre os valores, geralmente os valores eram poucos discrepantes. De forma geral, ao fazer a análise das propriedades e significados presentes nas questões elaboradas, foi possível perceber que não tinham o objetivo de permitir uma reflexão sobre o resultado, focando apenas no cálculo.

Através da análise dos dados, percebemos que a forma como o conceito é apresentado nos livros didáticos, está relacionado com o conhecimento dos licenciandos, tendo em vista que foi evidenciada uma semelhança com os estudos de Carvalho (2011), pois as propriedades e significados mais utilizados pelos licenciandos nas questões elaboradas foram os mais frequentes na análise das atividades dos livros didáticos.

Além disso, o autor ressalta que grande parte das atividades analisadas não proporciona uma compreensão sobre o significado do resultado encontrado e as propriedades exploradas na questão, assim como foi evidenciado nas questões elaboradas pelos licenciandos, que apesar de mobilizarem algumas propriedades e significados, não houve nenhum questionamento que possibilitasse a reflexão sobre o resultado.

7.2 ABORDAGEM DAS PROPRIEDADES E SIGNIFICADOS NA HQ

Neste tópico apresentamos como se deu a abordagem das propriedades e significados do campo conceitual de média aritmética na HQ elaborada, através de recortes da HQ. Como um dos objetivos específicos de nossa pesquisa é elaborar uma história em quadrinhos com as propriedades e significados de média aritmética, na elaboração desse recurso levamos em consideração os estudos desenvolvidos sobre esse campo conceitual, abordando diferentes situações, com o objetivo de proporcionar uma reflexão sobre as propriedades e significados do conceito de média aritmética e trazer um recurso didático que apresentasse tal conceito sem se restringir ao procedimento para obter a média aritmética.

Ressaltamos que a presente HQ foi elaborada pelo Pixton², plataforma que permite a criação de HQs até por usuários inexperiente, por ser de fácil manuseio, oferecendo diversas ferramentas gratuitas e outras disponíveis apenas para os seus assinantes. Sobre essa ferramenta digital, a mesma possibilita fazer download em diversos formatos, sendo necessário adquirir uma licença privada por um pequeno custo financeiro, mas existe a possibilidade também de tirar print da tela, ou de colocar para imprimir, que a HQ poderá ser salva, por exemplo, em formato PDF, sem ter nenhum gasto financeiro.

No que se refere às propriedades, consideramos as elencadas por Strauss e Bichler (1988 apud MARCOLINO, 2020) que foram listadas anteriormente no Quadro 3 e que apresentamos novamente abaixo:

- P1- A média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo \leq média \leq valor máximo);
- P2- A soma dos desvios a partir da média é zero ($\sum (X_i - \text{média}) = 0$);
- P3- A média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\sum X_i/n$);
- P4- A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem;
- P5- A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,3);
- P6- O cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos;
- P7- A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

A seguir, apresentaremos a abordagem das propriedades, através das situações presentes na HQ.

Para abordarmos a propriedade P1, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo, na Figura 16.

² Disponível em: <<https://www.pixton.com/>>.

Figura 16 - Quadrinho 15



Fonte: A autora (2021).

Na situação destacada acima, tínhamos por objetivo destacar que a média dos dados 3 e 7, seria o número 5, tendo em vista que esse $3 < 5 < 7$. Ou seja, 5 estava entre o 3 e 7, sendo o 3 o menor valor do conjunto de dados e 7 maior valor do conjunto de dados. Essa situação pode levar ao aluno a perceber que a média não pode ultrapassar o maior valor do conjunto de dados, apenas ser igual a esse valor, se os dados forem iguais e a média não pode ser inferior ao menor valor do conjunto de dados, sendo igual a ele quando se tratar de um conjunto com dados constantes.

A propriedade P2, não foi abordada na HQ, optamos por não trazer essa propriedade na HQ, porque abordar todas as propriedades e significados implicaria em muitos quadrinhos. No entanto, a mesma poderia ser ilustrada através de uma situação que mostrasse o cálculo do somatório dos desvios. Exemplo de uma situação que aborda a propriedade: Bia tirou as seguintes notas nas avaliações de matemática da unidade (2, 4 e 6). Ao calcularmos a média, obteremos como resultado 4, ou seja, se formos distribuir as notas de forma equitativa em cada avaliação, Bia teria tirado 4. O desvio, que nesse caso corresponde a diferença de cada nota em relação a média, pode ser calculado da seguinte forma: $(2-4)+(4-4)+(6-4) = -2+0+2=0$.

Para abordarmos a propriedade P3, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo, na Figura 17.

Figura 17 - Quadrinho 39



Fonte: A autora (2021).

Essa foi uma das situações que aborda que a média é influenciada por todos os valores, que pode ser percebida através da fala da professora. Além dessa situação, era possível perceber essa propriedade presente em outras situações, de forma implícita, como na situação da diferença salarial (Figura 21) que o fato de se ter um salário muito grande influenciou a medida da média, elevando a média salarial. O objetivo era que os estudantes percebessem que todos os valores influenciam no cálculo da média e que devem ser levados em consideração durante o cálculo da média aritmética.

Para abordarmos a propriedade P4, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo, na Figura 18.

Figura 18 - Quadrinho 21 e 22



Fonte: A autora (2021).

Na situação destacada acima, trouxemos o exemplo da média dos valores 3 e 5, que é igual a 4, mesmo 4 não pertencendo ao conjunto dos dados a partir dos quais calculamos a média. Além dessa situação, a propriedade estava implícita também em outras situações abordadas na HQ. Um dos exemplos seria a situação da média do número de filhos por mulheres ter dado um valor decimal, mesmo sem esse valor pertencer ao conjunto de dados.

Para abordarmos a propriedade P5, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo, na Figura 19.

Figura 19 - Quadrinho 20



Fonte: A autora (2021).

Na situação destacada acima, trouxemos o exemplo da média de filhos por mulheres, que teve como medida 2,5 filhos por mulheres. Através dessa situação, apresentamos através da personagem Bia, uma inquietação de muitos estudantes ao encontrarem uma média aritmética com número decimal. Através disso, a personagem da professora explica que pelo fato da média ser uma representante dos dados, sendo o mais próximo de todos os valores, nem sempre a média terá um correspondente na realidade física. O objetivo ao trazer essa situação era mostrar que a média pode ser um valor decimal, até mesmo em casos que não seja possível ter um dado decimal, como no caso dos filhos.

Para abordarmos a propriedade P6, trazemos na HQ as seguintes situações ilustradas abaixo, na Figura 20.

Figura 20 - Quadrinho 37 e 39



Fonte: A autora (2021)

Nas situações destacadas acima, trouxemos o questionamento, através da personagem da professora, se devemos levar em consideração o zero e os números negativos para calcular a média de um conjunto de dados, quando esses valores estiverem inclusos. O objetivo era mostrar que esses valores devem ser utilizados no cálculo da média e evidenciar situações em que esses números fazem parte do conjunto de dados.

Além disso, temos que é muito comum quando os estudantes se depararem em situações como essas, não incluam esses valores, como aconteceu com a personagem Bia. No entanto, a professora explica que deve ser considerado, tendo em vista que a média é influenciada por todos os valores.

Em situações em que o número zero faz parte do conjunto de dados, por ser um elemento neutro na adição, muitos estudantes acham que não é necessário considerá-lo e que ele não influencia no cálculo da média e acabam excluindo esse valor do conjunto de dados, dividindo apenas pela quantidade dos outros dados. Já no caso de números negativos, os estudantes ignoram muitas vezes o seu sinal negativo e consideram apenas o módulo do valor, ou seja, acabam alterando os valores dos conjuntos de dados e conseqüentemente a média aritmética desses valores. Conforme destaca Carvalho (2011, p. 81) “os estudantes não são conscientes da influência do valor zero no cálculo da média e revelam dificuldade na mobilização deste invariante, talvez por conta do seu caráter abstrato”.

Para abordarmos a propriedade P7, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo.

Figura 21 - Quadrinho 35 e 46



Fonte: A autora (2021).

Nas situações destacadas acima, tínhamos o objetivo de promover reflexões sobre a média enquanto representante dos dados, pois, nem sempre será a melhor medida para representar o conjunto de dados, por não representar a realidade. Tal situação da média enquanto representante dos dados foi questionada pela personagem Bia no Quadrinho 35, onde a mesma questiona se eles deveriam ou não anunciar a média de R\$5.000,00, quando na verdade não é o valor que os funcionários recebem. Sobre isso, a professora traz que realmente não divulgaram a média errada, porém não seria a melhor representação dos salários, por ser um conjunto com dados muitos discrepantes.

No Quadrinho 46, destacado acima também, temos mais uma situação que a média nem sempre seria a melhor representante dos dados, por não representar a realidade, pois apesar de serem valores próximos, não seria justo afirmar que o consumo médio é um pão por pessoa, quando na verdade, há pessoas que não se alimentaram e assim como essa situação temos várias outras, quando, por exemplo, utilizamos a mesma para representar o conjunto de notas de um determinado estudante, o qual foi aprovado e algumas avaliações e reprovados em outras e mesmo assim, dependendo dos valores, o estudante pode ter sido aprovado. Isso nos mostra que nem sempre a média é uma boa representante dos dados e que se faz necessário uma interpretação mais cautelosa.

Quanto aos significados, adotamos como orientação na construção de nossa HQ, os estudos de Batanero (2000 apud MARCOLINO, 2020), que foram listados anteriormente no Quadro 2 e que apresentamos novamente abaixo.

- S1-Estimação de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição – cálculo da melhor estimativa de um valor desconhecido;
- S2-Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme;
- S3-Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.
- S4-Valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população.

Para abordarmos o S1, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo, na Figura 22.

Figura 22 - Quadrinho 9



Fonte: A autora (2021).

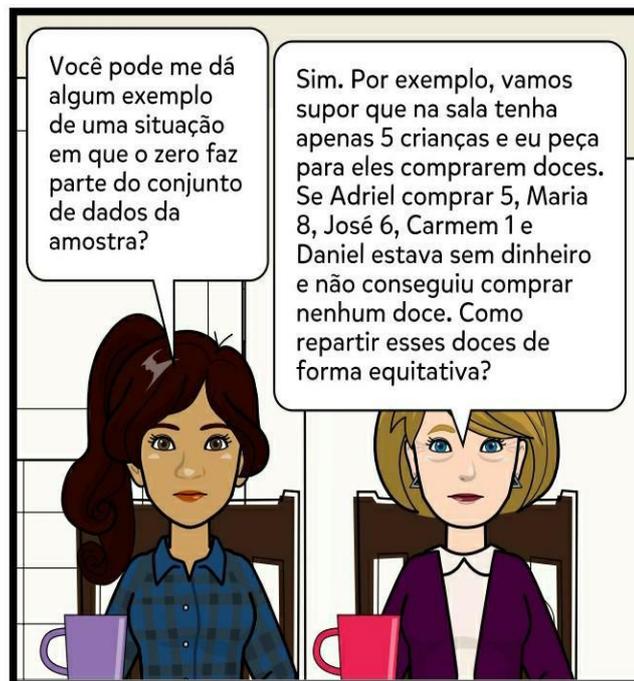
Na situação destacada acima, trazemos a partir da aplicação da média aritmética na astronomia, como eram feitos os procedimentos para estimar a medida de objetos desconhecidos, como por exemplo, os corpos celestes, utilizando para isso objetos graduados. Todavia, devido à imperfeição desses instrumentos, a cada observação feita era encontrado uma medida diferente, então eram feitos registros dessas observações e a partir das sucessivas

medições, eles utilizavam a média aritmética para estimar a medida desses corpos celestes, por exemplo.

A personagem Bia nesse momento está inquieta para saber de que forma o conhecimento de média aritmética é utilizado na área da astronomia. Muitos estudantes ao se depararem com os conceitos matemáticos, se preocupam em saber em quais áreas o conhecimento é aplicado e de que forma. Diante disso, a personagem Bia, faz a pergunta à professora, representando esses estudantes.

Para abordarmos o significado S2, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo, na Figura 23.

Figura 23 - Quadrinho 38



Fonte: A autora (2021)

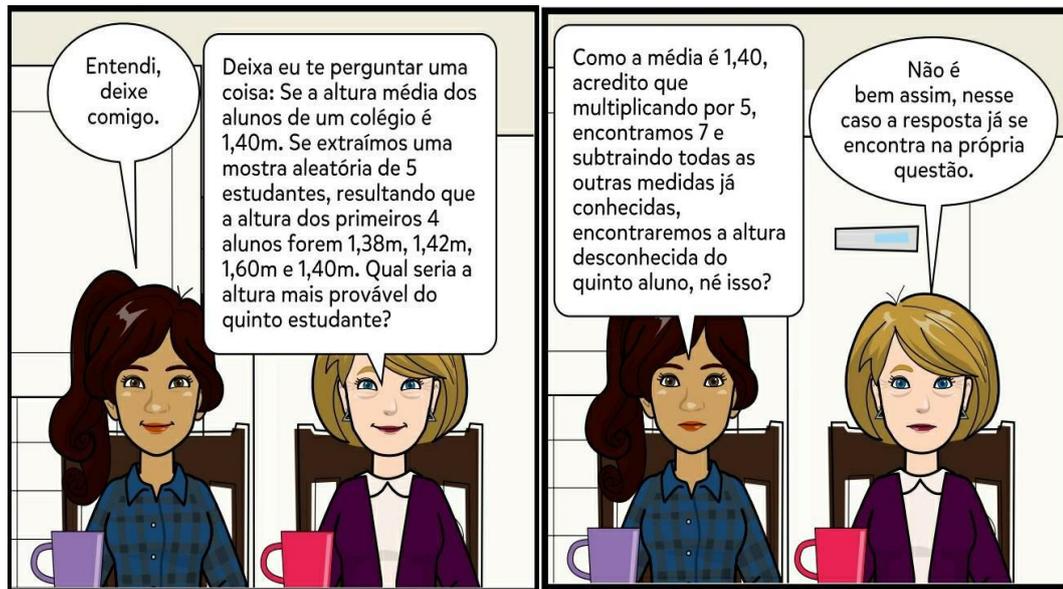
Na situação destacada acima, tínhamos por objetivo mostrar que a média pode ser utilizada com o significado de repartição para se obter uma quantidade justa, dividindo de forma equitativa. Ou seja, o questionamento apresentado pela professora tinha o objetivo além de mostrar uma situação em que o zero faz parte do conjunto de dados, mas também para que os estudantes reflitam sobre como poderia repartir os doces com todas as crianças de forma justa e equitativa, incluindo todas as crianças, inclusive a que não comprou nenhum doce, mostrando também mais uma situação em que a média pode ser utilizada.

O significado 3, ele não foi abordado de forma explícita na HQ, mas diante de alguns exemplos do cálculo da média, como no exemplo da Figura 16 (quadrinho 15), temos o

exemplo da média de 3 e 5, que corresponde a 4. Nesse caso, a média é uma boa representante desses dados tendo em vista que 4 é equidistante ao 3 e 5, são simétricos em relação à média. O mesmo não ocorre com a situação da diferença salarial (Figura 21) por ser mais frequente o salário de 1000 reais.

Para abordarmos o significado S4, trazemos na HQ a seguinte situação ilustrada abaixo, na Figura 24.

Figura 24 - Quadrinho 29 e 30



Fonte: A autora (2021).

Nessa situação destacada acima, é muito comum os estudantes tentarem resolver a situação utilizando o cálculo da média, assim como pode ser observado no segundo quadrinho pela personagem Bia, que apesar de não ter detalhado muito o procedimento que utilizou, mas percebe-se através da sua fala que ela quis descobrir o quinto dado utilizado, que ao somar com os outros dados já conhecidos e divididos pela quantidade de dados, no caso seria cinco, por se tratar de uma amostra de cinco estudantes, obtivesse como resultado da média a medida de 1,40m.

Todavia, nesse caso não era necessário, tendo em vista que o objetivo da questão era saber o valor mais provável, que está relacionado ao significado da média como valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma determinada população. Por isso que a resposta seria a própria média, a qual já foi a princípio, informada na referida questão.

7.3 ANÁLISE DO USO DA HQ ELABORADA COM LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA.

Neste tópico apresentamos o olhar dos licenciandos em matemática sobre o uso da HQ elaborada para o ensino e aprendizagem de média aritmética. Retomamos que um dos objetivos específicos de nossa pesquisa é analisar o uso da HQ no ensino e aprendizagem do conceito de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática.

Para alcançarmos esse objetivo, elaboramos as seguintes questões descritas abaixo e que foram disponibilizadas através do segundo formulário, criado no Google Forms.

- O que você achou da História em Quadrinhos (HQ)? Em sua opinião, precisa fazer algum ajuste?
- Você conseguiu identificar as propriedades e significados presentes na HQ?
- Utilizaria essa HQ como recurso durante as suas aulas de média aritmética? Justifique.
- Se a resposta anterior foi sim, como você trabalharia com a HQ? Seria no início da aula para introduzir o conteúdo ou após a explicação do conteúdo? Justifique.
- Em sua opinião, você acredita que apenas a HQ seria suficiente para trabalhar com os estudantes o conceito de média aritmética ou utilizaria outros recursos adicionais? Caso sim, quais recursos você utilizaria?

No Quadro 8, apresentamos os tipos de respostas dos licenciandos da primeira questão.

Quadro 8 - Tipos de respostas dos licenciandos na Q1

Tipos de Respostas	Licenciandos
Gostou e não faria ajustes.	L1; L4; L6; L7; L8; L9; L10; L11; L12; L14; L15; L16; L17; L18; L20; L22.
Gostou e faria ajustes.	L2; L3; L5; L13; L21.
Não respondeu	L19.

Fonte: A autora (2021).

Quanto aos estudantes que gostaram da HQ e não faria ajustes, destacamos as seguintes respostas do licenciandos: "*Achei bem descontraída, uma forma diferente de*

ensinar e aprofundar o assunto sem causar 'preguiça' nos alunos" (L1); "É bem legal a parte de animação auxiliar na aprendizagem" (L10).

Além disso, destacamos algumas respostas dos licenciandos que opinaram mais especificamente sobre apresentação do conhecimento matemático na Q: *"Muito boa. Uma linguagem bem objetiva e de fácil compreensão que faz o leitor imergir dentro da história de forma a perceber em quais elementos do cotidiano podemos nos utilizar dos conceitos que a HQ está apresentando" (L7); "Bem interessante e descontraído, pois aborda como usamos a média no nosso cotidiano" (L15); "Achei interessante. Foi feita uma abordagem legal do conteúdo nas situações apresentadas" (L17).*

Percebemos através das falas desses licenciandos uma boa receptividade da HQ na educação, tendo em vista que destacaram o uso da HQ como uma forma atrativa de ensinar o conteúdo e que acharam a HQ apresentada interessante. Tal situação corrobora com os estudos de Tonon (2009), o qual ressalta que geralmente a HQ é bem recebida pelos estudantes e contribui para uma melhor compreensão dos conceitos abordados.

Além disso, Martins (2012, p. 27) traz que a motivação no aluno pela leitura das HQs é justificada pelo seu formato *"elas têm, em seu formato, uma estrutura que atrai pela cor e pelas histórias, muitas vezes curtas e diálogos de fácil compreensão, pois tanto o desenho quanto o texto seguem uma mesma sequência"*.

Durante a análise dessa questão, percebemos algumas opiniões distintas sobre o tamanho da HQ. O licenciando L9 destaca: *"Gosto do uso de HQ. Em minha concepção ficou no limite de tolerância. Não ficou exaustivo e a HQ utilizada foi bem persuasiva"*. Já o licenciando L21, destacou o seguinte: *"Sim, pois ficou muito longo. Às vezes fica cansativo e o aluno acaba perdendo o interesse de ler até o final"*. O licenciando L3, assim como o licenciando L21, ressalta a necessidade de fazer ajustes no tamanho, diminuindo-o, como podemos observar na sua resposta: *"A HQ foi realmente muito bem criada, abordando todos os pontos de média aritmética. No caso do ajuste, eu apenas diminuiria o tamanho"*.

Assim como o licenciando L21 e L3 destacados acima, mas três licenciandos apontaram possíveis ajustes que podem ser feitos na HQ. O licenciando L13 destaca: *"Muito Interessante, pois possibilita as aulas de matemática a ser mais divertida e participativa. Apenas acrescentar mais personagens para trazer mais estudantes a participar da aula"*. O licenciando L5 traz: *"Achei bem interessante, só ajustaria um pouco as falas"*. E o licenciando L2, destaca: *"Achei interessante, só poderia ter tido mais personagens"*.

Portanto, percebemos que os ajustes citados estão relacionados com a possibilidade de inclusão de mais personagens, ajustar as falas e diminuir o tamanho, sendo esse último ajuste

um ponto em desacordo. No entanto, através da apresentação da HQ na oficina, acredito que talvez fique cansativo trabalhar com essa HQ com os estudantes da educação básica e que trabalhar com mais personagens, ajustando as falas, talvez fosse uma forma de diminuir um pouco os quadrinhos e tornar a HQ mais prazerosa para a leitura.

Na questão 2, todos os participantes afirmaram ter conseguido identificar as propriedades e significados presentes na HQ. Dentre os licenciandos que justificaram a resposta, destacamos a resposta do licenciando L9: *"Sim. Como justifiquei antes, a achei persuasiva e isso com certeza ajuda bastante a chamar atenção do discente"*. Através da resposta desse licenciando, percebemos que em sua opinião, esses significados e propriedades foram abordados de forma persuasiva, de forma que cativa à atenção dos alunos.

Além disso, um dos participantes respondeu a essa questão, no espaço destinado a questão anterior, ao destacar o seguinte: *"A HQ foi realmente muito bem criada, abordando todos os pontos de média aritmética"* (L9). Através dessa resposta, percebemos que o licenciando evidenciou a presença das propriedades e significados do conceito, ao trazer que aborda todos os pontos de média aritmética.

Tal resultado corrobora com os estudos de Costa et al (2013 apud VASCONCELOS, 2019, p. 50), que destacaram que "apesar de alguns equívocos, os alunos conseguiram estabelecer uma conexão da leitura com aspectos da matemática, evidenciando seus conhecimentos tanto em relação à matemática quanto à interpretação de uma história em quadrinhos".

Uma limitação dessa questão foi não pedir para os licenciandos identificarem as situações da HQ com as propriedades e significados de média aritmética, pedindo apenas para inscreverem se tinham conseguido ou não os identificar. Todavia, ao apresentar na oficina o campo conceitual de média aritmética, trouxemos como exemplo as situações abordadas na HQ, acredito que tal fator contribuiu para que 100% dos licenciandos terem afirmado que conseguiram identificar.

No Quadro 9, destacado abaixo, apresentamos os tipos de respostas dos licenciandos na questão 3.

Quadro 9 - Tipos de respostas dos licenciandos na Q3

Tipos de respostas	Licenciandos
Utilizaria a HQ como recurso	L1; L2; L3; L4; L5; L6; L7; L8; L9; L10; L11; L13; L14; L15; L16; L17; L18; L20; L21; L22.

Não utilizaria	L12
Não respondeu	L19

Fonte: A autora (2021).

Através da análise do quadro, percebemos que dentre os licenciandos que responderam a questão, aproximadamente 95,2% deles utilizariam a HQ como recurso nas suas aulas. Dentre esses licenciandos, destacamos inicialmente, as seguintes respostas: "*Sim, acho uma forma bem dinâmica de trabalhar com os alunos*" (L5). "*Sim, pois descontraí o assunto, fica menos cansativo e didático*" (L15). De uma forma geral, percebemos pelas respostas destacadas, que segundo eles o uso da HQ como recurso torna a aula mais dinâmica e menos cansativa.

Além disso, outros licenciandos justificaram o uso desse recurso, por apresentar situações cotidianas e curiosidades a respeito do conceito de média aritmética, como podemos observar nas seguintes respostas: "*Sim, pois proporciona aos alunos conhecer a média aritmética a partir de fatos do cotidiano*" (L13); "*Sim, pois traz várias curiosidades legais*" (L14).

Já o licenciando L3, justifica o uso da HQ como recurso de uma forma diferente, através de identificação de uma personagem com as possíveis dúvidas dos estudantes, ele destaca o seguinte: "*Sim! Acredito que Bia, personagem da HQ, representa muitos alunos que sentem dúvida em uma aula meramente expositiva, uma HQ como essa auxiliaria muito*".

Outro licenciando também destacou a identificação da personalidade da personagem Bia com os estudantes, ao ser questionado sobre a utilização da HQ, como podemos observar na sua resposta: "*A menina, ela representa assim os alunos que querem saber onde o conteúdo de matemática, em quais casos o conteúdo de matemática, se revela, sem encaixa, se manifesta e a professora nesse diálogo ela aborda bem, ela comenta bem tanto a professora quanto a aluna, então os alunos se representaria, se identificaria com a aluna e ali ele despertaria o interesse em aprender sobre esse conteúdo, logo no início da aula*".

O fato de a personagem estar representando as possíveis inquietações dos estudantes ao se depararem com o conteúdo pode gerar uma maior identificação com a HQ, pois como afirma Vasconcelos (2016, p.71) "deve-se levar em conta o contexto no qual a HQ irá se inserir: a realidade dos alunos, os conhecimentos que eles trazem consigo, aspectos culturais que eles valorizam. Isso pode gerar uma maior identificação com o material".

Alguns licenciandos se aprofundaram mais, justificando como utilizaria esse recurso, como percebemos nas seguintes respostas: "*Na parte contextual do assunto, sim*" (L9); "*Pensei em criar personagens semelhantes (fisicamente) aos alunos e pediria para que cada um lê-se suas respectivas falas, isso faria com que a aula ficasse mais dinâmica e eles aprendendo de forma mais divertida, interpretando seu próprio personagem*" (L10); "*Durante a aula poderia pegar uma parceria entre professor de português com matemática e desenvolver um projeto*" (L21).

Percebemos que o licenciando L9, faz uma restrição ao uso da HQ apenas na parte contextual do assunto, talvez pela necessidade de trabalhar a parte prática do assunto, envolvendo situações para os alunos calcularem a média aritmética, tendo em vista que não foi proporcionado na HQ, momentos para os alunos calcularem a média aritmética de um conjunto de dados. O licenciando L10, traz uma proposta interessante, de criar personagens com características dos discentes de uma turma e tentar envolvê-los, através da interpretação do seu próprio personagem.

Quanto ao licenciando que não utilizaria a HQ apresentada, o mesmo justifica a sua resposta da seguinte forma: "*Eu optaria a ir de imediato ao conteúdo sem muitos rodeios*". Percebemos que esse licenciando prefere uma metodologia tradicional, pois considera o uso do recurso possivelmente como rodeios e também como se a HQ apresentada não possibilitasse uma discussão do conteúdo.

Diante disso, Cavalcante (2016, p. 82) traz que "É preciso ter cuidado ao utilizar qualquer tipo de recurso em meio educacional, e com as HQ, não é diferente. Este cuidado perpassa tanto pela forma de utilização quanto, em primeiro lugar, pela sua escolha". Além disso, o autor destaca também sobre a importância da HQ estar atrelada aos objetivos educacionais e de se ter uma intencionalidade no seu uso, considerando as necessidades e carências do público alvo, para que assim a HQ possa contribuir para um processo de aprendizagem mais significativo e que o seu uso não seja considerado como perda de tempo.

Portanto, percebemos que quando se tem um objetivo educacional atrelado ao recurso e o mesmo é utilizado da forma correta, de acordo com o público alvo, o resultado tende a ser positivo e não seria uma perda de tempo. Caso contrário, se não tiver uma finalidade no seu uso e um preparo por parte do professor, talvez não consiga resultados positivos com a HQ, o que também acontece com demais recursos.

De uma forma geral, percebemos que um número significativo dos licenciandos utilizaria a HQ como recurso nas suas aulas. Através disso, concluímos que a HQ apresentada foi bem recebida pelos licenciandos. Tal situação vai de encontro com os estudos de Tonon

(2009) que foi um projeto com professores e teve resultado positivo, pois 91% dos estudantes obtiveram no mínimo 50% de rendimento nas atividades que utilizavam a HQ e portanto acharam positivo o uso desse recurso.

No Quadro 10, destacado abaixo, apresentamos os tipos de respostas dos licenciandos na questão 4.

Quadro 10 - Tipos de respostas dos licenciandos na Q4

Tipos de respostas	Licenciandos
No início da aula	L1; L2; L4; L6; L7; L8; L9; L10; L13; L16; L17; L18; L20; L21.
Após explicação do conteúdo	L3; L11.
Utilizaria como segundo plano, caso os estudantes não compreendessem.	L12
Das duas formas, dependendo da turma.	L14; L22
Não especificou	L5; L15
Não respondeu	L19

Fonte: A autora (2021).

Dentre os estudantes que utilizaria o recurso da HQ no início da aula, destacamos as seguintes respostas dos licenciandos: *"No início da aula, assim despertaria nos alunos o desejo de participação"* (L1); *"Introduzir o assunto, para que os alunos tenham mais interesse na aula"* (L8); *"Seria no início da aula, por que chama atenção do aluno a participar da aula"* (L13); *"No início da aula. Despertaria interesse nos alunos de aprenderem sobre o assunto"* (L16); *"Seria no início da aula, para introdução do conteúdo, por ser algo diferente e conseqüentemente chame a atenção do aluno"* (L21).

Então percebemos que esses cinco licenciandos utilizariam a HQ no início da aula, com o intuito de despertar o interesse dos alunos para participarem da aula. Já o licenciando L6, não justifica o uso no início pelo fato de chamar o interesse dos alunos, mas por facilitar a compreensão e tornar a aula mais leve, como podemos observar: *"para introduzir e tornar a aula mais leve e de fácil compreensão"*.

Além disso, os licenciandos destacaram o seguinte: *"É uma proposta bem interessante que eu acredito ser uma boa opção na hora de passar os conceitos para os alunos logo de início, pois, assim os alunos podem assimilar melhor os conhecimentos associando cada*

conceito às situações da HQ" (L7); "Na introdução da aula, com definições e possíveis modos de contextualizar de acordo com a realidade social do aluno, uma vez que parte do aprendizado é obtido na sociedade" (L9).

Outros licenciandos utilizariam apenas para introduzir qual conceito será abordado na aula, pois acreditam serem necessárias outras metodologias complementares, como por exemplo, uma maior explanação do conteúdo e exemplos, como podemos observar nas respostas dos licenciandos: *"Início, para introduzir, pois acredito que para se aprofundar na explicação do conteúdo são necessárias outras didáticas" (L10); "Introduzir, após a HQ, poderia explicar mais o conteúdo e exemplos de questões" (L18); "antes da aula, talvez não durante, mas utilizaria para ambientar a turma no que estudaremos" (L20).*

Dois licenciandos optariam por utilizar após a introdução do conteúdo, eles justificaram que seria uma forma de tentar sanar as dúvidas dos estudantes ou de fixar o tema abordado, como podemos observar nas seguintes respostas dos licenciandos: *"Após a explanação. Em minha opinião seria importante mostrar e introduzir o conteúdo e depois expor a HQ para tentar sanar o máximo de dúvidas possíveis" (L3); "Acredito que após, para que o aluno consiga fixar o tema abordado na aula" (L11).*

Os licenciandos L5 e L15 destacaram que utilizaria, todavia não deixou claro se seria no início ou após a introdução do conteúdo. O licenciando L5, traz: *"Explicação do conteúdo"*, todavia não explicou se seria para introduzir o conceito ou explicaria o conceito durante a apresentação da HQ, dialogando com os estudantes. O licenciando L15, não especifica o momento que utilizaria, apenas justifica o motivo de trabalhar com o recurso, como podemos observar na sua resposta: *"Trabalharia sim, pois a HQ nos ajuda diversas áreas"*.

Além dos dois licenciandos destacados anteriormente que não especificaram o momento do uso, o licenciando L12, ressalta na sua resposta que utilizaria no segundo plano, como podemos observar a seguir: *"caso o meu método não fosse compreendido, sim"*. Ou seja, primeiro iria tentar sem o uso da HQ e caso os estudantes não compreendessem é que utilizaria o recurso. Outros licenciandos também não especificaram se seria no início da aula ou após introdução, para formalizar o conceito, pois, acreditam que as duas possibilidades são interessantes e que depende da turma, como podemos observar nas seguintes respostas: *"Depende da turma" (L14); "As duas formas são interessantes" (L22).*

Diante das respostas dos licenciandos nessa questão, percebemos que o uso da HQ no início ou após introdução do conteúdo, está atrelado ao objetivo que se pretende alcançar com a HQ e também do contexto da turma. Os que utilizariam no início da aula, as justificativas

estavam muito relacionadas com o fato de despertar o interesse no aluno para o conceito ou até mesmo explorar o conceito de média aritmética através das situações apresentadas na HQ. Já os estudantes que utilizariam após a introdução, justificaram que seria mais para tirar dúvidas ou fixar o que já havia aprendido ou então que só utilizaria após os estudantes não compreenderem através da sua forma de ensino.

Os licenciandos que participaram da oficina conseguiram perceber que poderia ser utilizado na introdução de conceitos ou na formulação dos conceitos, dependendo dos objetivos que se pretende alcançar com o recurso e também das turmas. Tal resultado se assemelha com os estudos de Cavalcante (2014) em que o mesmo apresenta que os professores reconheceram três formas diferentes de utilizar a HQ, introdução de conceitos, formalização dos conceitos e produção da HQ pelos discentes. Um ponto distinto nos estudos, foi que por ter objetivo de investigar o uso da HQ elaborada com base na teoria dos campos conceituais, não foi levado em consideração a possibilidade dos estudantes elaborarem suas próprias HQs.

No Quadro 11, destacado abaixo, apresentamos os tipos de respostas dos licenciandos na questão 5.

Quadro 11 - Tipos de respostas dos licenciandos na Q5

Tipos de respostas	Licenciandos
Utilizaria outros recursos	L1; L2; L3; L5; L6; L7; L9; L10; L11; L12; L14; L17; L18; L20; L21.
Apenas a HQ	L4; L8; L13; L15; L16; L22.
Não respondeu	L19

Fonte: A autora (2021).

Dentre os licenciandos que utilizaria a HQ juntamente com os outros recursos, destacamos a seguinte resposta do licenciando L2: *"Acredito que seja um recurso adicional para a aprendizagem, utilizaria outros recursos para reforçar a compreensão, como vídeos e participação dos alunos"*. Em concordância sobre utilizar outros recursos além da HQ, o licenciando L18 destaca: *"Acredito que a HQ daria um suporte a mais, mas utilizaria outros recursos também. Como jogos de questões e depois a média das notas e etc"*.

O licenciando L9, também trouxe que a HQ seria apenas um complemento, todavia, diferente dos dois destacados anteriormente, não evidenciou quais outros recursos poderiam ser utilizados junto com a HQ, como podemos observar: *"Acredito que o uso da HQ é um*

complemento". Além disso, como pudemos no Quadro 10, esse mesmo licenciando destacou que utilizaria o recurso no início da aula, a partir disso percebemos que ele pretendia utilizar no início da aula e em seguida utilizar outros recursos complementares, para formalizar o conceito.

Alguns estudantes, assim como o licenciando L9, destacam a importância de se utilizar outros recursos, no entanto, não evidenciaram quais seriam esses recursos, como podemos observar nas respostas dos licenciandos L12 e L14, respectivamente: "*Não*"; "*Utilizaria outros recursos*". O licenciando L12 traz apenas "*não*" na resposta, subentende-se através de outras respostas desse participante no questionário, que o não estaria relacionado que apenas a HQ não seria suficiente.

Dois licenciandos apresentaram outras formas de trabalhar junto com a HQ, como podemos observar nas seguintes respostas: "*Utilizaria outros recursos, como, por exemplo: 'Pessoal, vamos descobrir a média aritmética das alturas dos alunos aqui da turma? ' Ou seja, introduziria uma atividade lúdica para eles, algo do tipo com a finalidade de dinamizar a aula com eles*" (L7); "*Utilizaria adicionais. Acredito que a resolução de exercícios relacionando com o cotidiano continua sendo bem eficaz ainda, creio que tenha várias outras formas também, que não consigo listar agora, mas é um conteúdo bem legal de se trabalhar*" (L10).

Esses licenciandos destacaram que utilizariam a HQ no início da aula, como pudemos observar no Quadro 10. Diante disso, percebemos que pretendiam iniciar a aula com a HQ e em seguida utilizaria recursos adicionais, como dinâmicas, resolução de exercícios relacionados ao cotidiano, entre outras formas. Portanto, consideramos relevantes essas diferentes formas pensadas pelos licenciandos para agregar a HQ, pois como destacam Santos e Vergueiro (2012, p. 93) "empreender atividades práticas a partir das histórias torna as aulas mais dinâmicas e o aprendizado mais prazeroso".

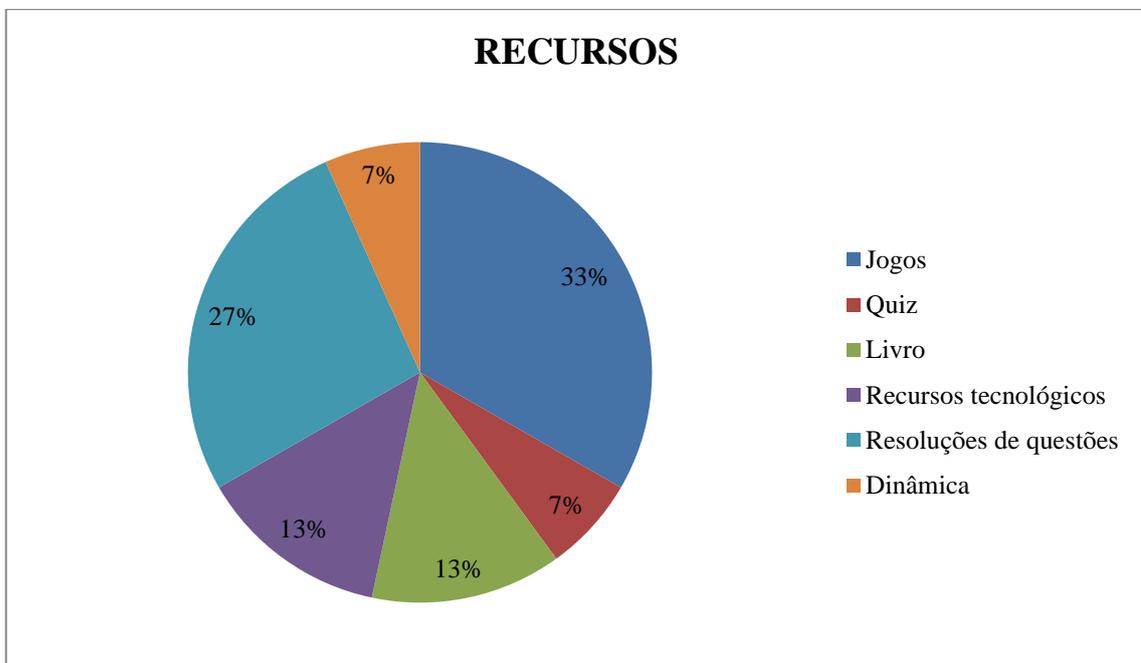
Além disso, as atividades práticas pensadas pelos licenciandos relacionadas com situações cotidianas ou a média enquanto representante das alturas dos estudantes de uma turma, podem contribuir para tornar o ensino mais prazeroso, além da possibilidade de se trabalhar outras habilidades com os estudantes, como por exemplo, pedir para eles medirem a altura dos seus colegas, trabalhando média aritmética com uma habilidade de grandezas e medidas, mas também fortalecendo a convivência entre os estudantes.

Já o licenciando L11, ao invés de detalhar quais seriam os outros recursos, conforme o comando da questão, se atenta a justificar o porquê de utilizar outros recursos junto com a HQ, como podemos observar na sua resposta: "*Utilizaria outros, pois visa que cada aluno*

aprende de uma forma diferente, tipo, o que é fácil pra um, pode ser difícil para o outro. E aí teria que pensar em todo um conjunto". Percebemos que há uma preocupação em utilizar diferentes metodologias, com o intuito de alcançar o maior número de alunos possíveis, se preocupando com as especificidades de cada aluno e as diferentes formas de aprendizado.

Dentre os recursos citados pelos licenciandos, tivemos a resolução de questões com problemas cotidianos, jogos, quiz, livro didático, dinâmica e recursos tecnológicos. A seguir no Gráfico 1, podemos observar a frequência que os recursos foram citados pelos licenciandos.

Gráfico 1- Percentual dos possíveis recursos complementares a HQ



Fonte: A autora (2021).

Através da análise do gráfico, percebemos que grande parte dos licenciandos acredita que os jogos, podem vir a complementar o uso da HQ. Diante disso, fica nítido que os jogos vêm sendo cada vez mais utilizados nas aulas de matemática e também que eles sentem a necessidade de trazer metodologias diferenciadas, tornando as aulas mais dinâmicas e prazerosas para os estudantes. Houve um grande destaque também para a resolução de questões, voltadas para situações cotidianas na vida dos estudantes, de uma forma que favoreça a aprendizagem significativa e que possibilite aos estudantes compreenderem a aplicabilidade e utilidade do conteúdo na sua vida.

O livro e os recursos tecnológicos tiveram a mesma porcentagem. Muitos licenciandos consideram importante a utilização do livro didático no processo de ensino e aprendizagem.

Enquanto aos recursos tecnológicos, foram destacadas as plataformas educacionais, vídeos, entre outros. Percebemos um grande avanço por parte dos licenciandos, pois geralmente o uso desses recursos na sala de aula, não era visto como um recurso favorável à aprendizagem. Acreditamos que as aulas remotas, por conta da pandemia, contribuiu para esse novo olhar sobre a inserção desses recursos nas aulas.

Em menos frequência, foram destacados pelos licenciandos o quiz e a dinâmica. O quiz representa a junção de jogos e questionamentos e vêm sendo explorado durante as aulas remotas. A dinâmica por sua vez, estaria relacionada a uma atividade prática que envolvesse os discentes com o conceito de média aritmética, mas que também trabalha com outras habilidades.

Dentre os licenciandos que não citaram outros recursos, afirmando a HQ como recurso suficiente, destacamos a resposta do licenciando L16: "*A HQ é suficiente, pois permite ao docente explicar esse conteúdo com um diálogo com os alunos*". Como justificativa para a sua resposta, o licenciando reforça que através da HQ, iria promover um diálogo com os estudantes e estimular a participação de todos, como podemos observar na sua fala: "*Utilizaria outros recursos, procuraria fazer um diálogo através das falas das personagens, questionar os alunos, colocar todos para participarem. Acredito que essa HQ permite mais ao docente dialogar com a turma*". Os outros licenciandos apenas apontaram que a HQ seria suficiente, mas não justificaram.

De forma geral, tanto os licenciandos que destacaram a necessidade de se utilizar a HQ juntamente com outros recursos, quanto os que afirmaram que a HQ seria suficiente, percebemos que ressaltam a importância do trabalho do professor e que somente a HQ não permitiria a construção do conhecimento sólido pelos discentes.

Sobre isso, Vasconcelos (2016, p. 71) traz "o trabalho do professor é imprescindível: o mesmo precisa ocorrer de modo que o aluno possa externalizar essas concepções e/ou conceitos e construir aqueles que são aceitos cientificamente". Através disso, percebemos a importância de o professor conhecer o recurso que irá explorar com seus discentes, para que possa interagir com os estudantes e dialogar às diferentes situações destacadas na HQ,

Foi destacado também pelos licenciandos a possibilidade de se utilizar a HQ para o ensino e aprendizagem de outros conceitos além de média aritmética. Como podemos observar na seguinte resposta: "*Eu achei muito interessante a HQ, a abordagem do conteúdo nas situações apresentadas, achei muito interessante. Existem várias formas, inclusive de trabalhar outros conteúdos, além da média, inclusive de outras áreas*" (L17).

Através da fala desse licenciando, percebemos que através da apresentação da HQ de média aritmética, ele percebeu que esse recurso poderia ser explorado para trabalhar outros conceitos, até mesmo de outras áreas. Segundo Vasconcelos (2019, p. 46) "o contexto da Educação é tão multifacetado quanto os diferentes gêneros que se desdobram nas histórias em quadrinhos". Além disso, o autor destaca que esse recurso vem sendo objeto de pesquisas em diversas áreas do conhecimento como, por exemplo, em geografia, artes e história. Ou seja, a utilização desse recurso vem sendo cada vez alvo de pesquisas, destacando sobre a possibilidade de seu uso em diferentes áreas.

Portanto, consideramos ser possível o uso da HQ investigada nesse estudo, tendo em vista que apesar de ter sido citado alguns ajustes para melhorá-la, no geral a mesma foi bem recebida pelos licenciandos, os quais destacaram que utilizariam a mesma, seja para introduzir o conceito ou na formulação do mesmo, tendo em vista que ressaltaram facilitar a compreensão de média aritmética, além de ser atrativa e uma proposta interessante de ser trabalhadas nas aulas de matemática, por ser mais dinâmica e cativar a atenção dos estudantes.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Educação Estatística é de suma importância, principalmente nesse momento que vivenciamos, onde constantemente somos bombardeados por várias informações sobre os principais acontecimentos e notícias, além de outras informações relacionadas à publicidade. Essas informações são apresentadas de diversas maneiras, dentre estas, temos o uso de gráficos, tabelas, a utilização de algumas medidas da estatística, como a média, entre outras representações. Diante disso, se faz necessário um conhecimento da sociedade de conceitos básicos da estatística, para analisar e compreender tais informações que podem ser úteis no seu cotidiano, sendo mais críticos sobre os dados que são apresentados.

Além da necessidade de conhecimento dos conceitos básicos na área da estatística, temos também que o ensino de matemática é perpassado por diversos preconceitos, que por vezes acabam bloqueando no aluno, o desejo de aprender, tendo em vista que o mesmo se sente, na maioria das vezes, incapaz de se apropriar do conhecimento. Diante disso, se faz necessário desconstruir esses preconceitos para com a disciplina, através de aulas diferenciadas e que não se detenha apenas a decoreba de fórmulas, muitas vezes sem explicação.

Tendo em vista essa necessidade de trazer metodologias diferenciadas na sala de aula e a inclusão de novos recursos, problematizamos a seguinte questão de pesquisa: Quais as possibilidades do uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática?

Desta forma, buscamos no nosso estudo investigar o uso de história em quadrinhos para o ensino e aprendizagem de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática. Para tanto, construímos uma HQ, sustentada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, envolvendo o campo conceitual de média aritmética, levando em consideração os estudos sobre as propriedades e significados desse conceito.

Além disso, criamos dois formulários no Google forms, o primeiro constituído por duas questões, com o objetivo de compreender os conhecimentos dos licenciandos em matemática sobre o conceito de média aritmética, através da forma como definiram tal conceito e também através de uma elaboração de uma questão. O segundo formulário, foi constituído por cinco questões, com o objetivo de analisar o uso da HQ no ensino e aprendizagem do conceito de média aritmética, no olhar dos licenciandos em matemática.

A partir dos dados da pesquisa do primeiro formulário, percebemos que dentro os 20 que responderam a questão, 95% definiram média aritmética através do procedimento do

cálculo para encontrar a medida e que apenas 5% não explicaram tal procedimento. Percebemos, portanto, um grande foco no procedimento do cálculo e que não houve uma preocupação com as propriedades envolvidas no conceito, sendo evidenciado de forma implícita nas definições a propriedade P3 e a propriedade P4.

Ao pedir para que os licenciandos elaborassem uma questão envolvendo o conceito de média aritmética, percebemos que 18 dos 22 elaboraram conforme o comando da questão, dois deles não responderam, um trouxe a resposta da questão anterior apenas para não deixar em branco e o outro licenciando apresentou uma questão retirada da internet, que trazia a média aritmética como contexto para explorar outro conceito.

Dentre os licenciandos que elaboraram a questão, aproximadamente 61% deles elaboraram questões envolvendo o contexto de notas escolares, abordando o significado S2, relacionado à necessidade de se obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme e que aproximadamente 39% elaboraram questões referentes ao significado S3, da média enquanto elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.

Quanto às propriedades envolvidas nas questões elaboradas, foram identificadas as seguintes propriedades: P3- A média é influenciada por cada um e por todos os valores ($média = \sum X_i/n$); P4- A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem; P5- A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,3); P6- O cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos e P7- A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

A partir desses resultados, percebemos que os licenciandos acabam priorizando nas questões, situações relacionadas ao contexto escolar, por ser uma forma muito comum ao cotidiano dos alunos e também porque tem lembranças de ter estudado exemplos com esse contexto. Isso nos mostra que a prioridade por essas questões, vai além de ser uma situação comum no cotidiano escolar, podendo estar relacionada também ao desconhecimento de outras situações do conceito de média aritmética e também a forma como o conteúdo é apresentado nos livros didáticos.

Diante disso, evidenciamos a importância de ser trabalhado na formação dos professores o campo conceitual de média aritmética, abordando os diferentes significados e propriedades do conceito, de forma que possibilite uma melhor compreensão do conceito por parte desses licenciandos, trabalhando com situações diversas e levando-os a refletir sobre os

resultados encontrados. Para que dessa forma, construam uma aprendizagem significativa desse conceito, para trabalhar com seus futuros discentes de uma forma mais crítica e reflexiva.

Ao analisar a possibilidade do uso pelos licenciandos da HQ apresentada, 21 deles afirmaram ter gostado do recurso e ter conseguido identificar as propriedades e significados presentes na HQ e o outro licenciando não respondeu nenhuma questão do segundo formulário, sobre o uso da HQ. Desses 21 estudantes, 5 citaram alguns ajustes com o objetivo de tornar a HQ mais dinâmica, como por exemplo mais personagens, alguns ajustes nas falas e diminuir o tamanho da HQ, pois 1 estudante afirmou que está exatamente no limite de tolerância, enquanto outros dois acharam grande.

Através da seguinte pesquisa, acreditamos que tais mudanças podem contribuir para melhorar a HQ e tornar a sua leitura mais prazerosa e atrativa para os discentes. No que se refere ao seu uso com discentes da educação básica, poderia ser pensado em trabalhar com a HQ inserida numa sequência didática, de forma que possibilite alguns momentos práticos durante a HQ, como algumas propostas de resoluções de questões e de dinâmicas com a turma, de forma a tornar ainda mais atrativa e agradável para seu público.

Quanto ao uso da HQ apresentada enquanto recurso no ensino do conceito de média aritmética, dentre os 21 licenciandos que responderam as questões, percebemos que aproximadamente 95,2% utilizariam a HQ como recurso nas suas aulas, o que corresponde a 20 licenciandos. Através disso, percebemos que um deles, apesar de ter gostado da HQ apresentada, destacou só utilizar em segundo plano, caso o seu método não fosse compreendido, por considerar que trabalhar com a HQ, fosse uma forma de fazer rodeios, ou seja, perca de tempo.

Quanto ao momento de utilizar essa HQ, houve uma variação na resposta dos licenciandos, pois foi destacado por alguns que depende do contexto das turmas e dos objetivos de conhecimento e que poderia ser utilizado na introdução de conceitos ou na formulação dos conceitos, após uma introdução. Dentre os que especificaram o momento para o seu uso, 14 destacaram a importância do seu uso para introduzir o conteúdo e dois destacaram que seria interessante uma explicação prévia, ou seja, na formulação dos conceitos.

Quanto aos recursos que poderiam complementar a HQ, teve um maior destaque o uso de jogos. No entanto, independente de se utilizar ou não outros recursos além da HQ, percebemos que os licenciandos destacam a importância do trabalho do professor e que somente a HQ não permitiria a construção do conhecimento sólido. Além disso, foi

evidenciado também que a partir da apresentação da HQ poderia ser utilizada para trabalhar diversos conceitos e que alguns estudantes não tinham conhecimento da possibilidade da HQ como recurso nas aulas de matemática.

Diante dos estudos sobre a HQ apresentada, consideramos relevante o uso de nossa HQ para o ensino e aprendizagem de média aritmética, tendo em vista que traz a abordagem das propriedades e significados de média aritmética através de situações cotidianas, mostrando algumas aplicações de média aritmética em outras áreas do conhecimento e por apresentar uma personagem que possivelmente os estudantes se identificariam.

Através do nosso estudo, percebemos a importância de se trabalhar na formação de professores a inserção de diferentes recursos nas aulas de matemática, inclusive da HQ, possibilitando aos professores ou futuros professores momentos de aprendizagem sobre a escolha dos recursos de acordo com as carências e necessidades dos discentes, articulando com os objetivos educacionais, assim como também momentos que possibilitem a construção desses recursos por parte desses professores.

Consideramos nossa pesquisa relevante para a área da estatística, pois discutimos o uso de um recurso para se trabalhar com o conceito da área estatística e conseguimos alcançar os nossos objetivos. Por fim, se faz necessário que outras pesquisas sejam realizadas em outros níveis de ensino, como na educação básica, a fim de investigar se o uso da HQ de média aritmética facilitaria a compreensão desse campo conceitual nos estudantes da educação básica e quais as influências do seu uso.

REFERÊNCIAS

- BIANCHINI, E. Matemática Bianchini. **São Paulo: Editora Moderna, 2018. 9º Ed.**
- CARVALHO, D. **A educação está no gibi.** Campinas: Papyrus, 2006.
- CARVALHO, J. E. F. **Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental.** 2011. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.
- CARVALHO, J. I. F.; GITIRANA, V. Média aritmética - uma análise das atividades do livro didático de matemática adotados no Brasil. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, México-DF, v.27, p. 681-688, 2014.
- CARVALHO JR., G. D.; AGUIAR JR., O. A. Os campos conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 25, n. 2, p. 207-227, ago. 2008.
- CAVALCANTE, L. A. O. **No dia mais claro:** um estudo sobre o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática em formação. 2014. 212 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2014.
- CAZORLA, I. M. Média aritmética: um conceito prosaico e complexo. In: Seminário IASE de Estatística Aplicada, IX, 2003, Rio de Janeiro. **Anais do seminário.** Rio de Janeiro: Instituto Interamericano de Estatística, 2003. p. 1-14.
- CARZOLA, I. M; CASTRO, F. C. O papel da Estatística na leitura do mundo: O letramento Estatístico. **Publicatio UEPG.** Ponta Grossa, v. 16, n. 1, p. 45-53, jun. 2008. Disponível em: <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/humanas/article/view/617/605>> Acesso em: 15. jun. 2021.
- CAZORLA, I. M.; UTSUMI, M. C.; SANTANA, E. R. dos S. Desempenho em Estatística de estudantes do Ensino Fundamental, no contexto do D-Estat. **Zetetike**, Campinas, São Paulo, v. 28, p. 1-25, 2020.
- CAZORLA, I. M; KATAOKA, V. I; SILVA, C. B. Trajetória e perspectivas da educação estatística no Brasil: um olhar a partir do GT 12. In: LOPES, C. E; COUTINHO, C. Q. S; ALMOULOUD, S. A. (orgs) **Estudo e Reflexões em Educação Estatística.** 1. ed. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.
- CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R.; FERREIRA, D. H. L. Quebrando a banca - A probabilidade e os cassinos. **Prometeica** - Revista de Filosofia y Ciencias, n. 7, p. 72 - 85. fev./jul. 2013.
- FERREIRA, R. M. A inclusão das histórias em quadrinhos na educação brasileira. **Traduzir-se**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 1, p. 1-4, 2015. ISSN 2447-2409.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica.** Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GARCES, S. B. B. **Classificação e tipos de pesquisas**. Universidade de Cruz Alta – Unicruz, Abril, 2010.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e Educação (Matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.

GUEDES, T.A.; MARTINS, A. B. T.; ACORSI, C. R. L.; JANEIRO, V. Estatística descritiva. In: _____. **Projeto de ensino aprender fazendo estatística** [Internet]. Maringá: Universidade Estadual de Maringá, Departamento de Estatística, p. 1-49, 2005. Disponível em: http://www.each.usp.br/rvicente/Guedes_etal_Estatistica_Descritiva.pdf. Acesso em: 06 mar. 2021.

IEZZI, G.; HAZZAN, S.; DEGENSZAJN, D. M. **Fundamentos de Matemática Elementar: Matemática comercial, Matemática financeira, Estatística descritiva**. v. 11. São Paulo: Editora Atual, 2013. 1º Ed.

LUNA, L. C; CARVALHO, J. I. F. “Oi, Quem está olhando minhas estatísticas?” – Uma discussão do desempenho de estudantes da Educação Básica sobre média aritmética. **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática**, Pará, v. 15, n. 33, p.151-166, Jan./Jun. 2019.

LOPES, C. E.; MEIRELLES, E. Estocástica nas séries iniciais. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 18, 2005, Campinas. **Anais do congresso**. Campinas: UNICAMP, 2005. p. 1-8.

MAGINA, S. CAZORLA, I. GITIRANA, V. GUIMARÃES, G. Concepções e concepções alternativas de média: Um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental. **Educar em Revista**, Curitiba: Editora UFPR, v. 26, n. especial 2, p. 59-72, 2010. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/er/nspe2/04.pdf>. Acessado em: 30.mar.2021.

MARCOLINO, P. R. F. **Aprendizagem significativa na educação estatística: uma análise da compreensão do conceito de média aritmética com estudantes do 1º ano do ensino médio**. 2017. 99f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2017.

MARCOLINO, P. R. F. **Compreensões de estudantes do 3º ano do ensino médio sobre o conceito de média aritmética**. 2020. 126f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020.

MARTINS, H. H. T. de S. Metodologia qualitativa de pesquisa. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 2, p. 289-300, maio/ago. 2004.

MARTINS, R. M. K. **HQs digital e iniciação em geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta didática**. 2019. 131 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Tecnologias, Comunicação e Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

MASSA, M. S. Ludicidade: da etimologia da palavra à complexidade do conceito. **Aprender - Caderno de Filosofia e Psicologia da Educação**, Vitória da Conquista, ano IX, v. 2, n. 15, p. 111-130, jul./dez, 2015.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7-29, jan./mar. 2002.

NASCIMENTO, F. P. do. Classificação da Pesquisa: natureza, método ou abordagem metodológica, objetivos e procedimentos. In: NASCIMENTO, F. P. do; SOUSA, F. L. L. (Orgs.). **Metodologia da Pesquisa Científica: teoria e prática – como elaborar TCC**. 1. ed. Brasília: Thesaurus, 2016. cap. 6.

SANTOS, E. R. M. D. **Mergulhando no universo das incertezas: Literatura Infantil e Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2021. 226f. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021.

SANTOS, R. E. Aplicações da história em quadrinhos. **Comunicação & Educação**, São Paulo, n. 22, p. 46-51, set./dez. 2001.

SANTOS, R. E.; VERGUEIRO, W. Histórias em quadrinhos no processo de aprendizado: da teoria à prática. **EccoS**, São Paulo, n. 27, p. 81-95, jan./abr. 2012.

SILVA, J. G. L. **Matemática básica em quadrinhos: algumas aplicações das HQs em sala de aula**. 2020. 73 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Centro de Ciências, Departamento de Matemática, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.

TONON, S. F. T. R. As histórias em quadrinhos como recurso didático nas aulas de matemática. **Em Extensão**, Uberlândia, v. 8, n. 1, p. 72 - 81, jan./jul. 2009.

VASCONCELOS, D. M. **Onde ninguém jamais esteve: o ensino de trigonometria por meio de histórias em quadrinhos**. 2016. 98 f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2016.

VASCONCELOS, D. M. **Entre palavras, quadros e números: uma análise ontossemiótica da construção do conceito de razões trigonométricas com a utilização de histórias em quadrinhos**. 2019. 170f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 10²³, p. 133-170, Grenoble, La Pensée Sauvage éditions, 1991. In: **Didáctica das Matemáticas**. Direcção de Jean Brun. Horizontes Pedagógicos. 1996.

VERGNAUD, G. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 17, n. 2, p. 167-181. 1998.

VERGUEIRO, W. Uso das HQs no ensino. In: RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (Org.). **Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula**. 4. Ed. São Paulo: Contexto, cap. 1, p. 7-30. 2014.

APÊNDICE A – HQ

Média Aritmética

Por Natielly



