



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA LICENCIATURA

MARIA RAFAELA SILVA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: um olhar sobre a história como aporte motivador na didatização acerca de uma coleção de livro didático.

Caruaru
2021

MARIA RAFAELA SILVA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: um olhar sobre a história como aporte motivador na didatização acerca de uma coleção de livro didático

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Cristiane de Arimatéa Rocha.

Caruaru

2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586h Silva, Maria Rafaela.
A história da matemática no ensino médio: um olhar sobre a história
como aporte motivador na didatização acerca de uma coleção de
livro didático. / Maria Rafaela Silva. – 2021.
45 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade
Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2021.
Inclui Referências.

1. História da Matemática. 2. Livros didáticos. 3. Didática. 4.
Ensino médio. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2021-216)

MARIA RAFAELA SILVA

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: um olhar sobre a história como aporte motivador na didatização acerca de uma coleção de livro didático

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 03/09/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Ms^a. Débora Karyna dos Santos Araújo (Examinadora Externa)
Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco

Prof^o. Ms. Carlos Antonio Da Silva Lopes (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho a João Franscisco Da Silva, meu pai, avô e exemplo de humildade e força. Que mesmo sem nenhuma formação foi meu primeiro e melhor professor. Foi com ele que aprendi a verdadeira essência da matemática e descobri ali o que nenhuma formação, seja ela qual for, me daria um dia. Encontrei nele o amor, amor pelos números e aprendi ainda, que valores não e apenas um substantivo, mas um princípio, e que princípios não tem valor, tem valores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por estar sempre comigo, principalmente por me dar forças e discernimento nos momentos mais difíceis da vida, agradeço ainda por todos os diálogos no caminho para a faculdade e por diversas noites estudando comigo, obrigada meu Deus por me segurar quando estive fraca e sem foco no objetivo e por muitas vezes de joelho o senhor tocar em minha cabeça e dizer, “aqui Estou, tu não estás sozinha, levanta!” e então eu levantei.

Agradeço a toda minha família, em especial as minhas mães, Quitéria Benício Silva e Josefa Lindinalva Benício Da Silva, que foram além de avós, mães da minha filha na minha ausência para que hoje eu conseguisse chegar à formação.

A minha estimada orientadora Profa. Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha, por todas as contribuições necessárias, por toda compreensão e cuidado para comigo e com meu trabalho. A essa amiga querida meus mais sinceros agradecimentos.

Agradeço a minha amiga e exemplo de mulher, Daiane Teles, ela foi e é um tesouro que a UFPE me proporcionou encontrar. Obrigada pelo apoio de sempre, seja para loucuras ou sanidades, você sempre esteve comigo e isso nunca irá mudar.

Não posso deixar de dedicar um agradecimento todo especial a amiga Thays De Lima Oliveira, uma grande incentivadora, uma pessoa incrível que fez toda diferença em minha vida e na construção da minha identidade acadêmica.

A Marcelo Mirada, um amigo querido e um professor maravilhoso, obrigada por todas as oportunidades tão valiosas e diálogos enriquecedores, foi através de suas aulas que encontrei o melhor lado da vida acadêmica.

Deixo um Agradecimento todo especial e repleto de carinho ao professor que se tornou amigo, Gleybson Miguel Da Silva, obrigada por toda dedicação e excelência na docência, obrigada pela grandiosa oportunidade de conhecer não apenas o professor, mas o ser humano incrível que você é e por tamanha paciência e tão gentil acolhimento.

Agradeço ainda aquele que é muito mais que melhor amigo, é um irmão que a vida escolheu para mim, Carlos José da Silva. Ele que sempre acreditou em mim,

e por muitas vezes, talvez até mais que eu mesma. Não tenho palavras capazes de expressar o carinho e admiração que sinto por ele, obrigada por todo apoio e incentivo, obrigada por fazer parte da minha vida, você foi e é essencial em minha construção docente e uma referência que faz parte da minha história.

Obrigada ainda ao amigo querido Amós Santos Silva, por todos os conselhos e incentivos, e por toda contribuição nessa jornada.

E finalmente a José Fredy Pereira Costa. Nesse caminho que chamamos de vida, às vezes algo inexplicável acontece e você encontra alguém muito especial, alguém que muda sua vida simplesmente por estar nela, e aí não é mais a gravidade que te segura na terra, é alguém que você tem a sensação de que conhece desde que nasceu mesmo a vida tendo acabado de te apresentar, alguém que te desconcerta, mas é um desconcerto bom, que faz seu coração acelerar.

Simples, humilde, gentil e generoso, a ele entreguei meu coração porque ele é meu maior infinito, obrigada paixão, por todo carinho, incentivo e apoio, você é meu norte.

Ouvi dizer por um longo espaço de tempo que a matemática é uma ciência masculina em sua totalidade, inclusive no século atual, ainda é notório a disparidade entre os gêneros no ambiente matemático, e são muitos os momentos na história da matemática, onde essa mesma matemática é dirigida para homens, e nessa mesma esfera social direciona as mulheres sempre a atividades inerentes ao lar, deixando dessa forma uma lacuna tanto histórica como social e cultural.

E mesmo diante de tamanha lacuna e inúmeras barreiras, encontramos a trajetória de Hipátia De Alexandria, Katherine Johnson, Maria Laura Mouzinho Leite Lopes e Maryam Mirzakhani, mulheres que não apenas mudaram ou contribuíram em relação ao desenvolvimento da Matemática, elas fizeram história, as quais são apresentadas pela matemática de forma muito timidamente e que no século atual sem um olhar aprofundado a partir da história da matemática, elas chegam a quase ser esquecidas.

Porém, com muita determinação, mulheres como, Débora Karyna, Kátia Cunha, Simone Queiroz, Girleide Lemos, Lucivânia Souza e Cristiane de Arimatéa Rocha continuam a representatividade feminina nessa esfera social diretamente na matemática ou intrinsecamente.

Trazendo a lume, que matemática não se trata de gênero, porque quando o assunto é números falamos sobre voar e não sobre gaiola nos quais se desfaz os preceitos patriarcais e constroem infinitas possibilidades para que mulheres sejam na história da matemática atual não mais coadjuvantes e sim protagonistas.

Seja qual for sua época e área, elas foram responsáveis por avanços consideráveis, na matemática e na vida de tantas outras mulheres que assim como eu, encontrou nelas, motivação para lutar com toda resiliência diante de um processo lento, mas repleto de esperança mostrando que a verdadeira essência da matemática independe de gênero, classe social, etnia ou século. Sendo assim, meus mais sinceros agradecimentos por me motivarem e contribuírem no meu pedacinho de história.

Um tempo em que aprendi a entender as coisas de mar, a conversar com as grandes ondas e não discutir com o mau tempo. A transformar o medo em respeito, o respeito em confiança. Descobri como é bom chegar quando se tem paciência. E para se chegar onde quer que seja, aprendi que não é preciso dominar a força, mas a razão. É preciso antes demais nada querer. (Klin; Amyr, 1985).

RESUMO

Nesta pesquisa busca-se analisar a presença da História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio que são utilizados pela rede pública estadual de ensino em Toritama-PE. Logo, visamos identificar e analisar referências e inferências com relação à História da Matemática nos livros didáticos selecionados, e com isso refletir, a partir do material pesquisado, sobre as potencialidades didáticas das menções a História da Matemática. A justificativa da presente pesquisa foi fundamentada pela necessidade de criação de um contexto que introduza os conceitos matemáticos por meio da História da Matemática no qual haja uma concepção de problematização do conhecimento matemático que ultrapasse os aspectos meramente lógicos e epistemológicos da produção desse conhecimento. Nesse contexto utilizamos autores como: Miguel (1997); Fasanelli (2000); Grugnetti e Rogers (2000); Tzanakis e Arcavi (2000); Liu (2003); D'Ambrósio (2009). Como procedimento metodológico foi realizado um levantamento inicial dos autores que dissertam acerca da utilização da história da matemática no ensino e que abordam sobre as potencialidades didáticas das menções concernentes à História da Matemática. Em seguida, embasados na análise de conteúdo foram selecionadas as atividades presentes na coleção de livro didático de Matemática Do Ensino Médio que no momento da pesquisa era adotada por uma escola estadual na cidade de Toritama-PE. Buscamos nos livros didáticos o tipo e organização da informação histórica e paralelamente perceber quais as inferências entre a organização da informação histórica dos conteúdos matemáticos e as proposições das atividades de ensino e aprendizagem em sala de aula. Constatou-se que a presença de História da Matemática nos livros observados fica entre torno de 2% a 4% nos três anos do ensino médio. Entre as poucas propostas observadas notou-se uma variedade de conceitos matemáticos e que muitas tais propostas envolvem diferentes estratégias de uso da História da Matemática, permeando aspectos como elucidação de por que, a elucidação do para que e de estratégia didática.

Palavras-chave: História da Matemática. Livro Didático. Proposições Didáticas.

ABSTRACT

This research seeks to analyze the presence of the History of Mathematics in high school Mathematics textbooks that are used by the state public education system in Toritama-PE. Therefore, we aim to identify and analyze references and inferences regarding the History of Mathematics in selected textbooks, and thus reflect, from the researched material, on the didactic potential of the mentions of the History of Mathematics. The justification for this research was based on the need to create a context that introduces mathematical concepts through the History of Mathematics, in which there is a concept of problematizing mathematical knowledge that goes beyond the merely logical and epistemological aspects of the production of this knowledge. In this context we use authors such as: Miguel (1997); Fasanelli (2000); Grugnetti and Rogers (2000); Tzanakis and Arcavi(2000); Liu (2003); D'Ambrósio (2009). As a methodological procedure, an initial survey of authors who talk about the use of the history of mathematics in teaching and who address the didactic potential of mentions concerning the History of Mathematics was carried out. Then, based on content analysis, the activities present in the textbook collection of Mathematics of High School were selected, which at the time of the research was adopted by a state school in the city of Toritama-PE. We searched in textbooks for the type and organization of historical information and, at the same time, to understand the inferences between the organization of historical information of mathematical contents and the propositions of teaching and learning activities in the classroom. It was found that the presence of History of Mathematics in the books observed is between around 2% to 4% in the three years of high school. Among the few proposals observed, a variety of mathematical concepts was noted and that many such proposals involve different strategies for using the History of Mathematics, permeating aspects such as elucidating why, elucidating the why and didactic strategy.

Keywords: History of Mathematics. Textbook. Didactic Propositions.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS	15
1.1.1	Objetivo Geral	15
1.1.2	Objetivos Específicos.....	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA, HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: UM CAMINHO PARA O ENSINO MATEMÁTICO.....	16
2.1	LIVROS DIDÁTICOS.....	20
3	PERCURSO METODOLÓGICO.....	25
4	INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS: UMA ANÁLISE.....	28
5	ANÁLISE DE DADOS.....	31
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	40
7	REFERÊNCIAS.....	43

1 INTRODUÇÃO

A matemática tem um papel importante ao longo da história da ciência (FAUVEL, 1991). Como resultado de seu papel significativo, o processo de ensino e aprendizagem deve ser organizado de forma que os alunos possam desenvolver atitudes significativas em relação à matemática.

Os alunos precisam compreender que a matemática pode facilitar suas vidas, portanto, ensinar matemática deve ser realizado em um ambiente onde os estudantes estejam dispostos a aprender o conhecimento matemático e poder alcançar novos conhecimentos por conta própria. Além disso, com a ajuda de instrução matemática eficaz, os alunos podem ter conceitos matemáticos de forma mais significativa e maneira interessante e podem desenvolver a opinião de que a matemática não é uma disciplina isolada. Assim, a História da Matemática pode ser usada para atingir esses objetivos.

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a utilização da História da Matemática tem sido apontada por diversos autores e também pelos documentos oficiais da educação nacional e os Parâmetros Curriculares da Educação Básica de Pernambuco, como elemento profícuo para um aprendizado significativo em sala de aula. Tzanakis e Arcavi (2000) reforçam a importância da presença da História da Matemática como ferramenta pedagógica e as dificuldades encontradas para sua utilização, bem como os argumentos contra e a favor desta inclusão.

No âmbito investigativo acadêmico, o avanço da pesquisa em História da Matemática no Brasil, principalmente no que diz respeito às suas relações com a Educação Matemática, constitui-se como pano de fundo para as discussões que envolvem principalmente a Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat). Concomitantemente, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) foram instituídos e indicam a importância da História da Matemática como conteúdo relevante e um recurso didático para o ensino.

Mais especificamente, os Parâmetros Curriculares de Matemática de Pernambuco no âmbito do ensino fundamental e médio (PCPE) por sua vez diz que uma das formas mais eficazes de atribuir significado aos conceitos matemáticos é contextualizá-los em seu processo de evolução histórica. No entanto, o mesmo

documento reitera que trazer a história da Matemática para a sala de aula significa mais que descrever fatos ocorridos no passado ou a atuação de personagens famosos.

Faz-se necessária que as articulações da Matemática com as necessidades humanas de cada época sejam evidenciadas, pois: “[...] é preciso levar em conta as contribuições do processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos para a superação das dificuldades de aprendizagem desses conteúdos em sala de aula” (PERNAMBUCO, 2012, p. 34).

Paralelamente, as discussões acerca da presença da História da Matemática nos livros didáticos trazem diversas problemáticas para essa questão. Autores como Lopes (2000) afirmam que na tentativa de acatar as diretrizes curriculares e as orientações do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), os livros às vezes incluem apenas menções históricas no desenvolvimento de seus textos de maneira imprópria. Esta inserção se resume na apresentação de biografias de alguns matemáticos, de datas ou curiosidades históricas quase sempre sem a devida compreensão ou adequação desta abordagem.

Por outro lado, argumentamos que a história da Matemática precisa contribuir para o entendimento do conteúdo em questão e não apenas servir como leitura adicional, que não se relaciona com o conteúdo abordado. Assim, justificamos que o uso da história da matemática como recurso pedagógico pode proporcionar ao aluno uma motivação maior para que a aprendizagem ocorra de modo mais prazeroso e dinâmico.

Acreditamos que isso pode contribuir significativamente para a aprendizagem de conceitos matemáticos na medida em que a utilização da História da Matemática pode ser vista “[...] como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos” (BRASIL, 2006, p. 86), bem como poderá motivar os alunos a despertarem o interesse por esta disciplina.

Na pesquisa de Silva (2019, p.36) realizada com professores que ensinam matemática constatou que o livro, seja específico de história ou didáticos, “ainda é a principal fonte de pesquisa utilizada pelos (as) professores (as), visto que são citados individualmente e em conjunto com artigos de revista e internet”.

Nesse sentido, propomos neste trabalho investigativo a seguinte questão problema: *Quais as potencialidades formativas das atividades que abordam acerca da História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio?*

Entendemos que a matemática deva ser ensinada de forma a permitir a formação de alunos críticos que percebam as mudanças conceituais e os problemas que existiram e que existem na construção dos seus conhecimentos e assim no desenvolvimento enquanto sociedade. Reiteramos que a utilização da história da matemática no ensino – e sua presença relevante nos livros didáticos ajuda a formar alunos que contextualizem os conhecimentos e os insiram numa perspectiva de construção humana, coletiva e percebam assim que a matemática vai muito além de números e contas, ela tem história.

O contato com a história é imprescindível para oferecer uma visão dinâmica da disciplina, de sua evolução e desenvolvimento e para dar significação aos seus conceitos.

Esperamos mostrar a importância do uso da História da Matemática como um aliado para o enriquecimento da aprendizagem dos alunos, trazer uma reflexão sobre a prática docente capaz de trazer novos horizontes no ensino de Matemática em sala de aula, o estudo ficou organizado em seis capítulos.

Primeiro capítulo, tratamos dos nortes da pesquisa, aos quais embasaremos no percorrer do corpo deste estudo.

Capítulo dois, trataremos um pouco da história e seu caminho pela educação, assim como o livro didático enquanto recurso e aporte metodológico assim como a história, discutiremos o referencial teórico que norteou nossa pesquisa onde falamos sobre a História como metodologia e recurso adotando alguns teóricos, como Miguel e Miorim (2011), D'Ambrósio (1999), Fauvel e Maanen (2000), Miguel (1997), CHOPPIN (2000) e os documentos oficiais, dentre outros autores, contemplando a fundamentação teórica de nosso estudo.

No capítulo três, trataremos do percurso metodológico, apresentamos a pesquisa segundo a metodologia proposta e descrita neste capítulo, trataremos a lume a forma de coleta das informações e reflexões, a partir do material pesquisado, abordaremos sobre as potencialidades didáticas segundo as menções concernentes à História da Matemática presente nos livros didáticos.

No capítulo quatro, apresentamos a análise sobre as menções históricas em cada livro e na coleção de maneira geral.

No capítulo cinco, damos continuidade às análises conforme a especificidade de cada menção, apontando seus respectivos conteúdos matemáticos e suas classificações, apresentamos a pesquisa realizada de acordo com a metodologia

proposta, onde buscamos alcançar as respostas para a problemática anunciada, segundo os objetivos traçados.

Nos capítulos seis e sete, apresentamos as considerações finais e as referências utilizadas na construção.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 OBJETIVO GERAL

Analisar a presença da História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio que são utilizados pela rede pública estadual de ensino em Toritama-PE.

1.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para atingirmos este objetivo geral, intentaremos:

- Identificar o uso e inferências com relação à História da Matemática nos livros didáticos selecionados;
- Identificar e refletir, a partir do material pesquisado, sobre as proposições didáticas das menções à História da Matemática.

2 HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: UM CAMINHO PARA O ENSINO MATEMÁTICO.

Sendo a História um instrumento de promoção do pensamento independente, que possibilita o desenvolvimento do pensamento crítico e de uma qualificação como cidadão, o desejo de formar cidadãos, com base na construção de um pensamento independente e crítico, exige uma concepção de problematização pedagógica do conhecimento matemático que ultrapasse os aspectos meramente lógicos e epistemológicos da produção desse conhecimento (MIGUEL, 1997).

A Matemática é fruto da ação humana, e, como tal, tem uma história que vem sendo pesquisada e estudada por décadas e séculos. A consequência disto é o desenvolvimento de muitos trabalhos sobre a História da Matemática (HM). No Brasil, por exemplo, observamos um maior interesse em torno da História da Matemática a partir da década de 90; pesquisas na área estão divulgando a importância da História da Matemática como ferramenta pedagógica (PEREIRA, 2013).

Miguel e Miorim (2011), confirmando a consolidação da linha de pesquisa de História da Matemática no cenário acadêmico nacional, afirmam que a partir da década de 1990, presenciamos a ampliação do trabalho com elementos históricos não apenas em propostas curriculares como também em coleções paradidáticos e de livros didáticos. Essa ampliação seria acompanhada de uma grande diversidade de formas e abordagens e de características relativamente à natureza da história que se recorre.

Nesse sentido, presenciamos, nos últimos anos, uma ampliação da defesa do discurso histórico e da necessidade da ampliação da relevância dos conteúdos da história da matemática para o ensino escolar. Atualmente, a pesquisa em História da Matemática (HM) ganhou grande impulso em todo mundo, porém, conforme nos alerta D'Ambrósio (2003), embora ainda haja grande interesse no estudo de temas e personagens centrais da história universal da Matemática, há uma grande tendência em estimular as histórias regionais e locais (países, estados, cidades, instituições, e personalidades).

Fauvel e Maanen (2000), na obra "*História em Educação Matemática*", investigam como o ensino e o aprendizado de Matemática pode ser utilizado integrando a HM em todos os aspectos da Educação Matemática: lições, trabalhos

de casa, texto, leituras, projetos. Ambos os autores acreditam que a HM tem um papel importante na Educação Matemática, e corroboram que o uso da História da Matemática requer uma reflexão didática.

Paralelamente, segundo Fasanelli (2000), muitos autores consideram importante a utilização da HM como recurso didático, preocupando-se com a forma de utilização e o estilo do educador no seu cotidiano. A criação de um contexto para introduzir conceitos matemáticos pode estimular estudantes a pensar. Assim, os educadores podem promover o caminho de um raciocínio matemático e o desenvolvimento individual do estudante com a utilização de recursos históricos, favorecendo na resolução de desafios.

Neste contexto, as discussões que envolvem a História da Matemática (HM) podem ser categorizadas por perspectivas teóricas diferentes. Como bem afirmam Grugnetti e Rogers (2000):

Ponto de vista filosófico: A Matemática precisa ser vista como uma atividade humana, com aspectos culturais e produtivos.

Ponto de vista interdisciplinar: A Matemática vinculada com outras disciplinas, não em apenas uma direção. Os assuntos que são enriquecidos, através das conexões históricas podem ser compreendidos se compartilhados e com ajuda mútua entre os sujeitos, como a física, a geografia, arte, música, rituais etc.

Ponto de vista cultural: A evolução Matemática é resultante da soma de várias contribuições como atividades de cultura individual e a explanação de alguma cultura particular (GRUGNETTI; ROGERS, 2000, p. 56 *grifos nossos*).

Logo, emerge das discussões teóricas o destaque concernente à utilização da História da Matemática (HM) como proposta didática. Entende-se que essa contribuirá de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, visto que esta pode possibilitar uma mudança da visão desse campo do saber.

Além disso, devido às aplicações da Matemática em várias outras ciências ou áreas, a História da Matemática nos ajuda a “entender nossa herança cultural” (STRUICK, 1995, p. 46), e conhecer o desenvolvimento histórico da Matemática poderá orientar no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática de hoje (D’AMBRÓSIO, 2009).

Por sua vez, Tzanakis e Arcavi (2000) entendem que o ensino da Matemática é um processo complexo que excede a simples exposição organizada dos

conteúdos matemáticos: O ensino da Matemática deverá incluir a motivação para certos problemas e questões, visando uma construção do conhecimento que possibilite o estabelecimento de relações entre o conhecimento antigo e o novo.

No âmbito dessa discussão, Liu (2003) afirma que os professores deviam dar um lugar especial à história da matemática em sua prática docente por duas proposições centrais: Para ajudar a ensinar matemática e aprender a própria história da matemática. A estrutura dinâmica da matemática que surge da sua própria natureza é realmente importante em termos de vermos os passos-a-passos que constituíram a história da matemática.

O autor anteriormente citado, em seu ensaio “*Os professores precisam incorporar a história da matemática no ensino?*”, ainda apresenta cinco razões pelas quais a história da matemática deve ser incluída nas aulas: Conhecimento histórico aumenta a motivação dos alunos e os ajuda a desenvolver uma atitude positiva em relação à Matemática; ao ver os obstáculos experimentados no desenvolvimento da matemática no passado permite-lhes ver as dificuldades encontradas no presente; resolver problemas da história ajuda o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos; e, por fim, mas não definitivo, a história traz o lado humano do conhecimento matemático e é um guia para os professores (LIU, 2003).

Ao passo que as discussões teóricas e as pesquisas na área educacional expressam a importância da história da Matemática para o processo de ensino-aprendizagem, os principais marcos curriculares nacionais também preconizam a relevância dessa estratégia didática para o ensino da matemática. Assim lemos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCN-EM):

Mediante um processo de transposição didática e aliada a outras metodologias e recursos, a História da Matemática se torna uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem em Matemática. Mostrando a Matemática como uma criação humana, as diferentes culturas, diferentes momentos históricos, comparações entre processos matemáticos do passado e do presente, o aluno pode desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do conhecimento matemático (BRASIL, 1999, p. 45).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais são formulados com a intenção de inovar, de deixar as velhas tradições de lado e proporcionar um ensino diferente. São oferecidos alguns caminhos para ensinar Matemática, na sala de aula, entre

outras, a História da Matemática inserida como informações, curiosidades, desafios. São também discutidos os recursos como Resolução de Problemas, Tecnologias da Informação e Jogos. Estas tendências de ensino e aprendizagem da Matemática, presentes nos Parâmetros Curriculares, são denominadas de tendências emergentes da Educação Matemática (PEREIRA, 2013).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais dissertam ainda sobre a dimensão histórica da Matemática. Esta dimensão possibilita a visão de que seu desenvolvimento possui estreita relação com o todo social e cultural, assim como essa ciência possui “[...] caráter instrumental mais amplo, além de sua dimensão própria, de investigação e invenção” (BRASIL, 1999, p. 42). Assim, as orientações curriculares enfatizam a recuperação do processo histórico de construção do conhecimento matemático, algo que pode se tornar um importante elemento de contextualização dessas competências e habilidades.

Por sua vez, os Parâmetros Curriculares de Matemática de Pernambuco no âmbito do ensino fundamental e médio (PCPE) cita que uma das formas mais eficazes de atribuir significado aos conceitos matemáticos é usando o processo de contextualização em seu processo de evolução histórica. Reforçando que esse processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos é proficuo na superação das dificuldades de aprendizagem dos conteúdos, os parâmetros então afirmam essa constatação trazendo alguns exemplos:

A construção progressiva dos números naturais, racionais, irracionais, negativos e imaginários, ao longo da história, é uma fonte importante para a didática atual desses conceitos. Por exemplo, refletir sobre as dificuldades históricas da chamada “regra dos sinais”, relativa à multiplicação de números negativos e discutir a criação dos números irracionais podem contribuir bastante para o ensino desses conteúdos (PERNAMBUCO, 2012, p. 34).

Dito isso, outros exemplos em que o recurso à história pode contribuir para o ensino- aprendizagem da Matemática podem ser citados:

Os cálculos astronômicos realizados em diversas fases históricas podem ser relacionados a tópicos importantes de geometria; a discussão das Leis de Kepler e suas conexões com a geometria da elipse, o emprego do logaritmo com o advento das novas tecnologias de computação; o Princípio de Cavalieri e as questões de cálculo de volume (PERNAMBUCO, 2012, p. 35).

Assim, como bem também ratifica a Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio (BNCC), homologada em 14 de dezembro de 2018 durante sessão extraordinária do Conselho Nacional de Educação (CNE), um dos desafios para a aprendizagem da Matemática no Ensino Médio é exatamente proporcionar aos estudantes a visão de que ela não é um conjunto de regras e técnicas, mas faz parte de nossa cultura e de nossa história.

Com isso, entendemos que essa percepção da Matemática serve para mostrar que o desenvolvimento da disciplina é fruto da experiência humana ao longo da história; assim, o desenvolvimento gradual desse campo do saber por seres humanos inseridos em culturas e sociedades específicas: “Confere a ela (a Matemática) valores estéticos e culturais, e fornece uma linguagem com a qual pessoas de diferentes realidades podem se comunicar, com precisão e concisão, em várias áreas do conhecimento” (BRASIL, 2018, p. 522).

Em suma, a partir do exposto nos documentos curriculares oficiais brasileiros e nas discussões de pesquisadores o ensino e o estudo da história da matemática permite a compreensão da natureza e das características específicas do pensamento matemático em relação a outros tipos de conhecimento, ou seja, a história como um elo entre a matemática e outros sujeitos.

Assim, na seleção de tópicos, problemas e episódios considerados motivadores da aprendizagem da Matemática, possuindo uma gama de questões intrigantes, a História da Matemática vem sendo vista como uma linha de pesquisa, em que há problemas a serem valorizados, os quais podem motivar, engajar o ensino e o tornar mais interessante, possibilitando a desmistificação da Matemática e a desalienação de seu ensino (MIGUEL; MIORIM, 2011).

2.1 LIVROS DIDÁTICOS: usos e recursos históricos apresentados.

Os livros didáticos são “objetos familiares”: Alunos, pais e docentes, quase todos, já entraram em contato com esses. Se alguém, durante uma conversa, traz um assunto sobre livros escolares, todos têm histórias para contar, uma opinião a colocar, ou uma crítica a formar (CHOPPIN, 2000). Livros didáticos são ainda, como reiteraria o autor citado anteriormente:

Os Manuais escolares são ferramentas pedagógicas (livros elementares, claros, precisos, metódicos) destinadas a facilitar a

aprendizagem (que poupam os esforços inúteis para aprender); essa é para nós, atuais e antigos, estudantes ou docentes, a função principal e a mais evidente (CHOPPIN, 2000, p. 18).

Para Benito (2001), este material didático é um objeto essencial na cultura da escola institucionalizada, não é só um material de ajuda aos professores e alunos, mas uma representação de todo um modo de conceber e praticar o ensino (Ibidem, p. 46). Livros Didáticos são os que se referem ao uso particular dos textos no âmbito escolar, como mediador no processo formal de ensino, resultando em caráter de suporte do currículo escolar.

A utilização de conceitos claros e objetivos é imprescindível neste tipo de obra e, mesmo que nem sempre isso ocorra, o livro didático é produzido e está sujeito a favorecer a aprendizagem. Há alguns livros didáticos que omitem informações ou são confusos, mas a intenção de seus autores é de favorecer a promoção da aprendizagem (PETERS, 2005).

Serve como um suporte para o professor, e é indicada a estrita observância com relação aos conteúdos traçados pelas diretrizes curriculares oficiais. Ossenbach e Somoza (2001) expressam que a relação entre as propostas curriculares e o conteúdo dos livros é complexa e essencial. O livro didático pode ser o reflexo mecânico dos enunciados curriculares ou o centro da atividade escolar; o verdadeiro guia do professor e até transformar o planejamento da unidade escolar.

Nesse sentido, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi criado por uma iniciativa do Ministério da Educação e Cultura (MEC), sendo responsável pela distribuição dos livros didáticos para estudantes matriculados nas escolas públicas do país. Ainda na década de 90, os critérios de escolha dos livros eram ainda puramente técnicos como durabilidade e qualidade do papel; a finalidade não era obter um livro ajustado ao contexto da escola.

Contudo, no início dos anos 90, o Ministério da Educação passou a discutir mais ativamente os livros didáticos. O Programa Nacional do Livro Didático começa a adquirir algum espaço no ambiente educacional passando a ser conhecido por alguns educadores.

A necessidade de reformulação do PNLD apoiou-se na busca de superação dos limites pedagógicos próprios de um processo de transição entre diferentes paradigmas educacionais.

A partir do percurso marcado pelos critérios estabelecidos pela ação

governamental, os livros didáticos assumiram determinadas características conforme o contexto social, político e econômico em que a sociedade se insere no momento histórico (ALBUQUERQUE; FERREIRA, 2019). Assim, as atuais exigências sociais impõem a revisão de paradigmas e essas novas exigências encontram-se representadas, em especial, na nova Lei de Diretrizes e bases da Educação Nacional (LDB) e nas novas Diretrizes Curriculares (BATISTA, 2000).

Logo, o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD):

É destinado a avaliar e a disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e também às instituições de educação infantil comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público (BRASIL, 1985, p. 06).

Deste modo, unificaram-se as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários. Com nova nomenclatura, o PNLD também teve seu escopo ampliado com a possibilidade de inclusão de outros materiais de apoio à prática educativa para além das obras didáticas e literárias: obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros.

Desde então, segundo afirmam Albuquerque e Ferreira (2019), os livros inscritos no programa passaram a ser submetidos a um trabalho de análise e avaliação pedagógica, realizado por um grupo de pesquisadores e professores de instituições universitárias e de redes públicas de ensino. Cabe a esses profissionais a tarefa de estabelecer critérios, julgar a qualidade e recomendar/excluir os manuais didáticos a serem usados.

Na avaliação dos livros didáticos, os que não se enquadrassem nos critérios estabelecidos por esse programa permitiu-se que fossem excluídos, o que provocou a melhoria na qualidade desses livros, além de promover o lançamento de novos títulos e participação de novas editoras e autores no mercado editorial a cada edição do PNLD.

Carlini e Cavalari (2017) destacam nas diferentes edições do PNLD dos livros de Matemática do Ensino Médio a presença da seção Contextualização na qual existe a análise dos conteúdos que apresentam relação com a História da

Matemática, com práticas sociais e com outras áreas de conhecimentos.

De acordo com o guia do PNLD da Edição de 2015 na análise realizada nas coleções de livro didático do Ensino Médio da época, em se tratando especificamente das seções de contextualização com relação a História da Matemática afirma que

[...] há obras didáticas em que se encontram breves informações, com ênfase na identificação dos personagens envolvidos no desenvolvimento de um determinado tema e suas localizações no seu tempo histórico. No entanto, sabe-se que é possível atribuir significado a conteúdos matemáticos pela discussão tanto da evolução histórica dos conceitos e de suas inter-relações no âmbito da Matemática, quanto das motivações sociais, econômicas e científicas que levaram ao avanço da Matemática (BRASIL, 2014, p.106).

Nesse extrato, podemos observar que são necessárias novas inserções de História da Matemática em livros de modo a atender as indicações dos pesquisadores, e na potencialização inclusive de proposições didáticas que visem a discussão da Matemática como ciência viva.

Tais inserções de HM nos livros didáticos, se bem discutidas e apresentadas, pode auxiliar professores na construção de propostas de aulas nas quais “a história venha participar delas de um modo efetivo e orgânico”. (MIGUEL; MIORIN, 2011, p.157).

Carlini e Cavalari (2017) realizaram uma pesquisa nas coleções analisadas no PNLD 2015 - Ensino Medio classificando as menções de HM apresentadas nessas coleções em:

- *HM e estratégia didática*: no qual a história tem a função de possibilitar ao estudante o desenvolvimento de raciocínios matemáticos;
- *HM e elucidação dos porquês*: apresenta a discussão sobre o surgimento, as circunstâncias e o motivo de existência de conceitos matemáticos;
- *HM e a elucidação de para que*: indica algumas utilizações ou aplicações de conteúdos matemáticos
- *HM e formação cultural geral*: apresenta aspectos gerais ligados a matemática;

As autoras ainda destacam “que as menções agrupadas nos três primeiros agrupamentos, são aquelas que de acordo com a literatura, se configuram como as

mais interessantes para o ensino da Matemática” (CARLINI; CAVALARI , 2017, p.61).

3 PERCURSO METODOLÓGICO

No que tange os aspectos metodológicos do trabalho, faremos inicialmente um levantamento dos conteúdos abordados na coleção e como a utilização da história da matemática no ensino da disciplina se encaixa no que se refere à ferramenta de ensino aprendizagem.

Trataremos de reflexões, a partir do material pesquisado, abordaremos sobre as potencialidades didáticas das menções concernentes à História da Matemática presente nos livros didáticos analisados e qual estética é utilizada nessa abordagem de forma quantitativa e qualitativa.

Escolheremos o método de análise de conteúdo para auxiliar-nos nas seleções das atividades presentes nos materiais que farão emergir os dados da pesquisa (Livros didáticos). Esse método analítico, segundo Bardin (1995), se presta ao estudo das motivações, atitudes, valores, crenças, tendências e para o desvendar das ideologias que podem existir nos dispositivos legais, textos, princípios, diretrizes, etc., que, em uma primeira visualização despreziosa, não se apresentam com a devida clareza.

Triviños (1995) define o método como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, obter indicadores quantitativos ou não, que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) das mensagens (TRIVIÑOS, 1995, p. 160).

Ainda segundo Triviños (1995), a análise de conteúdo pode ser dividida em três partes. Na *Pré-análise* se faz a organização e leitura geral do material; nesta fase o investigador formula os objetivos gerais da pesquisa, suas hipóteses e, também, determina o campo no qual deve fixar sua atenção. Em seguida temos a *Descrição Analítica*, etapa na qual são feitas a codificação, classificação e categorização do material organizado; fase onde é feito um estudo aprofundado do material – orientando-se pelas hipóteses e pelo referencial teórico.

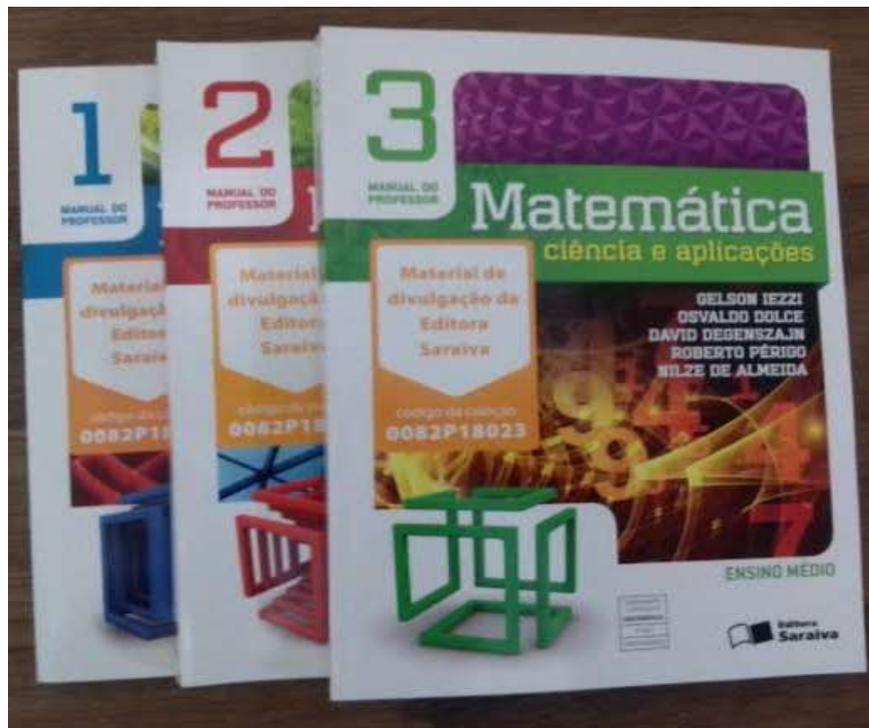
Por último, há a *Interpretação Inferencial*, etapa na qual se dá a reflexão com base nos materiais empíricos e se estabelecem as relações com a realidade e os indicativos para proposições.

A análise de conteúdo é um meio para estudar as “comunicações” entre

homens, com ênfase no conteúdo das mensagens, privilegiando a linguagem escrita, por ser estável e disponível. Assim, a partir das informações fornecidas pelo conteúdo da mensagem, pode-se levantar e testar hipóteses (PETERS, 2005).

Seguindo nosso percurso metodológico, escolhemos três livros didáticos relativo aos 1º, 2º e 3º ano do Ensino Médio (Figura 3.1), o qual é usado por uma escola estadual na cidade de Toritama-PE. Justificamos a escolha do livro utilizado pelo fato da importância fundamentada no fim do Ensino Médio com relação à criticidade do atual aluno em meio a sua interatividade com a sociedade e tornando-se assim um ser coerente com sua criticidade através da contextualização abordada pelo uso da história da matemática.

Figura 3.1



Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio: Matemática, Ciência E Aplicações. Gelson Iezzi et al. Editora Saraiva, 2016.

Pretendemos, ao escolher esses livros didáticos, estabelecer um roteiro de análise para verificar se estes recursos didáticos – que estão à disposição dos professores – são suficientes para garantir a inserção da história da matemática no ensino. Esta verificação será suscitada a partir de questões mobilizadoras, tais como: A história da matemática aparece nestes instrumentos didáticos (livros didáticos)? Quais as referências e inferências com relação à História da Matemática? Como se dá esta inserção/aparição? Com que frequência e com que enfoque? Há correlações

que fazem refletir, a partir do conjunto teórico estudado, sobre as potencialidades didáticas das menções concernentes à História da Matemática?

Em seguida, descreveremos os critérios que utilizaremos para a escolha/seleção e análise dos livros didáticos. Para fazer a primeira análise qualitativa dos livros didáticos, antes mesmo de aplicarmos o roteiro de pesquisa, levaremos em conta a presença, nas introduções ou apresentações, de indícios de que os livros utilizam ou não de proposições para o ensino acerca da história da matemática.

Buscaremos nos livros didáticos o tipo e organização da informação histórica, através da qual, intentaremos encontrar, inicialmente, o que se fala sobre os principais matemáticos, suas descobertas, invenções, ideias e sobre o período histórico em que as mesmas aconteceram. Paralelamente, buscaremos perceber quais as inferências entre a organização da informação histórica dos conteúdos matemáticos e as proposições das atividades de ensino e aprendizagem em sala de aula.

Por fim, veremos como é apresentada a “evolução da matemática” nos livros didáticos e como as proposições possibilitam ou não no desenvolvimento das potencialidades didáticas das menções concernentes à História da Matemática. Intentaremos trazer a lume os determinados aspectos: a) Menção a alguma descoberta, invenção ou ideia matemática; b) Como é descrita essas descobertas, invenções e/ou ideias matemáticas dentro das atividades sobre a História da Matemática.

E, assim, apontaremos as correlações e distanciamentos que nos fazem refletir, a partir do conjunto teórico estudado, sobre as potencialidades didáticas das menções relacionadas à História da Matemática, dentro das seguintes classificações: *HM e estratégia didática*, *HM e elucidação dos porquês*, *HM e a elucidação de para que*, *HM e formação cultural geral*.

4 INSERÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NOS LIVROS DIDÁTICOS: UMA ANÁLISE.

A história da matemática aparece de forma bastante sucinta no material analisado, identificamos, nos três volumes da coleção analisada, um total de 28 menções à HM do total de 832 páginas na coleção.

Dessa forma, decidimos então apresentar um mapeamento de toda a coleção trazendo a lume a quantidade de paginação do volume 1, 2 e 3, um comparativo quantitativo entre o total de páginas de cada livro e destas quantas são dedicadas a HM, incluindo informações por meio de porcentagem e informando cada menção por seu respectivo número de página.

Tabela 4.1 – Quantidade total de paginação de cada livro, quantidade de páginas com menções a HM, número da página onde existe a menção e porcentagem dedicado a HM em cada volume.

Coleção.	Volume.	Número de páginas.	Número da Página onde existe menções a HM.	Total de páginas com HM.	Porcentagem.
Matemática, Ciência e Aplicações	1	288	9, 33, 49, 152, 192, 193, 211, 214, 215, 241, 271.	12	4,17%
	2	288	18, 19, 67, 103, 119, 125, 166, 253.	9	3,13%
	3	256	7, 8, 87, 96, 97, 178, 179, 219.	7	2,73%

Percebemos que há pouca frequência entre a quantidade total de páginas em cada livro e as dedicadas às menções à história da matemática localizadas nos livros analisados.

Deixando a desejar nos reais critérios solicitados pelos documentos oficiais que diante da perspectiva de ensino e aprendizagem com a utilização da história da matemática, encarada como aporte motivador e facilitador, aponta através do Ministério da Educação (MEC), por meio dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), e por meio das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM+) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, que a História da Matemática deve ser trabalhada de forma significativa e constante e não em aspecto pontual como é apresentada no livro didático mencionado anteriormente, no qual a HM vem através de uma singela roupagem sem muita criticidade, pouco relevante para ser vista como estratégia facilitadora e dentre algumas menções sendo de pouco acesso inclusive encontra-la presente .

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias), aponta sobre a relação histórica da Matemática, que possibilita o desenvolvimento e possui “[...] estreita relação com o todo social e cultural”, visto que esta ciência possui “caráter instrumental mais amplo, além de sua dimensão própria, de investigação e invenção” (BRASIL, 2000, p. 42).

Os PCNEM+ também abordam a dimensão histórica da Matemática, “[...] de conhecimentos não só nesta disciplina, mas nas suas inter-relações com outras áreas do saber”, visto que a Matemática, enquanto ciência, possui uma “estreita relação com a sociedade e a cultura em diferentes épocas” (BRASIL, 2002, p. 111).

Neste sentido, por meio do PCNEM+ fica nitido que umas das principais competências que deve ser desenvolvida no ensino da Matemática é “compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico, [...] de modo a permitir a aquisição de uma visão crítica da ciência em constante construção[...].” (BRASIL, 2002, p. 117).

Por fim, mas de extrema importância as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, em seu Volume 2 – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, enfatizam o uso da HM em sala de aula como um elemento importante

no aprendizado da Matemática, pois, “[...] A utilização da História da Matemática em sala de aula também pode ser vista como um elemento importante no processo de atribuição de significados aos conceitos matemáticos”. (BRASIL, 2006, p. 86).

Dessa forma, Nobre (1996) enfatiza o que se percebe, muitas vezes, no contexto pedagógico, é que os conteúdos matemáticos estão sendo simplesmente transmitidos aos alunos da mesma forma que foi transmitido ao professor, ou seja, são apresentados apenas os resultados, o conhecimento matemático como produto pronto e acabado.

O mesmo autor, citado anteriormente, ainda afirma que a forma como é abordado um determinado assunto “[...] é de extrema importância para sua verdadeira compreensão” (NOBRE, 1996, p. 31).

De tal forma a História da matemática tem valor fundamental na didatização do ensino e mesmo diante disto não é abordada dentro de suas infinitas possibilidades, as quais a torna atualmente, dentre tantas tendências que emergem da pesquisa em Educação Matemática, uma referência de destaque na utilização da História da Matemática como proposta didática que vem pra somar no âmbito cultural, social e como forte destaque na evolução humana.

Entende-se que a HM pode contribuir de forma significativa no processo de construção social, já que esta pode possibilitar uma mudança da visão desta ciência, mas, isso não acontece se a HM for apenas uma presença meramente simbólica.

Precisamos duvidar, já que a matemática, segundo Caraça (1951), [...] pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente - descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições [...] (prefácio, XIII).

5 ANÁLISES.

Para fundamentar a análise sobre as funções didáticas da história da matemática e como sucessivamente aporte teórico, vamos estruturar nossa análise, tendo como norte a pesquisa de Carlini e Cavalari (2017) que classificam as menções a história da matemática como, *HM e estratégia didática*, *HM e elucidação dos porquês*, *HM e a elucidação de para que* e *HM e formação cultural geral*.

Trataremos as funções desempenhadas pela história da matemática na coleção, através dos três respectivos agrupamentos, sendo eles, *HM e estratégia didática*: no qual a história tem a função de possibilitar ao estudante o desenvolvimento de raciocínios matemáticos, *HM e elucidação dos porquês*: apresenta a discussão sobre o surgimento, às circunstâncias e o motivo de existência de conceitos matemáticos, *HM e a elucidação de para que*: indica algumas utilizadas ou aplicações de conteúdos matemáticos.

Apresentamos, a seguir, exemplos de menções históricas identificadas nos livros didáticos, apontando seus respectivos conteúdos matemáticos e suas classificações a lume das autoras anteriormente citadas.

A menção representada pela Figura 5.1 aborda conceitos relativos ao conteúdo matemático de logarítmico. Esta menção trata da invenção dos logaritmos por John Napier e fica classificada nos seguintes agrupamentos: *HM e estratégia didática* onde a história tem a função de possibilitar ao estudante o desenvolvimento de raciocínios matemáticos na utilização das tabelas para fazer os cálculos, *HM e elucidação dos porquês* onde trás o surgimento e seus motivos como por exemplo, facilitar os cálculos de multiplicação e divisão, *HM e a elucidação de para que*, sendo usado para o comércio, na astronomia e navegação.

Corroborando com o impacto divulgado pelo livro com relação ao logaritmo, o livro de Ian Stewart (2013, p. 24) destaca como uma das equações que mudaram o mundo a de logaritmo e afirma que essa construção teve como consequência a criação de “Métodos eficientes para calcular fenômenos astronômicos tais como eclipses e órbitas planetárias. Formas rápidas de executar cálculos científicos”.

Figura 5.1 - Logaritmos

A invenção dos logaritmos

Credita-se ao escocês John Napier (1550-1617) a descoberta dos logaritmos, embora outros matemáticos da época, como o suíço Jobst Bürgi (1552-1632) e o inglês Henry Briggs (1561-1630), também tenham dado importantes contribuições.

A invenção dos logaritmos causou grande impacto nos meios científicos da época, pois eles representavam um poderoso instrumento de cálculo numérico que impulsionaria o desenvolvimento do comércio, da navegação e da Astronomia. Até então, multiplicações e divisões com números muito grandes eram feitas com auxílio de relações trigonométricas.

Basicamente, a ideia de Napier foi associar os termos da sequência $(b; b^2; b^3; b^4; b^5; \dots; b^n)$ aos termos de outra sequência $(1, 2, 3, 4, 5, \dots, n)$, de forma que o produto de dois termos quaisquer da primeira sequência $(b^x \cdot b^y = b^{x+y})$ estivesse associado à soma $x + y$ dos termos da segunda sequência.

Veja um exemplo:

①	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
②	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16394	32788

Para fazer $512 \cdot 64$ note que:

- o termo 512 de ② corresponde ao termo 9 de ①;
- o termo 64 de ② corresponde ao termo 6 de ①;
- assim, a multiplicação $512 \cdot 64$ corresponde à soma de $9 + 6 = 15$ em ①, cujo correspondente em ② é 32788, que é o resultado procurado.

Em linguagem atual os elementos da 1ª linha da tabela correspondem ao logaritmo em base 2 dos respectivos elementos da 2ª linha da tabela.

Em seu trabalho *Descrição da maravilhosa regra dos logaritmos*, datado de 1614, Napier considerou uma outra sequência de modo que seus termos eram muito próximos uns dos outros.

Ao ter contato com essa obra, Briggs sugeriu a Napier uma pequena mudança: uso de potências de 10. Era o surgimento dos logaritmos decimais, como conhecemos até hoje.

Durante um bom tempo os logaritmos prestaram-se à finalidade para a qual foram inventados: facilitar cálculos envolvendo números muito grandes (veja observação na página 167). Com o desenvolvimento tecnológico e o surgimento de calculadoras eletrônicas, computadores, etc., essa finalidade perdeu a importância.

No entanto, a função logarítmica (que estudaremos neste capítulo) e a sua inversa, a função exponencial, podem representar diversos fenômenos físicos, biológicos e econômicos (alguns exemplos serão aqui apresentados) e, deste modo, jamais perderão sua importância.



Frontispício da obra de Napier sobre logaritmos datada de 1614.

A menção representada pela Figura 5.2 aborda conceitos relativos a probabilidade e apresenta uma pequena descrição da teoria da probabilidade que aparecem na obra do italiano Girolamo Cardano, sobre jogos de azar.

Figura 5.2 – Teoria da Probabilidade

Os primeiros registros ligados à teoria da probabilidade aparecem na obra do italiano Girolamo Cardano (1501-1576), sobre jogos de azar. Cerca de cem anos depois, Blaise Pascal deu novo impulso ao desenvolvimento da teoria da probabilidade, por meio das cartas que trocou com Pierre de Fermat (1601-1665), em que discutiam problemas ligados a jogos. Em sua obra sobre o triângulo aritmético, datada de 1654, há também alguns tópicos sobre probabilidade.

Retrato de Girolamo Cardano entalhado em cobre no século XVI. Colorido posteriormente, autoria desconhecida.



No entanto, o primeiro artigo completo sobre o assunto só foi escrito em 1713, por Jacques Bernoulli, na obra *Ars Conjectandi* (*Arte de conjecturar*), que continha, inclusive, uma detalhada exposição sobre permutações e combinações. A partir de então, outros matemáticos dariam valiosas contribuições para o desenvolvimento da teoria das probabilidades, cujas aplicações em áreas como biologia, economia, saúde, tábuas atuariais, etc. não tardariam a ser reconhecidas.

Ilustração de Jacques Bernoulli feita a partir de uma gravura histórica. Data e autoria desconhecidas.



Fonte: Iezzi, Matemática Ciência e Aplicações Ensino Médio, 2016, v. 2, p. 253.

Nesse caso, podemos classificá-la como *HM* e *elucidação dos porquês*, no qual, apresenta a discussão sobre o surgimento, as circunstâncias e o motivo de existência de conceitos matemáticos, referente ao desenvolvimento dos conceitos de probabilidade e também *HM* e *a elucidação de para que*, onde indica algumas utilizadas e aplicações de conteúdos matemáticos, como a permutação e combinação, discutindo problemas ligados a jogos.

A menção ainda aborda inclusive a ligação dos conceitos de probabilidade com outras áreas e que a mesma foi de fundamental importância no desenvolvimento por exemplo da biologia, economia e saúde.

Em outro caso (Figura 5.3), observamos na discussão sobre conceitos relativos a Semelhança de triângulos retângulos a menção sobre a sequência de Fibonacci, foi assim que Leonardo de Pisa ficou conhecido na matemática.

Figura 5.3 – Sequencia de Fibonacci



UM POUCO DE HISTÓRIA

A sequência de Fibonacci

Uma sequência muito conhecida na Matemática é a sequência de Fibonacci, nome pelo qual ficou conhecido o italiano Leonardo de Pisa (c. 1180-1250). Em 1202, Fibonacci apresentou em seu livro *LIBER ABACI* o problema que o consagrou.

Fibonacci considerou, no período de um ano, um cenário hipotético para a reprodução de coelhos. Veja:

- | No início, há apenas um casal que acabou de nascer.
- | Os casais atingem a maturidade sexual e se reproduzem ao final de um mês.
- | Um mês é o período de gestação dos coelhos.
- | Todos os meses, cada casal maduro dá à luz um novo casal.
- | Os coelhos nunca morrem.

Retrato de Leonardo Fibonacci.
Gravura de Pelle, sem data.

Sendo classificada como *HM e estratégia didática*, onde o desenvolvimento de raciocínios matemáticos é possibilitado para o estudante, como pode-se observar na Figura 5.4. Existem uma intergração da história com elementos ilustrativos de modo a explicar a noção utilizada, além de apresentar ao aluno a possibilidade de raciocinar sobre sua lógica e lei de formação, possibilitando a construção da fórmula e aplicações da sequência de Fibonacci a qual é considerada uma das mais

Figura 5.5 – Pitágoras de Samos

UM POUCO DE HISTÓRIA

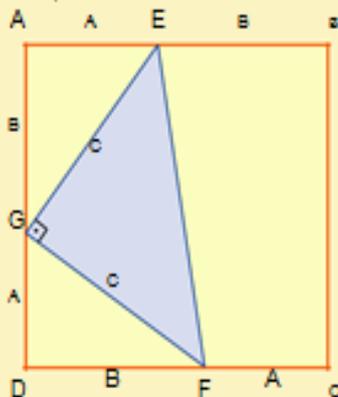
Pitágoras de Samos

Pitágoras nasceu na ilha grega de Samos, por volta de 565 a.C.

Sua obra, depois continuada pelos discípulos, foi de enorme importância para o desenvolvimento da Matemática. Várias foram as contribuições da escola pitagórica, responsável por avanços na área do raciocínio lógico-dedutivo. Pitágoras deu também grandes contribuições ao desenvolvimento da Aritmética.

O teorema que leva seu nome já teve centenas de demonstrações diferentes. Observe a demonstração a seguir.

Tomemos o quadrado ABCD abaixo representado, de lado $a + b$.



Podemos dividi-lo em dois trapézios congruentes pelo segmento \overline{EF} : o trapézio AEFD e o trapézio EBCF. A área S do trapézio AEFD pode ser calculada de duas maneiras:

Como metade da área do quadrado ABCD:

$$S = \frac{(a + b)(a + b)}{2}$$

Como a soma das áreas dos triângulos AEG, EGF e GFD:

$$S = 5 \frac{ab}{2} + \frac{cc}{2} + \frac{ab}{2}$$

Então:

$$(a + b)(a + b) = 5ab + \frac{cc}{2} + ab$$

daí resulta:

$$a^2 + b^2 = 5c^2$$

Essa demonstração se deve a James Abram Garfield (1831-1881), vigésimo presidente dos Estados Unidos.

Pitágoras desenhando na areia o teorema que hoje leva o seu nome. Gravura de autor desconhecido, 1833.

Fonte de pesquisa: ROBA, Euclides. Menor de Pitágoras. RPM/Estágio OBMEP, 2007. p. 34-39. Disponível em: <www.obmep.org.br/docs/rpm_plc2007.pdf>. Acesso em: 7 mar. 2016.

Fonte: Iezzi, Matemática Ciência e Aplicações Ensino Médio, 2016, v. 1, p. 211.

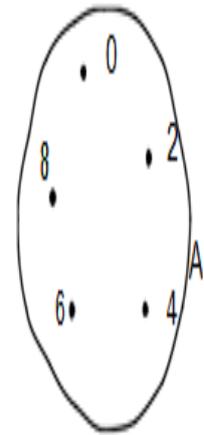
A menção representada pela figura 5.5 foi extraída do conteúdo Semelhança e triângulos retângulos e trata de o Teorema de Pitágoras, sendo classificado como HM e elucidação dos posrquês, onde aborda a questão do surgimento e sua

respectiva importância no desenvolvimento matemático e nos estudos na área de raciocínio lógico dedutivo, além das contribuições do matemático no desenvolvimento da aritmética.

Figura 5.6 – Diagrama de Venn

John Venn (1834-1923), matemático e lógico inglês, usou uma região plana limitada por uma linha fechada e não entrelaçada para representar, em seu interior, os elementos de um conjunto. Essa representação é conhecida como **diagrama de Venn**.

Assim, por exemplo, temos a figura ao lado, que mostra uma representação do conjunto $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ por meio de um diagrama de Venn.



Fonte: Iezzi, Matemática Ciência e Aplicações Ensino Médio, 2016, v. 1, p. 9.

Já a menção representada pela Figura 5.6 trata do conteúdo Noções de conjuntos e aborda o diagrama de Venn. A menção é classificada no agrupamento HM e elucidação dos porquês, onde aborda a construção e a representação do diagrama de Venn em uma breve explicação.

O próximo exemplo, representado pela Figura 5.7, trata do conteúdo matemático Trigonometria no triângulo retângulo, sendo a menção a história da matemática concernente a trigonometria, onde faz uma relação com a origem da palavra, suas funções na resolução de problemas dentro da sociedade e relacionando ainda, em outros conteúdos, como a astronomia por exemplo.

Sendo classificado em HM e elucidação dos porquês: apresenta a discussão sobre o surgimento, às circunstâncias e o motivo de existência de conceitos da trigonometria que faz relação com a história tanto da matemática como da humanidade e seu desenvolvimento HM e a elucidação de para que, fazendo relação da descoberta com o intuito de resolver problemas geométricos entre ângulos e distâncias.

Figura 5.7

UM POUCO DE HISTÓRIA

A trigonometria

O significado da palavra **trigonometria** (do grego *trigonon*, "triângulo", e *metron*, "medida") remete-nos ao estudo dos ângulos e lados dos triângulos 2 figuras básicas em qualquer estudo de Geometria.

Mais amplamente, usamos a trigonometria para resolver problemas geométricos que relacionam ângulos e distâncias. A origem desses problemas nos leva a civilizações antigas do Mediterrâneo e à civilização egípcia, em que eram conhecidas regras simples de mensuração e demarcação de linhas divisórias de terrenos nas margens dos rios. Há registros de medições de ângulos e segmentos datados de 1500 a.C. no Egito, usando a razão entre a sombra de uma vara vertical (*gnomon*) sobre uma mesa graduada. Alguns desses registros encontram-se no Mu-seu Egípcio de Berlim.



As Grandes Pirâmides, Egito, Norte da África, 2015.

Também teria surgido no Egito um dos primeiros instrumentos conhecidos para medir ângulos, chamado *groma*, que teria sido empregado na construção das Grandes Pirâmides. Os teodolitos 2 aparelhos hoje usados por agrimensores e engenheiros 2 tiveram sua "primeira versão" (com esse nome) no século XVI.

Durante muito tempo, a trigonometria esteve ligada à Astronomia, devido à dificuldade natural que havia em relação às estimativas e ao cálculo de distâncias impossíveis de medir diretamente. A civilização grega, dando continuidade aos trabalhos iniciados pelos babilônios, deixou contribuições importantes nesse sentido, como, por exemplo, a estimativa das distâncias entre o Sol e a Terra e entre o Sol e a Lua, feita por Aristarco, por volta de 260 a.C. 2 mesmo que seus números

Fonte: Iezzi, Matemática Ciência e Aplicações Ensino Médio, 2016, v. 1, p. 214.

Sendo classificado em *HM* e *elucidação dos porquês*: apresenta a discussão sobre o surgimento, às circunstâncias e o motivo de existência de conceitos da trigonometria que faz relação com a história tanto da matemática como da humanidade e seu desenvolvimento *HM* e a *elucidação de para que*, fazendo

relação da descoberta com o intuito de resolver problemas geométricos entre ângulos e distâncias.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A história da matemática, pode e deve contribuir para mostrar as conexões que vão da Matemática a outras disciplinas. Nesse sentido, através da HM, os alunos poderão perceber como os conhecimentos matemáticos são motivados e desenvolvidos por questões e problemas de outras disciplinas, que aparentemente não estão relacionadas com a Matemática (TZANAKIS; ARCAVI, 2000).

Mas, “a história da matemática, entretanto, tem sido apresentada, com frequência, nas aulas como uma “curiosidade” ou como um momento de descontração” (MIGUEL, 1997).

Ponderasse que a história da matemática tem potencial para fazer a integração necessária entre os conteúdos da matemática com as outras disciplinas, era uma vez, a história que passa de ilustrar para agora “formar” ,ela acompanha não apenas a história da matemática e sim, a história da humanidade, suas necessidades políticas ou sociais ela constroi e passa a ser construída com embasamento nessa finalidade, contribui para o saber sendo um mecanismo de utilização e apropriação do conhecimento em particular, matemático.

Assim, “viajando” pela história, professor e aluno tem a oportunidade de utilizar essa mesma história como instrumento provocador e vivenciar uma aprendizagem significativa com a história da matemática desde que exista uma enorme intervenção na postura docente frente ao processo de ensino-aprendizado. Conforme D’Ambrosio afirma (1996):

“É importante dizer que não é necessário que o professor seja um especialista para introduzir História da Matemática em seus cursos. Se em algum tema o professor tem uma informação ou sabe de uma curiosidade histórica, deve compartilhar com os alunos. Se sobre outro tema ele não tem o que falar, não importa. Não é necessário desenvolver um currículo, linear e organizado, de História da Matemática. Basta colocar aqui e ali algumas reflexões. Isto pode gerar muito interesse nas aulas de Matemática. E isso pode ser feito sem que o professor tenha se especializado em História da Matemática”. (p.13)

Reforçando ainda que “[...] Se não há tempo para a história e a matemática nos currículos já abarrotados, façamos a matemática ser contada através de sua história e não separada como tópicos de curiosidade” (PETERS,2005,p.103).

Diante desta explanação podemos afirmar que a HM sem duvidas pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem, mas que essa contribuição dependerá da forma como é abordada.

Nesse mesmo contexto, Brolezzi (1991) afirma que, sendo a Matemática uma ciência, como qualquer outra, que se desenvolve ao longo do tempo, sendo, pois, não estática, e que possui uma história, faz-se necessário que seu ensino percorra outros caminhos que não o de definições, teoremas, demonstrações, enfim, caminhos que mostrem um desenvolvimento das ideias matemáticas.

Neste sentido, afirmamos que a história da matemática apresentada nos livros didáticos apesar de apresentar informações sobre diferentes conteúdos, não é suficiente para o aporte na formação inicial ou continuada dos professores, sendo necessárias explicações indicando as possibilidades de uso, e não apenas a justificativa indicada pelos documentos oficiais.

Essa ausência de orientações para o docente pode fomentar uma tendência emergente tal como a HM, de valor significativo, pode ser usada apenas como artigo de curiosidade sem o menor valor na didatização do ensino.

Fossa (2008) afirma que há outras duas formas de utilização da HM em sala de aula que se apresentam mais eficazes, “[...] o uso da História da Matemática como um agente de formação cultural, em que a história aborda a matemática como parte do patrimônio cultural da humanidade”, e “[...] o uso da História da Matemática como um agente de formação cognitiva na sala de aula”.

Com tamanho leque de possibilidades, sugere-se por tanto que sejam realizadas mais pesquisas, sobre HM como aporte motivador, como recurso metodológico, seja na formação cognitiva ou em suas pontencialidades formativas, não importa o objeto de pesquisa, o que importa é o objetivo da pesquisa afim, de encontrar meios que possam auxiliar a prática educacional, e proporcionar uma formação de indivíduos autônomos e criativos através das pesquisas por meio desta tendência emergente.

Como apontado por vários autores que constataam que nos currículos oficiais e nos livros didáticos a disciplina é mostrada como algo que tem resultados, mas não história, almejamos durante nossa pesquisa, evidenciar que a matemática não constitui um saber pronto e acabado e que estudar as origens do conhecimento, em muitos casos, pode ser mais proveitoso para o ensino.

Entre tantos aspectos destacamos ainda que estudar a história da

matemática está ligado a diversas linhas de pesquisas também emergentes como a filosofia da matemática, etnomatemática, resolução de problemas, modelagem matemática e tantos outros instrumentos de estudo que põe em discussão a natureza dos conhecimentos matemáticos.

E discute os seus objetos de estudo, construindo um vasto campo para investimento em novas pesquisas, debates e discussões na intenção de fornecer subsídios para uma maior e melhor compreensão da área do conhecimento científico matemático e seu desenvolvimento.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, E. B. C.; FERREIRA, A. T. B. **Programa nacional do livro didático (PNLD): mudanças nos livros de alfabetização e os usos que os professores fazem desse recurso em sala de aula.** In: **Revista Ensaio: aval. pol. públ. Educ.**, Rio de Janeiro, v.27, n.103, p. 250-270, abr./jun. 2019.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** Trad. Luis Antero Reto e Augusto Pinheiro, Lisboa: Edições 70, 1995. 223 p.
- BATISTA, A. A. G. et all. **Programa Nacional do Livro Didático: Histórico e perspectivas.** Brasília: SEF/MEC, jan 2000. 47 p.
- BENITO, A. E. El Libro Escolar como espaço de Memória. In: OSSENBACH, G.; SOMOZA, M. (eds.). **Los Manuales Escolares como fuente para la Historia de la Educacion em América Latina.** 1. ed. Madrid: Lerko Print, 2001. p. 46-66.
- BRASIL. **Decreto-lei Nº 91.542, de 18 de agosto de 1985.** Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. Diário Oficial da União, 20 ago. 1985.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, Primeiro e segundo ciclos, 1997. 142 p.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF - Terceiro e quarto ciclos, 1999. 148 p.
- _____. Ministério da Educação e do desporto (MEC). **Orientações curriculares nacionais para o ensino médio.** Brasília: SEF, 2006.
- _____. Ministério da Educação e do Desporto (MEC). **Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio.** Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino->> Acesso: 04 de Mar. de 2020.
- _____. Secretaria da Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2015: matemática Ensino Médio.** Brasília: MEC/SEB, 2014.
- CARLINI, E.M.P; CAVALARI, M.F. **A História da Matemática em Livros Didáticos de Matemática do Ensino Médio.** São Paulo: Ed Livraria da Física, 2017.
- CHOPPIN, A. Passado y presente de los manuales escolares (Traduzido por Miriam Soto Lucas) In: Choppin, A. In: Cuéllar, L., Pérez, R. e Quintanilla, M. Orgs. **La cultura escolar de Europa: Tendências históricas emergentes.** 1ª edição. Madrid: Biblioteca Nueva, 2000 - p. 107- 141.
- D'AMBRÓSIO, U. A transferência de conhecimento matemático para a América Latina: Um estudo de dinâmica cultural. In: Seminário Nacional de História da

Matemática, 5, 2003, Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: Editora da SBHMat, 2003. p. 1-17.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 3 ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2009. 112 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

FASANELLI, F. The political context. In: FAUVEL, J.; van MAANEN, J.(Eds.). **History in mathematics education: the ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, vol. 6, 2000. p. 01-38.

FAUVEL, J.; van MAANEN, J. (Eds.). **History in mathematics education: the ICMI Study**. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, vol. 6, 2000. 437p.

GRUGNETTI, L.; ROGERS, L. Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. In: FAUVEL, J.; MAANEN, J. (Orgs.). **History in mathematics education: the ICMI study**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000. p.38-62.

LIU, P. Do Teachers Need to Incorporate the History of Mathematics in their Teaching?. **The Mathematics Teacher**, n.96. v.6, 416, 2003.

LOPES, J.A. **Livro Didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2000.

MIGUEL, Antônio. **As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores**. In: Revista Zetetiké / Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática Campinas, SP : UNICAMP – FE – CEMPEM. Volume 5 – Número 8 – julho/dezembro, pp. 73-105, 1997.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

OSSENBACH, G.; SOMOZA, M. **Introdução**. In: OSSENBACH, G.; SOMOZA, M. (eds.). *Los Manuales Escolares como fuente para la Historia de la Educacion em América Latina*. 1º ed. Madrid: Lerko Print, 2001. pgs. 13-45.

PEREIRA, Elisângela Miranda. **A História da Matemática nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio: conteúdos e abordagens**. 2016. 107 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós- graduação em Ensino de Ciências Mestrado Profissional, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2016. Disponível em: https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/476/dissertacao_pereira_2_016.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em 22 de abr de 2020.

PERNAMBUCO. Secretaria Estadual de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco** - Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Recife – PE. 2012.

PETERS, José Roberto. **A História da Matemática no Ensino fundamental: Uma análise de livros didáticos e artigos sobre história.** Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, UFCS, 2005. Disponível: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/102559/221350.pdf?sequencia=1>>. Acesso em 13 de jun de 2020.

SILVA, W.M. T. **A história da matemática na formação docente e na sala de aula.** Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.

STRUIK, D. J. Por Que Estudar História da Matemática?. Trad. De Célia Regina A. Machado e Ubiratan D'Ambrosio. In: **História da técnica e da tecnologia: textos básicos.** Ruy Gama (org.). São Paulo: T. A. Queiroz e EDUSP, 1992, pp. 191-215.

STEWART, I. **17 equações que mudaram o mundo.** Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. Integrating history of mathematics in the classroom: na analytic survey. In FAUVEL, J.; Maanen, J. van. **History in Mathematics Education: The ICMI Study.** Dordrecht/Boston/London: KluwerAcademicPublishers, vol. 6, 2000. p 201- 240.

TRIVIÑOS, Augusto N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação.** São Paulo: Atlas, 1995

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa : Gradiva, 1998..

FOSSA, J. A. **Matemática, História e Compreensão.** Revista Cocar. UEPA, v.2, p. 7-15, 2008.