UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

LUCAS GABRIEL VIEIRA DA SILVA

ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL COM O GEOGEBRA: uma abordagem de função afim

Caruaru

2021

LUCAS GABRIEL VIEIRA DA SILVA

ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL COM O GEOGEBRA: uma abordagem de função afim

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientador: Profº. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira

Caruaru

2021

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586O Silva, Lucas Gabriel Vieira da.
Orquestração instrumental com o GEOGEBRA: Uma abordagem de função afim / Lucas Gabriel Vieira da Silva. – 2021.
66 f. ; il. : 30 cm.

Orientadora: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2021.
Inclui Referências.

1. Funções. 2. Tecnologia. 3. Geometria. 4. Educação matemática. 5. Aprendizagem. I. Ferreira, Verônica Gitirana Gomes (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2021-166)

LUCAS GABRIEL VIEIRA DA SILVA

ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL COM O GEOGEBRA: uma abordagem de função afim

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 01/09/2021.

BANCA EXAMINADORA

____
Profª. Drª. Verônica Gitirana Gomes Ferreira (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

____
Profª. Drª. Rosilângela Maria de Lucena Scanoni Couto (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

____
Profº. Me. Paulo Roberto Câmara de Souza (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho a minha família, em especial, minha mãe Sayonara e minha irmã Izabella que me ajudaram constantemente nos momentos mais difíceis em toda caminhada. Fico muito grato por acreditarem em mim!

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, e ao divino Espírito Santo por permitirem o final de mais um ciclo em minha trajetória acadêmica e por estarem sempre presente nos momentos dos quais sempre necessitei. Quero agradecer também à grande Mãe Deus, a Bem Aventurada e Sempre Virgem Maria, e a São José, meu fiel intercessor, pelas graças e bençãos alcançadas.

A minha mãe Sayonara, minha grande inspiração, pelo apoio, carinho, dedicação e, principalmente, pelos esforços realizados para concretização deste sonho. Obrigado por tanto.

A minha irmã Izabella, sempre me dando apoio e suporte necessário para enfrentar os obstáculos, sobretudo no processo de construção dessa pesquisa. Obrigado por contribuir tanto com seu carinho, suas palavras e seu conhecimento.

A minha avó Maria das Dores, muito obrigado pelo seu carinho, dedicação e incentivo na minha realização profissional.

Ao meu pai e todos os familiares, meus sinceros agradecimentos.

Meus agradecimentos também, a todos os meus amigos e colegas de curso. Em especial, quero destacar meus companheiros de turma: José Lucas, Bruno, Natielly, Camila, Rebeca e Denise. A todos vocês, muito obrigado por todos os momentos que compartilhamos juntos: nos cursos, eventos, palestras e nas nossas festinhas de encerramento de semestre letivo.

A todos os professores que contribuíram durante todo o processo de formação.

Por fim, e não menos importante, quero agradecer imensamente a minha orientadora, Profª. Drª Verônica Gitirana, pela sua paciência, empenho, dedicação e pelos seus ensinamentos. Quero expressar toda minha gratidão e admiração pela sua competência profissional e pela forma que conduz a relação com seus alunos. Muito obrigado, professora Verônica.

Bons alunos aprendem a matemática numérica, alunos fascinantes vão além, aprendem a matemática da emoção, que não tem conta exata e que rompe a regra da lógica. Nessa matemática você só aprende a multiplicar quando aprende a dividir, só consegue ganhar quando aprende a perder, só consegue receber, quando aprende a se doar. (CURY, 2006, p. 39).

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver e validar uma orquestração instrumental, em ambiente virtual, para abordagem de conceitos fundamentais no estudo da função afim. A proposta de intervenção aconteceu a partir de uma sequência de três orquestrações instrumental aplicadas em uma turma do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual do agreste pernambucano. Para isso, temos como aporte teórico-metodológico o modelo Orquestração Instrumental desenvolvido pelo professor Luc Trouche. As situações de ensino foram trabalhadas em momentos síncronos com auxílio do GeoGebra como artefato principal e os estudantes foram organizados em grupos colaborativos para execução das atividades propostas. Dessa forma, a utilização do *software* de geometria dinâmica contribuiu na compreensão desses conceitos, permitindo um certo grau de liberdade para que os alunos pudessem aprimorar e testar cada vez mais os conhecimentos matemáticos. Ainda, foi possível desenvolver com os alunos procedimentos e técnicas que não se atenham apenas aos formalismos e abstrações do campo de estudo mencionado, mas que contribuíram para guiar os aprendizes no desenvolvimento da gênese instrumental. Além disso, buscamos ressaltar a importância da tecnologia como aliada ao processo de ensino e aprendizagem, possibilitando mudanças significativas na dinâmica da sala de aula, além, claro, de minimizar os impactos da exclusão digital e promover o interesse e a motivação dos alunos durante as aulas de Matemática.

Palavras-chave: Função matemática. Tecnologias. Geometria Dinâmica. Educação Matemática. Gênese Instrumental.

ABSTRACT

The present work aims to develop and validate an instrumental orchestration, in a virtual environment, to approach fundamental concepts in the study of the affine function. The intervention proposal took place from a sequence of three instrumental orchestrations applied to a 1st year high school class at a state school in the rural area of Pernambuco. For this, we have as theoretical and methodological support the Instrumental Orchestration model developed by Professor Luc Trouche.The teaching situations were worked in synchronous moments with the help of GeoGebra as the main artifact and the students were arranged in collaborative groups to execute the proposed activities. In this way, the use of dynamic geometry software contributed to the understanding of these concepts by allowing a certain degree of freedom for the students to enhance and test their mathematical knowledge more and more. Still, it was possible to develop with the students procedures and techniques that are not only limited to the formalisms and abstractions of the mentioned field of study, but that contributed to guide the learners in the development of instrumental genesis. Furthermore, we sought to highlight the importance of technology as an ally in the teaching and learning process, enabling significant changes in classroom dynamics, besides, of course, minimizing the impacts of digital exclusion and promoting student interest and motivation during mathematics classes.

Keywords: Math function. Technologies. Geometry dinamic. Math Education. Instrumental Genesis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Gênese Instrumental 20
Figura 2 - Modelo da Orquestração Instrumental.. 23
Figura 3 - Esquema de configuração didática 30
Figura 4 - Construção apresentada na abordagem da Função Afim.............................. 33
Figura 5 - Construção referente à situação 01. 35
Figura 6 - Construção referente à situação 02. 36
Figura 7 - Construção referente à situação 03 38
Figura 8 - Construção referente à situação 04 39
Figura 9 - Estratégia de resolução utilizando a janela de álgebra.................................. 44
Figura 10 - Sala virtual criada no GeoGebra... 49
Figura 11 - Eventos externos observados durante as Orquestrações............................. 50
Figura 12 - Resolução apresentada pelo grupo B na situação 1 (S1). 52
Figura 13 - Resolução apresentada pelo grupo D na situação 1 (S1). 53
Figura 14 - Resolução apresentada pelo grupo A na situação 2 (S2). 53
Figura 15 - Gráfico apresentado pelo grupo A 53
Figura 17 - Resolução apresentada pelo grupo E 53
Figura 16 - Resolução apresentada pelo grupo B 53

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Síntese do levantamento realizado.....................................	26
Quadro 2 –	Situação 01 (S1)...	36
Quadro 3 –	Situação 02 (S2)...	38
Quadro 4 –	Situação 03 (S3)...	39
Quadro 5 –	Situação 04 (S4)...	41

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO. 12

2 A PRÁTICA DOCENTE SOB A ÓTICA DA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL.......... 19

3 REVISÃO DA LITERATURA.......... 24

3.1 ANÁLISE DAS PESQUISAS. 25

3.2 CONSIDERAÇÕES. 28

4 METODOLOGIA.......... 30

4.1 DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES. 30

4.2 ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL 1 (OI_1). 31

4.3 ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL 2 (OI_2). 33

4.4 ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL 3 (OI_3). 41

4.5 AS ANÁLISES *A PRIORI* 42

4.5.1 Análise *a priori* da situação 1. 43

4.5.2 Análise *a priori* da situação 2. 44

4.5.3 Análise *a priori* da situação 3. 45

4.5.4 Análise *a priori* da situação 1. 46

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.......... 47

5.1 DESCRIÇÃO.......... 48

5.2 EVENTOS OBSERVADOS DURANTE AS ORQUESTRAÇÕES 49

5.3 ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS EM CADA SITUAÇÃO.......... 51

5.4 A GÊNESE INSTRUMENTAL 57

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS 59

REFERÊNCIAS.......... 61

APÊNDICE – MATERIAL ELABORADO NO *POWER POINT* 66

1 INTRODUÇÃO

Na Matemática, assim como em outras áreas do conhecimento, o estudo de funções é fundamental para compreensão e análise de fenômenos presentes em situações reais. No entanto, o conceito de função foi interpretado sob diversas concepções entre matemáticos que tentavam dar um significado geral, contribuindo para a expansão desse conceito ao longo do tempo.

Evidências históricas remontam que a ideia de função era expressa em tabelas de valores relacionados pelo grego Ptolomeu no século II. Segundo Ponte (1990), o termo "função" foi empregado pela primeira vez pelo alemão Leibniz (1646-1716) para expressar uma quantidade relacionada a uma curva, além de definir os termos "constante", "variável" e "parâmetro".

De acordo com Silva e Resende (1999), os matemáticos Jean Bernoulli (1718) e Lagrange (1797) apresentaram uma definição baseada na relação entre uma ou mais grandezas variáveis. Em estudos posteriores, Dirichlet (1837) apresenta uma interpretação a partir da relação entre conjuntos ou correspondência entre elementos. A cada elemento de um conjunto A associa-se um único elemento no conjunto B, sendo assim uma função é uma relação unívoca aplicada de A em B. Mais adiante, Boole (1854) apresenta uma das ideias muito associadas ao conceito de função: a noção de transformação. Ou seja, ao aplicar uma determinada função ***f*** em um determinado valor de x, obtemos ***f*** (x) como a imagem da função.

Dessa forma, Silva e Resende (1999) categorizam a evolução do conceito de função ao longo do tempo em três categorias, são elas: relação entre quantidades variáveis, relação entre conjuntos ou correspondência entre elementos e transformação.

É perceptível que, ao longo do tempo, grande parte dos matemáticos, assim como Bernoulli, Euler e Lagrange, interpretavam o conceito de função a partir da relação entre quantidades variáveis. Essa ideia claramente intuitiva é, em geral, a mais utilizada até hoje para definir o conceito de função. Ela pode ser identificada em diversas situações, a exemplo do cálculo do volume de um cilindro, que varia conforme a medida do raio e altura.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), as funções devem ser estudadas na unidade temática denominada álgebra, propondo que seja trabalhada desde os anos iniciais do ensino fundamental.

> A unidade temática **Álgebra**, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo o uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p.270).

Nesse sentido, faz-se necessária uma aprendizagem que não se limite apenas às técnicas operacionais e habilidades puramente mecânicas, mas que estimule o pensamento algébrico – o qual é essencial na compreensão e análise de padrões, relações e funções de situações matemáticas em diferentes contextos – e seja importante no desenvolvimento cognitivo do estudante. Destarte, é o que apresenta os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) quando afirma que

> É importante destacar que as situações de aprendizagem precisam estar centradas na construção de significados, na elaboração de estratégias e na resolução de problemas em que o aluno desenvolve processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução e não atividades voltadas a memorização desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce de conceitos. (BRASIL, 1998, p.63).

Ademais, nos conteúdos pertencentes ao eixo temático álgebra, o documento oficial citado evidencia também, a compreensão do conceito de função, destacando sua aplicação direta em situações cotidianas e bem como as articulações em outras áreas do conhecimento. A partir dessa compreensão, a Base Curricular Comum para as redes públicas do estado de Pernambuco afirma que para um ensino efetivo "É preciso, então, que a Matemática se constitua em um elemento importante na construção desse projeto, e que o aluno compreenda sua importância, tanto em seu ambiente social, como para a continuação de seus estudos." (PERNAMBUCO, 2008, p. 94).

Entretanto, pesquisas no campo da Educação Matemática e avaliações governamentais revelam inúmeras defasagens no que tange à aprendizagem de conteúdos relacionados à álgebra. Essas lacunas podem ser analisadas sob diferentes aspectos, como a dificuldade durante a passagem da aritmética para álgebra, por exemplo, além da compreensão de conceitos fundamentais que exigem um certo grau de abstração ligadas a diversas concepções no estudo da álgebra. Essa problemática contribui, cada vez mais, para aumento nos índices de rejeição dos alunos pela disciplina de matemática, que muitas vezes categorizam como difícil, desnecessária e sem sentido.

Ao debruçarmos sobre a história do ensino da matemática, percebemos como os avanços das concepções do conhecimento do campo algébrico influenciaram de forma decisiva o ensino dessa ciência e, ainda hoje, persistem na sala de aula. Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1993), até os anos 1960, a forma de ensinar álgebra estava pautada no caráter reprodutivo e sem clareza, através de procedimentos e técnicas puramente mecânicas para soluções dos problemas trabalhados, que segundo os autores essa concepção de ensino classifica a álgebra como processológica.

> Uma primeira concepção, que poderíamos chamar de processológica, encara a álgebra como um conjunto de procedimentos (técnicas, artifícios, processos e métodos) específicos para abordar certos tipos de problemas. Esses procedimentos específicos consistem em técnicas algorítmicas ou processos interativos que se aplicam a problemas, cuja resolução se baseia no seguimento de uma sequência padronizada de passos. (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1993, p. 82).

Essa tendência de ensino é fortemente marcada pelo movimento conhecido como Matemática Moderna, baseada no rigor dos fundamentos, na linguagem técnica e na manipulação nas operações algébricas. Durante muitos anos, o componente de matemática em toda comunidade escolar fundamentava nos estudos de estruturas, noções de grupos com grande ênfase na simbologia e precisão dos argumentos. Percebemos que essa perspectiva de ensino ainda reflete diretamente na maneira de ensinar matemática por alguns professores. Em contrapartida, grande parte dos educadores estabelecem reflexões em suas práticas em sala de aula sobre como ensinar matemática de maneira significativa e, sobretudo, que estabeleça relações e aplicações em diversos contextos sociais, de forma que o conhecimento se torne cada vez mais acessível aos seus alunos.

Nessa perspectiva, nas últimas décadas, a educação tem cedido espaço frente às novas exigências tecnológicas, compreendidas como um traço inerente à modernidade. Isso ocorre porque, com o fenômeno da globalização ocorrido no final do século XX, o setor da comunicação e da informação foi revolucionado com o advento da internet. Essas transformações atingiram, majoritariamente, as esferas social, política, econômica e, de modo mais nítido, a educacional. É nessa conjuntura que as tecnologias educacionais emergem para ir de encontro aos moldes engessados, passivos e previsíveis que vêm sendo delineados historicamente. Assim, assegurar uma parceria efetiva entre as novas tecnologias e o ensino da matemática é medida que se faz pertinente.

Paralelo a esse pensamento, existem muitas discussões a respeito da integração de tecnologias na sala de aula em favor de metodologias que favoreçam o sucesso da ação docente. Sua utilização é fundamental, uma vez que o aluno atua como sujeito ativo durante o processo de construção do conhecimento junto ao professor, que age como mediador e orientador de todo esse aprendizado. Em outras palavras, há uma adesão total à concepção de ensino tradicional em que o professor é detentor de todo o saber e ao aluno compete, apenas, reproduzir o que foi ensinado. Essa proposta presente nos PCN ressalta que “a tecnologia deve servir para enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção de conhecimentos por meio de uma atuação ativa, crítica e criativa por parte de alunos e professores” (BRASIL, 1998, p.40).

Com isso, nosso enfoque se deu a partir de uma abordagem didática, em ambiente virtual, com auxílio do software algébrico GeoGebra. Nessa perspectiva, retomaremos conceitos relevantes no estudo de função afim como: análise, construção e interpretação do gráfico, bem como suas principais representações. Assim, buscaremos respaldo a partir dos pressupostos que definem a Orquestração Instrumental, proposta por Trouche (2005) que "busca modelar a ação docente em um ambiente rico em tecnologias digitais que favoreça a gênese instrumental dos indivíduos, tomando por base três fases: a configuração didática, o modo de execução" e a performance didática (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2016, p. 3).

Nesse sentido, a Orquestração Instrumental auxiliará tanto na elaboração da intervenção a partir da interação com o recurso tecnológico GeoGebra, quanto na análise dos dados dessa pesquisa que servirá de apoio como instrumento avaliativo para conferir se os objetivos de aprendizagem foram devidamente alcançados.

Para isso, o impulso para o desenvolvimento dessa pesquisa ganhou notoriedade mediante experiências pessoais e profissionais que delinearam minha trajetória ainda enquanto estudante da Educação Básica, e que, até hoje, perpassam meus objetivos enquanto profissional do ensino de matemática. Essa preocupação está intimamente ligada aos principais erros cometidos pelos alunos e também sobre a forma que os conteúdos relativos, principalmente, ao ensino de funções vêm sendo abordado pelos professores na sala de aula. Os conteúdos matemáticos são vistos em sala de aula como algo totalmente dissociado da nossa realidade, formando um enorme abismo entre os conteúdos existentes nos currículos escolares e a realidade na qual os alunos estão inseridos. Com isso, o intuito é contribuir para que o ensino de matemática seja efetivo, pragmático e significativo. Consoante a esse pensamento, Almeida e Pimenta (2014) destacam que:

> O ensino só pode ser considerado de qualidade se oportunizar uma efetiva construção do conhecimento pelos indivíduos envolvidos no processo e não apenas uma acumulação de informações repassadas no ambiente escolar. É indispensável que proporcione uma alfabetização contínua, capaz de habilitar o aluno a compreender a realidade em que está inserido. (ALMEIDA; PIMENTA, 2014, p. 152).

Tendo como referência as normas estabelecidas pela BNCC, é possível citar que este documento destaca o desenvolvimento de habilidades e competências de acordo com cada área do conhecimento. Assim como os PCN, a BNCC também enfatiza a resolução de problemas como metodologia de ensino, tratando como uma das macrocompetências do conhecimento matemático. Nesse segmento, torna-se necessária uma aprendizagem que evidencie a álgebra como principal aliada à resolução de problemas, não se tratando em apenas calcular, mas do que vai além das operações e das relações existentes entre elas.

Ainda, de acordo com a BNCC, vale destacar que a ênfase no ensino de matemática está pautada no letramento matemático, ou seja, a matemática do cotidiano, aplicada na resolução de situações em diversos contextos sociais. Esse argumento se torna claro a partir da definição apresentada pela matriz do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA (2012, apud ARRUDA; FERREIRA; LACERDA, 2020),

> Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (ARRUDA; FERREIRA; LACERDA, 2020, p. 186).

Isso requer de o professor investir em estratégias de ensino que estimulem o raciocínio, comunicação e investigação, que são elementos essenciais para alcançar os objetivos do letramento matemático. Contudo, os documentos citados determinam os conteúdos essenciais a serem trabalhados em cada etapa da Educação Básica, porém não definem o método que é necessário trabalhar com os conteúdos e o desenvolvimento das habilidades específicas. No entanto, isso requer dos professores muito aprofundamento, sendo necessário que em suas práticas pedagógicas seja possível promover uma educação questionadora e reflexiva diante da formação social do indivíduo.

Com o advento da tecnologia e os avanços da globalização, torna-se indispensável suas atribuições para os avanços da ciência. Com isso, vale destacar o papel fundamental que a Matemática exerce frente a essas transformações. Isto é “o conhecimento matemático possibilita analisar as informações científicas e tecnológicas disseminadas como verdade para a sociedade.” (ALMEIDA; PIMENTA, 2014, p. 152), ou ainda,

> A matemática se constitui em conhecimento que pode nos auxiliar na compreensão do desenvolvimento da ciência e da tecnologia, sendo, muitas vezes, a balizadora e responsável pelas tomadas de decisões em torno de vários fenômenos científico-tecnológicos. (PINHEIRO; BAZZO, 2005, p. 14).

No entanto, em meio a essa nova era da informação, é evidente refletir sobre a adaptação da dinâmica da sala de aula em virtude desses avanços. A partir do exposto, a introdução dessa metodologia de trabalho no processo de aprendizagem em matemática possibilita aos alunos a capacidade de construir seu próprio conhecimento, estimulando sua autonomia. Nessa perspectiva, a matemática deixa de ser considerada como um objeto de estudo estático, simplificada a mera transmissão de conhecimentos e passa a ser fundamental para o desenvolvimento do espírito investigativo e reflexivo.

Como objetivo geral pretendemos desenvolver e validar uma Orquestração Instrumental efetiva, em ambiente virtual (on-line), para o ensino de função afim com auxílio do *software* GeoGebra. Especificamente, pretendemos:

- Investigar se esta Orquestração Instrumental pode contribuir para a gênese instrumental dos estudantes com relação ao GeoGebra na solução de situações de Função Afim.
- Compreender a relevância do modelo teórico (OI) na prática docente aliada à utilização de tecnologias.
- Trazer contribuições nos estudos sobre a OI como modelo teórico para elaboração de abordagens no ensino da matemática.

A nossa proposta de trabalho está associada à questão: “Como elaborar uma proposta didática efetiva (Orquestração Instrumental) para uma aprendizagem efetiva dos conceitos de Função Afim com o uso do Geogebra?”, ou ainda, como pensar em uma metodologia de ensino que relacione teoria e prática nos conteúdos matemáticos, em especial da função afim? Desta forma, buscamos compreender os desafios e possibilidades que o software de geometria dinâmica pode oferecer para o desenvolvimento de situações de aprendizagem no ensino de Função Afim.

A problemática nos faz refletir diante do atual cenário que tem colocado tantos os professores da Educação Básica, como os alunos, em meio às dificuldades enfrentadas no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos de forma geral. Dessa forma, buscamos quebrar os principais paradigmas que giram em torno da concepção de como se aprende Matemática trazida por D’Ambrosio (1989).

> Sabe-se que a típica aula de matemática a nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor. (D’AMBROSIO, 1989, p. 15).

Sendo assim, nossa proposta de intervenção se deu a partir de situações matemáticas nas quais utilizamos os pressupostos metodológicos básicos da Orquestração Instrumental, que se trata de um modelo teórico que auxilia a compreender a prática docente aliada à integração de recursos tecnológicos para fins educacionais. Nesse sentido, a ação pedagógica aconteceu em ambiente virtual devido ao contexto de aulas remotas. A elaboração de uma Orquestração

Instrumental on-line (GITIRANA; LUCENA, a publicar) se mostra propícia para nossa proposta, visto que esta modalidade de ensino é mediada por tecnologias, ou seja, aulas em formato síncrono em que é possível estabelecer interações e conexões em tempo real.

Para o desenvolvimento dessa pesquisa, trazemos no próximo capítulo o referencial teórico com intuito de fornecer suporte para tecer discussões a respeito do modelo Orquestração Instrumental no desenvolvimento de abordagens de ensino. No terceiro capítulo, é apresentado uma revisão de literatura a partir de trabalhos acadêmicos que buscaram investigar a eficácia do GeoGebra na aprendizagem da função afim com variados respaldos teóricos. Logo em seguida, descrevemos o percurso metodológico na qual essa pesquisa se desenvolveu, a partir do detalhamento das situações de aprendizagem, objetivos e recursos utilizados. Na análise dos dados apresentamos uma descrição sobre os principais aspectos observados durante a intervenção que foram levados em consideração para verificar se os objetivos dessa pesquisa foram devidamente alcançados. Por fim, trazemos nas considerações finais, algumas limitações da nossa pesquisa e bem como novas perspectivas para futuros trabalhos.

2 A PRÁTICA DOCENTE SOB A ÓTICA DA ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL

Utilizamos como aporte teórico-metodológico para o embasamento dessa pesquisa, os estudos trazidos por Lucena, Gitirana e Trouche (2016; 2018) que trazem um olhar direcionado ao ensino de matemática frente a integração de recursos digitais à luz da Orquestração Instrumental (OI). A partir disso, os artigos apresentam possíveis articulações desse modelo por meio de situações matemáticas apresentadas em sala de aula.

A Orquestração Instrumental, desenvolvida por Trouche (2005), trata-se de um modelo que fornece elementos para a elaboração de uma abordagem de ensino efetiva, além de auxiliar a compreender a prática docente mediada pelo uso de tecnologias. Dessa forma, assim como a Engenharia Didática que assemelha o trabalho do professor ao do engenheiro, a Orquestração Instrumental estabelece uma metáfora entre a sala de aula e uma orquestra.

> Ao utilizar a metáfora da Orquestração, Trouche (2004) compara a sala de aula a uma orquestra, em que o professor é o maestro, seus estudantes são os músicos, as tecnologias são instrumentos musicais e as situações de ensino são os repertórios. (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018, p. 239).

Esse modelo teórico pode ser definido como

> [...] um arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada (tarefa) e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos. (TROUCHE, 2005, p. 126, trad. LUCENA, 2015).

Nesse sentido, ao propor uma abordagem de qualquer conteúdo ou conceito específico, é necessário dispor de uma intenção, ou seja, traçar objetivos didáticos que se espera que os sujeitos (alunos) alcancem. Para isso, é necessário propor uma situação, que por sua vez demande ações/decisões, que farão com que os aprendizes consigam responder ao que lhe foi dado como problema.

Este modelo fundamenta-se a partir de conceitos que dão base a Abordagem Instrumental (artefato e instrumento), por Pierre Rabardel, e a Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud (situação e esquemas). Nesse sentido, a noção de artefato e instrumento é amplamente utilizada na Orquestração Instrumental para definir a ação gerada pelo sujeito ao transformar um artefato em instrumento a partir de esquemas próprios de uso diante de uma dada situação (tarefa). Percebemos como esses elementos atuam de forma de conjunta no modelo teórico em questão (OI).

Nesse sentido, o processo de construção do conhecimento por meio de ações mediadas por instrumentos, caracteriza- se como gênese instrumental.

Figura 1 - Gênese Instrumental

Fonte: elaborado pelo autor

Conforme a figura 1 apresentada, a gênese instrumental ocorre a partir do momento em que o estudante mobiliza seus conhecimentos e desenvolve as estratégias necessárias para utilizar o artefato como instrumento, de forma a resolver a situação que lhe foi proposta. É nesse processo dinâmico que o conhecimento se internaliza e o aluno consegue desenvolver seus próprios esquemas de uso.

A noção de esquemas trazida por Vergnaud fornece elementos para discussões do campo psicológico, na qual um instrumento só existe devido a ação sofrida pelo artefato. Com isso, um artefato pode ser tanto um objeto material (como uma caneta, celular ou papel) como uma linguagem, seja simbólica, ou algébrica, por exemplo. Assim, os esquemas estão associados ao conhecimento e aprendizagem, ou seja, como os alunos mobilizam seu próprio conhecimento, e todo esse processo caracteriza a gênese instrumental.

A partir dessa discussão, os autores trazem uma reflexão bastante relevante quanto ao uso de tecnologias em sala de aula: a diferença entre inseri-la ou integrá-la. Nesse sentido, a prática docente aliada ao uso de tecnologias requer muito estudo, planejamento e reflexão, ou seja, o professor também precisa passar por transformações (processo de instrumentação). Pois, enquanto inserir trata-se de apenas utilizar um artefato sem promover um diferencial na ação pedagógica, o sentido de integrar tecnologia à prática docente favorece o processo de ensino e aprendizagem de forma significativa.

Nessa perspectiva, integrar ferramentas didáticas (artefatos), sejam elas digitais ou não, é necessário que se tornem instrumentos a fim de que possam promover condições favoráveis para compreensão de conceitos fundamentais.

Nesse viés, a Orquestração Instrumental fornece suporte teórico para desenvolvimento de atividades/situações de ensino em ambientes ricos em tecnologias, além de contribuir de forma eficaz nos processos de investigação da prática docente frente ao uso dessas ferramentas no contexto de sala de aula. Assim, o planejamento da OI exige duas etapas fundamentais: a configuração didática e o modo de execução.

> A **configuração didática** diz respeito à organização da sala de aula e às escolhas didáticas feitas pelo professor no que concerne à tarefa matemática, aos recursos a serem disponibilizados, às funções dos indivíduos envolvidos, entre outros aspectos. Já o **modo de execução** consiste na operacionalização da configuração didática desenvolvida previamente pelo professor com foco na gênese instrumental dos estudantes. (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2016, p. 3).

A configuração didática consiste em parte do planejamento da proposta de ensino e, para isso, é necessário a organização de um ambiente propício para o desenvolvimento da situação matemática, a seleção dos recursos (artefatos) que serão integrados à prática, e, além disso, é nesta etapa que se define o papel dos sujeitos participantes do processo de ensino e aprendizagem (professor e aluno).

O modo de execução, por sua vez, refere-se à forma em que os sujeitos e as ferramentas selecionadas irão/podem desempenhar seu papel durante o desenvolvimento da atividade de forma que as expectativas de aprendizagem previamente traçadas sejam alcançadas. É um componente essencialmente de previsões, em que se faz uma análise a priori a partir do conjunto de situação, configuração didática, e primeiras intenções de papeis e funções dos sujeitos, calcada nos estudos preliminares desenvolvidos na literatura ou pelo próprio pesquisador.

Outro componente muito importante em uma Orquestração Instrumental consiste na performance didática que na metáfora da orquestração, a performance didática pode ser comparada a uma performance musical, em que a interação real entre maestro e músicos revela a viabilidade das intenções e o sucesso da sua concretização. (DRIJVERS et al., 2010, p. 215, tradução nossa).

A performance didática em uma orquestração instrumental visa analisar as decisões *ah hoc* diante dos eventos imprevistos, o *feedback* do aluno a partir das situações propostas e, também, o desenvolvimento da gênese instrumental. Para tanto, utilizaremos esses elementos para validar nossa proposta de abordagem no capítulo destinado para análise dos dados dessa pesquisa.

Além disso, os autores discutem um fenômeno bastante comum durante na prática de sala de aula, que muitas vezes pode ser um obstáculo para que a aprendizagem de fato aconteça. Em outras palavras, trata-se de eventos que podem ocorrer que não foram previstos no modo de execução e podem contribuir ou não para o desenvolvimento da gênese instrumental, e do sucesso da orquestração instrumental.

Assim, é necessária a intervenção do professor diante desses eventos imprevistos. Essa resposta por parte do professor, definida como decisões *ad hoc,* consiste na estratégia de agir rapidamente/tomar decisões de forma que essa mudança de ações consiga atingir seus objetivos didáticos previamente definidos sem prejuízo algum.

De forma análoga, os alunos também apresentam reações diante desses eventos inesperados em execução de forma que consigam realizar o que foi proposto, essas respostas que não possuem natureza didático-pedagógica são classificadas como reações *ad hoc.* Isto é, são fenômenos que também não são previstos na configuração didática. Segundo os autores, os exemplos mais comuns são:

> De forma mais específica, as reações *ad hoc* podem ser motivadas, por exemplo, por causa das características da situação, dos conhecimentos exigidos para resolução da situação, da habilidade ou não no uso dos artefatos disponibilizados, da gestão dos sujeitos envolvidos (papéis, funções etc), do tempo de resolução, etc. (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018, p. 241).

Nesse sentido, é fundamental que o professor esteja preparado para essa tomada de decisões a fim de que esses eventos, totalmente imprevisíveis, não alterem o planejamento inicial. Ou seja,

> De uma forma ou de outra, elas são extremamente relevantes à orquestração instrumental, uma vez que, em geral, modificam a orquestra em pleno andamento e precisam ser consideradas pelo professor (maestro) para repensar novos arranjos durante o processo. (LUCENA; GITIRANA; TROUCHE, 2018, p. 242).

A seguir, apresentamos um esquema elaborado por Lucena (2018) em sua tese por meio do qual representa os elementos fundamentais para execução de um modelo de aula baseado na Orquestração Instrumental.

Figura 2 - Modelo da Orquestração Instrumental

Fonte: LUCENA (2018, p.124).

Ao analisar o modelo da Orquestração Instrumental esquematizado acima, percebemos que a partir de uma situação proposta vários elementos fundamentais surgem. Nesse sentido, o professor (maestro) necessita conhecer cada etapa durante a orquestração além de utilizar os artefatos (que podem ser jogos, tecnologias e materiais didáticos por exemplo) como instrumentos, a fim de que favoreça a gênese instrumental de seus alunos (instrumentistas).

Nesse sentido, através da ilustração, percebemos que durante a etapa de configuração didática e modo de execução é possível prever alguns eventos (eventos previstos) por meio de análises a *priori*, que requer muita atenção do professor em planejar diferentes ações a partir de eventuais dificuldades que possam surgir. Além disso, durante a performance didática, é possível verificar se as expectativas de aprendizagem foram devidamente alcançadas pelos estudantes, ou seja, analisar se toda a ação pedagógica promoveu a gênese instrumental dos aprendizes.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Nesta seção, apresentamos alguns trabalhos já realizados sobre a temática voltada à aplicação do *software* de geometria dinâmica GeoGebra na abordagem de conceitos sobre Função Afim. Destacamos a importância de realizar esse levantamento, uma vez que "Na elaboração do trabalho científico é preciso ter uma ideia clara do problema a ser resolvido e, para que ocorra esta clareza, a revisão de literatura é fundamental" (ECHER, 2001). Além disso, é possível analisar o que já foi produzido e o que ainda necessita ser pesquisado, de forma a encaixar nosso problema de pesquisa no âmbito científico. Nosso intuito é mostrar a relevância desse tema para educação que inspirou tantos outros pesquisadores e os possíveis caminhos que podemos traçar. Segundo Gil (2002)

> Esse levantamento bibliográfico preliminar pode ser entendido como um estudo exploratório, posto que tem a finalidade de proporcionar a familiaridade do aluno com a área de estudo no qual está interessado, bem como sua delimitação. Essa familiaridade é essencial para que o problema seja formulado de maneira clara e precisa. (GIL, 2002, p. 61)

Para tanto, utilizamos como base de dados o Google Scholar ou também conhecido como Google Acadêmico onde é possível encontrar produções acadêmicas como artigos científicos publicados em revistas ou em eventos, monografias, dissertações, tese de mestrado ou até mesmo de doutorado.

Escolhemos esse recurso como fonte para busca de trabalhos pois gera resultados de forma seletiva quando comparado ao navegador convencional do Google. Sendo assim, os conteúdos são filtrados de forma que os trabalhos que não possuem relevância científica ou fonte de dados não muito confiáveis são automaticamente excluídos.

Sendo assim, no campo de busca, digitamos a sequência de palavras-chave "Função Afim" e "GeoGebra", filtrando todos os estudos no idioma português publicados na década de 2010 a 2020. Dos 785 resultados obtidos na busca, utilizamos para critério de inclusão os trabalhos de monografias, dissertações de mestrado e artigos publicados em revistas e anais de eventos. Além disso, excluímos os trabalhos que abordam as atribuições do GeoGebra concomitantemente ao estudo de outras funções. Dessa forma, analisamos o quantitativo de 10 produções acadêmicas dentro dos critérios estabelecidos.

No quadro abaixo, apresentamos um resumo onde indicamos os autores, título e o tipo de produção. Ao final, voltaremos ao nosso problema de pesquisa situando-o perante a literatura.

Quadro 1 – Síntese do levantamento realizado

Autor/Ano	Título	Tipo de publicação
Souza, Sousa e Cruz (2014)	Aprendizagem significativa da função afim com o auxílio do software Geogebra: uma proposta didática.	Artigo de evento
Araújo e Silva (2015)	O Geogebra: Uma experimentação na análise dos coeficientes de uma função afim.	Artigo de evento
Bervian (2015)	Ensino de função polinomial do 1º grau: uma proposta com uso do GeoGebra.	Monografia
Pereira, Damin e Silva (2015)	A aprendizagem do conceito de função afim com o auxílio do software GeoGebra.	Artigo publicado em revista
Souza (2015)	A Sequência Fedathi para uma Aprendizagem Significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software Geogebra.	Dissertação
Almeida (2016)	Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da Função Afim com uso do software GeoGebra.	Dissertação
Gomes (2016)	Modelagem Matemática com o GeoGebra: possibilidades e limitações para o estudo de função afim no Ensino Médio.	Monografia
Lopes, Costa e Oliveira (2016)	Estudo dos coeficientes da função afim por meio do software GeoGebra.	Artigo de evento
Silva e Campos (2019)	Construção de gráficos de uma função polinomial do 1º grau com a utilização do geogebra: uma análise de registros feitos por estudantes de 1º ano do ensino médio.	Artigo publicado em revista
Matos et al. (2020)	Funções afins elucidadas no software geogebra. Brazilian Journal of Development.	Artigo publicado em revista

Fonte: elaborado pelo autor

3.1 ANÁLISE DAS PESQUISAS

Souza, Sousa e Cruz (2014) realizam um estudo no qual pretendem promover o ensino de função afim tendo como aporte teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa. A partir disso, uma sequência didática é organizada de forma que sejam abordados os seguintes tópicos: conceitualização, representações (gráfica, tabular e algébrica) e comportamento da função quando ocorre variação dos coeficientes. Com auxílio do GeoGebra, foi possível explorar as funções do tipo identidade, linear e constante de forma bastante interativa e interessante. A partir disso, conclui-se que a metodologia aplicada favorece uma aprendizagem significativa no conteúdo trabalhado.

Araújo e Silva (2015) tratam de investigar possibilidades de situações de aprendizado nos conceitos de função afim com estudantes do 1º ano do ensino técnico de nível médio em uma instituição federal. Para isso, estruturaram uma sequência didática baseada nas quatro etapas da Engenharia Didática: análises prévias; concepção e análise a priori; experimentação, análise a posteriori e validação. Os resultados obtidos após a aplicação da sequência evidenciam que o *software* se caracterizou como agente motivador para a aprendizagem, de forma que os alunos desenvolveram possibilidades de argumentar, conjecturar e investigar de forma autônoma.

Bervian (2015) objetiva promover metodologias dinâmicas para o estudo dos principais conceitos de função afim. Para isso, os problemas inseridos em situações cotidianas e articuladas em outras áreas do conhecimento foram as ferramentas norteadoras para execução da ação pedagógica. O início da atividade se deu a partir da construção gráfica dentro do *software* e, com isso, foi perceptível o engajamento da turma para mobilizarem seu próprio conhecimento que aconteceu de forma bem significativa.

Pereira *et al*. (2015), diferentemente das propostas de pesquisas apresentadas neste capítulo, planejam um estudo investigativo em que os sujeitos da pesquisa são alunos do primeiro ano do curso de licenciatura em matemática numa instituição de ensino pública. Para realização da atividade, a turma foi dividida em duplas de forma que fosse possível compreender as aprendizagens desses estudantes no conteúdo de função afim com o uso do GeoGebra, levando em consideração o que aprenderam no ensino médio e durante a disciplina de Função na licenciatura. Os resultados obtidos na discussão e registros das duplas revelaram o ganho no aspecto intelectual e na apropriação dos conceitos e sobretudo na importância da tecnologia como uma poderosa aliada no processo de construção do conhecimento.

No estudo realizado por Souza (2015), é proposto sessões didáticas, que são fundamentos da Sequência Fedathi, na qual temos um problema norteador que mobiliza os estudantes a buscarem respostas dentro do espaço designado pelo GeoGebra. Nessa perspectiva, os alunos buscam e constroem por si mesmo o conceito de função afim, enquanto o professor age como mediador dessa prática. Este foi o primeiro contato da turma com o GeoGebra que contribuiu satisfatoriamente para compreensão e estudo do conteúdo explorado neste ambiente.

Almeida (2016) realiza em sua dissertação de mestrado profissional um trabalho voltado para elaboração, aplicação e análise de uma sequência didática. A pesquisa fundamenta-se nos pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e da Engenharia Didática.

Aplicado em uma turma do 1º ano do Ensino Médio, inicialmente foi observado que os estudantes apresentaram uma certa resistência quanto ao uso do recurso tecnológico, mas conseguiram reconhecer a função afim por meio de uma perspectiva semiótica baseada nos registros realizados durante a prática. Com isso, a dinâmica foi bem aceita pelos alunos, que conceituaram o *software* interessante para as aulas e de fácil utilização, embora consideraram a atividade um pouco exaustiva e com muitos passos repetitivos.

Gomes (2016) tem como objetivo investigar os desafios e possibilidades da utilização do *software* educativo em problemas de Modelagem Matemática. Assim, a pesquisa foi dividida em fases que consistem respectivamente no levantamento bibliográfico, elaboração da atividade, intervenção e avaliação. Aplicado em duas turmas do 1º ano do ensino médio, em uma turma foi utilizado o GeoGebra e na outra não. As análises ocorreram através de relatos dos próprios alunos que confirmaram que não sentiram muitas dificuldades no manuseio do programa e que a prática adotada permitiu uma abordagem mais ampla dos problemas. Enquanto que na outra turma, sem o aporte tecnológico, entenderam o problema proposto porém não conseguiram interpretar matematicamente e, consequentemente, resolver.

Lopes, Costa e Oliveira (2016) trazem um estudo voltado para as possibilidades que a tecnologia pode oferecer para atividades voltadas ao processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. De forma específica, é proposto atividades interativas que auxiliem na construção e interpretação gráfica da função afim com auxílio do *software*. Em um primeiro momento, numa turma do 1º ano do Ensino Médio, os conteúdos foram trabalhados de forma expositiva no quadro com auxílio do livro didático. Nessa etapa, que ocorreu no laboratório de informática, foi organizado um estudo dirigido para cada aluno de forma que interagissem com o GeoGebra. Durante a execução, abordaram a construção e análise do comportamento do gráfico em função de seus parâmetros/coeficientes. Para isso, foi utilizado a ferramenta de controle deslizante para tal observação. Foi constatado que a prática foi satisfatória, em virtude dos alunos terem tido o primeiro contato com o programa, e as análises do questionário aplicado logo em seguida confirmaram o desempenho dos estudantes que responderam de forma interativa.

Silva e Campos (2019) realizaram uma pesquisa de ação cujo sujeitos foram professores e alunos do 1º ano do ensino médio. Na fase inicial da pesquisa, buscaram colher informações sobre a prática dos professores com utilização de recursos tecnológicos, e quais conhecimentos possuíam sobre o uso do GeoGebra. A ação demonstrou que grande parte dos professores não sabiam utilizar este recurso em sala, e tiveram algumas dificuldades no início. Assim, as atividades aplicadas verificaram que a prática adotada ocorreu de forma dinâmica, com amplas discussões que contribuíram de forma eficaz nos processos de ensino e aprendizagem dos principais conceitos de função afim.

Matos, Mendes, Santos e Silva (2020) relatam a montagem e aplicação da oficina "Funções Afins elucidadas no software GeoGebra" direcionada para estudantes de uma escola pública. Os resultados obtidos confirmaram que o desenvolvimento dos alunos foi bastante considerável em comparação com a explanação do conteúdo feito de forma convencional utilizando apenas o quadro. Foi observado também que eles demonstraram empenho, interesse, cooperação, motivação e comprometimento para realização da atividade que contribuiu de forma eficaz para compreensão do conteúdo abordado.

3.2 CONSIDERAÇÕES

É possível perceber, por meio do levantamento realizado, que as pesquisas possuem características em comum: a elaboração e aplicação de sequências didáticas para investigar os processos de abordagem que auxiliem na construção do conceito de função. Assim, os trabalhos discutidos neste capítulo trazem experiências, caminhos e possibilidades que podemos adaptar para a sala de aula de acordo com quaisquer contextos, proporcionando meios e ferramentas para que a aprendizagem matemática se torne cada vez mais dinâmica, interessante e com significado.

Também observamos que grande parte dos trabalhos apresentados apoia - se nas teorias que o movimento da Didática da Matemática proporcionou para os estudos e processos de investigação dentro de pesquisas voltadas para área de Educação Matemática. Em particular, temos alguns casos em que foi utilizado como metodologia da pesquisa, a Engenharia Didática (Artigue, 1988). Essa perspectiva assemelha o trabalho do professor ao de um engenheiro: por um lado detém todo um saber específico de conhecimentos para realização de seu ofício, mas por outro precisa lidar com situações mais complexas que o conhecimento científico não é capaz de abranger. É nesse sentido que a Engenharia Didática propõe condições para a aprendizagem de conteúdos dentro de um sistema didático, a partir de etapas denominadas de concepção, realização, observação e análise da sequência de ensino.

No entanto, percebemos que as propostas trazidas neste capítulo que se utilizam da Engenharia Didática trazem algumas lacunas quanto ao desenvolvimento metodológico da pesquisa. Isto é, carecem de informações quanto à descrição das etapas que auxiliam no processo investigativo e se reflete na fase de análise prévia pouco detalhada em relação aos conhecimentos que os alunos possuíam antes da execução da pesquisa. Em suma, a análise a posteriori à luz da análise a priori conduz à conclusão dos resultados obtidos e valida a experimentação.

Outro fator levado em consideração, é que para realização das propostas trazidas pelos autores foi necessário um espaço reservado com computadores individuais ou para pequenos grupos com acesso à internet. Contudo, essa metodologia fica restrita apenas as escolas que possuem laboratórios de informática ou ambientes ricos em tecnologias. Dessa forma, se faz necessário pensar em novas possibilidades que possam incluir espaços educacionais que carecem de tais recursos. Diante dessa realidade, uma alternativa para utilização do GeoGebra é permitir que os alunos utilizem o aplicativo em seus próprios celulares de forma que possam interagir com o objeto de estudo.

A partir do mapeamento realizado, consideramos a importância de levantar estudos e experimentações de forma que contribua de forma eficaz o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos essenciais para o desenvolvimento de habilidades e competências que os alunos precisam alcançar. Com isso, ao invés de utilizarmos uma proposta de ensino baseada nos pressupostos da Engenharia Didática, optamos pela elaboração de uma situação de ensino construída por meio dos princípios que norteiam o modelo da Orquestração Instrumental.

A escolha se deve ao fato de que enquanto a Engenharia Didática exige um certo rigor e elaboração no detalhamento da sucessão de etapas investigativas além de necessitar definir com clareza as variáveis didáticas que são manipuladas pelo pesquisador, enquanto que as propostas baseadas na Orquestração Instrumental são bem mais simples de construir. É fato que a Engenharia Didática é eficaz para a gênese de atividades que buscam compreender melhor a complexidade da dinâmica da sala de aula e com isso contribuir com situações que favoreçam a aprendizagem.

No entanto, levando em consideração que para realização de atividades que se utilizam desse aporte teórico, é necessário que demande um certo tempo para elaboração, e analisando o perfil da grande maioria dos professores, este fator pode ser considerado como obstáculo para o planejamento dessas atividades. Por essa razão, promover uma situação matemática dentro dos moldes da Orquestração Instrumental exige passos mais simples para elaboração e análise, além de se utilizar de um processo iterativo de construção. Além disso, nosso intuito é contribuir com essa pesquisa em estudos sobre o modelo teórico OI como ferramenta de abordagem de qualquer conteúdo ou conceito específico.

4 METODOLOGIA

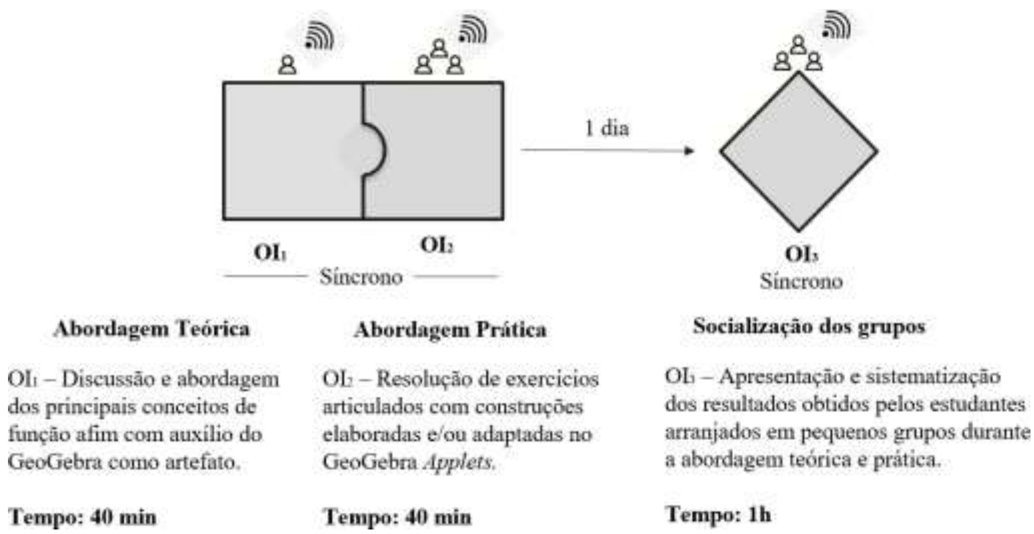
Com a finalidade de alcançar nossos objetivos, desenvolvemos e validamos uma composição de Orquestrações elaboradas com o uso do *software* GeoGebra para aprendizagem de conceitos fundamentais de função afim. No entanto, em virtude da Pandemia do novo Coronavírus, que trouxe para todos uma nova configuração social, é inevitável refletir sobre os novos moldes para a educação. Diante desse cenário, nossa proposta metodológica foi realizada dentro do contexto de aulas em formato remoto.

Os participantes desta pesquisa são o professor (também pesquisador e autor desta pesquisa) e 24 estudantes de uma turma do 1º ano do ensino médio de uma escola da rede pública do agreste pernambucano. Esses últimos configuram-se como sujeitos da pesquisa. A escolha para esse grupo em que será realizada a pesquisa, ocorreu devido às experiências e trabalhos desenvolvidos nessa turma durante o Programa Residência Pedagógica em um período de seis meses. Com isso, conhecendo o perfil desses alunos, as dificuldades de aprendizagem que trazem, bem como, os métodos que lhe são favoráveis, sobretudo na modalidade de ensino remoto. Dessa forma, elaboramos a nossa proposta seguindo os pressupostos metodológicos próprios da Orquestração Instrumental.

4.1 DESCRIÇÃO DOS COMPONENTES

A seguir, apresentamos o esquema geral de nossa configuração didática da nossa proposta de intervenção que ocorreu a partir de uma sequência de três Orquestrações Instrumentais On-line (OI_1, OI_2 e OI_3), conforme a imagem abaixo.

Figura 3 - Esquema de configuração didática.



Fonte: elaborado pelo autor

Caracterizamos a abordagem teórica (OI_1) e abordagem prática (OI_2) como duas Orquestrações imbricadas, na qual ocorreram de forma sequenciadas e imediatas. Já para a etapa de socialização dos grupos (OI_3), ocorreu em sequência com um intervalo de tempo de 1 dia logo após as outras duas.

Seguiremos descrevendo em tópicos cada orquestração e em subtópicos seus principais componentes.

4.2 ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL 1 (OI_1)

A OI_1 foi elaborada para dar suporte aos alunos por meio de discussão dos principais conceitos no estudo da Função Afim com auxílio do GeoGebra explorando a interface do *software*, bem como, algumas de suas funcionalidades. Caracterizamos essa primeira etapa como fundamental pois foi a partir dela que se deu o processo de instrumentalização dos estudantes para utilização do GeoGebra.

4.2.1 A Situação da orquestração de abordagem teórica

Como já citado anteriormente, nossa situação foi construída com a intenção de que os estudantes compreendam os conceitos fundamentais no estudo da função afim que citamos abaixo, e para isso propomos essa abordagem com a utilização do GeoGebra como artefato principal.

Assim, apresentamos a seguir, enumeradas, as expectativas/objetivos de aprendizagem que esperamos que os estudantes alcancem durante nossa composição de orquestrações.

- (1) Compreender a definição de função afim e suas aplicações;
- (2) Determinar o valor numérico de uma função afim em um dado ponto;
- (3) Definir a equação da reta que determina a função afim dados dois pontos distintos;
- (4) Esboçar e interpretar gráficos de uma função afim.

Para o objetivo 1, tomamos por base a definição do conceito de função afim apresentado por Giovani *et al.* (2015, p. 83): "Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por f(x) = ax + b, com a e b reais é chamada de função afim." Com a definição dada e a partir dos valores dos coeficientes a e b, é possível diferenciar a função afim das seguintes funções:

- ***Função polinomial do 1º grau***: trata-se de um tipo de função afim tendo a e b pertencentes ao conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) com $a \neq 0$.
- ***Função linear:*** quando b = 0 isso implica em f(x) = ax
- ***Função identidade:*** quando a = 1 e b = 0 isso implica em f(x) = x.

Com o objetivo 2, trata-se em determinar o valor obtido quando analisamos a função expressa por um polinômio com um determinado valor para a variável x. Dessa forma, sendo α um número real, temos que f(α) é o valor numérico da função quando α = x.

Na expectativa de aprendizagem 3, é necessário ter conhecimento que dois pontos distintos determinam uma única reta. Dessa forma, sabemos que a função afim é caracterizada por uma reta e, a partir do momento em que são fornecidos dois pontos distintos no plano, é possível determiná-la.

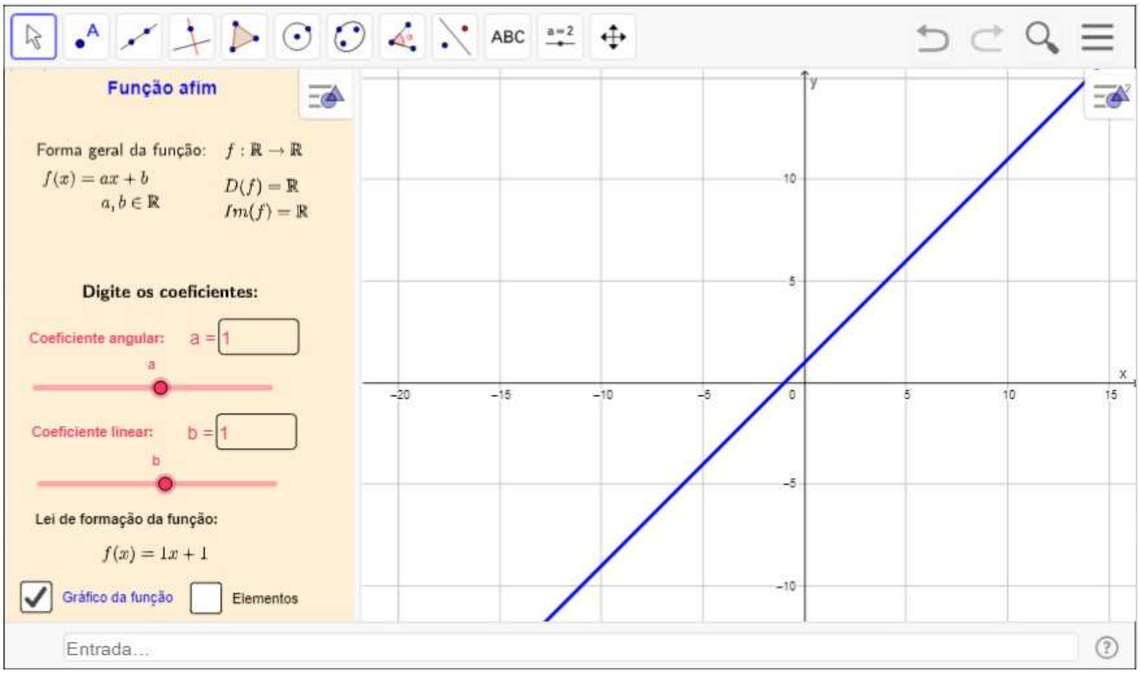
Para esboçar e interpretar gráficos de uma função afim, conforme o objetivo 4 propõe, é fundamental compreender aspectos fundamentais tais como: crescimento e decrescimento, variação dos coeficientes e zero ou raiz da função. Todos esses elementos são essenciais no processo de construção e análise do comportamento gráfico.

4.2.2 Configuração didática

Para o desenvolvimento da OI_1, a abordagem da função afim acontece com auxílio do GeoGebra como artefato principal para esta discussão. Além disso, uma apresentação em *powerpoint* (Apêndice) foi preparada para subsidiar nos registros na construção dos conceitos. Com isso, o tempo destinado para essa proposta foi de 40 minutos com a presença de todos os estudantes em videochamada pelo *Google Meet.* Este momento foi centrado no professor (autor da pesquisa), porém com a participação dos estudantes ao longo da apresentação dialogada que podem expor suas principais dúvidas. Neste momento, o GeoGebra é utilizado apenas pelo professor para auxiliar no momento de apresentação do conteúdo e das funcionalidades do programa.

A seguir, apresentamos o material elaborado no GeoGebra para utilizar na discussão.

Figura 4 - Construção apresentada na abordagem da Função Afim



Fonte: Adaptado do GeoGebra

Além disso, os alunos podem participar na discussão com dúvidas e questionamentos utilizando o recurso de microfone (áudio) e *chat* do próprio *Google Meet* para interagir

4.2.3 Modo de execução

Para o modo de execução, adaptamos a construção (Figura 4) que está disponível na plataforma *online* do GeoGebra na seção de materiais (*applets*). Com isso, nosso enfoque se dará a partir das discussões com os alunos a respeito dos principais aspectos relevantes no estudo da função afim como: definição, domínio e imagem, raiz ou zero da função, comportamento do gráfico a partir das variações dos coeficientes e bem como as classificações da função afim (linear, constante e identidade).

Ao final da abordagem teórica, foi apresentado um material didático em *slides* explicando os próximos passos para execução das atividades que compõem a OI_2.

4.3 ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL 2 (OI_2)

Como já descrito, a OI_2 aconteceu logo em seguida da OI_1. Nesse sentido, a OI_1 foi desenvolvida para dar suporte aos estudantes para resolverem as situações apresentadas na abordagem prática. Assim, caracterizamos essa orquestração como uma proposta de natureza prática em que os alunos são desafiados, a partir de situações, utilizar e testar alguns dos recursos principais do GeoGebra no estudo da função afim.

Foi realizado um levantamento na turma em que foi aplicada a intervenção para saber quais os recursos de tecnologia os alunos utilizam para acompanhar as aulas remotas. Este levantamento revelou que a maioria dos estudantes utilizam o *smartphone* como ferramenta para estarem presentes nas aulas síncronas, e outra minoria acompanha através de *notebook*, computador ou do *tablet*. Dessa forma, todas as atividades elaboradas com auxílio do software foram pensadas com o perfil deste público a fim de que seja acessível a qualquer tecnologia que o aluno venha a utilizar. Por isso, optou-se pelo uso do programa na versão online e sem a necessidade de baixar, bastando apenas acessar o *link*.

4.3.1 As situações da orquestração de abordagem prática

A OI_2 foi composta por um conjunto de quatro situações (S1, S2, S3 e S4) disponibilizadas na plataforma do GeoGebra[1] *online* no qual os alunos tiveram acesso por meio de um *link*. Logo a seguir, trazemos as situações propostas aos alunos dentro de quadros, e as construções referentes às atividades em figuras.

Quadro 2 – Situação 01 (S1).

Seja a função f(x) = - 3x + 2, movimente o controle deslizante para ver o que acontece com o gráfico e responda logo abaixo. *a) Analisando o comportamento do gráfico, é possível observar alguma mudança quando mudamos o valor de **a** para valores maiores que 0? E quando alteramos para valores menores que 0?* *b) De forma análoga, o que acontece com o gráfico quando variamos o valor de **b**?*

Fonte: elaborado pelo autor

Para situação 1 (quadro 2), elaboramos um exercício no qual, dada a função genérica *f(x) = - 3x + 2* é solicitado que os estudantes, a partir da ferramenta de controle deslizante, consigam interpretar as variações gráficas em função dos coeficientes.

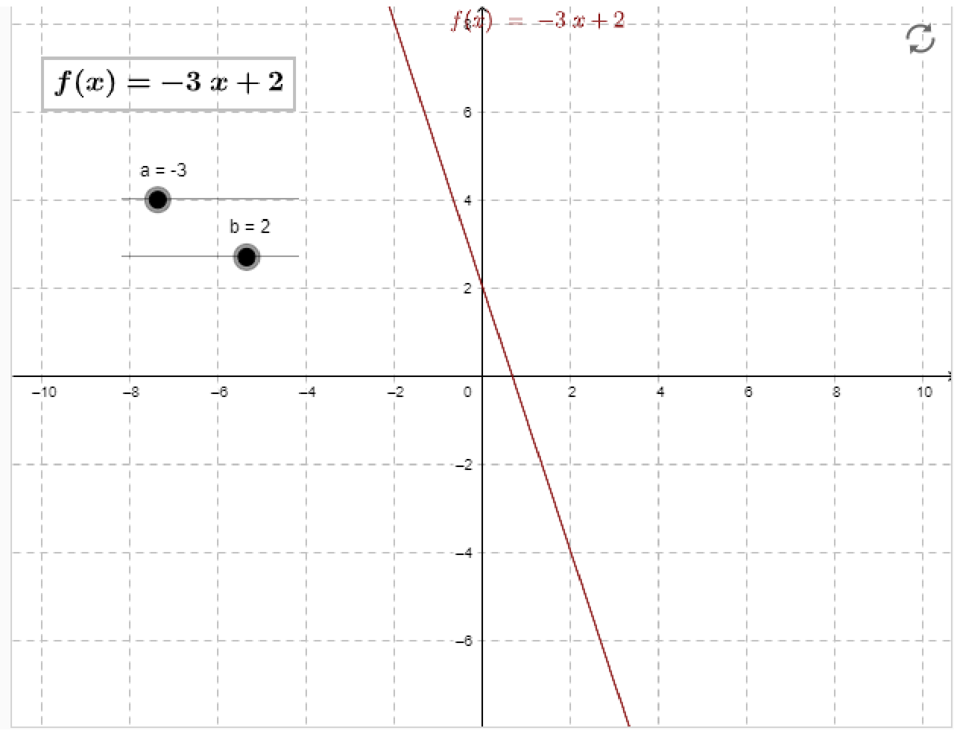
Além disso, a partir da interação com o *software*, esperamos que os alunos consigam compreender que o coeficiente **a** (taxa de variação) de uma função afim está diretamente ligado

[1] Atividade disponível em: https://www.geogebra.org/m/prb56fdt

à declividade da reta assim como o coeficiente linear refere-se a ordenada do ponto em que o gráfico da função intercepta o eixo y.

Disponibilizamos a interface inicial do programa, porém contendo o gráfico da função dada na questão com o recurso do controle deslizante. Com essa ferramenta, é possível que os alunos visualizem o movimento do gráfico a partir das variações dos parâmetros. Assim fica mais nítido relacionar os significados dos coeficientes na função e como suas variações causam mudanças no comportamento gráfico. A seguir, apresentamos a construção referente a essa atividade (Figura 5). Para o controle deslizante, definimos o intervalo de -10 a 10 com incremento no valor 1.

Figura 5 - Construção referente à situação 01.



Fonte: elaborado pelo autor.

Para a situação 2 (S2), nosso objetivo é que a partir de um problema situado em um contexto, o aluno consiga determinar o gráfico da função a partir dos dados fornecidos no enunciado e consiga representar graficamente no GeoGebra. Com isso, esperamos que seja possível relacionar o registro algébrico com o registro gráfico da função a partir de seus elementos.

Quadro 3 – Situação 02 (S2)

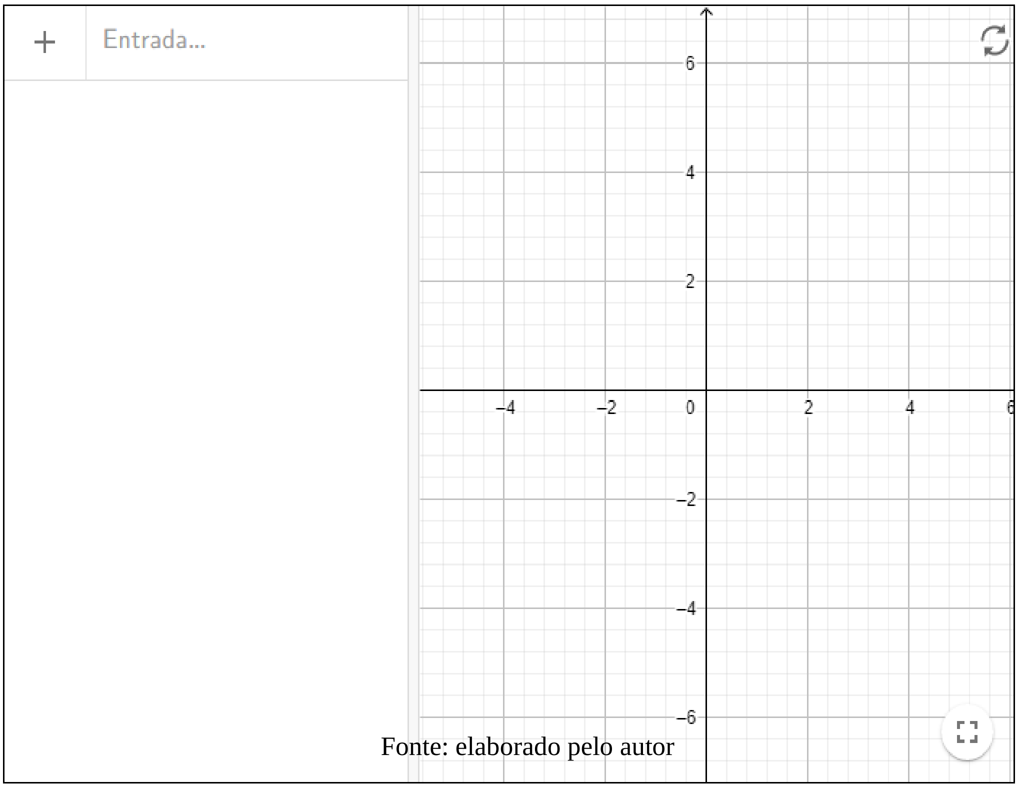
Na produção de bolsas, uma fábrica tem um custo fixo de R$ 10,00 mais um custo variável de R$ 2,00 por unidade fabricada. A partir dessa situação, e com auxílio da construção referente a essa atividade, determine:

> *a) A função que determina o custo na produção de **x** bolsas. Escreva (no campo de resposta) e represente graficamente (na construção abaixo).*
>
> *b) A partir da análise do gráfico que você construiu, determine o custo total na produção de 10 bolsas.*

Fonte: elaborado pelo autor

Trazemos este problema, e logo abaixo disponibilizamos a construção (Figura 6) para que os alunos construam o gráfico e consigam interpretar os dados fornecidos pela questão. Dessa forma, essa atividade requer do estudante a habilidade de construção e análise gráfica para que consiga responder de forma correta.

Figura 6 - Construção referente à situação 02.



Fonte: elaborado pelo autor

Quando os estudantes conseguem compreender bem todos esses elementos gráficos da função afim, é provável que não apresentem dificuldades para construírem o gráfico a partir de sua lei de formação e vice-versa.

Em seguida, na situação 3 (quadro 4), trazemos uma aplicação prática da função afim inserida em um contexto real, ou seja, no nosso dia a dia. Nosso objetivo, é que os alunos compreendam como a função afim está presente no cotidiano e não como um conceito dissociado da realidade, aprendido e utilizado apenas em sala de aula. Dessa forma, utilizamos como exemplo o problema do táxi, disponível na seção de materiais manipuláveis do GeoGebra *online*.

Nesse sentido, adaptamos a situação proposta inicial, bem como, as perguntas que serão respondidas com auxílio dessa construção. A seguir, apresentamos o problema do táxi adaptado para nossa aplicação.

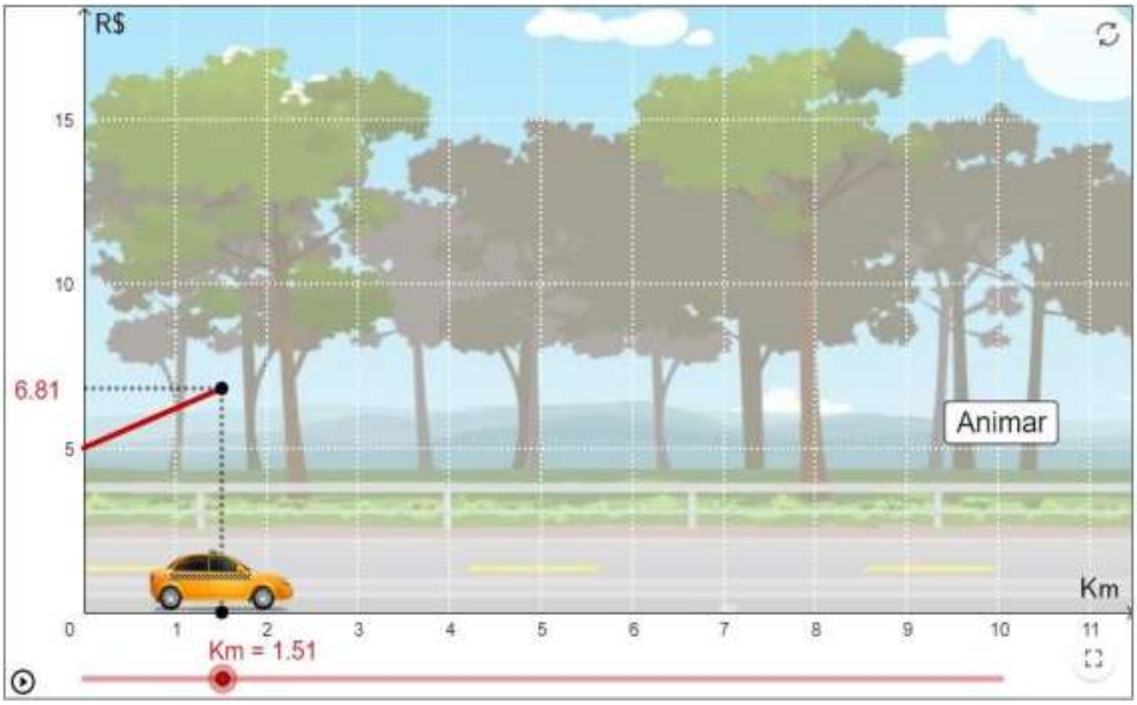
Quadro 4 – Situação 03 (S3)

Quando você utiliza um táxi, o valor cobrado no final do trajeto é a soma do valor da "bandeirada" com o valor referente ao número de quilômetros rodados. A bandeirada é um valor fixo cobrado pelos taxistas que independe de quantos quilômetros você vai rodar.   *Você pode observar que, ao entrar em um táxi, já está fixado esse valor no taxímetro. É possível, também, observar que, para cada quilômetro rodado, há um valor fixo. Isto é, a variação do preço é proporcional à distância percorrida.*   *A partir dessa situação, suponha que o valor bandeirada de um táxi é no valor de R$ 5,00, e que o valor a cada quilômetro rodado equivale a R$ 1,20. Com base nessas informações, utilize o gráfico abaixo para resolver as perguntas referentes a essa atividade.*   *a) Quanto você pagaria ao percorrer um trajeto equivalente a 9 km?*   *b) E ao pagar um valor total de R$16,75 quantos quilômetros foram percorridos?*

Fonte: adaptado do GeoGebra.

O material que será manipulado para resolução dessa problemática é bem interativo e apresenta uma animação descrevendo o percurso do táxi dentro do plano cartesiano. Além disso, é possível também fazer essa análise com o controle deslizante conforme a variação do quilômetro rodado.

Figura 7 - Construção referente à situação 03



Fonte: GeoGebra

Na animação, é permitido que os alunos visualizem o gráfico da função sendo do valor a pagar em relação à quilometragem percorrida, sendo obtido pela quilometragem vezes o preço por quilometro rodado mais o valor fixo de 5, que representa a bandeirada, em termos da função o coeficiente independente. Ao final da animação, o programa mostra o gráfico que representa o valor pago em função dos quilômetros percorridos. Nosso intuito é que os estudantes consigam compreender a relação entre grandezas existentes nessa situação, bem como obter as respostas por meio da interpretação gráfica e substituir os valores na função.

Por fim, na última situação 4 (quadro 5), adicionamos um material já elaborado com recurso de animação também disponível no GeoGebra. O objetivo é que os alunos consigam, dados dois pontos distintos no plano cartesiano, determinar a lei de formação da função. Nesse sentido, sabemos que o gráfico da função afim é determinado por uma reta, uma vez que, dois pontos distintos determinam uma única reta. A seguir, apresentamos o enunciado desta última atividade.

Quadro 5 – Situação 04 (S4)

Encontre a função que determine a trajetória entre os personagens situados no plano cartesiano abaixo. Feito isso, identifique os coeficientes angular e linear da função encontrada e digite no campo correto.

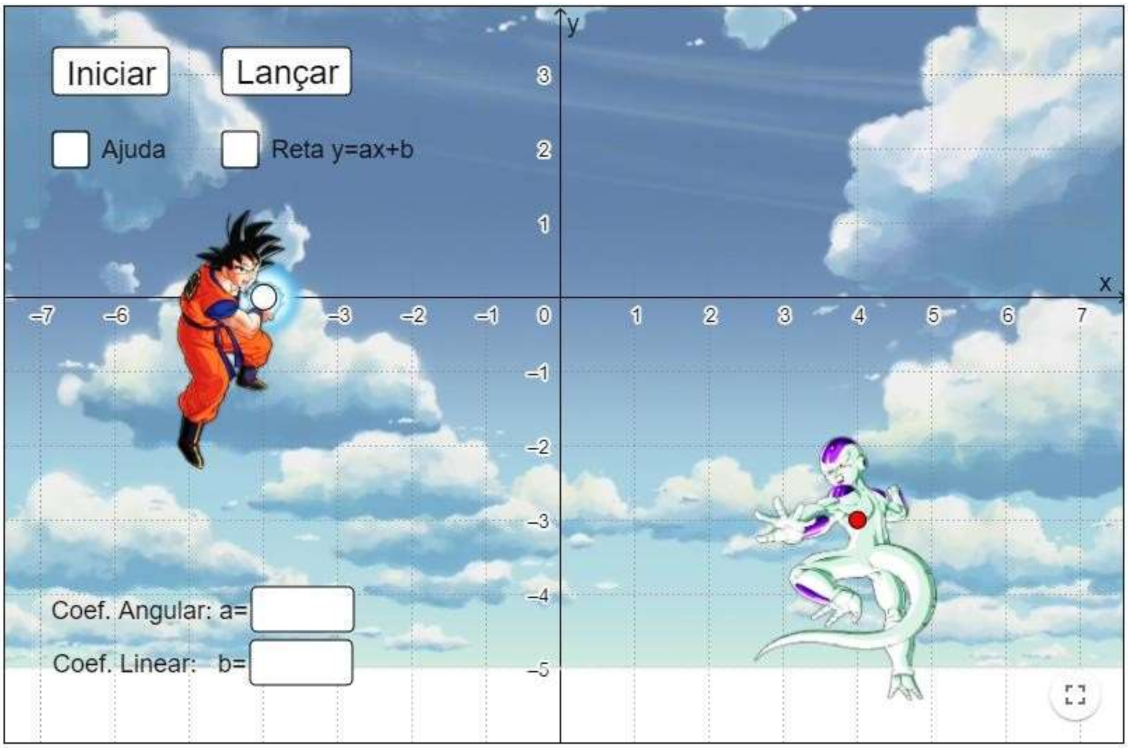
Instruções:

1. Clique no botão "Iniciar";
2. Em "Coef. Angular", digite o coeficiente angular da função trajetória entre Goku e Freeza;
3. Em "Coef. Linear", digite o coeficiente linear da função trajetória entre Goku e Freeza;
4. Marque as opções de ajuda, se necessário; 5. Clique no botão "Lançar".

Fonte: Adaptado do GeoGebra

Para isso, o material utilizado (Figura 8) apresenta uma forma lúdica e interativa, trazendo dois personagens de anime situados em pontos distintos no plano. Com a figura, é possível determinar as coordenadas dos personagens, e a partir disso, a reta que passa por esses pontos situados no plano.

Figura 8 - Construção referente à situação 04



Fonte: GeoGebra

Feito isso, basta apenas identificar os coeficientes da função e digitar no campo direcionado para resposta e clicar no botão “lançar”. Em caso de acerto, uma animação irá acontecer determinado a reta que passa entre esses dois personagens. Já em caso de erro, aparecerá automaticamente uma mensagem solicitando uma nova tentativa. Também, ao clicar nos botões de “ajuda” e “reta = y = ax +b” algumas dicas aparecerão para os alunos que apresentarem dificuldades para encontrar a função. Além disso, ao clicar no botão “iniciar” a atividade situa automaticamente os personagens em diferentes pontos do plano para novas tentativas. Finalizadas todas as atividades, uma única resposta será gravada e enviada para sala criada no GeoGebra.

4.3.2 Configuração didática

A elaboração das situações levou em consideração que nem todos os alunos possuem *notebook* ou computador para manipular as funções dentro da construção proposta. Por esse motivo, optamos por criar as atividades no GeoGebra de forma que não precise instalar o *software*, e que facilmente pode ser utilizado em dispositivos móveis como *smartphones* e *tablets*, bastando apenas acessar o link que foi disponibilizado sem a necessidade de estar logado no sistema, ou precisar criar uma conta para acessar. Além do *software*, foi solicitado lápis e papel para registrarem os cálculos nas situações que fossem necessárias.

Os estudantes serão arranjados em pequenos grupos (com *links* disponibilizados para cada equipe) para resolução de exercícios articulados com construções no GeoGebra *applets*. Com isso, serão formados 5 grupos (GA, GB, GC, GD, GE), e como a turma possui 24 estudantes todos os grupos foram formados contendo 5 alunos exceto o último grupo composto por 4 alunos. Para essa etapa foi destinado mais 40 minutos para resolver as situações propostas. Vale ressaltar que utilizamos o recurso de elaboração de materiais do GeoGebra com *feedback* automático dos alunos, de forma a acompanharmos seus registros.

4.3.3. Modo de execução

O modo de execução para essa orquestração determinou o uso do GeoGebra como artefato principal. Assim, com os estudantes utilizando o *software* e respondendo de forma coletiva as situações, nosso intuito é favorecer a discussão e a reflexão dessa atividade durante o trabalho em grupos colaborativos. Vale ressaltar todos tem acesso ao link para testar as funcionalidades do programa, no entanto, apenas um integrante deve registrar as respostas representando todo o grupo, de forma a obtermos uma resposta por cada grupo formado. Aos estudantes que estejam utilizando um *notebook* ou computador, será solicitado que realize a apresentação da tela de modo a ajudar todos os integrantes durante a resolução coletiva.

Cabe ao professor (autor da pesquisa) estar disponível na chamada durante todo o tempo e passar por todos os grupos em cada *link* para sanar quaisquer dificuldades que os alunos possam apresentar. Nesse caso, o professor deve promover a interação entre os estudantes e o ambiente de aprendizagem, atuando, portanto, como mediador diante dessa proposta.

Acreditamos, pois, que a resolução de problemas quando praticados de forma coletiva favorece muito a aprendizagem, uma vez que a partir das interações e compartilhamento das estratégias os alunos tendem a desenvolver potencialidades que são descobertos e discutidos com todos os membros da equipe. Além disso, favorece o trabalho cooperativo e aquisição de habilidades para resolução de problemas.

4.4 ORQUESTRAÇÃO INSTRUMENTAL 3 (OI_3)

Por fim, propomos na OI_3 o momento de socialização dos grupos no qual é possível analisar como os estudantes durante o momento de apresentação conseguiram desenvolver os próprios esquemas de uso do artefato utilizado (GeoGebra) durante a OI_2. Nesse sentido, vale ressaltar que essa orquestração aconteceu após o intervalo de 1 dia após o término da OI_2.

4.4.1 A situação da orquestração de socialização dos grupos

A situação proposta na OI_3 consiste na discussão entre os estudantes arranjados em seus respectivos grupos junto ao professor atuando como mediador de toda essa sistematização. Nesse sentido, foi esperado que os estudantes trouxessem argumentos e estratégias utilizadas para resolver cada situação proposta na OI_2. Para isso, é necessário que busquem o respaldo teórico discutido na OI_1 de modo que consigam articular os exercícios aos conceitos estudados. Assim, foi esperado que com essa proposta de discussão, os alunos consigam sistematizar e compreender os conteúdos mobilizados para aprendizagem da função afim.

4.4.2 Configuração Didática

Diante da proposta de discussão a partir das situações que os estudantes experimentaram trazendo as articulações entre os conceitos vistos na abordagem teórica e prática, é necessário que tenham vivenciado as etapas descritas durante a OI_1 e a OI_2.

Caracterizamos este momento como fundamental e muito rico em termos de aprendizagem uma vez que a partir da interação entre os sujeitos de aprendizagem (professor e aluno) vários elementos essenciais do conteúdo emergem durante esta etapa de institucionalização do conhecimento.

Para ajudar na proposta, será utilizado como recurso o ambiente virtual criado no GeoGebra onde ficarão registradas as respostas de cada grupo. Essa ferramenta da plataforma online do GeoGebra fica disponível apenas para o usuário que elaborou a atividade.

A partir do momento que os alunos enviam as respostas, já não é mais possível que eles mesmos tenham acesso ao que foi respondido. Dessa forma, o recurso de apresentação disponível no *Google Meet* será utilizado para auxiliar na sistematização dessas respostas pelos grupos. Destinamos o tempo equivalente a 1h30min para concretização dessa proposta e cada equipe terá 10 minutos para apresentação.

4.4.3. Modo de execução

Com a situação e a configuração didática da OI_3 definidas, um modo de execução foi planejado. O professor regente organizou a apresentação dos grupos em ordem (GA, GB, GC, GD e GE) na qual cada grupo demonstrava de forma coletiva as estratégias utilizadas na resolução das atividades propostas na OI_2, justificando as respostas enviadas na atividade online. Dessa forma, o principal objetivo com essa proposta é analisar como os estudantes utilizaram o GeoGebra como instrumento e desenvolveram seus próprios esquemas para responderem diante das situações propostas.

4.5 AS ANÁLISES *A PRIORI*

A análise a *priori* traçada em uma orquestração instrumental se configura como um elemento de fundamental importância para demandar ações (decisões *ad hoc*) que possam ocorrer diante de eventos que podem ou não prejudicar o bom desenvolvimento da orquestra. A partir dessa análise é possível também identificar se durante uma orquestração a gênese instrumental poderá acontecer de forma a auxiliar o desenvolvimento do sujeito.

Nos próximos subtópicos iremos descrever a análise a *priori* realizada para cada situação de aprendizagem. Para isso, trazemos os elementos necessários para realizar este estudo tais como: as estratégias que conduzem ao erro e também ao acerto, os conhecimentos que serão mobilizados pelos alunos e quais as mudanças que é possível realizar para evitar as estratégias indesejadas.

4.5.1 Análise a *priori* da situação 1

Dada a função genérica f(x) = -3x + 2 é solicitado que os alunos possam, a partir da ferramenta do controle deslizante, compreender como os coeficientes a e b interferem no gráfico.

A estratégia necessária que conduz ao acerto é seguindo os comandos dados na questão. Assim, fazendo a análise do comportamento gráfico para o coeficiente **a** com valores maiores que 0 (positivos) o gráfico da função é uma reta crescente. Da mesma forma, atribuindo valores menores que 0 (negativos), o gráfico da função é uma reta decrescente. Além disso, a partir da movimentação da reta é esperado que os alunos possam associá-lo à declividade da reta. Com auxílio desse recurso é possível compreender que o crescimento e decrescimento da função está diretamente ligado ao coeficiente que acompanha a variável x.

Em relação ao coeficiente b, também chamado de valor inicial, é esperado que a partir da visualização que o GeoGebra permite com auxílio do controle deslizante, o aluno consiga compreender que esse termo é a ordenada do ponto em que o gráfico da função cruza o eixo y. Pois, se consideramos x = 0, temos que f(0) = 0.x + b = b.

Conduzindo ao erro, os estudantes podem confundir ou não apresentar argumentação necessária para expressar tais ideias. Em relação ao coeficiente **a**, os alunos podem associar apenas a declividade da reta em relação ao eixo x, não conseguindo associar também ao crescimento e decrescimento. Já em relação ao coeficiente b, é possível que os estudantes percebam apenas a variação do gráfico apenas no eixo y. Dessa forma, ao olhar e preocupar-se com a movimentação gráfica alguns alunos tendem a não compreender que o valor interceptado no eixo corresponde ao coeficiente b.

Em relação as possíveis mudanças a fim de evitar tais erros é tornar o enunciado mais claro sugerindo uma sucessão de comandos a serem seguidos. Além disso, deixar claro que o aluno faça a análise observando o comportamento do gráfico e função descrita acima, que altera os valores dos coeficientes conforme a utilização do controle deslizante.

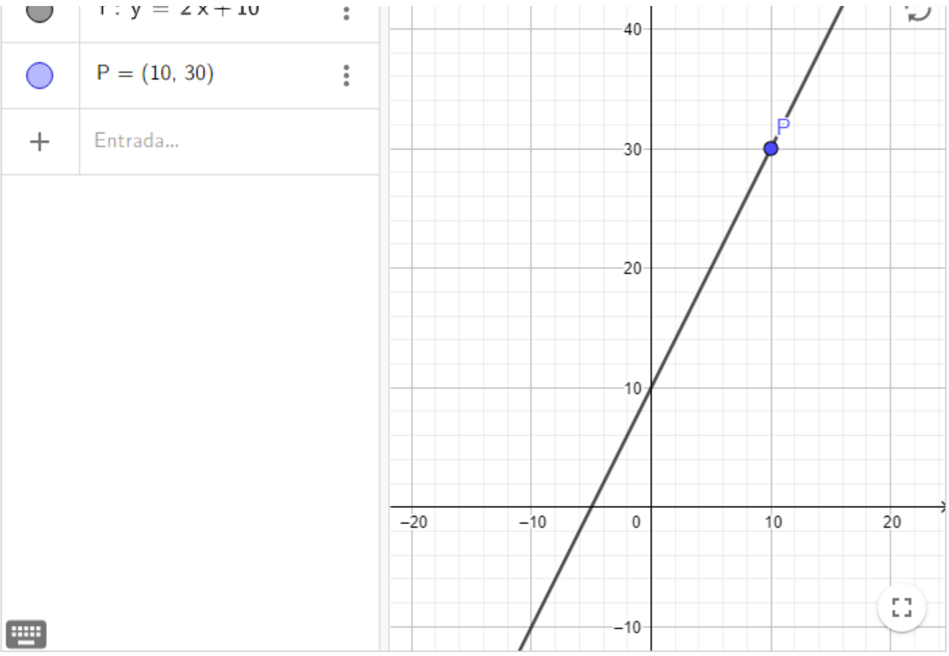
4.5.2 Análise a *priori* da situação 2

Essa atividade consiste em apresentar de forma contextualizada em um problema, elementos importantes para análise e construção do gráfico da função. Nesse sentido, ao relatar que na produção de x bolsas, uma empresa tem um custo variável de R$ 2,00 por cada unidade de bolsa mais um custo fixo de R$ 10,00, é proposto na alternativa a), que o aluno apresente a função que expressa o custo total na produção de x bolsas e utilize a janela de álgebra para determinar o gráfico da função.

Para responder de forma correta, é necessário que os estudantes tenham compreendido como os coeficientes da função afim interferem no gráfico. Esse domínio de conhecimento pode ser adquirido ao compreender de forma correta que foi proposto na atividade anterior (situação 1). Dessa forma, é necessário identificar a partir do enunciado quais são os coeficientes da função. Assim, o custo variável de R$ 2,00 trata-se da taxa de variação, ou seja, o coeficiente a. Enquanto o custo fixo refere-se ao termo independente da função o valor inicial. Sendo assim, o custo total em função da quantidade de x bolsas pode ser expresso da seguinte forma: $f(x) = 2x + 10$.

Em seguida, na alternativa b), pergunta-se qual o custo total na produção de 10 bolsas. Para resolver de forma correta, o enunciado deixa claro que é necessário apenas identificar o valor observando o gráfico. Conforme a imagem abaixo, é possível fazer essa análise sem necessitar efetuar o cálculo.

Figura 9 - Estratégia de resolução utilizando a janela de álgebra



Fonte: elaborado pelo autor

Chamamos de P o ponto cujas coordenadas são 10 e 30 respectivamente. Assim, para a produção de 10 bolsas (a quantidade é expressa no eixo x) temos um custo total de 30 reais (o custo total é expresso no eixo y). Feito o gráfico a partir da janela de álgebra, é necessário apenas informar na letra a) a lei de formação para esta função, e, na letra b) o valor equivalente na produção de 10 bolsas, ou seja, 30 reais. Vale ressaltar que não é necessário marcar o ponto P tal como fizemos, a marcação foi utilizada apenas para ajudar na visualização gráfica. Outra forma que os estudantes podem resolver, embora não seja para este momento a estratégia desejada, é atribuindo o valor de 10 na lei de formação da função. Ou seja, f(10) = 2. 10 + 10 = 30.

É comum que muitos estudantes não consigam compreender bem ou até mesmo identificar quais os coeficientes ditos de forma implícita no enunciado. Essa dificuldade apresentada conduz diretamente ao erro, por não saber identificá-los e consequentemente determinar a função. Para evitar tais erros quanto a relação dos coeficientes no gráfico, foi introduzido na abordagem teórica (OI_1) a discussão para favorecer essa compreensão com auxílio do próprio GeoGebra conforme mostrado na figura 4.

4.5.3 Análise a *priori* da situação 3

Para situação 3, é apresentado um problema contendo uma aplicação da função afim no nosso cotidiano. O clássico problema do táxi traz um recurso de animação muito interessante com auxílio do controle deslizante. O enunciado traz de forma bem contextualizada que a cada quilômetro rodado é cobrado R$ 1,20 mais o valor taxa fixa (bandeirada) no valor de R$ 5,00. Ao utilizar a animação no *applet* é informado a lei da formação da função que é expressa por f(x) 1,2x + 5.

Na letra a), pergunta-se qual o valor pago ao percorrer 9 km, enquanto que na letra b) quantos quilômetros são percorridos ao pagar um total de R$ 16,00. As estratégias corretas para essa resolução consistem em:

1) utilizar o recurso de controle deslizante para favorecer os dados obtidos através análise gráfica e responder no campo de resposta;

2) obter os valores de forma algébrica, ou seja, aplicando o valor numérico na função tanto para x = 9 ou x = 16. Após obter esses dados, devem ser confrontados com a análise

gráfica da animação, visto que no próprio enunciado é solicitado que faça uso do gráfico. Por fim, é necessário responder no campo destinado para resposta.

O aluno é conduzido ao erro para esse tipo de problema quando não compreende a relação de dependência entre os quilômetros rodados e o valor total pago (incluindo a bandeirada). Dessa forma, destacamos a ênfase necessária para trabalhar com esses conceitos durante a apresentação dialogada na OI_1 a fim de evitar essas de faltas de conexões entre os elementos do gráfico e o problema em questão.

4.5.4 Análise a *priori* da situação 4

Na situação 4, temos dois personagens de desenho animado situados em dois pontos distintos no plano e é solicitado que encontre os coeficientes da reta que passa entre eles. Em outras palavras, dados dois pontos distintos situados no plano cartesiano, é necessário encontrar a reta que contém esses pontos. Dessa forma é possível chegar à resposta correta a partir de duas estratégias de resolução:

1) Definido as coordenadas de cada ponto é necessário substituir os valores de x e y na lei de formação que define a reta: y = ax + b. Feito isso, é possível encontrar os valores de **a** e **b** a partir de um sistema de equações e digitar no campo de resposta.
2) Outra forma de encontrar os coeficientes é tendo clara a compreensão de que o coeficiente a é a taxa de variação, que pode ser obtido a partir através da seguinte forma:

Considerando P_1 (x_1 , y_1) e o P_2 (x_2, y_2) como os pontos em que estão situados os personagens no plano, temos que:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Em seguida, escolhendo qualquer um dos dois pontos, é necessário substituir o valor de x e y na lei de formação que define a reta e o valor de **a** encontrado anteriormente para determinar o valor de **b**. Feito isso, é preciso digitar os valores encontrados no campo de resposta.

O aluno pode desenvolver uma estratégia incorreta ao não compreender que dados dois pontos distintos existe uma única reta que passa por entre eles. Dessa forma, é necessário ter domínio das técnicas de operação de para determinar o valor dos coeficientes. Por essa razão, no momento de abordagem teórica, é destinado um tempo para discussão de como determinar a lei de formação da função dados dois pontos distintos.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Com essa proposta de atividade em nossa orquestração, ressaltamos uma metodologia de ensino que valorize todos os aspectos fundamentais para aprendizagem matemática efetiva. Para isso, é fundamental trabalhar em sala de aula definições formais, conceitos e cálculos que são fundamentais para compreensão desses fenômenos assim como apresentar suas aplicações em situações presentes no nosso cotidiano. É nessa perspectiva que as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) no componente matemática propõe.

> [...] um processo de ensino que valorize tanto a apresentação de propriedades matemáticas acompanhadas de explicação quanto a de fórmulas acompanhadas de dedução, e que valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, quer sejam de aplicação ou de natureza simplesmente teórica. (OCEM, 2006, p. 70).

Nesse sentido, percebemos que o modelo teórico utilizado forneceu elementos para análise e elaboração de práticas educativas sobretudo com integração de tecnologias para uma aprendizagem cada vez mais eficiente, promovendo a gênese instrumental dos alunos. Para fins de análise, levaremos em consideração a performance didática de nossa proposta, ou seja: [...] consiste na performance alcançada pelo cenário projetado, em que se faz possível, verificar a viabilidade das intenções e o sucesso da realização da orquestração instrumental. (DRIJVERS et al., p. 215 apud COUTO, 2015, p. 39).

Nesse sentido, também iremos considerar os elementos fundamentais durante a execução da nossa proposta, como os eventos imprevistos e as decisões *ad hoc* tomadas diante de tais situações. Além disso, analisar o feedback do aluno e os recursos de avaliação que foram utilizados para verificar se os estudantes desenvolveram sua gênese instrumental. Os elementos descritos em cada etapa nos auxiliaram para a análise de dados dessa pesquisa como ferramenta para validar nossa proposta (performance didática). Além, claro, de contribuir para aprendizagem da função afim visando a gênese instrumental dos estudantes.

5.1 DESCRIÇÃO

É necessário ressaltar que as orquestrações aconteceram com a presença da professora regente da turma atuando apenas como observadora. Inicialmente, na OI_1, foram explicados aos estudantes o planejamento das ações, bem como nossos objetivos didáticos que esperamos que alcancem. Dessa forma, como já haviam estudado o conteúdo de função afim iniciamos a discussão dos conceitos fundamentais partindo das principais dúvidas apresentadas. Os alunos se mostraram bastante participativos e questionaram sobre conceitos e procedimentos que não haviam compreendido. Por ser em ambiente virtual, muitos utilizaram o *chat* como recurso para interação e sanar as dúvidas, assim como boa parte preferiu também utilizar o microfone para interagir no momento da discussão.

Além disso, foi utilizado o *software* GeoGebra como artefato principal e um material elaborado em powerpoint (Apêndice) para auxiliar nas representações e registros dos principais conceitos discutidos. Nesse momento, também foram apresentados a interface inicial do programa, as principais funcionalidades e os recursos principais. A ocasião se mostrou muito eficaz, uma vez que os alunos tiveram oportunidade de conhecer o GeoGebra para testá-lo nas situações matemáticas propostas.

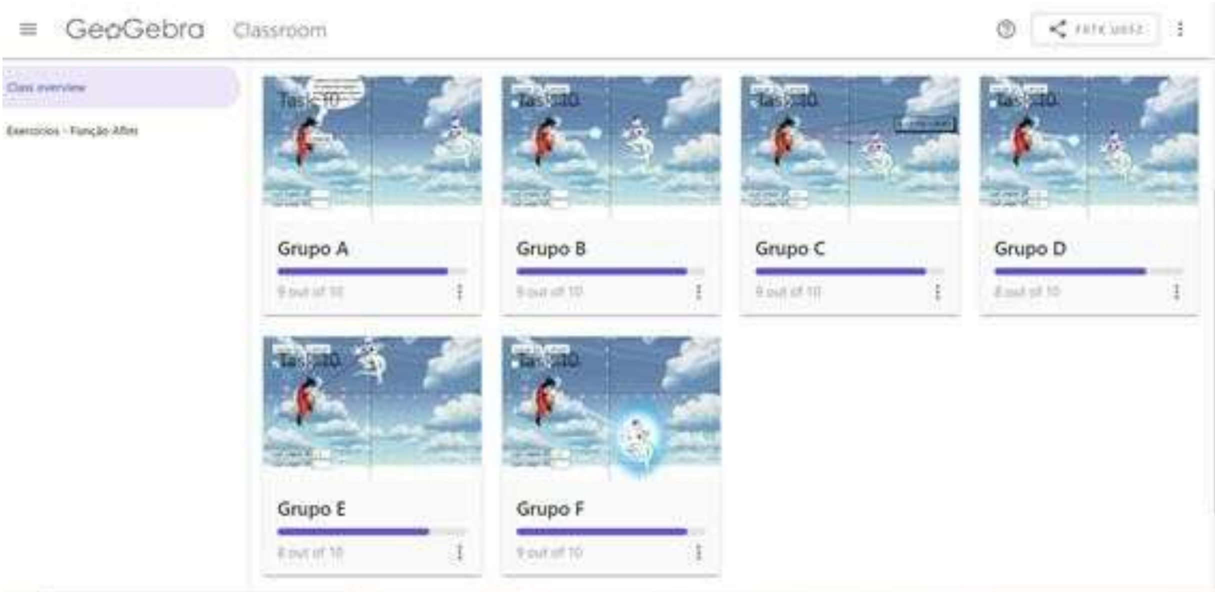
Após toda a abordagem teórica do conteúdo (OI_1) seguimos para os elementos que configuram a OI_2 que ocorreu logo em sequência. Neste momento, os comandos necessários foram informados como a gestão do tempo e dos recursos necessários. Para isso, a turma foi dividida em 5 grupos e, logo em seguida, foram disponibilizados os links para cada equipe. Ficou acordado que todos permaneciam na sala virtual onde aconteceu a OI_1 e as situações resolvidas em grupos colaborativos deveriam acontecer em suas respectivas salas. O professor regente (autor da pesquisa) destinou um tempo para estar presente em cada grupo de forma a sanar quaisquer dúvidas ou problemas relacionados à utilização do *software*. O tempo se mostrou bastante favorável para realização das atividades e à medida que os grupos iam finalizando, retornavam à sala virtual onde todos estavam presentes para informar o término e garantirem a presença na aula.

Com o intervalo de um dia após as orquestrações instrumentais imbricadas, aconteceu a OI_3 conforme planejado. Na semana em que esta pesquisa foi aplicada, todas as escolas da rede do estado estavam com as aulas presenciais suspensas em virtude do decreto do governo estadual. Dessa forma, a OI_3 aconteceu sem a participação integral dos alunos. Mesmo assim, os seis grupos formados não precisaram ser desfeitos pois havia 3 ou 4 alunos em cada um.

Assim, caracterizamos este momento de socialização dos grupos de fundamental importância para o processo de institucionalização do conhecimento.

Para essa realização dessa proposta, utilizamos o ambiente virtual criado no GeoGebra onde ficou registrado as respostas de cada grupo.

Figura 10 - Sala virtual criada no GeoGebra



Fonte: do autor

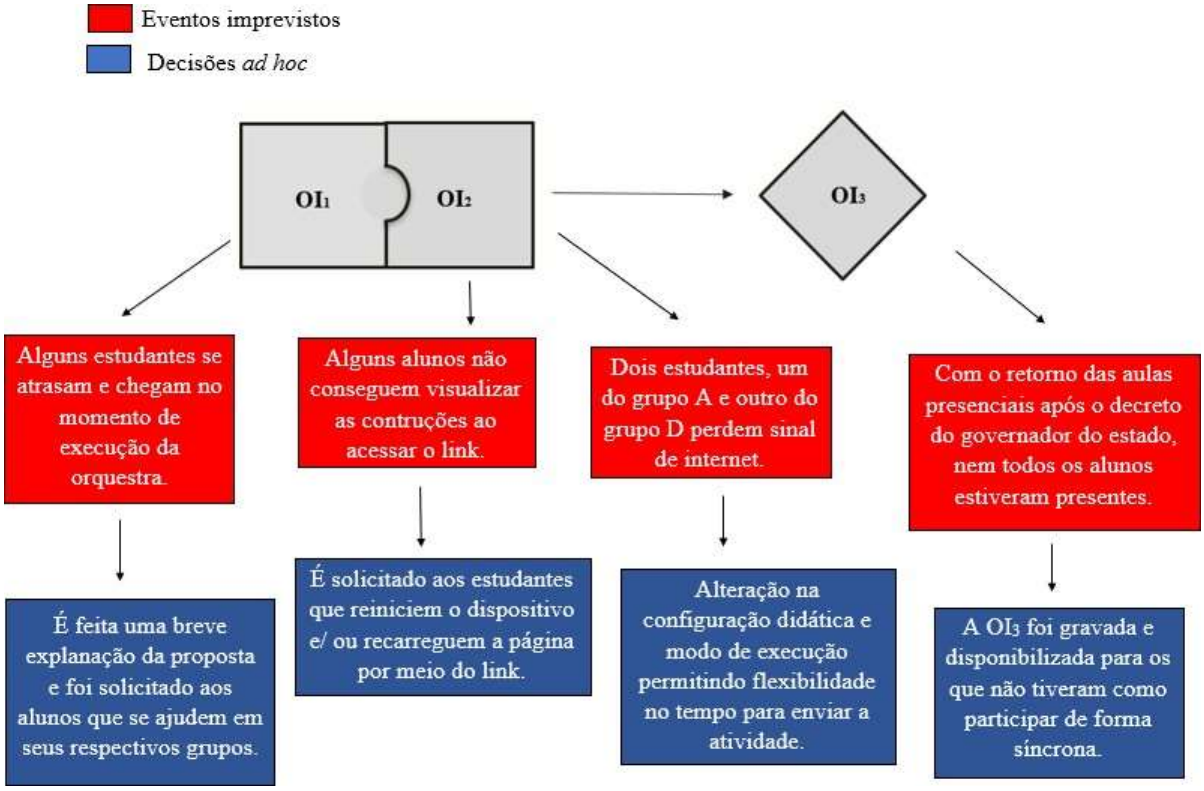
Esse recurso serviu de apoio para a apresentação e sistematização dos resultados de cada grupo, pois foi possível discutir e analisar as estratégias utilizadas durante a resolução das situações. Caracterizamos este momento de síntese fundamental para concretização dos nossos objetivos didáticos, uma vez que a partir da interação e compartilhamento dos conhecimentos mobilizados os estudantes puderam internalizá-los.

5.2 EVENTOS OBSERVADOS DURANTE AS ORQUESTRAÇÕES

Ao desenvolver e executar um modelo de aula ou métodos de abordagem, sabemos que eventos imprevistos acontecem e fazem parte da dinâmica da sala de aula. Por esse motivo, ao elaborar uma proposta didática baseada nos pressupostos da Orquestração Instrumental é possível antecipar e analisar a postura enquanto professor para agir diante de tais imprevistos de forma que não haja prejuízo nas intenções didáticas previamente definidas.

Dessa forma, apresentamos na figura a seguir um esquema, adaptado de Lucena (2018), no qual é descrito os eventos imprevistos em vermelho, e as decisões *ad hoc* tomadas diante desses imprevistos em azul.

Figura 11 - Eventos externos observados durante as Orquestrações



Fonte: adaptado de Lucena (2018).

No momento de execução da OI_1 foi observado que alguns alunos chegaram no momento de discussão teórica do conteúdo. Por essa razão, foi necessário fazer uma breve explicação sobre o que estava sendo proposto a toda turma. Além disso, foi solicitado que os alunos se ajudassem mutuamente durante a resolução das atividades em grupos colaborativos. Assim, a estratégia em dividir a turma em pequenos grupos foi tomada com o objetivo de que a partir da interação entre eles, fosse possível favorecer a discussão e a reflexão dos conceitos a partir das situações propostas. Nesse sentido, qualquer dificuldade ou impossibilidade que surgisse, o trabalho em grupo se mostra como uma forma em que é possível estabelecer ajuda mútua entre os membros da equipe.

Na OI_2 tivemos dois eventos imprevistos que aconteceram. No momento em que o link da atividade foi liberado para acesso, alguns alunos que estavam utilizando o *smartphone* não conseguiam visualizar as construções do GeoGebra, ou seja, não eram carregadas. Dessa forma, no momento em que o professor regente esteve na chamada de cada grupo foi solicitado aos que apresentaram essa dificuldade que reiniciassem o aparelho, fechar todas as abas abertas e recarregar a atividade com o link. Feito isso, foi observado que a partir dessas medidas os alunos não apresentaram mais essa dificuldade. Vale ressaltar que além de passar por cada grupo, o professor regente esteve disponível durante todo o tempo na chamada principal onde ocorreu a OI_1. Nesse momento, foi informado pelos membros das equipes A e D que um dos componentes de cada grupo perdeu sinal de internet. Dessa forma, foi decidido flexibilizar o tempo para entrega da atividade, desde que os membros do grupo se juntem novamente de forma que todos estejam presentes de maneira síncrona.

Por fim, na OI_3, caracterizamos a mudança de horário e distribuição dos alunos nas turmas como outro evento imprevisto. Vale lembrar que a aplicação desta pesquisa se deu em contexto de pandemia marcado por um período de intensas instabilidades. Por essa razão, nem todos os estudantes estavam presentes neste momento em virtude do decreto do governador do estado liberando o retorno às aulas presenciais. Dessa forma, a escola necessitou reorganizar a distribuição dos alunos de cada turma de forma a cumprir com as medidas sanitárias com as aulas em formato híbrido. Mesmo diante dessa situação, era inviável marcar outro momento em que todos os alunos estivessem disponíveis pois foram arranjados em outros grupos para rodízio de aulas nesse sistema. Foi decidido, então, executar a OI_3 mesmo com a turma reduzida, pois nenhum grupo ficou desfeito, ou seja, cerca de 1 ou 2 alunos não estavam presentes em cada equipe. Além disso, toda essa orquestração foi gravada a partir do recurso disponível no próprio *Google Meet* de forma a tornar como atividade assíncrona para os demais estudantes que não estavam presentes terem acesso à discussão.

Todas essas decisões tomadas a partir dos eventos detalhados acima se mostraram benéficas para o desenvolvimento de cada orquestração a partir das reações dos alunos. Essas ações se mostraram propícias uma vez que não alteraram o planejamento inicial e não impediram a gênese instrumental dos alunos.

5.3 ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS EM CADA SITUAÇÃO

Neste tópico iremos analisar como se deu o processo de construção do conhecimento sobre os conceitos fundamentais no estudo da função afim. Para isso, iremos apresentar as principais estratégias e dificuldades que foi possível perceber a partir dos registros de cada equipe e no momento de socialização das respostas em cada situação. Ou seja, será feita uma análise com base nos momentos em que os alunos utilizaram o *software* (OI_2) e durante a sistematização das atividades (OI_3).

Vale ressaltar que todas as estratégias utilizadas, corretas ou não, foram retomadas após o momento de apresentação dos grupos de forma que os alunos percebessem como se deu o processo de construção de seu próprio conhecimento e quais esquemas desenvolveram.

5.3.1 Situação 1

Para a situação 1 (S1), foi dada uma função genérica e com auxílio da ferramenta do controle deslizante era necessário que os estudantes visualizassem a alteração do gráfico a partir da variação dos coeficientes. Através dos registros e da apresentação dos grupos foi possível perceber que a maioria dos estudantes conseguiram compreender o significado dos coeficientes na alteração do gráfico. A seguir, apresentamos o argumento utilizado pelos estudantes do grupo B.

Figura 12 - Resolução apresentada pelo grupo B na situação 1 (S1).

a) *Analisando o comportamento do gráfico, é possível observar alguma mudança quando mudamos o valor de **a** para valores maiores que 0? E quando alteramos para valores menores que 0?*

quando aumentamos o valor do coeficiente a, existe uma inclinação na reta em relação ao eixo x; e quando diminuímos acontece o mesmo processo. Já quando o valor de a é maior que 0 a função é crescente, e quando o valor de a é menor que 0 a função é decrescente.

b) *De forma análoga, o que acontece com o gráfico quando variamos o valor de **b**?*

o valor do coeficiente b determina o valor onde a reta corta em y , então sempre que o valor de b mudar, esse valor vai determinar exatamente o valor onde a reta corta o eixo y.

Fonte: Protocolo do Grupo B

Percebemos que, através do argumento apresentado, os estudantes conseguiram compreender que o coeficiente **a** não só está associado à inclinação da reta, como também é um elemento para identificar se a função é crescente (quando $a > 0$) ou decrescente (quando $a < 0$).

Além disso, verificamos que o GeoGebra se mostrou como um artefato bastante eficaz para análise e visualização gráfica, principalmente, quando os alunos alteram o valor do coeficiente linear da função e percebem que a reta intercepta exatamente neste valor no eixo das ordenadas (eixo y). Eles conseguiram transformá-lo em um instrumento de análise e visualização gráfica.

No entanto, o Grupo D, mesmo com auxílio da construção não foi possível responder de forma correta a situação proposta, bem como, compreender como os coeficientes interferem no gráfico. O argumento utilizado pelos estudantes dessa equipe caracteriza-se como uma resposta vaga e incompleta, conforme mostra a figura abaixo.

Figura 13 - Resolução apresentada pelo grupo D na situação 1 (S1).

a) *Analisando o comportamento do gráfico, é possível observar alguma mudança quando mudamos o valor de* **a** *para valores maiores que 0? E quando alteramos para valores menores que 0?*

quando alteramos o valor de a, o gráfico se torna uma reta crescente e se diminuímos se torna decrescente.

b) *De forma análoga, o que acontece com o gráfico quando variamos o valor de* **b** *?*

há uma mudança na angulação.

Fonte: Protocolo do grupo D

Em relação à mudança no coeficiente **a**, percebemos que a partir da resposta apresentada, os alunos tomaram por base que aumentar qualquer valor se torna positivo, da mesma forma quando um valor é diminuído torna-se negativo. Em outras palavras, aumentar o valor do coeficiente **a** assim como diminuí-lo não garante que a função seja classificada como crescente ou decrescente. Outro fator observado também é que não associaram o coeficiente à declividade da reta à medida que alteramos seu valor. Conforme a imagem, os estudantes confundiram essa característica com a do coeficiente linear.

5.3.2 Situação 2

A situação 2 (S2) requer que os alunos identifiquem no enunciado os elementos que configuram a lei de formação da função que modela o problema. Assim, foi percebido que a maioria dos grupos conseguiram responder e argumentar de forma correta. A seguir, apresentamos a resolução do grupo A (GA), que se caracteriza como a estratégia de resolução dos demais grupos que responderam de forma correta.

Figura 14 - Resolução apresentada pelo grupo A na situação 2 (S2).

a) A função que determine o custo da produção de x bolsas. Escreva e represente graficamente logo abaixo.

F(x)=2x + 10

b) A partir do gráfico que você construiu determine o o custo total na produção de 10 bolsas.

2 • 10 + 10 =
20 + 10=
R$30,00

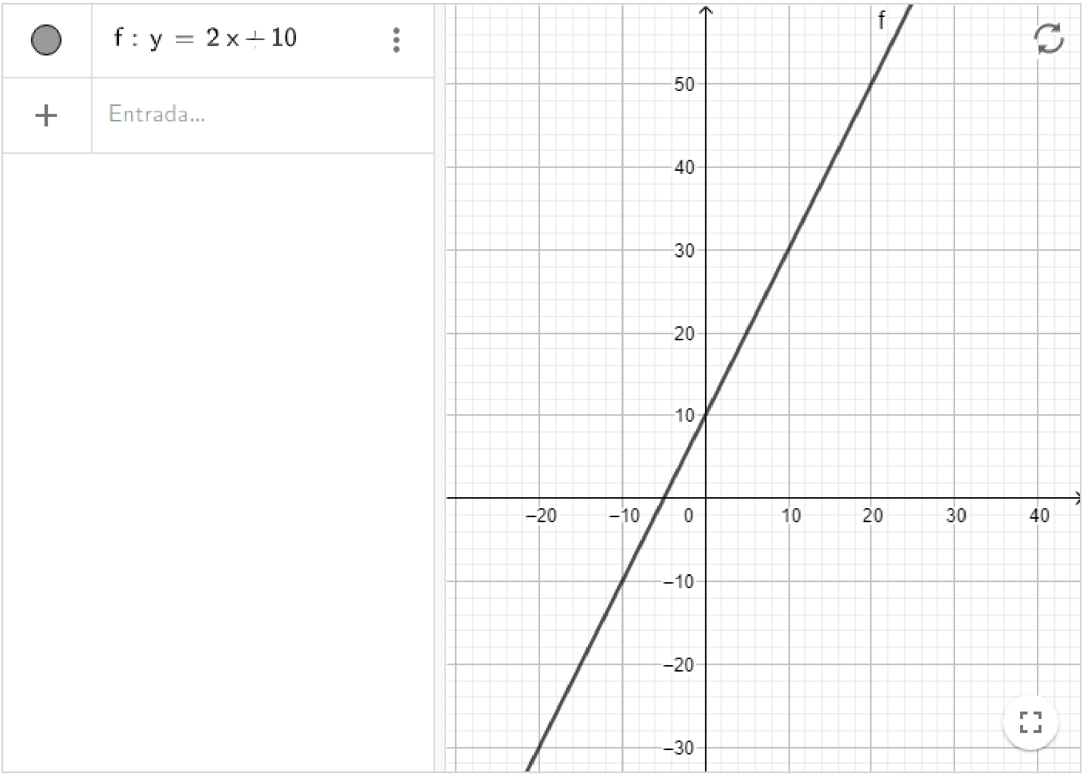
Fonte: Protocolo do Grupo A

Além de identificar os elementos da função que modela esse problema, é necessário plotar o gráfico no próprio GeoGebra, e com isso, responder as alternativas apenas por meio da análise gráfica. No entanto, o que difere a resolução do grupo A em relação aos demais que acertaram foi a maneira que responderam a alternativa b. Percebemos que mesmo esboçando o gráfico de forma correta, os estudantes substituíram o valor na função e determinaram por meio de cálculos, e no próprio enunciado é solicitado que encontre o valor a partir do gráfico construído.

No momento de socialização, ficou claro durante a apresentação desse mesmo grupo, que não conseguiram extrair a resolução a partir da análise gráfica, apenas por meio dos cálculos. Em outras palavras, os estudantes não apresentaram conexões entre os elementos gráficos e os cálculos apresentados no momento em que foram confrontados durante a apresentação. A partir do gráfico a seguir (Figura 12), percebemos que é possível visualizar o

Figura 15 - Gráfico apresentado pelo grupo A

custo total na produção de 10 bolsas, ou seja, quando x = 10 temos que y = 30.



Fonte: Protocolo do Grupo A

Ainda, destacamos nessa mesma situação, que apenas o grupo C apresentou estratégias incorretas durante a resolução. Foi percebido que não conseguiram identificar corretamente os coeficientes a partir do enunciado da questão. Desse modo, ao invés de determinarem a função f(x) = 2x + 10, o grupo definiu a função para este problema como f(x) = 10x + 2. Com isso, ficou evidente que o grupo não conseguiu associar o coeficiente **a** com o termo variável da função assim como associar o coeficiente **b** com o termo fixo. Consequentemente, o resultado da alternativa b também se apresenta incorreto no valor 102. No entanto, percebemos que mesmo apresentando a resposta incorreta, os estudantes reconhecem o valor da função ao atribuir um valor para x.

5.3.3 A situação 3

A situação 3 (S3), foi elaborada com a ajuda do *applet* disponível no próprio GeoGebra em que traz uma animação dentro do plano cartesiano descrevendo a função que determina o custo de uma corrida de táxi. Uma alternativa solicitou o valor do custo ao percorrer um trajeto de 9 km enquanto na outra se seria possível determinar quantos quilômetros foram percorridos ao pagar um total de R$ 16,00.

Com auxílio da animação junto ao controle deslizante, todos os grupos responderam a situação de maneira adequada. Nesse sentido, com o gráfico interativo é possível identificar o que é solicitado na questão sem precisar desenvolver os cálculos.

Concluímos que o objetivo da atividade foi devidamente alcançado, uma vez todos os grupos conseguiram compreender de forma contextualizada como a função afim está presente no cotidiano e, também, relacionar os elementos gráficos (coeficientes, imagem, relações de dependência).

No momento de discussão, foi apresentado aos estudantes como obter as respostas com os cálculos, substituindo os valores dados na função. Dessa forma, os alunos puderam perceber e relacionar os valores obtidos a partir da análise gráfica e, também, com os cálculos.

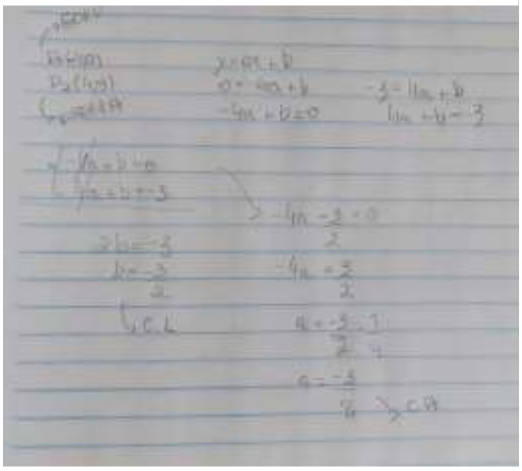
5.3.4 A situação 4

Por fim, na situação 4 (S4), como se tratava de um problema em que era necessário efetuar cálculos para determinar os coeficientes da função a partir de dois pontos distintos no plano, os grupos apresentaram dificuldades para expressar as estratégias utilizadas para resolução.

Dessa forma, caracterizamos como decisão *ad hoc* no momento de apresentação, a utilização do recurso *Jamboard* para que os estudantes pudessem compartilhar a resolução dessa atividade. Esse recurso, próprio do *Google*, trata-se de uma lousa interativa em que é possível compartilhar, editar, adicionar textos, fotos e dentre outras funcionalidades.

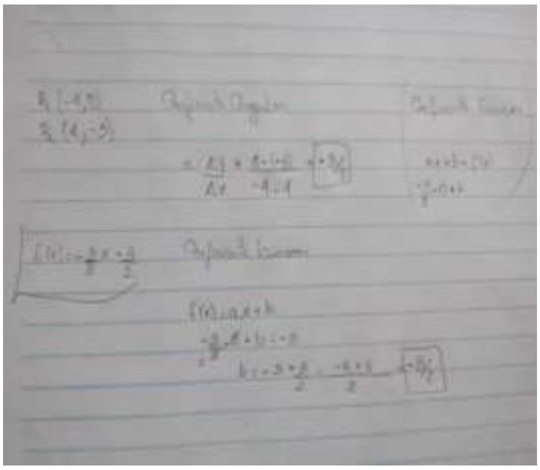
As reações dos estudantes se mostraram bastante positivas, pois foi possível compartilhar e apresentar as resoluções para todos no momento de discussão sobre o problema em questão. A seguir, trazemos duas resoluções classificadas como corretas que foram apresentadas por dois grupos.

Figura 17 - Resolução apresentada pelo grupo B



Fonte: Protocolo do grupo B

Figura 16 - Resolução apresentada pelo grupo E



Fonte: Protocolo do grupo E

soluções apresentadas entre esses dois grupos, percebemos que o grupo B encontrou os coeficientes ao substituir os valores das coordenadas dos pontos na lei de formação da função por meio de um sistema de equações. Já em relação ao grupo E, é possível analisar que os estudantes encontraram os coeficientes da função aplicando o conceito de taxa de variação.

Vale ressaltar que, dentre os grupos que acertaram este problema, apenas o grupo E apresentou essa estratégia de resolução. Os demais grupos que não acertaram, alegaram não saber desenvolver o cálculo para encontrar os valores dos coeficientes. Mesmo com o recurso de ajuda disponível no *applet* não foi possível desenvolver o raciocínio necessário.

5.4 A GÊNESE INSTRUMENTAL

Ao desenvolver e aplicar uma proposta de abordagem, seja de qualquer conceito ou área do conhecimento, buscamos primeiramente favorecer o processo de aprendizagem dos estudantes, por meio da gênese instrumental deles com o Geogebra para resolução de situações de função afim. Esse processo busca compreender como os estudantes (instrumentistas) mobilizam seus conhecimentos e desenvolvem os esquemas quando confrontados diante de uma situação proposta.

Nesse sentido, durante as vivências nas orquestrações descritas, os estudantes conseguiram desenvolver as regras de ação[2] necessárias para utilização do GeoGebra como instrumento. Percebemos também nesta análise, que alguns estudantes apresentaram

[2] As regras de ação constituem como um dos ingredientes da noção de esquema. Portanto, as regras de ação caracterizam-se como fonte geradora de um esquema e na continuidade da sequência de ações do sujeito.

dificuldades na compreensão dos coeficientes e o que representam no gráfico da função afim. Acreditamos que essa lacuna apresentada esteja associada a faltas de conexões entre os elementos gráficos e algébricos da função afim. Ou seja, tanto para construção quanto para identificação da função a partir de um gráfico, é necessário compreender o que os coeficientes significam e o que representam na função afim.

No entanto, durante o momento de apresentação, alguns grupos alegaram que a situação 1 (S1) ajudou de forma significativa na estratégia de resolução da situação 2 (S2). Com o recurso de controle deslizante atrelado à situação 1, foi possível perceber o comportamento do gráfico a partir da variação dos coeficientes. Assim, ficou evidente que com essa percepção, os estudantes conseguiram associar os elementos gráficos presentes no enunciado da questão e atribuindo-lhes os significados corretos.

Além disso, durante a institucionalização do conteúdo em que a discussão foi aberta a todos os grupos, vários conceitos fundamentais no estudo da função afim emergiram. Nesse sentido, foi possível compreender como os estudantes desenvolveram seus próprios esquemas para resolução das situações matemáticas propostas em seus respectivos grupos colaborativos. Consideramos, pois, que a maioria dos estudantes envolvidos nas orquestrações instrumentais conseguiram atingir os objetivos de aprendizagem que foram devidamente delineados para execução de toda nossa proposta de abordagem.

Dessa forma, a utilização do *software* de geometria dinâmica contribuiu na compreensão desses conceitos, permitindo um certo grau de liberdade para que os alunos pudessem aprimorar e testar cada vez mais os conhecimentos matemáticos. Ainda, foi possível desenvolver com os alunos procedimentos e técnicas que não se atenham apenas aos formalismos e abstrações do campo de estudo mencionado, mas que contribuíram para guiar os aprendizes no desenvolvimento da gênese instrumental. Além disso, buscamos ressaltar a importância da tecnologia como aliada ao processo de ensino e aprendizagem, possibilitando mudanças significativas na dinâmica da sala de aula, além, claro, de minimizar os impactos da exclusão digital e promover o interesse e a motivação dos alunos durante as aulas de Matemática.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dessa pesquisa, buscamos como desenvolver e validar uma proposta de abordagem da função afim com auxílio do GeoGebra baseada no modelo teórico Orquestração Instrumental (OI). Para tanto, buscamos responder nossa questão de pesquisa: Como promover uma metodologia de ensino diferenciada que promova a aprendizagem nos principais conceitos no estudo da função afim?

Com o advento da tecnologia e das transformações na sociedade, é inevitável repensar em novas metodologias que integrem a tecnologia à prática docente. Diante disso, nossa proposta de intervenção se baseou na perspectiva de aprendizagem matemática mediada por tecnologias como o *software* de geometria dinâmica GeoGebra. Esse pressuposto revela a importância em pensar e desenvolver abordagens de ensino que se utilizem de tecnologias para o desenvolvimento efetivo no processo de ensino e aprendizagem.

Em virtude do contexto de pandemia no qual esta pesquisa se encontra, caracterizamos como limitações à necessidade dos estudantes estarem conectados a partir de um bom sinal de internet, bem como, dispor de aparelhos tecnológicos que permitam o acompanhamento das atividades síncronas. Mesmo adaptando as propostas de atividades e sendo possível, portanto, participar e interagir através do celular, percebemos que a participação e o desempenho não são tão eficazes quando temos a disponibilidade de utilizar um computador ou *notebook*. Além disso, vale ressaltar que a proposta de ensino aplicada só foi possível, em parte, pois os estudantes foram bastante participativos e interagiram em atividades que lhe são propostas mesmo no contexto de aulas remotas. Portanto, afirmamos a necessidade de conhecer e analisar o perfil da turma ao planejar uma prática pedagógica, pois é necessário a participação e engajamento para execução das atividades.

Mesmo diante dessas limitações, percebemos que em todas as orquestrações vivenciadas os estudantes demonstraram interesse e motivação para participar e aprender sobre o que era proposto. Ao final do momento de socialização dos grupos, um espaço de fala foi aberto para que todos pudessem expor suas opiniões com intuito de obtermos *feedback* a partir dos relatos sobre a proposta de atividade. Concluímos que os estudantes se mostraram bastante satisfeitos em suas falas, pois foi possível aprender vários conceitos que já vinham sendo trabalhados com a professora regente da turma. Além disso, muitos relataram que a proposta em si ajudou bastante para revisão dos conteúdos que estarão disponíveis nos testes de recuperação paralela.

Outro fator muito importante observado se refere às interações dos alunos com o *software* utilizado. Percebemos que durante os relatos, os componentes do grupo se ajudaram mutuamente e, mesmo aqueles que tiveram dificuldades no início, caracterizaram o GeoGebra como um programa fácil de ser utilizado e que ajuda bastante na aprendizagem a partir de seus recursos de visualização gráfica.

Caracterizamos como perspectiva para pesquisas futuras, a aplicação dessa proposta de ensino em ambiente totalmente presencial com a efetiva interação entre todos os sujeitos aprendizagem. Dessa forma, afirmamos a possibilidade de adaptação desta abordagem para o ensino presencial desde que todos tenham acesso ao *software* na sala de aula ou seja realizada em instituições que possuam espaços com computadores disponíveis para os estudantes.

Por fim, propomos com esse estudo, contribuir nas pesquisas na área de Educação Matemática e, sobretudo, trazer nossas considerações a respeito da Orquestração Instrumental como modelo teórico fundamental para estruturação e aplicação de abordagens de ensino em qualquer área do conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, D. **Representações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem da Função Afim com uso do software GeoGebra**. 2016. 111f. Dissertação. Centro Universitário Univates. Programa de Pós-Graduação em Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas. Lajeado, RS.

ALMEIDA, V.; PIMENTA, A. C. Tendências da Educação Matemática e suas Aplicações com a CTS. **Revista EVS-Revista de Ciências Ambientais e Saúde**, Goiânia, v. 41, n. 1, p. 151-163, 2014.

ARAÚJO, W. A.; SILVA, V. O Geogebra: Uma experimentação na análise dos coeficientes de uma função afim. **Revista Fórum Identidades**, Itabaiana, v.17, n. 17, p. 181-202, jan.-abr. 2015.

ARRUDA, F. S.; FERREIRA, R. S.; LACERDA, A. G. Letramento Matemático: um olhar a partir das competências matemáticas propostas na Base Nacional Comum Curricular no Ensino Fundamental. **Ensino de Matemática em debate**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 156-179, 2020. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/48745. Acesso em: 5 de outubro de 2020.

BERVIAN, S. M.S. **Ensino de função polinomial do 1º grau: uma proposta com uso do GeoGebra.** 2015. Monografia. 28f. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática. Curso de Matemática, Mídias Digitais e Didática: tripé para formação do professor de matemática.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 22 de setembro de 2020.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/introducao.pdf. Acesso em: 15 de setembro de 2020.

______. **Orientações Curriculares para o ensino médio, ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

CAMPOS, G. C.; DA SILVA, J. R. Construção de gráficos de uma função polinomial do 1º grau com a utilização do geogebra: uma análise de registros feitos por estudantes de 1º ano do ensino médio. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 5, n. 6, p. 4651-4659, jun. 2019.

D’AMBROSIO, B. S. Como ensinar Matemática hoje? **Temas e Debates.** SBEM. Ano II. n. 2. Brasília. 1989. P. 15-19.

DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVMEIJER, K. TheTeacher and the Tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathemathics classroom. Educacional Studies in Mathematics, v. 75, n. 2, p. 213-234, 2010.

MATOS, F. C. et al. Funções afins elucidadas no software geogebra. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 6, n. 7, p. 49039-49049, jul. 2020.

ECHER, I. C. A revisão de literatura na construção do trabalho científico. **Revista gaúcha de enfermagem.** Porto Alegre, v. 22, n. 2 (jul. 2001), p. 5-20, 2001.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.; A., MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... A educação algébrica elementar. **Pró-Posições**, v. 4, n. 1(10), p. 78-91, mar. 1993.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI, J. R; JUNIOR, J. R. G; BONJORNO, J. R.; SOUZA, P. R. C. 360° Matemática Fundamental: Uma nova abordagem. volume único 2. ed. FTD, São Paulo, 2015.

GOMES, C. M. **Modelagem Matemática com o GeoGebra: possibilidades e limitações para o estudo de função afim no Ensino Médio**. 2016. 72f. Monografia. Universidade Federal da Paraíba. Rio Tinto, PB.

LOPES, T. B.; COSTA, A. B.; DE OLIVEIRA, R. de F. S. Estudo dos coeficientes da função afim por meio do software GeoGebra. In: **II Jornada de estudos em Matemática**, n. 2, Marabá, Relato de experiência, p. 184 – 193, set. 2016.

LUCENA, R. **Metaorquestração Instrumental: um modelo para repensar a formação de professores de matemática.** 2018. 383 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2018.

LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. Teoria da orquestração instrumental: um olhar para a formação docente**. I Simpósio Latinoamericano de Didática da Matemática,** v. 1, 2016.

LUCENA, R.; GITIRANA, V.; TROUCHE, L. O ensino de matemática com recursos digitais: um olhar sobre aulas à luz da Orquestração Instrumental. **Ensino de Matemática em debate**, São Paulo, v. 5, n. 3, p. 238-261, 2018.

PEREIRA, R. S. G.; DAMIN, W. ; DA SILVA, A. P. A aprendizagem do conceito de função afim com auxílio do software GeoGebra. **Revista Dynamis,** v. 20, n. 2, p. 57-73, 2015.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco**. Matemática. Recife: Secretaria de Educação. 2008a

PINHEIRO, N. A. M.; BAZZO, W. A. **Educação crítico–reflexiva para um Ensino Médio científico tecnológico: a contribuição do enfoque CTS para o ensino–aprendizagem do conhecimento matemático**. Florianópolis, 2005. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina.

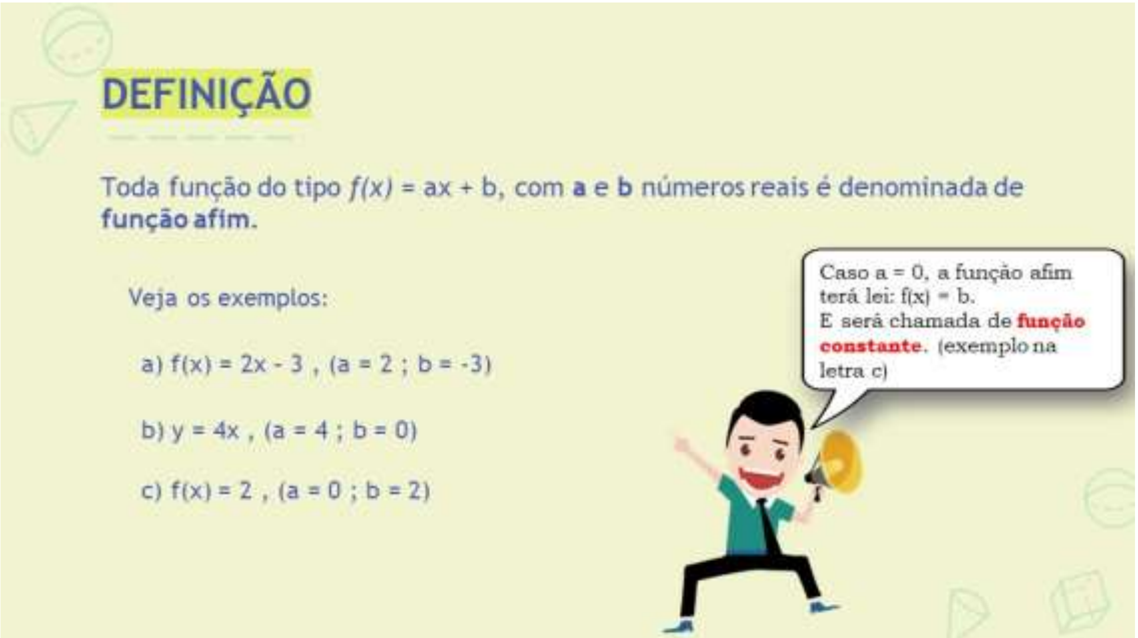
PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, p. 3-9, 1990.

SILVA, M. H. M.; REZENDE, W. M. Análise histórica do conceito de função. **Caderno Dá**, v.2, p.29 – 33, 1999.

SOUZA, A. M. **A Sequência Fedathi para uma Aprendizagem Significativa da função afim: uma proposta didática com o uso do software Geogebra.** 2015. 157f. Dissertação. Universidade Federal do Ceará. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Fortaleza, CE.

SOUZA, A. M.; SOUSA, J. P.; CRUZ, T. C. Aprendizagem significativa da função afim com o auxílio do software Geogebra: uma proposta didática. **VI Fórum Internacional de Pedagogia**. Santa Maria, RS, 2014.

APÊNDICE – MATERIAL ELABORADO NO *POWER POINT*



A função afim engloba várias funções, que são:

1) Função polinomial do 1º grau: de domínio $D \subset \mathbb{R}$, cuja lei é do tipo $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$.

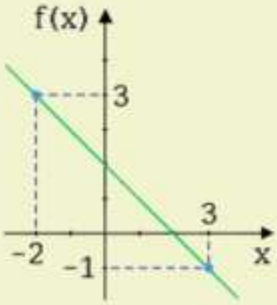
2) Função linear: quando $b = 0$ isso implica em $f(x) = ax$.

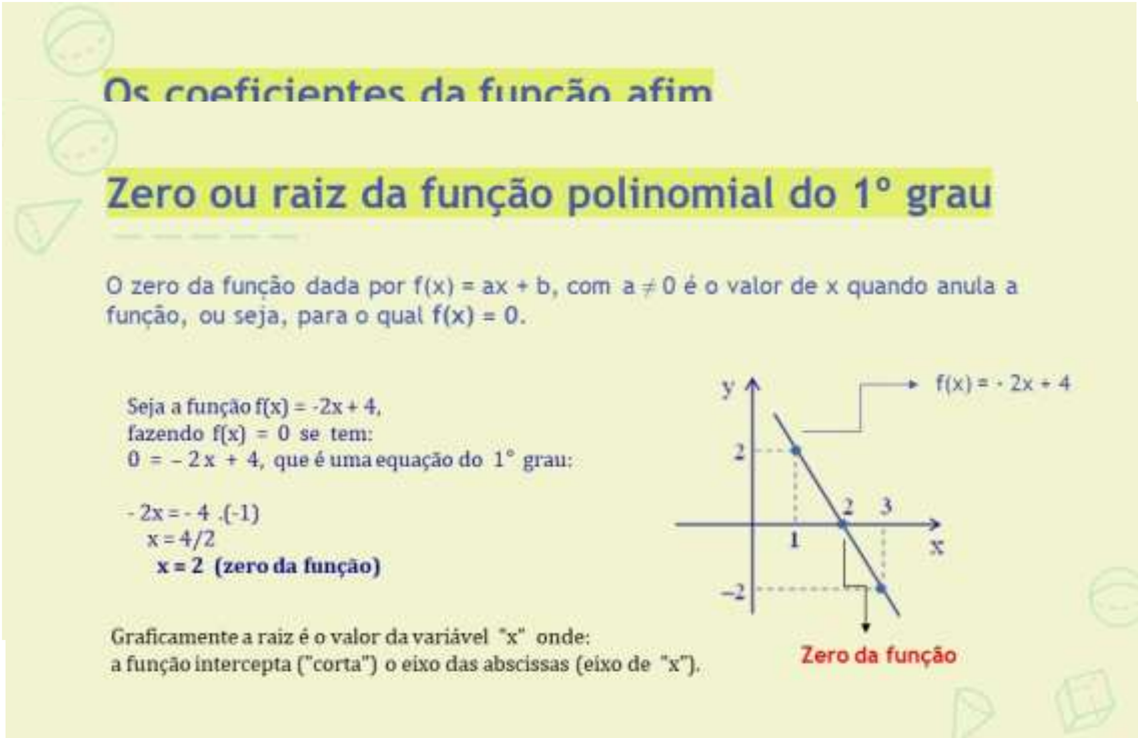
3) Função identidade: quando $a = 1$ e $b = 0$ teremos $f(x) = x$.

4) Função constante: quando $a = 0$ temos que $f(x) = b$.

Gráfico da Função

O gráfico cartesiano da função afim é uma reta. Ele pode ser obtido representando-se dois pontos distintos de *f* e traçando-se a reta que passa por eles.




Os coeficientes da função afim
Zero ou raiz da função polinomial do 1° grau
O zero da função dada por f(x) = ax + b, com a ≠ 0 é o valor de x quando anula a função, ou seja, para o qual f(x) = 0.
Seja a função f(x) = -2x + 4,
fazendo f(x) = 0 se tem:
0 = – 2 x + 4, que é uma equação do 1° grau:
- 2x = - 4 .(-1)
x = 4/2
x = 2 (zero da função)
Graficamente a raiz é o valor da variável "x" onde:
a função intercepta ("corta") o eixo das abscissas (eixo de "x").
f(x) = - 2x + 4
y
x
2
1
2
3
–2
Zero da função