UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS DO AGRESTE
NUCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

CÉSAR MENEZES DA SILVA

O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS DO ENSINO DE GEOMETRIA: As potencialidades do uso do Geoplano

CARUARU
2021

CÉSAR MENEZES DA SILVA

O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS DO ENSINO DE GEOMETRIA: As potencialidades do uso do Geoplano

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientador: Professora Doutora Cristiane de Arimatéa Rocha

CARUARU
2021

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Maria Regina Borba - CRB/4 - 2013

S586u Silva, César Menezes da.
O uso de materiais manipuláveis no ensino de geometria: as potencialidades do uso do geoplano. / César Menezes da Silva. – 2021.
43 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA**,** Matemática – Licenciatura**,** 2021.
Inclui Referências.

1. Geometria - Ensino. 2. Professores de matemática. 3. Conhecimento e aprendizagem. 4. Material didático. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2021-213)

CÉSAR MENEZES DA SILVA

O USO DE MATERIAIS MANIPULÁVEIS DO ENSINO DE GEOMETRIA: As potencialidades do uso do Geoplano

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em: 03/09/2021.

BANCA EXAMINADORA:

_____

Profa. Cristiane de Arimatéa Rocha
(Orientadora)

_____

Prof. Marcilio Ferreira dos Santos
(Examinador Interno)

_____

Profa. Lidiane Pereira de Carvalho
(Examinadora Externa)

RESUMO

O processo de ensino e aprendizagem de Geometria é um grande desafio tanto para professores quanto para alunos dos mais diferentes níveis. A presente investigação tem por objetivo analisar aspectos sobre as pesquisas que utilizam como recurso o Geoplano como sequência didática nas aulas de geometria em turmas do ensino fundamental e médio. Para isso, foi realizado uma busca na plataforma online do Google Acadêmico, onde foram analisados os artigos publicados entre 2016 e 2021, usando os indexadores “Geoplano”, “geometria” além de busca em livros de autores da área. Tratando-se de uma pesquisa de característica exploratória e qualitativa. Ao final, conclui-se que é preciso criar incentivos e cursos de capacitação para que os professores de Matemática estejam atualizados e tenham conhecimento de novas metodologias, e, também, adquiram o conhecimento necessário sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria. Afinal, no ensino da Matemática ou da Geometria o professor que busca o uso dos materiais manipuláveis pode obter excelentes resultados de seus alunos.

Palavras-chave: Matemática. Geometria. Geoplano.

ABSTRACT

The teaching and learning process of Geometry is a great challenge for both teachers and students of different levels. The present investigation aims to analyze aspects of research that use the Geoplan as a resource as a didactic sequence in geometry classes in elementary and high school classes. For this, a search was performed on the online platform of Google Scholar, where articles published between 2016 and 2021 were analyzed, using the indexers "Geoplano", "geometry" in addition to searching books by authors in the area. This is an exploratory and qualitative research. In the end, it is concluded that it is necessary to create incentives and training courses so that Mathematics teachers are updated and have knowledge of new methodologies, and also acquire the necessary knowledge about the use of manipulative materials in the teaching of Geometry. After all, in the teaching of Mathematics or Geometry, the teacher who seeks the use of manipulative materials can obtain excellent results from his students.

Keywords: Mathematics. Geometry. Geoplane.

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	**7**
1.1	**Objetivo Geral**	**9**
1.2	**Objetivos Específicos**	**9**
2	**APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E AS HABILIDADES APRESENTADAS PELA BNCC**	**11**
2.1	**Geometria e o processo de Ensino e Aprendizagem**	**14**
2.2	**Material Manipulável para o Ensino de Matemática**	**19**
2.2.1	***Material Manipulável para o Ensino de Geometria: O Geoplano*** ...	**22**
3	**METODOLOGIA**	**30**
4	**ANÁLISE DOS RESULTADOS**	**32**
5	**CONSIDERAÇÕES FINAIS**	**39**
	REFERÊNCIAS	**41**

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática tem sofrido muitas modificações ao longo dos séculos devido às dificuldades, de um modo geral, no entendimento do seu vasto conteúdo. Esta disciplina sempre esteve presente em todos os trajetos traçados pela humanidade, uma vez que a matemática figura em praticamente tudo que se tem conhecimento. Seus conceitos proporcionam uma contribuição significativa e necessária para o avanço tecnológico e para o desenvolvimento da mente humana. Seu aprendizado se inicia nos primeiros anos de vida e muitas vezes a própria natureza nos proporciona intuitivamente o conhecimento matemático (AUGUSTO, 2016).

O processo de ensino e aprendizagem de Matemática geralmente é tido como difícil pelos alunos do Ensino Médio. Muitas vezes esses alunos já possuem algumas más experiências ao longo da educação básica que pode promover inseguranças na disciplina, frustrações, ou ainda, sentimentos negativos sobre a disciplina. De acordo com Vasconcelos (2020), em análise das emoções dos estudantes, existe um progressivo distanciamento entre estudantes e a matemática ao longo dos anos ensino Fundamental, se tornando mais ampla desde o sexto ano do Ensino Fundamental.

Desse modo, o professor de Matemática do Ensino Médio tem o desafio, que vai além de lecionar os conteúdos e cumprir com as metas estipuladas no seu plano de ensino, de ter atenção com as emoções dos estudantes e adequar as atividades as necessidades dos estudantes abordando propostas de superação de dificuldades visando a diminuição das barreiras na compreensão da disciplina.

Acrescentamos a esse contexto que a dificuldade dos alunos com a disciplina de matemática no Brasil se reflete em números, pois a avaliação externa da educação básica, realizada em 2018, pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, observou que o Brasil ficou na posição 57º critério de habilidades matemáticas, isso dentro de um grupo de 79 países analisados (OECD, 2018). Para tentar diminuir esses números negativos, é preciso que se faça várias mudanças na educação e no ensino de matemática, mudanças essas que podem e devem começar dentro da sala de aula.

Dentre os assuntos abordados na Matemática, a Geometria talvez seja o conteúdo mais complicado de se ensinar, o que pode até gerar certa rejeição nos professores ao contemplar seus conteúdos no plano de curso anual de Matemática do ensino médio e fundamental. Outro problema percebido é que as obras antigas de Matemática no Brasil introduziram os conteúdos de Geometria apenas em suas últimas páginas e de forma isolada das outras áreas, cenário que

andou mudando, afinal na atualidade os livros em sua maioria, já conseguem reorganizou os capítulos distribuindo geometria ao longo do livro e inserindo ela em alguns capítulos dedicados a outras áreas, mas raramente vemos os tópicos de estatística e matemática financeira integrados, o de geometria geralmente está associado apenas a potência, raiz quadrada e álgebra, desta forma já é possível contemplar o estudo de Geometria nas páginas iniciais dos livros didáticos., porém ainda assim, muitos professores continuam dando pouca importância à Geometria, tanto à planta quanto à espacial, deixando uma grande fragilidade na formação básica do estudante, sendo que em alguns casos o prejuízo pode ser irreparável.

Lorenzato (1995) afirma que a ausência desse conteúdo nas escolas nessa época possuía como justificativa a falta de conhecimentos para ensinar geometria dos professores e o hábito de seguir unicamente os livros didáticos. Nessa perspectiva, esse autor alerta para o ensino descontextualizado da Geometria, que promove a ênfase em nomenclaturas e figuras, sem a devida relação com o dia a dia. E adverte sobre os antigos guias e documentos curriculares que, além de serem fragmentados por série, promovem a separação da Geometria dos conteúdos de Aritmética e Álgebra.

Após essa época o currículo de Matemática no Ensino Médio sofreu alterações e passou a ser orientado pelo documento dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 2000) o qual afirma que o trabalho adequado com geometria pode desenvolver "[...] habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas" (BRASIL, 2000, p.44) e auxiliar os alunos na construção de conceitos e na utilização das figuras e propriedades geométricas na representação e visualização do mundo.

As Diretrizes Curriculares Nacionais que orientam o planejamento curricular das escolas e sistemas de ensino e afirmam que o currículo do Ensino Médio "deve organizar-se de modo a assegurar a integração entre os seus sujeitos, o trabalho, a ciência, a tecnologia e a cultura, tendo o trabalho como princípio educativo, processualmente conduzido desde a Educação Infantil" (BRASIL, 2013, p.40).

Recentemente, o documento da Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) promoveu algumas mudanças nas orientações concernentes ao ensino e aprendizagem da Geometria, a saber:

> Em relação ao pensamento geométrico, eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras. Além disso, são solicitados a formular e resolver problemas em contextos diversos, aplicando os conceitos de congruência e semelhança (BRASIL, 2018, p.517).

A partir dessa citação observamos uma ampliação do que pode ser abordado no ensino e aprendizagem de geometria além da ênfase na resolução e formulação de problemas com contextos diversificados. No entanto, o ensino de geometria pode fazer uso de ferramentas tecnológicas ou recursos didáticos que possibilitem o desenvolvimento de algumas dessas habilidades.

Dentre esses recursos nos interessamos especificamente sobre o Geoplano, que é um recurso que geralmente tem uma malha quadriculada cujos vértices dos quadrados recebem pinos ou pregos. Esse recurso possibilita um amplo uso nos diferentes conteúdos da geometria e fornece a manipulação dos objetos geométricos pelos estudantes. De acordo com Barros e Rocha (2004):

> O Geoplano entra como um excelente recurso, onde o professor pode fazer a construção do conhecimento, fazendo com que o aluno consiga trabalhar o mesmo conteúdo em diversos contextos, desenvolvendo assim o seu raciocínio, e não somente de forma mecânica onde decoram fórmulas e apenas sabem aplicá-las em problemas já conhecidos (BARROS; ROCHA, 2004, p.2).

Além disso, esse recurso possibilita uma abordagem didática para o ensino de Geometria nos diferentes níveis de escolarização. Desta forma, o presente trabalho tem como problema de pesquisa: O que pesquisas afirmam sobre o uso de Geoplano para ensino e aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental e Médio?

Com base nessa problemática os seguintes objetivos foram delineados:

1.1 Objetivo Geral

Analisar aspectos sobre as pesquisas que utilizam como recurso o Geoplano como sequência didática nas aulas de geometria em turmas do ensino fundamental e médio.

1.2 Objetivos Específicos

- Verificar os conteúdos evidenciados nas pesquisas encontradas;
- Averiguar que competências de Geometria que foram abordados nas pesquisas encontradas.
- Identificar as vantagens e desvantagens sobre o uso do Geoplano no ensino de geometria apresentadas nas pesquisas.

Desta forma, o presente trabalho traz como capítulos e subcapítulos: Introdução; Aprendizagem de matemática e as habilidades apresentadas pela BNCC; Geometria e o processo de ensino e aprendizagem; Material Manipulável para o ensino de Matemática;

Material manipulável para o ensino de geometria: o Geoplano; Metodologia; Análise dos Resultados; Considerações Finais e Referências.

2 APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA E AS HABILIDADES APRESENTADAS PELA BNCC

Lakomy (2003, p.18) explica que a aprendizagem ocorre quando uma experiência consegue mudar o conhecimento anterior sobre uma ideia, comportamento ou conceito. Sendo importante entender que, para a aprendizagem ocorrer, é necessário que haja uma interação ou troca de experiências do indivíduo com o seu meio ambiente".

No entanto, o conhecimento não pode ser entendido como uma cópia da realidade, afinal tal termo não representa o resultado de um simplesmente olhar e fazer, uma cópia mental, uma imagem de um objeto. "Para conhecer um objeto, de fato, é preciso agir sobre ele, modificá-lo, transformá-lo, compreender o processo dessa transformação e, como consequência entender a maneira como o objeto é construído" (FAGUNDES, 1977, p. 3).

Por sua vez, Mendes (2009, p. 26) acrescenta que "a aprendizagem é um processo progressivo que não se esgota na manipulação de modelos físicos, mas nas relações manipulativo-simbólicas e abstratas estabelecidas em cada atividade"

A matemática é de grande relevância em todo o percurso da Educação Básica, mas para alguns dos seus alunos é considerada sem aplicabilidade e bastante complexa, impondo assim barreiras na sua aprendizagem. Desse modo a pesquisa sobre a aprendizagem de Matemática tem lugar no que conhecemos como Educação Matemática que:

> é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas e busca investigar e produzir conhecimentos sobre os fenômenos e problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática e à formação do professor que ensina Matemática. Assim, a Educação Matemática deve envolver o domínio do conteúdo de Matemática e dos processos pedagógicos apropriados para a construção do saber matemático (SANTOS et al, 2020, p. 585)

Compreendemos que a Matemática é fundamental para a formação da cidadania. Para compreender a sua relevância nessa formação ela não pode ser compreendida como um 'bolo pronto', 'algo acabado', mas algo que exige 'pôr a mão na massa', em constante construção, que foi, é e ainda será produzido por quem estuda, e na qual por meio da divulgação e apreensão de conhecimentos tem a capacidade para transformar a realidade de qualquer pessoa que aprender a fazer uso dela. A aprendizagem da matemática tem relação direta com a realidade do aluno, e com a capacidade de abstrair e de lidar com contextos (BRASIL, 1997).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais comentam que "a matemática ajuda a estruturar pensamento e o raciocínio dedutivo, além de ser uma ferramenta para tarefa específica em quase todas as atividades humanas" (BRASIL, 1997, p.251), mas para que ocorra essa compreensão

caberá a escola em sua formação humana e cognitiva promover uma condição de aprendizado em que há entusiasmo nos afazeres e paixão nos desafios voltados para a construção da cidadania individual e coletiva. Esse fato revela que independente do conhecimento científico trabalhado em sala de aula aluno e professor precisam estar interligados no universo da partilha, produção e apreensão de cada novo conteúdo.

Por sua vez, o documento mais recente, a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p.265) explica:

> A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos. Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético- -dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática.

Esse documento apresenta que no âmbito do Ensino Fundamental a Matemática está organizada em campos que permeiam a Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade. Dessa forma, a BNCC considera como sendo as competências específicas de matemática e suas Tecnologias para o ensino fundamental e médio algumas orientações que foram organizadas no Quadro 01:

Quadro 01: Competências Específicas de matemática e suas Tecnologias para o ensino médio e fundamental

Ensino fundamental	**Ensino médio**
Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação

outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções	das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).	
Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.	
Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.	

Fonte: BRASIL, 2018, p.531; p. 263

A BNCC também destaca as habilidades a serem desenvolvidas em Matemática, dividindo-as em cinco grupos para o ensino fundamental os quais são: números; álgebra; geometria; Grandezas e medidas; e Probabilidade e estatística. E em três grupos para o Ensino médio os quais são: números e álgebra; geometria e medidas; e probabilidade e estatística.

Silva e Souza (2016, p.98) destacam o papel do professor no cenário de aprendizagem da disciplina de matemática, falando que:

> É necessário que se destaque o papel do professor neste cenário onde se objetiva a construção da aprendizagem matemática, este deve ser apenas um orientador para os alunos, conduzir as observações feitas pelos alunos para que estes encontrem soluções aos problemas propostos. É necessário deixar de lado aquela metodologia tradicional onde havia um modelo a ser seguido, é imprescindível para o aluno encontrar todas e possíveis soluções para as diferentes atividades propostas em sala de aula, desta forma o professor estará possibilitando a construção de conhecimentos e preparando-os para lidar com as diversas situações encontradas na sociedade moderna.

Para que ocorra uma maior interação, e por consequência uma melhor aprendizagem por parte dos alunos, faz-se necessário que o professor consiga realizar aulas empolgantes, interessantes e dinâmicas que consigam motivar o aluno. Lopes e Dos Santos (2016, p.3) falam que o professor consegue motivar os alunos "no momento em que apresentamos as atividades curriculares de ensino como atividades ou experiências interessantes ao discente. Para isso, é fundamental cativá-los para as aulas, principalmente para as aulas que envolvam os conteúdos de Matemática."

Vários são os conhecimentos que estão relacionado com a matemática, entre eles está a geometria, como o conteúdo a ser estudado será geometria a mesma recebe destaque no próximo tópico.

2.1 Geometria e o processo de Ensino e Aprendizagem

Ferreira (2001) explica que de acordo com o Dicionário Aurélio a Geometria seria uma ciência que investigaria as formas e as dimensões dos seres matemáticos. Essa área estuda as propriedades que formam um conjunto de elementos invariantes referente a um determinado grupo de transformações. Sua origem é muito antiga, afinal foi "a medição das terras que beiravam o rio Nilo, no antigo Egito, deu origem às "preocupações geométricas" do homem daquela época e à palavra geometria. Do grego, vêm as palavras geo, que significa terra, e metria, que significa medida." (BRASIL, 2007, p.11)

Silva e Souza (2016) explicam que geometria seria a ciência que se ocupa em estudar as formas e as dimensões de tudo que existe em torno do homem, desta forma a geometria seria uma parte da matemática de grande relevância para o cotidiano do homem, ou seja, da humanidade.

A Geometria está presente desde o início da vida de uma pessoa. Quando a criança começa a desenvolver os primeiros movimentos, e enquanto isso acontece a criança pode aprender a "reconhecer os objetos ao seu redor percebendo a riqueza de elementos geométricos no contexto social a qual está inserida, que posteriormente com o amadurecimento cognitivo

conseguem desenvolver competências geométricas cada vez mais elaboradas" (SILVA; SOUZA, 2016, p.93).

O caderno produzido pela formação Gestar reafirma a importância da Geometria para aprender o espaço " [...], esse espaço em que vive, respira e se move a criança. O espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar, conquistar, para poder viver, respirar e mover-se melhor nele." (BRASIL, 2007, p. 14).

A verdade é que a Geometria está presente no cotidiano de todos, como em elementos simples da natureza e em criações do homem. Isso abre um leque de opções para o professor que pode trabalhar atividade que explorem "formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc" (BRASIL, 2001, p. 82).

Lorenzato (1995) traz um alerta para o fato de que, além de se compreender que a Geometria está por toda parte, também é necessário que o indivíduo a enxergue, ou seja, que ele consiga identificá-la à sua volta. Mesmo que ele não deseje lidar com a geometria em seu cotidiano. Ele tem que saber ver que no seu acordar e seu deitar, "as ideias de paralelismo, perpendicularismo, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas)" estão no seu no lazer, na profissão, na comunicação oral, a geometria estará presente.

Outro ponto importante, é a compreensão que a geometria também lida com a abstração, talvez esse seja um dos pontos de maior dificuldade dos alunos ao aprender sobre geometria. Segundo Pavanello (1993, p. 3-4)

> A Geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível – que é um dos objetivos do ensino da Matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. Partindo de um nível inferior, no qual reconhece as figuras geométricas, embora as percebendo como todos indivisíveis, o aluno passa, no nível posterior, a distinguir as propriedades dessas figuras; estabelecem, num terceiro momento, relações entre as figuras e suas propriedades para organizar, no nível seguinte, sequências parciais de afirmações, deduzindo cada afirmação de outra até que, finalmente, atinge um nível de abstração tal que lhe permite desconsiderar a natureza concreta dos objetos e do significado concreto das relações existentes entre eles.

De acordo com Fainguelernt (1999) o estudo da Geometria é de fundamental importância para o desenvolvimento do pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo e para que a visão da Matemática não fique distorcida.

Lorenzato (2006) explica que ao trabalhar o conteúdo geométrico durante as aulas de Matemática o professor poderá em sua prática diária desenvolver uma relação de interação coletiva que desperte o sentido de espaço com exemplos citados pelos próprios alunos e através da comparação com o conteúdo trabalhado no livro ou em outra fonte didática ou informal. Entretanto, para que essa interação aconteça de maneira positiva a mediação mais propícia é o diálogo constante e construtivo. Ou seja, a comunicação entre professor e aluno é tão importante que através dessa frequência o desejo de ensinar e aprender está sempre atrelado.

Levando em consideração outros aspectos da prática matemática através das figuras geométricas o estudioso Parpet (1994, p. 29), lembra que entre os conceitos a respeito dessa base de cálculos ou produções a Geometria passa a ser entendida como a parte da Matemática que quando trabalhada de maneira adequada proporcionará ao aluno e ao professor a condição de compreender que "a melhor aprendizagem ocorre quando o aprendiz assume o comando de seu próprio desenvolvimento em atividades que sejam significativas e lhe despertem o prazer". Pode ser entendido que, "aprender não é o resultado de desenvolvimento, mas é o desenvolvimento. Portanto, a aprendizagem requer do aluno reflexão, criatividade, participação e auto-organização das informações recebidas". (LAKOMY, 2003, p.35).

Sobre essa discussão Vergnaud (1990, p. 37) indica que:

> Um dos maiores problemas na educação decorre do fato que muitos professores consideram os conceitos matemáticos como objetos prontos, não percebendo que estes conceitos devem ser construídos pelos alunos de alguma maneira os alunos devem vivenciar as mesmas dificuldades conceituais e superar os mesmos obstáculos epistemológicos encontrados pelos matemáticos solucionando problemas, discutindo conjeturas e métodos, tornando-se conscientes de suas concepções e dificuldades, os alunos sofrem importantes mudanças em suas ideias.

A BNCC explica que a geometria deve procurar envolver o estudo de um amplo conjunto de conceitos e, também, de procedimentos os quais sejam necessários para a resolução de problemas que envolvam não somente o mundo físico, mas também diferentes áreas do conhecimento. Sendo assim, na geometria deve ser estudado posições de "deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos." (BRASIL, 2017, p. 272)

Esse pensamento citado na mesma se torna necessário de acordo com a própria BNCC por fazer a "conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias." (BRASIL, 2018, p. 271) Ainda de acordo com a BNCC as ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são em especial:

construção, representação e interdependência, desta maneira a Geometria não poderia ficar reduzida a:

> Mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam "fazer a quadratura de uma figura"). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau (BRASIL, 2018, p. 271-272)

Os objetos de conhecimento abordado na unidade temática de geometria estão listadas no quadro 02 a seguir, de acordo com o 1º ao 5º e conforme descrito na BNCC (2017).

Quadro 02: Objetos do conhecimento – unidade temática geometria do 1º ao 5º

OBJETOS DO CONHECIMENTO – UNIDADE TEMÁTICA GEOMETRIA do 1º ao 5º				
1º ano	**2º ano**	**3º ano**	**4º ano**	**5º ano**
Localização de objetos e de pessoas no espaço, utilizando diversos pontos de referência e vocabulário apropriado	Localização e movimentação de pessoas e objetos no espaço, segundo pontos de referência, e indicação de mudanças de direção e sentido	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise de características	Localização e movimentação: pontos de referência, direção e sentido Paralelismo e perpendicularismo	Plano cartesiano: coordenadas cartesianas (1º quadrante) e representação de deslocamentos no plano cartesiano
Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico	Esboço de roteiros e de plantas simples	Congruência de figuras geométricas planas	Figuras geométricas espaciais (prismas e pirâmides): reconhecimento, representações, planificações e características	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características
Figuras geométricas planas: e conhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais	Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características		Ângulos retos e não retos: uso de dobraduras, esquadros e softwares.	Figuras geométricas planas: características, representações e ângulos
	Figuras geométricas planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo): reconhecimento e características		Simetria de reflexão	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da

				proporcionalidade dos lados correspondentes

Elaborado pelo Autor
Fonte: BNCC (BRASIL, 2017, p.278-296)

Os objetos de conhecimento abordado na unidade temática de geometria estão listados no quadro 03 abaixo, de acordo com o 6º ao 9º e conforme descrito na BNCC (BRASIL, 2019).

Quadro 03: Objetos do conhecimento – unidade temática geometria do 6º ao 9º

6º ano	**7º ano**	**8º ano**	**9º ano**
Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados	Transformações geométricas de polígonos no plano artesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricos em relação aos eixos e à origem	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal
Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	Simetrias de translação, rotação e reflexão	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°,45° e 30° e polígonos regulares	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo
Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	A circunferência como lugar geométrico.	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	Semelhança de triângulos
Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação	
Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares	Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos		
	Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero		

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p.300-316)

Já no ensino Médio a Geometria irá aparecer unida com medidas e está dividida em doze habilidades, conforme é possível verificar no quadro 04 abaixo:

Quadro 04: Habilidades de Geometria e Medidas, no nível médio

Habilidades de Geometria e Medidas
Interpretar e compreender textos científicos ou divulgados pelas mídias, que empregam unidades de medida de diferentes grandezas e as conversões possíveis entre elas, adotadas ou não pelo Sistema Internacional (SI), como as de armazenamento e velocidade de transferência de dados, ligadas aos avanços tecnológicos.
Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, envolvendo medições e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.
Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).
Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.
Utilizar, quando necessário, a notação científica para expressar uma medida, compreendendo as noções de algarismos significativos e algarismos duvidosos, e reconhecendo que toda medida é inevitavelmente acompanhada de erro.
Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).
Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras
Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.
Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções usadas em cartografia (como a cilíndrica e a cônica), com ou sem suporte de tecnologia digital.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018, p.545)

2.2 Material Manipulável para o Ensino de Matemática

O processo de ensino-aprendizagem de acordo com Falcão e colaboradores (2019) não se dá exclusivamente por meio de situações mecânicas, ou seja, situações nas quais os alunos simplesmente repetem os números e as fórmulas as quais foram explicados por um docente. Desta forma, o ideal é que no processo de ensino e aprendizagem também se faça o uso de materiais manipuláveis, para que assim possam possibilitar uma melhor compreensão dos assuntos que foram abordados em sala.

Materiais manipuláveis são objetos ou instrumentos, os quais permitem ao aluno poder sentir, tocar, ou até mesmo manipular e movimentar o material. Trata-se ainda de um recurso bastante viável, quando se fala em aprender matemática, por meio do uso de material manipulável o aluno pode aprender construindo e principalmente compreendendo os conceitos. Oliveira Júnior e Miziara (2014) explicam que:

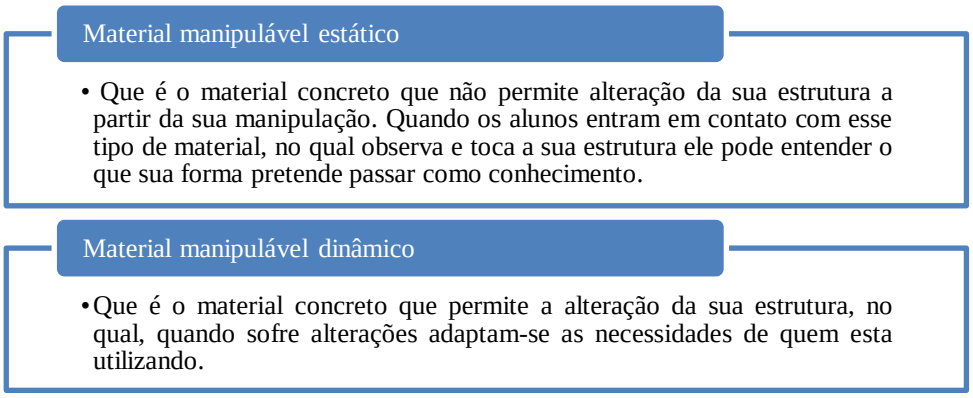
> Os materiais concretos podem ocupar em qualquer nível de ensino, uma posição estratégica como ferramenta constate de diálogos entre os professores e alunos. As atividades envolvendo materiais concretos se afirmam como espaço de debate e discussão coletiva, sendo que a participação do aluno no aperfeiçoamento de estratégias é um dos pontos principais, indispensáveis para a compreensão de conceitos estudados. (OLIVEIRA JUNIOR; MIZIARA, 2014, p.182).

Percebe-se que os materiais manipuláveis podem servir de base para um pensamento lógico, além de permitir o aprendizado através de combinações, associação de conceitos, as dificuldades e as tentativas de acertar, como também os erros se tornam facilitadores do aprendizado do aluno. Matos e Serrazina (1996) falam que:

> Ao dar aos alunos a oportunidade de experimentar a matematização através da manipulação de materiais não estamos apenas a fomentar uma actividade lúdica, mas estamos principalmente a criar situações que favorecem o desenvolvimento do pensamento abstracto. A formação dos conceitos pertence à essência da aprendizagem Matemática e ela tem de ser fundamentalmente baseada na experiência. A base da nossa experiência reside na aprendizagem sensorial. É muito difícil, mesmo para um adulto, compreender o que se pode fazer com um Geoplano, sem ter de facto manipulado um deles, ter experimentado, desde a colocação do elástico, até a tentativa de resolver problemas mais complexos (MATOS; SERRAZINA, 1996, p. 23).

Sobre os materiais manipuláveis, é preciso entender que eles podem ser divididos em dois grupos, conforme Figura 01.

Figura 01: Tipos de material manipulável

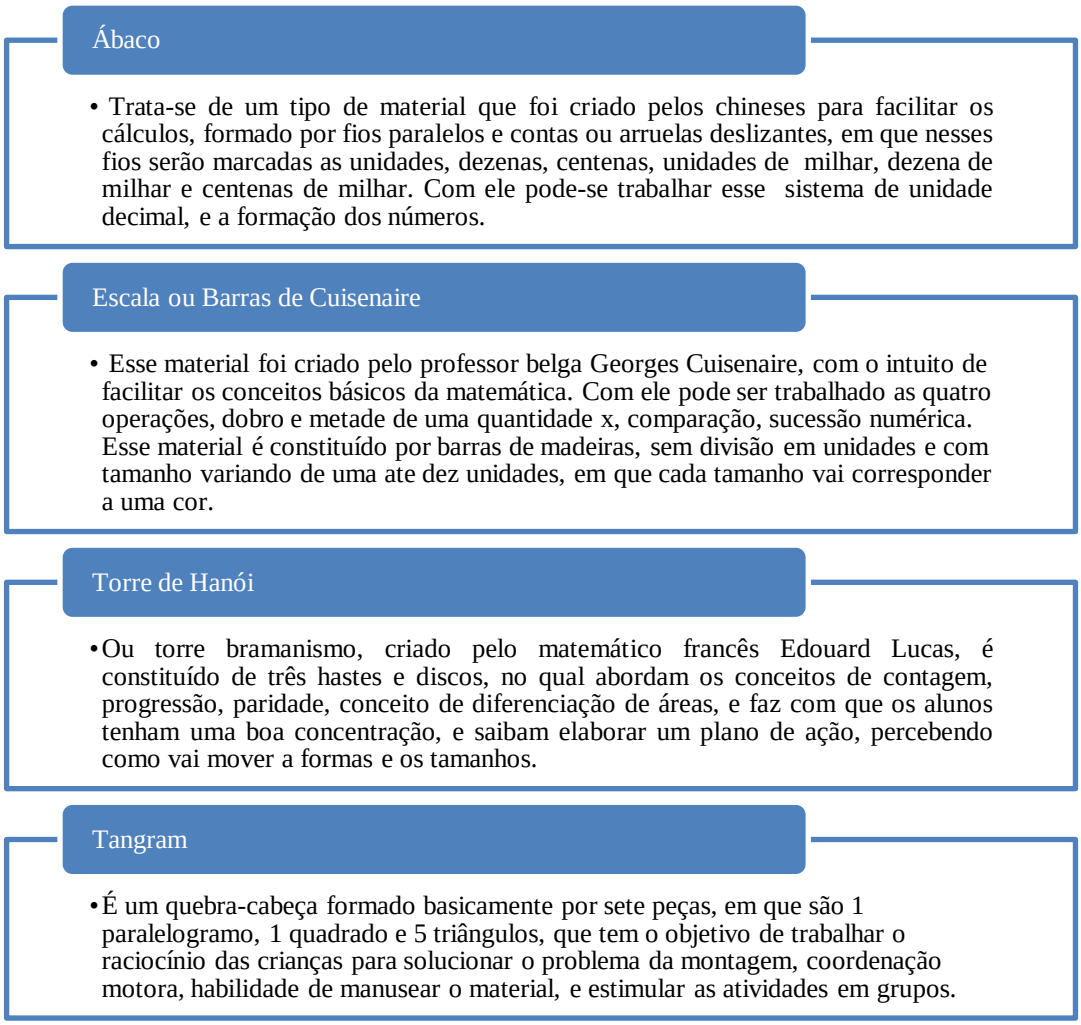


Fonte: Bezerra; Ferreira, 2018, p.2

Ainda de acordo com esses autores, os materiais manipuláveis, foram implementados por Pestalozzi devido a uma necessidade de se desenvolver novas metodologias e

consequentemente novas estratégias de ensino da disciplina de matemática. São exemplos de materiais manipuláveis conforme Figura 02.

Figura 02: Tipos de materiais manipuláveis



Fonte: Bezerra; Ferreira, 2018, p.3

Existem outros exemplos de materiais manipuláveis como o Geoplano, esse será abordado no próximo subtítulo, mas o que se quer expor no momento é que o uso desses materiais pode vir a auxiliar a compreensão da disciplina de matemática, de formas simples e até mesmo divertida. De acordo com Hoffmann, Martins e Basso (2009):

> Recursos manipulativos, digitais e não-digitais, podem possibilitar a exploração de propriedades observáveis pelas crianças, pois quanto mais diversificadas forem as formas (objetivos virtuais, objetos não-virtuais, desenhos, produções textuais, etc.) com as quais os alunos tenham oportunidade de manipulação livre e experimentação a fim de conhecer o objeto, operar com suas propriedades, quando maiores forem as trocas entre os pares e com o professor, nas quais estão incluídos conteúdos atitudinais (trabalhado em equipe, cooperação, respeito, solidariedade, etc.), quanto mais situações-problema, nas quais os alunos encontrem significado e possam se envolver

> criativamente, maiores as probabilidades de que esses conceitos sejam aprendidos e não simplesmente decorados para serem repetidos. (HOFFMANN et al, 2009, p. 2-3)

O professor deverá expor as semelhanças e diferenças entre as figuras trabalhadas com o uso do material manipulável e a partir daí confeccionar, se possível, maquetes, mapas, escalas e a própria representação de cada uma das figuras em destaque ou que foram estudadas em seus conceitos durante as aulas. Dessa maneira, acompanhando a evolução histórica da Matemática nessa linha do conhecimento, o professor poderá explorar a ideia de semelhança e diferença, entender a bissetriz e deixar que o aluno descubra como identificar essa realidade em seu redor.

É preciso compreender que o conhecimento trabalhado com a prática do entendimento dos conceitos, fórmulas e sua aplicação correta darão ao professor e ao aluno um suporte positivo de superar as possíveis dificuldades que surjam durante estudos dessa área da matemática. Por essa razão, se faz necessário que o conhecimento sobre as formas e os espaços leve o aluno a utilizar os materiais manipuláveis de forma correta e até a confeccionar os mesmos, caso tenha na escola condições para essa produção. Por outro lado, deve haver uma integração entre os conteúdos ministrados com outras disciplinas que utilizam a ideia de espaço e formas como: nas disciplinas de Arte e de Geografia.

Lorenzato (2006) ainda afirma que

> É possível ensinar abstrações, característicos da Matemática, para alunos sentados nas carteiras enfileiradas e o professor fazendo o uso apenas do quadro branco. Muitos alunos tiveram ou tem ainda contato com a Matemática desse modo. Todavia, a partir do movimento da Educação Matemática novas formas de se ensinar surgiram, entre elas o uso do material concreto, o qual se constitui como uma alternativa para implantar novas metodologias (LORENZATO, 2006 apud MACEDÔ et al., 2019, p. 1).

Ocorre que ao trabalhar Matemática ou Geometria o professor terá suporte de atuação com os materiais manipuláveis, desde que, saiba expor aos alunos a importância, a fundamentação científica e a prática de cada um e não apenas para cumprir um programa ou planejamento de ensino exigido em sua função docente.

Na próxima seção seguinte discutimos e apresentamos algumas características do Geoplano.

2.2.1 *Material Manipulável para o Ensino de Geometria: O Geoplano*

O processo de aprendizagem com o uso de materiais manipuláveis para a prática geométrica precisa ser reforçado com a criatividade do professor numa ação que traga o lúdico como uma maneira de tornar o estudo prazeroso e produtivo com a interação coletiva de toda

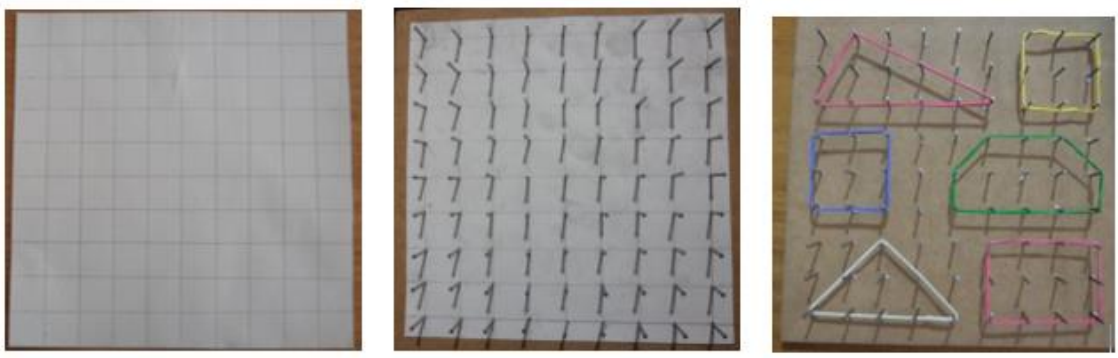
turma uma vez que sendo ativos no transcorrer do estudo matemático e nas atividades didáticas os alunos podem fazer parte das metas propostas pelo novo projeto de ensino contido na atual BNCC.

Quando se fala sobre o uso desses materiais no ensino de geometria Silva e Souza (2016) alertam que:

> A utilização dos materiais concretos para o ensino da geometria em todos os níveis de ensino, e o professor precisa trabalhar de modo que o aluno perceba a importância dos conceitos geométricos, tornando dessa forma o aprendizado matemático mais significativo (SILVA; SOUZA, 2016, p.940).

O Geoplano trata-se de um recurso didático que foi criado pelo professor Caleb Gattegno, em 1961, quando lecionava no Instituto de Educação da Universidade de Londres (KNIJNIK, BASSO, KLUSENER, 2008). O Geoplano é um tabuleiro que pode ser construído com madeira ou algum material similar, geralmente tem como formato o quadrado, nele são fixados pregos, pinos ou parafusos os esses por sua vez possuem a mesma distância entre si no tabuleiro. Um passo a passo da confecção de um tabuleiro é apresentado no site da UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul) como pode ser observado na Figura 3 a seguir:

Figura 03: Passo a Passo da Confecção do Geoplano



Fonte: UFRGS (http://www.ufrgs.br/matematicando/materiais-1/Geoplano/passo-a-passo-p-imprimir)

O nome do recurso é uma junção dos termos Geo (Geometria) + Plano (superfície Plana), para usá-lo faz-se necessário que se utilize material auxiliar, o qual pode se um barbante, fios ou até mesmo ligas de borracha, sendo o mais adequado que esses por sua vez sejam coloridos.

Um dos possíveis objetivos do Geoplano, por exemplo, é criar figuras geométricas planas. Gattegno (1961) afirma que:

> Todos os Geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas

> a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, de simetria, de semelhança, de teoria dos grupos, de geometria projetiva e métrica que sevem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino. (GATTEGNO, 1961, apud KNIJNIK et al., 2004, p. 5-6)

Gonçalves (2012, p. 41) acrescenta que "O Geoplano é um material para os alunos explorarem problemas geométricos. Além de ser útil na abordagem de noções de figuras planas, o Geoplano é rico em possibilidades para desenvolver habilidades de percepção espacial".

Silva e Souza (2016) defendem o uso de Geoplano nas aulas de geometria por acreditarem que o mesmo trata-se de um recurso didático bastante pertinente por permitir que o aluno possa representar de forma concreta as ideias abstratas, dando asas a sua imaginação e criando formas das mais diversas possíveis, "constituindo-se num apoio aos processos de aprendizagem, fortalecendo os níveis de conhecimento geométrico do aluno, consequentemente tornando-o mais apto a reconhecer e entender os espaços em que a geometria se faz presente em sua vida" (SILVA; SOUZA, 2016, p.97).

Barros e Rocha (2004, p. 2) explicam que o Geoplano é um excelente recurso, que por meio dele o professor poderá fazer a construção do conhecimento, possibilitando que o aluno consiga por meio desse recurso trabalhar o mesmo conteúdo porém em diversos contextos, o que irá possibilitar ao aluno desenvolver o seu raciocínio, saindo assim dos padrões metodológicos que trazem um aprendizado mecânico, onde os alunos são instruídos a decorarem fórmulas e aplicá-las em problemas já conhecidos.

Machado (2004, p.1) reforçando o argumento apresentado por Silva e Souza (2016) e Barros e Rocha (2004) advoga que:

> Geoplano: é um recurso didático-pedagógico dinâmico e manipulativo (construir, movimentar e desfazer). Contribui para explorar problemas geométricos e algébricos, possibilitando a aferição de conjecturas e podendo-se registrar o trabalho em papel ou reproduzi-lo em papel quadriculado. Além disto, o Geoplano facilita o desenvolvimento das habilidades de exploração espacial, comparação, relação, discriminação, sequência, envolvendo conceitos de frações e suas operações, simetria, reflexão, rotação e translação, perímetro, área

É possível perceber que o Geoplano é recurso didático muito rico, afinal, por meio dele é possível explorar vários conceitos, desde conteúdos que envolva diferentes conceitos que permeiam a Aritmética, a Álgebra, a Geometria Plana, a Geometria Analítica e a Trigonometria.

De acordo com Moraes (2008) o uso do Geoplano possibilita o desenvolvimento do aluno por meio de atividades abertas, que viabilizam as habilidades apresentadas no Quadro 5 a seguir:

Quadro 05: Habilidades desenvolvidas no trabalho com o Geoplano

Desenvolvimento da Lateralidade;
Identificação e reprodução de figuras geométricas;
Identificação e diferenciação de unidades de medida;
Compreensão das ideias de semelhança e congruência;
Identificação e comparação de propriedades de figuras;
Produção de figuras semelhantes a outras dadas;
Medição e comparação de áreas e perímetros para a compreensão das diferenças entre tais conceitos;
Forma para o cálculo da área de um polígono, diferente da tradicionalmente trabalhada em sala-de-aula pelo Teorema de Pick e o desenvolvimento do conceito de ângulo, entre outras.

Fonte: Moraes, 2008, p.530

Silva e Souza (2016, p.98) por sua vez enumeram os possíveis objetivos, as características do Geoplano e as suas possibilidades de contribuições para a educação conforme apresentado na figura 04.

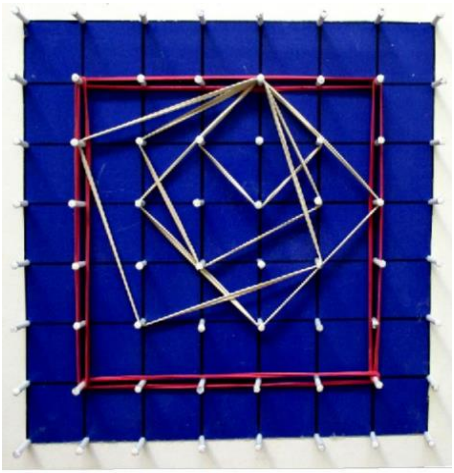
Figura 04: Objetivos e características do Geoplano e as contribuições para a educação

Elaborado pelo Autor
Fonte: Silva e Souza (2016)

De acordo com Silva e Souza (2016) são possíveis com a ajuda de Geoplanos três tipos de lições, na primeira o professor pode utilizar no lugar do quadro; na segunda os alunos podem obtê-los individualmente para fazerem investigações sobre situações que os propõe, e na terceira se empregam sistematicamente, basta explorar suas possibilidades. Existem vários tipos

de Geoplano sendo os mais comuns o Geoplano Quadrado ou Quadrangular, o qual encontra-se exposto na Figura 05.

Figura 05: retilíneo quadrangular



Fonte: MAT.UNB (2021, p.1)

O Geoplano quadrangular, da liberdade para o professor trabalhar conceitos como os colocados no Quadro 06:

Quadro 06: Conceitos abordados com a utilização do Geoplano Retilíneo

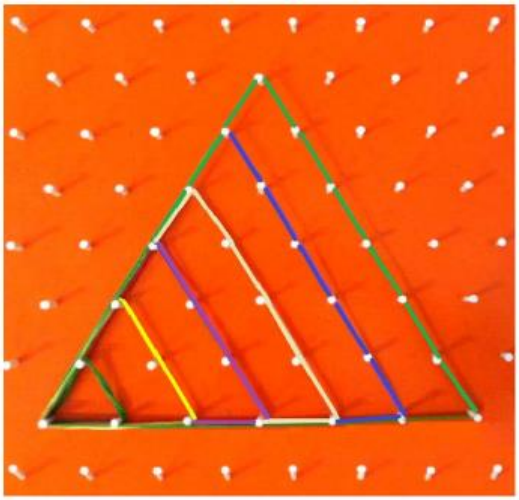
Retas. Semirretas. Posições relativas
Segmentos de reta. Posições relativas. Comparações de segmentos.
Poligonais. Classificação. Comparação de comprimento.
Ângulos. Elementos dos ângulos. Classificação de ângulos.
Posições relativas de ângulos. Comparações de medidas de ângulos
Elementos dos polígonos: lados, vértices, ângulos, diagonais.
Elementos dos triângulos: alturas, bissectrizes, medianas, mediatrizes.
Relações entre os elementos dos triângulos
Classificações dos polígonos.
Convexidade das figuras poligonais
Construção de padrões geométricos.
Perímetro de figuras planas
Conceito de área.
Área de figuras planas. Equivalência de áreas.
Relações perímetro-área
Teorema de Pick
Polígonos isoperimétricos. Polígonos equivalentes.
Congruência de polígonos.
Simetrias das figuras poligonais
Disecções de polígonos. Polígonos equidecomponíveis.
Verificação do Teorema de Pitágoras
Semelhança de polígonos.
Relações entre os perímetros e entre as áreas de figuras planas semelhantes
Visualização espacial.

Construção de mosaicos.
Jogos com Geoplanos.

Fonte: MAT.UNB (2021, p.5)

O Geoplano triangular tem como diferença do Geoplano quadros, o fato de seus pregos serem posicionados em forma de triângulos, formando uma malha triangular, como é possível observar na figura 04.

Figura 04: Geoplano triangular



Fonte: MAT.UNB (2021a, p.1)

Com o uso do Geoplano triangular o professor pode abordar em sala de aulas diferes conceitos com pode ser visto no Quadro 06:

Quadro 06: Conceitos trabalhados com o uso do Geoplano isométrico

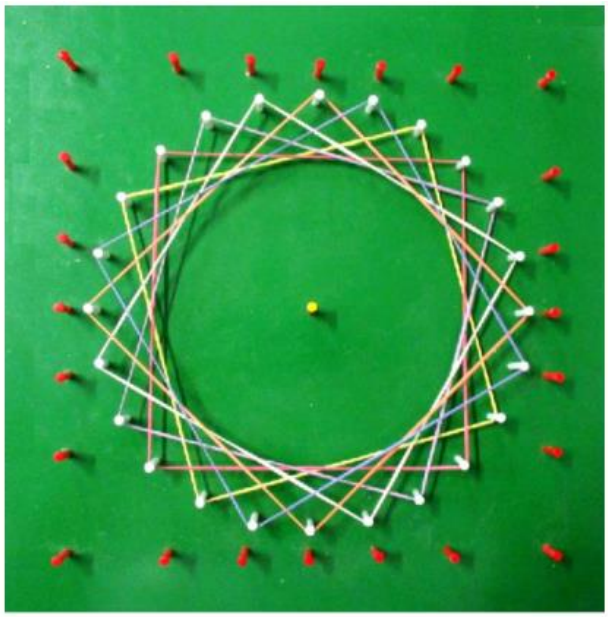
Retas. Semirretas. Posições relativas
Segmentos de reta. Posições relativas. Comparações de segmentos.
Poligonais. Classificação. Comparação de comprimento
Ângulos. Classificação de ângulos.
Posições relativas de ângulos. Comparações de medidas de ângulos
Elementos dos polígonos: lados, vértices, ângulos, diagonais.
Elementos dos triângulos: alturas, bissectrizes, medianas, mediatrizes.
Relações entre os elementos dos triângulos
Classificações dos polígonos.
Convexidade das figuras poligonais.
Construção de padrões geométricos.
Perímetro de figuras planas.
Conceito de área
Trabalho com unidade de área triangular.
Área de figuras planas. Equivalência de áreas
Relações perímetro-área.

Teorema de Pick.
Polígonos isoperimétricos. Polígonos equivalentes.
Congruência de polígonos
Simetrias das figuras poligonais.
Disecções de polígonos. Polígonos equidecomponíveis
Verificação do Teorema de Pitágoras.
Semelhança de polígonos.
Relações entre os perímetros e entre as áreas de figuras planas semelhantes.
Visualização espacial.
Construção de mosaicos.

Fonte: MAT.UNB (2021a, p.5)

O terceiro modelo de Geoplano é o Geoplano Circular o mesmo pode ser visualizado na figura 05.

Figura 05: Geoplano Circular



Fonte: MAT.UNB (2021b, p.5)

Entre as aplicações didáticas do Geoplano circular estão as listadas no quadro 08.

Quadro 08: Conceitos trabalhados com o uso do Geoplano circular

Retas no plano. Posições relativas.
Segmentos de retas.
Círculo, circunferência
Elementos do círculo: raios, diâmetros, cordas, centro.
Ângulos em círculo: interior, central, inscrito, semi-inscrito, exterior
Soma de ângulos de um círculo.

Arcos de círculo.
Polígonos. Elementos: lados, vértices, diagonais.
Propriedades dos polígonos.
Classificação dos polígonos.
Polígonos regulares.
Ângulo central, apótema de polígonos regulares
Polígonos irregulares
Polígonos inscritos, polígonos circunscritos.
Polígonos estrelados.
Ângulos internos dos polígonos.
Construção de figuras planas.
Comparação de figuras planas
Perímetro de polígonos inscritos.
Equivalência de perímetros.
Área de polígonos inscritos
Equivalência de áreas.
Relações perímetro-área.
Congruência de figuras planas.
Dissecções de polígonos
Equicomposição de polígonos.
Transformações geométricas.
Simetrias das figuras poligonais.
Semelhanças das figuras planas.

Fonte: MAT.UNB (2021b, p.4)

São várias as possibilidades de uso com os três tipos de Geoplano, sendo por tanto muito rico o uso dos mesmos nas aulas de matemática. No próximo tópico será abordado a metodologia que foi utilizada nesse trabalho.

3 METODOLOGIA

O presente trabalho tem por objetivo analisar aspectos sobre as pesquisas que utilizam como recurso o Geoplano como sequência didática nas aulas de geometria em turmas do ensino fundamental e médio. Para isso foi realizado a fundamentação teórica que trouxe aspectos relevantes sobre o ensino e aprendizagem de geometria e uma leitura cuidadosa nos materiais curriculares para o ensino de matemática.

Essa pesquisa tem características qualitativa Gil (2002, p. 133) explica que:

> A análise qualitativa é menos formal do que a análise quantitativa, pois nesta última seus passos podem ser definidos de maneira relativamente simples. A análise qualitativa depende de muitos fatores, tais como a natureza dos dados coletados, a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação. Pode-se, no entanto, definir esse processo como uma seqüência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório.

Nosso desejo inicialmente era aplicar uma sequência didática para o ensino de geometria, mas devido a pandemia da Covid -19 tivemos muitos problemas de acesso as escolas e aos alunos. Dessa maneira, foi realizado uma pesquisa em artigos e livro trata-se de uma pesquisa bibliográfica, pois de acordo com Fonseca (2002, p.32)

> A pesquisa bibliográfica é feita a partir do levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos, como livros, artigos científicos, páginas de web sites. Qualquer trabalho científico inicia-se com uma pesquisa bibliográfica, que permite ao pesquisador conhecer o que já se estudou sobre o assunto. Existem porém pesquisas científicas que se baseiam unicamente na pesquisa bibliográfica, procurando referências teóricas publicadas com o objetivo de recolher informações ou conhecimentos prévios sobre o problema a respeito do qual se procura a resposta.

Focamos a presente pesquisa bibliográfica nos artigos científicos publicados nos últimos 5 anos, desta forma foi feito uma busca na plataforma online do Google acadêmicos utilizando como indicadores as palavras “Geoplano”, “geometria”, “ensino médio”, “ensino fundamental” os quais remeteram a 313 resultados.

Após esse momento foi realizado uma conferência dos artigos e separados para análise apenas os artigos que falaram sobre: sequências didáticas de professores de matemática que fizesse o uso apenas do Geoplano físico em suas aulas observando apenas aspectos sobre o ensino e aprendizagem de Geometria no Ensino Fundamental e Médio.

A partir da utilização dos critérios acima foram selecionados cinco artigos, sendo dois de atividades propostas no ensino fundamental e três no ensino médio. Algumas de suas características são expressas no quadro 09 abaixo:

Quadro 09. Artigos selecionados para o desenvolvimento da pesquisa, de acordo com os resultados obtidos na plataforma Google Scholar entre 2015 e 2021

Autor	Categoria	Público-alvo	Conteúdo abordado
Silva e Souza (2016)	Ensino fundamental	Alunos do 6º ano do Ensino Fundamental composta por doze alunos com faixa etária de nove a quatorze anos de idade	Área de figuras planas.
Falcão et al. (2016)	Ensino médio	Alunos do ensino médio regular	Formas geométricas, polígonos – classificação e elementos, área e perímetro de figuras plana
Porto et al (2018)	Ensino médio	turmas de 9° ano	Noções básicas da geometria plana, criando conceitos como de aresta, vértices e área de figuras planas
Santos et al (2020)	Ensino médio	24 aluno da 1ª série do Ensino Médio	Conceitos de perímetro, área e ângulos das figuras planas com o Geoplano
Andrade e Sousa (2021)	Ensino fundamental	27 aluno da turma do 6ª ano	polígonos regulares e irregulares

Elaborado pelo Autor (2021)

Desta forma a presente pesquisa trata-se de uma pesquisa exploratória que de acordo com Gil (2002, p.41) tem como “objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições”. A seguir apresentamos a discussão das análises e principais resultados.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Silva e Souza (2016) desenvolveram sua pesquisa com os alunos do 6º ano, em uma escola localizada na zona rural de São João do Araguaia, estado do Pará, os assuntos abordados foram: formas geométricas, área de figuras regulares (quadrado, retângulo, paralelogramo e outras) e de polígonos irregulares.

Os autores dividiram sua metodologia em três partes. A primeira teve como preocupação diagnosticar o conhecimento que os alunos possuíam sobre o conteúdo figuras geométricas e o cálculo de áreas por meio do Geoplano. Em seguida, foram direcionados a procurar figuras geométricas existentes na sala de aula. Nesse ponto, podemos trazer o texto do PCN que explica que:

> Por meio da observação e experimentação elas começam a discernir as características de uma figura e a usar as propriedades para conceituar classes de formas. Os objetos que povoam o espaço são a fonte principal do trabalho de exploração das formas. O aluno deve ser incentivado, por exemplo, a identificar posições relativas dos objetos, a reconhecer no seu entorno e nos objetos que nele se encontram formas distintas, tridimensionais e bidimensionais, planas e não planas, a fazer construções, modelos ou desenhos do espaço (de diferentes pontos de vista) e descrevê-los. Um trabalho constante de observação e construção das formas é que levará o aluno a perceber semelhanças e diferenças entre elas. Para tanto, diferentes atividades podem ser realizadas: compor e decompor figuras, perceber a simetria como característica de algumas figuras e não de outras, etc. (BRASIL, 1997, p.82)

Após essas duas etapas os autores observaram que:

> Que grande parte dos alunos conseguiam reconhecer inúmeras das formas presentes não somente na sala de aula, mas as várias formas visualizadas diariamente, porém não sabiam como realizar os cálculos para encontrar a área dessas formas devido ao baixo nível de conhecimento relativo à geometria, alguns nunca haviam estudado o tema. (SILVA; SOUZA, 2016, p.99)

A terceira etapa envolvia o cálculo das áreas dessas figuras geométricas encontradas na sala, para isso a turma foi dividida em trios, nesse momento os autores, perceberam que quando as figuras eram formas de "(quadrado, retângulo, paralelogramo, e outras) a turma desenvolveu as atividades sem muitas dificuldades" porém quando as formas trabalhadas eram "os polígonos irregulares, os problemas surgiram dificultando a resolução das atividades, necessitando-se realizar algumas intervenções, conduzindo-os de forma a encontrar a resposta esperada." (SILVA; SOUZA, 2016, p. 99-100)

Após esse momento os autores trouxeram o Geoplano e o apresentaram na aula, permitindo que a turma o manuseio do material, em seguida os alunos conheceram a fórmula de PICK utilizada para calcular a área das figuras planas. Desenvolveu-se alguns dos exemplos trabalhados anteriormente os quais os alunos apresentaram dificuldades, mostrando a praticidade e facilidade no desenvolvimento desses cálculos" (SILVA; SOUZA, 2016, p.100).

Os autores perceberam uma melhora considerável na resolução das questões, o que demonstra um melhor entendimento do cálculo da área de figuras planas por meio do Geoplano, isso é possível perceber nos gráficos 01 e 02.

Figura 01: Aprendizagem dos alunos antes da aplicação do Geoplano

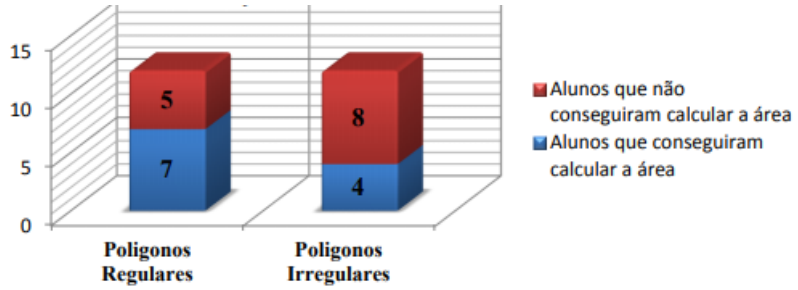


Gráfico 1 – Apresenta os níveis de aprendizagem dos alunos antes da aplicação do Geoplano
Fonte: Silva e Souza (2016, p.102)

Figura 02: Aprendizagem dos alunos após a aplicação do Geoplano

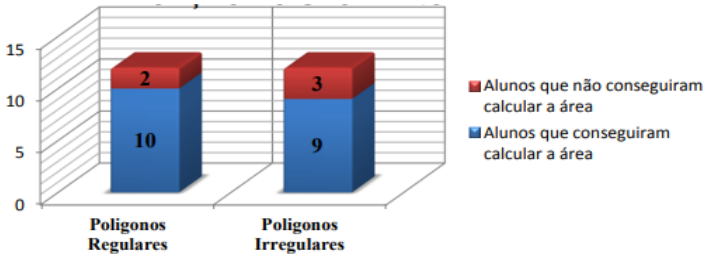


Gráfico 2 – Apresenta os níveis de aprendizagem dos alunos após a aplicação do Geoplano
Fonte: Silva e Souza (2016, p.102)

É possível perceber a melhora significava dos alunos, por meio do uso do material didático nas aulas de geometria, conforme as falas dos próprios autores:

> São perceptíveis as contribuições desta metodologia de ensino, pois aumentou significativamente o número de alunos que conseguiram desenvolver as atividades propostas, promovendo significados a conteúdos que outrora pareciam difíceis, encontrando respostas e entendimentos para os diversos problemas matemáticos encontrados no dia-a-dia de suas vidas, promovendo o desenvolvimento intelectual e qualificando-o para o exercício de sua cidadania. [...]A proposta da utilização do Geoplano para trabalhar a área das figuras planas apresentou resultados satisfatórios relativos à facilidade de desenvolvimento e compreensão dos conceitos envolvidos alcançando-se maior interesse e participação nas aulas, consequentemente uma maior aprendizagem por parte dos alunos. (SILVA; SOUZA, 2016, p.103)

Os estudos realizados por Falcão e colaboradores (2016) com alunos do ensino médio, também obtiveram ótimos resultados, a sequência didática adotada foi a seguinte: primeiro foi entregue o Geoplano para os alunos e foi permitido a exploração do Geoplano. Os estudantes

deveriam conversar entre si e verificar como construíram polígonos com os pinos e os elásticos, depois disso “demos início à resolução das tarefas propostas. Tínhamos como objetivo fazer os alunos discutirem e pensarem em conjunto como resolver os problemas através de momentos proveitosos e de aquisição de novos conhecimentos para os mesmos” (FALCÃO et al, 2016, p.27)

> No primeiro dia do minicurso foi feita uma abordagem sobre as possibilidades de se trabalhar com o Geoplano, material didático que permite a construção de polígonos. A partir disso, podemos estabelecer, por exemplo, conceitos como polígonos convexos e não convexos, classificação de triângulos quanto aos ângulos e quanto aos lados. O trabalho foi dividido em dois dias, e o primeiro dia foi dividido em dois momentos: no primeiro, os alunos resolveram as questões propostas na apostila confeccionada; no segundo, foram apresentados alguns desafios quanto à identificação de alguns quadriláteros a partir de algumas dicas dadas. No segundo dia de atividades os alunos estudaram área e perímetro de polígonos. (FALCÃO et al, 2016, p.7)

Os referidos autores concluíram que o Geoplano é muito importante no ensino da geometria, por se tratar de um material que consegue fornecer para o aluno uma melhor percepção das propriedades das figuras geométricas. Uma das principais finalidades do uso do Geoplano enquanto recurso é possibilitar ao aluno compreender o conteúdo, por meio de suas próprias ações e não apenas decorar fórmulas, ou decorar a nomenclatura das figuras sem ter o entendimento de como e para que elas funcionam, promovendo aulas mais dinâmicas e interativas, o que sem dúvida nenhuma, ajuda no aprendizado de uma turma em sala de aula.

Os autores falam ainda que:

> Ressaltamos a importância dos materiais manipuláveis nas aulas de matemática, pois, a disciplina de matemática é vista pela maioria dos alunos como uma disciplina de difícil assimilação. Não será apenas o material manipulável em si que será importante, mas a experiência significativa que esse deve proporcionar ao aluno. Que possamos ir em busca do aprofundamento do estudo da geometria nas escolas e no cotidiano dos alunos buscando formas de desenvolver mais interesse e meios que os professores também possam utilizar para melhorar o aprendizado dos discentes nessa área. (FALCÃO et al, 2016, p.11)

Porto e colaboradores (2018), realizou um trabalho com os alunos do 9º ano do município de Santo Antônio da Patrulha, Rio Grande do Sul, eles apresentaram como proposta metodologia a formação de grupos de quatro alunos para o trabalho com um Geoplano, elásticos e folhas quadriculadas. Para o desenvolvimento das atividades da sequência foi estabelecida como unidade de área um quadrado da malha do Geoplano, a partir dessas medidas foram desenvolvidas as noções de cálculos de área de figuras planas como unidades discretas, além de visualizar os objetos formados.

> Trabalhamos com as figuras do losango, triângulo, paralelogramo, retângulo, e trapézio, induzindo para a descoberta das fórmulas do cálculo de área de cada uma dessas figuras, através de perguntas que os guiavam a pensar a lógica das fórmulas.

> Em seguida pedimos para que os alunos calculassem a área das figuras a seguir utilizando as fórmulas desenvolvidas. (PORTO et al, 2018, p.2)

Os autores acreditam que a matemática está presente em todo lugar, mas para que essa noção seja apreendida é necessário tornar essa relação mais clara para o aluno. Quando o professor une a teoria vivenciada em sala de aula com aulas práticas, ajuda do desenvolvimento do aprendizado do aluno, mas não somente isso, também permite que o aluno seja agente do próprio aprendizado, isso pode vir a significar um ensino de matemática mais eficaz e eficiente.

> Com a experiência da oficina de Geoplano percebemos que o estímulo visual, permitido pelo Geoplano, contribui positivamente no processo de aprendizagem do aluno. Os objetivos que desejávamos que os estudantes alcançassem ao final de cada atividade foram alcançados pela maioria dos alunos. Eles se mostraram interessados e participativos durante todo tempo, tornando-se os principais responsáveis pelo êxito da oficina. O conteúdo, de geometria plana, que parece abstrato a muitos estudantes, foi ensinado e aprendido de forma clara e concisa, mostrando que a prática, vinculada com a teoria, torna a matemática muito mais clara e próxima aos alunos. (PORTO et al, 2018, p.4)

No trabalho proposto por Santos e colaboradores (2020) os autores usaram uma Sequência Didática realizada ao longo de 6 (seis) aulas de 50 (cinquenta) minutos cada, constituída de 12 (doze) atividades, 23 (vinte e três) tarefas e 178 (cento e setenta e oito) perguntas investigativas, e os alunos divididos em 8 grupos, no município de Arraias, estado de Tocantins, em uma turma de 1ª série do Ensino Médio, composta por 24 alunos, o conteúdo abordado foi área, perímetro, ângulos de figuras planas. Na citação abaixo, encontra-se a sistematização da aplicação das atividades:

> Organizamos a sala de aula e colocamos sobre a mesa os Geoplanos, os elásticos coloridos e a Sequência Didática impressa. Em seguida, conversamos com os alunos sobre a pesquisa e a importância da participação deles na realização dessas atividades. Posteriormente, apresentamos o Material Didático Geoplano e as atividades e deixamos os estudantes explorarem livremente o MD, onde começaram a construir figuras, indagar, interagir e conjecturar entre os participantes dos grupos. (SANTOS et al, 2020, p.590)

Após a aplicação dos questionários, os pesquisadores concluíram que os alunos reconhecem a finalidade do material didático no que se remete ao estudo sobre as figuras geométricas planas, também foi percebido que em sua maioria os grupos não apresentaram dificuldades em manusear o Geoplano, como também não tiveram dificuldades em desenvolver as atividades e em compreender os conceitos matemáticos abordado nas tarefas propostas. Outra observação importante é que quando foi perguntado aos oito grupos se: O Material Didático Geoplano contribuiu na aprendizagem de figuras planas? Justifique. As respostas obtidas foram bastantes favoráveis e promissoras, conforme quadro 09.

Quadro 09: Respostas dos grupos

G1: “Sim, o Geoplano nos ajuda a calcular áreas das figuras planas sem a utilização de fórmulas, com ele estabelecemos e compreendemos as fórmulas e cálculos das áreas de figuras planas”. G2: “Sim, o material didático Geoplano contribuiu para aprimorarmos os nossos conhecimentos de figuras planas”. G3: “Sim, ele reforçou o conteúdo de figuras planas”. G4: “Sim, a construção das figuras planas com elásticos é fácil e a partir dela compreendemos os conceitos de perímetro e área dos polígonos”. G5: “Sim, pois compreendemos melhor as figuras planas”. G6: “Sim, pois aprendemos de uma forma mais extrovertida e fácil”. G7: “Sim, o Geoplano nos ajudou a compreendermos os conceitos de figuras planas”. G8: “Sim, o Geoplano possibilitou a compreender mais as figuras planas”

Fonte: Santos et al, 2020, p.604

Como é possível verificar, os alunos gostaram muito do uso do Geoplano nas aulas de geometria, por ajudar no cálculo, ajudar a reforçar o conteúdo aprendido e também na compreensão do mesmo. De igual relevância foram as respostas apresentadas a pergunta “De que forma o Material Didático Geoplano contribuiu na aprendizagem de figuras planas? Conforme quadro 10.

Quadro 10: Respostas dos grupos

G1: “O material didático Geoplano nos possibilitou manusear, construir as figuras planas com elásticos e identificar suas características”. G2: “No Geoplano construímos as figuras planas e analisamos as suas características”. G3: “O material didático Geoplano reforçou os conteúdos de figuras planas”. G4: “O material didático Geoplano contribuiu para aprimorarmos o nosso conhecimento de figuras planas”. G5: “Com a construção de figuras planas no Geoplano foi possível compreendermos melhor o conteúdo de Matemática de figuras planas”. G6: “O Geoplano nos ajudou a compreendermos o conteúdo de figuras planas, através das construções e estudo das características das figuras”. G7: “O Geoplano contribui na aprendizagem de figuras planas, com ele foi possível construímos de forma fácil as figuras, analisarmos as características das figuras através de questões investigatórias e compreendermos os conceitos matemáticos”. G8: “Com o material didático Geoplano, construímos figuras planas, respondemos as questões da Sequência Didáticano coletivo, onde houve uma troca de conhecimentos no grupo.

Fonte: Santos et al, 2020, p.604

Essas respostas reforçam os resultados encontrados pelos pesquisados com a resposta anterior, mostrando mais uma vez a importância do uso do material manipulável nas aulas de matemática, a exemplo do Geoplano nas aulas de geometria. Conforme as observações dos referidos autores:

> Percebemos que o desenvolvimento das atividades para ensinar figuras planas a partir do uso do MD Geoplano contribuiu de forma significativa para os estudantes possam construir, aprimorar, investigar e conjecturar os conceitos, elementos e objetos matemáticos. A Sequência Didática possibilitou a construção e o aprimoramento do

> conhecimento de figuras planas, partindo de conceitos primitivos como ponto e segmento de reta até as aplicações do Teorema de Pitágoras e subdivisão de polígonos de áreas definidas. Durante o desenvolvimento da Sequência Didática com o material didático Geoplano, observamos que sua utilização contribui para o processo de ensino e aprendizagem, promovendo: aulas atrativas e interessantes para os estudantes, a motivação, o caráter investigativo, o raciocínio lógico investigativo, a coletividade, o respeito às diferentes ideias dos estudantes, o levantamento de hipóteses e conjecturas, a construção do conhecimento matemático por parte dos estudantes. (SANTOS et al, 2020, p. 605)

Andrade e Sousa (2021), realizaram a pesquisa com a turma de 6º ano cidade de Aparecida de Goiânia, foi trabalhado o estudo de polígonos, regulares, irregulares. Os autores colocaram os alunos em círculo, aos alunos foi apresentado o Geoplano, suas medidas, aplicabilidades e suas possibilidades de uso, passado esse momento foi distribuído para cada aluno uma folha de papel quadriculado, que tinha a mesma finalidade do tabuleiro de madeira, a intenção era que eles explorassem as propriedades "de lados, vértices, ângulos e diagonais de polígonos mediadas pelos professores e pelos próprios colegas mais capacitados em relação ao tema proposto" (ANDRADE; SOUSA, 2021 , p. 20571). Depois os alunos foram convidados a construir várias figuras geométricas formas e tamanhos diferentes na folha de papel quadriculado.

> Para ajudar na abstração da ideia de polígonos, usamos o Geoplano com o intuído de conduzir esses alunos a perceberem as características que fazem do triângulo um polígono, fazendo com que eles observassem as seguintes particularidades: é uma figura fechada, seus lados são segmentos de reta, contêm ângulos, vértices e lados. Aproveitando o momento, foi feito o seguinte pedido: "tracem a diagonal desse triângulo", para verificar se eles estavam inteirados das propriedades dos polígonos. Logo os alunos pegaram o Geoplano e tentaram unir uma liga de borracha de um vértice a outro, e constataram que a liga sempre ficava consecutiva ao lado. (ANDRADE; SOUSA, 2021, p. 20575)

Ao usar a folha de papel e depois o Geoplano os autores perceberam que houve um avanço do entendimento sobre polígonos por parte dos alunos. Conforme foi possível observar na fala abaixo

> Como atividade final foi pedido que os alunos fizessem os mais diversos polígonos e nomeá-los de forma individual e também construir algumas figuras que não fossem polígonos, como maneira de avaliar o que foi aplicado no projeto. Observamos que, com a aplicação do experimento utilizando o Geoplano houve um avanço no que se refere aos conhecimentos científicos dos alunos (ANDRADE; SOUSA, 2021, p. 20577).

Para os autores as possibilidades que o Geoplano oferece para construção, manipulação e observação das propriedades de figuras geométricas, torna possível a criação de aulas investigativas, possibilita ao aluno demonstrar seus saberes e entender qual o nível de desenvolvimento que se encontram. E "a partir daí elaborar estratégias e criar cenários que

possibilitem o desenvolvimento psíquico e social dos alunos". (ANDRADE; SOUSA, 2021, p. 20578).

Foi possível perceber que mesmo sendo possível realizar o estudo de diversos conteúdos de matemática por meio do Geoplano, o estudo de área termina por ser o mais realizado por parte dos professores, mas isso não desmerece o trabalho realizado em todos esses, apenas demostras que ainda existe uma restrição do uso desse material que pode ser mais explorado.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É preciso criar incentivos e cursos de capacitação para que os professores de Matemática estejam atualizados e tenham conhecimento de novas metodologias e também adquiram o conhecimento necessário sobre o uso de materiais manipuláveis no ensino de Geometria. Afinal, no ensino da Matemática ou da Geometria o professor que busca o uso dos materiais manipuláveis como régua, compasso, transferidor, Geoplano ou outro terá em sua função educativa o objetivo de procurar motivar e despertar nos alunos, pode ser observado como resultado da pesquisa que apesar de ser um material manipulável muito rico, pouco do seu potencial é explorado na sala de aula, o que é muito ruim para a disciplina de matemática, e uma perda horrível para nossos alunos.

Com esse entendimento a pesquisa aqui finalizada procurou de maneira descritiva, contribuir para o interesse de outras produções acadêmicas nessa mesma temática ou em temas semelhantes, é notória a reclamação de alunos da Educação Básica, especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental e posteriormente no Ensino Médio de que grande parte deles apresenta dificuldades nos cálculos de álgebra e na manipulação do material para as figuras geométricas, uma vez que chegaram até a série em que estão sem compreender a fundamentação ou importância desses instrumentos e conteúdos tão complexos para o entendimento dos mesmos.

A evidência dos entraves e dificuldades pelas quais são definidas as escolas e o sistema de ensino público no Brasil tornam preocupantes as decisões para a implantação na prática das determinações da atual BNCC (BRASIL, 2018), como continuidade mais abrangente dos PCN (BRASIL, 1997) e das exigências contidas na LDB (BRASIL, 1996) como proposta pedagógica voltada para a prática coletiva do conhecimento e da formação do novo cidadão como sujeito ativo, pensante, construtor e transformador dos novos conhecimentos.

Quando atinge a faixa etária da adolescência os alunos começam a desenvolver seus ideais baseados em sonhos que nem sempre conseguirão concretizar e na escola, aqueles que são incentivados e acompanhados de maneira harmoniosa e afetuosa pelos familiares demonstram maior interesse pelo conhecimento escolar mostrando interesse pelas disciplinas, inclusive a Matemática e a Geometria. Entretanto, uma grande parcela desse segmento infanto-juvenil e dos jovens apresenta dificuldades mesmo antes de alcançar o seu certificado de ensino médio.

Entre os problemas que afligem as escolas públicas brasileira, alguns merecem ser revistos tais como: falta de uma biblioteca adequada às pesquisas dos alunos, sala de

informática e quando tem é precária ao atendimento coletivo, alunos que não conhecem o uso do computador e outros obstáculos bem conhecidos na atual conjuntura nacional. Por essa e outras razões, o trabalho com raciocínio lógico, cálculo, manipulação de material para atividades geométricas denota o desinteresse desses alunos desmotivados.

Em toda organização da pesquisa as informações refletidas deixaram evidentes que o ensino da Geometria exerce grande importância para o desenvolvimento de diferentes potencialidades e que as mesmas não dizem respeito só à matemática, mas sim, a todas as áreas do conhecimento e dentro dessa visão cabe aos educadores o cuidado na seleção dos conteúdos e das atividades que serão aplicadas, através da proposta, em suas práticas pedagógicas, de forma contínua para propiciar um pleno desenvolvimento de seus alunos.

Com essa visão reflexiva espera-se que o trabalho aqui concluído possa servir de incentivo a novos acadêmicos que estão cursando Licenciatura em Matemática, uma vez que, nem sempre o profissional contratado para a docência da Educação Básica está condicionado a entender esse campo do conhecimento e suas possíveis dificuldades que permeiam o ensino nacional em todas as esferas da Federação. É preciso acreditar, acompanhar de maneira interativa as mudanças na legislação da Educação, participar de formações continuadas, renovarem a sua formação acadêmica por meio de uma Especialização e seguir uma metodologia cuja didática aplicada esteja sintonizada diretamente com as necessidades e dificuldades de aprendizagem dos alunos trabalhados no cotidiano da sala de aula.

REFERÊNCIAS

AUGUSTO, Alcileia. **Leitura Crítica do documento de Matemática na BNCC.** 2016. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/relatorios-analiticos/parecer/Alcilea_Augusto_MATEMATICA.pdf

ANDRADE, E. J. S.; SOUZA, E. R. O uso do Geoplano no ensino de polígonos regulares e irregulares no 6º ano do ensino fundamental. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v.7, n.2, p. 20562-20581 feb. 2021

BARROS, A.L.S.; ROCHA, C.A. O Uso do Geoplano como Material Didático nas Aulas de Geometria. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**, 8. Recife: SBEM, 2004.

BEZERRA, T. O. S.; FERREIRA, V. D. S. **O uso de materiais manipuláveis no ensino de alguns Conceitos de cálculo**. Trabalho de conclusão de curso. Curso de bacharelado em ciência e tecnologia. Universidade federal rural do semiárido – UFERSA. Disponível em: https://repositorio.ufersa.edu.br/bitstream/prefix/4802/1/TerezaOSB_ART.pdf. Acesso em: 30 jul. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília. MEC/SEF, 2001.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. MEC, 2018. Disponível em: http:// basenacionalcomum. mec.gov.br/ imagens/ BNCC-publicação. pdf. Acesso em:12 set. 2018.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Sistema Nacional de Formação de Profissionais da Educação Básica Gestar I**. Matemática. Caderno de teoria e prática 5. Geometria I. Brasília: FNDE/MEC, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, LDB. 9394/1996.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 17 ed. Campinas, SP: Papirus, 2009. (Coleção perspectivas em Educação Matemática).

FAGUNDES, L. C. **Materiais manipulativos no ensino de matemática a crianças de 7 a 14 anos** – Período das operações concretas. 1977

FALCÃO, J. F. A et al. Estudando geometria com o Geoplano. **IX EPBEM**, ed. Realize Paraíba: 2016. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/epbem/2016/TRABALHO_EV065_MD1_SA4_ID630_30102016003045.pdf acesso em: 30 jul. 2021.

FERREIRA, A. B. H. Miniaurério **Século XXI Escolar:** O minidicionário da língua portuguesa. 4 ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2001.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos.3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4º ed. Ed. Atlas.2002.

GONÇALVES, F. A. **Materiais Manipulativos para o Ensino de Figuras Planas**. São Paulo: Edições Mathema, 2012

HOFFMANN, D.; MARTINS, E. F.; BASSO, M. V. A. Experiências físicas e lógicomatemática em Espaço e Forma: uma arquitetura pedagógica de uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 20., Florianópolis, 2009. **Anais do XX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**. Florianópolis, 2009.

KNIJNIK, G.; BASSO, M. V.; KLÜSENER, R. **Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano.** Ijuí: Ed. Unijuí, 1996.

KNIJNIK, G. et al. **Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano**. Ijuí, Unijuí, 2004.

LAKOMY, Ana Maria. **Teoria cognitiva da aprendizagem**. Curitiba: Facinter, 2003.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática:** representação e construção em geometria. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

LOPES, T. B.; DOS SANTOS, L. G.. O uso do Geogebra como ferramenta auxiliar para estudo da reta tangente a um gráfico. **RENOTE**, v. 14, n. 2, 2016.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.** São Paulo, ano III, nº 4, p. 3–13, 1º semestre 1995.

MACEDÔ, D. F. A importância da utilização do material concreto “Geoplano” no ensino de função afim nas aulas de Matemática: experiência vivenciada em uma turma do 9° ano. **VII ENID** Paraiba:2019

MACHADO, R. M. **Minicurso Explorando o Geoplano.** 2004 Disponível em: http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf Acesso em: 31 jul. 2021.

MAT.UNB Departamento de Matemática da universidade de Brasília. **Geoplano circular.** 2021b Disponível em: https://mat.unb.br/lemat/wp-content/uploads/2015/09/11APRESENTA%C3%87%C3%83O.pdf Acesso em: 31 jul. 2021.

MAT.UNB Departamento de Matemática da universidade de Brasília. **Geoplano isométrico.** Disponível em: https://mat.unb.br/lemat/wp-content/uploads/2015/09/10APRESENTA%C3%87%C3%83O.pdf Acesso em: 31 jul. 2021.
MAT.UNB Departamento de Matemática da universidade de Brasília. **Geoplano quadrangular**. 2021a Disponível em: https://mat.unb.br/lemat/wp-content/uploads/2015/12/09APRESENTACAO.pdf Acesso em: 31 jul. 2021.

MATOS, J. M.; SERRAZINA, M. de L. **Didática da Matemática**. Lisboa: 1996.

MENEZES, J. E. (org.). **Conhecimento, interdisciplinaridade e atividades de ensino com jogos matemáticos: uma proposta metodológica**. Recife: UFRPE, 2008. (Série Contexto Matemático)

MIRANDA, D. F.; LAUDARES, J. B. **Informatização no Ensino da Matemática:** investindo no ambiente de aprendizagem. In: Revista Zetetiké. V. 15, n. 27, jan./jun., 2007.

MORAES, M. B. S. et al. **Geoplano: um jogo educacional inteligente para o ensino de Geometria plana**. International Conference on Engineering and Technology Education. São Paulo. 2008.

OECD. PISA 2018 results. Disponível em: < https://www.oecd.org/pisa/publications/pisa-2018-results.htm> Acesso em: 16 jun. 2021.

OLIVEIRA JÚNIOR, A. P.; MIZIARA, E. L. Concepção e prática de professores de Matemática em relação ao ensino de geometria no Ensino Fundamental. **Ensino em Revista**, v. 32, n.1, p. 175- 188, jan./jun. 2014.

PARPET, S. **A máquina das crianças: Repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: 1994.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da geometria no Brasil:** causas e consequências. Zetetiké. Campinas: UNICAMP/FE/CEMPEM. Ano 1, n. 1, março, 1993.

PORTO, L. R. P. Explorando a geometria plana através do Geoplano: Desenvolvendo saberes matemáticos através da prática e Experimentação. **XV Encontro sobre investigação na escola**. UFRGS Rio Grande do Sul: 2018

SANTOS, L. C. Desenvolvimento de sequência didática com a utilização do Geoplano no ensino de figuras planas na 1ª série do ensino médio. **Revista Prática Docente** (RPD) Revista Prática Docente. v. 5, n. 2, p. 582-607, mai/ago2020.

SILVA, A. C. S.; SOUZA, J. K. C. Geoplano e o cálculo de área de figuras planas: reflexões de uma interveção pedagógica. **Jornada de Estudos em Matemática**, 2., 2016, Marabá.

VASCONCELOS, A.E.M. **Variáveis afetivas nas aulas de matemática**: encurtando a distância entre o sentir e o pensar. Monografia. Trabalho de Conclusão de Curso Matemática – Licenciatura do Núcleo de Formação Docente da UFPE. Caruaru: UFPE, 2020.

VERGNAUD. G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, 1990