



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

BRUNO DA SILVA COUTO

**PENSAMENTO ALGÉBRICO: análise das comunicações científicas dos
Encontros Nacionais de Educação Matemática**

Caruaru

2021

BRUNO DA SILVA COUTO

**PENSAMENTO ALGÉBRICO: análise das comunicações científicas dos
Encontros Nacionais de Educação Matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática-
Licenciatura da Universidade Federal de
Pernambuco, como requisito parcial para a
obtenção do grau de Licenciada/o em
Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientador: Prof^o. Dr. José Dilson Beserra Cavalcanti.

Caruaru

2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier – CRB/4 – 1242

C871p Couto, Bruno da Silva.
Pensamento algébrico: análise das comunicações científicas dos Encontros Nacionais de Educação Matemática. / Bruno da Silva Couto. – 2021.
51 f. ; il. : 30 cm.

Orientador: José Dilson Beserra Cavalcanti.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2021.
Inclui Referências.

1. Álgebra. 2. Encontro Nacional de Educação Matemática. 3. Matemática – Estudo e ensino. I. Cavalcanti, José Dilson Beserra (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2021-144)

BRUNO DA SILVA COUTO

**PENSAMENTO ALGÉBRICO: análise das comunicações científicas dos
Encontros Nacionais de Educação Matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática-
Licenciatura da Universidade Federal de
Pernambuco, como requisito parcial para a
obtenção do grau de Licenciada/o em
Matemática.

Aprovada em: 23 de Agosto de 2021

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. José Dilson Beserra Cavalcanti (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Marcílio Ferreira dos Santos (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Profª. Me. Marta Maria de Lima Sales (Examinadora externa)

Dedico este trabalho, em especial, aos meus pais, Pedro, Jailma e Iracema (*in memoriam*), as minhas irmãs, Graziela e Sabrina, e a minha esposa Tainara. Os quais sempre me incentivaram a alcançar meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Grato...

Em primeiro lugar a Deus, por tudo que ele representa a mim, e por me possibilitar a realizar esse grande passo na minha vida.

Aos meus pais, Pedro e Jailma, por nunca terem medido esforços para que eu pudesse estudar. Serei eternamente grato a Deus pela minha família.

Aos meus familiares, que de diversas maneiras me incentivaram a lutar pelos meus objetivos. Em especial ao meu avô Francisco, que sempre deu palavras de incentivo aos estudos, para seus netos.

A minha esposa Tainara, pela sua compreensão aos muitos momentos que estive isolado, estudando, mas que sempre me incentivou a concluir mais essa etapa de minha vida.

Ao Professor Dr. Dilson Cavalcanti, que apesar de todo o tempo que a docência ocupa, dedicou-se a me ajudar na construção desse trabalho, suas observações, direções e conselhos foram de suma importância para o desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus amigos da turma, em especial a José Lucas, Lucas Gabriel, Camila e Natielly, os 5 Math's. Que sempre estiveram presentes nos momentos de estudo e além dos muros do CAA, os quais tornaram melhores os meus dias na universidade.

A cada um dos professores do CAA, que contribuíram grandemente na minha formação, e pelos seus esforços para torna a educação brasileira cada dia melhor.

Enfim, a todos que contribuíram direto ou indiretamente na conclusão dessa etapa na minha vida.

Não há docência sem discência, as duas se explicam e seus sujeitos, apesar das diferenças que os conotam, não se reduzem a condição de objeto, um do outro. Quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender (FREIRE, 1996, p. 23).

RESUMO

Esta pesquisa teve o objetivo de investigar como o pensamento algébrico vem sendo abordado nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM). Discutimos sobre: álgebra, os aspectos históricos da álgebra, álgebra escolar, pensamento algébrico e as perspectivas de pensamento algébrico de Kaput (2008) e Radford (2009). Nosso estudo consistiu em uma pesquisa documental realizada a partir do mapeamento das Comunicações Científicas (CC) nos Anais do ENEM (1987 a 2019). Foi possível identificar 22 comunicações científicas a respeito do pensamento algébrico e as categorizamos de acordo com as três vertentes do pensamento algébrico de Radford (2009): pensamento algébrico Factual, pensamento algébrico Contextual e pensamento algébrico Padrão. Em linhas gerais, a maior parte dos trabalhos mapeados se encontram nas duas últimas edições do ENEM, o que nos leva a conjecturar que essa problemática parece ser uma tendência atual no campo da Educação Matemática com horizonte de crescimento no número de trabalhos acerca desse tema para os próximos eventos. Contamos que esses trabalhos buscaram investigar sobre o pensamento algébrico a partir de diversos olhares, desde as mobilizações do pensamento algébrico de crianças dos anos iniciais do ensino fundamental I, até estudantes de curso superior. Acreditamos que outras pesquisas podem ser feitas a partir da nossa, no sentido de ampliar o tema por nós abordado, como por exemplo, ampliando os territórios investigados para outras produções acadêmicas como teses, dissertações, artigos publicados em periódicos, ou comunicações científicas em outros eventos, além de que outros questionamentos também podem ser explorados a partir do nosso mapeamento como: quais concepções de pensamento algébrico mais aparecem nas comunicações científicas e quais são os autores mais abordados.

Palavras-chave: Álgebra. Concepções algébrica. ENEM. Pensamento Algébrico.

ABSTRACT

This research aimed to investigate how algebraic thinking has been approached in the National Meetings of Mathematics Education (ENEM). We discuss: algebra, historical aspects of algebra, school algebra, algebraic thinking and the perspectives of algebraic thinking by Kaput (2008) and Radford (2009). Our study consisted of a documentary research carried out from the mapping of Scientific Communications (CC) in the Annals of ENEM. It was possible to identify 22 scientific communications about algebraic thinking and categorized them according to the three strands of algebraic thinking by Radford (2009): Factual algebraic thinking, Contextual algebraic thinking and Standard algebraic thinking. In general terms, most of the mapped works are found in the last two editions of ENEM, which leads us to conjecture that this issue seems to be a current trend in the field of Mathematics Education with a horizon of growth in the number of works on this topic for upcoming events. We say that these works sought to investigate algebraic thinking from different perspectives, from the mobilizations of algebraic thinking by children from the early years of elementary school to college students. We believe that other researches can be done from ours, in order to broaden the topic addressed by us, for example, expanding the investigated territories to other academic productions such as theses, dissertations, articles published in journals, or scientific communications in other events, in addition to other questions that can also be explored from our mapping, such as: which conceptions of algebraic thought appear most in scientific communications and which authors are most discussed

Keywords: Algebra. Algebraic conceptions. ENEM. Algebraic Thinking.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	OBJETIVOS	13
1.1.1	Objetivo geral.....	13
1.1.2	Objetivos específicos.....	13
2	ÁLGEBRA.....	14
2.1	ASPECTOS HISTÓRICOS DA ÁLGEBRA.....	14
2.2	ÁLGEBRA ESCOLAR	15
2.2.1	Concepções de Álgebra Escolar e Educação Algébrica.....	16
2.2.2	Pensamento Algébrico.....	18
2.2.2.1	Pensamento Algébrico na perspectiva de James Kaput	21
2.2.2.2	Pensamento Algébrico na perspectiva de Radford.....	23
3	METODOLOGIA	28
4	ANÁLISE E DISCUSSÕES.....	31
4.1	MAPEAMENTO HORIZONTAL	31
4.2	MAPEAMENTO VERTICAL	34
4.2.1	Categorização dos trabalhos mapeados a partir da perspectiva de pensamento algébrico de Radford (2009)	45
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
	REFERÊNCIAS	49

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é vista como a “ciência dos números”, a qual, nasceu da necessidade humana de resolver problemas cotidianos, seu desenvolvimento perpassa por uma história milenar, que proporcionou muitos avanços para a humanidade.

Devido ao seu amplo escopo de estudo, a Matemática é subdividida em campos de conhecimento, entre os quais, a Álgebra. A mesma, tem papel fundamental dentro e fora do contexto escolar, trabalhamos com ela na Geometria, Estatística, Física, Química, Biologia e vários outros campos científicos. Assim, torna-se imprescindível o aprofundamento neste campo da Matemática, não só para um bom desenvolvimento na mesma e sim em todos esses outros campos citados.

Neste domínio da Matemática, algumas de suas inúmeras atribuições são a generalização da aritmética, utilizando de suas operações de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão, manipular e operar com o desconhecido que formalmente é representado por uma letra alfabética, chamada de incógnita, e o estudo de grupos e anéis da Matemática moderna. Vale ressaltar que, a partir da formalização simbólica da álgebra no século XVII, tivemos muitos avanços, não apenas na Matemática, mas também nas ciências e tecnologias.

A nível superior, a Álgebra é uma disciplina importante na formação acadêmica de diversas profissões, como por exemplo nas engenharias e nas Matemáticas – licenciatura e bacharelado. No que diz respeito a Álgebra na licenciatura, além da disciplina enquanto Matemática é importante também considerar a formação para o ensino da Álgebra, em outras palavras, o estudo da Álgebra escolar, uma vez que esse é um bloco importante de objetos de conhecimento matemáticos para a formação da educação básica.

Para o ensino de Álgebra na Educação Básica, encontramos orientações em documentos a nível nacional e estadual que são: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere para o ensino de Matemática nos anos finais do ensino fundamental a contemplação de cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e por fim probabilidade e estatística. Na unidade temática Álgebra

segundo a BNCC (BRASIL, 2017)

[...] por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p. 270)

Os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) para o ensino de Matemática sugere uma subdivisão em cinco eixos: Números e Operações, Álgebra e Funções, Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade. Para os anos finais do ensino fundamental segundo Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012):

O trabalho com a álgebra deve ser visto como a ampliação do que é estudado nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Com o surgimento das “letras”, é importante que o estudante construa a noção de variável e reconheça uma expressão algébrica como a interpretação de uma relação entre duas grandezas. (PERNAMBUCO, 2012, p. 101)

Semelhantemente encontramos orientações neste documento para o ensino médio, quando diz “a álgebra no Ensino Médio deve ser encarada não como simples manipulação simbólica, mas como o estabelecimento de relações, levando o estudante a consolidar a noção de variável” (PERNAMBUCO, 2012, p. 101).

As discussões a respeito da Álgebra Escolar são desenvolvidas considerando que há diversas concepções, como por exemplo Usiskin (1995), que classifica as concepções da mesma baseadas no uso da variável. Outra perspectiva de discussão sobre álgebra é o pensamento algébrico, essa perspectiva é comumente abordada por diversos pesquisadores, sua importância é um ponto de consenso. No entanto, o mesmo não ocorre quando se fala em conceituar o que é o pensamento algébrico. Kieran (1992) buscou investigar a diferença de pensamento aritmético e pensamento algébrico, relatando que o pensamento aritmético está fortemente relacionado ao cálculo e à realização de operações em busca de um resultado, enquanto que o pensamento algébrico está relacionado com as estruturas e ao “uso de uma variedade de representações que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional” (KIERAN, 1992 idib, p.4).

Outros pesquisadores como, Lins (1994), Kaput (2008), Silva e Savioli (2012, 2014) e Radford (2006, 2009), compartilham essa ideia, e definem pensamento algébrico como ações em situações quantitativas, ou não, identificando e generalizando relações encontradas nas informações inseridas nessas situações.

Para Godino e Font (2003), Álgebra e o pensamento algébrico são fundamentais no estudo da Matemática:

O raciocínio algébrico implica em representar, generalizar e formalizar padrões e regularidades em qualquer aspecto da Matemática. E a medida que se desenvolve esse raciocínio, se vai evoluindo no uso da linguagem e seu simbolismo, necessário para apoiar e comunicar o pensamento algébrico, especialmente nas 4 equações, nas variáveis e nas funções. Esse tipo de pensamento está no coração da Matemática concebida como a ciência dos padrões e da ordem, já que é difícil encontrar em outra área da Matemática em que formalizar e generalizar não seja um aspecto central. Em consequência, os professores em formação têm que construir essa visão do papel das ideias algébricas nas atividades matemáticas, e sobre como desenvolver o pensamento algébrico durante todos os níveis de ensino (GODINO e FONT, 2003, p.8).

Almeida e Câmara (2017), desenvolveram uma caracterização do pensamento algébrico a partir das concepções de Rômulo Lins (1994), James Kaput (2008) e Luiz Radford (2009). Para Almeida e Câmara (2017, p. 57) “o pensar algebricamente é revelado por meio de cinco características: estabelecer relações; generalizar; modelar; operar com o desconhecido; e construir significado”. Eles afirmam que a característica central dessa caracterização é a capacidade de estabelecer relações, ela segundo os autores é a primeira característica do pensamento algébrico desenvolvida por um indivíduo.

No decorrer do curso de licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de trabalhar na disciplina de metodologia do ensino de Matemática II, textos referentes a álgebra escolar, que apesar de parecer algo elementar, ficou claro que não é fácil defini-la. Dessa forma, verificando que a problemática de álgebra escolar já tinha sido objeto de estudo de diversos TCCs, como por exemplo, Batista (2014) e Vasconcelos (2017), portanto optei por escolher o pensamento algébrico como objeto de estudo de meu TCC.

Nesse TCC, o nosso problema de pesquisa foi: como está sendo abordado o tema Pensamento Algébrico nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM)?

Por fim, este trabalho está organizado em 6 capítulos. No capítulo 1 introduzimos a discursão sobre álgebra e o pensamento algébrico. No capítulo 2 discutimos sobre a Álgebra e seus aspectos históricos, apresentando as principais discussões sobre Álgebra escolar e o Pensamento Algébrico. No capítulo 3 mostramos os caminhos metodológicos percorridos nesta pesquisa. No capítulo 4 fizemos os mapeamentos Vertical e Horizontal. Por fim, no capítulo 5 apresentamos as considerações finais apontando os principais resultados, as implicações e as perspectivas de futuros estudos.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

- Investigar a produção científica sobre pensamento algébrico a partir das comunicações científicas nos anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM).

1.1.2 Objetivos específicos

- Mapear as comunicações científicas nos ENEMs de 1987 a 2019;
- Identificar as comunicações científicas que abordam a problemática do Pensamento Algébrico;
- Analisar o conjunto de comunicações científicas a partir da perspectiva de Radford (2009).

2 ÁLGEBRA

Definir o que é Álgebra não é algo simples. Segundo Lins (1994), por exemplo, a Álgebra é definida extensionalmente, onde diferentes grupos culturais, segundo ele, irão utilizar textos diferentes, ele adota:

a posição de que a Álgebra é um conjunto de afirmações a respeito de relações aritméticas, onde por aritméticas entendo relações envolvendo apenas operações finitas e homogêneas, precisamente no sentido das leis de composição da álgebra moderna (LINS, 1994, p. 30).

Álgebra estuda, entre outras coisas, a manipulação de equações, polinômios e além de outros aspectos, uma de suas características, talvez a mais relacionada a si, é a manipulação de letras (incógnitas), que são utilizadas para representar valores desconhecidos em expressões matemáticas, utilizando das operações da Aritmética (soma, subtração, multiplicação e divisão). Em um campo mais abstrato temos as estruturas algébricas, chamadas de grupos e anéis.

Este campo também se entrelaça com outros diversos campos matemáticos, por exemplo, na geometria, temos relações algébricas nas expressões de cálculo de área, nas relações de figuras planas e espaciais dentre outros.

2.1 ASPECTOS HISTÓRICOS DA ÁLGEBRA

A palavra “álgebra” não possui uma etimologia clara, como a palavra “aritmética” que deriva do grego arithmos que significa “número”. A definição mais comum encontrada nos trabalhos de história da álgebra é que a:

Álgebra é uma variante latina da palavra árabe al-jabr (às vezes transliterada al-jabr), usada no título de um livro, Hisab al-jabr w'al-muqabalah, escrito em Bagdá por volta do ano 825 pelo matemático árabe Mohammed ibn-Musa al Khwarizmi (Maomé, filho de Moisés, de Khwarizm). (BAUMGART, 1992, p.1)

Segundo Cavalcanti (2010), a Álgebra passou por várias evoluções até se tornar o que conhecemos hoje, podemos situar esse desenvolvimento da álgebra em duas fases, já que, de acordo com Baumgart (1992) se trata de uma divisão não só cronológica mais também conceitual. A primeira fase é chamada de fase antiga ou elementar, que se caracteriza como estudo das equações e métodos de resolver (Ibid,

p.40). A segunda fase é a Álgebra moderna (abstrata) que é o estudo de estruturas matemáticas, como anéis, grupos e corpos (Ibid, p.40).

De acordo com Cavalcanti (2010), na fase antiga que se passa de 1700 a.C. até 1700 d.C. ficou marcada pela utilização de símbolos e resolução de equações a partir de diversos métodos, nesse período a notação algébrica se desenvolveu em três etapas, a primeira é a “Álgebra retórica”, com seu desenvolvimento entre 2000 e 1600 a.C. na babilônia, e no Egito cerca de 1600 a.C. nessa época eram escritos os problemas de forma extensa, ou seja, sem uso de símbolos. Na segunda etapa, chamada de “Álgebra sincopada”, cerca de 400 a.C. onde começaram a escrever alguns termos técnicos de forma abreviada. Após essa fase, segue-se em um processo lento no qual os matemáticos começaram a substituir as palavras por letras e símbolos, e por fim, a última etapa é chamada de “Álgebra simbólica” que foi introduzida por François Viète (1541-1603) e aprimorada por René Descartes (1596-1650). Viète usava letra para representar o valor desconhecido, já Descartes partindo de Viète aperfeiçoou e efetivou a álgebra totalmente simbólica atual.

2.2 ÁLGEBRA ESCOLAR

Quando se fala em Álgebra escolar, nos remetemos para a álgebra trabalhada no ensino básico, conhecida pelas famosas “letras”, utilizadas para representar valores desconhecidos em equações e inequações. A mesma comumente no Brasil, passa a fazer parte da vida escolar do aluno em seu 7º ano do ensino fundamental.

Este trabalho de álgebra escolar é norteado pelos documentos curriculares a nível nacional e estadual como referido anteriormente, nestes documentos encontramos os conteúdos que os professores precisam abordar de acordo com o ano escolar que cada turma se encontra e as competências/habilidades que os estudantes precisam desenvolver.

A Álgebra escolar tem sido objeto de estudo de diversos pesquisadores da educação matemática, a seguir apresentaremos as suas duas principais linhas de pesquisas.

2.2.1 Concepções de Álgebra Escolar e Educação Algébrica

Pesquisadores como Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995) e Lins e Gimenez (1997), abordaram sobre a temática de Álgebra na Educação Básica, esses trabalhos apresentam concepções sobre Álgebra escolar, além de formas de classifica-las conforme certos critérios.

Fiorentini et al. (1993), entende a educação algébrica em três concepções: linguístico-pragmática, a fundamentalista-estrutural e a fundamentalista-analógica, como descrevemos a seguir.

- **Linguístico-pragmática** – trata-se de um aspecto da Álgebra como instrumento para resolução de problemas, segundo Fiorentini et al (1993), o domínio mesmo em um estado mecânico das técnicas utilizadas para os “transformismos algébricos” seria necessário e suficiente para que o estudante resolva qualquer problema;
- **Fundamentalista-estrutural** – como o próprio nome sugere, nesta concepção, a Álgebra é entendida de uma forma mais estrutural, onde exige um pouco mais do estudante, pois nesta concepção apenas dominar as técnicas do transformismo algébrico não é suficiente, o estudante tem que compreender cada passo dessas técnicas, subentendendo os teoremas e proposições que sustentam essas técnicas.
- **Fundamentalista-analógica** – nesta concepção busca-se um consenso entre as duas concepções anteriores, ela é marcada pela utilização de recursos geométricos-visuais e pela justificação das passagens do transformismo algébrico por meio de recursos analógicos geométricos.

Estas concepções propostas por Fiorentini et al (1993), focam em um domínio algébrico para resolução de problemas e na compreensão e utilização de teoremas, elas estão centralizadas na manipulação formal da Álgebra.

Lins e Gimenez (1997), propõem 4 concepções algébricas a partir das tendências de atividades algébricas, são elas: Concepção letrista, Concepção conteudista, Concepção de ação e Concepção de tendência conceitual. Como descrevemos a seguir.

- **Concepção letrista** - essa concepção restringe a Álgebra ao cálculo e/ou representação com letras. Onde, segundo Lins e Gimenez (1997), é dada historicamente através do desenvolvimento das notações algébricas.
- **Concepção conteudista** – essa concepção tende a definir Álgebra a partir dos conteúdos algébricos. No entanto, ela apresenta limitações, como exemplificado por Lins e Gimenez no seguinte exemplo: $\frac{5+5+5}{3} = 5$, claramente esse exemplo trata-se de um conteúdo aritmético e não algébrico. Porém esses autores questionam: se considerar como se forem dadas quatro parcelas de cinco e dividir por quatro, o que teríamos? E mil parcelas de cinco divididas por mil? E se ao invés de parcelas iguais a cinco tivermos parcelas iguais a outro número, o que muda? Agora estaríamos diante de um caso como: $\frac{a_1+a_2+\dots+a_{n-1}+a_n}{n} = n$. Segundo Lins e Gimenez (1997) essa ideia de generalização dessa última expressão, poderia ou pode estar implícita no desenvolvimento da resolução aritmética anterior.
- **Concepção de ação** – para estes autores nesta concepção a atividade algébrica é o resultado da “ação do pensamento formal”, no qual, sobre pensamento formal defendem a ideia de Piaget. No entanto, segundo estes autores existe uma limitação para esta concepção, pois segundo eles uma criança que resolve uma equação mas não dá sinais de ter atingido o estágio operatório formal piagetiano, isso não quer dizer que ela não desenvolveu uma atividade algébrica.
- **Concepção conceitual** – essa concepção se baseia na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud, que substitui a noção de conteúdo isolado. De acordo com Lins e Gimenez (1997), poderíamos pensar em algo como “campo conceitual da Álgebra elementar”.

Estas concepções propostas por Lins e Gimenez (1997) estão diretamente relacionadas a atividade algébrica realizada por um indivíduo, sendo em conteúdo de álgebra ou em outros que envolvam álgebra.

Usiskin (1995), por sua vez, define as concepções de Álgebra escolar de acordo com o uso da variável e suas funções no contexto da Educação Básica, sendo elas: Álgebra como aritmética generalizada, Álgebra como estudo de procedimentos para resolver problemas, Álgebra como estudo das relações entre grandezas e Álgebra como estudo das estruturas. Como descreveremos a seguir.

- **Álgebra como aritmética generalizada** – esta concepção trata-se de uma Álgebra tendo como característica principal a generalização de propriedades aritméticas, onde a linguagem algébrica é empregada para representar propriedades numéricas como neste exemplo: $(a + b) + c = a + (b + c)$. A instrução chave dessa concepção é “traduzir e generalizar”.
- **Álgebra como estudo de procedimentos para resolver problemas** – nessa concepção como o próprio nome sugere, o foco é a resolução de problemas, onde as letras representam incógnitas, nesses problemas a finalidade é encontrar o valor desconhecido. A instrução chave para essa segunda concepção é “simplificar e resolver”.
- **Álgebra como estudo das relações entre grandezas** - é nessa concepção que encontramos as fórmulas, onde “as variáveis variam” (Usiskin, 1995, p.15). Vale ressaltar que é apenas nessa concepção que surge a noção de variável dependente e independente. Por exemplo, a fórmula do volume de um prisma retangular, onde seu volume está ligado as relações entre as grandezas: comprimento, largura e altura. Que pode ser calculado pela fórmula: $V = a \cdot b \cdot c$, onde, V representa o volume, a representa o comprimento, b representa a largura e c representa a altura. Onde as variáveis a , b , e c varia de acordo com o prisma retangular. A instrução nessa terceira concepção é “relacionar”.
- **Álgebra como estudo das estruturas** – essa concepção está relacionada com a Álgebra no ensino superior, como por exemplo, no estudo das estruturas dos grupos, dos corpos e anéis, nessa concepção as variáveis são “um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades” (Usiskin, 1995, p. 18).

Na seção seguinte também discutiremos uma forma de caracterizar a álgebra escolar. No entanto, diferentemente das concepções apresentadas anteriormente, que geralmente focam na atividade algébrica ou no papel e significado das letras (incógnitas), a discussão agora é pensar a álgebra como uma forma de pensar matematicamente.

2.2.2 Pensamento Algébrico

Outros pesquisadores da área de Educação Matemática, que também estudam a álgebra escolar, como Kieran (1992, 2007), Lins (1994), Kaput (2008), Silva e Savioli (2012, 2014), Radford (2006, 2009), dentre outros, apontam que a Álgebra não é só

apenas uma linguagem, e sim, especialmente, uma forma de pensar, que chamam de Pensamento Algébrico. Kieran (2007), por exemplo, destaca que:

álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste, também, na atividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas (KIERAN, 2007, p. 5).

Como referido na introdução deste trabalho, não existe um conceito preciso e consensual entre os pesquisadores sobre uma definição de Pensamento Algébrico. De fato, segundo Radford:

[...] se ainda não temos uma definição precisa e concisa do pensamento algébrico, pode muito bem ser por causa do amplo escopo de objetos algébricos (por exemplo, equações, funções, padrões, ...) e processos (invertendo, simplificando, ...) como bem as várias formas possíveis de conceber o pensamento em geral (RADFORD, 2006, p. 3, tradução nossa).

Como é grande e vasto o campo da Álgebra, com diversas ramificações em outras áreas da matemática, existem vários ângulos para se observar a Álgebra, consequentemente há diversos caminhos de se observar o desenvolvimento do Pensamento Algébrico.

Segundo Almeida e Câmara (2017), esses autores, citados no início desta seção, compreendem pensamento algébrico “como ações acerca de situações quantitativas, ou não, percebendo e generalizando as relações entre as informações contidas nessas situações” (ALMEIDA e CÂMARA, 2017, p. 35). Semelhantemente Blanton e Kaput (2005) definem como:

um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso de argumentação, e expressam-nas, cada vez mais, em caminhos formais e apropriados à sua idade” (BLANTON e KAPUT, 2005, p. 413).

Apesar dos objetos de conhecimento escolares de Álgebra serem inseridos na segunda metade do ensino fundamental (anos finais), Oliveira e Laudares (2015) apontam que o pensamento algébrico é favorecido quando se começa a trabalhar e valorizar as diferentes formas de representação de ideias e relações matemáticas, através de diversos recursos como símbolos, desenhos, material manipulativo e

atividades de agrupar, classificar, ordenar que facilitem os trabalhos com padrões. Segundo Alves e Canavarro (2018):

[...] Não se trata de antecipar o ensino da Álgebra formal, mas sim de proporcionar aos alunos o desenvolvimento de uma experiência matemática, na qual têm oportunidade de lidar desde cedo, com os elementos principais da atividade algébrica” (ALVEZ e CANAVARRO, 2018, p. 248).

Assim, destaca-se a importância do desenvolvimento do Pensamento Algébrico ao longo de toda educação básica, para que o aluno possa estabelecer relações e generalizar os aspectos dos conteúdos algébricos trabalhados com o professor em sala de aula, afim de que a Álgebra não se limite em articulação de técnicas meramente mecânicas, sem sentido real para o educando. De acordo com Lins (1994), o pensar algebricamente é uma forma entre outras, de construir significado para a álgebra, sendo caracterizado por três características: pensar aritmeticamente, pensar internamente e pensar analiticamente. A primeira “significa que os objetos com que estou lidando são exclusivamente números, operações aritméticas e, acrescento aqui, uma relação de igualdade” (LINS, 1994, p. 30). A segunda “significa que as propriedades destes objetos que sustentam o que faço com eles, isto é, que sustentam a lógica das operações num sentido mais amplo, não fazem referência a nada fora do domínio destes objetos” (LINS, 1994, p. 30). Por fim, a terceira “significa que números genéricos são tratados exatamente como se fossem específicos, “incógnitas” são tratadas exatamente como se fossem “dados” (LINS, 1994, p. 30).

Visando compreender melhor o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, Almeida e Câmara (2017), propõem uma caracterização dessa forma de pensar:

acreditamos que o pensar algebricamente é revelado por meio de cinco características, a saber: “estabelecer relações”; “generalizar”; “modelar”; “operar com o desconhecido”; e “construir significado”. Além disso, sustentamos que no centro dessas características está a capacidade de estabelecer relações, e, subjacentes a ela, porém, não menos importantes, estão as outras (ALMEIDA e CÂMARA, 2017, p. 53).

Segundo os autores, o pensar algebricamente requer a mobilização dessas cinco características, assim a exploração delas, por parte do professor de Matemática no processo de ensino da Álgebra, acarretará possivelmente no desenvolvimento desta forma de pensar matematicamente.

Kaput (2008) e Radford (2006, 2009), deram grande contribuição para compreender as etapas e características do Pensamento algébrico, esses pesquisadores fizeram um estudo analítico dessa forma de pensar matematicamente, através de vertentes categorizadoras, como mostraremos nas seções seguintes.

Vale ressaltar que usaremos as vertentes do Pensamento Algébrico na perspectiva de Radford (2009) para analisar os trabalhos mapeados.

2.2.2.1 Pensamento Algébrico na perspectiva de James Kaput

Segundo Kaput (2008) o pensamento algébrico divide-se em 2 aspectos centrais, como descreve esse autor:

Consideramos um aspecto central do pensamento algébrico a generalização e a expressão de generalizações em sistemas de símbolos convencionais cada vez mais sistemáticos (Aspecto Central A). O segundo aspecto central do pensamento algébrico é a ação guiada sintaticamente em símbolos dentro de sistemas organizados de símbolos (Aspecto Central B) (KAPUT, 2008, p. 10, tradução nossa).

De acordo com Kaput (Ibid) esses dois aspectos centrais do pensamento algébrico originam três vertentes dessa maneira de pensar matematicamente. A primeira é a “álgebra como o estudo de estruturas e sistemas extraídos de cálculos e relações, incluindo aqueles que surgem na aritmética (álgebra como aritmética generalizada) e no pensamento quantitativo” (KAPUT, 2008, p. 11). A segunda é a “álgebra como estudo de funções, relações e variação conjunta” (Ibid, p. 11). A terceira vertente é a “álgebra como aplicação de um agrupamento de linguagens de modelagem dentro e fora da matemática” (Ibid, p. 11). A seguir detalharemos cada vertente:

- **Primeira vertente** – nesta vertente a aritmética tem papel fundamental, pois “inclui a generalização de operações aritméticas e suas propriedades e raciocínio sobre relações mais gerais e suas formas (por exemplo, propriedades de zero, comutatividade, relações inversas, etc.)” (Ibid, p. 12). Para esse autor envolve o olhar para expressões aritméticas de uma nova

perspectiva, em termos de sua estrutura e não de seu valor calculado na expressão. Esta vertente também inclui generalização de propriedades ou relações numéricas particulares, como por exemplo quando examinando a multiplicação de um número por 10, 100 ou demais múltiplos de 10, surge um efeito de aparecer zeros ao número multiplicado de acordo com a crescente destes múltiplos de 10, “esta atividade normalmente usa as generalizações da aritmética generalizada, embora nem sempre explicitamente” (Ibid, p. 12). Outra perspectiva desta vertente juntamente com a expressão explícita de estratégias, foram adotadas pelos alunos para facilitar cálculos, conforme esse autor descreve:

Essas atividades geralmente ocorrem em sequências mistas e se sobrepõem. Por exemplo, quando usamos o fato de que a adição é comutativa para simplificar o cálculo mental de 3 mais 18 a 18 mais 3, ou quando usamos a comutatividade da multiplicação para reduzir o número de fatos de multiplicação a serem aprendidos, estamos invocando esta vertente de álgebra (Ibid, p.13).

Ainda segundo Kaput (Ibid), mais especificamente, a atividade pode ser considerada algébrica quando expõe essas propriedades claramente para examinar sua generalidade e não apenas quando as estamos usando tacitamente.

- **Segunda vertente** – de acordo com esse autor, essa vertente envolve principalmente a generalização da ideia de função, “onde expressar a generalização pode ser pensado como uma descrição de variação sistemática de instâncias em algum domínio” (Ibid, p. 13). Essa vertente tem como característica o “Pensamento Funcional”, onde Almeida e Câmara (2017) relatam que esse pensamento tem como base a generalização de padrões numéricos para relatar relações funcionais identificando as relações de variações. Nesta vertente, Kaput (2008) destaca que as expressões denotam regularidades quando compara várias expressões de um padrão para demonstrar se são equivalentes, ou na determinação de valores específicos em funções como, por exemplo, o cálculo de suas raízes.

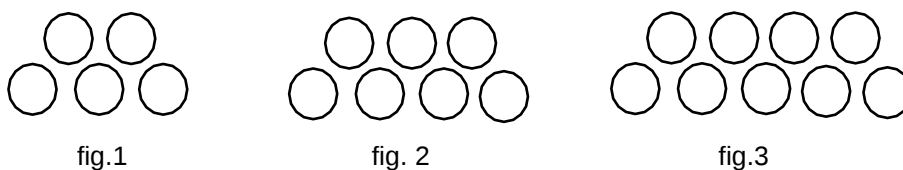
- **Terceira Vertente** – para Kaput (Ibid) a modelagem pode ser observada em três tipos, “Um primeiro tipo de modelagem é específico em número ou quantidade, sem a pretensão de que uma classe geral de situações está sendo modelada” (Ibid, p. 14). Nesse tipo o problema é aritmético, onde faz uso do aspecto sintático da álgebra para solucioná-lo. O segundo tipo de modelagem está atrelado ao aspecto central A, na generalização, expressão e nas regularidades de fenômenos matemáticos ou não. Onde “[...] frequentemente, a expressão da generalização assume a forma de usar uma ou mais variáveis que podem então expressar uma função ou classe de funções” (KAPUT, 2008, p. 14). E por fim, o terceiro tipo de modelagem generaliza as soluções de problemas de valor único, trazendo-os para o primeiro tipo de modelagem para que não haja a necessidade de manipulação algébrica. “Nesse tipo de modelagem de generalização, a introdução de variáveis que expressam a generalidade da situação costuma assumir a forma de parâmetros” (Ibid, p. 14).

A seguir apresentaremos a perspectiva de pensamento algébrico de Radford (2009), a qual utilizamos para analisar os trabalhos por nós mapeados.

2.2.2.2 Pensamento Algébrico na perspectiva de Radford

De modo semelhante a Kaput (2008), Radford (2009) classifica o pensamento algébrico em três vertentes: pensamento algébrico factual, pensamento algébrico contextual e pensamento algébrico padrão.

Para descrever essas formas de pensar, como o próprio autor chama, ele utilizou uma atividade aplicada em uma turma, dividida em grupos de 3 alunos. A atividade consistia em duas etapas, a primeira era desenhar as figuras 4 e 5 na sequência de figuras mostrada na figura 1 abaixo, posteriormente descobrir o número de círculos das figuras 10 e 1001. A segunda etapa era escrever uma mensagem para um aluno de outra turma indicando como descobrir o número de círculos em qualquer figura, em seguida, escrever uma expressão algébrica para o número de círculos na Figura n.

Figura 1: atividade de sequência

Fonte: Radford (2009)

A seguir descreveremos as três vertentes do pensamento algébrico na perspectiva de Radford (2009):

- Pensamento algébrico factual:** essa forma de pensar está associada a uma generalização mais informal, está ligada a generalização de formas, palavras e gestos, de maneira esquematizada, neste modo de pensar o fator desconhecido, a incógnita, permanece oculto. Segundo Radford (2009), os alunos que utilizam esta forma de pensar algebricamente, percebem na primeira etapa da atividade que as figuras 1, 2 e 3 aumentam o número de círculos de 2 em 2, conseqüentemente para desenharem a figura 4 e 5 basta continuar essa sequência. No entanto para identificar o número de círculos em figuras de números elevados, como por exemplo, figura 10, 1000, 10000 e assim por diante, com apenas a utilização dessa regularidade se torna inviável, pois seria necessário desenhar inúmeras figuras, assim faz necessário a generalização dessas relações, ou seja, uma “fórmula” que o aluno possa identificar o número de círculos para qualquer figura n . Radford (2009) identificou que um aluno elaborou uma fórmula para essa situação que se encontra dentro dessa forma de pensar, ela não era constituída por símbolos algébricos formais, ele pôde perceber que para descobrir o número de círculos da figura 5, por exemplo, basta somar $5 + 1$ que descobrirá o número de círculos da linha superior, e para a linha inferior basta somar $5 + 2$, em seguida somar as duas linhas, $6 + 7 = 13$, que seria o número de círculos da figura 5, na figura 100, $(100 + 1) + (100 + 2) = 203$ círculos, assim por diante essa relação vale para qualquer figura. De acordo com esse autor:

Uma 'fórmula' desta forma concreta de pensamento algébrico pode ser melhor entendida como uma 'função' ou 'predicado' corporificado com uma

variável tácita: a indeterminação não atinge o nível do discurso. Ele está presente por meio do aparecimento de algumas de suas instâncias (1, 2, 3, 4, 5, 10, 100). Continua a ser um espaço vazio a ser preenchido pelo eventual enunciado de termos particulares. Chamamos esse tipo de forma situada e concreta de pensamento algébrico que opera no nível de um determinado número ou fatos factual (RADFORD, 2009, p. 7, tradução nossa)

- **Pensamento algébrico contextual:** esta forma de pensar algebricamente vai além do que a identificação de características de situações algébricas como no pensamento algébrico factual, conforme o autor descreve, agora na atividade das figuras citadas anteriormente, o aluno tem que lidar com um novo objeto, que ele chama de “figura geral”. Agora nesse nível mais elevado de abstração, os alunos devem ser capazes de construir uma mensagem, que Radford também classifica como “fórmula”, que possa ser utilizada para descobrir o número de círculos de qualquer figura. Para mostrar como se manifesta o pensamento algébrico contextual, Radford (2009) trás a mensagem (fórmula) escrita por um aluno, onde ele relatava o seguinte: “Você tem que adicionar mais um círculo do que o número da figura na linha superior e adicionar mais um círculo do que a linha superior ao da parte inferior” (RADFORD, Ibid, p. 7, tradução nossa). Conforme esse autor afirma que esta mensagem se trata de uma fórmula, porém é diferente do apresentado no pensamento algébrico factual, pois o ritmo e os gestos foram substituídos por termos descritivos chave como “superior” e “inferior”. Agora a variável está de forma explícita através do termo “número da figura”, diferente do pensamento algébrico factual que a variável permanecia oculta. Além dessa diferença como a indeterminação é tratada, ela também se estende aos meios semióticos pelos quais os alunos pensam, ainda conforme Radford:

[...] a nova forma de pensamento algébrico ainda é contextual e "perspectiva" na medida em que se baseia em uma maneira particular de considerar algo. A fórmula algébrica é de fato uma descrição do termo geral, como era para ser desenhado ou imaginado. É por isso que chamamos esta forma de pensamento algébrico contextual (RADFORD, 2009, p. 8, tradução nossa).

- **Pensamento algébrico padrão:** ou simbólico como o autor se refere algumas vezes. Nesta última forma do pensamento algébrico, os alunos começam a

fazer uso de fórmulas alfanuméricas, mais precisamente uma linguagem simbólica algébrica para expressar o pensamento. Entretanto quando o aluno começa a utilizar esse pensamento algébrico, essas fórmulas alfanuméricas não são um dispositivo de cálculo abstrato, mas sim narrativas que expressam o fenômeno estudado. Como podemos ver em atividades de generalização de padrões como a da figura 1, onde dentro dessa forma de pensar, os alunos “oferecem uma espécie de descrição espacial da figura e as ações a serem realizadas” (ALMEIDA e CÂMARA, 2017, p. 51). Radford (2009) realça que o escopo dos recursos semióticos utilizados nas formas de pensamento algébrico factual e contextual, como por exemplo: ritmos, gestos, dêiticos, advérbios e assim por diante, não têm espaço nas fórmulas algébricas baseadas em símbolos alfanuméricos. Ocasionalmente uma expressiva mudança na linguagem utilizada para expressar o pensamento algébrico.

Como podemos observar na fórmula: $(N + 1) + (N + 2)$, que de acordo com Radford (Ibid) foi apresentada por um grupo de alunos. Onde nela podemos ver claramente que $(N + 1)$ expressa a linha superior e a linha inferior e representada por $(N + 2)$, apesar da semelhança estrutural, podemos perceber na elaboração dessa fórmula, um nível mais elevado de pensamento algébrico do que apresentado na fórmula do pensamento algébrico contextual, pois, agora o aluno utiliza uma linguagem mais resumida através de uma linguagem simbólica algébrica, baseada em sinais alfanuméricos. Segundo Almeida e Câmara (2017):

Em um nível mais avançado do pensamento algébrico simbólico, o aluno é capaz de simplificar essa fórmula, chegando a uma que não seja uma descrição espacial da figura, mas uma síntese da relação existente entre o número da figura e o número de círculos. Temos, a seguir, uma fórmula simplificada para representar o número de círculos da figura n : $2n + 3$. (ALMEIDA e CÂMARA, 2017, p. 52)

Para essa fórmula mais simplificada, não temos mais uma representação espacial da figura, não são perceptíveis as linhas superior e inferior como na fórmula: $(N + 1) + (N + 2)$. É essa natureza não perspectiva da fórmula que, segundo Radford (Ibid),

caracteriza o distanciamento do contexto com o objetivo de significar essas relações de forma abstrata.

3 METODOLOGIA

Segundo Oliveira (2011) metodologia é o “processo no qual se aplicam diferentes métodos, técnicas e materiais, tanto laboratoriais como instrumentos e equipamentos para coleta de dados no campo” (OLIVEIRA, 2011, p. 41). Neste capítulo apresentamos os caminhos e procedimentos que foram usados para obtenção dos dados e realização da pesquisa.

Esta pesquisa se insere no campo de pesquisas qualitativa e documental. De acordo com Fonteles et al (2009), esse “é o tipo de pesquisa que tem o levantamento de documentos como base. É uma valiosa técnica de coleta de dados qualitativos” (FONTELES et al, 2009, p. 7).

Neste trabalho, buscamos mapear as produções científicas nos Encontros Nacionais da Educação Matemática (ENEM) acerca da temática “Pensamento Algébrico”. Para tal, utilizamos a técnica de mapeamento em pesquisa educacional, desenvolvido por Biembengut (2008) e adaptada por Cavalcanti (2015). Essa técnica de pesquisa segundo Biembengut (ibid. p.73, *itálicos da autora*) “apresenta o que já existe sobre o tema, *quantos, quem e onde* já fizeram algo a respeito, que *avanços* foram conseguidos e *quais* problemas estão em aberto para serem levados adiante”.

Cavalcanti (2015) propôs uma adaptação deste tipo de mapeamento em duas perspectivas, sendo eles: horizontal e vertical, conforme esse autor:

Os termos e os respectivos questionamentos que a autora destaca na citação, em nossa compreensão, permite-nos fazer uma distinção sobre o direcionamento do mapeamento. Os questionamentos ‘**quantos, quem e onde** já fizeram algo a respeito?’ apontaria para um estudo exploratório horizontal se concentrando mais no relevo observável das produções científicas, isto é, na topologia do território. Já os questionamentos ‘**que** avanços foram conseguidos e **quais** problemas estão em aberto para serem levados adiante’ indicaria um estudo vertical que poderia ter como orientação o que está sob (isto é, os trabalhos já desenvolvidos – indicariam tendências) e o que está sobre (isto é, os trabalhos que podem ser desenvolvidos – indicariam perspectivas) a superfície da literatura científica. (CAVALCANTI, ibid. p. 219, *negritos do autor*).

Nossa pesquisa nos anais do ENEM contemplou todas as treze edições (1987, 1988, 1990, 1992, 1995, 1998, 2001, 2004, 2007, 2010, 2013, 2016 e 2019). Optamos por mapear todas as edições deste evento, afim de termos um panorama de todas as produções científicas sobre Pensamento Algébrico publicadas no mesmo até hoje.

A escolha dos trabalhos publicados nos anais do ENEM para a análise de dados, se deu pelo fato de considerarmos este evento o mais importante, a nível nacional, do campo da Educação Matemática, onde o mesmo reúne também um grande número de pesquisadores de todo o país.

Para o levantamento dos dados, acessamos os anais do ENEM através do site da SBEM, na aba de anais, onde se encontram disponíveis os links das treze edições. Em seguida, buscamos pelas palavras chaves: “Álgebra”, “Algébricos (a)”, “Pensamento Algébrico”, “Pensar Algebricamente” ou “Pensando Algebricamente”. Assim foram encontrados 172 trabalhos, dos quais refinando para os que traziam no título “Pensamento Algébrico”, “Pensar Algebricamente” ou “Pensando Algebricamente”, foram 34, os quais estão distribuídos nas seguintes modalidades: comunicação científica, mesa redonda, mini curso e relato de experiência. Como mostra o quadro 1.

Quadro 1- Distribuição de trabalhos por modalidade.

Modalidade	Número de trabalhos
comunicação científica	22
mesa redonda	3
Minicurso	6
relato de experiência	3

Fonte: os autores

Após selecionados esses 34 trabalhos que se enquadram na nossa temática, foi realizada uma leitura “flutuante”. Segundo Bardin (2011) esse tipo de leitura é um primeiro contato com os documentos que serão submetidos à análise.

Vale ressaltar que devido ao pouco espaço de tempo para realização da pesquisa, optamos por realizar apenas a análise da modalidade comunicações científicas.

Para distinção dos trabalhos adotamos os seguintes códigos (modalidade/ano/numeração): CC para comunicações científicas (CC.1998.1, CC.1998.2, CC.2004.3,..).

4 ANÁLISE E DISCUSSÕES

Este capítulo está dividido em duas seções, sendo a primeira referente ao mapeamento horizontal e a segunda será destinada ao mapeamento vertical, ambos na perspectiva de mapeamento em pesquisa educacional de Biembengut (2008) e adaptado por Cavalcanti (2015), seguida da análise dos trabalhos mapeados a partir da perspectiva de pensamento algébrico de Radford (2009).

4.1 MAPEAMENTO HORIZONTAL

Nesta perceptiva de mapeamento, buscamos apresentar um panorama geral das produções científicas publicadas nas edições do ENEM até hoje, a respeito do tema Pensamento Algébrico.

Para melhor visualização dos trabalhos mapeados, elaboramos o quadro abaixo, com título dos trabalhos, seu ano de publicação e os autores dos mesmos. Organizamos os trabalhos para análise em ordem crescente de acordo com o ano de publicação, como mostra o quadro 2 a seguir.

Quadro 2 – Pesquisas sobre o Pensamento Algébrico

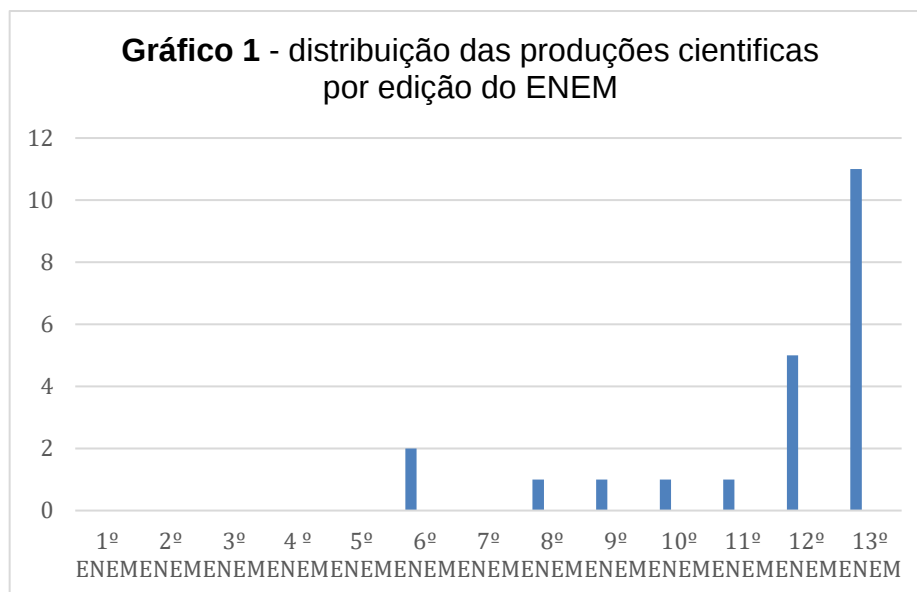
Código	Ano	Título	Autor(es)
CC1	1998	As diferenças no Pensamento Algébrico na solução de problemas matemáticos.	Elizabeth Adorno de Araújo
CC2	1998	Álgebra, linguagem e ensino escolar: o desenvolvimento pelo aluno do Pensamento Algébrico e a construção de significados.	Edson Pereira Barbosa
CC3	2004	O jogo “o teu e o meu” para auxiliar a formação do Pensamento Algébrico.	Elizabeth Adorno de Araújo
CC4	2007	Crianças de series iniciais pensando em álgebra: uma comparação entre o uso de ambientes computacionais e manipulativos.	Raquel Santiago Freire e José Aires de Castro Filho
CC5	2010	Introdução do Pensamento Algébrico.	Leandra Gonsalves dos Santos e Vania Maria Santos Wagner

CC6	2013	Indícios de mobilização de pensamento Algébrico por alunos de uma turma do 6º ano do ensino fundamental.	Paulo Henrique, Angélica Rodrigues Coutinho Silveira e Marcia Cristina Nagy
CC7	2016	Caracterizadores do Pensamento Algébrico e generalização de padrões matemáticos.	Grace Dória dos Santos Baqueiro, Anailza da Silva Cazumba, Ana Teresa Ferreira dos Santos, Gabriele Souza de Carvalho e Jadna Araujo de Oliveira
CC8	2016	Modelagem matemática e Pensamento Algébrico: explorando algumas situações.	Thiago Fernando Mendes, Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa Robim e Rodolfo dos Santos Gomes Pereira
CC9	2016	Níveis de desenvolvimento do Pensamento Algébrico: em busca de um modelo para os problemas de partilha de quantidade.	Jadilson Ramos de Almeida
CC10	2016	Pensamento Algébrico e padrão: explicitação de entendimentos a partir periódicos de Educação Matemática.	Alessandra Lucero Silva e Maria Arlita da Silveira Soares
CC11	2016	Pensamento Algébrico: um olhar para as publicações no Encontro Nacional de Educação Matemática.	Mariany Layne de Souza e Daniele Peres da Silva
CC12	2019	A construção do pensamento Algébrico utilizando de investigação em sala de aula: o ensino de sequências.	Flávia Maria Almeida e Marcos Francisco Borges
CC13	2019	Autoeficácia docente para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico	Anderson Cangane Pinheiro e Nelson Antonio Pirola
CC14	2019	Levantamentos de publicações no Encontro Nacional de Educação Matemática acerca do Pensamento Algébrico nos anos iniciais (2010 – 2016)	Danielle Abreu Silva e Klinger Teodoro Ciríaco
CC15	2019	Significações produzidas a partir do Pensamento Algébrico: investigando sequências e construindo generalizações.	Jefferson Tadeu Godoi Pereira

CC16	2019	Pensamento Algébrico Mobilizado por alunos do 7ºano do ensino fundamental na resolução de um problema de generalização de padrões.	Rayssa de Moraes da Silva e Jadilson Ramos de Almeida
CC17	2019	Ação de explicar em atividade envolvendo o Pensamento Algébrico.	Frâncico Junior
CC18	2019	Aspectos do Pensamento Algébrico: um estudo de casos.	Vinícius Vieira Sousa e Elenice de Souza Lodron Zuin
CC19	2019	A pesquisa narrativa de uma professora do primeiro ano do ensino fundamental diante do desafio de trabalhar com tarefas sobre o Pensamento algébrico.	Kátia Gabriela Moreira e Adair Mendes Nacarato
CC20	2019	Os conhecimentos de (re)significações de professores que ensinam Matemática acerca do Pensamento Algébrico nos anos iniciais.	Silvana Leonora Lehmkuhl Teres e Regina Célia Grando
CC21	2019	Pensamento Algébrico: Um estudo exploratório com estudantes de Pedagogia.	Rosilda Santos Nascimento e Maria Alves Azeredo
CC22	2019	Uso de tarefas de aprendizagem profissional para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico: uma investigação com professores dos anos iniciais.	Lilian Cristina de Souza Barboza

Fonte: os autores

Estes são os 22 trabalhos que compõem o *corpus* da nossa pesquisa, dos quais faremos um estudo analítico no mapeamento vertical. Agora exibiremos um gráfico com as distribuições destes trabalhos de acordo com o evento publicado.



Fonte: anais do ENEM

Como podemos observar, só foram publicados trabalhos acerca do tema Pensamento algébrico a partir da sexta edição do ENEM, realizada no ano de 1998. Posteriormente, da 8ª a 11ª edição identificamos apenas uma publicação por edição, no entanto na 12ª edição foram identificados 5 trabalhos publicados e 11 na 13ª edição, assim, com essa crescente das últimas duas edições, podemos esperar que nos próximos eventos tenhamos um bom número de trabalhos publicados nessa temática.

4.2 MAPEAMENTO VERTICAL

Neste mapeamento faremos um estudo mais analítico, expondo os objetivos, métodos e resultados das comunicações sistematizadas no mapeamento horizontal, apresentado anteriormente. Além disso, utilizamos o referencial teórico adotado por nós, Radford (2009), para análise dos mesmos. A seguir, faremos a apresentação das 22 pesquisas que compõe o *corpus* do nosso trabalho.

A comunicação científica CC.1998.1 de título: “As diferenças no Pensamento Algébrico na solução de problemas matemáticos”. Segundo a autora, esse estudo foi uma tentativa para analisar as diferenças no pensamento algébrico em alunos do 1º ano de um curso de licenciatura em Matemática e alunos do 1º ano de um curso de engenharia, no total foram 12 estudantes, sendo 8 alunos do 1º ano do curso de licenciatura em Matemática, dos quais segundo a autora 4 de desempenho fraco onde

ela classificou de menos capazes – MC, e 4 alunos de desempenho bom onde ela classificou de capazes – C, os outros 4 alunos eram do curso de engenharia, sendo um de acordo com ela menos capaz, 2 capazes e 1 capacidade média – CM. Os instrumentos utilizados pela pesquisadora foram questionários para identificação dos sujeitos e para o desempenho atribuído aos alunos: um teste verbal com 49 sentenças para análise, um teste para escala de atitudes com 21 frases e por fim um teste algébrico com 10 problemas de álgebra. Na exposição dos resultados a autora relatou que os sujeitos com piores desempenhos no teste algébrico foram os sujeitos considerados não capazes, e estes também apresentaram as piores notas no raciocínio verbal. Ela ressalta também diversos tipos de erros que foram contatados no teste algébrico, erros como: dificuldade na interpretação do enunciado, dependência dos esquemas aprendidos na escola, não saber utilizar a álgebra para resolver o problema, dificuldade na representação da incógnita e outros mais.

A comunicação científica CC.1998.2 de título: “Álgebra, linguagem e ensino escolar: o desenvolvimento pelo aluno do Pensamento Algébrico e a construção de significados”. Para realização da mesma o pesquisador propôs para uma turma da 6ª série do Ensino Fundamental (atual sétimo ano) com 40 alunos, a seguinte atividade: 7 atividades divididas em dois grupos (um com 5 problemas que exigiam a construção de linguagem algébrica, e o outro de 2 problemas envolvendo frases, sentenças e expressões algébricas, para as quais os alunos deveriam atribuir significados). Ao todo foram necessárias 34 aulas de 50 minutos para realização dessas atividades, onde a interferência do professor quando necessário foi apenas de orientar os caminhos que eles tinham adotados e nunca para auxiliar nas respostas. Na descrição dos resultados, o autor revela que o desenvolvimento da linguagem e do pensamento algébrico levam tempo, não apenas para os alunos mas também para o professor. Outro aspecto que ele relata, é o desafio que as situações propostas pareceram significar para os alunos, pois eles buscavam uma maior aproximação com situações cotidianas da vida, possibilitando segundo ele um caminhar mais efetivo rumo a abstração da álgebra. Ele também relatou que as conversas dos alunos não estavam somente associadas ao diálogo deles, mas também um espaço de manifestação de conhecimentos que trazem de outras esferas do conhecimento.

A comunicação científica CC.2004.3 de título: “O jogo “o teu e o meu” para auxiliar a formação do Pensamento Algébrico”. De acordo com a autora o objetivo

deste trabalho foi verificar como os professores percebem o jogo “O Meu e o Teu” como uma opção metodológica para o ensino da Álgebra. Este jogo foi adaptado e aplicado para ser avaliado por um grupo de 24 professores de escolas públicas do Ensino Fundamental da região de Jundiaí – SP. Segundo a autora a escolha deste jogo foi motivada devido à sua proposta e também por sua facilidade de construção. Esse jogo exige que o aluno resolva situações problemas de álgebra, é um jogo para três ou quatro jogadores. Para o aluno conseguir “marcar ponto” deverá responder ao problema proposto na carta retirada do monte e os demais membros ficarão atentos à solução apresentada, pois serão eles que decidirão se o jogador respondeu corretamente ou não. Os professores foram divididos em grupos de 4 integrantes, e jogaram o jogo, alguns grupos completavam o jogo mais rapidamente e com relativa facilidade, em outros alguns professores do grupo se sobressaíam e ajudavam os colegas para encontrar a solução proposta para todos. Segundo a autora, o jogo de modo geral foi bem recebido pelos professores, dos quais relataram que usariam este jogo em suas aulas.

A comunicação científica CC.2007.4 de título: “Crianças de séries iniciais pensando em álgebra: uma comparação entre o uso de ambientes computacionais e manipulativos”. Esse estudo foi realizado com quatro alunos de 3º ano e quatro alunos de 5º ano de uma escola pública da cidade de Fortaleza. Nessa pesquisa, os sujeitos da análise participaram de entrevistas individuais baseadas no método clínico piagetiano. Em seguida, os alunos participaram de uma atividade chamada “balança Interativa” onde baseia-se na manipulação simulada de uma balança de dois pratos na forma de um jogo, no qual consiste em descobrir os valores desconhecidos que são associados às letras. De acordo com a autora essa atividade consiste em dez níveis. Do primeiro ao quinto nível ele apresenta a balança de dois pratos e a equação que representa os movimentos realizados. Do sexto ao décimo nível, o jogo apresenta apenas a equação. Segundo a pesquisadora, esta diferenciação foi feita com o objetivo de levar o usuário a manipular equações de forma cada vez mais simbólica. De modo geral, essa atividade mostrou-se uma boa prática para o ensino da álgebra, os alunos conseguiram desenvolver um bom raciocínio algébrico a partir dela, criando estratégias e métodos para solucionarem os problemas algébrico.

A comunicação científica CC.2010.5 de título: “Introdução do Pensamento Algébrico”. Essa pesquisa foi parte de uma pesquisa de mestrado, ela teve duração

de sete meses, onde os pesquisadores buscaram analisar a influência dos livros didáticos na concepção algébrica e nas ações pedagógicas de três professores que atuavam em turmas de 5ª à 7ª séries do Ensino Fundamental (atuais 6º a 8º anos). O exame de duas coleções de livros didáticos que são utilizados por estes professores, entrevistas e diálogos com os autores das coleções, observações das aulas dos três professores, questionários e entrevistas semiestruturadas com os mesmos e seus alunos formaram como estes autores chamaram de “o corpo de informações desta pesquisa”. Na análise dos dados, evidenciaram-se alguns aspectos de como os docentes pesquisados concebem a álgebra, seu ensino e concepções algébricas e de como estas estão cheias de mitos, conjecturas e preconceitos devido à formação acadêmica que tiveram e à forma simplificada como a álgebra lhes foi apresentada. Eles ainda afirmam que as ações pedagógicas desses professores retêm forte influência dos livros que utilizam.

A comunicação científica CC.2013.6 de título: “Indícios de mobilização de pensamento Algébrico por alunos de uma turma do 6º ano do ensino fundamental”. Nesta pesquisa os autores analisaram os tipos de pensamento algébricos mobilizados por alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental, de uma escola estadual de Florestópolis – PR, durante a resolução de 3 atividades. Eles utilizaram os tipos de pensamento algébrico de Blanton e Kaput (2005) para categorização das respostas das atividades. A primeira atividade consistia em encontrar um número “n” que tornava a seguinte equação verdadeira: $(8+2) + 6 = 8 + (n+6)$. Nessa atividade foram encontradas mobilizações do pensamento algébrico “aritmética generalizada”, onde os alunos realizaram as somas nos dois membros da equação, e posteriormente atribuíram um valor para n que tornava o segundo membro igual ao primeiro. As outras duas atividades consistiam em padrões de figuras, e neles foram encontradas mobilizações de pensamento algébrico “funcional”.

A comunicação científica CC.2016.7 de título: “Caracterizadores do Pensamento Algébrico e generalização de padrões matemáticos”, teve o objetivo de analisar os caracterizadores do pensamento algébrico presentes nas resoluções de atividades envolvendo padrões matemáticos por estudantes de um curso de licenciatura em matemática, em um minicurso durante um evento de uma instituição estadual de ensino superior. Para as análises dessas atividades os autores se embasaram nas ideias de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), que utilizam as

potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas na mobilização e desenvolvimento do pensamento algébrico e de sua linguagem. A maioria dos participantes conseguiram perceber a regularidade dos padrões matemáticos das atividades propostas, estabelecendo assim relações e comparações entre padrões geométricos e utilizando uma linguagem sincopada e/ou simbólica para expressar seu pensamento em relação à questão proposta, destes, três chegaram à generalização algébrica, utilizaram expressões do tipo: $3(n - 1) + 4$ e $4n - (n - 1)$ (onde n representa o número da posição da figura).

A comunicação científica CC.2016.8 de título: “Modelagem matemática e Pensamento Algébrico: explorando algumas situações”. Teve o objetivo de identificar características do pensamento algébrico que podem emergir a partir do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática de alunos do quarto ano de Licenciatura em Matemática. Para identificar os aspectos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico, os autores estabeleceram cinco unidades de registro: estabelecimento de generalizações; análise de estruturas; realização de provas; realizações de previsões; utilização de sistemas de representação. Onde durante a análise das atividades de modelagem eles poderão perceber mobilizações do pensamento algébrico nas cinco unidades. Por fim, os autores concluem que a modelagem matemática contribui no desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que, na resolução de uma atividade na perspectiva desta alternativa pedagógica, independente do momento em que a mesma foi desenvolvida, as principais características dos diferentes tipos de pensamentos algébricos são evidenciadas.

A comunicação científica CC.2016.9 de título: “Níveis de desenvolvimento do Pensamento Algébrico: em busca de um modelo para os problemas de partilha de quantidade”. Foi um recorte de uma tese de doutorado que estava em andamento durante a publicação desta comunicação. Esse artigo teve o objetivo de propor um modelo que possibilite a identificação de níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico revelado por alunos da educação básica ao resolverem problemas de partilha de quantidades. Os sujeitos desta pesquisa foram: 342 alunos do 6º ano do ensino fundamental, sendo 195 alunos brasileiros de três escolas do Recife e 147 estudantes canadenses de quatro escolas da província do Québec. Após a análise das atividades resolvidas pelos alunos, o autor classificou as respostas dos alunos em quatro níveis de mobilizações do pensamento algébrico, sendo eles: nível 0,

caracterizado pela ausência de pensamento algébrico, passando por um nível incipiente (nível 1), por um intermediário (nível 2) e por um nível consolidado de pensamento algébrico (nível 3). Nas respostas dos alunos nas atividades exposta nessa comunicação científica, podemos perceber mobilizações do pensamento algébrico nas três vertentes de Radford (2009).

A comunicação científica CC.2016.10 de título: “Pensamento Algébrico e padrão: explicitação de entendimentos a partir de periódicos de Educação Matemática”. Teve como objetivo mapear e analisar as produções publicadas em periódicos da área da Educação Matemática que problematizam o desenvolvimento do pensamento algébrico, em particular a estrutura de padrão. O mapeamento foi realizado em 10 periódicos da área da Educação Matemática, foram eles: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática - Boletim Gepem (UFRJ), Educação Matemática Pesquisa (PUCSP), Educação Matemática em Revista (SBEM-RS), Zetetiké (Unicamp), Caminhos da Educação Matemática (IF/Sergipe), Boletim de Educação Matemática - Bolema (UNESP de Rio Claro), Revista Paranaense de Educação Matemática - RPEM (UEPR/Campus de Campo Mourão), Revista Eletrônica de Educação Matemática - Revemat (UFSC), Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC (UFRGN) e Revista de Ensino de Ciências e Matemática – Acta Scientiae (ULBRA). Foram mapeados 15 trabalhos, dos quais os autores puderam identificar que os mesmos entendem as estruturas padrões e sequências como potencializadores do desenvolvimento do pensamento algébrico e organizadores no currículo da Matemática.

A comunicação científica CC.2016.11 de título: “Pensamento Algébrico: um olhar para as publicações no Encontro Nacional de Educação Matemática”, teve por objetivo analisar e refletir sobre os trabalhos envolvendo o pensamento algébrico no âmbito de um evento nacional de Educação Matemática. Para a análise, os autores utilizaram a análise de conteúdo segundo Bardin (2004). Após análise de dez trabalhos sendo que, três deles realizaram pesquisas com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental I e quatro nos primeiros anos do Ensino Fundamental II, os autores identificaram que a maioria desses trabalhos buscavam apresentar uma análise de alguma proposta de ensino, abordagem metodológica ou de tarefas visando investigar o desenvolvimento do pensamento algébrico, mostrando que esse

pensamento pode ser manifestado em alunos que ainda não tiveram um contato com álgebra formal.

A comunicação científica CC.2019.12 de título: “A construção do pensamento Algébrico utilizando de investigação em sala de aula: o ensino de sequências”, teve o objetivo de analisar o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 7º ano do ensino fundamental, a partir dos elementos caracterizadores deste pensamento, ao participarem de atividades de investigação de matemática envolvendo o conceito de sequências numéricas. Para tal, os pesquisadores aplicaram quatro atividades para 20 alunos, sendo elas: voo em v; azulejos; explorações com números e sequências numéricas, propostas por Ponte, Matos e Branco (2009). Na análise das respostas dos alunos, os autores perceberam diversas características do pensamento algébrico. Na atividade 1 por exemplo, alguns alunos utilizaram representações em desenhos para representar as quantidades de pontos de cada figura, já outros perceberam o comportamento da sequência e adicionavam o número de pontos necessários para cada figura, como também, tiveram alunos que encontraram uma fórmula para a lei de formação da sequência, do tipo $2N + 1$, e outros $N + N + 1$, onde N era o número da figura.

A comunicação científica CC.2019.13 de título: “Autoeficácia docente para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico”, esse trabalho é um recorte de uma pesquisa de mestrado defendida em março de 2018 no Programa de Pós-Graduação de Educação para a Ciência da UNESP de Bauru. Onde esta pesquisa trata da importância de se considerar os aspectos afetivos e motivacionais ligados a autoeficácia no contexto do ensino da álgebra. Os sujeitos desta pesquisa foram 39 professores do ensino fundamental de escolas do estado de São Paulo. Para levantamento dos dados os autores elaboraram um instrumento de pesquisa composto de: itens para a caracterização dos participantes (sexo, idade, tempo de magistério, formação inicial, pós-graduação e ano de ensino em que leciona); questões referentes às concepções dos participantes sobre álgebra, ensino de álgebra e pensamento algébrico; uma escala de autoeficácia; conjunto de afirmações para avaliar a percepção dos professores acerca do reconhecimento de terceiros ao seu trabalho, o autoconceito e as motivações e atitudes dos alunos frente ao estudo de Matemática. Onde de acordo como os autores os professores demonstraram uma

crença de autoeficácia positiva, porém, não muito forte para a tarefa de desenvolver o pensamento algébrico nos alunos dos anos finais do ensino fundamental.

A comunicação científica CC.2019.14 de título: “Levantamentos de publicações no Encontro Nacional de Educação Matemática acerca do Pensamento Algébrico nos anos iniciais (2010 – 2016)”. Os autores fizeram um levantamento das publicações no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), nas edições de 2010, 2013 e 2016, sobre a temática do pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental, para tal, foram analisadas as produções das modalidades comunicações científicas e pôsteres. Nestas 3 edições do ENEM os autores puderam identificar diversos trabalhos que abordavam sobre a álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental, porém, apenas 3 que tratavam sobre o pensamento algébrico. Mediante a esse baixo número de trabalhos a respeito desse tema, os autores relatam que há uma incompreensão do pensamento algébrico na transversalidade do ensino da Matemática escolar.

A comunicação científica CC.2019.15 de título: “Significações produzidas a partir do Pensamento Algébrico: investigando sequências e construindo generalizações”, é um recorte de uma pesquisa de mestrado que está sendo desenvolvida pelo autor no período da publicação deste artigo. Esta pesquisa teve como objetivo analisar os indícios de produção de significações, relacionadas ao pensamento algébrico, por meio da observação de sequências simbólicas e/ou numéricas. A coleta de dados se deu em uma atividade trabalhada em grupo, em uma turma do 7º ano do ensino fundamental contendo 32 alunos. A partir da realização desta atividade, o autor conclui que a formação do pensamento algébrico não é linear, onde os alunos embora tenham observado as características pertinentes as sequências apresentadas nos problemas propostos na atividade, não fizeram o uso delas na construção da generalização, pois o autor pôde perceber que a tentativa de generalização através de fórmulas, se deu sem embasamento nenhum, apenas através de características das sequências e fazendo uso de tentativas para se chegar a fórmula.

A comunicação científica CC.2019.16 de título: “Pensamento Algébrico Mobilizado por alunos do 7º ano do ensino fundamental na resolução de um problema de generalização de padrões”. Teve por objetivo identificar e analisar as formas do pensamento algébrico mobilizadas por três alunos do 7º ano do ensino fundamental

ao responderem um problema de generalização de padrões. Na análise das respostas destes alunos, os autores perceberam mobilizações distintas do pensamento algébrico e que todos conseguiram encontrar uma regularidade, generalizá-la e elaborar uma fórmula para o problema. De acordo com os autores, a fórmula do primeiro aluno está presa a números específicos, e ele não consegue atribuir significado ao simbolismo algébrico, mobilizando assim o pensamento algébrico factual, já o segundo aluno utiliza a linguagem natural para descrever sua fórmula, deixando em evidência que consegue trabalhar além de números específicos, característica do pensamento algébrico contextual, por fim o terceiro aluno mobiliza o pensamento algébrico simbólico, ele faz uso de símbolos alfanuméricos em sua fórmula, mostrando a capacidade de construir significado para a linguagem algébrica.

A comunicação científica CC.2019.17 de título: “Ação de explicar em atividade envolvendo o Pensamento Algébrico”. Teve o objetivo de investigar quais aspectos do pensamento algébrico ficam evidenciados ao se propor atividades que favoreçam o ato de explicar. Para tal, o autor analisou as respostas de duas alunas de uma escola pública do estado de São Paulo em três atividades envolvendo a observação de regularidades e generalização de padrões, e as classificou de acordo com as vertentes do pensamento algébrico de Ponte, Branco e Matos (2009). De acordo com o autor ao analisar as respostas das alunas, a vertente raciocinar associada à ideia de relacionar e generalizar, foi a mais evidenciada. A vertente raciocinar associada ao item deduzir apareceu mais superficialmente nas respostas das alunas. A vertente representar ficou evidenciada em uma das respostas de uma das alunas ao escrever a resposta na língua natural e em seguida traduzi-la para a linguagem matemática.

A comunicação científica CC.2019.18 de título: “Aspectos do Pensamento Algébrico: um estudo de casos”. Teve o objetivo de verificar qual é o grau de dificuldade que alunos possuem em desenvolver o pensamento algébrico. Para tal, os autores aplicaram uma atividade em 4 alunos com níveis de escolaridade distintos, a atividade proposta envolvia a passagem de uma linguagem natural para a linguagem matemática, o único problema proposto nesta atividade foi a seguinte: escreva uma equação usando as variáveis A e P para representar a seguinte afirmação: “Há seis vezes mais alunos do que professores nesta universidade.” Utilize A para indicar o número de aluno e P para indicar o número de professores. A resposta do primeiro aluno que possuía ensino fundamental completo foi $A = P^6$, o segundo que possuía

ensino médio completo não conseguiu responder, o terceiro que também possuía ensino médio completo respondeu $6A + P$, o quarto e último que estava no ensino superior no curso de Engenharia Civil, respondeu $A = 6P$. Como podemos ver o único que respondeu corretamente foi o aluno de Engenharia Civil, evidenciando segundo os autores, um nível de deficiência no pensamento algébrico e/ou lacunas na formação escolar, mesmo nos estudantes que possuem o Ensino Médio completo.

A comunicação científica CC.2019.19 de título: “A pesquisa narrativa de uma professora do primeiro ano do ensino fundamental diante do desafio de trabalhar com tarefas sobre o Pensamento algébrico”. Esse trabalho é um recorte de uma pesquisa de doutorado. Nesta comunicação os autores tiveram o objetivo de apresentar as possibilidades e os desafios vivenciados pela professora-pesquisadora nesse trabalho, com o pensamento algébrico em uma turma de primeiro ano. Para tal, os autores utilizaram tarefas que visavam ao desenvolvimento do pensamento algébrico a partir da percepção de regularidades e generalizações de sequências. Como a pesquisadora era também professora desta turma, ela conduziu as tarefas buscando o desenvolvimento do pensamento algébrico, nas quais ela registrava os diálogos entre ela e os alunos em videogravações, em que ela descreveu partes deles neste trabalho, onde pode-se perceber mobilizações desta forma de pensar nas três vertentes de Radford (2009).

A comunicação científica CC.2019.20 de título: “Os conhecimentos de (re)significações de professores que ensinam Matemática acerca do Pensamento Algébrico nos anos iniciais”. Esta pesquisa é um recorte de uma pesquisa de doutorado que estava em andamento no período da publicação desta comunicação, onde nela as autoras trazem um recorte das considerações percebidas nas discussões de um grupo de futuros professores e professores que ensinam matemática, participam de um grupo de estudos que se preocupa com o ensino e a aprendizagem da matemática nos anos iniciais. A análise destas discussões foram a partir de uma atividade sobre generalizações e padrões matemáticos nos anos iniciais. De acordo com as autoras, as discussões suscitadas a partir da atividade realizada, oportunizaram a mobilização de diferentes conhecimentos e ressignificações acerca do trabalho com generalização de sequências e a determinação de padrões, conteúdos associados ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

A comunicação científica CC.2019.21 de título: “Pensamento Algébrico: Um estudo exploratório com estudantes de Pedagogia”. Teve por objetivo analisar estratégias de Resolução de Problemas envolvendo o Pensamento Algébrico, utilizadas pelos alunos de um curso de Pedagogia da Universidade Federal da Paraíba. Para tal, as autoras aplicaram uma atividade com 5 questões, nas quais 8 alunos deste curso participaram da atividade. As questões eram duas de padrões, uma de proporcionalidade e uma de sequências, onde as autoras perceberam que nas questões de padrões a maioria dos discentes optaram por uma estratégia de uma generalização aritmética para resolver os problemas, semelhante modo a questão de proporcionalidade, porém um aluno optou por uma estratégia algébrica, utilizando uma incógnita para representar o valor desconhecido, porém acabou errando a questão. Na última que era uma análise de uma sequência, 2 discentes erraram e o restante acertaram, 2 estudantes escreveram os termos da sequência dada até atingir a ordem solicitada, os demais multiplicaram a ordem solicitada pela razão de sequência. Nas considerações finais, as autoras afirmaram que para o desenvolvimento do pensamento algébrico são necessárias atividades investigativas e problematizadoras que possuam regularidades e padrões.

A comunicação científica CC.2019.22 de título: “Uso de tarefas de aprendizagem profissional para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico: uma investigação com professores dos anos iniciais”. Esta comunicação é um recorte de uma pesquisa de mestrado que estava em andamento no período da publicação deste trabalho. O objetivo geral foi investigar se as tarefas de aprendizagem profissional possibilitam a mobilização e a (re)construção de conhecimentos para ensinar matemática nos anos iniciais. Para tal, a autora analisou recortes de três instrumentos da pesquisa de mestrado: (I) questionário; (II) Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP); (III) gravações em áudio e vídeo. Esta pesquisa se deu em uma escola pública municipal de São Paulo, com a participação de 6 professoras dos anos iniciais. De acordo com a autora, na medida em as professoras envolviam-se coletivamente no desenvolvimento das TAP, avançavam em suas (re)formulações e (re)construíam seus conhecimentos para ensinar matemática, sobretudo ao que se refere ao pensamento algébrico.

4.2.1 Categorização dos trabalhos mapeados a partir da perspectiva de pensamento algébrico de Radford (2009)

Faremos agora uma categorização dos trabalhos aqui apresentados, a partir das três vertentes do pensamento algébrico de Radford (2009): *pensamento algébrico factual*, *pensamento algébrico contextual* e *pensamento algébrico padrão*. Vale ressaltar que alguns trabalhos podem aparecer em mais de uma vertente. Segue o quadro abaixo com a categorização.

Quadro 3 – categorização

Vertentes do pensamento algébrico de Radford (2009)	Trabalhos que se identificam com a categoria mencionada.
Pensamento algébrico Factual	CC4, CC6, CC8, CC9, CC12, CC15, CC16, CC19, CC20, CC21, CC22
Pensamento algébrico Contextual	CC1, CC2, CC3, CC7, CC8, CC9, CC12, CC15, CC16, CC17, CC18
Pensamento algébrico Padrão	CC1, CC2, CC3, CC6, CC7, CC8, CC9, CC12, CC16, CC17, CC18, CC21
Nenhuma vertente identificada	CC5, CC10, CC11, CC13, CC14

Fonte: autores

Após analisarmos os trabalhos, identificamos 11 trabalhos que traziam um olhar voltado para o *pensamento algébrico factual*, geralmente essas pesquisas eram voltadas para os anos iniciais do ensino fundamental, onde os sujeitos destas pesquisas mobilizavam uma generalização da aritmética para resolução dos problemas algébricos propostos pelos pesquisadores. No entanto, alguns desses trabalhos também apresentavam outras vertentes do pensamento algébrico de Radford (2009).

Também identificamos 11 trabalhos que se enquadravam na vertente de *pensamento algébrico contextual*, os sujeitos desses trabalhos apresentavam generalizações algébricas de forma escrita, ou seja, sem o uso de fórmulas alfanuméricas, geralmente essas generalizações se davam a partir de problemas de sequências e padrões. Alguns desses trabalhos traziam uma discussão sobre a transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, outros discutiam as dificuldades de alunos no decorrer do desenvolvimento do pensamento algébrico. Alguns desse trabalhos também se condessavam com outras vertentes.

A respeito da vertente *pensamento algébrico padrão*, identificamos 12 trabalhos que se enquadravam nesta perspectiva. Na maioria desses trabalhos o objetivo era que os sujeitos estabelecessem generalizações algébricas a partir de problemas de padrão e sequências, essas generalizações consistiam em elaborar uma fórmula alfanumérica para qualquer ordem N da sequência ou padrão. Alguns destes trabalhos, também discutiam sobre a dificuldade de muitos desses sujeitos na elaboração dessas fórmulas, onde vários acabavam errando ou tentando chegar a uma fórmula sem fundamentação alguma.

Dos 22 trabalhos mapeados, 5 não se identificam com nenhuma das três vertentes do pensamento algébrico de Radford (2009). Em linhas gerais, esses trabalhos não buscavam identificar alguma mobilização do pensamento algébrico por parte de alunos, nem a respeito do seu desenvolvimento, geralmente eram trabalhos que falavam de pensamento algébrico de forma geral, da sua importância para o ensino de álgebra, alguns desses eram mapeamentos de algum período do ENEM ou de outros periódicos de educação matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve a finalidade de investigar como o pensamento algébrico vem sendo abordado nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM). Em linhas gerais, no nosso capítulo teórico percorremos: o conceito de Álgebra, o processo histórico desse ramo da Matemática, como ela é abordada nas escolas, como os principais autores definem essa forma matematicamente de pensar chamada de pensamento algébrico e as perspectivas desse pensamento a partir de Kaput (2008) e Radford (2009).

Para alcançarmos o nosso objetivo, recorremos ao mapeamento em pesquisa educacional desenvolvido por Biembengut (2008) e adaptado em duas perspectivas, horizontal e vertical por Cavalcanti (2015).

Diante de um universo de mais de três mil trabalhos publicados ao longo dessas treze edições do ENEM, no mapeamento horizontal identificamos 22 comunicações científicas sobre pensamento algébrico, das quais só foram encontradas a partir da 6ª edição do ENEM. Percebemos também que há uma crescente no número de trabalhos acerca dessa temática nas últimas duas edições, das quais elas duas somam cerca de 72% das comunicações mapeadas, o que dar indícios de um aumento nos números de trabalhos sobre pensamento algébrico nas próximas edições do ENEM.

No mapeamento vertical, no qual fizemos um estudo mais analítico desses 22 trabalhos mapeados, onde pudemos identificar diversos olhares para o pensamento algébrico e seu desenvolvimento, desde pesquisas em alunos dos anos iniciais do ensino fundamental até alunos de curso superior. Posteriormente os categorizamos de acordo com as três vertentes do pensamento algébrico de Radford (2009): pensamento algébrico Factual, pensamento algébrico Contextual e pensamento algébrico Padrão, onde diversos trabalhos apareceram em mais de uma categoria.

Esta nossa pesquisa nos permite ter um panorama de toda a produção científica publicada no ENEM até os dias de hoje, na qual podemos perceber como essa temática é estudada e abordada por diversos pesquisadores em educação matemática, além de que também, podemos identificar as diversas formas que o pensamento algébrico que é manifestado pelos alunos, e bem como se dá o seu desenvolvimento.

Sabemos que nenhuma pesquisa é completa, no sentido de que há sempre outros caminhos a serem trilhados e outros questionamentos a serem explorados.

Diante do que propomos investigar, acreditamos ter alcançado os nossos objetivos. No entanto, outras pesquisas podem ser feitas a partir da nossa, no sentido de ampliar o tema por nós abordado, como por exemplo, ampliando os territórios investigados para outras produções acadêmicas como teses, dissertações, artigos publicados em periódicos, ou comunicações científicas em outros eventos. Outros questionamentos também podem ser explorados a partir do nosso mapeamento como: quais concepções de pensamento algébrico mais aparecem nas comunicações científicas e quais são os autores mais abordados.

REFERÊNCIAS

- Almeida, J. R. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão. Pr, v.6, n.10, p. 34-60, janeiro/junho, 2017.
- ALVEZ, B. S.; CANAVARRO, A. P. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico de jovens e crianças: potencialidades de exploração de padrões no contexto do ensino exploratório de Matemática. In: **Debates em educação**, Maceió, nº 22, v. 10, 2018.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**, Tradução de Luiz Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo. Edições 70, 2011.
- BATISTA, J. **Concepções de Álgebra escolar no livro escolar**: uma análise do livro "Praticando Matemática". 2014. 70 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, PE. 2014.
- BAUMGART, J. K. **Tópicos de história da Matemática**: para uso em sala de aula, tradução de: Hygino H. Domingues. 1. ed. v.4, São Paulo, Atual, 1992.
- BIEMBENGUT, M. S. **Mapeamento na Pesquisa Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna. 2008.
- BLANTON, M. L.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**. EUA, v. 36, n. 5. 2005.
- BRASIL, Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Educação e á base**. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.
- CAVALCANTI, J. D. B. **A noção de relação ao saber**: história e epistemologia, panorama do cenário francófono e mapeamento de sua utilização na literatura científica brasileira. 2015. 427 fls. Tese de doutorado. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências. Área de concentração: Educação Matemática. Universidade Federal Rural de Pernambuco – UFRPE, Recife, 2015.
- CAVALCANTI, J. D. B.; Santos, M. C. Al-jabr: duas ou três palavras sobre o nascimento de uma nova matemática. **Revista Educação e Matemática**, Portugal, nº 107, p. 40-41, Março – Abril. 2010.
- FONTELLES, M. J. et al. Metodologia da pesquisa científica: diretrizes para a elaboração de um protocolo de pesquisa. *Revista Paraense de Medicina*, v. 23, n. 3, p. 1-8, 2009. Disponível em: <https://files.cercomp.ufg.br/weby/up/150/o/Anexo_C8_NONAME.pdf>. Acesso em: 20 de Fevereiro 2021
- FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa; – 40ª reimpressão – São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GODINO, J. D.; FRONT, V. **Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros**. Granada, Espanha, Universidade de Granada, 2003.

KAPUT, J. What is algebra? What is algebraic reasoning?: KAPUT, J.; CARRAHER, D.; BLANTON, M. (Eds.), **Algebra in the Early Grades**. Lawrence Erlbaum Associates. New York, 2008.

KIERAN, C. The learning and teaching of school algebra. Handbook of research on mathematics teaching and learning. **National Council of Teachers of Mathematics - NCTM**, New York, 1992.

_____. Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. **Quadrante**. Portugal, v. 16, n. 1, 2007.

KNECHTEL, M. R. **Metodologia da pesquisa em educação**: uma abordagem teórico-prática dialogada. Curitiba: Inter saberes, 2014

LINS, R. C. O modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynami**, Blumenau, nº 1, v. 7, p. 29–39, abril/junho, 1994.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J.. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas, SP: Papirus, 4ª ed. 1997.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pendulo?. **Pro-Posições** (Unicamp), v. 3, n.7, p. 39-54, março, 1992.

OLIVEIRA, M.M. **Como fazer projetos, relatórios, monografias, dissertações e teses**. Volume único, Elsevier, 5a edição, Rio de Janeiro, 2011.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, J. B. **Pensamento Algébrico**: uma relação entre Álgebra, Aritmética e Geometria. Emem, Juiz de Fora, 10. ed. nº. 1, 2015. Disponível em : <[https://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ALG%*c3*%89BRICO-UMA-RELA%*c3*%87%c3%83O-ENTRE-%*c3*%81LGEBRA-ARITM%*c3*%89TICA-E-GEOMETRIA.pdf](https://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/PENSAMENTO-ALG%c3%89BRICO-UMA-RELA%c3%87%c3%83O-ENTRE-%c3%81LGEBRA-ARITM%c3%89TICA-E-GEOMETRIA.pdf)>. Acesso em 04 Abril 2021.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação Estadual de Pernambuco. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Pernambuco, 2012.

RADFORD, L. Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In: **North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education – PME**. Bergen University College. v. 1, 2006

_____. Signs, gestures, meanings: Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: **Anais do Sixth Congress of the European Society for Research**

in **Mathematics Education**. Lyon – França, 2009. Disponível em:
<www.inrp.fr/editions/cerme6> Acesso em: 14 março 2021

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. **Revista Eletrônica de Educação. São Carlos**, SP. UFSCar, v. 6, nº 1, p. 206-222, maio, 2012.

SILVA, D. P.; SAVIOLI, A. M. P. D. manifestação do pensamento algébrico em resoluções de tarefas por estudantes do ensino fundamental I: **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, PR, v. 3, n. 5, maio, 2014.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações de variáveis**.

IN: **As ideias da Álgebra**. Organizadores: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.

VASCONCELOS, E. **Mapeamentos de trabalho apresentados nos Encontros Nacionais de Educação Matemática sobre Álgebra escolar**: Analisando a influencias dos documentos curriculares nacionais. 2017. 64 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2017.