



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE

NUCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE

CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

ITHALLO ROSEMBERG PRAXEDES DE PONTES DOS SANTOS

**ÁLGEBRA NO 7º ANO: Investigando as concepções de estudantes de uma
escola pública.**

CARUARU

2020

ITHALLO ROSEMBERG PRAXEDES DE PONTES DOS SANTOS

ÁLGEBRA NO 7º ANO: Investigando as concepções de estudantes de uma escola pública.

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação
em Matemática - Licenciatura da
Universidade Federal de Pernambuco,
como requisito parcial para a
obtenção do título de LICENCIADO
em MATEMÁTICA.

Área de concentração: Ensino/
Matemática

Orientador: Profº. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa

CARUARU

2020

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Maria Regina Borba - CRB/4 - 2013

S237a Santos, Ithallo Rosenberg Praxedes de Pontes dos.
Álgebra no 7º ano: investigando as concepções de estudantes de uma escola pública. / Ithallo Rosenberg Praxedes de Pontes dos Santos. – 2020.
83 f.; il.: 30 cm.

Orientador: Edelweis José Tavares Barbosa.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Matemática – Licenciatura, 2020.
Inclui Referências.

1. Capacidade de aprendizagem. 2. Lógica algébrica. 3. Ensino fundamental. 4. Matemática – Estudo e ensino. I. Barbosa, Edelweis José Tavares (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2020-165)

ITHALLO ROSEMBERG PRAXEDES DE PONTES DOS SANTOS

**ÁLGEBRA NO 7º ANO: Investigando as concepções de estudantes de uma
escola pública.**

Monografia submetida ao Corpo Docente
de MATEMÁTICA – Licenciatura do
Centro Acadêmico do Agreste da
Universidade Federal de Pernambuco,
como requisito parcial para a obtenção do
título de LICENCIADO em MATEMÁTICA.

Aprovada em: 01/12/2020.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Marcílio Ferreira dos Santos (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Me. Paulo Roberto Câmara de Sousa (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho as instituições, profissionais e familiares que me proporcionaram o acesso à educação pública, que embora muito criticada, mostra o seu papel de transformação na sociedade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço de todo o coração a minha família, em especial a minha esposa Isabely Tamyres dos Santos Lima que esteve comigo em toda a caminhada na graduação, inclusive foi lá onde nos conhecemos e formamos essa união.

Também sou completamente grato ao meu orientador professor Dr. Edelweis José Tavares Barbosa, que me norteou para a conclusão desta pesquisa e aos professores membros da minha banca, o professor Dr. Marcílio Ferreira dos Santos e o professor Me. Paulo Roberto Câmara de Sousa por suas contribuições.

É com carinho que agradeço aos amigos e professores do curso de Matemática-Licenciatura da UFPE-CAA, que me apoiaram e motivaram para chegar até aqui, mesmo nos momentos mais difíceis e com todas as dificuldades em relacionar trabalho, família e estudo, vocês nunca me abandonaram. Que essa empatia e humildade de vocês sempre prevaleçam, pois, é por conta de pessoas e profissionais assim, que nos espelhamos e nos inspirados para seguir essa profissão tão bela que é ser docente.

Não poderia deixar de lado as minhas filhas, Júlia Beatriz Praxedes Alves, Sophia Nicolý Praxedes dos Santos e Íris Akali Praxedes dos Santos, que foram minha maior razão em seguir meus estudos.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma até a conclusão do meu curso. Toda honra e glória a Deus, sem ele em nossas vidas não vamos a lugaralgum.

A função do educador se altera e torna-se um desafio diante das transformações por que passa a Educação. O professor, qualquer que seja o nível em que atue, pode e deve buscar razões e motivações próprias para alcançar seus objetivos como educador e promover o alcance dos objetivos dos educandos.(MESQUITA, RESENDE,2013,p.20)

RESUMO

Nosso trabalho se deu por conta da experiência profissional como docente e por meio de dados indicadores de aprendizagem matemática que tive contato como o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE), Instituto de Qualidade no Ensino (IQE), Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e a Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), donde estes apontavam um grande déficit de aprendizagem matemática em estudantes do ensino básico. Diante disso, a pergunta norteadora da pesquisa foi: Quais as principais causas e/ou dificuldades no processo de ensino e aprendizagem matemática que dificultam/atrapalham o desenvolvimento dos estudantes em situações algébricas? Assim a pesquisa teve como ponto principal analisar as possíveis dificuldades, em relação à álgebra, de 92 estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma Escola da rede pública, na cidade de Caruaru-Pernambuco. A pesquisa foi desenvolvida através de um questionário com dez perguntas abertas, todas de caráter algébrico (Ao total, 17 itens de respostas considerando os subitens) e de modo quantitativo e qualitativo, buscamos investigar todos os estudantes do 7º ano presentes no dia da aplicação para ter uma análise mais próxima da realidade da escola pesquisada. Os principais resultados foram: As respostas consideradas em certas, respostas consideradas erradas e questões em branco (Não respondidas). A análise dos dados também nos mostra que a grande maioria dos estudantes possui certa estratégia de resolução no questionário, seja utilizando elementos algébricos ou da aritmética, mas é evidente que existem lacunas na correlação dessas duas unidades temáticas, hora o estudante segue regras e procedimentos aritméticos outrora usa mecanismos, representações e simbologias algébricas, ou ao menos, tenta criar um modelo a seguir. Percebemos ainda, dificuldade na leitura, interpretação das questões, na organização dos dados, na representação do pensamento algébrico e na falta de confiança e argumentos para justificar ou explicar algumas respostas.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem de Álgebra. Pensamento Algébrico. Concepções de Álgebra. Matemática.

ABSTRACT

Our work was due to the professional experience as a teacher and through data indicators of mathematical learning that I had contact with the National Basic Education Assessment System (SAEB), Pernambuco Basic Education Assessment System (SAEPE), Instituto de Quality in Education (IQE), Basic Education Development Index (IDEB) and the Organization for Economic Cooperation and Development (OECD), from which they pointed out a great deficit in mathematical learning in primary school students. Therefore, the guiding question of the research was: What are the main causes and / or difficulties in the mathematical teaching and learning process that hinder / hinder the development of students in algebraic situations? Thus, the research had as main point to analyze the possible difficulties, in relation to algebra, of 92 students of the 7th year of Elementary Education, of a public school, in the city of Caruaru-Pernambuco. The research was developed through a questionnaire with ten open questions, all of algebraic character (In total, 17 items of answers considering the subitems) and in a quantitative and qualitative way, we seek to investigate all 7th grade students present on the day of application to have an analysis closer to the reality of the researched school. The main results were: Answers considered correct, answers considered wrong and blank questions (Unanswered). Data analysis also shows that the vast majority of students have a certain strategy for solving the questionnaire, whether using algebraic or arithmetic elements, but it is evident that there are gaps in the correlation of these two thematic units, when the student follows arithmetic rules and procedures it once uses algebraic mechanisms, representations and symbologies, or at least tries to create a model to follow. We also noticed difficulty in reading, interpreting the questions, organizing the data, representing algebraic thinking and the lack of confidence and arguments to justify or explain some answers.

Keywords: Teaching and learning algebra. Algebraic thinking. Algebra concepts. Mathematics.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 -	Resultados da questão 1.....	34
Gráfico 2 -	Resultados da questão 2.....	37
Gráfico 3 -	Resultados da questão 3.....	39
Gráfico 4 -	Resultados da questão 4, alternativa A.....	41
Gráfico 5 -	Resultados da questão 4, alternativa B.....	43
Gráfico 6 -	Resultados da questão 4, alternativa C.....	45
Gráfico 7 -	Resultados da questão 4, alternativa D.....	47
Gráfico 8 -	Resultados da questão 5.....	49
Gráfico 9 -	Resultados da questão 6, item 1.....	51
Gráfico 10 -	Resultados da questão 6, item 2.....	54
Gráfico 11 -	Resultados da questão 7.....	56
Gráfico 12 -	Resultados da questão 8, alternativa A.....	59
Gráfico 13 -	Resultados da questão 8, alternativa B.....	61
Gráfico 14 -	Resultados da questão 8, alternativa C.....	63
Gráfico 15 -	Resultados da questão 8, alternativa D.....	65
Gráfico 16 -	Resultados da questão 9.....	67
Gráfico 17 -	Resultados da questão 10.....	69
Gráfico 18 -	Resultado geral das turmas.....	72
Gráfico 19 -	Resultado geral percentual da turma A.....	73
Gráfico 20 -	Resultado geral percentual da turma B.....	74
Gráfico 21 -	Resultado geral percentual da turma C.....	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Questão 1 da pesquisa.....	28
Figura 2 -	Questão 2 da pesquisa.....	29
Figura 3 -	Questão 3 da pesquisa.....	29
Figura 4 -	Questão 4 da pesquisa.....	30
Figura 5 -	Questão 5 da pesquisa.....	30
Figura 6 -	Questão 6 da pesquisa.....	31
Figura 7 -	Questão 7 da pesquisa.....	31
Figura 8 -	Questão 8 da pesquisa.....	32
Figura 9 -	Questão 9 da pesquisa.....	32
Figura 10 -	Questão 10 da pesquisa.....	33

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	OBJETIVO GERAL.....	16
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	16
2	BREVE RELATO SOBRE A ORIGEM E EVOLUÇÃO DA ÁLGEBRA....	17
3	AS CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E O USO DAS VARIÁVEIS.....	20
3.1	ÁLGEBRAS COMO ARITMÉTICA GENERALIZADA.....	20
3.2	ÁLGEBRAS COMO ÁLGEBRA COMO ESTUDO DE PROCEDIMENTOS PARA RESOLVER CERTOS TIPOS DE PROBLEMAS.....	21
3.3	ÁLGEBRAS COMO ESTUDO DE RELAÇÕES ENTRE GRANDEZAS....	21
3.4	ÁLGEBRAS COMO ESTUDO DAS ESTRUTURAS.....	22
4	PENSAMENTO ALGÉBRICO E SUAS CARACTERÍSTICAS.....	23
5	METODOLOGIA.....	27
6	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DA ANÁLISE DA PESQUISA.....	34
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	76
	REFERÊNCIAS.....	78
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO TRABALHADO COM AS TURMAS A, B e C.....	81

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa foi motivada por conta das minhas primeiras experiências como professor de matemática do ensino fundamental, anos finais, na cidade de Caruaru em Pernambuco. Principalmente, mas não somente, a partir destas experiências, tendo contato com as mais variadas metodologias e práticas docentes no ensino da Matemática, é que iniciamos um processo de reflexão, primeiramente, sobre o meu trabalho enquanto docente e, depois, sobre os diversos obstáculos de ensinar uma Matemática que contribua, de certo modo, com as habilidades e competências necessárias para os estudantes.

De acordo com Mesquita e Resende (2013), diante das transformações na educação, altera-se a função do educador, tornando-se um desafio e independente do nível que o professor atue. Ele deve ter motivos e razões próprias para alcançar seus objetivos, enquanto educador, possibilitando que os educandos também alcancem seus objetivos.

Em relação às práticas docentes me conscientizaram de que não era suficiente apenas ter domínio do conhecimento, o saber fazer, para ter bons ou melhores resultados com as turmas em que ministrei aulas. Sentia a necessidade, de buscar algo mais, para tentar facilitar o processo de ensino e aprendizagem de matemática nas turmas que estavam sobre minha responsabilidade.

Refletindo e fazendo uma autocrítica, acabei percebendo que estava fazendo justamente aquilo que eu não gostava enquanto estudante, ou seja, nas avaliações, exemplos e exercícios, as questões eram em sua maioria, extremamente conteúdistas e só exigiam procedimentos repetitivos, tais como: Algoritmos, fórmulas de cálculo de área, volume e etc.

Segundo Bonadiman (2007) possivelmente as dificuldades dos estudantes, em relação à aprendizagem de álgebra elementar, resultem do ensino de somente procedimentos e regras, limitando a compreensão dos conceitos, representações e atividades que são primordiais no domínio do conhecimento.

Deste modo, acabava induzindo os estudantes a ficarem mecanizados nos procedimentos e os conteúdos ensinados ficavam sem significado algum para o aprendizado dos mesmos. De fato, é importante termos o domínio do conteúdo a ser ensinado, porém, isso não é condição suficiente para haja uma harmonia na relação

de ensino e aprendizagem. É preciso verificar novos horizontes para a melhoria do ensino de matemática, principalmente em álgebra. Fiorentini (1990) relata que as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de Matemática são várias e bem conhecidas, o estudante não compreende a Matemática que lhe foi ensinada, podendo ser reprovado ou aprovado, ou até tem dificuldades em aplicar o conhecimento que adquiriu. Por sua vez o professor, consciente de que não irá alcançar bons resultados com seus estudantes, sente dificuldade e repensa sua prática pedagógica, buscando novos elementos, acreditando na possibilidade de melhorias satisfatórias. É evidente que nós professores devemos nos atualizar e buscar novas metodologias, não podemos ensinar da mesma maneira que aprendemos na escola ou até na faculdade. Cada turma é um mundo novo e existem várias situações sociais, emocionais e de experiências envolvida no processo.

Em minhas práticas, ao se trabalhar situações matemáticas relacionando à álgebra, me deparei com a grande dificuldade, da maioria dos estudantes, em fazer algumas relações de situações problemas, de interpreta-las e resolvê-las, incluindo até com outras unidades temáticas.

De modo alarmante, indicadores apresentam possíveis deficiências no aprendizado de Matemática e diante desse diagnóstico, buscamos uma solução para essa questão que perpassa gerações.

Avaliações externas como o Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco (SAEPE), o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), a avaliação do Instituto de Qualidade no Ensino (IQE), instituto este que detém a formação continuada dos professores da cidade e fazem duas avaliações diagnósticas anuais na rede, e por fim, o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e a Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE) apresentam dados de modo estatístico sobre o déficit em Matemática. Na pesquisa de Coelho e Aguiar (2018) resultados da aprendizagem de álgebra das últimas décadas são provenientes de um processo que o ensino de álgebra vem sofrendo ao passar dos anos efeito na escola atual. Apesar de novas diretrizes, orientações e inclusive reformas educacionais no Brasil, o ensino de álgebra na educação básica pouco mudou.

De acordo com dados da OCDE (2018), 68,1% dos estudantes brasileiros estão no pior nível de proficiência em matemática e não possui nível básico, requisito mínimo. Dos 10.961 participantes do Programme for International Student

Assessment (PISA), apenas 0,1% apresentaram o nível máximo de proficiência em Matemática. Vale ressaltar que os mesmos dados apontam as regiões Norte e Nordeste com os índices mais baixos do país.

Se por um lado, minha experiência, relatos de profissionais e indicadores externos apontam esses obstáculos na aprendizagem de Matemática, especialmente em Álgebra, por outro lado faz-se necessário a busca e implementação de novas metodologias, neste caso o fortalecimento do pensamento algébrico irá auxiliar no decorrer da pesquisa.

De acordo com Fey (1990) apud Bonadiman (2007) os estudantes empregam muito tempo, nessa Matemática escolar atual, em tarefas que envolvem variáveis como parte literal para valores desconhecidos, com equações e inequações. O ensino de álgebra enfatiza bastante os procedimentos formais de transformações de expressões simbólicas e resolução de equações em busca de determinar o valor desconhecido de variáveis.

Eis que surge o famoso "x" da questão. Refletir sobre como aprendi álgebra (Enquanto estudante) e como apliquei durante minha vida escolar foi algo necessário. Também tive de verificar como reorganizei algumas ideias (Enquanto graduando) principalmente as ideias voltadas às situações algébricas. Por fim, analisar como é a minha forma de ensinar (Enquanto Professor), foram ações necessárias para corrigir e aperfeiçoar minhas práticas pedagógicas, buscando sempre melhores meios de ensinar matemática ao alcance do estudante.

Na abordagem de Lins e Gimenez (2005) o fracasso em Álgebra, significa muitas vezes, o fracasso absoluto na escola. Essa mudança de ideias e representações matemáticas, se não for introduzida de uma forma que leve o estudante a refletir, sobre a compreensão e resolução de algumas situações, que envolva álgebra, pode ser extremamente prejudicial para a sua vida escolar. Ainda segundo os autores, perceber a existência epistemológica nessa passagem do raciocínio aritmético para o algébrico é uma grande dificuldade. Com isso faz-se necessário à introdução do pensamento algébrico para deixar o estudante com uma boa base para essa transição de linguagem matemática.

Os documentos oficiais que norteiam nossas práticas em sala trazem parâmetros de matemática, que devemos seguir para ter um ensino uniforme das unidades temáticas a serem trabalhadas. Em relação à Álgebra a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) diz que:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. (BRASIL, 2018 p.270)

A BNCC (2018) ainda fala que é imprescindível que algumas dimensões da álgebra estejam presentes no ensino e aprendizagem de álgebra desde os anos iniciais, atentando-se as limitações de cada fase. Já nos anos finais, os estudos de álgebra são ampliados e aprofundados, entretanto se o aluno não teve uma boa fundamentação, ou até se o professor não utiliza algumas ferramentas que possibilitem melhorias no ensino de álgebra, isso poderá gerar alguns obstáculos na aprendizagem de álgebra.

Segundo Almeida (2016), para o aluno desenvolver o pensamento algébrico, além de o professor ter o domínio de situações que levem a isso, é preciso identificar o nível de pensamento algébrico em que o aluno se encontra.

O pensamento algébrico diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação. Implica conhecer, compreender e usar os instrumentos simbólicos para representar o problema matematicamente, aplicar procedimentos formais para obter um resultado e poder interpretar e avaliar esse resultado.

Durante o trabalho, trago um pouco sobre a história e evolução da álgebra de acordo com Baumgart (1994) e Coelho e Aguiar (2018), faço uma abordagem nas concepções de álgebra de Usiskin (1995), verifico algumas potencialidades pedagógicas na visão de Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) para o ensino de álgebra e trato o pensamento algébrico no ponto de vista de Almeida (2016), dentre outros.

No primeiro capítulo do nosso trabalho, apresento um breve relato sobre a origem e evolução da Álgebra, pois, achei necessário incluir esse contexto histórico para uma maior reflexão.

Já no segundo capítulo, trago as concepções de Álgebra de Zalman Usiskin, em que diferenciamos algumas ideias sobre o uso das variáveis na escola média.

Achamos extremamente essencial incluir estudos sobre o pensamento Algébrico e suas características, trataremos disso no terceiro capítulo.

Nossa metodologia está descrita no quarto capítulo, lá apresentamos os itens abordados no questionário e o motivo da elaboração dessas questões trabalhadas. Também mostramos a maneira de aplicação do questionário e da coleta de dados.

Por fim, nos dois últimos capítulos, temos respectivamente a análise dos dados coletados e as considerações finais.

1.1 OBJETIVOS GERAIS

Analisar os aspectos do pensamento algébrico, acerca do processo de ensino e aprendizagem de álgebra em estudantes que cursam o sétimo ano na escola pesquisada.

1.2 - OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar ferramentas que podem potencializar o ensino e aprendizagem de álgebra;
- Desenvolver habilidades nos alunos como: perceber regularidades, realizar generalizações, estabelecer relações de igualdade e interpretar situações problema;
- Descrever algumas dificuldades encontradas pelos estudantes.

2 BREVE RELATO SOBRE A ORIGEM E EVOLUÇÃO DA ÁLGEBRA

Historicamente sabemos que antigamente os primeiros saberes matemáticos eram restritos para alguns grupos. Quando falamos de matemática nos dias de hoje, muitos estudantes acreditam que essa área é para poucos e grande parte afirma que entendia matemática até envolverem letras nas contas, se referindo as situações algébricas. A maior e talvez principal dificuldade revelada nas pesquisas é a interpretação e utilização das letras em situações algébricas.

A palavra Álgebra é uma variante latina da palavra árabe **aljabr** usada no título do livro ***Al-jabr wa'l muqabalah***, escrito por Mohammed ibn-Musa al Khwarizmi, um matemático persa nascido por volta de 800 d.C. em Khwarizmi, atualmente no Uzbequistão, e viveu em Bagdá. O livro trata de equações e o título refere-se à ideia de imaginar uma equação como uma balança de equilíbrio, considerada como um sistema para resolver problemas matemáticos que envolvam números desconhecidos. (BOYER, 1974, apud BONADIMAN, 2007)

Para entendermos um pouco mais, no que diz respeito à origem da álgebra, precisamos fazer um levantamento histórico. Em suas pesquisas Baumgart (1994), apresenta alguns caminhos que levaram a Álgebra antiga (Elementar), que era o estudo das equações e métodos de resolução, até a álgebra moderna (Abstrata), que estuda as estruturas matemáticas como grupos, corpos e anéis. A fase elementar envolve o período aproximadamente de 1700 a.C. A 1700 d.C., donde sua característica gradual era o simbolismo e pela resolução.

Diante da necessidade humana, verificamos o surgimento e evolução da matemática, em particular da álgebra, e por se tratar de um tema amplo, iremos direcionar aos pontos de interesse da pesquisa.

Baumgart (1994) relata que houve uma evolução no desenvolvimento da notação algébrica ao longo de três estágios: O retórico, ou também chamado de verbal, o sincopado, onde usavam abreviações de palavras e o simbólico. Também podemos analisar que, de acordo com estudos de Coelho e Aguiar (2018), a história da álgebra ou desenvolvimento dos métodos algébricos se divide em três estágios.

O primeiro deles parte da resolução de problemas envolvendo equações do primeiro ou segundo grau. No papiro Rhind, por exemplo, documento egípcio provido

do ano 2000 a.C., existem problemas que envolvem distribuição de mercadorias equivalentes a equações simples.

O segundo momento é em busca da regularidade e padronização. Os estudiosos procuravam formalizar propriedades que fossem comuns às estruturas estudadas. Desde o início a álgebra procura métodos de generalização, os padrões existentes são fruto do desenvolvimento de uma linguagem própria.

Por fim, a formalização dos conjuntos numéricos e suas propriedades, possibilitou a Álgebra uma fundamentação abstrata, propiciando sua evolução como área de pesquisa.

Diante desse breve levantamento, fica claro que a Álgebra atual, com seus simbolismos e regras, são bastante recentes. A evolução foi importantíssima, pois, em pouco tempo, após ser formalizada, a Álgebra deixou de ser privilégio para os poucos estudiosos da época e passou a ser ensinada aos cidadãos comuns. Esta Álgebra intitulada como elementar, com suas operações e regras de manipulação, dependendo da forma como será ensinada, poderá causar obstáculos na vida escolar do estudante.

Será que os estudantes atuais, com toda a evolução da tecnologia, se preocupam em gerar significado para Álgebra? Ou apenas decoram procedimentos, pois, serão avaliados posteriormente?

Pesquisas como a de Barbosa e Junior (2011), apontam que grande parte dos estudantes tem dificuldades em aritmética, isso irá refletir falhas em procedimentos algébricos, por conta de associações e conceitos mal compreendidos. A forte ligação e associação entre procedimentos da Aritmética com os da álgebra são evidentes, deste modo faz-se necessário verificar o nível de conhecimento e domínio das técnicas operatórias que os estudantes possuem, antes de nivelar o pensamento algébrico.

Tal cenário remete à necessidade, investigação e reflexão sobre os resultados que vêm sendo alcançados pela educação Matemática no contexto nacional e regional no ensino de Aritmética e da Álgebra, a fim de que sejam implementadas ações no sentido de revisão dos currículos escolares, inovação nas práticas educativas, bem como outras estratégias de enfrentamento dos limites identificados, para que se alcance a efetividade no processo de ensino-aprendizagem aritmético e algébrico. (BARBOSA, JUNIOR, 2011, p. 84)

Deste modo, iremos destacar na análise do questionário as situações de procedência aritmética associada às algébricas, sem ignorar as demais situações. Entendemos que se o estudante tem uma maior afinidade em operar com algo conhecido ou presume um possível resultado diante de situações aritméticas, isso irá facilitar a compreensão e desenvolver o pensar algébrico do mesmo.

Devemos parar de reclamar tanto e começarmos a agir, já nos dizia o saudoso Paulo Freire (2003) é preciso encurtar a distância entre o que se diz e o que se faz, até que em certo momento, tua fala seja tua prática.

O professor, que ao passar do tempo, vem se desgastando com turmas desmotivadas, com baixos salários, superlotação de sala, falta de reconhecimento, dentre outros fatores que prejudicam a profissão, sente-se refém do sistema, ou seja, mostra o conteúdo e aprende quem quiser. Não podemos e nem devemos seguir esse pensamento, se quisermos mudanças devemos começar em nós mesmos e aos poucos ir ramificando boas práticas para os demais. A matemática já vem sendo intitulada como disciplina difícil e para poucos, se o professor não buscar maneiras de desconstruir esse estereótipo, iremos continuar na mesmice. Sabemos que uma educação de qualidade pode mudar radicalmente a condição social do estudante, eles são as futuras gerações, se desejamos mudanças devemos fazer nosso papel independente das barreiras que existem, pois, a educação transforma.

Como o foco da nossa pesquisa são as concepções de álgebra e o pensamento algébrico, iremos detalhar esses dois temas nos próximos capítulos.

3 AS CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA E O USO DAS VARIÁVEIS

Vale ressaltar que a álgebra é uma das mais importantes unidades temáticas, entretanto as situações de ensino e aprendizagem devem gerar significados para o estudante, criando a possibilidade de o mesmo refletir sobre estratégias, amadurecer no que se diz respeito à resolução de problemas e ainda desenvolver o pensamento algébrico.

De acordo com Usiskin (1995) as concepções da Álgebra relacionadas com os diferentes usos de variáveis são essas apresentadas no quadro a seguir:

Quadro 1 - As concepções de Álgebra e o uso das variáveis

Concepções da Álgebra	Uso das variáveis
Aritmética Generalizada	Generalizadoras de Modelos
Meios de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (Resolver, simplificar)
Estudo das Relações	Argumentos, parâmetros (Relacionar gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (Manipular, justificar)

Fonte: Usiskin (1995, p. 20)

A partir de agora iremos descrever e exemplificar cada uma das quatro concepções de álgebra segundo com Zalman Usiskin (1995).

3.1 A ÁLGEBRA COMO ARITMÉTICA GENERALIZADA

Nesta concepção Usiskin (1995), diz que a técnica chave para o estudante é traduzir e generalizar. Ele ainda afirma que por conta da semelhança que existe entre a descrição algébrica e a descrição numérica torna-se impossível estudar

aritmética adequadamente sem envolver variáveis implícita ou explicitamente no processo resolução.

Por exemplo: Qualquer número múltiplo de 2 será par.

Logo podemos organizar desta forma: $2 \cdot n$ é par, onde o 2 indica a ideia de ser múltiplo de 2, o dobro, e “n” é um número qualquer a ser variado.

A generalização de padrões é de suma importância para o ensino de Álgebra e será um dos pontos investigados mais adiante.

3.2 A ÁLGEBRA COMO UM ESTUDO DE PROCEDIMENTOS PARA RESOLVER CERTOS TIPOS DE PROBLEMAS

Dentro dessa concepção as variáveis são incógnitas ou constantes. Para o estudante o ponto principal desta concepção é simplificar e resolver as situações, visando gerar sentenças equivalentes de modo mais fácil e com mesma solução.

Por exemplo: Júlia tem o dobro da idade de Sophia, se Sophia tem 10 anos, qual idade de Júlia?

Logo podemos organizar desta forma: $J = 2S$ ou $2S = J$, onde $2S$ representa o dobro da idade de Sophia e J representa a idade de Júlia.

3.3 A ÁLGEBRA COMO ESTUDO DE RELAÇÃO ENTRE GRANDEZAS

A terceira concepção, diferentemente da anterior, não teremos variáveis constantes, ou seja, elas de fato irão variar. Podemos exemplificar algumas situações como fórmulas para cálculo de área de regiões poligonais. Ainda nessa abordagem teremos as noções de variável dependente e variável independente.

Por exemplo: A área de um quadrado, que indicaremos por “A”, é o produto entre a base (b) e a altura (h), ou ainda o produto entre duas das suas medidas laterais (L), $L \cdot L$, ou então L^2 .

Logo a área do quadrado será $A = b \cdot h$ ou $A = L \cdot L = L^2$.

3.4 A ÁLGEBRA COMO ESTUDO DAS ESTRUTURAS

Por fim, nesta concepção, o estudo de variável é objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida provenientes de propriedades. Objetiva-se que o estudante tenha a capacidade para trabalhar a Álgebra de forma abstrata.

Por exemplo: A equação $3x^2+12x+9$ pode ser fatorada colocando o 3 em evidência, por tanto, teremos x^2+4x+3

E diferentemente das concepções anteriores a variável se tornou objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por suas propriedades.

Entretanto, reforçamos que no ensino de matemática, nos dias atuais, é extremamente importante trabalharmos em conjunto as unidades temáticas. Nosso foco da pesquisa será nas unidades temáticas de aritmética e álgebra correlacionadas.

Sabemos que é preciso explorar o pensamento algébrico dos estudantes desde as séries iniciais e devido a intensificação dos processos algébricos serem no sétimo ano, justamente nas turmas pesquisadas, devemos verificar se o estudante já teve contato com situações do tipo, qual o nível de habilidade e quais características do pensamento algébrico ele possui. Iremos aprofundar a ideia de pensamento algébrico no próximo capítulo.

4 PENSAMENTO ALGÉBRICO E SUAS CARACTERÍSTICAS

Inicialmente vamos diferenciar o pensamento algébrico da Álgebra, Lins (1992) afirma que o pensamento algébrico seria um meio para produção de significados, já a álgebra seria um conteúdo que faz sentido a partir desse pensamento. Existem várias maneiras para produção de significados para álgebra, uma delas é o pensamento algébrico e iremos focar nele.

Ao falarmos sobre Álgebra, quase que instantaneamente, relacionamos essa unidade temática às equações, sistemas de equações, contas que envolvem letras, etc. Talvez isso seja consequência da maneira que tivemos contato ou como nos ensinaram, porém, devemos reconfigurar isso. Acreditamos que quando o estudante desenvolve a ideia do simbolismo, sem utilização de regras, facilita a aplicabilidade dos procedimentos algébricos, correlacionando aos aritméticos, em virtude de o mesmo ter uma maior experiência e familiarização com a regularização de padrões, generalizações e demais elementos do pensamento algébrico.

Diante dos levantamentos desta pesquisa fica evidenciada a extrema importância de se trabalhar o pensamento algébrico com os estudantes, inclusive nos anos iniciais. Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a álgebra está como uma unidade temática a ser trabalhada a partir do primeiro ano, dando continuidade nas demais séries escolares. Apesar das recomendações, poucos professores dos anos iniciais, sabem como ou trabalham essa pré-álgebra, muitos até se espantam em ouvir esse termo nos anos iniciais devido à associação da palavra álgebra às equações, sistemas de equações, etc. Queremos deixar claro que o pensamento algébrico e Álgebra são ideias inseparáveis e complementares, devemos respeitar o nível e série que o estudante se encontra.

A introdução da álgebra, a partir do início da escolarização, deve ser compreendida como a evolução da maneira de pensar antes da linguagem algébrica.

Enquanto a álgebra pode ser pensada como uma linguagem, como um tipo particular da atividade matemática, o pensamento algébrico é um conjunto de habilidades intelectuais necessárias à álgebra (pensar analiticamente, generalizar, abstrair, etc.) (SQUALLI, 2000).

Mas a final, o que seria pensar algebricamente? Ainda não existe um consenso sobre, mas de acordo com Borralho e Barbosa (2009) pensamento

algébrico é a simbolização, representação e análise de situações matemáticas com uso de símbolos algébricos, compreensão de relações, funções e também à modelação e construção de significado.

Apesar de várias pesquisas apontarem como tendência à implementação do pensamento algébrico desde os anos iniciais, o ensino de Álgebra pouco mudou no decorrer das décadas. Sabemos que muitos docentes ainda insistem no método de “conceito, exemplo e exercício”, e devido a situações do tipo, os estudantes acabam ficando mecanizados no processo de aprendizagem, induzindo que eles reproduzam os procedimentos, que lhe são ensinados, sem gerar um significado concreto.

Não queremos, de modo algum, impor que o pensamento algébrico é a solução de todos os problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem de Álgebra, mas diante dos fatos, não podemos negar a enorme contribuição do pensamento algébrico para aprendizagem de Álgebra. Já falamos anteriormente que, na série pesquisada, devemos trabalhar aritmética correlacionada à álgebra, pois, o pensamento algébrico parte da ideia de se operar com o desconhecido, mas para isso, devemos ter certa experiência em se trabalhar com o conhecido, assim a aritmética pode nos fornecer elementos para aplicarmos em situações algébricas.

Autores como Lins e Gimenez (2006) ainda relatam que:

O que precisamos fazer é entender de que modo a Álgebra e a Aritmética se ligam, o que elas têm em comum. Feito isso, teremos encontrado uma verdadeira raiz, o que nos permitirá repensar a educação aritmética e algébrica de forma única (p. 113).

Não devemos trabalhar essas unidades temáticas em caixinhas separadas, podemos associa-las e até trabalha-las em conjunto.

[...] o pensamento algébrico pode se desenvolver antes do pensamento aritmético ou simultaneamente a ele; muitas vezes, acreditamos que estamos ensinando aritmética, mas, na verdade, estamos contribuindo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Portanto, um não é pré-requisito para o outro. (CAMARGO et al, 2018, p.28)

Almeida e Câmara (2017) reforçam que para pensar algebricamente é necessária a mobilização de cinco características: Capacidade de estabelecer relações, capacidade de modelar, capacidade de generalizar, capacidade de operar com o desconhecido como se fosse conhecido e capacidade de construir significado

para os objetos de linguagem algébrica. Os autores ressaltam que a principal característica é a capacidade de estabelecer relações.

O estudante conseguindo desenvolver essas capacidades a partir dos anos iniciais, terá maiores chances de conseguir bons resultados ao chegar no sétimo ano, e quando falamos de bons resultados, estamos tratando de aprendizado significativo e não de notas apenas. Resolver uma equação não é necessariamente compreender álgebra, como já mencionamos nesse texto. O estudante pode simplesmente decorar e ficar mecanizado em alguns procedimentos repetitivos para resolver uma equação, mas isso não garante que ele compreenda o real motivo desses procedimentos. Acreditamos que quando o estudante consegue explicitar a sua resposta, com argumentos e justificativas válidas, é um sinal do diagnóstico de eficácia do aprendizado matemático.

O início da aprendizagem da Álgebra exige algum grau de abstração e, também, alguma capacidade de reformular o significado e a manipulação dos símbolos usados na Aritmética. Nem sempre estas condições se verificam e, para os alunos, a aprendizagem da Álgebra é, muitas vezes, mecânica e desprovida de significado. (BRANCO, 2008, p.28)

É evidente que nas séries iniciais não é possível trabalhar com todas as diferentes funções da álgebra, porém, atividades que produzam, reforcem e desenvolvam uma base para generalização já configura a ideia de pensar algebricamente. Por ser um tema amplo, iremos direcionar o foco da pesquisa para o sétimo ano e na elaboração do nosso questionário pensamos em abordar sequências repetitivas e recursivas em algumas questões, como por exemplo, completar elementos ausentes ou na construção de uma sequência baseada em uma determinada regra. Vale lembrar que é extremamente importante se trabalhar/revisar a relação de equivalência da igualdade ($=$), antes de apresentar as manipulações algébricas, assim a manipulação deixa de ser um processo mecanizado e passa a ter um significado válido, pois, sabemos que o sinal de igualdade ($=$), para muitos estudantes é compreendido como indicativo de resposta.

Frisamos alguns pontos principais do pensamento algébrico que são: Generalizar, compreender regularidades, criar padrões de regularidade e estabelecer relações. De acordo com Borralho e Barbosa (2011), a exploração de padrões contribui para o entendimento da Álgebra, estabelecendo conexões matemáticas com o uso de uma linguagem escrita ou oral adequada à situação.

Deste modo iremos priorizar a exploração de padrões em nosso questionário para identificar elementos de caráter algébrico.

Decidimos trazer, nas perguntas do nosso questionário, situações que englobem tanto as concepções de álgebra, quanto do pensamento algébrico, detalharemos isto, de maneira mais aprofundada, no próximo capítulo.

5 METODOLOGIA

O ponto principal é analisar e descrever as respostas obtidas, com base na aplicação de um questionário com dez itens de caráter algébrico, todas as questões são abertas. Analisamos tanto os acertos, os erros, a ausência de resposta, quanto às estratégias empregadas pelos estudantes. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública da cidade de Caruaru em Pernambuco, aplicada no mês de novembro do ano de 2019 e direcionadas aos 110 estudantes matriculados no 7º ano do ensino fundamental desta unidade, porém no dia da aplicação apenas 92 estavam presentes. As turmas foram escolhidas tendo em vista que é no 7º ano onde se inicia o processo de intensificação na utilização da álgebra.

Decidimos fazer uma pesquisa de modo qualitativo por considerarmos que é necessário compreendermos o comportamento humano de maneira mais detalhada e desta forma irá nos fornecer melhores elementos para nossa descrição.

As pesquisas que se utilizam da abordagem qualitativa possuem a facilidade de poder descrever a complexidade de uma determinada hipótese ou problema, analisar a interação de certas variáveis, compreender e classificar processos dinâmicos experimentados por grupos sociais, apresentar contribuições no processo de mudança, criação ou formação de opiniões de determinado grupo e permitir, em maior grau de profundidade, a interpretação das particularidades dos comportamentos dos indivíduos. (OLIVEIRA, 2002, p.117)

De acordo com Gibbs (2009), dados qualitativos são essencialmente significativos, além disso, mostram grande diversidade. Eles não incluem contagem e medidas e sim qualquer forma de comunicação humana (Escrita, Falada ou Visual).

Foram escolhidas todas as três turmas de 7º ano da escola, em que chamaremos de turma A, turma B e turma C. Todas tiveram o mesmo tempo de aplicação, que foram 2 horas aulas, ou seja, 1 hora e 40 minutos. Vale ressaltar ainda que estou como docente da turma B e da turma C, e para evitar qualquer tipo de influência, solicitei que a coordenadora da escola que aplicasse o questionário em todas as turmas.

A turma A é a única do turno da manhã e a que não lecionei nenhuma aula durante o ano (2019), já a turma B sou professor de matemática desde o início do ano letivo e finalmente a turma C, que assumi a responsabilidade como docente

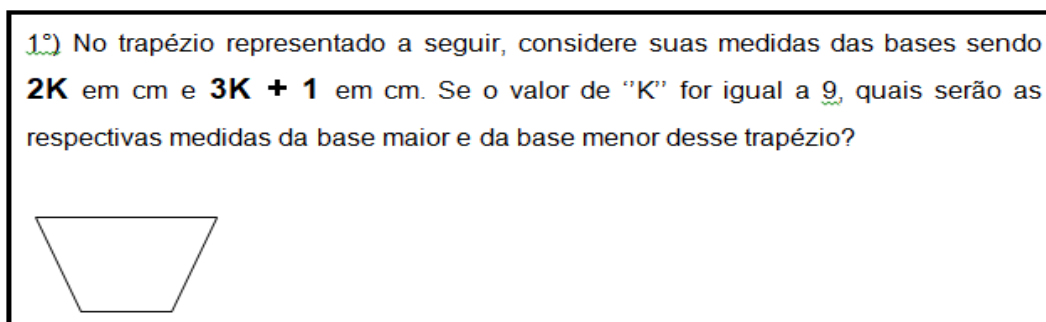
após o recesso escolar de julho. Sendo assim irei analisar as respostas de 38 estudantes da turma A, 29 estudantes da turma B e por fim 25 estudantes da turma C.

O levantamento foi feito de modo qualitativo, buscando descrever, em sua totalidade, a interpretação e o domínio dos estudantes em relação aos conteúdos algébricos. A escola foi escolhida por ser minha unidade de trabalho e ainda por ter uma maior aproximação para com a comunidade que ela pertence.

Aplicamos um questionário com dez perguntas abertas, todas com características algébricas, totalizando 17 possíveis respostas de cada estudante, levando em consideração os subitens, e verifiquei as concepções que cada aluno/turma domina, qual estratégia utilizaram para resolução, tudo isso para descrever as principais dificuldades e/ou equívocos encontrados.

A primeira questão é refere-se à concepção de álgebra como aritmética generalizada em um nível consideravelmente baixo de dificuldade.

Figura 1 - Questão 1 da pesquisa



Fonte: O autor.

Por outro lado, a segunda questão teve um nível alto de dificuldade por exigir interpretação da situação apresentada, para que em seguida o estudante desenvolvesse sua estratégia de resposta, esta questão foi baseada na concepção da álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, de Zalman Usiskin.

Figura 2 - Questão 2 da pesquisa

2º) Em um certo dia 5 amigos (Alberto, Bruno, Carlos, Danilo e Emerson) foram brincar no parque e decidiram ir para a gangorra onde todos queriam brincar juntos no mesmo brinquedo. Eles criaram um desafio que era manter o brinquedo equilibrado, após várias tentativas eles conseguiram, em um dos lados da gangorra ficaram Alberto e Bruno com respectivamente 37kg e 42kg, já do outro lado ficaram Carlos, que tem 32kg, Danilo e Emerson que tem o mesmo peso. Qual o peso de Danilo e Emerson?

Fonte: O autor.

Dando continuidade, na terceira questão novamente usei como base a concepção de álgebra como aritmética generalizada e o nível de dificuldade foi médio. Foi notória a grande quantidade de erros de procedência aritmética, em virtude das estratégias utilizadas e até confusão de ideias resolutivas

Figura 3 - Questão 3 da pesquisa

3º) Observe as igualdades a seguir.

I) $2A + 8B = 10$ II) $-A + B + 7 = 5$ III) $4A - 7B = 11$ IV) $7A - 6 = B$

Qual ou quais delas são verdadeiras para $A = 1$ e $B = -1$

Fonte: O autor.

Agora a quarta questão, de nível difícil, tivemos subitens que dependiam praticamente da resposta do item anterior para que o estudante desse prosseguimento nas respostas, ela foi baseada na ideia do pensamento algébrico de regularização de padrões e também na concepção de álgebra como aritmética generalizada. Muitos seguiram o modelo da tabela apresentada.

Figura 4 - Questão 4 da pesquisa

4º) Dada certa expressão algébrica um aluno encontrou o seguintes respostas:

Número escolhido	3	4	5	6	7	10	15
Resultado encontrado	31	41	51	61	71	101	151

a) Se o aluno acrescentar 3 unidades ao último número escolhido, qual será o resultado encontrado?

b) Seguindo a tabela diante do número escolhido no item "a", se o aluno diminuir 6 unidades, qual será o resultado encontrado?

c) Caso o aluno escolha o número 8 qual será o resultado? Justifique sua resposta.

d) Você poderia apresentar uma fórmula para encontrar o resultado de qualquer valor que o aluno escolha?

Fonte: O autor

Prosseguindo, na quinta questão, tomamos como base a concepção de álgebra como estudo de estruturas e do ponto de vista do pensamento algébrico de estabelecer relações, esta questão em nível de dificuldade médio. A ideia era que o estudante apenas representasse a situação e não de resolvê-la.

Figura 5 - Questão 5 da pesquisa

5º) Se $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, então $(3+4)^2$ será:

Fonte: O autor.

A sexta questão parte da concepção de álgebra como aritmética generalizada e também da construção de significado e de operar com o desconhecido baseado na ideia do pensamento algébrico, o nível de dificuldade foi fácil. Também consideramos como uma questão que foi muito atrativa para os estudantes.

Figura 6 - Questão 6 da pesquisa

6º) Qual o valor desconhecido nas imagens abaixo? Registre como fez para encontrar.

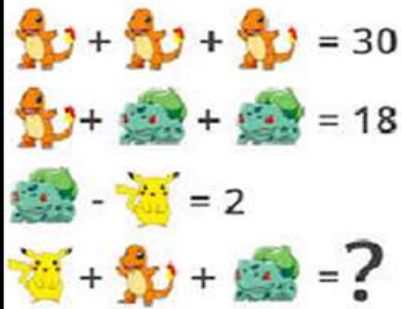


Imagem 1



Imagem 2

Fonte: Google Imagens (Adaptado).

Por sua vez a sétima questão foi norteadada pela concepção da álgebra como relação entre grandezas, onde o estudante precisou modelar a situação para chegar a uma solução, o nível de dificuldade foi alto. Muitos não conseguiram fazer essa relação.

Figura 7 - Questão 7 da pesquisa

7º) A expressão que permite determinar a dosagem de um medicamento infantil é $D = \frac{(50.m)}{70}$. Onde "D" representa a dosagem do medicamento em miligramas e "m" representa a massa da criança em quilogramas. Nessas condições uma criança de 35 Kg deverá tomar quantos miligramas desse medicamento?

Fonte: Internet (Brainly)

Novamente nos deparamos com uma questão com subitens e que se faz necessário a resposta anterior para prosseguir nas demais, esta oitava questão busca estabelecer relações e perceber a regularidade de padrões de figuras geométricas em sequência, o nível de dificuldade é baixo. Novamente por ter

algumas figuras, essa questão foi bem atrativa para eles, porém, muitos ficaram presos a sequência e esqueceram de generalizar o padrão.

Figura 8 - Questão 8 da pesquisa

8.) Observe e dê continuidade a sequência abaixo e responda:



a) Qual será a 11ª figura dessa sequência?

b) E qual será a 26ª figura?

c) Qual a relação você percebe na figura do quadrado e nas casas ocupadas por ele? Poderia descrevê-la?

d) Qual seria a 42ª figura dessa sequência? Explique como encontrou.

Fonte: O autor.

Por sua vez, a nona questão teve referência na concepção da álgebra como estudo de procedimentos e como aritmética generalizada de nível baixo. Quando se fala em dinheiro fica mais compreensível à situação e muitos foram por tentativa e erro, fazendo combinações para encontrar o possível resultado.

Figura 9 - Questão 9 da pesquisa

9.) Cláudio usou apenas notas de R\$ 20,00 e de R\$ 5,00 para fazer um pagamento de R\$ 140,00. Quantas notas de cada tipo ele usou, sabendo que no total foram 10 notas?

Fonte: O autor.

Por fim, a décima questão parte da ideia de generalização, operar com o desconhecido e construção de significado e também da concepção de álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problema. Bastava encontrar o valor ausente nas linhas, colunas ou diagonais e daí apresentá-lo.

Figura 10 - Questão 10 da pesquisa

10.) Em um quadrado mágico, ao somar os três espaços em cada linha, coluna ou diagonal o valor terá de ser exatamente igual. Nesse exemplo a soma terá que dar 39. Para isso o valor de x será:

x	$x+5$	$2x-6$
17	13	9
12	$x+1$	$2x-4$

$\Rightarrow 17+13+9 = 39$

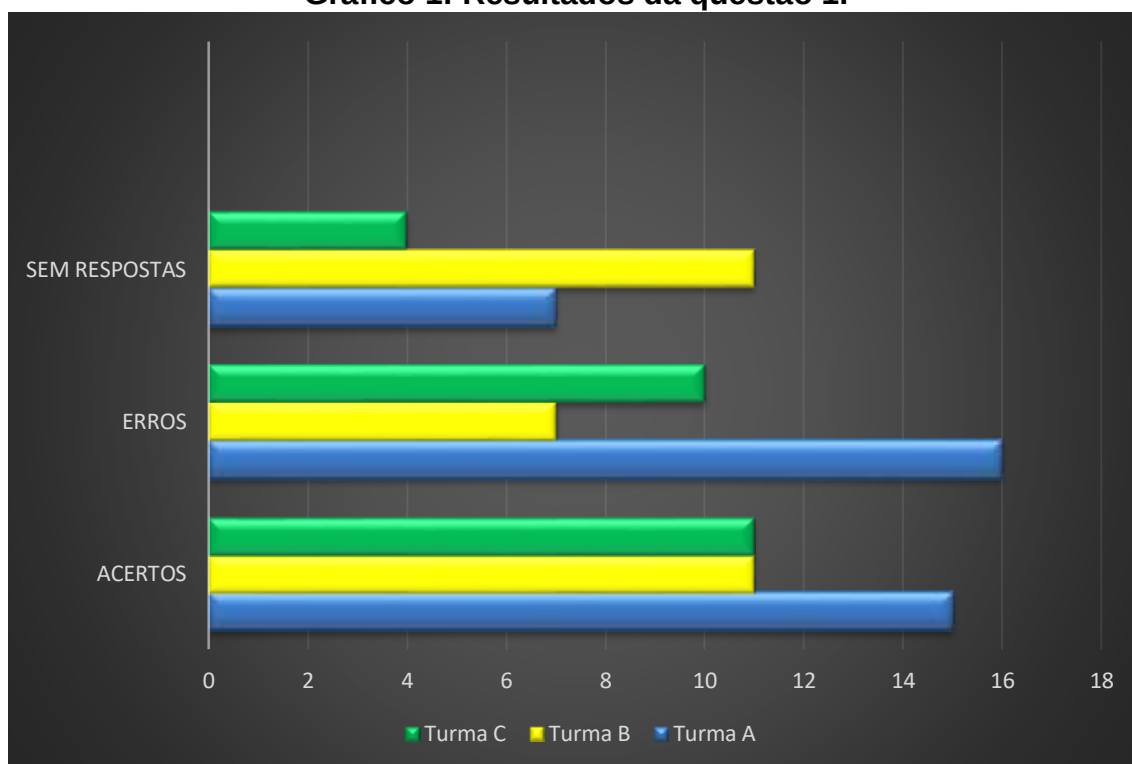
Fonte: O autor.

Acreditamos que as questões escolhidas foram suficientes para coletar dados referentes ao nosso tema, iremos apresentar e detalhar isso no próximo capítulo.

6 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DA ANÁLISE DA PESQUISA

Apresentaremos os gráficos desta pesquisa mantendo a seguinte ordem de baixo para cima: Acertos, erros e sem respostas. Utilizamos a cor azul para representar a turma A, a cor verde para turma B e a cor amarela para turma C.

Gráfico 1: Resultados da questão 1.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

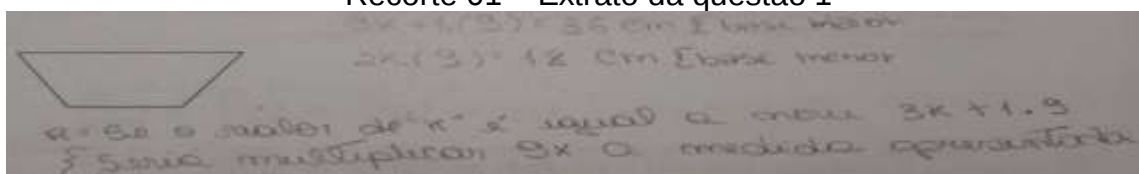
Na primeira pergunta, obtivemos os seguintes resultados percentuais, na turma A, aproximadamente 39,47% de acerto, 42,10% de erros e 18,42% sem respostas. Na turma B, acertos e sem respostas com mesmo percentual de quase 38% e 24,13% de erros. A turma que se destacou foi a C com, 44% de acerto, 40% de erros e 16% sem respostas.

A maioria das respostas estavam ligadas a generalização da aritmética como álgebra e muitos que erraram foi porque não deram prosseguimento nas respostas, por exemplo, onde estava "2K" os estudantes trocaram o "K" pelo valor de 9 ficando com $2 \cdot (9)$, porém, esqueceram de fazer o produto e colocaram como resposta 29 ou até erraram a multiplicação. Selecionamos duas imagens de resolução que mais

aconteceram ou que nos chamou a atenção em cada turma e usaremos isso em todas as questões.

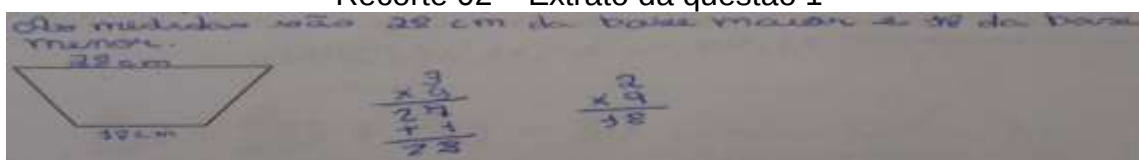
Na primeira turma (A), podemos verificar nas imagens abaixo que o primeiro estudante utilizou mais elementos algébricos, porém, teve um erro aritmético e o outro ficou preso ao algoritmo e acertou, ambos chegaram as suas respostas finais com estratégias semelhantes.

Recorte 01 – Extrato da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

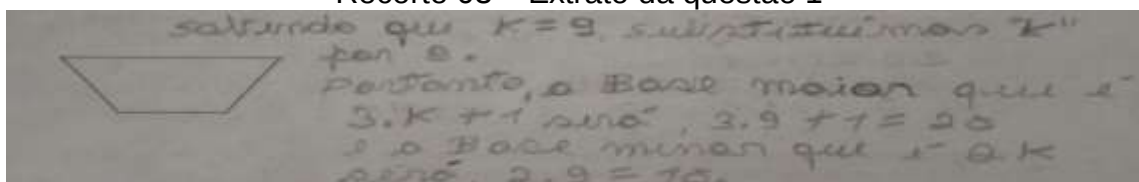
Recorte 02 – Extrato da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

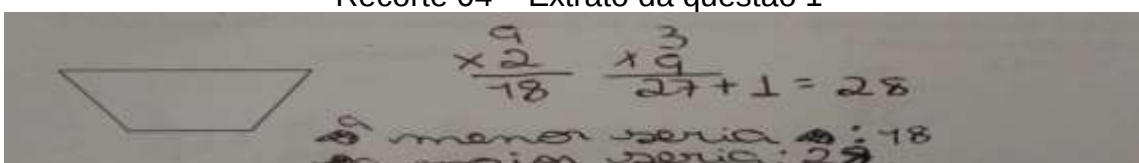
Na segunda turma (B), nos deparamos com esse primeiro estudante, ele possui elementos algébricos e características do pensamento algébrico acima do nível dos demais estudantes pesquisados, por isso, mais de 90% das imagens selecionadas serão das respostas feitas por ele. Já o segundo estudante da turma B usou a mesma estratégia do segundo estudante da turma A que mencionamos acima.

Recorte 03 – Extrato da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

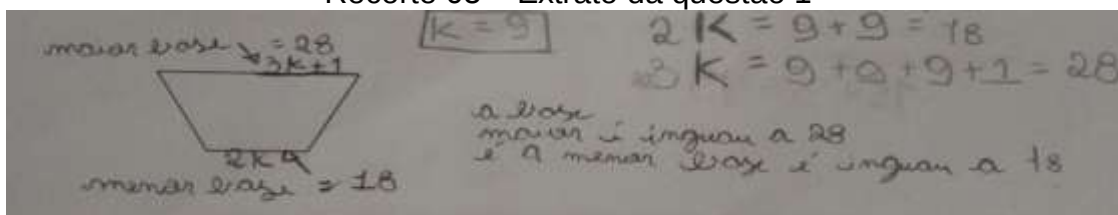
Recorte 04 – Extrato da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

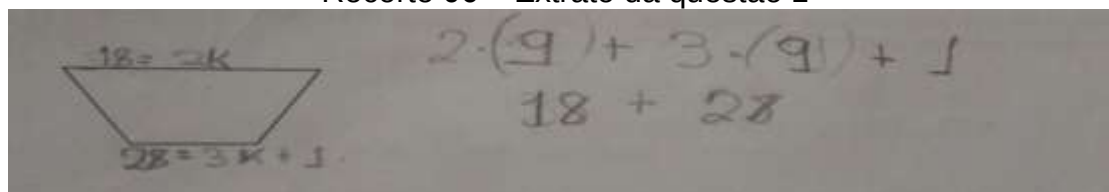
Agora a terceira turma (C), que inicialmente subestimamos pelo alto índice de reprovados que estão matriculados nela, os dois estudantes que selecionamos estão seguindo para uma resolução com fundamentos algébricos. Percebamos que o primeiro estudante prefere usar adição, mesmo estando ciente de que seria uma multiplicação, acreditamos que o motivo é pelo conforto e experiência com adição que ele tem.

Recorte 05 – Extrato da questão 1



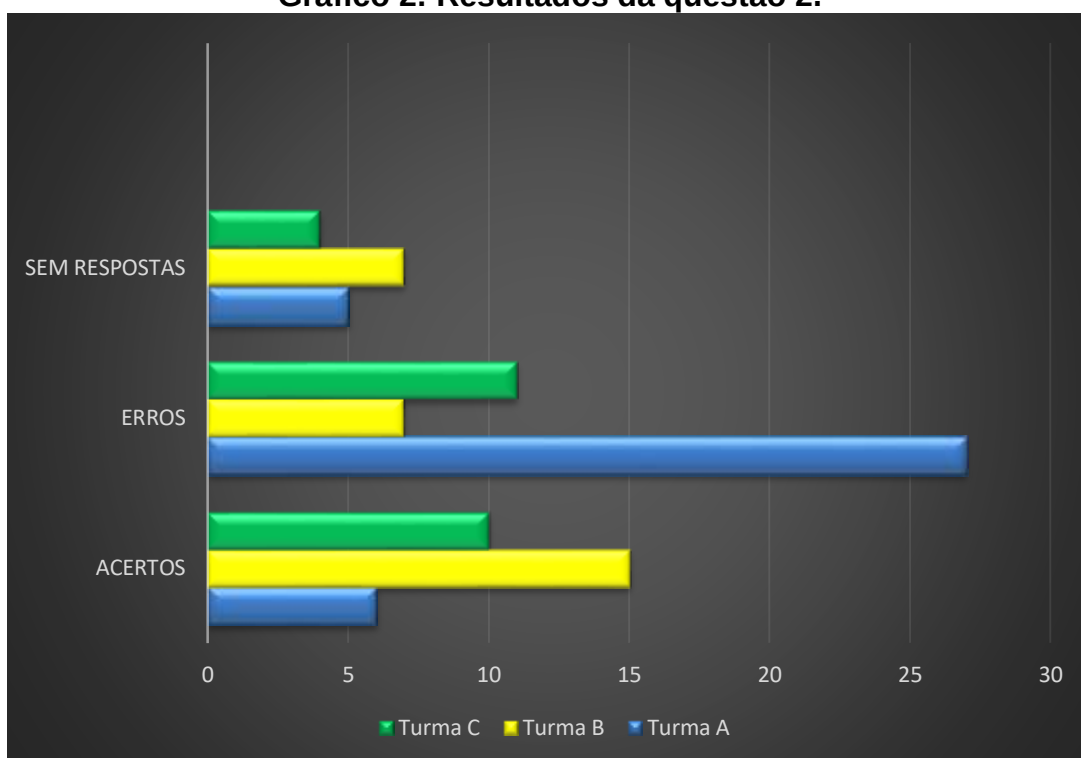
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 06 – Extrato da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Infelizmente, o segundo estudante se equivocou e acabou invertendo a resposta, organizou os dados corretamente, se atrapalhou na hora de indicar o valor das bases na figura e representou os valores das bases como se fossem uma soma, o que nos mostra uma pequena falta de atenção com o que foi solicitado na pergunta.

Gráfico 2: Resultados da questão 2.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Nesta segunda questão tivemos um desempenho baixíssimo na turma A, um pouco melhor na turma B e não tão ruim na turma C. A maioria das respostas também foram provenientes de resoluções com procedimentos aritméticos, poucos criaram a ideia de equação na sua resolução mas identificamos indícios de modelação.

Na turma A, ambos foram por algoritmos, a diferença é que o segundo estudante foi mais direto na divisão e o primeiro fez divisões separadas para encontrar a resposta final.

Recorte 07 – Extrato da questão 2

$$\begin{array}{r} 37 \\ 4,2 \overline{) 37} \\ \underline{+ 79} \\ - 32 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 47,2 \\ 4,2 \overline{) 47,2} \\ \underline{- 42} \\ 52 \\ \underline{- 42} \\ 10 \\ \hline 11,2 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 08 – Extrato da questão 2

$$\begin{array}{r} 37 \\ 4,2 \overline{) 37} \\ \underline{+ 79} \\ - 32 \\ \hline 48 \end{array} \quad \begin{array}{r} 47,2 \\ 4,2 \overline{) 47,2} \\ \underline{- 42} \\ 52 \\ \underline{- 42} \\ 10 \\ \hline 11,2 \end{array} \quad \text{Danilo e Emerson} \\ \text{pesam } 23,9 \text{ kg}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na turma B, temos o estudante que destacamos no início que criou a ideia de equilíbrio e desenvolveu a equação, o segundo estudante também usou a ideia de equilíbrio, mas usou de elementos aritméticos. Os dois acertaram a resposta.

Recorte 09 – Extrato da questão 2

de Danilo e Emerson?

$$32 + y + y = 79$$

$$32 + 2y = 79$$

$$79 - 32 = 47$$

$$2y = 47$$

$$y = \frac{47}{2}$$

$$y = 23,5$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 10 – Extrato da questão 2

de Carlos tem 32kg, o resto do valor do peso vai dividir para Danilo e Emerson.

$$37\text{kg} + 42\text{kg} = 79\text{kg}$$

$$79\text{kg} - 32\text{kg} = 47$$

$$47 : 2 = 23,5$$

Então o peso de Danilo e Emerson é 23,5 kg

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na turma C, os dois estudantes que selecionamos, foram por procedimentos algébricos, porém, o segundo usou ainda de elementos da aritmética para confirmar sua resposta.

Recorte 11 – Extrato da questão 2

$$37 + 42 = 32 + k + k$$

$$2k = 79 - 32$$

$$k = \frac{47}{2}$$

$$k = 23,5$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 12 – Extrato da questão 2

de Danilo e Emerson?

$$k + 38 + k = 79$$

$$2k = 79 - 38$$

$$2k = 41$$

$$k = \frac{41}{2}$$

$$k = 20,5$$

$$37 + 42 = 79$$

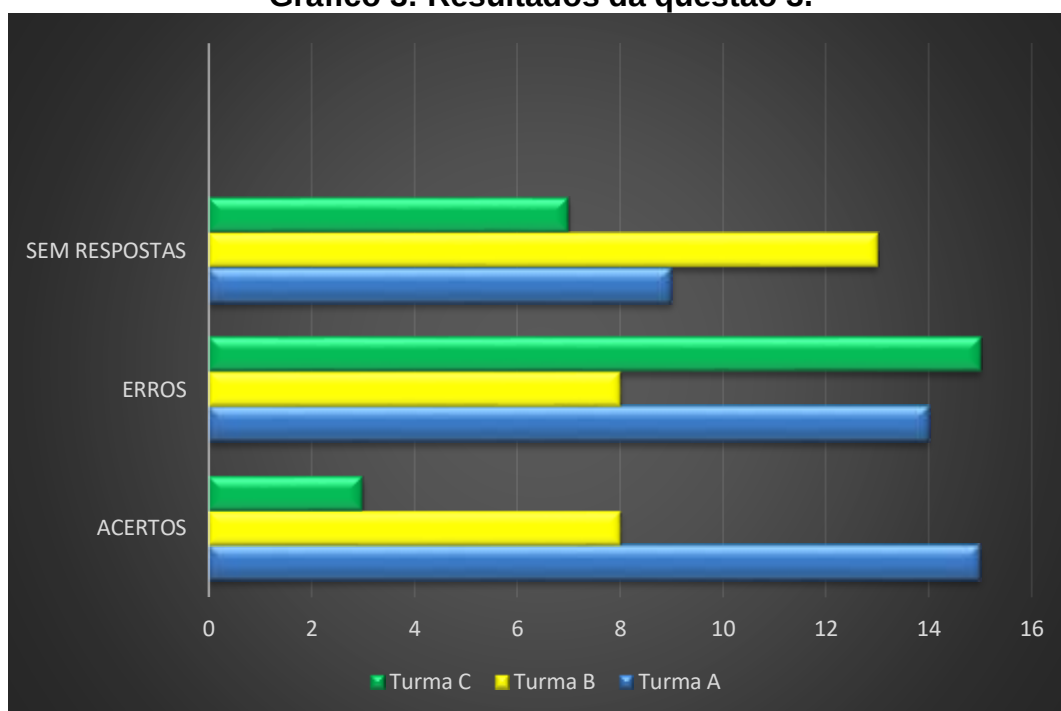
$$79 - 38 = 41$$

$$41 : 2 = 20,5$$

Danilo tem 23,5 kg e Emerson também.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

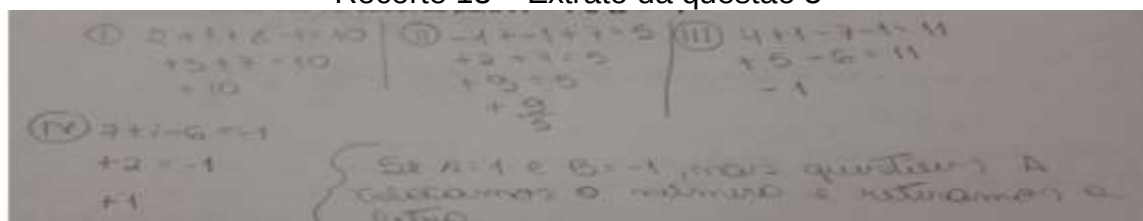
Isso nos indica que não basta apenas conhecer as regras, é preciso saber jogar e ter confiança na estratégia empregada.

Gráfico 3: Resultados da questão 3.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Agora na terceira questão a quantidade de erros e de ausência de respostas foi elevada nas três turmas, os erros estão relacionados a falhas nos procedimentos de operações com números inteiros, envolvendo jogo de sinais, já a ausência de resposta, acreditamos que é por falta de experiência dos estudantes com situações semelhantes.

Na primeira turma tivemos alguns erros operacionais na hora de relacionar os sinais empregados nos valores de A e B da questão.

Recorte 13 – Extrato da questão 3

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 14 – Extrato da questão 3

A segunda alternativa é a correta e a quarta alternativa
 pois $-A = -1 + (-8) + 7 = 9$ e $7A = 7 - 6 = B = -1$
 $-1 + (-1) + 7 = 5$ $7 - 6 = B = -1$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na turma B o nível de interpretação e resolução foi mais direto, percebemos que muitos estudantes dessa turma usam o cálculo mental para minimizar etapas no processo de resposta.

Recorte 15 – Extrato da questão 3

① $2 \cdot 4 + 8 + 3 = 30$
 $2 + 8 = 10$
 $10 + 3 = 13$
 $13 \cdot 2 = 26$
 $26 + 4 = 30$
 ② $1 + (-3) + 7 = 5$
 $-3 + 7 = 4$
 $4 + 1 = 5$
 ③ $3 \cdot 3 - 7 - 1 = 1$
 $3 + 7 = 10$
 $10 - 3 = 7$
 $7 - 1 = 6$
 ④ $7 \cdot 3 - 6 = -1$
 $7 - 6 = -1$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 16 – Extrato da questão 3

I) $2 \cdot 8 = 16$ X
 II) $1 - 1 + 7 = 7$
 III) $4 - 7 = -3$
 IV) $7 - 6 = 1$
 essa é a única alternativa que tem um resultado correto.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

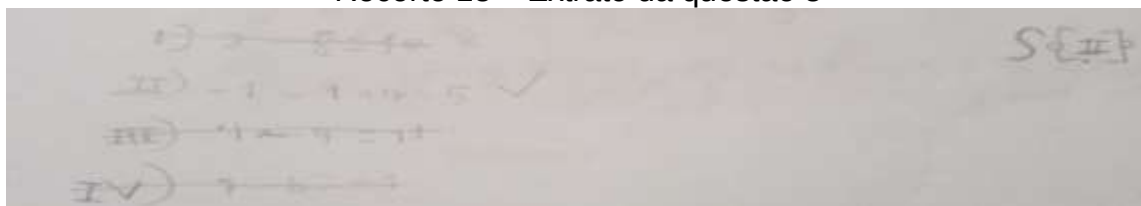
Na última turma se repetiu erros da turma A, mas podemos observar que eles também foram mais diretos na resposta.

Recorte 17 – Extrato da questão 3

I) $2A + 2B = 10$
 $2 + 7 = 10$
 II) $-A + B + 7 = 5$
 $-1 + 7 = 6$
 III) $4A - 7B = 11$
 $4 + 6 = 10$
 IV) $7A - 6 = B$
 $7 - 6 = -1$
 $-1 = -1$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

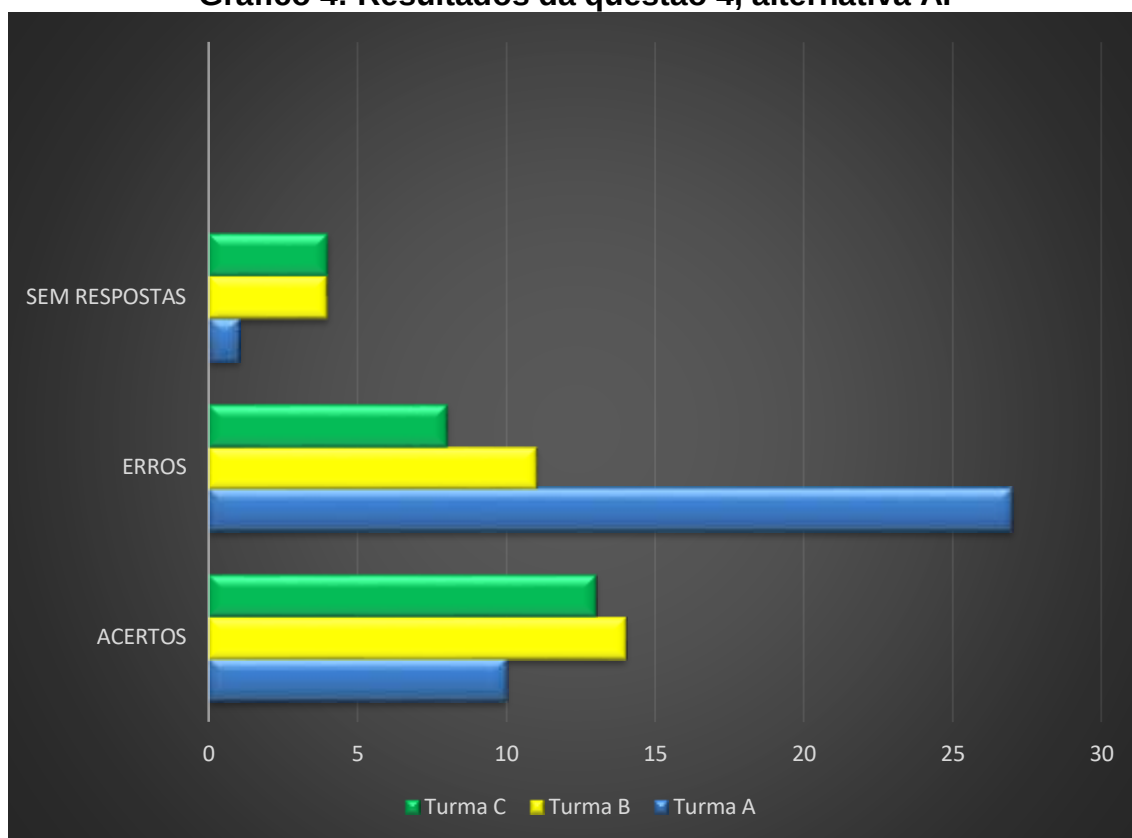
Recorte 18 – Extrato da questão 3



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Acreditamos que o aumento na ausência de resposta - dessa questão se deu por conta da quantidade de subitens que eles teriam de substituir e resolver.

Gráfico 4: Resultados da questão 4, alternativa A.



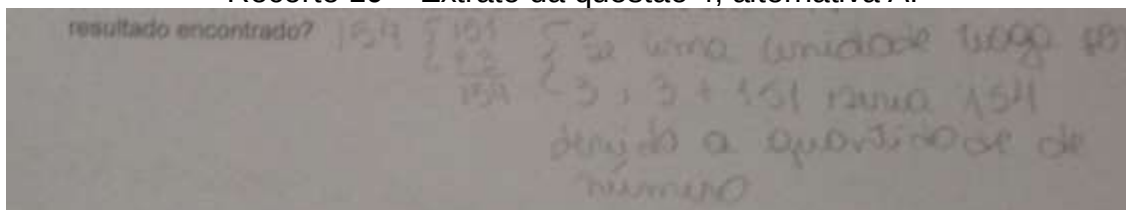
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Agora a quarta questão é formada por quatro subitens onde uma resposta anterior é necessária para prosseguir nas demais. Na alternativa A, que era dividida em duas etapas, aparentemente os estudantes se equivocaram na tabela e confundiram os dados do “Número escolhido” com os dados do “Resultado encontrado”, ou seja, o último número escolhido foi 15, ao adicionar três unidades ficaria com 18 e após isso, seguindo o padrão da tabela, deveria colocar 181, porém, muitos usaram o resultado encontrado 151 e adicionaram três unidades ficando com

154 na resposta.

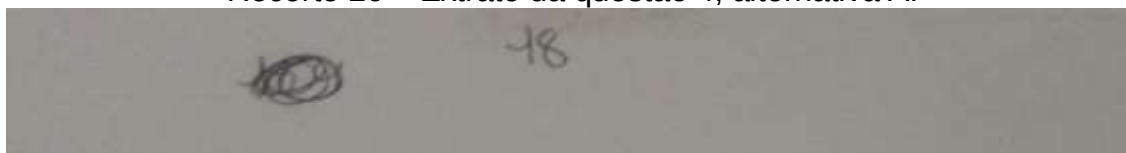
Grande parte também acertou metade das etapas da pergunta, logo responderam 18, mas esqueceram de prosseguir na resposta e chegar ao valor de 181. Temos logo abaixo alguns exemplos na turma A.

Recorte 19 – Extrato da questão 4, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020)

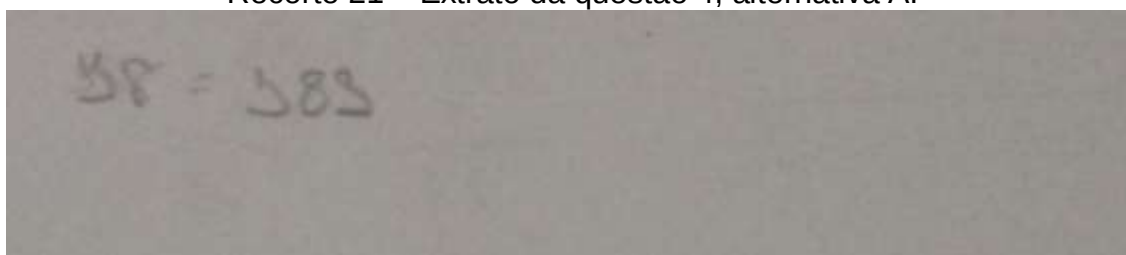
Recorte 20 – Extrato da questão 4, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

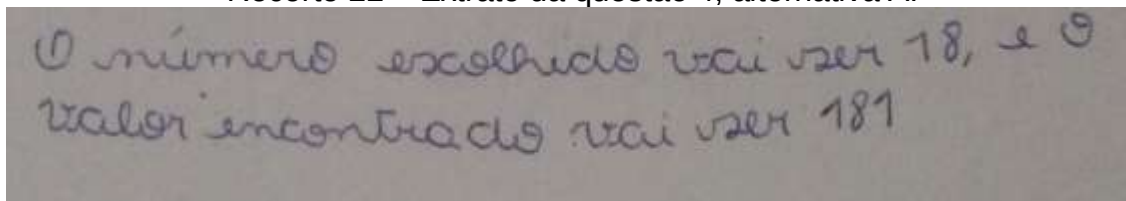
Dos 14 estudantes que acertaram essa questão na turma B, resumimos abaixo como foram suas estratégias de respostas.

Recorte 21 – Extrato da questão 4, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

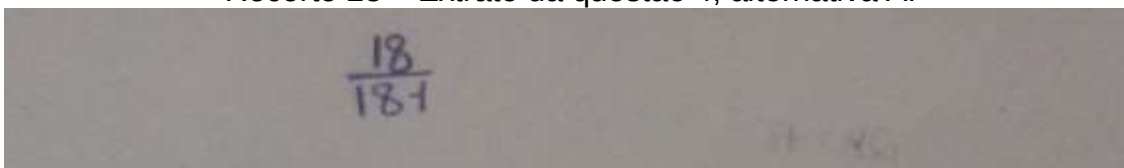
Recorte 22 – Extrato da questão 4, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

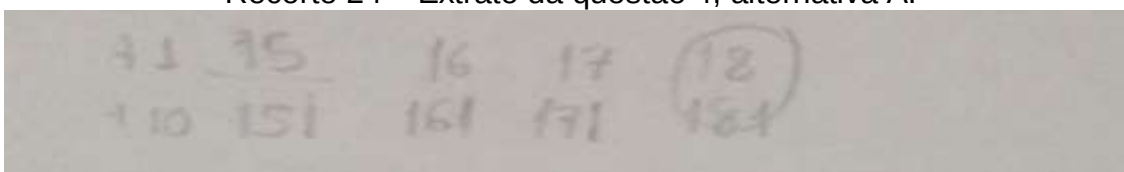
Um fato interessante que aconteceu apenas na turma C, foi a representação de forma resumida da tabela que, ao me deparar inicialmente, pensei que fosse uma resposta fracionária.

Recorte 23 – Extrato da questão 4, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

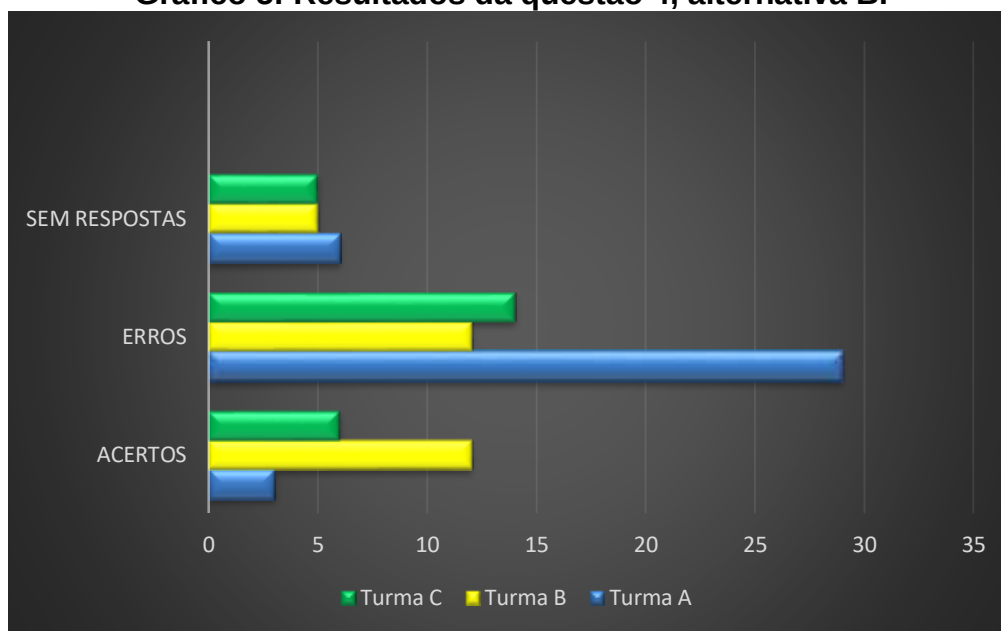
Recorte 24 – Extrato da questão 4, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Vale ressaltar que as respostas das questões que possuem subitens são do mesmo estudante pesquisado e mantemos a ordem de apresentação dos registros.

Gráfico 5: Resultados da questão 4, alternativa B.



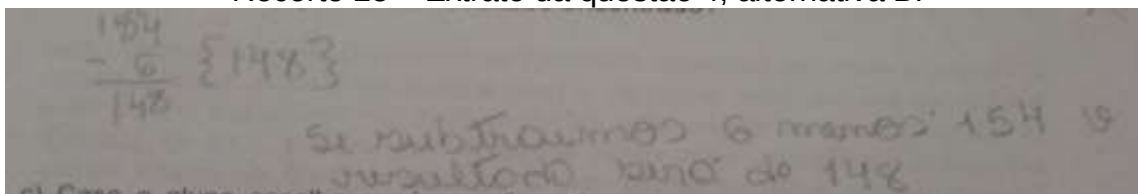
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Os resultados das turmas na alternativa B, por ser dependente da resposta dada na alternativa A, também tiveram baixos resultados, mas ainda tivemos acertos nas três turmas. O que torna mais claro que a interpretação da questão e organização das ideias é algo fundamental para minimizar os erros.

Pelo fato do primeiro estudante da turma A ter errado no item anterior consequentemente acabou errando novamente neste. Entretanto o segundo

estudante dessa turma continuou respondendo parcialmente a questão.

Recorte 25 – Extrato da questão 4, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

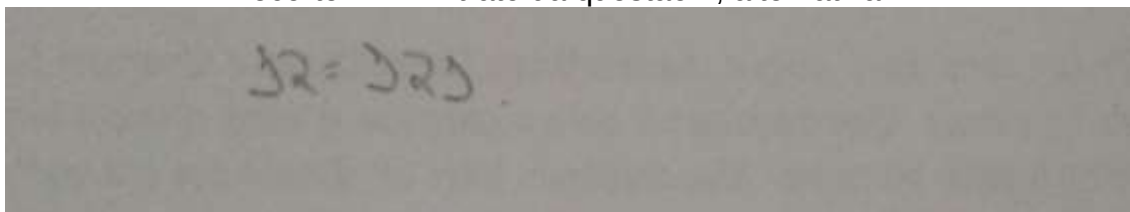
Recorte 26 – Extrato da questão 4, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

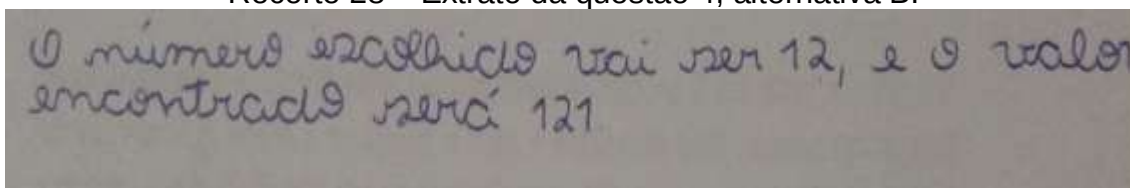
Note que na turma B um estudante vai diretamente ao objetivo da questão e o outro detalha por escrito a sua resposta.

Recorte 27 – Extrato da questão 4, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 28 – Extrato da questão 4, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

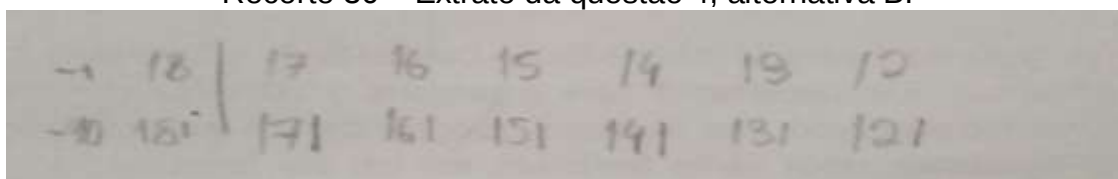
Como já falamos do caso inesperado da turma C, eles continuaram com a mesma representação de resposta.

Recorte 29 – Extrato da questão 4, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

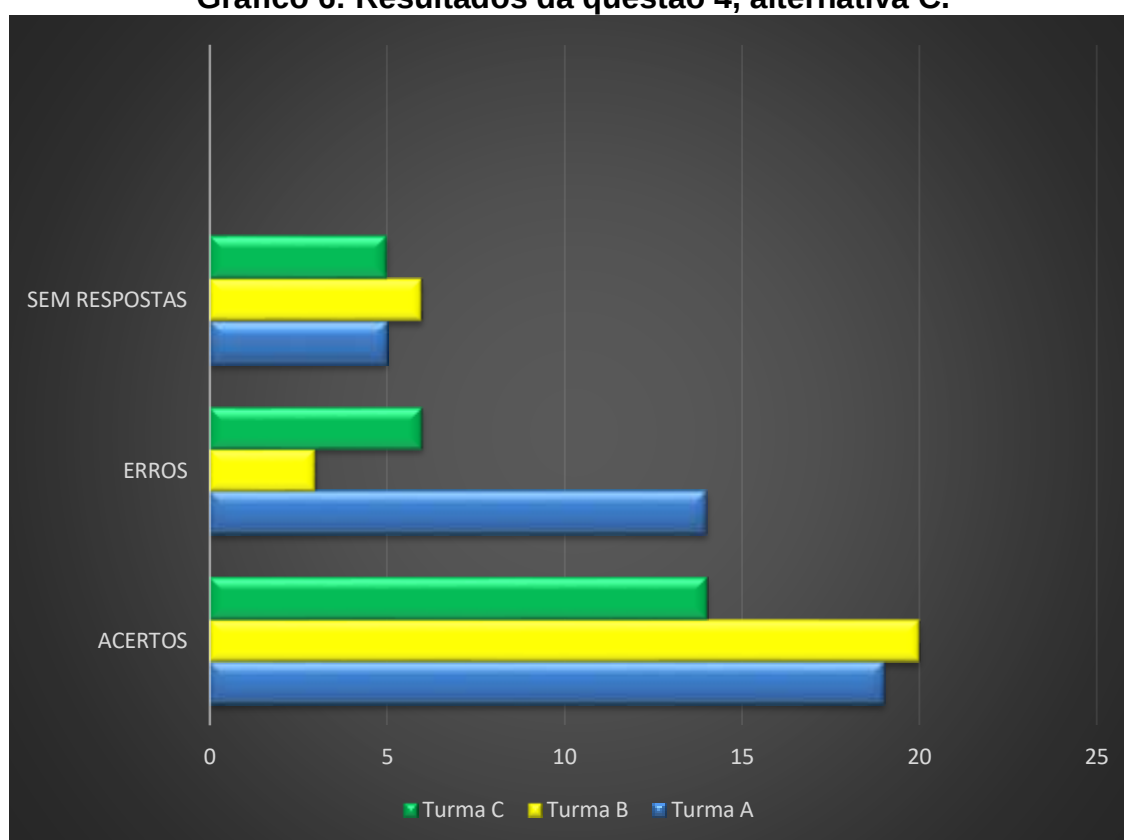
Recorte 30 – Extrato da questão 4, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Essa questão foi primordial na investigação e nos trouxe várias situações dos estudantes que revelaram algumas concepções de álgebra em nossa análise.

Gráfico 6: Resultados da questão 4, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Por sua vez, a alternativa C não dependia de nenhuma alternativa, bastava o estudante identificar o padrão e apresentar sua resposta, logo tivemos bons resultados nas três turmas, muitos usaram a lógica da sequência e do padrão da tabela e estes não souberam justificar sua resposta.

O primeiro estudante da turma A continuou errando mesmo quando o item era uma resposta baseada na interpretação da questão e representação do resultado, a pergunta solicitava uma justificativa e o mesmo não fez. O segundo fez a resposta

completa, sua justificativa foi por escrita, ou seja, não utilizou do simbolismo algébrico.

Recorte 31 – Extrato da questão 4, alternativa C.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 32 – Extrato da questão 4, alternativa C.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Já na turma B encontramos bastantes respostas justificadas e corretas, cerca de três estudantes chegaram a iniciar uma resposta simbólica, mas acabaram apagando e ficaram com a justificativa por escrito. O segundo estudante respondeu e não justificou.

Recorte 33 – Extrato da questão 4, alternativa C.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 34 – Extrato da questão 4, alternativa C.

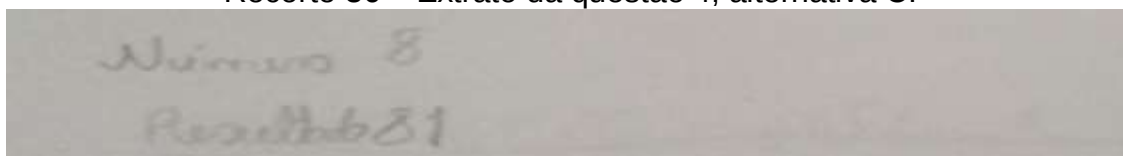
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na turma C apenas 3 estudantes justificaram, porém, como a maioria acertou o resultado achamos melhor incluir como resposta correta.

Recorte 35 – Extrato da questão 4, alternativa C.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

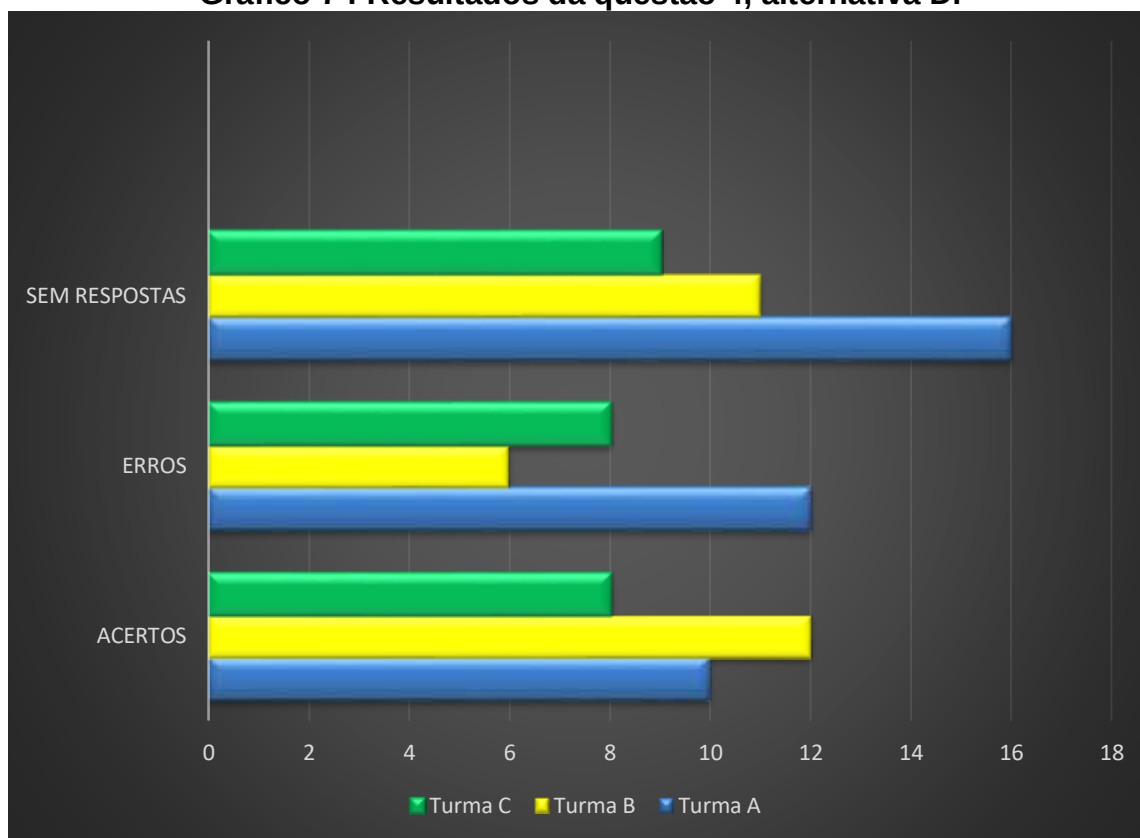
Recorte 36 – Extrato da questão 4, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

É evidente que a maioria dos estudantes pesquisados estão sem fundamento ou não sabem se expressar em questões que solicitam algum tipo de explicação, não sabemos se isso é consequência de obstáculos no aprendizado da matemática, se é um fator pessoal do estudante, se está relacionado a outras disciplinas, conteúdos, etc.

Gráfico 7 : Resultados da questão 4, alternativa D.



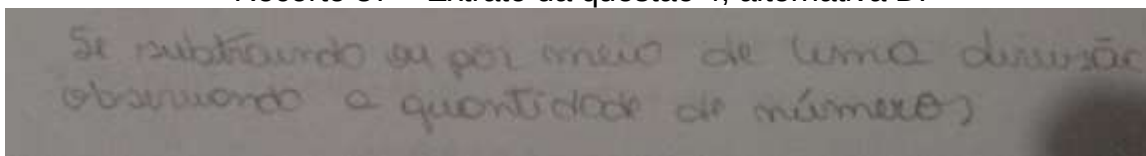
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Tomando como base a falta de justificativa da resposta na alternativa C, isso refletiu na ausência de respostas na alternativa D, como já comentei alguns estudantes perceberam um certo padrão, mas não conseguiram generalizar ou apresentar uma fórmula na pergunta da alternativa D.

Alguns estudantes da turma A tentaram apresentar algum justificativa, mas

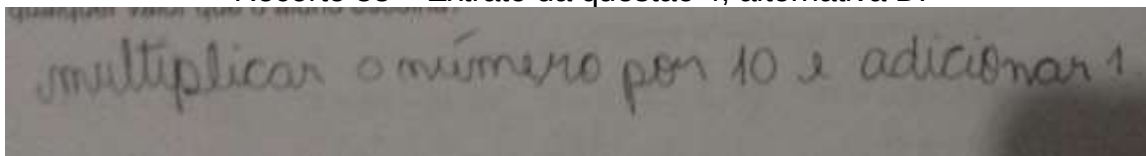
poucos chegaram à resposta que esperávamos.

Recorte 37 – Extrato da questão 4, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

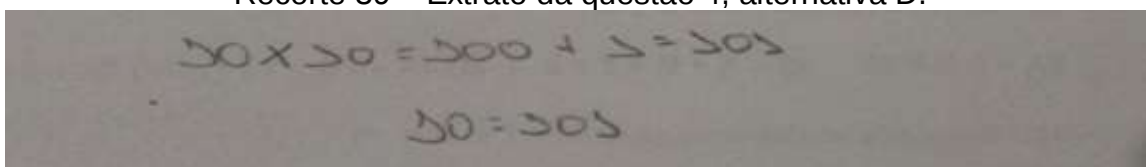
Recorte 38 – Extrato da questão 4, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

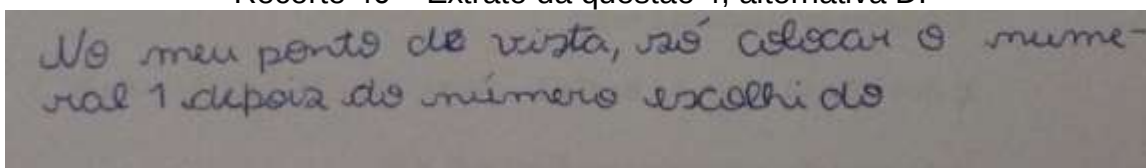
Na turma B, quase todos que acertaram usaram a justificativa com um exemplo de solução seguindo o padrão da tabela, apenas dois estudantes que acertaram usaram de linguagem algébrica. O segundo estudante que destacamos, seguiu uma lógica que ele entendeu como correto, ou seja, ele não conseguiu generalizar e nem relacionar a situação exposta.

Recorte 39 – Extrato da questão 4, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

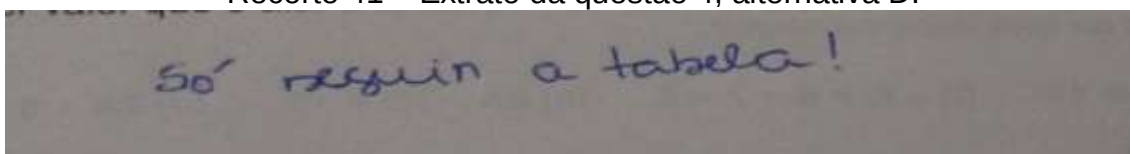
Recorte 40 – Extrato da questão 4, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

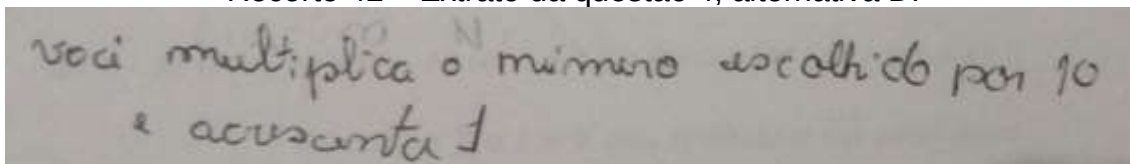
Na turma C, tivemos essa primeira resposta inusitada que consideramos como errada, já o segundo estudante compreendeu o raciocínio do padrão e generalizou a resposta.

Recorte 41 – Extrato da questão 4, alternativa D.



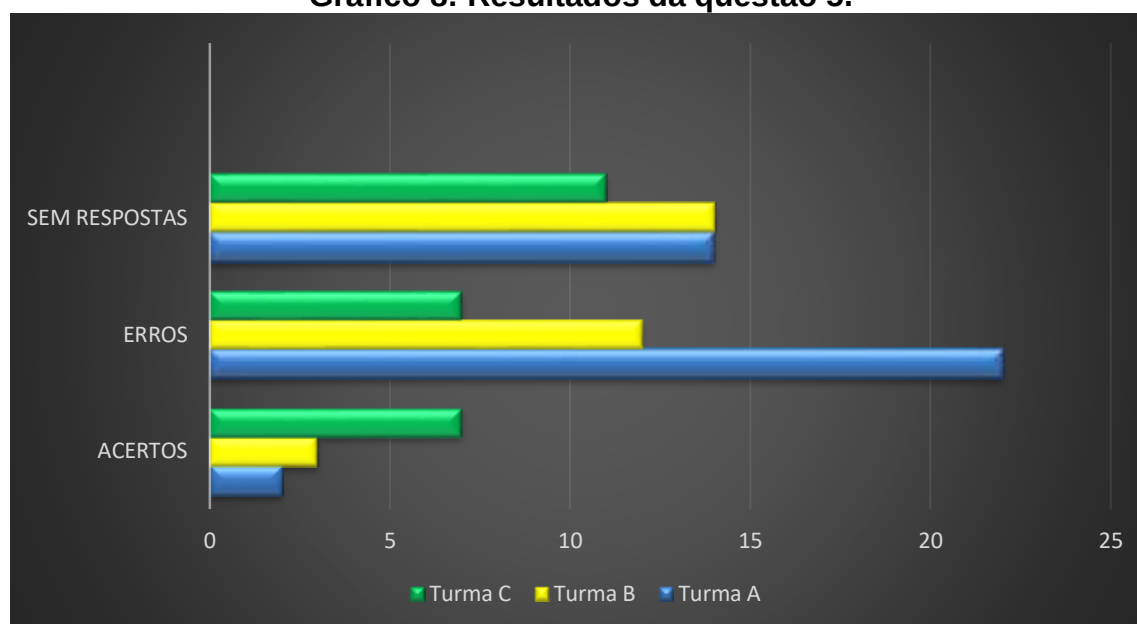
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 42 – Extrato da questão 4, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

A nosso ver, questões que dependem uma da outra e com muitos subitens não são atrativas para o estudante, sabemos que, pelo fato da dificuldade de interpretação ser presente na maioria deles, torna-se uma questão de nível difícil.

Gráfico 8: Resultados da questão 5.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na quinta questão, escolhi uma situação que envolvia um produto notável, mesmo sabendo que as turmas pesquisadas não trabalham com esse conteúdo, tudo isso para verificar a relação que eles fazem entre álgebra e aritmética, mas a quantidade de erros e de ausência de respostas foi enorme. Aparentemente eles se dão melhor em situações aritméticas para algébricas que o contrário.

Na turma A, tivemos esse fato, que reforça ainda mais a ideia de

mecanização. O estudante consegue resolver equações com incógnitas representadas pelas letras “x” e “y”, mas se utilizarmos outro símbolo ou letra diferente das quais estão acostumados, eles não conseguem resolver a questão. Fiz dois exemplos a parte com este estudante, mas ao mudar essa simbologia ele não consegue pensar algebricamente. Já a maioria associou mecanismos aritméticos da potenciação com uma multiplicação direta entre a base e o expoente.

Recorte 43 – Extrato da questão 5.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 44 – Extrato da questão 5.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Agora na turma B, percebemos que o primeiro estudante também está com o pensamento em mecanismos da potenciação, porém, apesar de errar a pergunta solicitada, ele fez a representação correta da potencia de 7^2 . Já o segundo estudante compreendeu a pergunta e fez a generalização da questão.

Recorte 45 – Extrato da questão 5.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 46 – Extrato da questão 5.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na turma C, notamos que muitos estudantes estavam indo no caminho correto, mas acabaram esquecendo de representar alguns itens.

Recorte 47 – Extrato da questão 5.

$$(3+4) 3^2 + 2 + 4^2$$

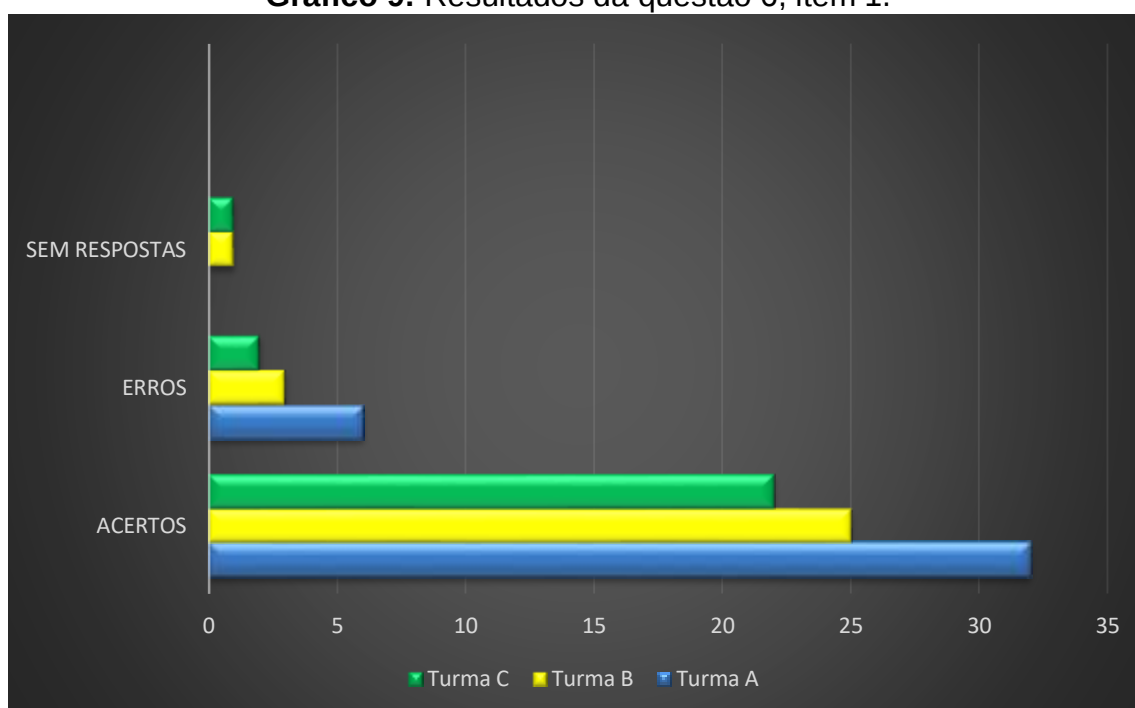
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 48 – Extrato da questão 5.

$$(3+4)^2 = 3^2 + 2 \quad 34 + 4^2$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Deixamos claro que foi explicado pela aplicadora do questionário que nessa questão deveria ser feita apenas a representação do padrão e ainda reforçamos que não existia conta a se calcular.

Gráfico 9: Resultados da questão 6, item 1.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

A sexta questão partiu da ideia de que, de acordo com os estudantes, quando entram “letras” na conta as coisas começam a piorar. Então aplicamos duas expressões algébricas com desenhos no lugar dos respectivos valores numéricos. Chamou-nos a atenção que quase ninguém deixou sem respostas, alguns que erraram foi por falta de atenção na imagem e o aproveitamento de acertos foi muito

elevado. A forma como a questão estava apresentada foi mais atrativa a meu ver, por isso maior empenho dos estudantes.

Assim, como na quarta questão, temos uma situação de interpretação, representação, generalização e justificativa para a resposta. Destacamos na turma A uma justificativa por escrito do primeiro estudante e a representação está por cima das figuras, entendemos que o mesmo pode ainda não ter a total ideia sobre incógnita, mas ele compreende que haverá uma troca das figuras representadas pelos valores que se encaixam na operação descrita.

Recorte 49 – Extrato da questão 6, item 1.

$3 \text{ Charmander} = 30$
 $1 \text{ Charmander} + 2 \text{ Bulbasaur} = 18$
 $1 \text{ Bulbasaur} - 1 \text{ Pikachu} = 2$
 $1 \text{ Pikachu} + 1 \text{ Charmander} + 1 \text{ Bulbasaur} = ?$

Eu dei 30 para 3 que é igual a 10!
 Eu sei saber que o primeiro era 10 então 10 + 8 é igual a 18 então o 2 dividido para 2 = 4.
 Eu sei saber que o primeiro era 10 então 10 + 8 é igual a 18 então o 2 dividido para 2 = 4.
 Eu sei saber que o primeiro era 10 então 10 + 8 é igual a 18 então o 2 dividido para 2 = 4.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 50 – Extrato da questão 6, item 1.

$3 \text{ Charmander} = 30$
 $1 \text{ Charmander} + 2 \text{ Bulbasaur} = 18$
 $1 \text{ Bulbasaur} - 1 \text{ Pikachu} = 2$
 $1 \text{ Pikachu} + 1 \text{ Charmander} + 1 \text{ Bulbasaur} = ?$

Charmander = 10
 Bulbasaur = 4
 Pikachu = 2

$10 + 4 + 2 = 16$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Agora na turma B, novamente destacamos o estudante que consideramos com maior conhecimento em álgebra e em matemática, percebiam o rigor que ele adota na explicação. Já o segundo estudante dessa turma apenas substituiu os valores e operou.

Recorte 51 – Extrato da questão 6, item 1.

solução que $30 \div 3 = 10$ e Charmander = 10

$$\begin{aligned} \text{Poliwhirl} + \text{Poliwhirl} + \text{Poliwhirl} &= 30 \\ \text{Poliwhirl} + \text{Poliwhirl} + \text{Poliwhirl} &= 18 \rightarrow \text{solução que } 10 \text{ por } 18 - 10 = 8, \text{ por } 10 \text{ é o mesmo valor } 8 \div 2 = 4 \\ \text{Poliwhirl} - \text{Poliwhirl} &= 2 \\ \text{Poliwhirl} + \text{Poliwhirl} + \text{Poliwhirl} &= ? \end{aligned}$$

solução que $8 \div 2 = 4$, portanto o valor do Poliwhirl é 4. $4 - 2 = 2$, por isso Poliwhirl = 2.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 52 – Extrato da questão 6, item 1.

$$\begin{aligned} 10 + 10 + 10 &= 30 \\ 10 + 4 + 4 &= 18 \\ 4 - 2 &= 2 \\ 2 + 10 + 4 &= 16 \end{aligned}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na turma C, alguns estudantes tentaram recriar a situação com o uso de letras para representar a incógnita. Outros preferiram ir explicando por escrito a resposta.

Recorte 53 – Extrato da questão 6, item 1.

$$\begin{aligned} A + A + A &= 30 \\ A + B + B &= 18 \\ B - C &= 2 \\ A + B + C &= ? \end{aligned}$$

$A = 10$
 $B = 4$
 $B - C = 2$
 $4 - C = 2$
 $C = 2$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

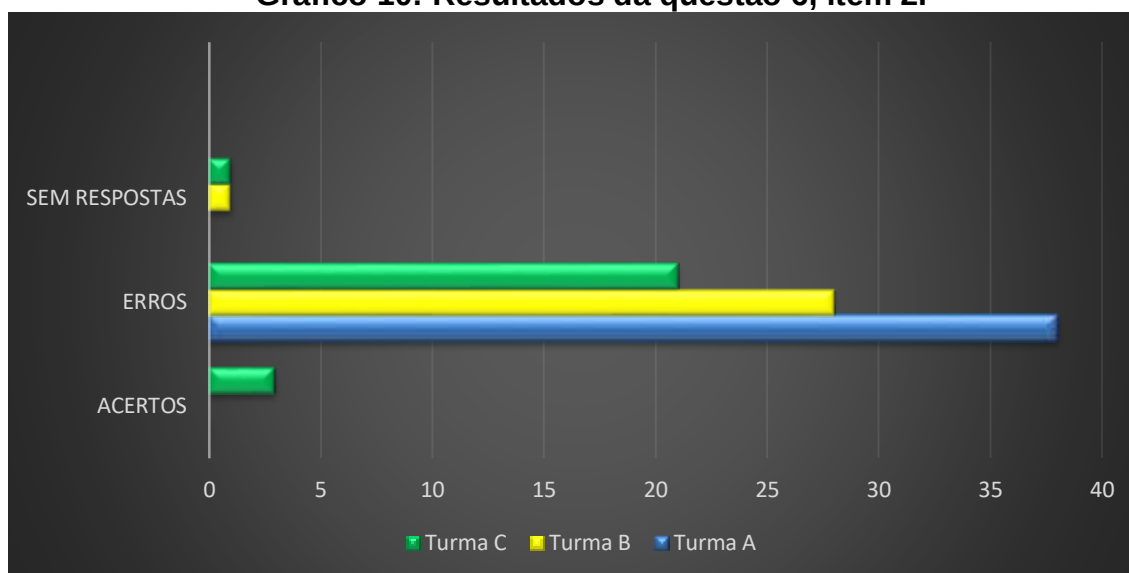
Recorte 54 – Extrato da questão 6, item 1.

$$\begin{aligned} 10 + 10 + 10 &= 30 \text{ Cada um vale } 10. \\ 10 + 4 + 4 &= 18 \text{ Um vale } 10 \text{ e os outros } 2 \text{ valem } 4. \\ 4 - 2 &= 2 \text{ Um vale } 4 \text{ e o outro vale } 2, \text{ porque } 4 - 2 = 2. \\ 2 + 10 + 4 &= 16 \text{ Um vale } 2, \text{ o de mais vale } 10 \text{ e o último vale } 4 \text{ e ao todo } 16. \end{aligned}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

No final da aplicação do questionário, voltamos em cada sala para agradecer a participação e envolvimento dos estudantes. Perguntei qual a questão que mais gostaram e afirmaram ser esta onde utiliza símbolos (Desenhos/Figuras/Imagens) para representar a ideia de incógnita e/ou variável.

Gráfico 10: Resultados da questão 6, item 2.

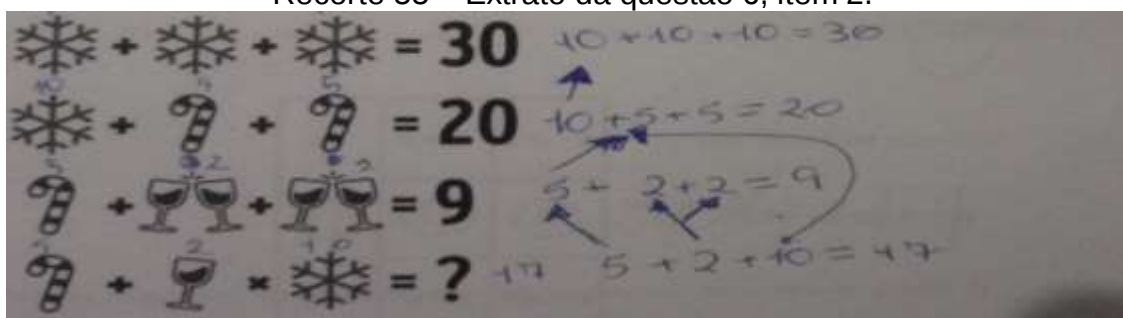


Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Porém, o item 2 da sexta questão, apesar da alta quantidade de erros nas três turmas, foi consequência de erros nos procedimentos resolutivos de cunho aritmético e pela falta de atenção em pequenos detalhes da imagem, por exemplo, onde era usar o sinal de vezes foi usado o sinal de mais.

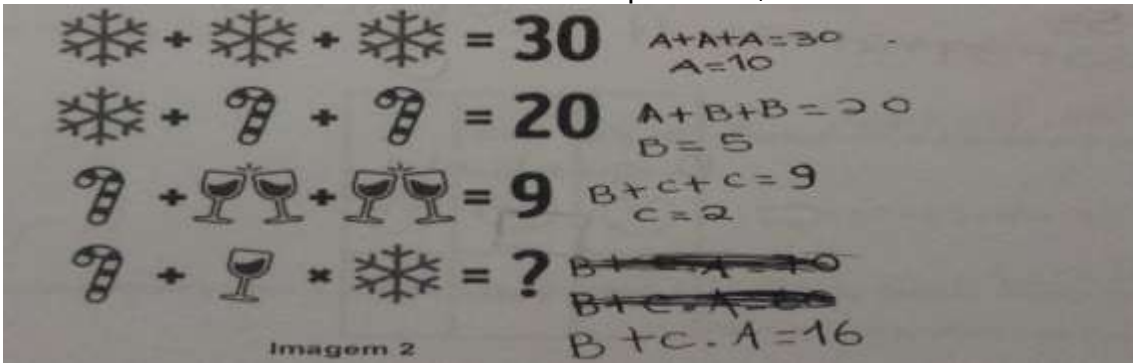
Na turma A, percebemos que os estudantes estavam compreendendo o objetivo da questão, porém, na última sequência eles inverteram a ordem de operação.

Recorte 55 – Extrato da questão 6, item 2.



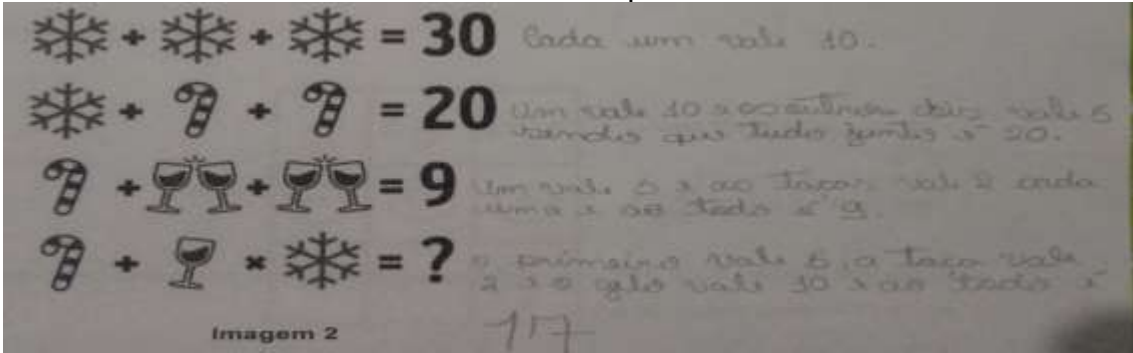
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 59 – Extrato da questão 6, item 2.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

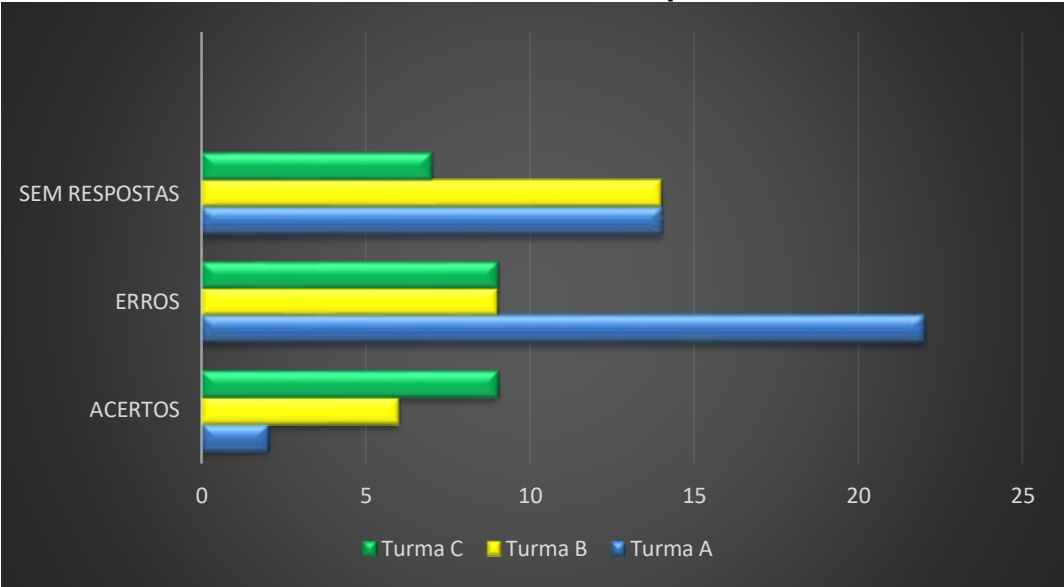
Recorte 60 – Extrato da questão 6, item 2.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Quando incluímos essa questão, um dos objetivos era torna-la atrativa e conseguimos, porém, quando fomos para análise percebemos que a segunda imagem induz o estudante ao erro, basta olhar para última sentença, no lugar de duas taças aparece só uma e apenas nessa sentença que surge o sinal de vezes (x).

Gráfico 11: Resultados da questão 7.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

A sétima questão parte da concepção de álgebra como estudo de relações entre grandezas e do ponto de vista do pensamento algébrico faz-se necessário à compreensão dessas relações e a modelação da situação proposta. Existiram poucos acertos por conta do enorme número de erros na interpretação do problema e também por erros de procedência aritmética.

O primeiro estudante da turma A conseguiu encontrar a resposta, ele só não representou de forma algébrica, mas ficou claro que ele conseguiu interpretar a fórmula e seguir a sequência das operações. Entretanto o segundo estudante interpretou a fórmula errado.

Recorte 61 – Extrato da questão 7.

medicamento? $50 \times 35 = 1750$ $1750 \div 25 = 70$ B = 25 ml desse medicamento

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 62 – Extrato da questão 7.

medicamento? $D = \frac{(35 m)}{45}$ $70 - 35 = 35$ que o resultado foi 45
deve tomar 45 miligramas

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Agora na turma B, o primeiro estudante entendeu parte do processo mas como podem perceber, ele errou ao usar o algoritmo da multiplicação. Já o segundo estudante é aquele que se sobressaiu de todos os estudantes pesquisado. Novamente fica claro que ele possuiu e consegue utilizar o seu conhecimento matemático.

Recorte 63 – Extrato da questão 7.

uma criança de 35 Kg
deverá tomar 400 miligramas desse medicamento

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 64 – Extrato da questão 7.

medicamento? salzinas que m = 400mg/ml
 $50 \times 35 = 1.750 \div 70 = 25$, por isso
 a dosagem é 25 miligramas.

$$\begin{array}{r} 1.750 \overline{) 1.750} \\ \underline{350} \\ 350 \\ \underline{700} \\ 700 \\ \underline{875} \\ 875 \\ \underline{875} \\ 0 \end{array}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Por sua vez, na turma C, os nove estudantes que erraram não conseguiram interpretar ou aplicar a fórmula de maneira coerente.

Recorte 65 – Extrato da questão 7.

criança de 35 kg deveria tomar...

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 70 \\ \hline 120 \end{array}$$

 a criança deveria tomar 120 mililitros

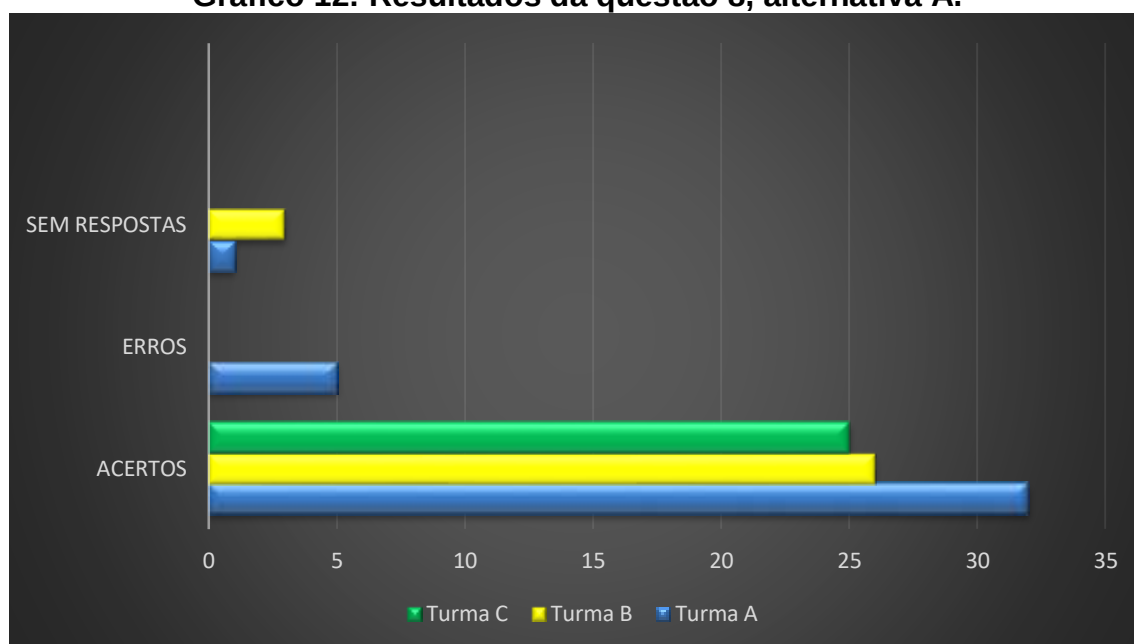
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 66 – Extrato da questão 7.

$$D = \frac{(50.35)}{70}$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

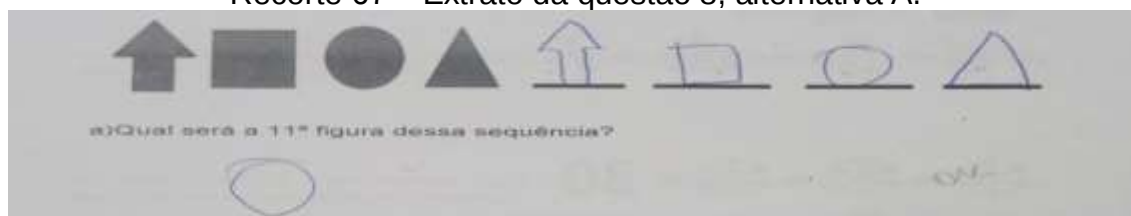
Notamos mais uma vez que alguns estudantes sabem usar as técnicas aritméticas, infelizmente muitas vezes eles acabam confundindo a ordem de operação. A maioria tende a resolver as operações da maneira que se escreve, ou seja, da esquerda para direita.

Gráfico 12: Resultados da questão 8, alternativa A.

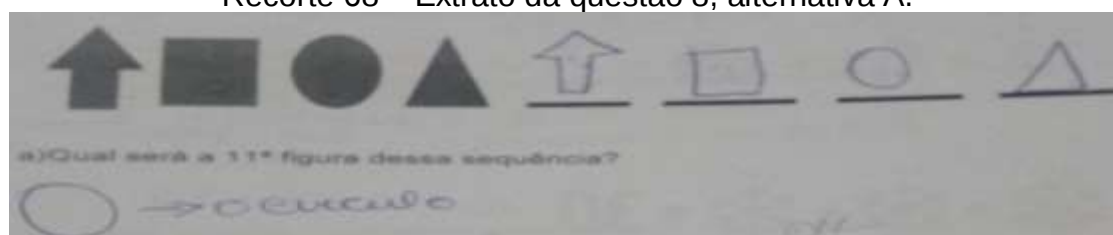
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Mais uma vez, temos outra questão com subitens. A oitava questão foi baseada na generalização de padrões relacionada à concepção de álgebra como aritmética generalizada e na primeira alternativa obtivemos resultados satisfatórios. A maioria das respostas foi por continuação da sequência de figuras expostas, já que solicitava a décima primeira figura da sequência, dentre outras estratégias empregadas.

Na turma A, ambos os estudantes continuaram a sequência e deram uma resposta mais direta.

Recorte 67 – Extrato da questão 8, alternativa A.

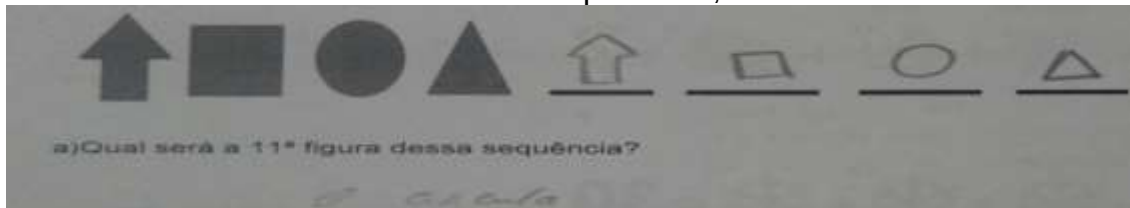
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 68 – Extrato da questão 8, alternativa A.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

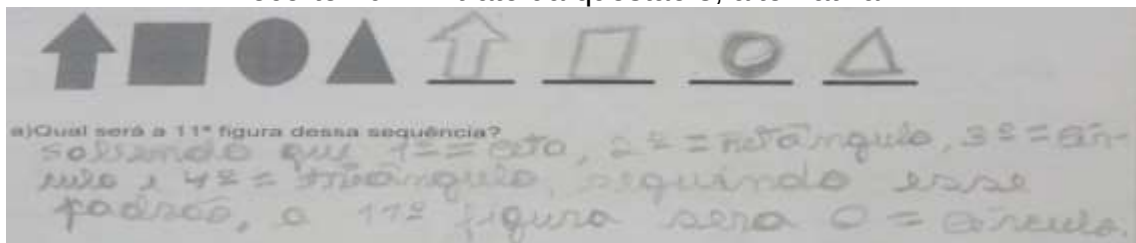
Na turma B mais uma vez destacamos o segundo estudante que, além de dar continuidade a sequência ele justifica sua resposta de forma detalhada mesmo sem ser solicitado.

Recorte 69 – Extrato da questão 8, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

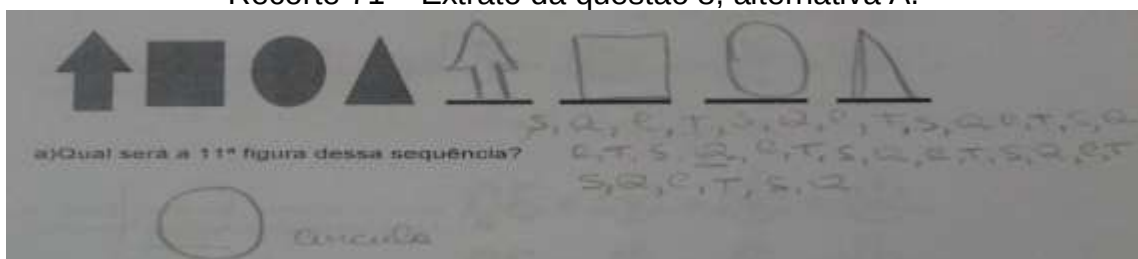
Recorte 70 – Extrato da questão 8, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

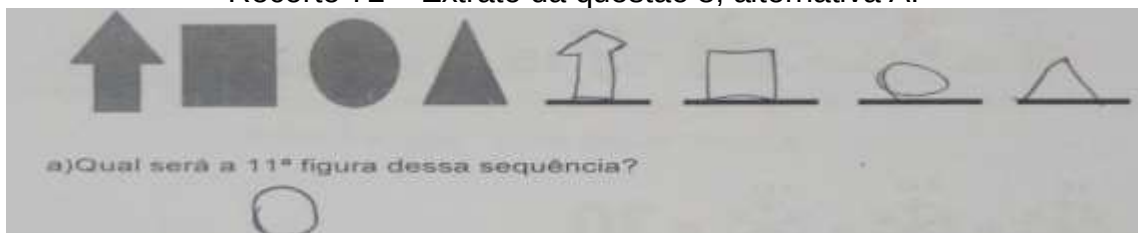
Na turma C, alguns estudantes apenas completaram a sequência desenhando as figuras, já esse primeiro estudante associou as figuras às letras iniciais do nome da figura, por exemplo, S para seta, Q para quadrado, C para círculo e T para triângulo.

Recorte 71 – Extrato da questão 8, alternativa A.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 72 – Extrato da questão 8, alternativa A.

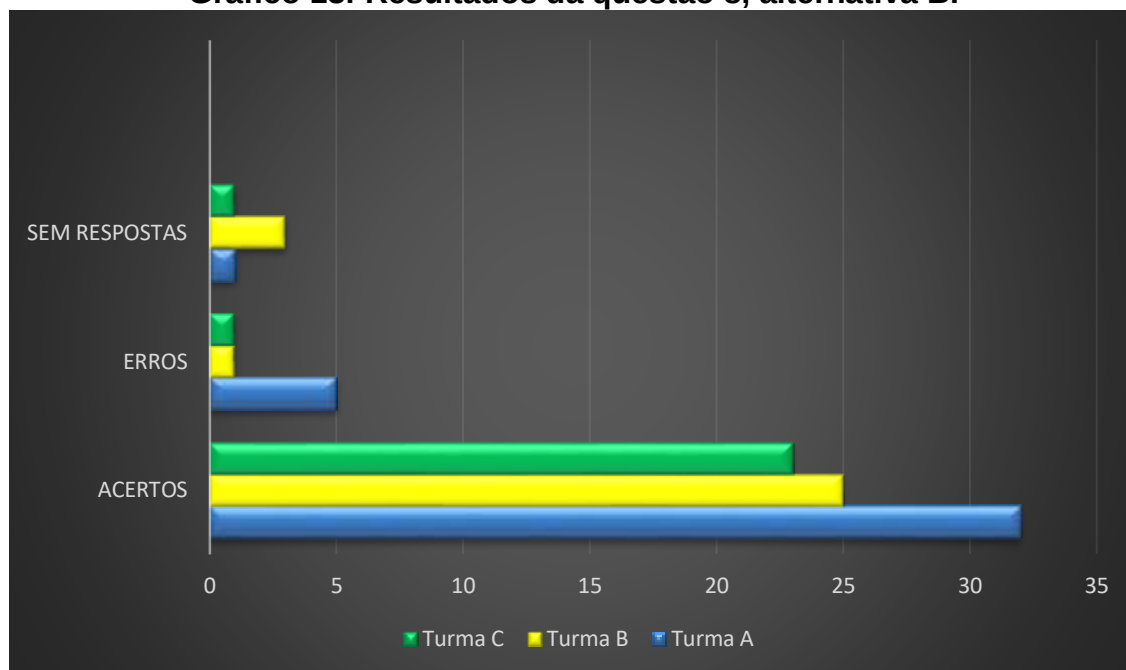


Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Nessa questão tivemos só cinco erros e apenas quatro estudantes não

responderam, entendemos que quase todos os estudantes compreenderam e generalizaram o padrão.

Gráfico 13: Resultados da questão 8, alternativa B.

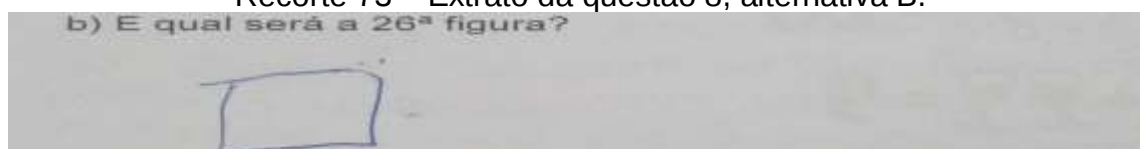


Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Por outro lado na alternativa B era solicitada a vigésima sexta figura da mesma sequência e já houve uma alteração na estratégia de resolução empregada pelos estudantes, à maioria daqueles que na alternativa A foram desenhando as figuras para achar a resposta, perceberam que seria mais trabalhoso aplicar a mesma estratégia na alternativa B e daí surgiram generalizações do padrão.

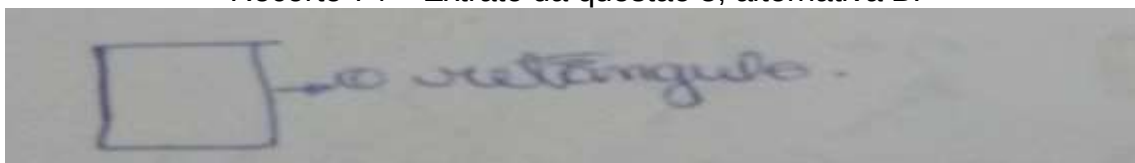
Na turma A, muitos só representaram a forma da figura, alguns até representaram e nomearam-nas, mas percebemos que existem alguns conceitos divergentes em relação à geometria plana e/ou espacial.

Recorte 73 – Extrato da questão 8, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

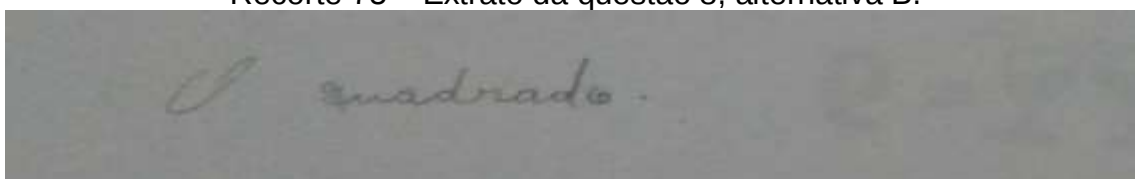
Recorte 74 – Extrato da questão 8, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

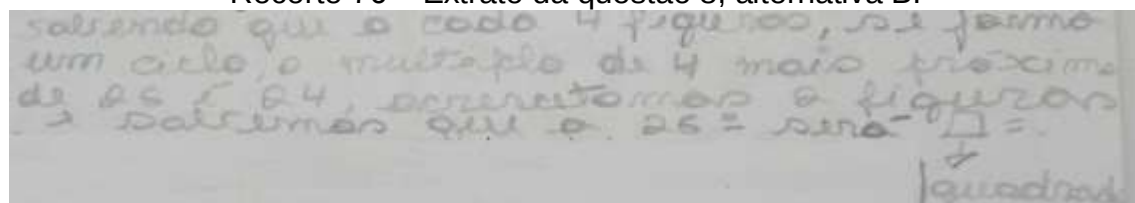
O único estudante que segue fora do padrão de resposta em todas as questões é aquele que destacamos inicialmente. Ele sempre tenta detalhar ao máximo sua resposta como podemos verificar logo abaixo na segunda imagem.

Recorte 75 – Extrato da questão 8, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

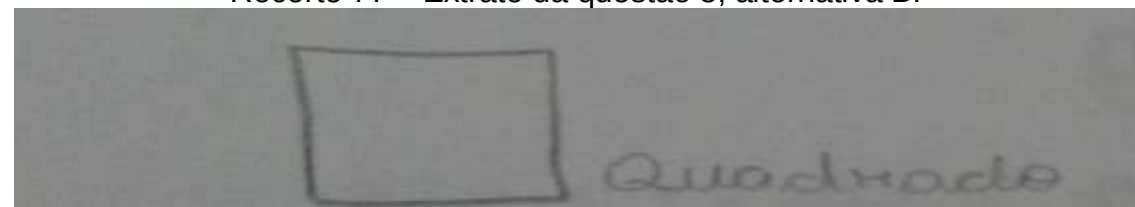
Recorte 76 – Extrato da questão 8, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

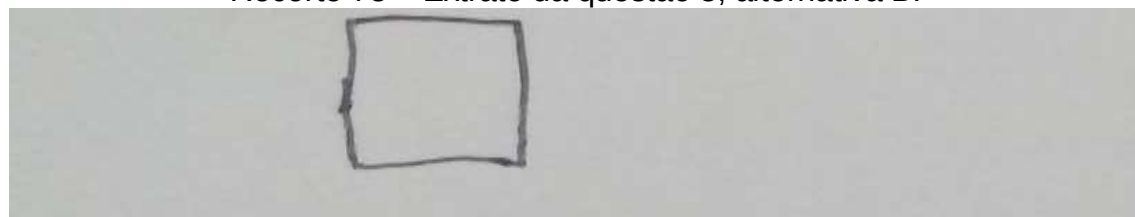
Os estudantes também seguiram só representando a imagem ou representando e nomeando-as.

Recorte 77 – Extrato da questão 8, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

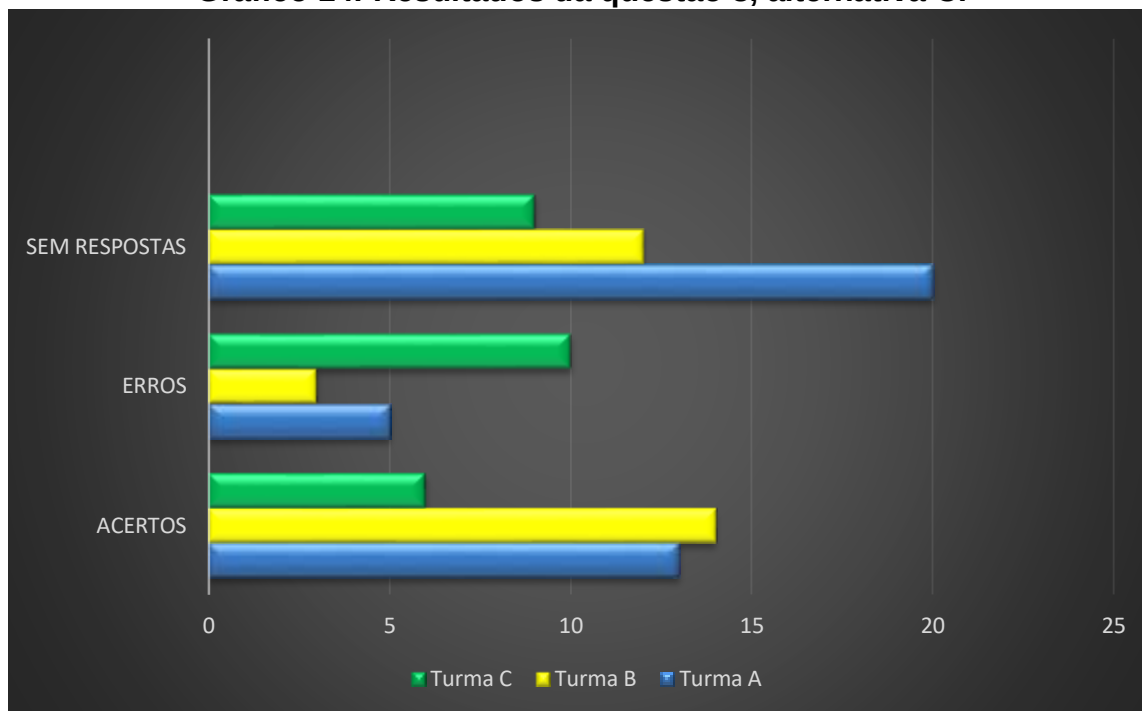
Recorte 78 – Extrato da questão 8, alternativa B.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Novamente nesse item conseguimos manter um alto índice de acertos, porém, percebemos que alguns estudantes foram repetindo o padrão e contanto para achar a resposta, será que se fosse solicitado a milésima figura da sequência eles iriam continuar nesse raciocínio?

Gráfico 14: Resultados da questão 8, alternativa C.

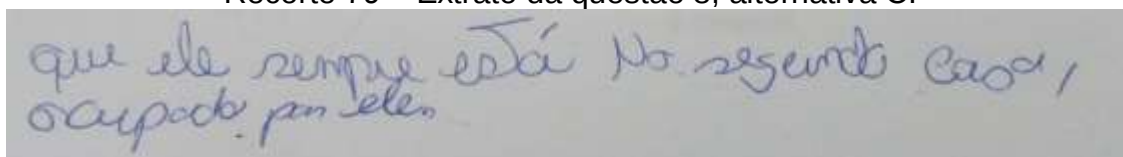


Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Diante da generalização de padrão que foi percebida por alguns estudantes na alternativa anterior, facilitou a percepção e justificativa de resposta, na alternativa C, dos mesmos. Acreditamos que por ser uma questão explicativa, muitos estudantes ignoraram e não responderam.

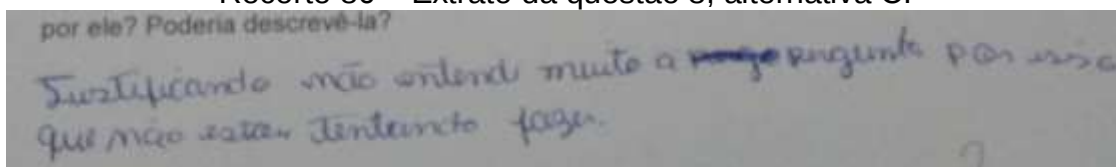
Tivemos um número elevado de questões não respondidas, principalmente nessa turma A, a falta de confiança e de argumentos é enorme.

Recorte 79 – Extrato da questão 8, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

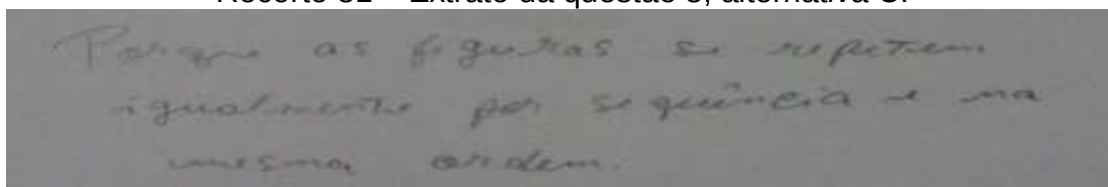
Recorte 80 – Extrato da questão 8, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

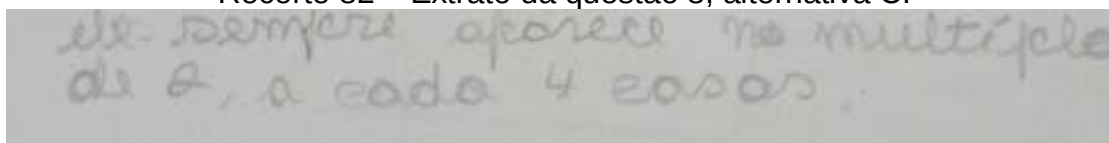
Muitos que justificaram utilizaram de argumentos óbvios, como por exemplo, “ele se repete, vem antes do círculo, vem depois da seta”, mas conseguimos algumas respostas como, “é par, é múltiplo de dois”. Temos alguns exemplos da turma B.

Recorte 81 – Extrato da questão 8, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

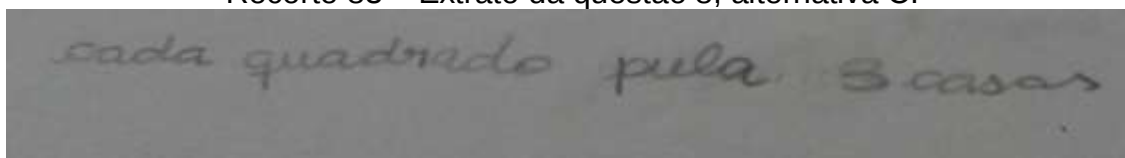
Recorte 82 – Extrato da questão 8, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

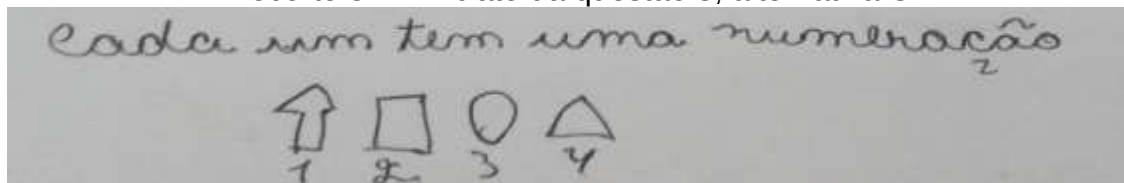
Como falamos acima, alguns estudantes começaram a associar as figuras a uma ordem numérica, temos essa representação evidenciada na segunda imagem que selecionamos da turma C.

Recorte 83 – Extrato da questão 8, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

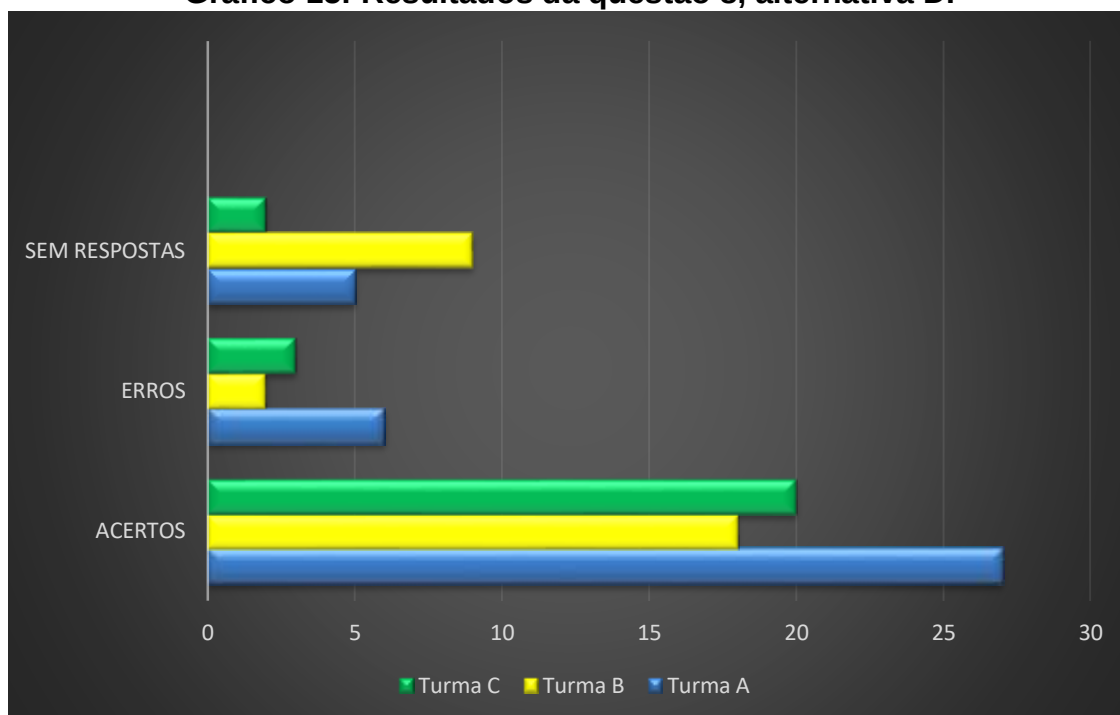
Recorte 84 – Extrato da questão 8, alternativa C.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Perceber regularidade e estabelecer um padrão são elementos fundamentais para o pensamento algébrico e através dessa questão conseguimos explorar isto nos estudantes.

Gráfico 15: Resultados da questão 8, alternativa D.

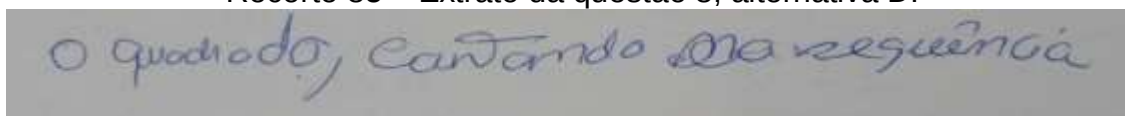


Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Seguindo o padrão de resposta das alternativas A e B, temos a alternativa D que torna mais evidente a evolução dos estudantes em relação à estratégia de resposta que foram empregadas por eles no decorrer dos subitens da pergunta. De fato, o fortalecimento no pensamento algébrico favorece ferramentas e desenvolve habilidades nos estudantes.

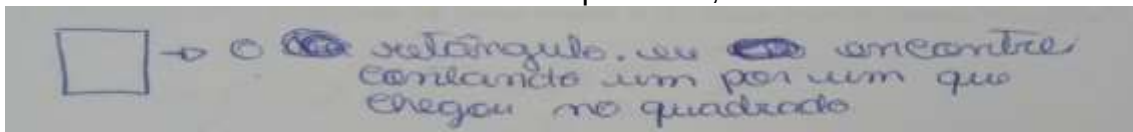
No último item dessa questão, decidimos solicitar uma figura um pouco mais distante da ordem inicial, a ideia era que o estudante evitasse contar de um em um, mas como podem perceber na turma A, alguns estudantes foram por esse caminho.

Recorte 85 – Extrato da questão 8, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 86 – Extrato da questão 8, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

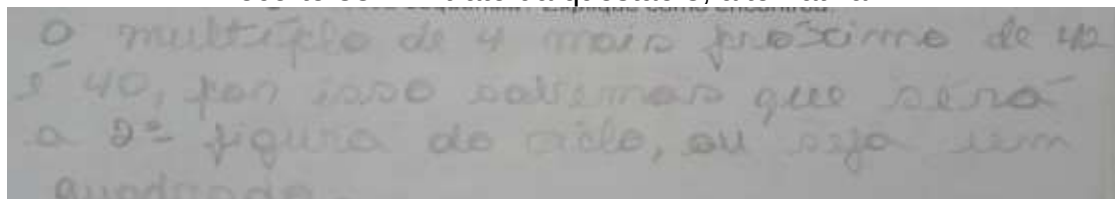
Alguns estudantes até acertaram qual seria a 42ª figura da sequência, mas não conseguiram explicar. Na segunda imagem o estudante que sempre vem se destacando na turma B, apresenta uma estratégia interessante.

Recorte 87 – Extrato da questão 8, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

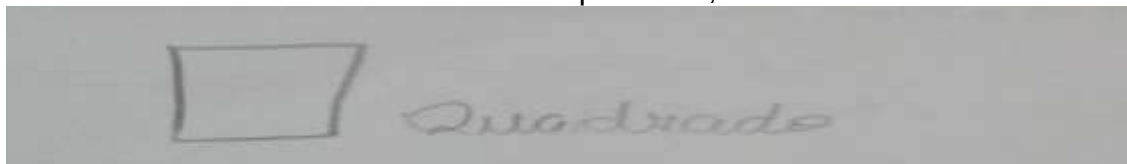
Recorte 88 – Extrato da questão 8, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

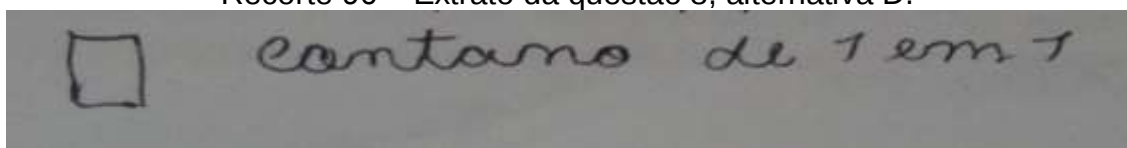
Déficit na leitura, interpretação, e escrita são alguns dos fatores que dificultam e atrapalham a evolução do aprendizado dos estudantes, a turma C possui muitos repetentes matriculados e verifiquei todos esses estudantes reprovaram tanto em português, quanto em matemática no ano anterior.

Recorte 89 – Extrato da questão 8, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

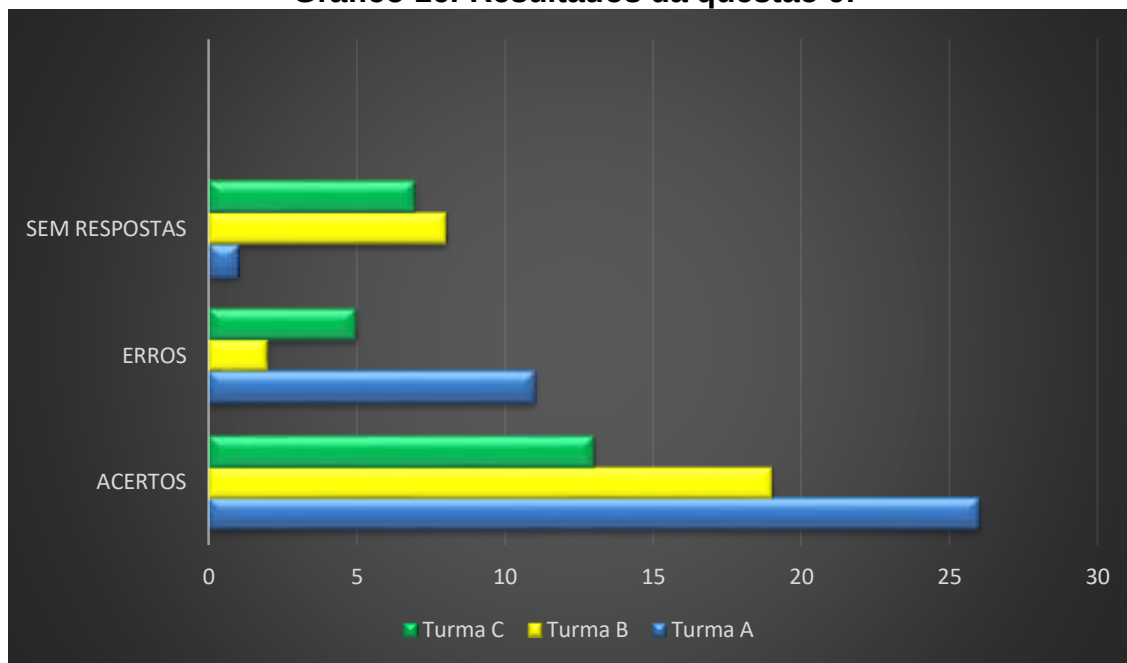
Recorte 90 – Extrato da questão 8, alternativa D.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Talvez o baixo desempenho em matemática desses estudantes seja uma consequência de dificuldades em outras matérias também. Acreditamos que essa “bola de neve”, no acúmulo de dificuldades, tornam-se obstáculos preocupantes.

Gráfico 16: Resultados da questão 9.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Na nona questão de todos os 92 estudantes que responderam apenas 05 usaram álgebra na resolução, ou seja, a maioria não conseguiu relacionar a possibilidade de criar um sistema de equações para chegar na resposta, a maioria foi por tentativa e erro através da aritmética. Tivemos poucos erros e os que erraram foi por conta de não se atentarem à informação que diz que as notas somadas foram um total de dez. Temos abaixo as estratégias de dois estudantes da turma A.

Recorte 91 – Extrato da questão 9.

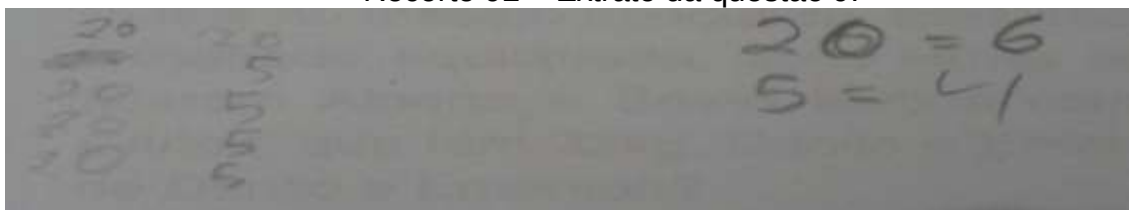
$$20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 = 120$$

$$120 + 5 + 5 + 5 + 5 = 140,00$$

6 notas de 20\$
4 notas de 05\$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

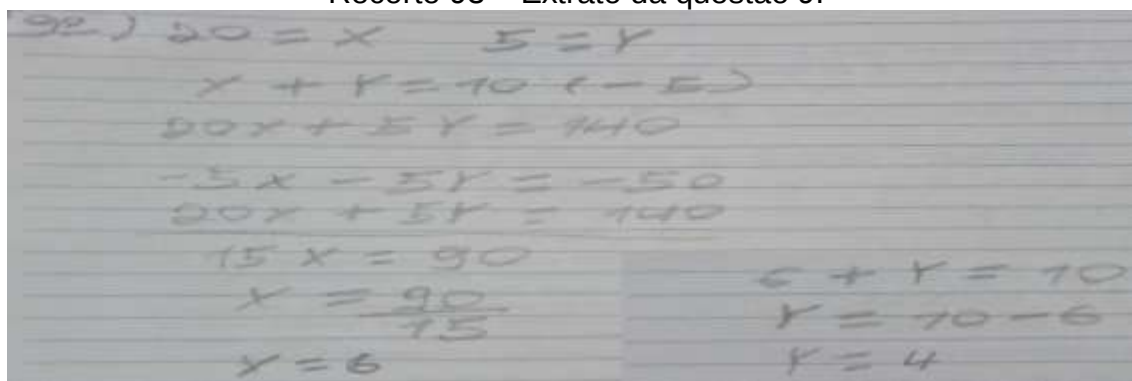
Recorte 92 – Extrato da questão 9.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

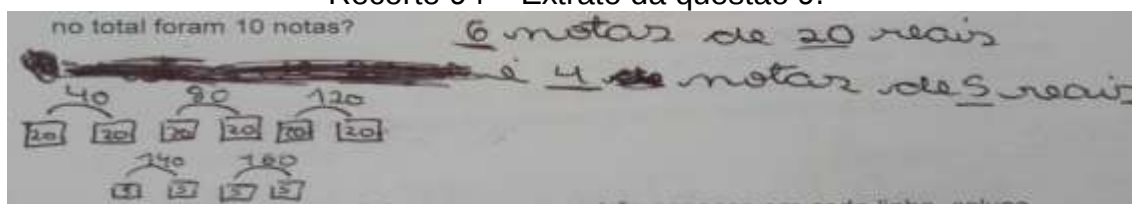
Por outro lado, na turma B, já sabíamos que o aluno que estamos sempre destacando iria nos apresentar uma resolução diferente dos demais. Ele usou sistemas de equações para apresentar a sua resposta. Já na segunda imagem o estudante representou dez espaços, indicando as notas e foi preenchendo esses espaços com os valores, possivelmente ele quis representar a cédula de papel.

Recorte 93 – Extrato da questão 9.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 94 – Extrato da questão 9.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Por fim destacamos essas situações da turma C. Na primeira imagem percebemos que o estudante está muito acostumado em usar adição, mesmo sendo parcelas iguais, ele preferiu usar esse processo invés da multiplicação. O segundo estudante até iniciou uma ideia de resposta através de um sistema de equações, mas ele não chegou a concluir.

Recorte 95 – Extrato da questão 9.

notas:

$$40 - 20 = 20$$

$$20 - 10 = 10$$

$$10 - 5 = 5$$

$$5 - 1 = 4$$

$$120,00 - 20,00 = 100,00$$

$$100,00 + 20,00 = 120,00$$

$$120,00 + 20,00 = 140,00$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 96 – Extrato da questão 9.

$$A + B = 10$$

$$A = 10 - B$$

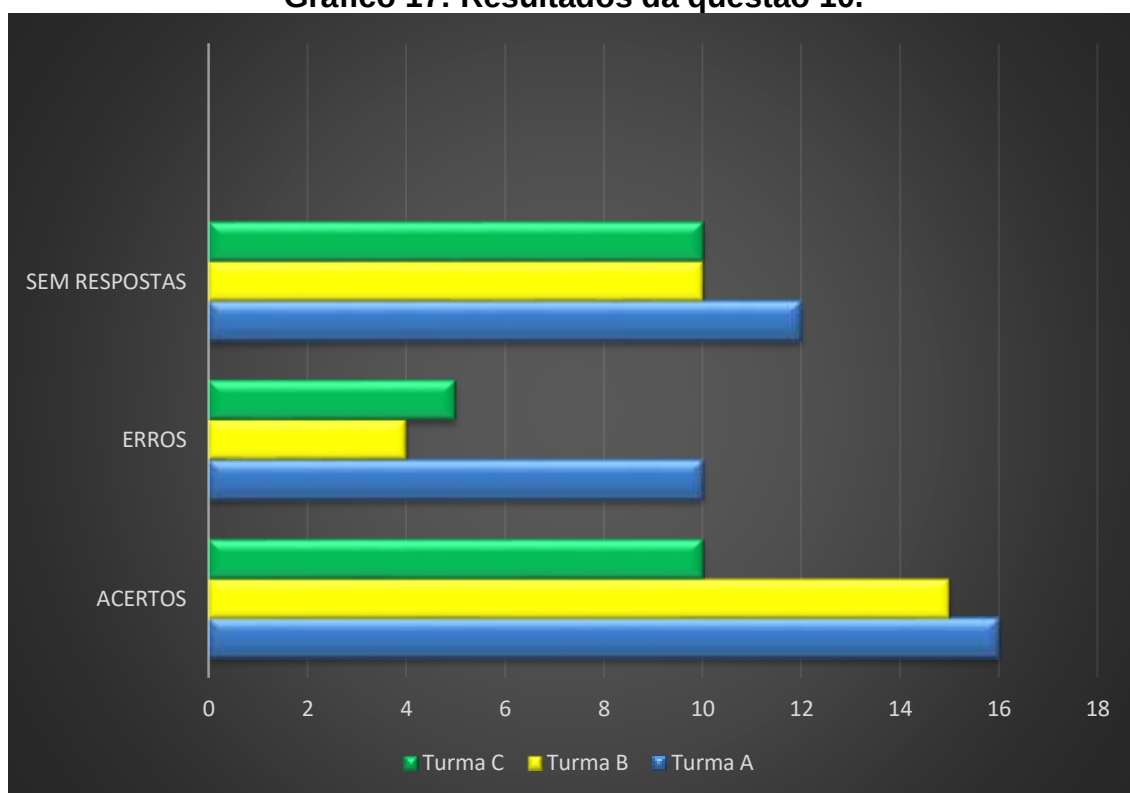
$$20A + 5B = 140$$

$$20(10 - B) + 5B = 140$$

$$200 - 20B + 5B = 140$$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Gráfico 17: Resultados da questão 10.



Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Por fim, na última questão tivemos bons resultados nas turmas, porém, também ficaram bastante questões sem respostas nas três turmas. Acredito que o motivo da ausência de repostas foi por ser a última questão e por aparecer várias incógnitas na imagem, isso deve ter impactado para que 32 estudantes não

tentassem responder.

O primeiro estudante da turma A, chegou a sua resposta complementando a ausência de valor da primeira coluna, em seguida ele substituiu e verificou em todas as linhas e colunas, esqueceu apenas das diagonais. Já o segundo estudante se quer tentou, o mesmo afirmou nunca ter feito esse tipo de questão.

Recorte 97 – Extrato da questão 10.

X	$X+5$	$2X-6$
17	13	9
12	$X+1$	$2X-4$

$10 + 11 + 12 = 39$

$17 + 13 + 9 = 39$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Recorte 98 – Extrato da questão 10.

X	$X+5$	$2X-6$
17	13	9
12	$X+1$	$2X-4$

$17 + 13 + 9 = 39$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Por outro lado, na turma B, o primeiro estudante afirmou que bastava olhar e contar, o mesmo calculou através do algoritmo da adição mesmo compreendendo a linguagem algébrica. O segundo estudante, o que sempre está em um nível maior de conhecimento matemático dentre os pesquisados, apresenta seu resultado de maneira escrita e através de uma equação.

Recorte 99 – Extrato da questão 10.

X	$X+5$	$2X-6$
17	13	9
12	$X+1$	$2X-4$

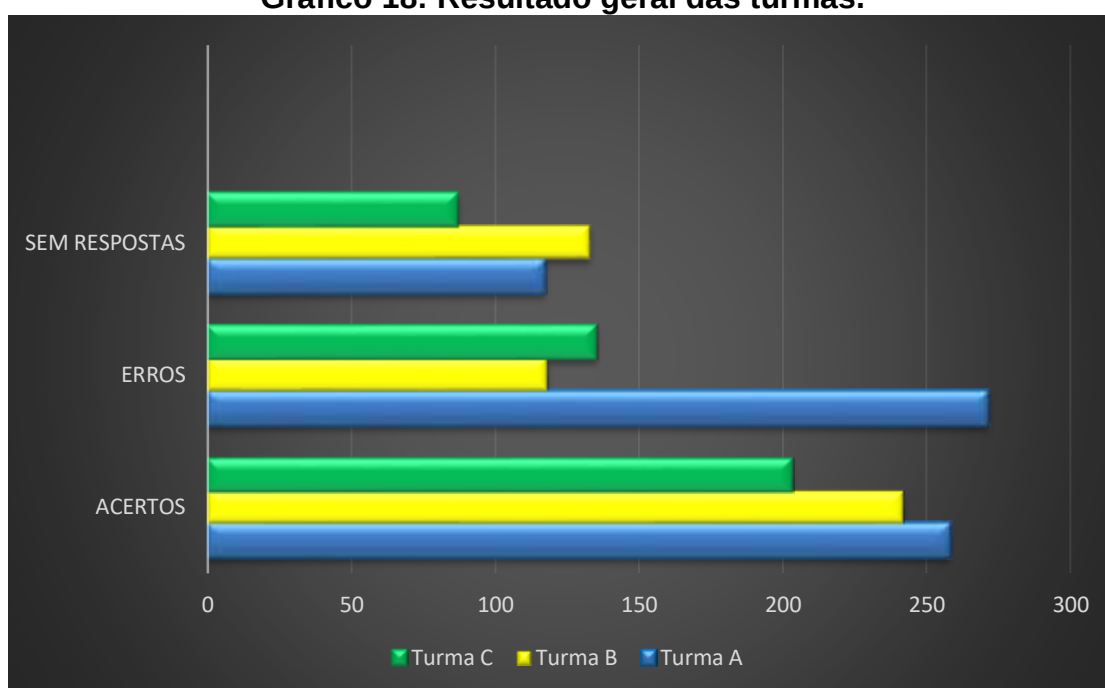
$10 + 15 + 14 = 39$

$17 + 13 + 9 = 39$

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

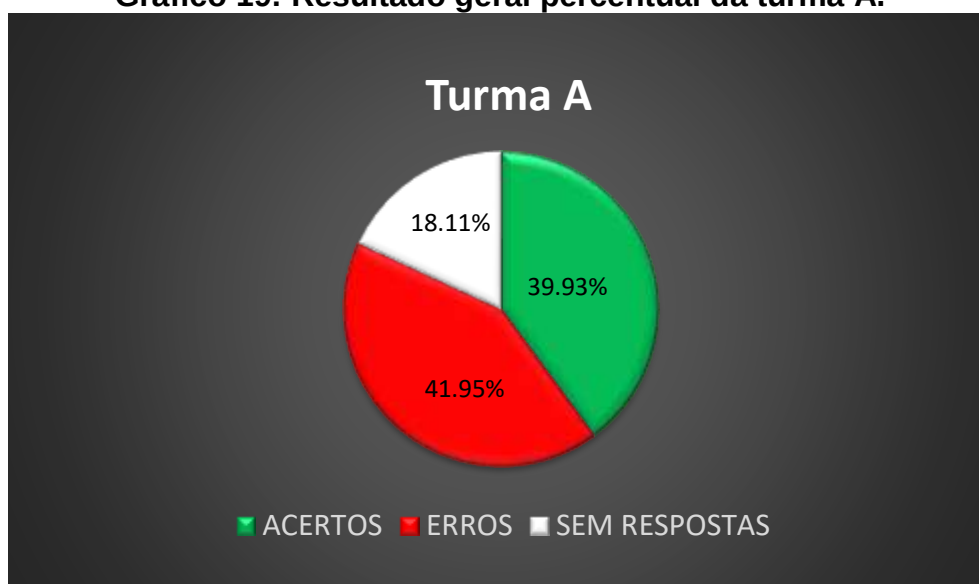
poderiam aplicar linguagem algébrica, mas será que isso é por conta da aritmética ser mais trabalhada e exigida nos anos que antecedem o sétimo? Uma coisa é clara, a correlação entre as duas unidades temáticas é evidente, não podemos trabalhar a matemática atual em caixinhas separadas. Talvez esse resultado fosse outro, se tivéssemos intensificado o pensamento algébrico nos anos iniciais e se tivéssemos dado continuidade nas séries seguintes, até introduzir a linguagem algébrica no sétimo ano.

Gráfico 18: Resultado geral das turmas.



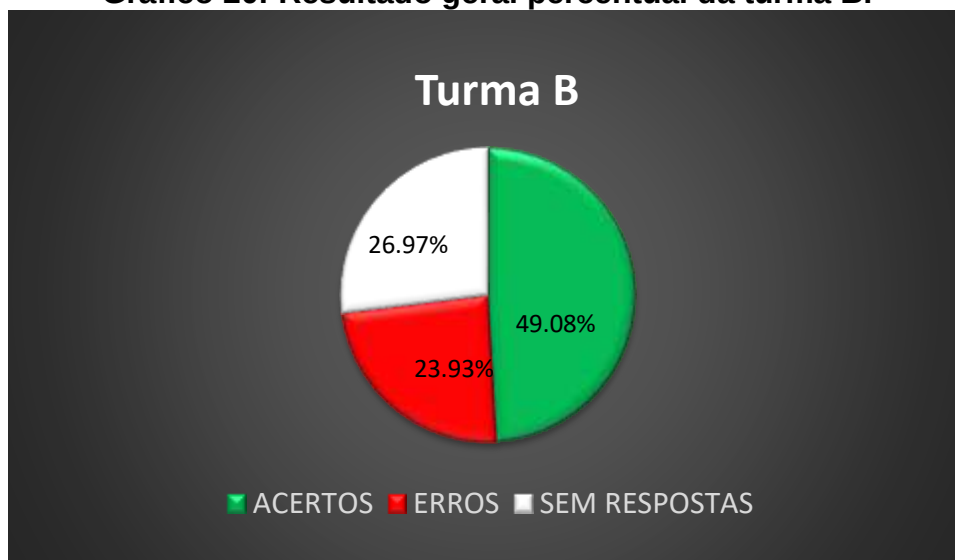
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Ficamos então com os seguintes números, na turma A 258 acertos, 271 erros e 117 questões sem respostas. Por outro lado, na turma B 242 acertos, 118 erros e 133 questões sem respostas. Finalizando com a turma C 203 acertos, 135 erros e 87 questões sem respostas.

Gráfico 19: Resultado geral percentual da turma A.

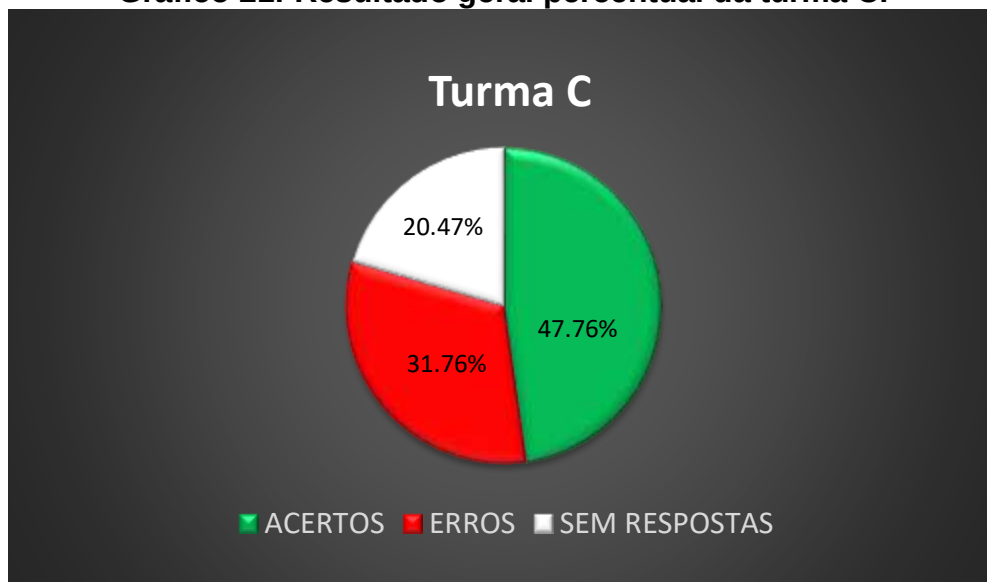
Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Nos gráficos de desempenho por turma usaremos valores percentuais com até duas casas decimais de aproximação. Sendo assim, na turma A, a primeira sala pesquisada, única turma da manhã e a com maior número de estudantes matriculados ficamos com 39,93% de respostas consideradas como certas, 41,95% de erros e 18,11% de ausência de respostas. Os dados apontam que é necessário um reforço nas competências e habilidades, não só dessa turma, especialmente na parte aritmética e algébrica porque temos convicção que ao associar o pensamento algébrico, habilidades aritméticas e concepções algébricas irá engrandecer o conhecimento desses estudantes nas competências matemáticas abordadas no questionário. Um outro detalhe que percebemos é que a turma A prefere arriscar as respostas, invés de deixar a questão em branco.

Gráfico 20: Resultado geral percentual da turma B.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Já a turma B ficou perto dos 50% de desempenho satisfatório, porém, o percentual de questões não respondidas foi superior ao percentual de erros, isso nos indica a falta de confiança e o medo de errar de muitos estudantes dessa turma. Se comparar as estratégias de respostas entre as turmas, percebemos que existe uma maior desenvoltura na linguagem e rigor matemático empregado por esta turma.

Gráfico 21: Resultado geral percentual da turma C.

Fonte: Acervo da pesquisa (2020).

Finalizando com a turma C, onde se esperava um desempenho menor por conta do quantitativo de repetentes que foram colocados na mesma turma, tivemos uma grande surpresa nos resultados. Apesar da secretaria da escola usar essa

“estratégia” de pôr os repetentes em uma única turma, podemos observar que ficou bem próximo aos 50% de rendimento satisfatório, mas daí surge algumas inquietações. Será que pelo fato de boa parte dos estudantes da turma ser repetente, isso daria uma experiência extra? Ou será que as novas chances que eles tiveram os ajudaram de alguma forma?

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a fundamentação teórica e ao concluirmos a análise do questionário desta pesquisa ficou clara a existência de uma correlação entre aritmética e álgebra. Segundo Barbosa e Junior (2011), tradicionalmente o ensino de aritmética é ensinado antes da álgebra. Possivelmente os estudantes pesquisados também aprenderam deste modo, onde o ideal era um trabalho conjunto, inclusive com a intensificação do pensamento algébrico nos anos anteriores. A maioria dos estudantes que participaram, estavam presos a procedimentos aritméticos, poucos conseguiram fazer uma ligação entre aritmética e álgebra o que dificultou a representação de modo simbólico e com elementos algébricos, ou seja, usaram da mecânica e procedimentos que mais foram trabalhados, os de aritmética. Não considero isso como um ponto negativo, levando em consideração que é no sétimo ano onde se começa a intensificar o rigor, a linguagem, o simbolismo, as manipulações e as representações do tipo algébrico. Isso nos faz refletir sobre a ideia de se trabalhar um pouco mais o pensamento algébrico para possibilitar novos horizontes aos estudantes, principalmente nas séries que antecedem o sétimo ano.

De fato ao ter contato com estes elementos irá facilitar a compreensão e gerar conhecimento de modo significativo, não basta apenas mecanizar processos, é primordial saber a importância de se trabalhar com valores desconhecido, fazer generalizações, estabelecer relações e regularizar padrões. O nosso objetivo geral da pesquisa era: Analisar aspectos do pensamento algébrico, acerca do processo de ensino e aprendizagem de álgebra em estudantes que cursam o sétimo ano na escola pesquisada. Encontramos alguns aspectos do pensamento algébrico, principalmente na sexta, oitava e décima questão, porém, ainda não é o suficiente para fornecer elementos que auxiliem os estudantes ao se depararem com situações algébricas.

A análise dos dados também nos mostra que, a grande maioria dos estudantes, tem uma certa estratégia de resolução no questionário, seja utilizando elementos algébricos ou da aritmética, mas é evidente que existem lacunas na concepção dos conceitos e na correlação dessas duas unidades temáticas, hora o estudante segue regras e procedimentos aritméticos outrora usa mecanismos e representações algébricas, ou ao menos, tenta criar um modelo a seguir, percebemos ainda uma baixa quantidade de estudantes que conseguem chegar em

um nível consideravelmente básico da linguagem algébrica.

Não podemos deixar de mencionar a dificuldade dos estudantes na leitura e interpretação das questões, na organização dos dados, na representação do pensamento algébrico e na falta de confiança em justificar ou explicar algumas respostas.

Queríamos saber: Quais as principais causas e/ou dificuldades no processo de ensino e aprendizagem matemática que dificultam/atrapalham o desenvolvimento dos estudantes em situações algébricas? Bem, diante dos fatos apurados, percebemos que o ensino de matemática está atrasado, em relação necessidades dos estudantes e aos dias atuais, apesar da unificação do currículo nacional (BNCC), a classe docente deverá estar apta e disposta para gerar essa mudança e implementar melhores/novas práticas de ensino. Sem querer generalizar, devemos nos atualizar diariamente e ter a empatia para com os estudantes. Temos várias metodologias que envolvem as unidades temáticas de matemática e, de acordo com estudos relacionados, encontramos resultados favoráveis ao aprendizado de matemática. Então por que não inovar ou atualizar essas situações no processo de ensino e aprendizagem de matemática?

Outro fato bem importante é que as turmas B e C possuem maior habilidade em manipulações e representações algébricas, é perceptível ao comparar estratégias de respostas entre as turmas. Não podemos afirmar que essas turmas são melhores no aprendizado de matemática, porém, no ato de aplicação foram as que apresentaram um maior número de elementos de álgebra e características do pensamento algébrico.

Em suma, podemos verificar uma enorme diversidade de obstáculos matemáticos que os estudantes possuem. Destacamos a ausência do uso do pensamento algébrico nos anos anteriores das turmas pesquisadas, conceitos mal compreendidos na aritmética, álgebra e geometria, mecanização de processos e ausência de argumentos que explicasse algo. Toda disciplina tem seu papel fundamental na vida escolar do estudante, devemos minimizar os impactos no processo de ensino e aprendizagem, especialmente em matemática, para que o estudante possa, além de ter o acesso, compreender e aplicar o saber adquirido de maneira significativa.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Jadilson R. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: em busca de um modelo para os problemas de partilha de quantidade**, Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo-SP, Julho, 2016.

———. **Níveis de desenvolvimento do pensamento algébrico: um modelo para os problemas de partilha de quantidades**. 2016. 200 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

———. **Características do pensamento algébrico reveladas por estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental na resolução de um problema de partilha**. Revista Eletrônica Científica Ensino Interdisciplinar. Mossoró, v. 4, n. 12, 2018.

BARBOSA E JUNIOR. **A aritmética e seus reflexos no ensino para aprendizagem de álgebra**, Revista de educação matemática, São Paulo-SP, Vol.13, número 15, páginas 79-88, 2011.

BAUMGART, J. K. **História da álgebra**, São Paulo, Atual, 1994.

BONADIMAN, A. **Álgebra no Ensino Fundamental: Produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática).

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. **Padrões e o desenvolvimento do pensamento algébrico**. In: CONFERÊNCIA ITERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2011, Recife. Anais... . Recife: Sbem, 2011. p. 1 - 12.

BORRALHO, A. e BARBOSA, E. (s.d.). **Pensamento Algébrico e exploração de Padrões**. Disponível em:
http://www.apm.pt/files/Cd_Borralho_Barbosa_4a5752d698ac2.pdf
 Acesso em: 19 de Junho de 2020.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edgar Blücher, 1974.

BRANCO, Neusa Cristina Vicente. **O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico**. Universidade de Lisboa, 2008, Dissertação (Mestrado em Educação, Especialização em Didática da Matemática).

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: Ministério da Educação. 2018. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf
 Acesso em: 29 de abril de 2020.

———. **Ministério da Educação**, Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em Leitura, Matemática e Ciências no Brasil, Brasília, Dezembro, 2019. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil#:~:text=As%20regi%C3%B5es%20Norte%20\(392\)%20e,o%20exerc%C3%A9cio%20pleno%20da%20cidadania.](http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil#:~:text=As%20regi%C3%B5es%20Norte%20(392)%20e,o%20exerc%C3%A9cio%20pleno%20da%20cidadania.)>. Acesso em: 29 de Jan. 2020.

CAMARGO, et all. **Desenvolvimento do pensamento algébrico com crianças?... Possibilidades de práticas na educação infantil** In: O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática / organização Adair Mendes Nacarato, Iris Aparecida Custódio. -- Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. -- (Coleção SBEM ; 12)

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Marcia. Scielo. **A história da álgebra e o pensamento algébrico : correlações com o ensino**. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40142018000300171>. Acesso em 12 de Junho de 2020.

FIORENTINI, D.; MIORIN, M. A.; MIGUEL, A. **Contribuição para um repensar a Educação Algébrica Elementar. Pro-Posições**. Campinas, v. 4, n. 1[10], 1993.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico**. In: SEMINÁRIO Luso-Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo e na Formação de Professores. **Anais...** Lisboa, 2005.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2003.

GIBBS, G. **Análise de dados qualitativos**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

GUIMARÃES, Jailma Ferreira **A inter-relação entre afetividade docente e discente: concepções sobre a Álgebra**, Curitiba-PR, Novembro, 2016

LINS, R. C. **A framework for understanding what algebraic thinking is**. Tese (Doctor of Philosophy) – School of Education, University of Nottingham, Nottingham, UK: 1992.

LINS, Rômulo Campos e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética a álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

OLIVEIRA, M. K. **Aprendizagem e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. Ed. Scipione, 2. ed. 2002.

RESENDE, Giovani; MESQUITA, Maria da Glória B. F. **Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis**, MG. Educ. Matem. Pesq. São Paulo, v.15, n.1, 2013.

SANTOLIN, E.C. **O uso de padrões e sequências: uma proposta de abordagem para introdução à álgebra para alunos de sétimo ano do Ensino Fundamental.** PUC/ S.P, 2008. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática).

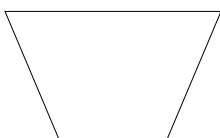
SQUALLI, Hassani. **Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base.** Québec: Faculté des Sciences de l'Éducation. Université Laval, 2000.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.** In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As ideias da álgebra.** São Paulo: Atual, 1995.

APÊNDICE

APÊNDICE A: Questionário trabalhado com as turmas A, B e C

1º) No trapézio representado a seguir, considere suas medidas das bases sendo **2K** em cm e **3K + 1** em cm. Se o valor de "K" for igual a 9, quais serão as respectivas medidas da base maior e da base menor desse trapézio?



2º) Em um certo dia 5 amigos (Alberto, Bruno, Carlos, Danilo e Emerson) foram brincar no parque e decidiram ir para a gangorra onde todos queriam brincar juntos no mesmo brinquedo. Eles criaram um desafio que era manter o brinquedo equilibrado, após várias tentativas eles conseguiram, em um dos lados da gangorra ficaram Alberto e Bruno com respectivamente 37kg e 42kg, já do outro lado ficaram Carlos, que tem 32kg, Danilo e Emerson que tem o mesmo peso. Qual o peso de Danilo e Emerson?

3º) Observe as igualdades a seguir.

I) $2A + 8B = 10$ II) $-A + B + 7 = 5$ III) $4A - 7B = 11$ IV) $7A - 6 = B$

Qual ou quais delas são verdadeiras para **A = 1 e B = -1**

4º) Dada certa expressão algébrica um aluno encontrou o seguintes respostas:

Número escolhido	3	4	5	6	7	10	15
Resultado encontrado	31	41	51	61	71	101	151

- Se o aluno acrescentar 3 unidades ao último número escolhido, qual será o resultado encontrado?
- Seguindo a tabela diante do número escolhido no item "a", se o aluno diminuir 6 unidades, qual será o resultado encontrado?

- c) Caso o aluno escolha o número 8 qual será o resultado? Justifique sua resposta.
- d) Você poderia apresentar uma fórmula para encontrar o resultado de qualquer valor que o aluno escolha?

5º) Se $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, então $(3+4)^2$ será:

6º) Qual o valor desconhecido nas imagens abaixo? Registre como fez para encontrar.

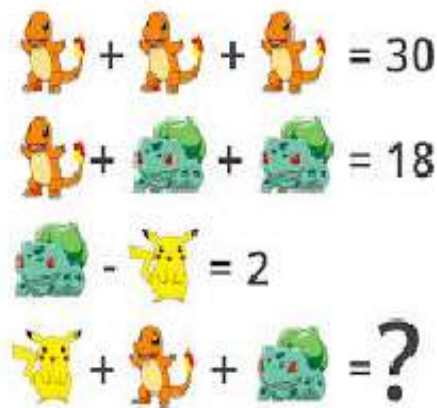


Imagem 1

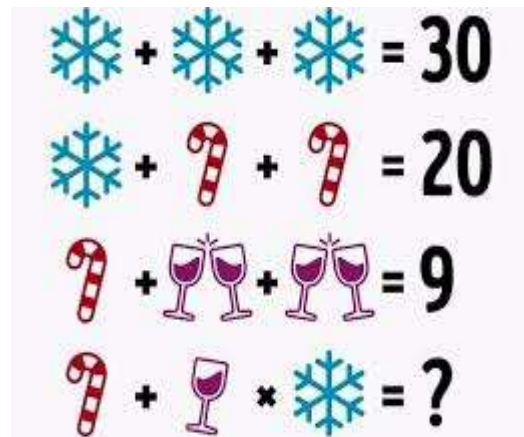


Imagem 2

7º) A expressão que permite determinar a dosagem de um medicamento infantil é

$$D = \frac{(50 \cdot m)}{70}$$

Onde "D" representa a dosagem do medicamento em miligramas e

"m" representa a massa da criança em quilogramas. Nessas condições uma criança de 35 Kg deverá tomar quantos miligramas desse medicamento?

8º) Observe e dê continuidade a sequência abaixo e responda:



- a) Qual será a 11ª figura dessa sequência?
- b) E qual será a 26ª figura?
- c) Qual a relação você percebe na figura do quadrado e nas casas ocupadas por ele? Poderia descrevê-la?
- d) Qual seria a 42ª figura dessa sequência? Explique como encontrou.

9º) Cláudio usou apenas notas de R\$ 20,00 e de R\$ 5,00 para fazer um pagamento de R\$ 140,00. Quantas notas de cada tipo ele usou, sabendo que no total foram 10 notas?

10º) Em um quadrado mágico, ao somar os três espaços em cada linha, coluna ou diagonal o valor terá de ser exatamente igual. Nesse exemplo a soma terá que dar 39. Para isso o valor de x será:

X	X+5	2X -6
17	13	9
12	X+1	2X -4

$$\Rightarrow 17+13+9 = 39$$