



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NUCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
MATEMÁTICA - LICENCIATURA

FRANCIELLY MONICK CAVALCANTI VIANA

**DIFICULDADES DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE SITUAÇÃO
DE PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIES RELACIONADAS AO CONCEITO DE ÁREA.**

Caruaru

2019

FRANCIELLY MONICK CAVALCANTI VIANA

DIFICULDADES DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE SITUAÇÃO DE PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIES RELACIONADAS AO CONCEITO DE ÁREA.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino
(Matemática)

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Cristiane de Arimatéa Rocha

Caruaru

2019

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

V614d Viana, Francielly Monick Cavalcanti.
Dificuldades de alunos do ensino fundamental sobre situação de produção de superfícies relacionadas ao conceito de área. / Francielly Monick Cavalcanti Viana. – 2019.
67 f. ; il. : 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.
Inclui Referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Área. 3. Superfície. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2019-232)

FRANCIELLY MONICK CAVALCANTI VIANA

**DIFICULDADES DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE SITUAÇÃO
DE PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIES RELACIONADAS AO CONCEITO DE ÁREA.**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em
Matemática Licenciatura da Universidade
Federal de Pernambuco, como requisito
parcial para a obtenção do título de
Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 10 / 07 / 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Simone Moura Queiroz (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho a minha família, em especial minha mãe
Valdirene Cavalcanti

AGRADECIMENTOS

Chegando ao fim desse percurso que parecia não ter fim, cheio de obstáculos, mas também com muitos momentos de alegria, aprendizado, em meio a essas tantas dificuldades que muitas vezes pensamos não ter competência e nem forças para chegarmos aqui, as vezes até desacreditamos do nosso potencial. No meio do caminho encontramos muitos compartilhando dessa luta e poder compartilhar isso com amigos torna a caminhada mais leve.

Sendo assim agradeço imensamente a minha família por estar sempre me apoiando e dando motivos para que eu sempre alcance meus objetivos.

Aos meus pais e irmãos por torcer e vibrar por todas minhas conquistas. Falando em amizade não posso esquecer os meus companheiros de jornada na UFPE, á vocês Iris Menezes, Rayane Marinho, Bruna Santana, John Lourenço, Elton Torres, Maria Girlene, Helenilson Marques, Luan Santos, Adeilton cordeiro, Cleber, Luan Esteveson meus sinceros agradecimentos por tornar cada dia na universidade mais leves e divertidos.

Aos professores muito obrigada por me ensinar qual tipo de professor devo me tornar, falando em professor quero destacar a Professora mais solicitada do CAA, a minha orientadora Cristiane Rocha, te agradeço de todo coração todas as vivencias, todos incentivos, costumamos ter um professor no qual desejamos nos espelhar, você sempre será a minha.

Por fim, agradeço a Deus por me permitir vivenciar cada momento da graduação me dando força para seguir em frente.

RESUMO

Nosso trabalho teve por objetivo analisar conhecimentos de estudantes em situações de produção de superfícies relacionados ao conceito de área. A escolha do tema se deu através de experiências vivenciadas enquanto exercia papel de professora no projeto PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência), assim foi possível ver as dificuldades dos alunos do ensino médio em resolver problemas relacionados a área. Foi realizado um conjunto de atividades, tendo como participantes alunos dos anos finais do ensino fundamental de uma escola de rede municipal de Caruaru-PE. Metodologicamente, nosso estudo foi baseado em situações de produções de superfícies abordadas por Ferreira (2010). Fizemos uso de alguns documentos como PCN, BNCC para ressaltar a importância do ensino de grandezas e medidas. Como principal resultado trouxemos dados da aplicação dessas atividades com intuito de contribuir com o ensino da matemática.

Palavras-chave: Ensino. Área. Superfície.

ABSTRACT

Our work aimed to analyze students' knowledge in surface production situations related to the concept of area. The choice of the theme was through experiences while working as a teacher in the project PIBID (Institutional Program of Initiation to Teaching Scholarship), so it was possible to see the difficulties of high school students in solving problems related to the area. A set of activities was carried out with students from the final years of elementary school of a municipal school in Caruaru-PE. Methodologically, our study was based on surface production situations approached by Ferreira (2010). We make use of some documents such as PCN, BNCC to emphasize the importance of teaching quantities and measures. As main result we brought data from the application of these activities in order to contribute to the teaching of mathematics.

Keywords: Teaching. Area. Surface.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema das subclasses de acordo com Ferreira (2010)	23
Figura 2 - Atividade 1: Contagem de unidade	26
Figura 3 - Atividade 2: Contagem de unidade	27
Figura 4 - Atividade 3: Deformações que permitam conservar a área	28
Figura 5 - Atividade 4: deformações que permitam conservar área	29
Figura 6 - Atividade 5: superfícies de área maior ou menor que uma superfície dada, utilizando procedimento geométrico	30
Figura 7 - Atividade 6: Combinação de procedimentos para produção de superfície dada	30
Figura 8 - Atividade 7: Recorte e Colagem	31
Figura 9 - Atividade 8: que consiste em Construir uma superfície no interior ou exterior da superfície inicial	32
Figura 10 - Atividade 9 sobre produção de superfície de área dada	32
Figura 11 - Atividade 10: Produção de superfície no interior da superfície inicial	33
Figura 12 – Resposta do aluno A1 na atividade 1	37
Figura 13 - Resposta do aluno A28 na atividade 1	37
Figura 14 - Resposta do aluno A9 na atividade 2	39
Figura 15 - Resposta do aluno A10 na atividade 2	39
Figura 16 - Resposta do aluno A2 na atividade 3	41
Figura 17 - Resposta do aluno A6 na atividade 3	42
Figura 18 - Resposta do aluno A5 na atividade 4	43
Figura 19 - Resposta do aluno A8 na atividade 4	44
Figura 20 - Resposta do aluno A13 na atividade 5	45
Figura 21 - Resposta do aluno A12 na atividade 5	46
Figura 22 - Resposta do aluno A15 na atividade 6	47
Figura 23 - Resposta do aluno A13 na atividade 7	48
Figura 24 - Resposta do aluno A3 na atividade 8	50
Figura 25 - Resposta do A10 na atividade 8	50
Figura 26 - Resposta do aluno A2 no item a) da atividade 9	51
Figura 27 - Resposta do aluno A12 na atividade 10	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Objetivos matemáticos do PCN Subdividido de acordo com Bellemain e Lima (2001)	15
Quadro 2 - Objetivos propostos no bloco de Grandezas e Medidas com relação a área de figuras planas.....	17
Quadro 3 - Grandezas e Medidas apresentadas na BNCC	19
Quadro 4 - Propostas de situações de conceito de área propostas por Baltar (1996)	34
Quadro 5 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 1.....	35
Quadro 6 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 2.....	38
Quadro 7 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 3.....	40
Quadro 8 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 4.....	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados de acertos e erros das questões 1 e 2	35
Tabela 2 - Resultados de acertos e erros das questões 3 e 4	40
Tabela 3 - Resultados de acertos e erros das atividades 5.....	44
Tabela 4 - Resultados de acertos e erros das atividades 6.....	46
Tabela 5 - Resultados de acertos e erros das atividades 7.....	48
Tabela 6 - Resultados de acertos e erros das atividades 8.....	49
Tabela 7 - Resultados de acertos e erros das atividades 9.....	50
Tabela 8 - Resultados de acertos e erros das atividades 10.....	52

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	OBJETIVOS	13
2.1	OBJETIVO GERAL.....	13
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
3	REVISÃO DE LITERATURA	14
3.1	ABORDAGEM SOBRE GRANDEZAS E MEDIDAS NO PCN	14
3.2	ABORDAGEM SOBRE GRANDEZAS E MEDIDAS NO BNCC.	18
3.3	PESQUISAS SOBRE O CONCEITO DE ÁREA.....	20
4	METODOLOGIA	24
4.1	ELABORAÇÃO E APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES DO TESTE.....	25
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS DADOS DA PESQUISA	34
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
	REFERÊNCIAS.....	55
	APÊNDICE A: RESPOSTAS DE CADA TESTE POR ALUNO	56

1 INTRODUÇÃO

Sabemos da grande importância do ensino de matemática e seus conceitos para a formação dos indivíduos na sociedade. E dentre esses conceitos matemáticos, podemos ressaltar os conceitos de grandezas e medidas, que estão diretamente ligados a situações onde o aluno pode comparar fenômenos no seu cotidiano. Detendo-se especificamente ao estudo de área e tendo em vista que há ainda uma grande dificuldade no ensino e assimilação dos conceitos ligados as suas temáticas nas escolas do Brasil, a partir de vivências enquanto docente no PIBID e sabendo também das dificuldades que os alunos do ensino fundamental possuem acerca do conceito de área nosso trabalho visa atender a seguinte questão, Qual a concepção e os desafios que estes alunos possuem para utilizar as propriedades de área na resolução de problemas de produção de superfícies?

De acordo com Bellemain, Bibiano e Souza (2018, p. 3) a presença do eixo Grandezas e Medidas no currículo da Educação Básica se justificam pela “[...] forte presença das Grandezas e Medidas nas mais diversas práticas sociais, sua posição na construção histórica do conhecimento matemático, suas articulações com outros campos da Matemática e as conexões com outras disciplinas”.

Rocha, Pessoa, Silva Filho e Pereira (2007, p. 2) afirmam que “Havia no Egito a necessidade de demarcação dos lados de terrenos, a idéia da área para que houvesse o pagamento de tributos ao faraó e para divisão entre herdeiros; a idéia de volume na irrigação; a construção de templos, etc” o que sugere a utilidade do conceito de área para a resolução de problemas de natureza social.

Boyer (1994) comenta que no Papiro de Ahmes existem problemas de cálculo de áreas que eram resolvidos com uso de composição e decomposição de figuras, o que de certa forma apresenta outros meios além de fórmulas para a comparação de superfícies diferentes.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Analisar o conhecimento de estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental em situações de produção de superfície relacionadas ao conceito de área.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar o nível de desempenho dos estudantes nas subclasses de situações de produção de superfície.
- Identificar os tipos de representações e/ou procedimentos utilizados na resolução dessas situações.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 ABORDAGEM SOBRE GRANDEZAS E MEDIDAS NO PCN

Neste capítulo daremos início com pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem de área de princípio usamos os Parâmetros Curriculares Nacionais já que se trata de um documento nacional que nos serve de referência para o ensino fundamental de todo país.

O PCN sugere que no 3º e 4º ciclo os conteúdos relacionados ao bloco de grandezas e medidas, proporcione uma interação entre o conceito numérico e a aplicação de conceitos geométrico (BRASIL,1998). Esse bloco é de extrema relevância porque vivemos diversas situações na qual necessitamos fazer o uso de grandezas e medidas, dessa forma podemos mostrar aos alunos a utilidade do conteúdo matemático em seu cotidiano.

Nesse bloco são tratadas diferentes grandezas como grandezas físicas (tempo, força, velocidade), grandezas geométricas (área, perímetro, volume), entre outras. Na presente pesquisa, vamos mencionar apenas as que estão diretamente ligadas ao conceito de área, visto que estamos trabalhando com produção de superfícies e o que nos interessa é fazer um estudo sobre o conceito de área, dessa forma de acordo com Ferreira (2010, p. 12) é necessário compreender “distinguir e articular três quadros¹: o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico”.

O quadro geométrico trata-se de figuras, exemplo (triângulo, retângulo, círculo e etc.), já o quadro numérico refere-se a um número inteiro positivo, pois não existe área negativa e o quadro das grandezas, composto “pela classe de equivalência de superfícies de mesma área” (FERREIRA, 2010, p. 26). Também serão utilizados alguns instrumentos adequados para realização das medidas de comprimento que serão utilizados para a aproximação ou mesmo o cálculo de área, como por exemplo, a régua, papel milimetrado, fita métrica etc.

Bellemain e Lima (2001, p. 22) também utilizam os quadros para conceituar área e os definem da seguinte maneira:

¹ Um quadro é constituído de objetos da matemática, das relações entre esses objetos, suas diversas formulações e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento aos objetos e suas relações (DOUADY; PERRIN GLORIAN, 1989, p.389 *apud* FERREIRA, 2010, p.12)

Quadro geométrico: constituído por superfícies planas [por exemplo, triângulos, quadriláteros, círculos, contornos irregulares, etc.]

Quadro numérico: consistindo nas medidas das superfícies, que pertencem aos conjuntos dos números reais não negativos [por exemplo, 1; 5; 13,5; etc.]

Quadro das grandezas: contexto próprio da noção de área, que integra os dois primeiros é caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área [as grandezas são representadas por um número e unidade de medida, como por exemplo, 1 cm²; 5m² etc.].

O quadro das grandezas traz a união dos quadros numérico e geométrico. Por exemplo, um aluno que necessita relacionar o desenho geométrico (superfície) a uma unidade e assim compreender quantas vezes aquela unidade cabe nessa superfície.

Um instrumento de medida que o PCN apresenta e que se encaixa exatamente nesse contexto é o papel quadriculado que serve como base para o ensino de área a partir da ideia de contagem de unidades de quadradinhos até formar uma superfície e assim sendo possível identificar o valor numérico da superfície.

Dada uma situação problema para calcular a superfície de uma determinada figura podemos utilizar a aplicação de uma fórmula ou simplesmente algum instrumento de medida que nos leve a conjecturar, calcular ou aproximar um valor numérico daquela superfície, como por exemplo, o uso de uma régua. Porém existem diversas outras possibilidades como procedimentos de decomposição e composição de figuras entre outros.

O PCN divide em dois seguimentos o Ensino Fundamental. Na primeira parte trata-se da matemática no ensino fundamental I, na segunda parte a matemática no ensino fundamental II. A segunda parte está dividida em 3º ciclo e 4º ciclo, cada qual com seus objetivos, atendendo o nível de maturidade dos alunos.

Analisou-se os objetivos matemáticos no PCN (BRASIL, 1998) sobre área de figuras planas e organizou-se segundo o quadro de conceito de grandeza o que foi sistematizado no Quadro 1.

Quadro 1 - Objetivos matemáticos do PCN Subdividido de acordo com Bellemain e Lima (2001)

Ciclo	Quadro numérico	Quadro geométrico	Quadro de grandezas
3º	Selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (exato ou aproximado, mental ou escrito)	Resolver situações problema que envolvam figuras geométricas planas, utilizando procedimentos de decomposição e	Ampliar e construir noções de medida, pelo estudo de diferentes grandezas, a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns dos problemas

	em função da situação problema proposta.	composição, transformação, ampliação e redução	históricos que motivaram sua construção. Resolver problemas que envolvam diferentes grandezas, selecionando unidades de medida e instrumentos adequados à precisão requerida.
4º	selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais, irracionais.	Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano. Reproduzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo congruência e semelhança	Obter e utilizar fórmulas para cálculo da área de superfícies planas

Fonte: Brasil (1998, p.64; p.81)

E fazendo uma comparação entre o 3º e 4º ciclo, observamos que com relação ao pensamento numérico os procedimentos de cálculo no 4º ciclo passam a fazer o uso de números racionais, dessa forma podemos citar um exemplo usando a malha quadriculada onde veremos o quadrado não apenas como sendo um inteiro, mas a compreender o quadrado com parte de um inteiro, ou seja fazermos a utilização dos números racionais, considerando por exemplo, meio quadrado como uma unidade a ser utilizada.

Analisando o quadro geométrico observamos que no 3º ciclo os objetivos se detêm em resolver situações problemas que envolva procedimentos de composição, decomposição, ampliar e reduzir uma figura, esses objetivos seguem para o 4º ciclo, porém agora não apenas como resolução de problemas e sim com um objetivo mais amplo, como analisar e reproduzir essas ampliações/reduções de figuras, tendo também como algo novo a congruência e semelhança de figuras planas, nesse ciclo também temos como objetivo o uso da malha quadriculada para trabalhar deslocamento de uma figura no plano cartesiano, e esse foi um dos procedimentos utilizados em nosso trabalho visto que a maioria das atividades foram elaboradas na malha.

Em seguida temos o quadro métrico (quadro das grandezas) podemos observar que no 3º ciclo temos como objetivo construir noções de medidas e nesse ciclo é

importante ressaltar o manuseio de instrumentos métricos como régua, transferidor coisas que ajudem o aluno a ter a ideia intuitiva de medida, ter compreensão sobre superfícies de equivalência e desse modo seguir para o 4º ciclo e passar a utilizar formulas para obtenção de área de superfícies.

Com relação ao bloco Grandezas e Medidas destaca-se a importância em proporcionar aos alunos experiências que permitam ampliar sua compreensão sobre o processo de medição e perceber que as medidas são úteis para descrever e comparar fenômenos. O estudo de diferentes grandezas, de sua utilização no contexto social e de problemas históricos ligados a elas geralmente desperta o interesse dos alunos. (BRASIL, 1998, p.69).

O estudo desse bloco com diferentes grandezas tem importância porque propõem aos alunos situações que são vivenciadas no seu dia a dia, como a compra de uma certa fruta numa feira onde podemos comparar medidas, também podemos citar a situação onde ao decorar uma sala com tapete seja necessário relacionar as medidas da sala e compará-las com a do tapete, então vejamos o quão é significativo para o contexto social dos alunos o estudo desse bloco.

Como vimos acima os objetivos propostos no bloco de grandezas e medidas, agora veremos conteúdos propostos pelo PCN para o ensino de área no terceiro e quarto ciclo, que estarão dispostos no Quadro 2.

Quadro 2 - Objetivos propostos no bloco de Grandezas e Medidas com relação a área de figuras planas.

Ciclo	Conteúdos propostos para o ensino de área de figuras planas.
3º	<p>Reconhecimento de grandezas como comprimento, superfície e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.</p> <p>Obtenção de medidas por meio de estimativas e aproximações e decisão quanto a resultados razoáveis dependendo da situação-problema.</p> <p>Utilização de instrumentos de medida, como régua, transferidor, esquadro, trena, relógios, cronômetros, balanças para fazer medições, selecionando os instrumentos e unidades de medida adequadas à precisão que se requerem, em função da situação-problema.</p> <p>Compreensão da noção de medida de superfície e de equivalência de figuras planas por meio da composição e decomposição de figuras.</p> <p>Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.</p>
4º	<p>Cálculo da área de superfícies planas por meio da composição e decomposição de figuras e por aproximações.</p> <p>Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).</p>

	Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros).
--	--

Fonte: Brasil (1998)

Observemos que os conteúdos estão dispostos de acordo com os objetivos de cada ciclo, como podemos ver no quadro acima no 4º ciclo são mais comuns conteúdos que utilizem procedimentos com cálculo de área, já no 3º os alunos tinham os conteúdos voltados para procedimentos de medidas, trabalhando situações de equivalência.

3.2 ABORDAGEM SOBRE GRANDEZAS E MEDIDAS NO BNCC.

Nesse capítulo analisamos o que é proposto para o ensino de área na Base Nacional Comum Curricular, visto que o documento propõe 5 unidades temáticas, vamos nos deter apenas a unidade de grandeza e medidas, a que faz menção a superfície de figuras planas, cujo qual nos interessa para o estudo de situações de produções de superfícies. Daremos ênfase aos anos finais do ensino fundamental, ou seja, 6º, 7º, 8º e 9º.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. (BRASIL, 2018, p. 273).

O BNCC traz dentro de cada unidade temática os seus objetos de conhecimento e habilidades. Para as habilidades é necessário levar em conta quais conhecimentos matemáticos os alunos têm sobre determinado conteúdo, ou seja, objetos matemáticos tratam-se dos conteúdos propostos que dependem de um conjunto de habilidades.

Para o desenvolvimento das habilidades previstas para o Ensino Fundamental – Anos Finais, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. (BRASIL, 2018, p. 300).

É importante salientar que a BNCC determina conteúdos essenciais para cada unidade proposta, porém é de total liberdade da escola definir a forma ou o método

cujo qual eles vão trabalhar aquele conteúdo. E isso é interessante porque os professores podem desenvolver estratégias de ensino de acordo com a realidade dos seus alunos, porém eles têm que atender a um conjunto de habilidades propostos de acordo com aqueles objetos. As habilidades matemáticas servem para nortear o que é necessário o aluno compreender em cada ano letivo para isso é necessário levar em conta quais conhecimentos matemáticos o aluno tem sobre determinado conteúdo

A seguir vemos quais objetos o documento apresenta com relação a área de superfícies na unidade de grandezas e medidas. No Quadro 3 sistematizamos os anos finais de acordo com os objetos de conhecimento.

Quadro 3 - Grandezas e Medidas apresentadas na BNCC

Série	Objetos de conhecimento
6º	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, área e etc • Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, área (triângulos e retângulos) • Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas. Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado
7º	<ul style="list-style-type: none"> • Problemas envolvendo medições • Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. • Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros • Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. • Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. Medida do comprimento da circunferência
8º	<ul style="list-style-type: none"> • Área de figuras planas Área do círculo e comprimento de sua circunferência • Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos. Volume de bloco retangular Medidas de capacidade

9º	<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas Unidades de medida utilizadas na informática • Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros. Volume de prismas e cilindros
-----------	---

Fonte: BNCC (BRASIL, 2018)

3.3 PESQUISAS SOBRE O CONCEITO DE ÁREA

A seguir teremos um estudo de pesquisas e teses a respeito do conceito de área, dando ênfase ao trabalho de Ferreira (2010).

Baltar (1996 apud Ferreira, 2010) apresenta um esquema com diferentes situações que dão sentido ao conceito de área, a saber: 1. Situações de Comparação (estáticas e dinâmicas); 2. Situação de Medida (exata e enquadramento); 3. Situação de Mudança de Unidade (não convencional e convencional); 4. Situações de Produção (com área dada, área maior ou menor, mesma área).

Ferreira (2010) apresenta as situações de produção subdivididas em três subclasses: produção de uma superfície de mesma área que uma área dada, produção de superfície de área menor ou maior que uma superfície dada, e produção de superfície de área dada. Por sua vez cada subclasse é relacionada a área enquanto grandeza unidimensional e bidimensional e também veremos procedimentos numéricos e geométricos. Dentro das três subclasses ainda a dividimos em sete tipos de atividades que especificamos como: a contagem de unidade, corte-colagem, deformações que permitam conservar a área, construir uma superfície no interior ou no exterior da superfície inicial, recortar ou acrescentar uma parte da superfície inicial, a medida de uma superfície inicial para determinar uma área maior ou menor que a superfície inicial, e por último um combinação de procedimentos para produção de superfície de mesma área que uma superfície dada.

Ao analisamos produções de superfície de mesma área que uma área dada, veremos área como grandeza unidimensional ou bidimensional, o procedimento de contagem de unidades é visto como uma grandeza unidimensional considerando a ideia de ladrilhamento teremos um quadradinho como uma unidade de medida de área.

Procedimentos nos quais consideramos a área enquanto grandeza unidimensional quando as áreas de duas superfícies são comparadas sem a intervenção de outras grandezas (inclusive sem intervenção dos comprimentos). Inclusão e superposição: se uma superfície S1 pode, por deslocamento, está totalmente contida no interior de uma superfície S2, se dirá que área de S1 é menor que a área de S2. (FERREIRA, 2010 p. 30).

Um exemplo de área como grandeza bidimensional seria quando relacionamos os comprimentos de uma superfície, por exemplo, se utilizarmos um retângulo teremos comprimento x largura. Segundo Ferreira (2010, p.30) “Procedimentos no qual consideramos a área enquanto grandeza bidimensional quando as áreas de duas superfícies são comparadas com a intervenção de outras grandezas (relação entre área e comprimento é fundamental).”

Com relação a grandeza unidimensional também teremos o procedimento de corte-colagem que é um procedimento geométrico, onde podemos cortar uma figura (superfície) fazendo a decomposição e composição da mesma, por exemplo ao dividimos um quadrado na sua diagonal e em seguida montar um triângulo com essas duas partes a figura terá mesma área, esse procedimento não tem intervenção do quadro numérico.

Equidecomposição: esse procedimento consiste na decomposição das superfícies e na comparação dos pedaços obtidos ou na estratégia de decompor e recompor sem perda nem sobreposição. Neste caso não temos intervenção do quadro numérico. As superfícies de formas diferentes podem ter a mesma área, contribuindo para a construção do conceito de área enquanto grandeza. (FERREIRA, 2010 p. 30).

Quando tratamos de produção de superfície de área maior ou menor que uma superfície dada, temos os procedimentos numéricos e geométricos, começamos detalhando os procedimentos geométricos, um desses casos é a construção de uma superfície no interior ou exterior de uma superfície inicial, temos que uma superfície inclusa em outra sempre será menor, ou seja, terá uma área menor. Tomemos como exemplo um quadrado com uma circunferência no seu interior, a área da circunferência será menor que a área do quadrado.

Construir uma superfície no interior (ou exterior) da superfície inicial: este procedimento se justifica pela aditividade das áreas e porque a área é uma função positiva, em que uma superfície inclusa em outra tem uma área menor. Para colocar este procedimento em pratica, em geral a forma da superfície é mantida, sendo uma característica da concepção geométrica. (FERREIRA, 2010 p. 34).

Outro procedimento geométrico dentro dessa subclasse seria recortar ou acrescentar um pedaço da superfície inicial.

Em seguida ainda na subclasse de superfícies de área maior ou menor temos o procedimento numérico que pode proceder pela contagem de quadradinhos, pelo uso de instrumentos como a utilização de uma régua para medir e produzir uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada.

Procedimentos numéricos: este procedimento utiliza a medida da área de uma superfície inicial (obtida por contagem de quadradinhos ou por cálculos) para produzir uma área maior, ou menor, e está baseado na propriedade em que a ordem estabelecida entre as medidas das áreas é a mesma das áreas. (FERREIRA, 2010 p. 34).

E por último temos a situação de superfície de uma área dada, essa situação é um conjunto de procedimentos, por exemplo, ao determinar certo valor numérico você solicita que o aluno esboce uma superfície que corresponda a aquele valor dado, podendo inclusive solicitar ao aluno a produção de várias superfícies com formas diferentes, mas que tenham todas o mesmo valor numérico, ou seja a mesma área. Diante disso é possível que o aluno compreenda que figuras de formas diferentes podem resultar em um mesmo valor numérico, ou seja, em uma mesma área.

Superfície de área dada: uma combinação de procedimentos para a produção de superfícies de mesma área que uma superfície dada. O aluno pode produzir uma superfície inicial, para a contagem das unidades, e depois produzir superfícies de mesma área que a superfície produzida inicialmente por “corte-colagem” esse tipo de situação é importante para a dissociação do quadro das grandezas e do geométrico, porque o aluno é levado a produzir superfícies de formas variadas tendo todas as mesmas áreas. (FERREIRA, 2010 p. 34).

A partir da construção de uma figura com certo valor numérico determinado o aluno passará a compreender os quadros numéricos, geométricos e das grandezas. Que eles podem ser vistos dissociados, mas que também podem fazer relação um com o outro. Por exemplo, o aluno ao ver um quadrado e triângulo de imediato sem esse entendimento eles contestaria que as áreas seriam diferentes por terem formas diferentes, então dissociar esses quadros eu considero como ponto chave para a compreensão de conceitos relacionados a área.

A seguir temos um esquema de como se organizam essas situações de produção de superfícies.

Figura 1 - Esquema das subclasses de acordo com Ferreira (2010)



4 METODOLOGIA

Esse capítulo apresenta os procedimentos metodológicos delineados para nossa pesquisa. Nosso objetivo geral foi analisar o conhecimento de estudantes em situações de produção de superfície relacionados ao conceito de área e dessa forma analisar essas situações de acordo com algumas subclasses, mas além de nosso objetivo ter foco em situações de produção pretendemos estudar, identificar os conhecimentos que os alunos têm com relação ao conceito de área, averiguar possíveis dificuldades nas resoluções.

Desejando atender os objetivos propostos, foi realizada uma pesquisa de abordagem qualitativa que, segundo Godoy (1995) justifica-se na presença de quatro características básicas que a compõe e a identificam.

De acordo com esse autor “A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental” (GODOY, 1995, p. 62). Nessa perspectiva para fonte direta de dados selecionamos uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola de rede pública no município de Caruaru, por causa da proximidade que tínhamos com a escola e a disponibilidade do professor. A escolha do nível se justifica por meio da maturidade dos estudantes para produzirem as questões e apresentar justificativas requeridas em algumas questões, e por ser uma turma na qual os estudantes haviam estudado o conteúdo anteriormente a pesquisa. Dessa forma aplicamos um teste a fim de coletar dados sobre os tipos de erros e acertos de alunos nas situações de produção de superfícies para conceituar área.

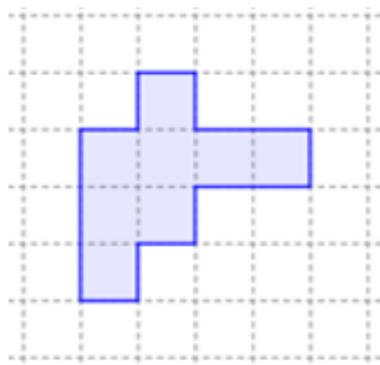
Segundo Godoy (1995, p. 62) “[...] o pesquisador deve aprender a usar sua própria pessoa como o instrumento mais confiável de observação, seleção, análise e interpretação dos dados.” Seguindo essa observação, o teste foi aplicado pela pesquisadora, juntamente com professora da disciplina de matemática e teve duração de duas horas-aula o equivalente a aproximadamente (1 hora e 40 min). Participaram do teste 30 alunos de uma turma de 9º do ensino fundamental, e foi possível observar o compromisso dos estudantes na resolução da pesquisa e ao mesmo tempo dificuldades em concluí-lo. Esse teste abordava situações de produção de superfície na malha quadriculada, com objetivo de analisar o conhecimento de estudantes em situações de produção de superfície relacionados ao conceito de área.

O teste é composto de atividades de construção e também há espaço para justificativas dos alunos. Pretendemos com a observação dos dados, analisar de acordo com algumas subclasses situações de produção, descrevendo-as e analisando.

4.1 ELABORAÇÃO E APRESENTAÇÃO DAS ATIVIDADES DO TESTE

O processo de escolha do conjunto de atividades do teste, tinha como objetivo buscar compreender o conceito de área através de situações de produção e escolhemos as diferentes situações proposta por Ferreira (2010) que classificou essas situações de produções de acordo com algumas subclasses. A partir dessa classificação, elaboramos 10 atividades e realizamos adaptações nas atividades para que atendessem todos aqueles requisitos, ou seja, os tipos de situações de produção existentes de acordo com quadro.

A seguir descrevemos as atividades apresentando o objetivo em cada uma delas e também discutindo sobre as possíveis maneiras que os alunos podem resolvê-las. Na atividade 1, de autoria própria, teve o objetivo compreender se os alunos conceituariam área como uma grandeza e se eles usariam o processo de contagem de unidade para o procedimento de resolução dessa atividade, como podemos observar na Figura 2.

Figura 2 - Atividade 1: Contagem de unidade

Construa na malha quadriculada uma figura de mesma área que a figura dada acima, respeitando as linhas da malha (ou seja, não pode traçados que não sejam nas linhas).



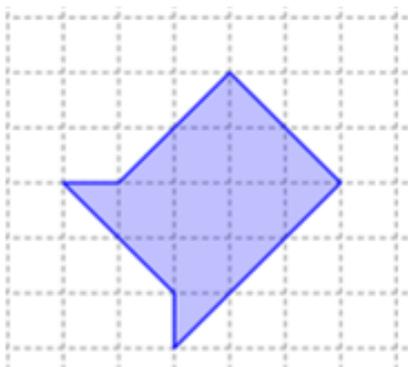
Explique como você fez

Fonte: Autoria própria, 2019

A atividade 2 teve objetivo análogo a atividade 1, diferenciando apenas a unidade que inicialmente consideramos o quadrado como inteiro e agora queríamos entender se eles conseguiriam enxergar que unidade passaria a ser a metade do quadrado (variando a unidade de medida de área), como podemos observar na Figura 3.

Figura 3 - Atividade 2: Contagem de unidade

2.



Construa na malha quadriculada uma figura de mesma área que a figura dada acima, não respeitando as linhas da malha. (Nesse caso, fazer com que os lados da figura não estejam nas linhas).



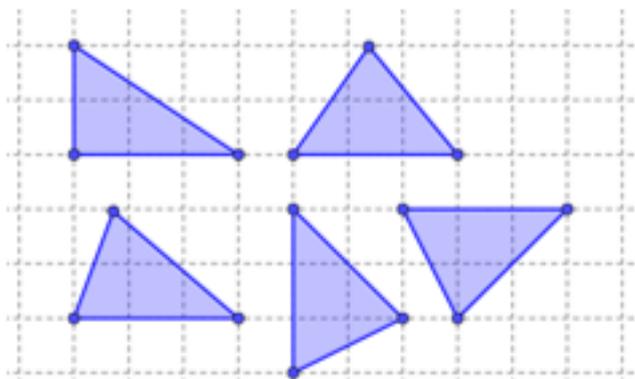
Explique como você fez

Fonte: Autoria própria, 2019.

A atividade 3 foi elaborada com intuito de analisar se os alunos percebiam que as deformações nos triângulos permitiam conservar a área e se eles iam produzir outros triângulos como mesma área de acordo com essa perspectiva, em seguida pedimos para eles nos justificar como pensaram e qual seria o valor da área, como podemos observar na Figura 4.

Figura 4 - Atividade 3: Deformações que permitam conservar a área

3. Sabendo que os triângulos a seguir possuem mesma área.



Produza na malha triângulos com área igual aos da figura acima. De modo que sejam diferentes do exemplo apresentado.



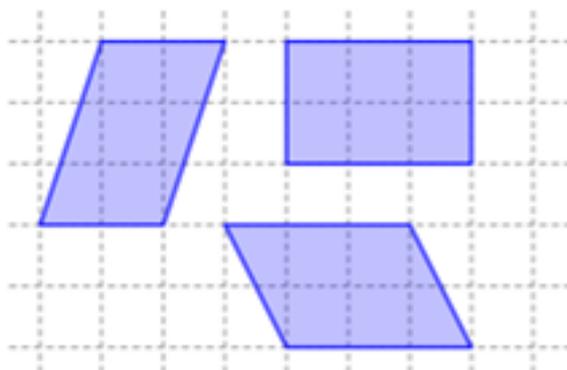
Explique como você fez esses triângulos? Qual é o valor da área?

Fonte: Autoria própria, 2019.

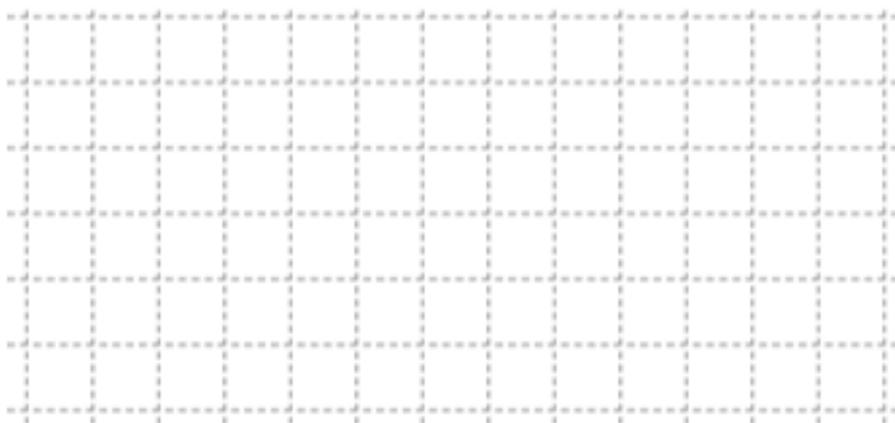
A atividade 4 foi pensada de maneira analoga a atividade 3, que tem como objetivo identificar se os alunos percebiam que as deformações no retângulo para paralelogramos permitiam a conservação da área. Tal atividade está apresentada na Figura 5.

Figura 5 - Atividade 4: deformações que permitam conservar área

4. Sabendo que os paralelogramos a seguir possuem mesma área.



Produza 3 paralelogramos com área igual aos da figura acima. De modo que sejam diferentes desses da figura acima. Explique como fez. Qual é a área?



Fonte: Autoria própria, 2019.

A atividade 5 teve como objetivo compreender se os alunos entendiam área como um procedimento numérico, e se eles identificavam e conseguiam produzir uma superfície de área maior o menor que a superfície dada. Essa atividade também foi elaborada por nós, e foi necessário a utilização de um material de medida, dessa forma optamos por régua. Na figura 6 apresentamos tal atividade.

Figura 6 - Atividade 5: superfícies de área maior ou menor que uma superfície dada, utilizando procedimento geométrico

5. Observe este retângulo abaixo, com lados de medidas 3 cm e 2 cm



- i) Utilizando a régua desenhe um retângulo com o dobro da área do retângulo dado. Justifique sua resposta

- ii) Utilizando a régua desenhe um retângulo com área menor que A. justifique sua resposta.

Fonte: Autoria própria, 2019.

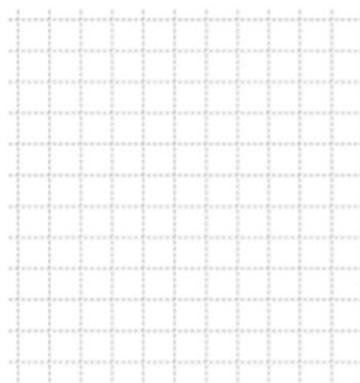
A atividade 6 foi pensada de forma que o aluno pudesse dissociar o quadro das grandezas e do geométrico, porque o aluno é levado a produzir superfícies de formas variadas tendo todas as mesmas áreas. Nós também elaboramos essa atividade, no item a) trazemos unidade como inteiro e no item b) racional de modo que queríamos identificar se o aluno compreenderia metade do quadrado como meia unidade, como podemos observar na Figura 7.

Figura 7 - Atividade 6: Combinação de procedimentos para produção de superfície dada

6. Na malha quadriculada, considerando um quadradinho como unidade de medida desenhe figuras de:

a) Área igual a 12

b) Área igual a 8,5



Fonte: Autoria própria, 2019.

A atividade 7 foi extraída de Rocha, Pessoa, Silva Filho e Pereira (2007) e de acordo com o quadro de Ferreira (2010) a mesma trata de um procedimento geométrico, sem intervenção do quadro numérico. Nesse caso específico, uma superfície é obtida por corte-colagem a partir de outra superfície sem perdas de partes. Objetivo verificar se os alunos também compreender área enquanto uma grandeza unidimensional. Vejamos na Figura 8.

Figura 8 - Atividade 7: Recorte e Colagem

7. Observe as figuras abaixo e com apenas um corte reto, divida cada uma delas de maneira que seja possível montar um quadrado a partir de cada figura dividida.



Justifique como fez em cada figura dada.

Figura A:

Figura B:

Figura C:

Fonte: Rocha, Pessoa, Silva Filho e Pereira (2007)

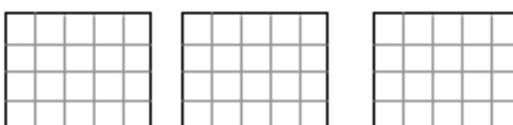
A atividade 8 foi extraída de Rocha, Pessoa, Silva Filho e Pereira (2007) e usando o quadro de Ferreira (2010) a classificamos como a produção de uma superfície menor que uma superfície dada que se trata de um procedimento geométrico e se justifica pela aditividade das áreas. O objetivo é verificar o procedimento utilizado pelos alunos.

Figura 9 - Atividade 8: que consiste em Construir uma superfície no interior ou exterior da superfície inicial

8. Observe como o retângulo abaixo foi dividido em duas partes iguais.



Agora, recorte os retângulos a seguir e divida-os em duas partes iguais fazendo cortes diferentes para cada um deles.



Fonte: Rocha, Pessoa, Silva Filho e Pereira (2007)

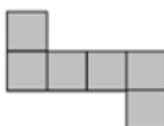
A atividade 9 foi extraída do trabalho de Ferreira(2010) e de acordo com a classificação de Ferreira (2010) trata-se de uma atividade envolvendo situação de produção de superfície que se enquadra como procedimento geométrico, e também se justifica pela aditividade das áreas, estando também muito associado a forma da superfície.

Figura 10 - Atividade 9 sobre produção de superfície de área dada

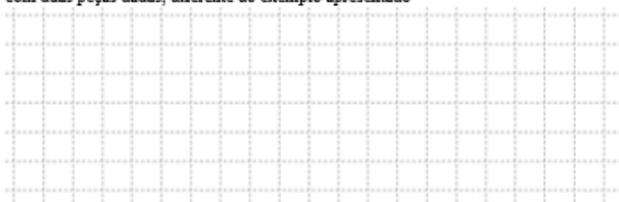
9. Veja as figuras abaixo. As duas peças a seguir são iguais.



Podem-se juntas essas duas peças forma um peça maior. Como mostra a figura abaixo.



a) Na malha quadriculada abaixo, desenhe outras peças, mínimo 3 peças, formada com duas peças dadas, diferente do exemplo apresentado



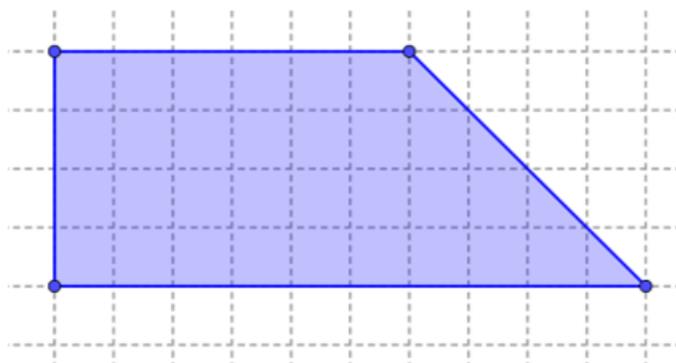
b) O que você pode afirmar sobre as figuras que você desenhou?

Fonte: Ferreira (2010)

A atividade 10 trata-se de um procedimento geométrico de produção de superfícies e que tem como objetivo a construção de uma superfície no interior de outra. Levando em conta o quadrado como unidade de medida. Esse procedimento se justifica pela aditividade das áreas e porque a área é uma função positiva, em que uma superfície inclusa em outra terá sempre uma área menor.

Figura 11 - Atividade 10: Produção de superfície no interior da superfície inicial

10. Observe a figura abaixo



Qual o menor retângulo que podemos construir dentro desse trapézio? E qual o maior? Explique.

Fonte: Autoria própria, 2019

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO DOS DADOS DA PESQUISA

Este capítulo trata da análise dos dados obtidos em nossa pesquisa, inicialmente foi elaborado um conjunto de atividades para a aplicação em uma turma de 9º ano de uma escola de rede municipal, a pesquisa trata-se de situações produção de superfícies que vão ser analisadas de acordo com três subclasses propostas por Ferreira (2010) sendo que estas ainda se subdividem em 7, como mostra o quadro abaixo.

Quadro 4 - Propostas de situações de conceito de área propostas por Baltar (1996)

Subclasses			
1º	Produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada	Área enquanto grandeza unidimensional	Contagem de unidade de área Corte-colagem
		Área enquanto grandeza bidimensional	Deformações que permitem conservar a área
2º	Produção de uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada	Procedimento geométrico	Construir uma superfície no interior ou exterior da superfície inicial Recorta ou acrescentar um pedaço (ou parte) da superfície inicial
		Procedimento numérico	Utiliza a medida da área de uma superfície inicial para produzir uma área maior ou menor
3º	Produção de superfície de área dada	Combinação de procedimentos	Combinação de procedimentos para uma produção de superfície de mesma área que uma área dada

Fonte: Ferreira (2010)

. De acordo com o quadro acima elaboramos as atividades com o intuito de identificar os tipos de representações e/ou procedimentos utilizados pelos alunos na

resolução dessas atividades, fazendo assim um levantamento dos possíveis erros dos alunos na resolução destas. Decidimos intitular os alunos de A1 ao A30.

As 10 atividades foram pensadas para atender o nosso quadro acima que dispõe de 7 divisões com relação a produção de superfícies.

As questões 1 e 2 foram pensadas para atender o princípio de resolução através de contagem de unidades de área segundo (Ferreira, 2010), observemos abaixo o quadro com acertos, erros e atividades em branco.

Tabela 1 – Resultados de acertos e erros das questões 1 e 2

	Certo	Errado	Em Branco
Atividade 1	30	0	0
Atividade 2	12	17	1

Fonte: A pesquisa 2019

Ao analisarmos as questões percebemos que a questão 1 que se tratava da contagem de unidade de área respeitando a malha, não houve erros na resolução desta. Em seguida utilizamos dos mesmos procedimentos de contagem de unidade, só que dessa vez consideramos o fator não respeitar a malha e partir disso já observamos um grande quantitativo de erros, ou seja, quando se variou a unidade de medida de área.

Dessa maneira vemos que a dificuldade que alguns alunos tiveram em resolver a atividade fornece indícios de concepções numéricas que precisam ser trabalhadas de modo que permita que o aluno dissocie a área do número que ela representa. O cálculo utilizando a malha favorece a utilização da contagem de quadradinho como unidade, mas quando a unidade passa a ser um triângulo (equivalente a meio quadradinho) os alunos não conseguem realizar a contagem ou a junção de duas partes para a compreensão de que a área do quadradinho não depende de sua “forma” e sim da região que este ocupa, contribui para a percepção de que dois triângulos possuem a mesma área que um quadradinho. (Pessoa, 2010)

A seguir temos quadros que nos indicam os tipos de justificativas dados pelos alunos no processo de resolução.

Quadro 5 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 1

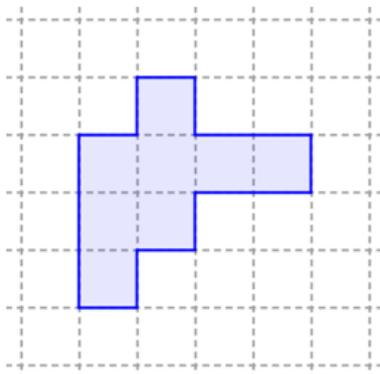
Justificativas apresentadas	Alunos
------------------------------------	---------------

Contagem de unidade	A1, A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22, A23, A24, A25, A26
Rotação/Simetria	A28
Não apresenta justificativa	A3, A11, A29, A30

Fonte: A pesquisa, 2019

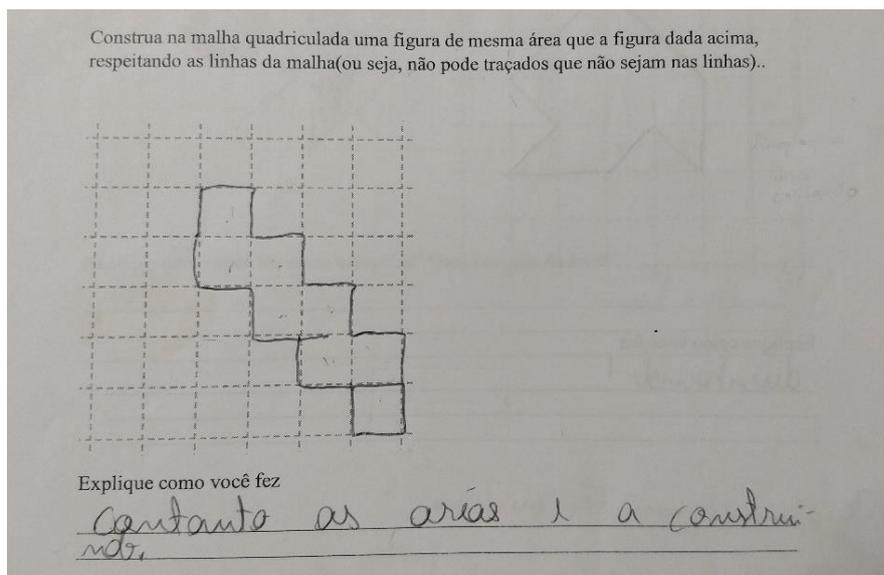
Como mostra o Quadro 5 vimos que não houve erros na questão 1, assim trazemos abaixo apenas a resolução do aluno A1 e A28, mostrando dois procedimentos diferentes de resolução.

1.



Construa na malha quadriculada uma figura de mesma área que a figura dada acima, respeitando as linhas da malha (ou seja, não pode traçados que não sejam nas linhas).

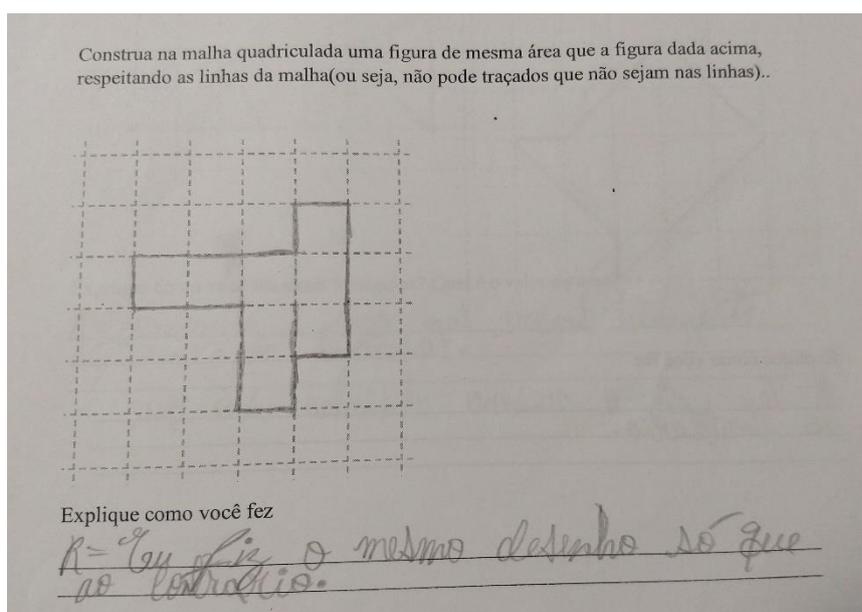
Figura 12 – Resposta do aluno A1 na atividade 1



Fonte: pesquisa, 2019

Observamos que A1 em sua justificativa trata cada unidade de quadradinho como sendo uma área, ou seja, dessa forma está considerando cada quadradinho como uma superfície unitária. Dessa forma ele responde a atividade exatamente de acordo com o que (Ferreira, 2010) propõe usando procedimentos do tipo ladrilhamento das situações de medida de área quando escolhida uma unidade de medida de área.

Figura 13 - Resposta do aluno A28 na atividade 1



Fonte: pesquisa, 2019

Verificou-se que a resolução do aluno A28 teve como procedimento a simetria da imagem dada pela atividade proposta.

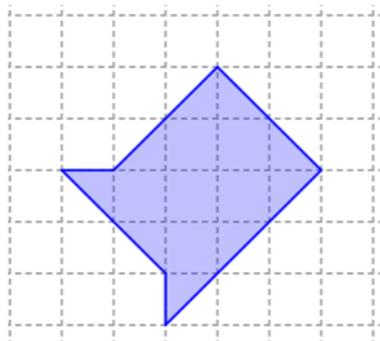
Quadro 6 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 2

Justificativas apresentadas	Alunos
Contagem de unidade	A5, A6, A7, A8, A9, A12, A13, A14, A16, A17, A20, A21
Rotação	A3,
Não apresenta justificativa	A1, A2, A4, A11, A15, A18, A19
Não faz relação a área	A10

Fonte: pesquisa, 2019

Com relação a atividade 2 tivemos duas justificativas que fazem menção ao que foi proposto, acima no quadro 6 temos contagem de unidade e a rotação como procedimentos de resolução desta.

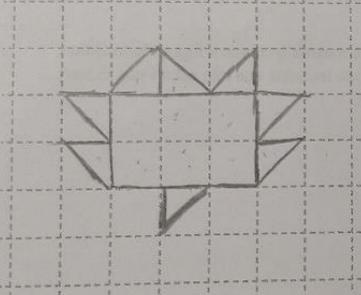
2.



Construa na malha quadriculada uma figura de mesma área que a figura dada acima, não respeitando as linhas da malha (Nesse caso, fazer com que os lados da figura não estejam nas linhas).

Figura 14 - Resposta do aluno A9 na atividade 2

Construa na malha quadriculada uma figura de mesma área que a figura dada acima, não respeitando as linhas da malha (Nesse caso, fazer com que os lados da figura não estejam nas linhas).



Explique como você fez

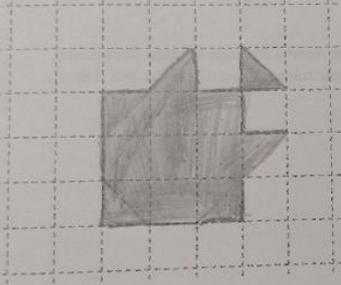
Com a mesma quantidade de quadrados.

Fonte: A pesquisa (2019)

A9 justificou sua resposta de acordo com a contagem de unidades, objetivo proposto de justificava foi alcançado, porém ocorreu um erro na contagem de unidades na figura deveria ter valor numérico de 10,5 e a figura por ele desenhada tinha área 10.

Figura 15 - Resposta do aluno A10 na atividade 2

Construa na malha quadriculada uma figura de mesma área que a figura dada acima, não respeitando as linhas da malha (Nesse caso, fazer com que os lados da figura não estejam nas linhas).



Explique como você fez

Fui tentando desenhar o formato de um triângulo

Fonte: A pesquisa (2019)

Na resolução de A10 o procedimento utilizado usa exatamente a quantidade de área sendo 10,5; ou seja, percebemos que o aluno identificou que a imagem trazia duas unidades diferentes: uma que representava o valor numérico 1, no caso o quadradinho inteiro, e a outra que tinha valor numérico 0,5 que correspondia a medida dos triângulos, a qual satisfazia a metade do quadradinho.

As atividades 3 e 4 correspondem a produções de superfícies que por deformações nos permitem conservar a área. Observe de acordo com a tabela 2 o número de acertos e erros.

Tabela 2 - Resultados de acertos e erros das questões 3 e 4

	Certo	Errado	Em Branco
Atividade 3	11	11	8
Atividade 4	11	13	6

Fonte: pesquisa, 2019

Vejamos a seguir o quadro com as justificativas dadas para solução dessas atividades.

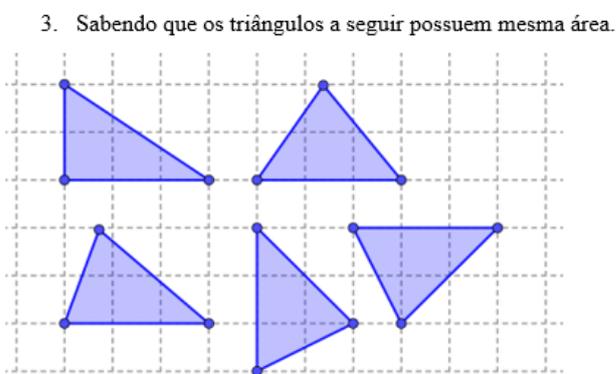
Quadro 7 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 3

Justificativas apresentadas	Alunos
Contagem de unidade	A14, A17, A21, A24
Cálculo de área	A2, A6, A8
Faz relação a perímetro	A4
Rotação	A7, A9, A12, A13, A22
Não apresenta justificativa	A1, A3, A5, A10, A11, A15, A16, A18, A19, A20, A23, A25, A26, A27, A28, A29, A30

Fonte: pesquisa, 2019

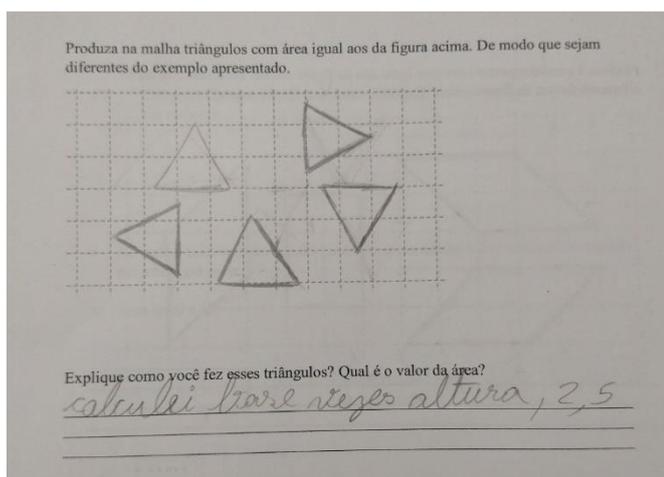
Observamos que os procedimentos utilizados pelos alunos para justificar a resolução das atividades estão ligados ao cálculo de área, rotação e contagem de unidade. É possível ver na análise geral dos dados que ao ver figuras como triângulos

e paralelogramos, os alunos têm em mente a utilização da fórmula para calcular essas superfícies, mas como vimos tivemos outros procedimentos.



Produza na malha triângulos com área igual aos da figura acima. De modo que sejam diferentes do exemplo apresentado.

Figura 16 - Resposta do aluno A2 na atividade 3



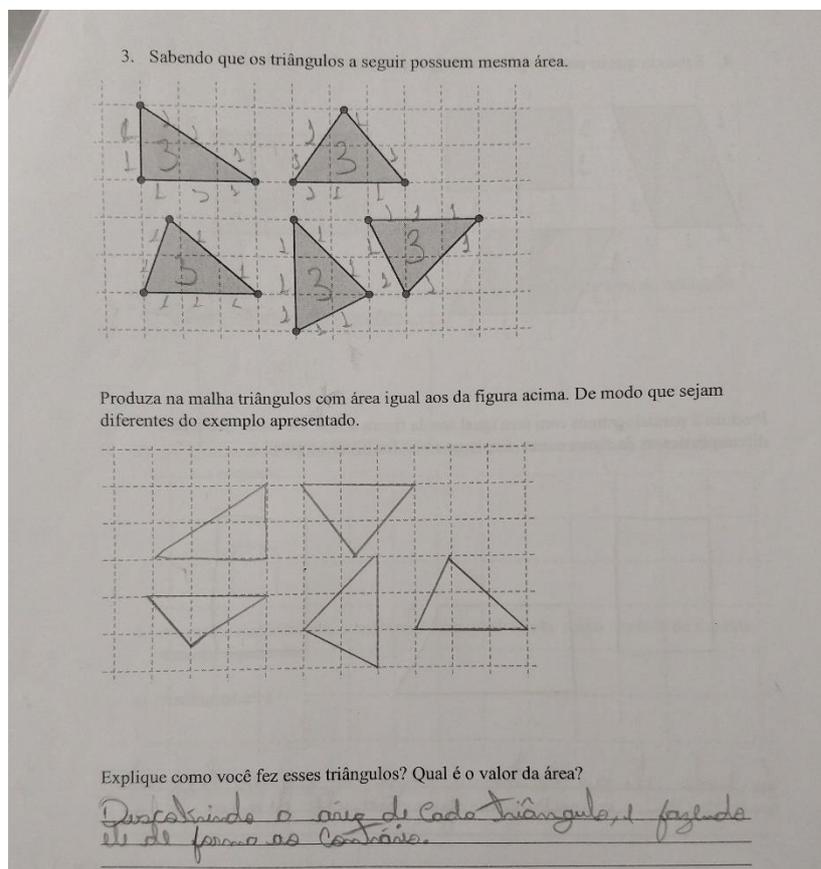
Fonte: A pesquisa, 2019

Observamos que A2 usa o procedimento de cálculo de área, porém ele justifica a fórmula, para calcular a medida da superfície do triângulo, como sendo base x altura. Ou seja, uma falha de definição pode ter induzido o aluno ao erro, mas observe também que ao desenhar ele não faz relação da figura com a unidade na malha quadriculada, ele não considera as bases e alturas sendo iguais as propostas na Atividade, e segundo (Ferreira, 2010) superfícies como triângulo e paralelogramo podem sofrer deformações desde que se conserve a base e a altura para que assim mantenha a área.

O estudante A2 define o valor numérico da área como sendo 2,5, ou seja, ele não conseguiu compreender como ele chegou a este resultado, pois se usou a

justificativa de $b \times h$ seu resultado deveria ter sido 6, mesmo assim não atenderia a solução correta da nossa atividade, já que a área dos triângulos dispostos na atividade tinha como valor 3.

Figura 17 - Resposta do aluno A6 na atividade 3



Fonte: A pesquisa (2019)

A justificativa do A6 se deu através do processo de rotacionar as figuras de modo que não alterasse a sua forma e dessa maneira não se alterava sua área, ou seja conservando a base e altura do triângulo. Mas observe que uma das figuras não mantém a mesma base e altura que as outras figuras, sendo assim temos um triângulo com área diferente no procedimento de resolução, e o aluno não define o valor área.

Quadro 8 - Tipos de justificativas dos alunos na atividade 4

Justificativas apresentadas	Aluno
Contagem de unidade	A6, A7, A8, A13, A17, A21, A24
Áreas iguais	A5
Rotação	A9, A16, A22

Não justificam	A1, A2, A3, A4, A10, A11, A12, A14, A15, A18, A19, A20, A23, A25, A26, A27, A28, A29, A30
----------------	---

Fonte: pesquisa, 2019

4. Sabendo que os paralelogramos a seguir possuem mesma área.

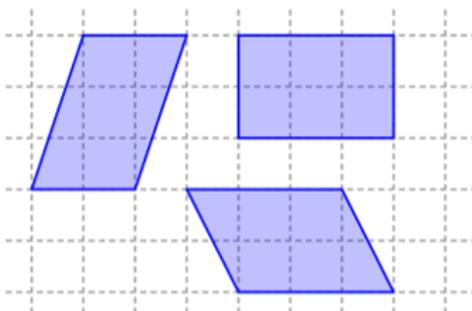
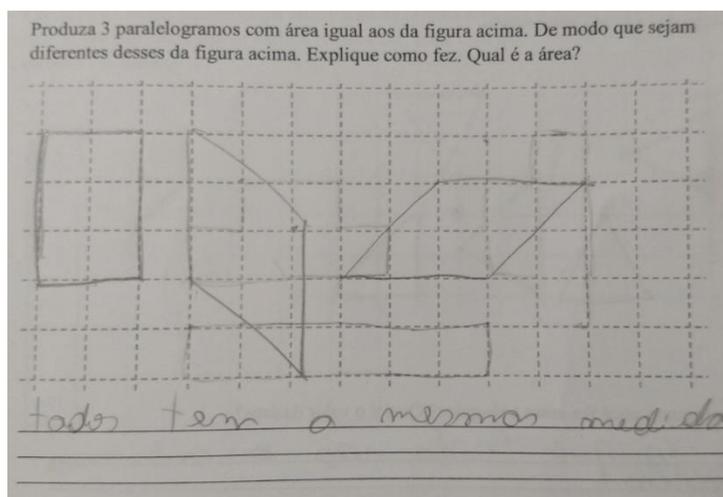


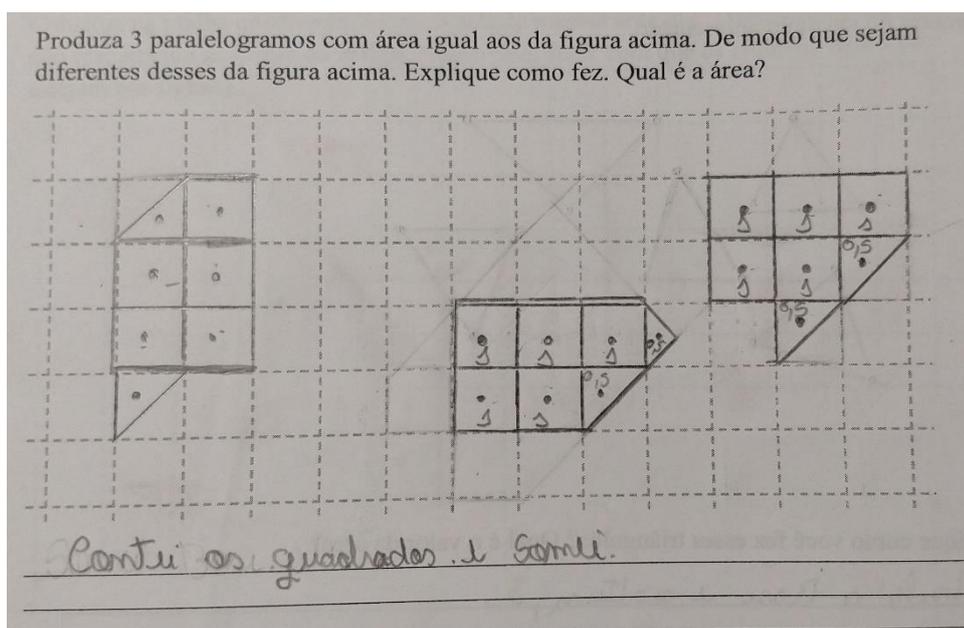
Figura 18 - Resposta do aluno A5 na atividade 4



Fonte: A pesquisa,(2019)

O A5 reproduziu as três figuras de modo que ele rotacionou a figura que respeitava a malha e provavelmente fez a contagem de unidade para comparar as figuras de forma que pudesse justificar que uma era igual a outra, por isso algumas justificativas foram dadas pela contagem de unidades, na atividade elaborada por nós utilizamos em uma das figuras era possível identificar o valor da área através da contagem de unidade, ou seja sem o uso do cálculo de $b \times h$ que é proposto por (Ferreira, 2010) para determinar a superfície de figuras de sofrem deformações, mas que conservam a área, mas como as outras duas figuras tratavam de paralelogramos e não estavam respeitando a malha o aluno precisaria compreender que mesmo com essas deformações seria possível obter superfícies com mesma área.

Figura 19 - Resposta do aluno A8 na atividade 4



Fonte: A pesquisa, 2019

O erro na atividade do A8 está relacionado a figuras que não atenderam ao o que era proposto na atividade, foi solicitado ao aluno produção de paralelogramos, porém o aluno produziu figuras quaisquer tentando atender ao valor da superfície, desconsiderando o formato da figura proposta. Nesse caso não temos como analisar de acordo com as deformações que atendem a propriedade dos triângulos e paralelogramos.

A atividade 5 tinha como objetivo atender a um procedimento numérico, onde foi solicitado o uso de uma régua como instrumento de medida, dessa atividade observamos que o número acertos foram baixos.

Tabela 3 - Resultados de acertos e erros das atividades 5

Atividade 5	Certo	Errado	Em Branco
A	3	15	12
B	7	7	16

Fonte: pesquisa, 2019

5. Observe este retângulo abaixo, com lados de medidas 3 cm e 2 cm



Figura 20 - Resposta do aluno A13 na atividade 5

i) Utilizando a régua desenhe um retângulo com o dobro da área do retângulo dado. Justifique sua resposta.

6 cm

4 cm

o dobro da retângulo é igual a 6 cm em cima e em baixo e 4 cm nas laterais

ii) Utilizando a régua desenhe um retângulo com área menor que A. justifique sua resposta.

2 cm

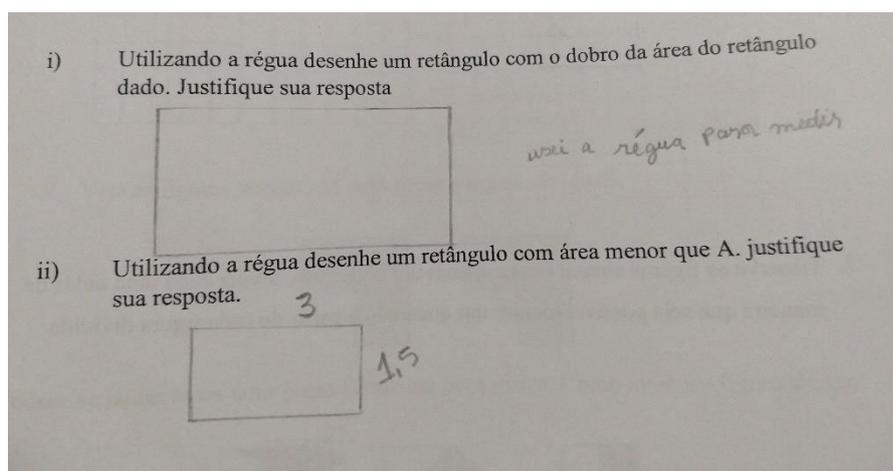
1 cm

o retângulo menor tem a quantidade 1 cm nas laterais e 2 cm em cima e em baixo

Fonte: A pesquisa, 2019

O A13 descreveu todo procedimento corretamente, no i) dobrou as medidas da base, como também dobrou as medidas da altura, mas ao verificar as medidas com uma régua observei que as mesmas não condiziam ao valor numérico da régua. O ii) observamos que ao produzir a segunda superfície que corresponderia a área menor, o aluno desenha o retângulo como se fosse 2 unidades de área, veja que a figura é uma junção de dois quadradinhos, porém o procedimento com a utilização do instrumento da régua não foi executado com precisão.

Figura 21 - Resposta do aluno A12 na atividade 5



Fonte: A pesquisa, 2019

O A12 executou o i) corretamente foi verificado com a régua e as medidas corresponderam ao dobro da base e ao dobro da altura, como propõe atividade. (Ferreira, 2010) propõe que para produzir uma área maior, ou menor está baseado na propriedade em que a ordem estabelecida entre as medidas das áreas é a mesma das áreas. O aluno não justifica sua resposta, o ii) mesmo tendo medidas que resultaria em uma superfície de área menor o valor das medidas do retângulo não corresponderam as medidas verificadas pelo instrumento régua.

A atividade 6 trata-se de uma combinação de procedimentos para a produção de superfícies de mesma área que uma superfície dada.

Tabela 4 - Resultados de acertos e erros das atividades 6

Atividade 6	Certo	Errado	Em Branco
A	17	4	9
B	13	5	12

Fonte: pesquisa, 2019

6. Na malha quadriculada, considerando um quadradinho como unidade de medida desenhe figuras de:

a) Área igual a 12



b) Área igual a 8,5

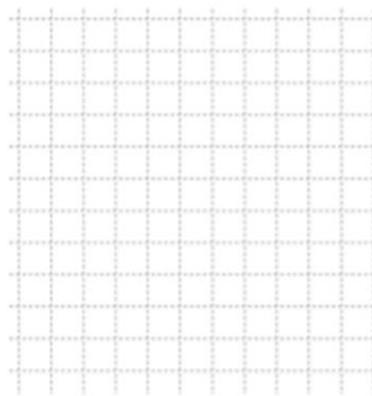
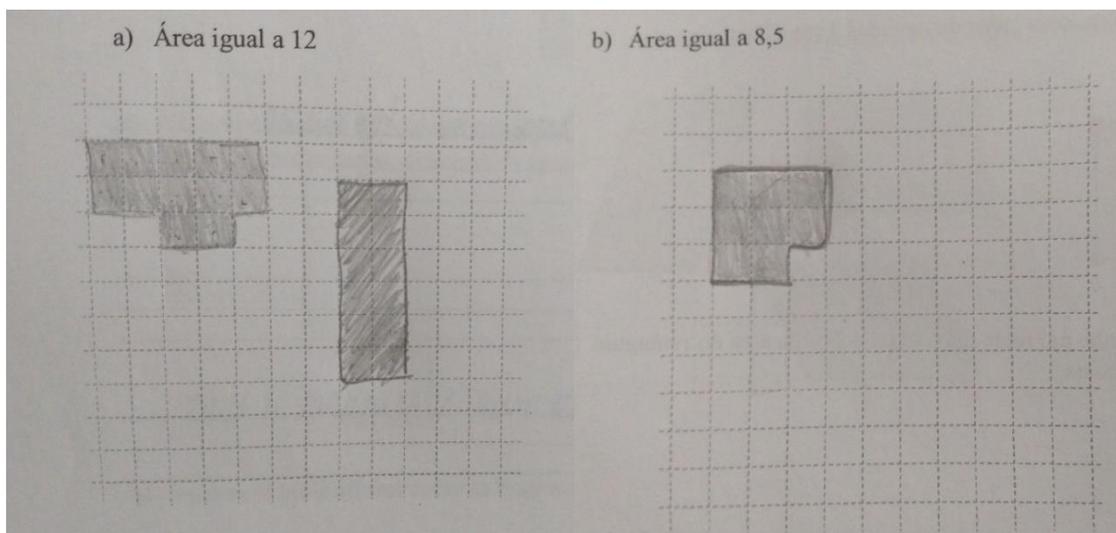


Figura 22 - Resposta do aluno A15 na atividade 6



Fonte: A pesquisa, 2019

O A15 no item a) conseguiu produzir duas figuras com mesma área dessa forma percebemos que o aluno soube dissociar o quadro numérico do geométrico, mas ao realizar o procedimento no item b) houve um erro na contagem de unidade onde deveria ser produzido uma figura com área 8,5 foi feita uma figura com área 8, sendo assim o aluno pode ter sido induzido ao erro por essa medida se tratar de um número racional.

A atividade 7 refere-se a um processo de corte-colagem e de procedimento geométrico, sem intervenção do quadro numérico.

Tabela 5 - Resultados de acertos e erros das atividades 7

Atividade 7	Certo	Errado	Em Branco
A	17	0	13
B	14	2	14
C	8	5	17

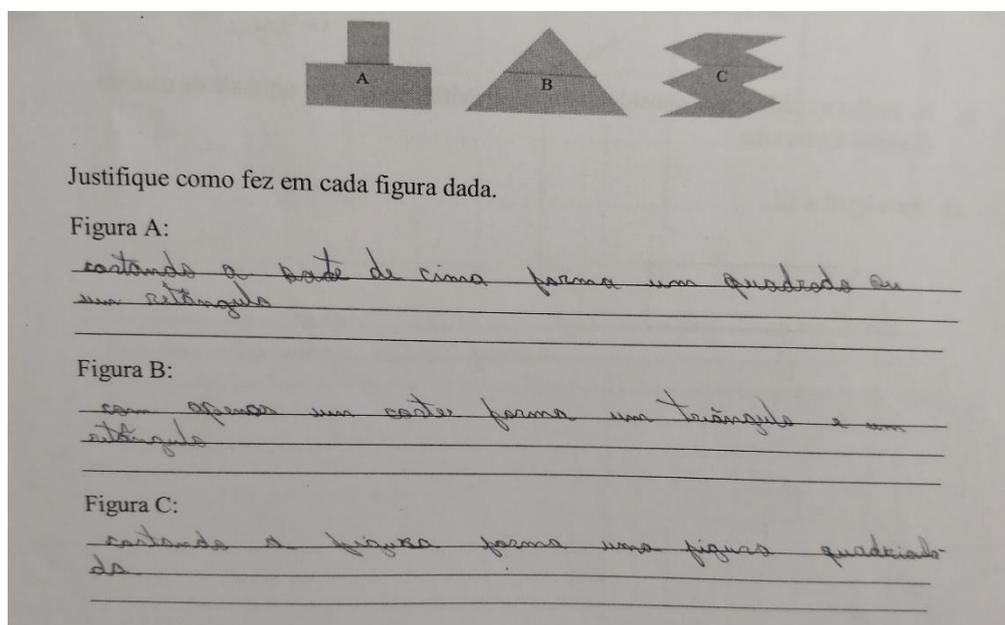
Fonte: pesquisa, 2019

7. Observe as figuras abaixo e com apenas um corte reto, divida cada uma delas de maneira que seja possível montar um quadrado a partir de cada figura dividida.



Justifique como fez em cada figura dada.

Figura 23 - Resposta do aluno A13 na atividade 7



Fonte: A pesquisa, 2019

O erro do A13 refere-se aos cortes que foram feitos nas figuras, foi solicitado que essas figuras pelo processo de corte-colagem forma-se um quadrado. Segundo (Ferreira, 2010) o procedimento de corte- colagem é aquele cujo qual uma superfície S^1 é obtida a partir de uma superfície S por corte-colagem sem perdas de partes e que

estas não estão sobrepostas. Vejamos o erro nesse procedimento em que o aluno faz um corte na figura A indicando a parte cuja qual ele estaria cortando, ao corta a parte superior da figura quando o aluno fosse fazer a colagem a figura passaria a formar um retângulo e não um quadrado, inclusive a própria justificava do aluno é dada dessa maneira, ou seja, com apenas um corte era impossível formar um quadrado da maneira que a figura A foi cortada, na figura B o A13 faz um corte de modo que forma duas figuras um triângulo e um retângulo, ele justifica que se formou um triângulo e retângulo, além de errar o corte e não atender o procedimento o aluno faz um confusão entre trapézio e retângulo. Na figura C ele justifica que cortando a figura se obtém uma figura quadrada, mas a maneira como o corte foi realizado não resultaria num quadrado.

A atividade 8 está relacionada com construção de uma superfície no interior de outra.

Tabela 6 - Resultados de acertos e erros das atividades 8

Atividade 8	Certo	Errado	Em Branco
A	13	5	12
B	12	5	13
C	11	6	13

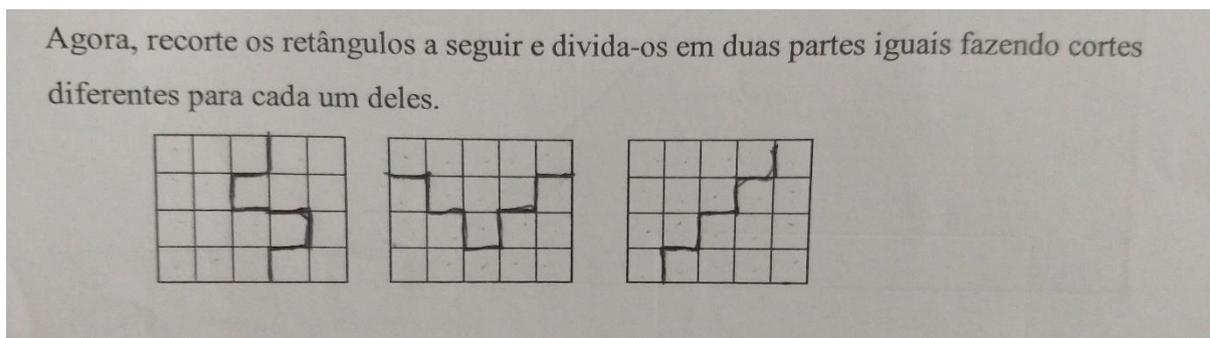
Fonte: pesquisa, 2019

8. Observe como o retângulo abaixo foi dividido em duas partes iguais.



Agora, recorte os retângulos a seguir e divida-os em duas partes iguais fazendo cortes diferentes para cada um deles.

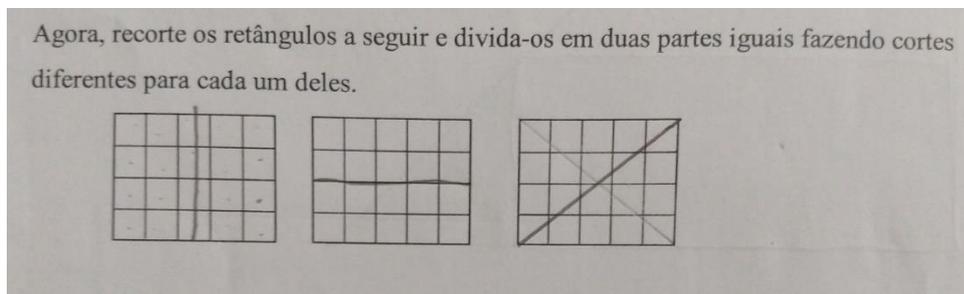
Figura 24 - Resposta do aluno A3 na atividade 8



Fonte: A pesquisa, 2019

Vejamos que o procedimento utilizado pelo A3 na figura A e B não correspondem a duas partes iguais, as figuras foram divididas em duas partes porém com unidades de medidas diferentes. Já na figura C o procedimento está correto de forma que as superfícies tenham mesma área. Segundo Ferreira o procedimento de construção de uma superfície no interior de outra se justifica pela aditividade das áreas. Esse procedimento é uma característica de concepção geométrica.

Figura 25 - Resposta do A10 na atividade 8



Fonte: A pesquisa, 2019

O A10 divide a figura A e C sem respeitar malha, de forma que a unidade de medida não é respeitada, as figuras não estão divididas corretamente, portanto não correspondem a mesma área. Já a figura B foi dividida corretamente foi a única que atende o ladrilhamento da figura e divide em duas partes iguais.

A atividade 9 trata -se de um procedimento geométrico que consiste na produção de uma maior que uma superfície dada.

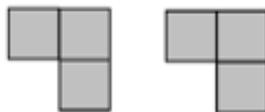
Tabela 7 - Resultados de acertos e erros das atividades 9

	Certo	Errado	Em Branco
--	-------	--------	-----------

Atividade 9	10	2	18
--------------------	----	---	----

Fonte: pesquisa, 2019

9. Veja as figuras abaixo. As duas peças a seguir são iguais.



Podem-se juntas essas duas peças forma um peça maior. Como mostra a figura abaixo.

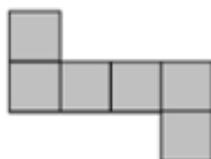


Figura 26 - Resposta do aluno A2 no item a) da atividade 9

a) Na malha quadriculada abaixo, desenhe outras peças, mínimo 3 peças, formada com duas peças dadas, diferente do exemplo apresentado

b) O que você pode afirmar sobre as figuras que você desenhou?

que elas tem a mesma quantidade e de formas diferentes

Fonte: A pesquisa, 2019

O procedimento utilizado pelo A2 foi realizado de maneira adequada, porém foi solicitado no mínimo 3 figuras que fossem formadas a partir das duas figuras iniciais dadas, segundo (Ferreira, 2010) esse processo de acrescentar uma parte a superfície inicial se justifica pela aditividade das áreas, também estando muito associado à forma da superfície, o aluno justifica que as figuras tem mesma área, porém de formas diferentes.

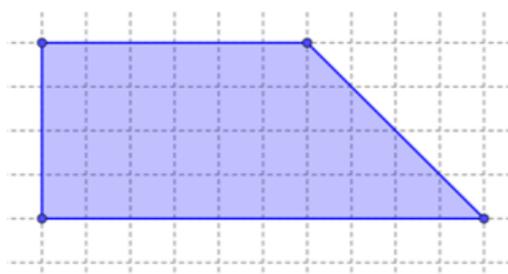
A atividade 10 tem como objetivo construção de uma superfície no interior de outra superfície. Foi possível perceber o grande quantitativo de alunos que não resolveram essas atividades, seguem os resultados na tabela 7.

Tabela 8 - Resultados de acertos e erros das atividades 10

Atividade 10	Certo	Errado	Em Branco
A	0	7	23
B	0	4	22

Fonte: pesquisa, 2019

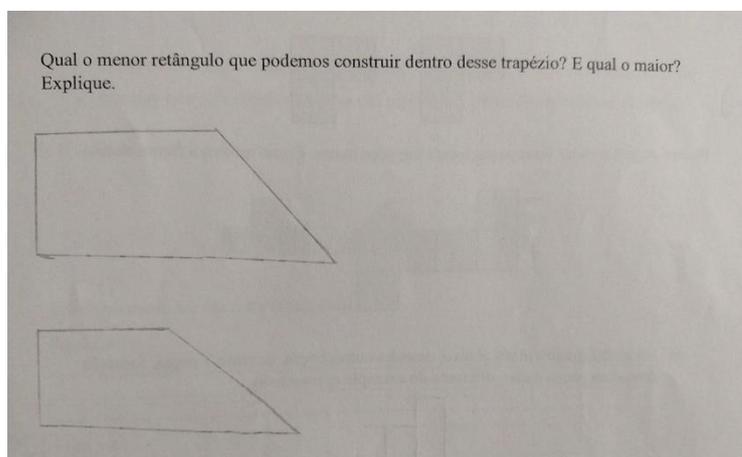
10. Observe a figura abaixo



Qual o menor retângulo que podemos construir dentro desse trapézio? E qual o maior? Explique.

O número de acertos na atividade 10 foram nulos, essa atividade tratava-se de situações de produção de uma superfície maior ou menor que uma superfície dada, foi proposto que no interior do trapézio construísse o menor retângulo de acordo com a malha, vimos que o número de alunos que deixaram essa atividade em branco foi grande.

Figura 27 - Resposta do aluno A12 na atividade 10



Fonte: A pesquisa, 2019

Na resolução dessa atividade o A12 reproduziu duas superfícies uma maior e outra menor, porém em vez de serem construídos retângulos foram construídos trapézios e estes situados fora da malha.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho teve por objetivo analisar conhecimentos de estudantes dos anos finais acerca de situações de produção de superfícies relacionados aos conceitos de área numa escola de rede municipal de Caruaru. Diante disso foi aplicado um conjunto de atividades visando atender nossos objetivos específicos que foram verificar o nível de desempenho dos estudantes nas subclasses de situações de produção de superfícies e identificar os tipos de representações e procedimentos utilizados pelos alunos na resolução dessas atividades.

Levantamos estudos e pesquisas que antecederam esse trabalho e que possibilitaram uma maior reflexão com relação ao conteúdo de área de figuras planas. Tomamos como marco teórico Ferreira (2010), que contribuiu para nossa análise de atividades, e que tinha por objetivo solucionar o seguinte problema. Qual a concepção e os desafios que estes alunos possuem para utilizar as propriedades de área na resolução de problemas de produção de superfícies?

Então por meio de um conjunto de atividades envolvendo situações de produção, observamos que ainda existe uma grande deficiência com relação a compreensão de conceitos relacionados a esse quadro de grandezas, vimos também que relacionar superfícies a área é um desafio para alguns desses alunos.

Essa pesquisa é relevante para o ensino da matemática, porque traz algumas dificuldades dos alunos em resolver situações de produção de superfície e desse modo sendo significativa para professores sanar as dificuldades desses alunos no ensino fundamental.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (Matemática)**. Ministério da educação. Brasília: MEC, 2019. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 10/06/2019

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ministério da Educação. Secretaria do Ensino. Parâmetros Curriculares Nacionais. 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental. Matemática. MEC/SEF, 1998.

DURÃO, L. de F. F. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. Dissertação (Programa de Pós – Graduação em Educação Matemática e Tecnologia) – Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

FACCO, S. R. **Conceito de área: uma proposta de ensino – aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP, 2003.

PESSOA, G. da S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influência de algumas variáveis**. Dissertação (Programa de Pós – Graduação em Educação Matemática e Tecnologia) – Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

ROCHA, C. de A; FILHO, J. M. da S; PEREIRA, J. A. de A; PESSOA, G. **Uma discussão sobre o ensino de área e perímetro no Ensino Fundamental**. IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte – MG, 18 a 21 de Julho de 2007.

SILVA, J. V. G. da. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do didático**. Dissertação (Programa de Pós – Graduação em Educação Matemática e Tecnologia) – Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

APÊNDICE A: RESPOSTAS DE CADA TESTE POR ALUNO

Contagem de unidade				
	Questão 1 (respeitando a malha)		Questão 2 (não respeitando a malha)	
Alunos	C/E	Justificativa	C/E	Justificativa
A1	C	Contagem de unidade	E	Não justifica
A2	C	Contagem de unidade	E	Não justifica
A3	C	Não justifica	C	Rotação
A4	C	Contagem de unidade	E	Não justifica
A5	C	Contagem de unidade	C	Contagem de unidade
A6	C	Contagem de unidade	C	Contagem de unidade
A7	C	Contagem de unidade	C	Contagem de unidade
A8	C	Contagem de unidade	C	Contagem de unidade
A9	C	Contagem de unidade	E	Contagem de unidade
A10	C	Contagem de unidade	C	Não faz relação a área
A11	C	Não justifica	E	Visualizando a imagem anterior
A12	C	Contagem de unidade	C	Contagem de unidade

A13	C	Contagem de unidade	E	Contagem de unidade
A14	C	Contagem de unidade	E	Contagem de unidade
A15	C	Contagem de unidade	E	Não justifica
A16	C	Contagem de unidade	E	Contagem de unidade
A17	C	Contagem de unidade	E	Contagem de unidade
A18	C	Contagem de unidade	E	Não justifica
A19	C	Contagem de unidade	E	Não justifica
A20	C	Contagem de unidade	E	Contagem de unidade
A21	C	Contagem de unidade	C	Contagem de unidade
A22	C	Contagem de unidade	E	Rotação
A23	C	Não justifica	C	Não justificou
A24	C	Contagem de unidade	C	Contagem de unidade
A25	C	Contagem de unidade	E	Não justificou
A26	C	Contagem de unidade	E	Não faz relação a área
A27	C	Citou o material utilizado(lápis)	C	Contagem de unidade
A28	C	Rotação	C	Rotação
A29	C	Não justifica	E	Não justificou
A30	C	Não justifica	Em branco	Não justificou

Corte – Colagem			
Questão 7			
Aluno	A	B	C
A1	C	C	Em branco
A2	C	C	C
A3	C	E	E
A4	Em branco	Em branco	Em branco
A5	C	C	C
A6	C	C	C
A7	Em branco	Em branco	Em branco
A8	C	C	E
A9	C	C	C
A10	C	C	E
A11	C	C	C
A12	C	C	E
A13	C	E	E
A14	Em branco	Em branco	Em branco
A15	C	C	C
A16	C	Em branco	Em branco
A17	Em branco	Em branco	Em branco
A18	Em branco	Em branco	Em branco
A19	Em branco	Em branco	Em branco
A20	C	C	C
A21	C	C	Em branco
A22	Em branco	Em branco	Em branco
A23	Em branco	Em branco	Em branco
A24	Em branco	Em branco	Em branco
A25	Em branco	Em branco	Em branco
A26	Em branco	Em branco	Em branco

A27	Em branco	Em branco	Em branco
A28	C	C	Em branco
A29	C	C	C
A30	Em branco	Em branco	Em branco

Deformações que permitem conservar a área.				
		Questão 3 (triângulo)		Questão 4 (retângulo)
Aluno	Desenho	Justificativa	Desenho	Justificativa
A1	Em branco	Não justificou	C	Não justificou
A2	C	Uso de formula	E	Não justificou
A3	C	Não justificou	E	Não justificou
A4	E	Faz relação a perímetro	Em branco	Em branco
A5	E	Não justificou	E	Todos tem mesma medida
A6	E	Calculo $b \times h$	C	Contagem de unidade
A7	C	Rotação	C	Contagem de unidade
A8	E	Uso de formula	E	Contagem de unidade
A9	C	Rotação	C	Rotação
A10	E	Não justificou	E	Não justificou
A11	E	Não justificou	E	Não justificou
A12	C	Rotação	C	Não justificou
A13	C	Rotação faz relação a perímetro	C	Contagem de unidade
A14	E	Contagem de unidade	C	Não justificou
A15	E	Não justificou	E	Não justificou
A16	Em branco	Não justificou	C	Rotação
A17	E	Contagem de unidade	E	Contagem de unidade
A18	Em branco	Não justificou	Em branco	Não justificou

A19	Em branco	Não justificou	Em branco	Não justificou
A20	C	Rotação	E	Não justificou
A21	E	Rotação	E	Contagem de unidade
A22	E	Rotação	C	rotação
A23	Em branco	Não justificou	Em branco	Não justificou
A24	Em branco	Não justificou	E	Contagem de unidade
A25	C	Rotação	E	Não justificou
A26	C	Rotação	C	Não justificou
A27	C	Não justificou	Em branco	Não justificou
A28	C	Rotação	E	Não justificou
A29	Em branco	Não justificou	Em branco	Não justificou
A30	Em branco	Não justificou	C	Não justificou

Construir uma superfície no interior ou exterior da superfície inicial					
Questão 8			Questão 10		
Alunos	A	B	C	A	B
A1	C	C	E	Em branco	Em branco
A2	C	E	E	Em branco	Em branco
A3	E	E	C	E	E
A4	C	C	C	E	Em branco
A5	C	C	C	E	E
A6	C	C	C	Em branco	Em branco
A7	C	C	C	Em branco	Em branco
A 8	C	C	C	Em branco	Em branco
A9	C	C	C	Em branco	Em branco
A10	E	C	C	Em branco	Em branco
A11	C	E	E	Em branco	Em branco
A12	C	E	C	Desenhou trapézio	Desenhou trapézio menor
A13	C	C	E	E	E
A14	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A15	E	E	E	E	Em branco
A16	C	C	C	Em branco	Em branco
A17	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A18	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A19	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A20	C	C	C	Em branco	Em branco
A21	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A22	E	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A23	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A24	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco	Em branco
A25	E	E	E	Em branco	Em branco

A26	Em branco				
A27	Em branco				
A28	Em branco				
A29	Em branco				
A30	Em branco				

Recortar (ou acrescentar) um pedado da superfície inicial		
Questão 9		
Alunos	C/E	Justifique
A1	C	Não faz relação a área
A2	C	Que tem a mesma área
A3	C	Não faz relação a área
A4	C	Não justificou
A5	Em branco	Não justificou
A6	Em branco	Não justificou
A7	C	Figuras iguais
A8	Em branco	Não justificou
A9	Em branco	Não justificou
A10	C	Não faz relação a área
A11	Em branco	Não justificou
A12	C	Não justificou
A13	C	Não justificou
A14	Em branco	Não justificou
A15	E	Não justificou
A16	C	Não justificou
A17	Em branco	Não justificou
A18	Em branco	Não justificou
A19	Em branco	Não justificou
A20	Em branco	Não justificou
A21	Em branco	Não justificou
A22	Em branco	Não justificou
A23	Em branco	Não justificou
A24	Em branco	Não justificou
A25	Em branco	Não justificou
A26	Em branco	Não justificou
A27	Em branco	Não justificou
A28	Em branco	Não justificou
A29	Em branco	Não justificou

A30	Em branco	Não justificou
------------	-----------	----------------

Superfície de área maior ou menor que uma superfície dada utilizando o procedimento numérico		
Questão 5		
	Maior	Menor
A1	E	Em branco
A2	E	E
A3	E	E
A4	E	C
A5	E	E
A6	E	E
A7	E	Em branco
A8	C	E
A9	C	Em branco
A10	E	C
A11	Em branco	Em branco
A12	E	C
A13	C	C
A14	E	C
A15	E	C
A16	Em branco	Em branco
A17	Em branco	Em branco
A18	Em branco	Em branco
A19	Em branco	Em branco
A20	E	E
A21	E	E
A22	E	C
A23	Em branco	Em branco
A24	Em branco	Em branco

A25	Em branco	Em branco
A26	E	Em branco
A27	Em branco	Em branco
A28	Em branco	Em branco
A29	Em branco	Em branco
A30	Em branco	Em branco

Combinação de procedimentos para produção de superfície de área dada		
Questão 6		
	Inteiro	racional
A1	C	C
A2	C	C
A3	C	E
A4	E	C
A5	C	C
A6	C	C
A7	C	Em branco
A8	C	C
A9	C	Em branco
A10	E	E
A11	Em branco	C
A12	C	E
A13	C	E
A14	E	C
A15	C	Em branco
A16	C	C
A17	Em branco	Em branco
A18	Em branco	Em branco
A19	Em branco	Em branco
A20	C	C
A21	C	C

A22	C	C
A23	C	Em branco
A24	Em branco	Em branco
A25	E	C
A26	Em branco	Em branco
A27	Em branco	Em branco
A28	Em branco	Em branco
A29	C	C
A30	Em branco	Em branco