UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TÉCNICAS EMPREGADAS POR ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

MARIA JANIQUELE TELES DA SILVA

Caruaru
2019

MARIA JANIQUELE TELES DA SILVA

TÉCNICAS EMPREGADAS POR ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.
.
Área de concentração: Educação Matemática

Orientador (a): Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior

Caruaru
2019

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586t Silva, Maria Janiquele Teles da.
Técnicas empregadas por alunos do 1º ano do ensino médio na resolução de atividades sobre expressões algébricas. / Maria Janiquele Teles da Silva. – 2019.
52f. : 30 cm.

Orientador: Valdir Bezerra dos Santos Júnior.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.
Inclui Referências.

1. Álgebra – Estudo e ensino. 2. Álgebra – Problemas, exercícios etc. 3. Álgebra - História. I. Santos Júnior, Valdir Bezerra dos (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2019-147)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática - Licenciatura

TÉCNICAS EMPREGADAS POR ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

MARIA JANIQUELE TELES DA SILVA

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e Aprovada em 29 de maio de 2019

BANCA EXAMINADORA

____
Profº. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior
(Orientador(a))
Universidade Federal de Pernambuco

____
Profº. Dra. Jaqueline A.F.L. Santos
(Examinador(a) Interno(a))
Universidade Federal de Pernambuco

____
Profª. Drª. Cristiane de Arimatea Rocha
(Examinador(a) Interno(a))
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus por me proporcionar a vida e consequentemente a oportunidade de realizar esse sonho. Também quero a agradecer as pessoas que torceram e compartilharam do mesmo sonho que eu, acreditando e me apoiando.

Neste parágrafo, em especial, agradeço a minha base, a minha família, a meus pais Eurenice Teles e Lenilson Antônio que sempre me incentivaram a ir em busca dos meus sonhos, a minha tia Risolene e as minhas irmãs, Jaciele, Janaina e Janiele, por me proporcionar momentos de descontração e por acreditarem em mim.

Agradeço duas pessoas que entraram na minha vida e foram de extrema importância nesta minha conquista, meu amigo Nathan Matias, que me avisou sobre a aprovação na UFPE e ao meu namorado Álisson Nunes que sempre esteve junto a mim nos momentos difíceis.

Agradeço a todos os laços de amizades que a UFPE me proporcionou, tanto os que criei nas idas e vindas para universidade, quanto as que se formaram na própria instituição, em especial a Renan Silva, Ayrlen Lee, Camila Cabral, Geisa Araújo e Eliverton Vinicius.

E por último, não menos especial, ao meu orientador Valdir Bezerra que não é apenas um ótimo orientador, ele é um docente incrível que tive a honra de conhecer, que só somou na minha formação, que com certeza levarei como referência durante minha carreira profissional. Obrigado por toda paciência e confiança, por me ajudar a realizar este sonho, enfim, obrigada por tudo!

RESUMO

O objetivo deste trabalho de pesquisa foi analisar as técnicas empregadas na resolução de expressões algébricas de um grupo de estudantes do 1º ano do Ensino Médio da cidade de Bonito-PE. Para alcançar este objetivo nos fundamentamos teoricamente nosso trabalho nas seguintes partes: primeiro no contexto histórico de desenvolvimento da álgebra, segundo a perspectiva de Robinet (1989), depois abordamos as concepções de ensino de álgebra buscando os principais autores que refletiam sobre o assunto e por último nos baseando na Teoria Antropológico do Didático (TAD), de Yves Chevallard. Como instrumento de coleta de dados utilizamos um questionário. A partir da análise dos dados observamos de modo geral que as técnicas utilizadas pelos estudantes privilegiam o domínio da aritmética e ainda há existência de dificuldade na transição entre os ostensivos algébricos e língua natural.

Palavras chaves: Expressões Algébricas. Ostensivos. Praxeologia.

ABSTRACT

The objective of this research was to analyze the techniques used in solving algebraic expressions of a group of students of the 1st year of high school in the city of Bonito-PE. In order to achieve this goal we are theoretically based on our work in this parts. First, in the historical context of development of algebra, according to the perspective of Robinet (1989), we then approach the conceptions of algebra teaching looking for the main authors that reflected on the subject and finally basing us on the anthropological theory of the didactic of Yves Chevallard as north for our analysis. As an instrument of data collection we used the questionnaire. From the analysis of the data we could observe in a more general way that the techniques used by the students privilege the field of arithmetic and still difficulty in the transition between the algebraic ostensives and natural language.

Keywords: Algebraic Expressions. Ostensives. Praxeology.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Desde antiguidade a álgebra está presente na vida humana e hoje é um dos conteúdos matemáticos e ocupa espaço no currículo da escola, pois está inserido principalmente nos anos finais Ensino Fundamental e no Ensino médio. Segundo Tedesco e Giareta (2009) a matemática está no topo do ranking das disciplinas que os estudantes apresentam mais problemas de compressão e desenvolvimento. Sobre o conteúdo algébrico, House (1995, p.1) afirma que “a Álgebra é uma fonte de confusão e atitudes negativas consideráveis entre os alunos”.

Ainda na pesquisa de House (1995, p.1) verificamos na análise da concepção de estudantes do 7º ano sobre a Álgebra que um dos estudantes escreveu “A álgebra é muito difícil e, apesar de muito instrutiva, noventa por cento das vezes também é muito frustrante. Significa horas de aulas que nem chegamos de perto a entender” e o outro colega afirmou “Não sei grande coisa sobre álgebra, mas quem se importa?”.

As falas dos estudantes citado por House (1995), indicam que não compreendem e parecem não saber a finalidade de estudarem álgebra, o que é preocupante, pois o sentido de abordar um conteúdo na escola é que os estudantes aprendam e isso possa contribuir com a formação de cidadão e consequentemente com o seu bem estar.

Outra ideia sobre a álgebra muito frequente entre os estudantes do Ensino Fundamental e Médio, segundo Tedesco e Giareta (2009, p.3) é que a “álgebra é calcular com letras e números, letras estas, chamadas de *variáveis*. As variáveis representam números, principal característica dessa área da matemática”. É preciso que os estudantes entendam as formalidades exigidas pelo ensino da Álgebra, desconstruindo a ideia que é apenas um conteúdo da matemática que envolve letras e números.

Na construção da concepção dos estudantes sobre a Álgebra e de qualquer outro assunto matemático, o professor tem um papel de destaque, pois é responsável pela forma que o conteúdo vai ser abordado em sala de aula e os recursos ou materiais que serão utilizados para sua aula. Isso pode potencializar, ou não, o interesse dos estudantes no estudo de álgebra.

Outro destaque que em relação ao ensino de álgebra perpassa pela história do seu desenvolvimento. Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 79),

> [...] desenvolvimento da Álgebra baseia-se na contribuição das diversas culturas á constituição desse campo de conhecimento. Nesse sentido é possível falar de uma “álgebra egípcia”, de uma “álgebra babilônica”, de uma “álgebra grega pré-diafantina”, de uma “álgebra diofantina”, de uma “álgebra chinesa”, de uma “álgebra hindu”, de uma “álgebra arábica”, de uma “álgebra da cultura europeia renascentista” etc.

Logo, notamos que a Álgebra tem características de diferentes culturas, que contribuíram no desenvolvimento de suas propriedades, símbolos e formalidades. O conhecimento algébrico não é algo específico de apenas um povo, ele se desenvolveu em diferentes regiões do mundo de acordo com as necessidades que surgiram no cotidiano e de forma gradual e lenta. A lentidão pode indicar também a necessidade de compreender que o ensino das noções associadas à álgebra também precisa de tempo para ser exploradas no processo de ensino e aprendizagem.

Durante a história da Álgebra surgiram muitos matemáticos que se destacaram, devido as contribuições feitas para seu desenvolvimento, mas o matemático francês François Viéte é considerado “o pai da Álgebra” por alguns autores e matemáticos. A autora Robinet (1989) diz que a história da Álgebra pode ser divido em dois períodos “antes Viéte” e “depois Viéte”.

Segundo Robinet (1989) o período antes Viéte durou muitos séculos, onde há registros muito antigos de babilônios e egípcios que mostram como eram feitos as resoluções de problemas relacionados à álgebra. Nesse período todo o problema era escrito como o texto, os números eram a única coisa que era escrito simbolicamente nos problemas, não existia símbolos para as operações.

A primeira tentativa de introduzir uma incógnita foi com o matemático Diophante. Segundo Robinet (1989, p.3) “Diophante utiliza seu simbolismo para abreviar a escrita, mas ele não operava sobre elas para resolver os problemas”, ou seja, mesmo com a introdução da incógnita Diophante mantinha em suas demonstrações de problema a linguagem corrente, assim como faziam os egípcios e babilônios.

Também, segundo a referida autora, os indianos auxiliaram na formalidade da álgebra, através da elaboração do sistema decimal e a utilização frequente de números negativos. Os indianos foram os primeiros a tentar sistematizar com equações do segundo grau em escrita simbólica. Logo percebemos a importância da contribuição dos indianos no desenvolvimento do simbolismo na Álgebra.

Mas, foram os árabes os responsáveis por grande parte do desenvolvimento da teoria das equações. Para Robinet (1989) o matemático árabe Al Kwarizmi (c. 780 - c. 850), no século IX, introduziu os números decimais e todos os algoritmos e estudou sistematicamente a equação do segundo grau, classificada em seis tipos:

$$ax^2 = bx;\ ax^2 = c;\ bx = c;\ ax^2 + bx = c;\ ax^2 + c = bx;\ ax^2 = bx + c$$

Nesse período Al Kwarizmi não usava números negativos nas equações. Segundo Robinet (1989), entre o final do século IX e início do século X o matemático árabe Abu Kamil (c. 850 - c. 930) deu continuidade e melhorou os trabalhos de Al Kwarizmi. Diferente de Al Kwarizmi, Abu Kamil trabalhava em seus cálculos os números irracionais e negativos, assim como os indianos. Abu Kamil fazia o uso de várias incógnitas, o que permitia que ele as utilizasse para auxiliar em problemas mais complexo.

Segundo Robinet (1989), o matemático árabe Al Kayyam no final do século XI não apenas definiu a teoria da equação do terceiro grau, como definiu o que é a Álgebra : “[...] é uma arte científica cujo objeto é o número natural e as grandezas mensuráveis, enquanto que as incógnitas se referem a uma coisa conhecida que podemos determiná-las [...]”(ROBINET, 1989, p.7). Para Al Kayyam uma equação precisava de uma demonstração algébrica e uma construção geométrica.

Com o exposto, percebemos as importantes contribuições dos árabes no desenvolvimento da Álgebra, chegando a ser surpreendente, pois mesmo sem usar muita a escrita simbólica, “eles transpuseram todos os cálculos aritméticos aos cálculos sobre a incógnita e fizeram o primeiro estudo geral sobre um tipo de equação” (ROBINET, 1989, p.8).

O período depois Viéte, teve muitas contribuições dos matemáticos mais antigos como gregos, árabes e outros já apresentamos e alguns matemáticos europeus do século XV. Segundo Robinet (1989), o matemático Viéte deu continuidade nesse trabalho aperfeiçoando em dois caminhos, o “simbolismo” e a “teoria das equações”.

No simbolismo houve a introdução de novas abreviaturas para o campo algébrico, onde matemáticos tentavam expandir o uso da notação, já que antes no período de Diofante era usada para representar um valor desconhecido. No período depois Viéte as notações algébricas passaram a ser usadas para notações de sistemas. Na teoria de equações foi observado que “é inseparável do cálculo algébrico abstrato, já que toda essa formalização era para facilitar o processamento de equações (ROBINET, 1986, p.8)". Nesse período, depois Viéte, houve muitas descobertas voltada a equações e, devido aos estudos e descobertas feitos por Viéte e outros matemáticos, houve um desenvolvimento no campo algébrico, e a introdução de novos símbolos auxiliou nas novas descobertas sobre equações.

Diante do exposto, tanto as concepções dos estudantes, quanto o desenvolvimento da álgebra, historicamente passa por diversas fases e isto indica que não foi um desenvolvimento "mágico", pelo contrário, algumas das dificuldades do desenvolvimento podem ser encontradas também no ensino de álgebra.

Propomo-nos a ampliar as pesquisas sobre os processos de aprendizagem de álgebra a partir do seguinte questionamento de pesquisa: Como estudantes do 1º ano do Ensino Médio manipulam as noções associadas à álgebra? Como não daríamos conta de pesquisar todas as noções associadas à álgebra, escolhemos reformular o questionamento de forma mais específica: Como estudantes do 1º ano do Ensino Médio manipulam as expressões algébricas quando apresentadas em diferentes representações?

Para responder este questionamento temos como objetivo analisar as técnicas empregadas na resolução de expressões algébricas de um grupo de estudantes do 1º ano do ensino médio da cidade de Bonito-PE.

Para contemplar este objetivo o trabalho foi organizado em 4 capítulos. O primeiro capítulo é destinado aos objetivos do trabalho. O segundo capítulo é destinado ao aporte teórico, onde dividimos em 3 tópicos que acreditamos fundamentar esse trabalho; são eles respectivamente: O contexto histórico da álgebra; As Concepções Algébricas; e a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

No primeiro tópico abordamos o contexto histórico da Álgebra, que contém as fases da álgebra segundo alguns autores durante sua trajetória de adaptação até a Álgebra que conhecemos atualmente, e as contribuições de alguns matemáticos de diferentes culturas para o desenvolvimento algébrico.

No segundo tópico abordamos algumas concepções da Álgebra baseados nos estudos de Usiskin (1995) para compreendemos os diferentes significados do termo variável e nos estudos feitos por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) para entendemos algumas concepções da linguagem algébricas.

No terceiro tópico foi aborda a Teoria Antropológica do Didático (TAD) desenvolvida pelo francês Yves Chervallad. Onde tomamos como referência a organização matemática, ou a praxeologia para a análise da nossa pesquisa.

No terceiro capítulo destinado a metodologia apresentamos o tipo de pesquisa e a natureza da mesma além de detalhar os participantes da pesquisa e o instrumento de coleta de dados. Após a metodologia temos o quarto capítulo da análise dos dados e por fim as considerações finais do trabalho.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Analisar as técnicas empregadas na resolução de expressões algébricas de um grupo de estudantes do 1º ano do Ensino Médio da cidade de Bonito/PE.

2.2 ESPECÍFICOS

Identificar os ostensivos utilizados na resolução de expressões algébricas;

Compreender as transições entre os ostensivos no trabalho com expressões algébricas.

3 HISTÓRIA DA ÁLGEBRA, CONCEPÇÕES E A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Como afirmado anteriormente, este capítulo é destinado a apresentar os aportes teóricos utilizados na pesquisa e as formas que estes se inserem na pesquisa. O primeiro tópico é destinado a compreender o desenvolvimento da álgebra historicamente, o segundo tópico destinado a apresentar na visão de alguns autores as concepções algébricas do seu ensino e por fim uma breve apresentação das noções associadas a Teoria Antropológica do Didático que ajudam na análise dos dados coletados na pesquisa.

3.1 SOBRE A HISTÓRIA DA ÁLGEBRA

A matemática está presente no mundo desde a antiguidade e durante a sua longa trajetória passou por transformações e adaptações até chegar na matemática que conhecemos atualmente. Segundo Boyer (1974 *apud* Oliveira, 2015) a palavra Álgebra surgiu no século IX, após o título do livro "*Al-jab wa'l muqabalah*" do matemático árabe Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) em seu trabalho falam sobre o desenvolvimento histórico da Álgebra a partir de algumas leituras que ajudam a entender algumas das manifestações e transformações que a Álgebra sofreu durante sua trajetória.

Na primeira leitura, feita por Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) podemos perceber que dividem a história da álgebra em duas concepções, a "Álgebra Clássica/Elementar", na qual compreendem a Álgebra como uma forma generalizada da Aritmética e a "Álgebra Moderna/abstrata", em que compreendem a Álgebra como um sistema de símbolos e operações.

Na segunda leitura, os referidos autores apresentam um pouco das contribuições das culturas para o desenvolvimento da Álgebra e deixam claro que os trabalhos que abordam essa leitura, não identificam o momento exato que a álgebra surgiu, pois "sua preocupação fundamental é evidenciar alguns elementos característicos do pensamento algébrico de cada cultura, os quais são vistos sendo produzidos de forma autônoma ou através da interação entre culturas (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.79)".

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), em sua terceira leitura, abordam a fase da epistemologia da linguagem da algébrica e a divide em três fases: a fase *retórica ou verbal, sincopada e simbólica*. Em cada uma das fases percebesse a evolução da linguagem algébrica.

A fase retórica ou verbal foi a primeira forma que expressaram os problemas algébricos, nessa fase todos os problemas eram escritos na linguagem correntes, pois na época não existia abreviações para representar as expressões algébricas, os números eram os únicos escritos através de símbolos.

Na fase sincopada foi onde o pensamento algébrico começou a se expressar através do símbolo, para representar uma incógnita. Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) o primeiro símbolo que foi inserido para representar uma incógnita foi a letra sigma do alfabeto grego e o matemático responsável por essa proeza foi Diofanto de Alexandre.

"A fase *simbólica* corresponderia ao momento em que as ideias algébricas passam a ser expressas somente através de símbolos, sem recorrer ao uso de palavras (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.80)". Nessa fase podemos perceber o avanço da Álgebra e isso, graças às contribuições do matemático François Viéte. Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), François Viéte foi responsável por introduzir na Álgebra novas representações como símbolos e sinais de operações.

Na quarta leitura Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) salienta o significado dos símbolos introduzido na linguagem algébrica e, Segundo Klein[1] (1934) *apud* Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.80),

> Existe uma distinção fundamental entre as concepções de símbolos antes e após Viéte. Até Viéte, o símbolo é utilizado apenas para representar quantidades desconhecidas em uma equação, isto é, para representar genericamente uma quantidade determinada, ainda que provisoriamente por Vieté foi não representar simbolicamente, de maneira distinta, quantidade conhecidas (coeficientes de equações) e desconhecidas (incógnitas das equações), mas, sobretudo, atribuir papeis diferenciados aos símbolos representativos dessas quantidades.

[1] O trabalho de Jacob Klein que os autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) cita em seu trabalho, foi do livro publicado no ano de 1934 onde o autor Jacob Klein fez uma análise comparativa das obras de Diofanto e Viète.

O exposto nos indica que o grande avanço da Álgebra no período após Viéte, onde houve a ampliação tanto no campo das representações das equações com a introdução de novos símbolos quanto na concepção da Álgebra. Indica ainda que contribuiu na identificação de quantidades em uma expressão de equação, já que atribuíram funções distintas para suas representações.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), na quinta e última leitura, abordam os métodos de resolução de equações a partir de três períodos da história do desenvolvimento algébrico baseado nas obras de Piaget e Garcia (1987), que são: *o intra-operacional, o interoperacional e o transoperacional.*

O período intra-operacional foi o mais longo, nesse período a solução dos problemas algébricos de diferentes graus eram realizados muitas vezes por tentativas de caráter empírico. No segundo período, o interoperacional, foi onde houve a iniciativa de procurar fórmulas para se resolver equações de diferentes graus, através de métodos que transformava uma equação não resolvível em outra equivalente, resolvível.

No período transoperacional três matemáticos se destacam pelas contribuições de seus trabalhos com cálculos infinitesimais, são eles: Euler, Lagrange e Gauss. Os trabalhos realizados por eles possibilitaram novos caminhos para álgebra, "esses estudos conduziram à percepção de que as propriedades das funções polinomiais e, consequentemente, as das equações algébricas, não dependiam fato de coeficientes e variáveis (FIORENTINI; MIORIM; MIGUEL, 1993, p.81)".

Os estudos de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) são importantes, pois apresentam a organização da história da álgebra é indica que da forma como é ensinada na escola pode nos remeter justamente, a forma como ela se desenvolveu, ou seja, remetendo a linguagem natural, depois ao trabalho com símbolos e depois a operação com estes símbolos. Em nosso trabalho, acreditamos ser possível observar quais os ostensivos utilizados pelos alunos para operar especificamente quando tratamos de expressões algébricas.

3.2 AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA

Na Educação Básica a Álgebra é o primeiro contato dos estudantes com um conteúdo abstrato que trabalha com incógnitas, variáveis e parâmetro, é importante que durante sua vida acadêmica o estudante construa um pensamento algébrico solido e com significado. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), álgebra é um dos conteúdos Matemático que mais permite fazer conexões com outras matérias escolares e situações do cotidiano.

Tinoco (2008) em seu trabalho fez uma análise em alguns artigos dos pesquisadores Souza e Diniz (1994), Fiorentini, Miorim, e Miguel (1993) e Coxford e Shult (1994), onde a mesma evidência algumas funções da Educação Algébrica no currículo escolar do Ensino Fundamental, como: “generalizadora da Aritmética, estudo de processos para resolução de problemas, expressão da variação de grandezas e estudos de estruturas matemáticas (TINOCO, 2008, p.1)”. Segundo a autora desejamos que os estudantes contemplem essas funções, pois contribuirá no desenvolvimento do no ensino algébrico, “mas os impedimos com postura tecnicista adotadas (TINOCO, 2008, p.1)”

Para House (1995, p.2) “os alunos continuam sendo treinados para armazenar informações e para desenvolver a competência no desempenho de manipulações algorítmicas”. a partir de nossas experiências verificamos que isso continua sendo uma constante em sala de aula.

Infelizmente, ainda na educação básica, estão sendo formados estudantes que provavelmente não ver o significado da álgebra para sua formação escolar/acadêmica, e nem para o cotidiano, sendo que na educação básica a “necessidade maior dos alunos é uma compreensão sólida dos conceitos algébricos e a capacidade de usar o conhecimento em situações novas e às vezes inesperadas (HOUSE, 1995, p.2)”.

Usiskin (1995) fala da álgebra no ensino médio nas escolas, onde professores buscam que os estudantes compreendam o significado das letras como uma variável e como se opera com elas, mas sabemos que nem sempre uma letra representa uma variável.

É importante salientar que não há um consenso entre os estudiosos sobre a concepção da Álgebra. Os conceitos de variáveis em uma expressão podem ter diferentes característica. Usiskin (1995) traz em seu trabalho cinco equações com característica distintas.

Quadro 1 – Diferentes papéis das variáveis

1	$A = b\,.\,h$	Fórmula
2	$40 = 50x$	Equação
3	$sen\,x = \cos x\,.\,tg\,x$	Identidade
4	$1 = n\,.\,(\frac{1}{n})$	Propriedade
5	$y = kx$	Função

Fonte: Usiskin (1995, p.10), adaptado pela autora (2018).

Para cada uma das expressões o símbolo que representa a variável tem papéis diferentes, no primeiro caso, o da fórmula, representa a área de um retângulo, contendo base e altura. No caso da equação o x representa uma incógnita, ou seja, um valor desconhecido. Na identidade, a igualdade permanece verdadeiras para quaisquer valores da variável. No caso da propriedade o n representa apenas uma generalização da aritmética, mas já no caso da função, a palavra “variável” se aplica mais ao seu símbolo, pois o valor de y está em função de x, vezes uma constante k, ou seja, o valor de y varia de acordo com valor de x.

Há diversas concepções para o termo variáveis e “muitos alunos acham que todas as variáveis são letras que representam números” (USISKIN, 1995, p.11) o que sabemos que não é verdade. Um exemplo básico é na geometria, pois os pontos são representados por letras.

Essa concepção dos estudantes é construída a partir das metodologias utilizadas por alguns professores que acabam limitando o uso de representação simbólica em expressão, por exemplo, a equação “2 $\square$+ 4= 10”. Neste exemplo não utilizamos uma letra (na maioria das vezes usam o “x”) para representar uma incógnita e sim uma interrogação, embora seja algo aparentemente simples ou até mesmo “bobo”, pode ajudar os estudantes a desconstruir a ideia que uma variável vai ser sempre representado por uma letra.

> As variáveis comportam muitas definições, conotações e símbolos. Tentar enquadrar a ideia de variável numa única concepção implica uma Super simplificação que, por sua vez, distorce os objetivos da álgebra (USISKIN, 1995, p.12)

Tentar limitar o campo da álgebra implica em limitar o conhecimento do estudante, lhe privando de um dos conteúdos da matemática que mais permite o estudante explorar, descobrir e expandir seus pensamentos abstratos.

Existem diferentes tipos de concepções que os estudantes podem construir referente ao ensino de Álgebra e quatro delas são caracterizadas por Usiskin (1995). São elas:

Quadro 2 – Diferentes Concepções da Álgebra

Concepções da álgebra	**Uso das Variáveis**
A álgebra como aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
A álgebra como estudos de relações entre grandezas	Argumentos, parâmetros (relacionar, simplificar)
A álgebra como estudo das estruturas	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Usiskin (1995, p. 20)

Na primeira concepção "*A álgebra como aritmética generalizada*" (USISKIN, 1995, p.13), acreditamos que essa seja a concepção mais conhecida dentre as outras, pois ela acontece quando usamos símbolos para generalizar expressões numéricas, por exemplo:

$$-3\,.-5 = 15 \text{ (forma numérica)}$$

$$-x\,.-y = xy \text{ (forma generalizada)}$$

Usiskin (1995, p.13) diz que as palavras chaves dessa concepção é "traduzir e generalizar", características da própria concepção já que transformamos uma expressão numérica em uma expressão algébrica e as generalizamos para outros casos.

Na segunda concepção "*A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*" (USISKIN, 1995, p.14), é onde começamos a notar a inserção da formalidade mais peculiar da Álgebra, pois começamos a usar incógnita para resolver e representar problemas contextualizados através de uma linguagem mais algébricas para representar/achar valores desconhecidos. Como exemplo:

$$9x - 5 = 13$$

Como podemos perceber nesse exemplo, o “x" é uma incógnita e podemos determinar seu valor ao resolver a equação, no exemplo dado podemos resolvê-lo por operações inversas. As palavras chaves dessa concepção, segundo Usiskin (1995, p.15) é “simplificar e resolver”, pois simplificando os procedimentos do problema podemos chegar de forma mais fácil sua resposta, como Usiskin (1995) diz em seu trabalho simplificar e resolver são nomes distintos para a mesma ideia.

Na terceira concepção “*A álgebra como estudos de relações entre grandezas*” (USISKIN, 1995, p.15) está mais relacionada as fórmulas expressões com grandezas, nessa concepção os símbolos algébricos não são mais incógnitos e sim variáveis, diferente da concepção anterior onde o valor desconhecido (incógnita) não variava, nesta concepção pode variar (variável).

Temos como exemplo: $y = \frac{x}{2}$ e questionar aos estudantes o que acontecerá com o y se o valor de x aumentar? Deixando que os estudantes percebam que o valor de y aumenta sempre que o valor de x muda para um valor maior, notando-se que o valor de y depende do valor de x . Usiskin (1995) diz que uma variável pode ser um argumento ou um parâmetro, e é com essa concepção que existem variáveis independente e variáveis dependente.

Na última concepção apresentada por Usiskin (1995, p.17), “*A álgebra como estudo das estruturas”*. Embora os estudos de estruturas algébricas estão mais presentes no ensino superior, é possível inseri-lo no ensino médio em estudos de equações, explicando aos estudantes porque algumas equações podem ser resolvidas e outras equações não.

Nesta última concepção, a variável não se parece com nenhuma das concepções anteriores, “na concepção da álgebra como estudo de estruturas, a variável é um pouco mais que um símbolo arbitrário (USISKIN, 1995, p.18)”. Em estruturas algébricas é estudada a parte da álgebra que mais trabalha com abstrações e generalizações, ou seja, essa concepção consiste em que os estudantes trabalhem mais as manipulações de uma expressão, usando propriedades mais abstratas da álgebra.

Essas concepções algébricas abordadas por Usiskin (1995) são importantes para ser abordadas durante a escolarização básica, pois permite que os estudantes vejam os diferentes papeis da Variável na Álgebra, podendo assim ampliar a concepção da simbologia algébrica. Essas concepções podem ajudar os professores a reconhecer melhor em qual concepção da Álgebra o estudante está tendo mais dificuldade, e assim ajudá-lo a superar o obstáculo na construção do pensamento algébrico.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) também apresentam algumas concepções sobre a linguagem da Álgebra. A primeira concepção abordada pelos autores é chamada de "processológica" onde compreende a Álgebra como um conjunto de procedimentos, onde através desses procedimentos podemos resolver certos tipos de problema algébricos. Nessa concepção não é necessária uma linguagem exclusivamente linguística, é necessário apenas uma forma de linguagem que consiga expressá-la.

Na segunda concepção "linguístico-estilística" da ênfase a uma linguagem mais específica da Álgebra, dando mais foco na representação do pensamento algébrico, ou seja, como transcrevemos o pensamento algébrico para uma expressão algébrica. Para esta concepção não é suficiente ter existência de pensamento algébrico é preciso também saber expressá-lo.

Na terceira concepção "linguístico-sintático-semântica" é um pouco parecida com a segunda concepção, pois ambas concepções compreende a Álgebra um conteúdo matemático que tem uma linguagem mais específica, a diferença entre as duas concepções é que nesta concepção a linguagem adquirem uma representação apenas através de símbolos.

Na quarta e última concepção abordada pelos autores chamada de "lingüistica-postulacional", assim como a concepção anterior a linguagem dessa concepção é através de símbolos, mas na linguística-postulacional o grau de abstração e generalização é maior que as outras concepções aqui abordadas, essa concepção amplia o campo algébrica na matemática, pois deixa de trabalhar apenas com quantidades concreta e passa a trabalhar com estruturas matemática no campo mais abstrato.

Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) falam de três concepções da Educação Algébrica no ensino de matemática elementar no Brasil, durante o desenvolvimento da história da Álgebra.

A primeira concepção da Educação Algébrica chama-se *linguístico-pragmático*, essa concepção foi a que predominou durante todo o século XIX e a primeira metade do século XX. Esta concepção está relacionada, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p.83) ao "papel pedagógico da Álgebra como instrumento de resolução de problema", mesmo que seja através problemas que não tem natureza algébrica (artificiais) e de técnicas de resoluções mecânica dos estudantes, ou seja, pelo "transformismo algébrico".

Na segunda concepção *fundamentalista-estrutural* também de caráter linguístico, que tem como papel pedagógico fornecer fundamentos lógicos para outros campos matemático na escola, onde introduz as propriedades estruturais das operações aos conteúdos algébricos abordado, para melhorar a compreensão dos estudantes sobre o transformismo algébrico dos problemas, logo "capacitaria o estudante a identificar e aplicar essas estruturas no diferentes contextos em que estivessem subjacentes (FIORENTINI, MIORIM; MIGUEL, 1993, p.84)".

Na terceira e última concepção da Educação Algébrica abordada pelos autores, denominada de *fundamentalista-analógica*, essa concepção é a síntese das duas concepções anteriores. Essa nova concepção da mais ênfase ao recurso visual algébrico, ou a "álgebra geométrica", por torna visível para os estudantes algumas identidades algébricas, tornando-se didaticamente superior a qualquer outra forma de abordagem puramente logica-simbólica.

Importante destacar ao final desta parte é que a falta de unidade em relações concepções aqui expostas não prejudicam as pesquisas sobre o ensino de álgebra, mas ampliam os horizontes para pesquisarmos como os estudantes manipulam as noções associadas a álgebra.

3.3 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

A teoria Antropológica do Didático (TAD) é uma teoria apresentada pelo didata francês Yves Chevallard e, segundo Chevallard (1998, p.1), "situa a atividade matemática, e então a atividade de estudos em matemática, no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais". Poderíamos dizer em outras palavras, que não poderíamos analisar, isoladamente, um campo do conhecimento, seja ele matemático ou não, sem que tenhamos uma visão de como esse campo do conhecimento está inserido nas atividades humana/instituições sociais.

Sobre a palavra "*didático"* da teoria, Chevallard (2011) afirma, segundo Santos Júnior (2017, p.95), que "há didático em uma situação social, quando qualquer instância, seja ela pessoa ou instituição, deseja fazer ou faz qualquer coisa para que outra instância aprenda qualquer coisa". Poderíamos dizer que didático é toda "coisa", que se propõe a ensinar algo para que o outro aprenda. Chevallard (2011 *apud* Santos Júnior, 2017) diz que didático e didática são coisas distintas, em seu trabalho Chevallard usar a palavra didático para se referir a uma ciência.

Essa teoria foi desenvolvida através da Transposição Didática (TD), onde Yves Chevallard notou que os saberes ensinados na escola sofrem transposições interna e externas, fazendo com que os saberes ensinados se construam e se reconstrua através dessas transposições até chegar às escolas.

A transposição externa é a influência/transformação que os saberes ensinados sofrem, por exemplo, do Governo ao propor uma nova Base Curricular Comum (BCC), dos especialistas, ao propor algo para a educação, ou seja, todos aqueles que tem o poder de influenciar a educação, mesmo não estando dentro da escola. A transposição interna é toda influência/transformação que os saberes sofrem e quem são responsáveis por essa transposição são o gestor, o professor, ou seja, essa transposição acontece dentro da escola.

Segundo Santos e Menezes (2015) poderíamos entender a Teoria Antropológica do Didático (TAD) como forma de explicar a Transposição Didática (TD) no ecossistema do ambiente de ensino. A transposição Didática (TD) dos saberes se estabelecem nas instituições na forma de 4 pilares que são: o saber-fazer; saber-aprender, saber-entender e o saber-aprendido. Mas esses saberes sofrem diferentes transposições, pois dependem da ecologia, por exemplo, a Álgebra da Educação Básica é ensina de forma diferente do Ensino Superior.

Nesse trabalho vamos abordar a ecologia do saber-aprendido onde partimos da teoria que os estudantes já tenham uma concepção da Álgebra, ou seja, como os estudantes utilizam o que eles já aprenderam durante o Ensino Fundamental sobre Álgebra.

Para Chevallard (1998 *apud* Santos; Menezes,2015) são necessários 3 conceitos primitivos que caracterizam sua teoria, são eles: Objeto "*O*", pessoa "*P*" e instituição "*I*". Chevallard (2003) apud Santos Júnior (2017) define o primeiro conceito da teoria o Objeto "*O*" como "toda entidade material ou imaterial, que existe para ao menos um indivíduo”, ou seja, um objeto pode ser uma pessoa, um animal, um computador, um sonho, etc.

Chevallard (2003) também define a relação pessoal de um indivíduo “*y*” com um objeto “*O*”, através de uma notação R(*y,O*), onde segundo o autor o objeto “*O*” só existe se sua relação com individuo “*y*” não for vazia, podemos denotar essa situação como R(*y,O*) ≠ Ø.

Podemos usar como exemplo o objeto religião só vai existir se uma pessoa “*P*” tiver algo tipo de relação com o objeto religião, logo se a pessoa “*P*” não acredita nem conhece nenhum tipo de relação com o objeto religião, consequentemente, esse objeto não iria existir para a pessoa “*P*”.

O segundo conceito primitivo da teoria é a pessoa “*P*”, onde Chevallard (2003) deixa claro que *pessoa* é diferente de individuo, pois, a *pessoa* é formada por diversas relações com o objeto que a influência, fazendo com que evolua, criando relações com novos objetos ou desfazendo-se de alguns deles, ou seja, a *pessoa* é variante. Mas já o *indivíduo* é invariante, ou seja, não possui nenhum tipo de relação com objeto. Neste conceito da TAD, são desenvolvidas relações pessoais com entre o objeto e indivíduo que forma a pessoa.

Agora iremos explicar o terceiro conceito a instituição “*I*”, “uma instituição I é um dispositivo social <total> que pode certamente não ter uma extensão muito reduzida no espaço social (há microssituações), mas que permite e impõe os seus temas (CHEVALLARD *apud* SANTOS JÚNIOR, 2017, p.99). As instituições estão presentes desde que nascemos, sendo que uma das primeiras instituições que nos submetemos é a instituição familiar e ao longo do tempo vamos conhecendo e nos relacionando com outras instituições como a linguagem, cultura, religião, tecnologia, escola, etc. Neste conceito da teoria que se desenvolve a relações institucionais.

Neste trabalho de pesquisa, a relação que nos interessamos foi apenas a relação pessoal que os participantes têm com o conhecimento algébrico, ou seja, a relação pessoal que o indivíduo (estudante) tem com o objeto (Expressões algébricas). E, para analisamos essa relação pessoal dos estudantes com a Álgebra, vamos utilizar a noção de praxeologia matemática ou organização matemática (OM) da Teoria Antropológica do Didático. Neste trabalho não vamos dar ênfase a outra praxeológia explicitada por Yves Chevallard que é a “praxeológia didática” ou a “organização didática (OD)” e nem os elementos teóricos da TAD.”.

Podemos dizer que organização praxeologica, ou, praxeologia explicar a organização que existe em determinada tarefa (T). Em algumas tarefas (T) podem existir subtipo de tarefas (τ), e essa relação pode ser escrita como τ ∈ T. Segundo Santos e Menezes (2015, p.658)

> Podemos entender como tipo de tarefa (T), de acordo com a TAD, todo e qualquer objeto que não encontramos sua existência diretamente na natureza, ou seja, será necessário realizar procedimentos próprios, em nosso caso matemáticos, para encontrá-lo.

Mas para realizar um tipo de tarefa os estudantes devem utilizar algum tipo de procedimento, onde a forma de como foi realizado essa tarefa (T) nos leva a outro elemento da praxeologia à técnica (t). Segundo Chevallard (1998) *apud* Santos e Menezes (2015, p.659)

> uma técnica (t) pode não ser suficiente para dar conta de todos os subtipos (**T**) de uma tarefa T (sendo **T** ∈ T). Assim, na praxeologia, podemos ter técnicas superiores a outras. A questão da superioridade está na quantidade de subtipos (**T**) de tarefas de T que uma técnica consegue realizar em relação a outra, ou seja, as técnicas superiores realizam uma quantidade maior de subtipos (**T**) de tarefa de T.

Santos e Menezes (2015, p.559) traz em seu trabalho um exemplo de tarefa (T), onde o estudante pode resolver usando diferentes técnicas (t) para se realizar a tarefa (T), onde a tarefa (T) seria: “Determinar as raízes de uma equação do segundo grau”. Nesse tipo de tarefa (T) os estudantes poderiam usar, fatoração, produto nulo, completar quadrado, e até mesmo a forma mais geral que resolver qualquer equação do segundo grau que é a fórmula de Bhaskara. Essas técnicas (t) também iriam depender de como a equação era apresentada na tarefa (T), se ela seria completa, incompleta, com raiz inteira ou não, etc.

Para dar suporte a noção de técnica (t) que é usada para realizar a tarefa (T), introduzimos uma nova noção a tecnologia (θ). Chevallard (1998) apud Santos e Menezes (2015, p.660) defini tecnologia (θ) como sendo:

> (...) um discurso racional (logos) sobre a técnica – a yeknê – t, discurso tendo por objetivo primeiro de justificar ‘racionalmente’ a técnica t, e nos assegurar que ela permite o bom cumprimento das tarefas do tipo T, isto quer dizer realizar o que é pretendido.

Para explicar e justificar a tecnologia (θ) é necessário introduzir outra noção a Teoria (ʘ). A teoria (ʘ), “é a especulação abstrata da tecnologia (θ); no plano teórico encontram-se as definições, os teoremas, as noções mais abrangentes que servem para explicar, justificar e produzir a novas tecnologias (SANTOS; MENEZES, 2015, P.660)”.

Como podemos perceber a praxeologia é composta por 4 elementos: Tarefa (T), técnica (t), tecnologia (θ) e Teoria (ʘ), e a Teoria Antropológica do Didático (TAD) divide esses 4 elementos em dois blocos, o bloco do “saber-fazer” e o bloco do “saber”. O bloco do saber-fazer que é composto por 2 elementos da praxeologia que são: Tarefa (T) e técnica (t), e o segundo bloco é composto pelo os outros 2 elementos da praxeologia: “Tecnologia (θ) e a teoria (ʘ).

Além disso, podemos ainda complementar a ideia de praxeologia com as noções de ostensivos e não ostensivos. Vejamos um exemplo:

> Escrever 2 + 3 = 5 pode ser visto como uma simples manipulação de objetos ostensivos, mas não se saberia efetuar intencionalmente sem a intervenção de certos objetos não ostensivos específicos, tal como a noção de adição (ou, se existe somente cópia de um “modelo” de escrita, a noção de “reprodução” ou de “cópia”). Mais genericamente, consideramos o princípio que, ***em toda atividade humana, existe co-ativação de objetos ostensivos e de objetos não ostensivos*** (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 92).

A partir deste exemplo podemos entender os ostensivos como aquilo que pode ser manipulado e o não ostensivo como ideias estabelecidas pelas instituições.

Para deixarmos mais claro a ideia de praxeologia matemática, iremos dar um exemplo e descrever os elementos: Tarefa (T), técnica (t), tecnologia (θ) e Teoria (ʘ). Vejamos o exemplo abaixo: “Resolva a equação: $ax^2 + c = 0$

Quadro 3 – Praxeologia Matemática

Bloco “saber fazer”		**Bloco “saber”**	
Tarefa	Técnica	Tecnologia	Teoria
		Propriedade de operações inversas em R	Álgebra

T - Resolver uma equação do segundo grau	Transpor os termos, invertendo as operações.	(conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos	

Fonte: Santos e Menezes (2015, p.662) adaptação da autora (2018)

No caso do nosso instrumento de coleta de pesquisa o "questionário" este é composto por diferentes atividades algébricas para que os estudantes utilizassem suas técnicas que iremos observar (e os ostensivos utilizados), além de tentar descrever como justificam as técnicas empregadas.

4 METODOLOGIA

Retomamos que nosso objetivo é analisar as técnicas empregadas na resolução de expressões algébricas de um grupo de estudantes do 1º ano do Ensino Médio. Para tal nossa pesquisa tem uma abordagem qualitativa que segundo Garnica (1997, p.111) é:

> As pesquisas de natureza qualitativa - que acreditamos ser um saudável exercício para a Educação (e, em especial, para a Educação Matemática, área na qual realizamos nossas pesquisas) -, surgem menos como opositoras às pesquisas empíricas que como uma outra possibilidade de investigação.

A pesquisa qualitativa permite ao pesquisador fazer uma reflexão análise dos resultados e tentar compreender a perspectiva da resposta do estudante. Uma das características desse tipo de pesquisa, segundo Godoy (1995) é que o pesquisador está mais interessado em saber como acontece o procedimento das atividades propostas do que nos resultados finais das atividades.

Os dados coletados com a pesquisa qualitativa são transcritos de forma descritiva, pois esse tipo de pesquisa não tem como foco medir ou numerar concepções, mas analisar os procedimentos utilizados pelo investigado. Segundo Günther, (2006, p.260)

> Se o meio de representação de dados forma o elo com a técnica da coleta de dados, a construção de sistemas descritivos a partir da transcrição faz o elo com a interpretação dos dados. Embora a pesquisa qualitativa seja mais indutiva do que dedutiva, não há como afirmar que a construção de um sistema descritivo seja totalmente livre de perspectivas, valores e emoções de quem prepara um sistema de categorização de eventos.

Ao fazer esse tipo de pesquisar o investigador é um dos instrumentos de coleta de dados, a pesquisa qualitativa permite a interação dinâmica do pesquisador com o objeto pesquisado, fazendo que com que certas crenças e valores do pesquisador esteja presente na discrição da pesquisa, essa também é uma das diferenças entre pesquisa qualitativa e quantitativa, pois dificilmente acontece essa interação numa pesquisa quantitativa (GÜNTHER,2006).

Verificamos a partir das definições que trazemos sobre pesquisa qualitativa que nossa se insere nesta natureza, pois não estamos preocupados quantos estudantes acertam ou erram as atividades que propomos, mas sim, como realizam estas atividades e o que estas formas de responder podem nos indicar em relação as suas dificuldades.

Classificamos essa pesquisa como estudo de caso, que segundo o autor Ponte (2006, p.2):

> Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador.

Podemos dizer que essa pesquisa se identifica com tal tipo de pesquisa, pois temos como entidade definida os estudantes da cidade de Bonito-PE de uma determinada escola e nosso objetivo é compreender como os mesmos mobilizam o conhecimento, ou seja, como o saber aprendido, instituído por meio do Ensino Fundamental, é utilizado para resolver atividades que envolvem expressões algébricas.

Ponte (2006) também apresenta em seu trabalho duas características do método de pesquisa “estudo de caso” que são elas:

> Em primeiro lugar, um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica. [...] Em segundo lugar, este tipo de investigação não é experimental. Usa-se quando o investigador não pretende modificar a situação, mas compreendê-la tal como ela é.

Podemos dizer, segundo a citação acima, que no método de pesquisa estudo de caso o investigador não interfere na resolução/resposta dos participantes sobre instrumento de coleta de dados. O estudo de caso tem intensão de compreender o que o estudante já tem construído ou suas concepções sobre determinado conteúdo.

Sobre os participantes da pesquisa, informamos que foi realizada numa escola pública na cidade de Bonito/PE, com 31 estudantes do primeiro ano do Ensino Médio. Essa etapa escolar foi escolhida na perspectiva que os estudantes já tinham concepções desenvolvidas sobre a Álgebra, pois o conteúdo algébrico já foi supostamente abordado nos anos anteriores.

Justificamos a escolha da escola para desenvolvimento desta pesquisa, pois já tínhamos uma inserção na mesma a partir do conhecimento com a direção e docentes. A princípio seria em outra escola do mesmo município, mas a professora de matemática disse que não poderia ceder nenhum horário por causa da quantidade de conteúdos que tinham que ser abordado na IV unidade. Então, como já conhecíamos algumas pessoas na escola que realizamos a pesquisa, foi mais fácil conseguir espaço para sua a execução.

Como instrumento de coleta de dados utilizamos o questionário e, como qualquer outro instrumento de pesquisa, tem usa vantagens e desvantagens. Umas de suas vantagens é a possibilidade de trabalhar com um grande número de pesquisados ao mesmo tempo, garante o anonimato dos pesquisados e os dá a liberdade na hora de responderem, mas umas de suas desvantagens está na impossibilidade de auxiliar o estudante caso não compreenda a questão ou caso deixem em branco.

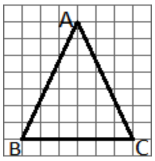
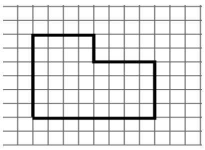
Antes de aplicar o questionário para a análise deste trabalho, achamos necessário fazer uma aplicação como teste piloto com uma pequena quantidade de estudantes, para ver se havia necessidade de adaptar ou mudar alguma pergunta. Através da pesquisa piloto verificamos que o questionário estava de acordo com nossos objetivos e o utilizamos para a pesquisa do presente trabalho.

O questionário tem os dados pessoais dos estudantes como nome e idade, mas sem ter como intenção divulgá-lo no trabalho, foi solicitado apenas para melhor organização na hora de analisá-los. O questionário é composto por 4 (quatro) perguntas, todas relacionada a expressões algébricas.

O questionário foi aplicado em um horário disponibilizado pelo o professor de Matemática da escola, o questionário foi divido em 2 (duas) parte, pois os estudantes poderiam se baseada na quarta questão para responder a primeira, então achamos mais viável entregar a primeira folha contendo apenas a primeira questão, e após terem respondido a primeira foi pedido que entregasse, para que fosse entregue a segunda parte do questionário.

A seguir vamos apresentar as questões do questionário e os objetivos de cada uma delas.

Quadro 4 – Questionário

Questão	Objetivos
1. Elabore uma atividade que representa a seguinte expressão algébrica: $2x + 5$	Espera-se que o estudante a partir do ostensivo algébrico represente o polinômio utilizando-se outro ostensivo.
2. Qual o polinômio que representa o perímetro das figuras abaixo, justifique? **A.**  $AB \cong AC$ **B.** 	Espera-se que o estudante nomeie os lados dos polígonos algebricamente respeitando as informações contidas na figura e realize a operação de adição dos polinômios.
3. Represente as sentenças com expressões algébricas. a) O quociente de um número por seu consecutivo. b) O triplo de um número somada com sua metade.	Espera-se que o estudante realize a representação das expressões algébricas passando do ostensivo língua natural para o ostensivo algébrico
4. Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Como podemos escrever o valor cobrado pela locadora? Justifique sua resposta.	Espera-se que o estudante realize a representação do polinômio passando do ostensivo língua natural para o ostensivo algébrico

Fonte: A autora (2018)

Agora que as questões e seus objetivos foram apresentados seguimos para as análises das respostas dos questionários.

5 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO

Organizamos a análise dos dados coletados a partir das atividades propostas, ou seja, apresentaremos a análise de cada atividade de forma separada. Importante destacar que em todas as atividades descrevemos praxeologicamente as mesmas com o objetivo de compreendermos o que esperávamos de cada estudante.

5.1 ATIVIDADE 1

Na atividade 1 que foi: *Elabore uma atividade que representa a seguinte expressão algébrica:* $2x + 5$, podemos escrevê-la em forma de praxeologia como no quadro a seguir:

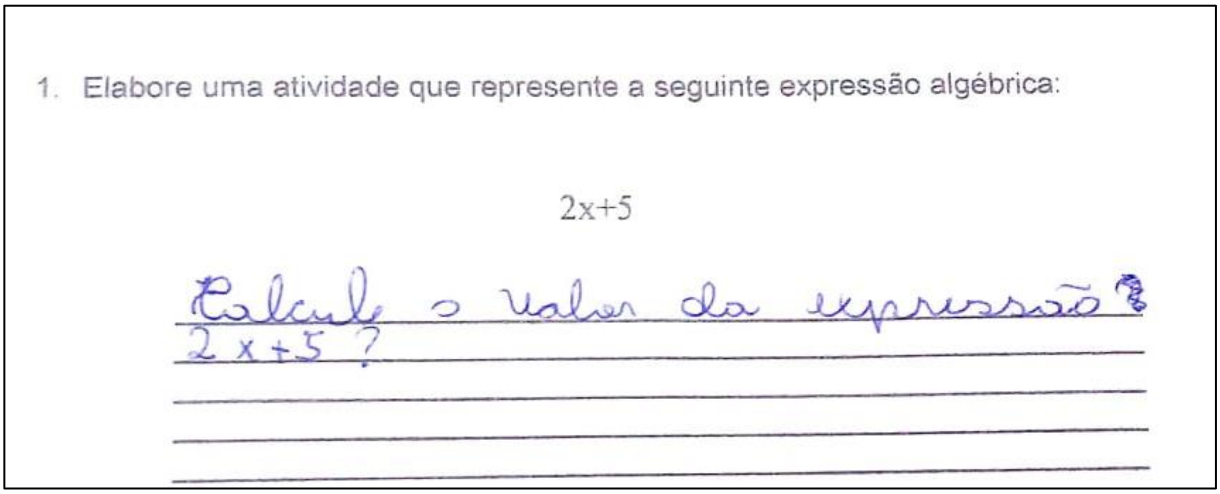
Quadro 5 – 1ª atividade

TIPO DE TAREFA	Elaborar uma atividade que identifique a expressão com representações diferentes da algébrica
TÉCNICA	Associar outras representações a expressão algébrica
TECNOLOGIA	Expressões algébricas
TEORIA	Álgebra

Fonte: A autora (2018)

Observamos as respostas dos estudantes referentes à primeira atividade, a qual temos um exemplo na figura 1 e percebemos que a maioria deles utilizou um contexto matemático na elaboração da atividade proposta na questão. Muitas das respostas eram utilizados comandos como “calcule”, “resolva” e “ache o valor”. Tais comandos remetem diretamente a tipos de tarefas tipicamente presentes no contexto matemático. Vejamos a seguir a resposta de um dos estudantes que participaram da pesquisa:

Figura 1 – 1º Atividade resposta (1)


1. Elabore uma atividade que represente a seguinte expressão algébrica:

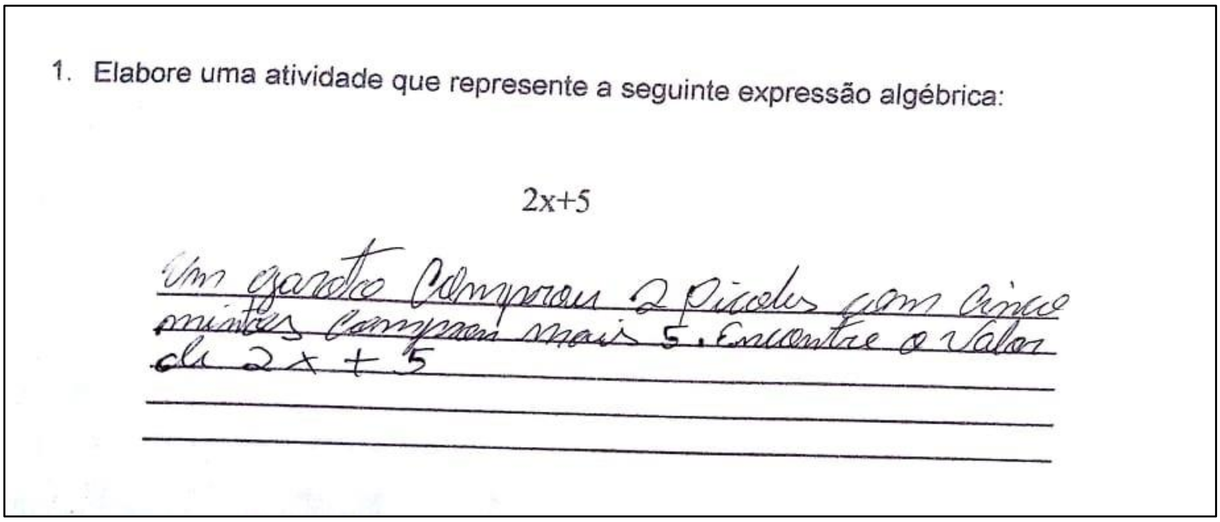
2x+5

Calcule o valor da expressão?
2x+5 ?

Fonte: A autora (2018)

Também podemos observar foram poucos os casos que os estudantes tentaram associar a expressão algébrica em um contexto voltado ao cotidiano. Nestes casos, verificamos que há dificuldade deles ao tentar criar uma situação tendo como referência um ostensivo algébrico, ou seja, a passagem do ostensivo algébrico para uma atividade que tenha como ingrediente principal o ostensivo língua natural.

Figura 2 – 1º Atividade resposta (2)


1. Elabore uma atividade que represente a seguinte expressão algébrica:

2x+5

Um garoto comprou 2 picoles com cinco
mintes comprou mais 5. Encontre o valor
de 2x + 5

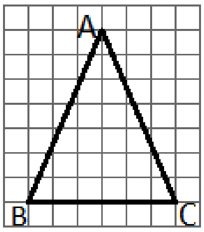
Fonte: A autora (2018)

A partir da análise desta atividade fizemos o seguinte questionamento: Será que a causa da dificuldade em elaborar uma atividade que represente uma expressão algébrica está associado a situação de que os problemas que utilizam de ostensivos algébricos podem de alguma forma não ser considerado como de álgebra (devido a não necessidade de técnicas algébricas para resolver)? Não é nosso objetivo responder a esse questionamento, mas deixá-lo em aberto para suscitar novas pesquisas.

5.2 ATIVIDADE 2

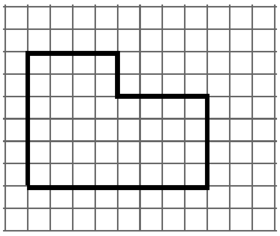
Na atividade 2: *Qual o polinômio que representa o perímetro da figura B, justifique?*

A.



$AB \cong AC$

B.



Podemos escrever essa atividade na forma de praxeologia, como no quadro a seguir:

Quadro 6 – 2ª Atividade

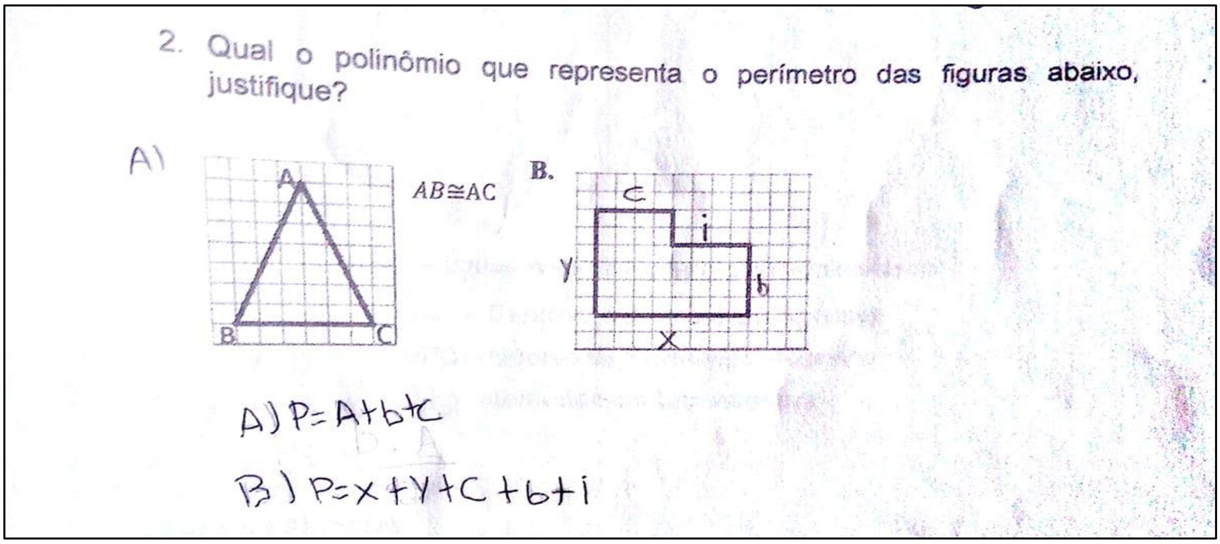
TAREFA	Determinar o perímetro dos polígonos
TÉCNICA	Representar algebricamente as medidas desconhecidas dos lados dos polígonos e realizar a adição
TECNOLOGIAS	Expressões algébricas e Perímetro
TEORIAS	Geometria e Álgebra

Fonte: A autora (2018)

Ao analisar as respostas da segunda atividade observamos 3 formas de resoluções distintas. Na primeira forma de resolução na qual temos um exemplo na figura 3, 18 estudantes que participaram da pesquisa responderam de maneira que condiz com que era esperado, onde os estudantes representavam os lados das figuras com incógnitas e o somava para obter o perímetro, partindo do ostensivo geométrico para o ostensivo algébrico, a maior parte dos estudantes entenderam o que a questão pedia, mas mesmo assim cometeram alguns erros. O erro mais comum foi não representar o lado menor da figura da letra b na qual temos um exemplo na figura 4. É importante salientar que mesmos os estudantes compreendendo que era preciso somar não verificaram que dois lados do triangulo tinham mesma medida e não levaram isso em consideração.

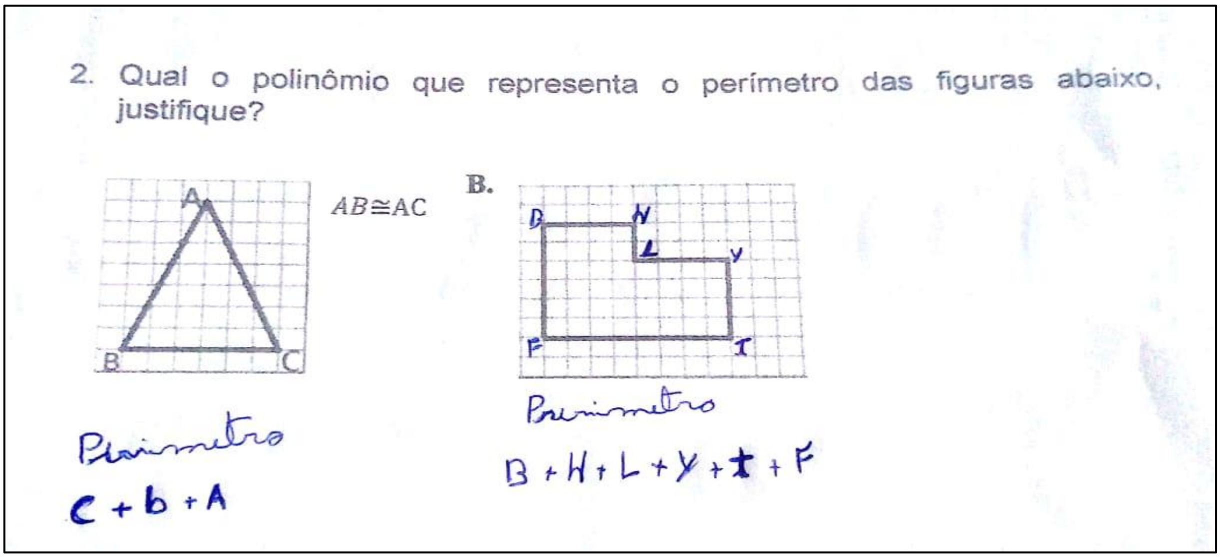
A seguir temos um exemplo do primeiro caso de resolução:

Figura 3 – 2º Atividade resposta (1)



Fonte: A autora (2018)

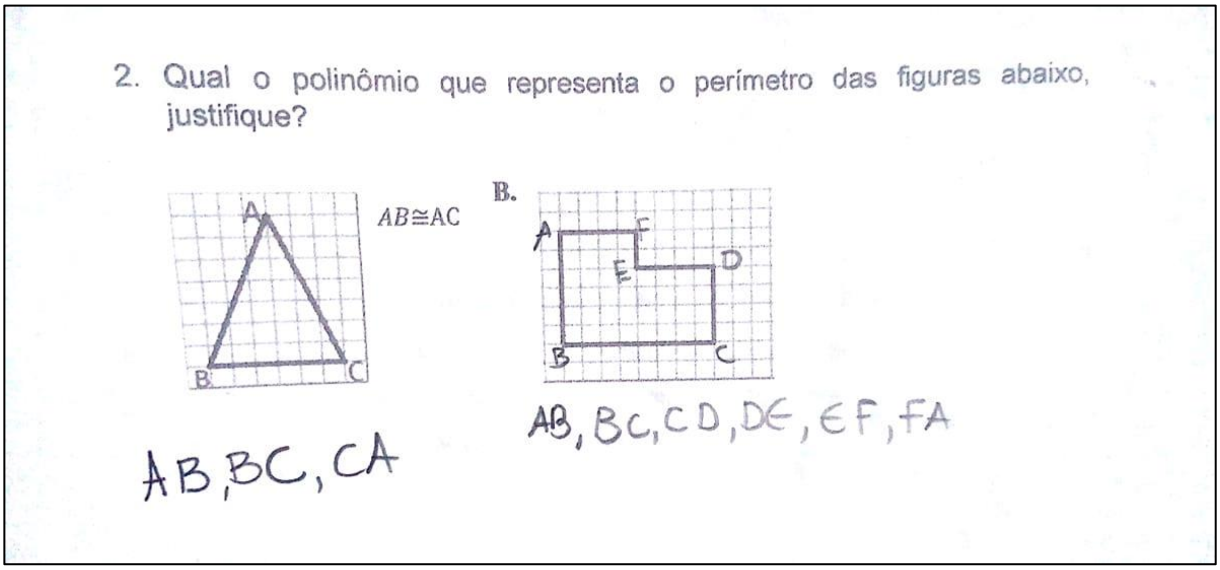
Figura 4 – 2º Atividade resposta (2)



Fonte: A autora (2018)

A outra forma que observamos na resolução desta segunda atividade foi referente a representação do perímetro das figuras, onde 6 alunos tentaram responder representando os segmentos de reta. Vejamos na figura 5 um exemplo desta resposta:

Figura 5 – 2º Atividade resposta (3)

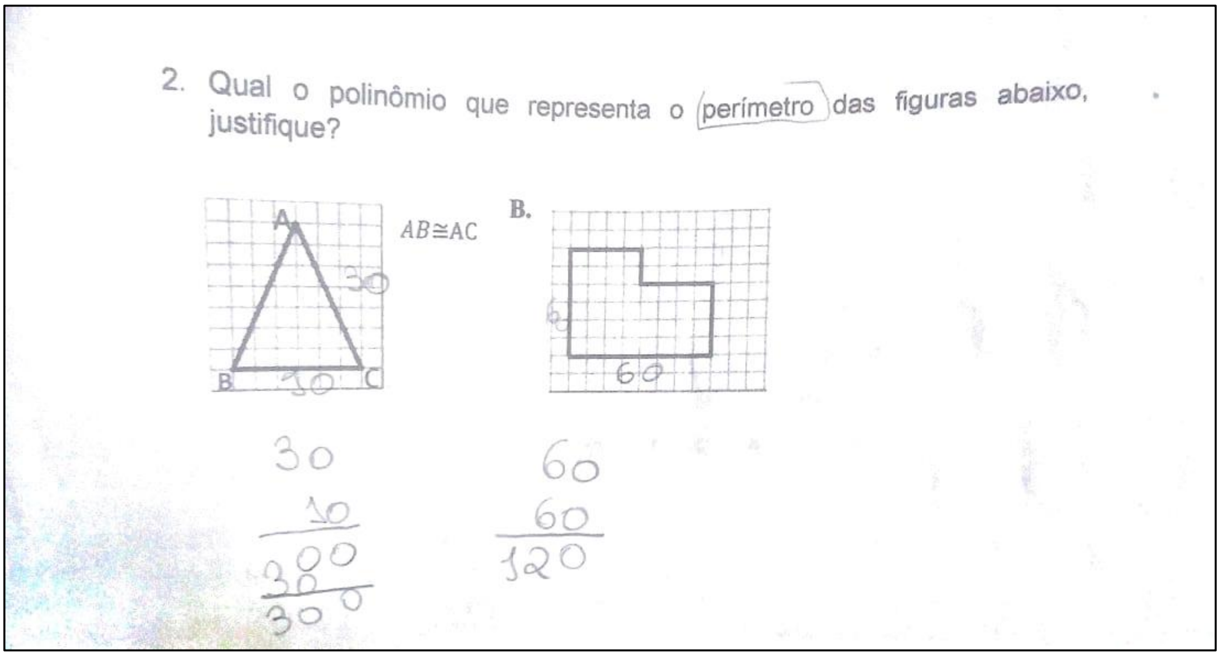


Fonte: A autora (2018)

A terceira forma de resposta que observamos nesta questão foi onde 2 estudantes atribuíram alguns valores aos lados das figuras, e efetuaram cálculos na qual temos um exemplo na figura 6. Os cálculos utilizados não condizem com esperado pela questão, pois o perímetro é a medida do contorno de uma figura e não necessariamente precisavam tem um valor numérico e nos cálculos que os participantes utilizaram aparentemente era mais uma tentativa de encontrar um valor numérico para representar a resposta da questão.

Neste caso podemos perceber duas coisas, a primeira refere-se ao equívoco sobre a noção de perímetro, e a segunda é que há ainda os estudantes que “não compreendem” como resposta de uma questão a forma de ostensivo algébrico, por isso forçam uma respostam na forma de ostensivo numérico nestas situações. Isso pode remeter a ideia de que há uma única resposta numérica para as atividades matemáticas, ou seja, os estudantes parecer estar acostumados a respostas que tem apenas números como resposta.

Figura 6 – 2º Atividade resposta (4)



Fonte: A autora (2018)

Ainda sobre as respostas numéricas encontradas no texto podemos nos questionar qual o motivo de isso acontecer. Não é nosso objetivo responder a esta dúvida aqui, mas de provocar futuras discussões, pois acreditamos que tal situação pode ter relação com os contratos didáticos estabelecidos em sala de aula com estes estudantes participantes da pesquisa.

Cabe destacar que nesta segunda atividade encontramos uma resposta em branco e quatro respostas ilegíveis.

5.3 ATIVIDADE 3

Na atividade 3 foi solicitado que aos participantes que: *Represente as sentenças com expressões algébricas.*

a) O quociente de um número por seu consecutivo.
b) O triplo de um número somada com sua metade.

Praxeologicamente temos que:

Quadro 7 – 3º Atividade

TAREFA	Representar expressões algébricas dada uma situação de contexto matemático em ostensivo língua natural
TÉCNICA	Escrever utilizando das propriedades algébricas uma expressão.
TECNOLOGIA	Expressão algébrica
TEORIA	Álgebra

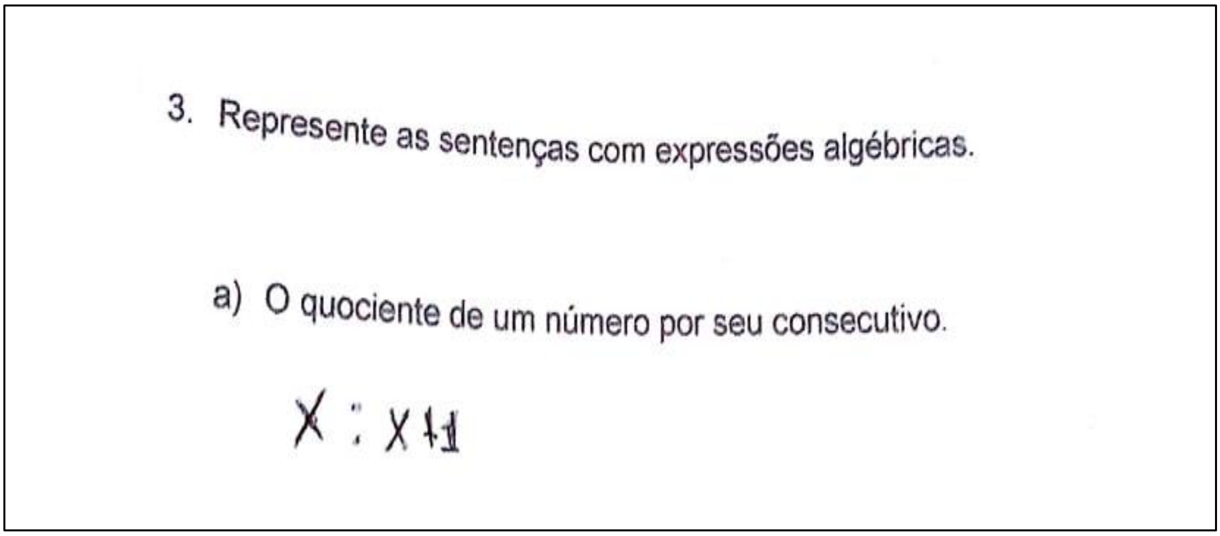
Fonte: A autora (2018)

Na terceira atividade proposta no questionário podemos observar 3 casos de respostas distintas tanto na letra “a” quanto na letra “b”. Na letra “a” no primeiro caso 8 estudantes compreenderam a questão no ostensivo língua natural e conseguiram escrever no ostensivo algébrico no qual temos um exemplo na figura 7.

No segundo caso da letra “a”, 5 estudantes não conseguiram representar corretamente no ostensivo algébrico, provavelmente por não conseguirem compreender o que é “quociente” e representaram na forma de uma igualdade no qual temos um exemplo na figura 8. E no último caso temos que 16 estudantes não compreenderam o que a questão pedia na qual temos um exemplo na figura 9.

A seguir temos respectivamente alguns exemplos dos casos encontrados 3ª atividade e mencionados acima:

Figura 7 – 3º Atividade resposta caso (a1)

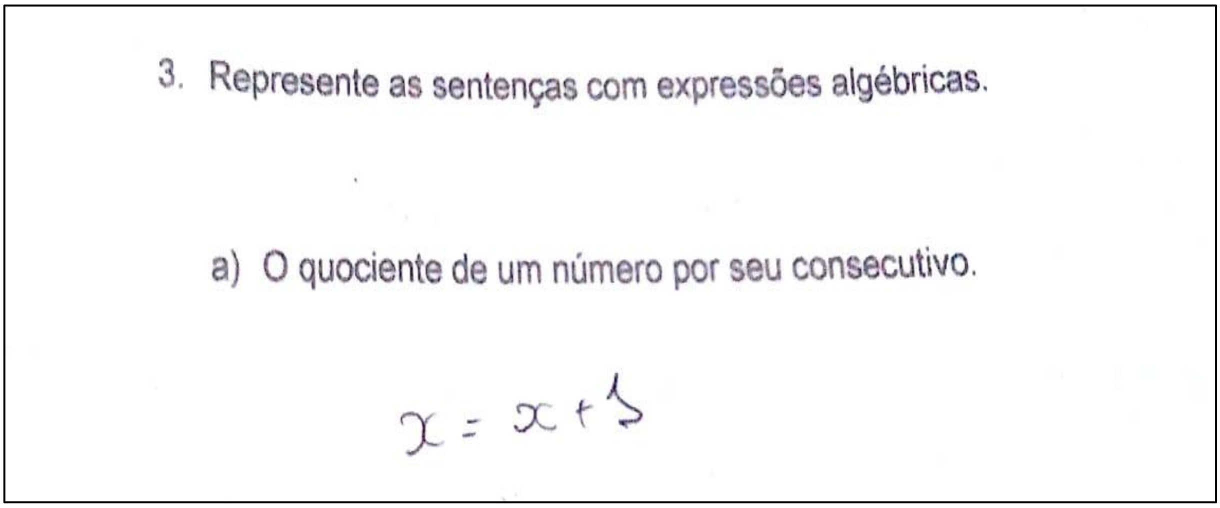

3. Represente as sentenças com expressões algébricas.

a) O quociente de um número por seu consecutivo.

$X : X+1$

Fonte: A autora (2018)

Figura 8 – 3º Atividade resposta caso (a2)

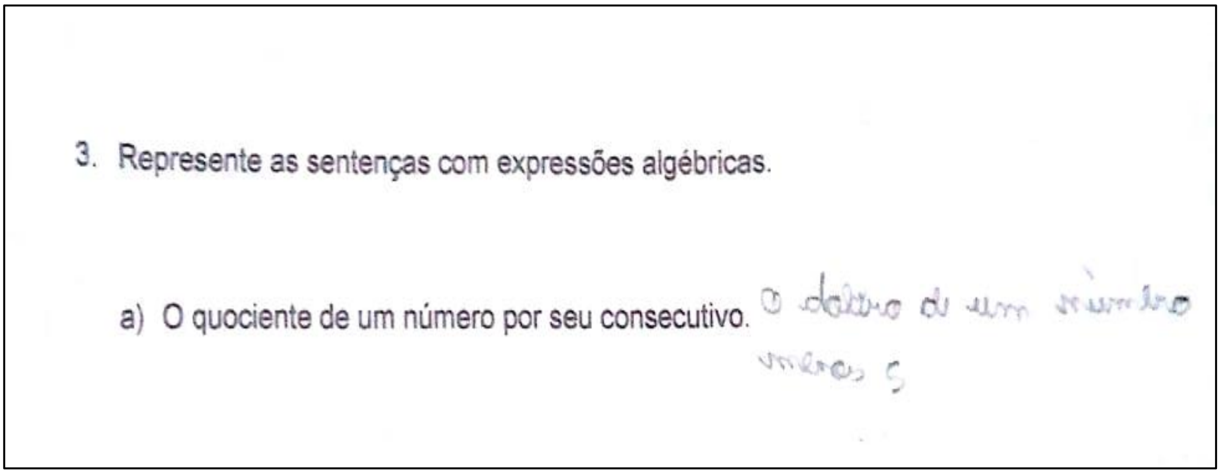

3. Represente as sentenças com expressões algébricas.

a) O quociente de um número por seu consecutivo.

$x = x + 1$

Fonte: A autora (2018)

Figura 9 – 3º Atividade resposta caso (a3)


3. Represente as sentenças com expressões algébricas.

a) O quociente de um número por seu consecutivo. o dobro de um número menos 5

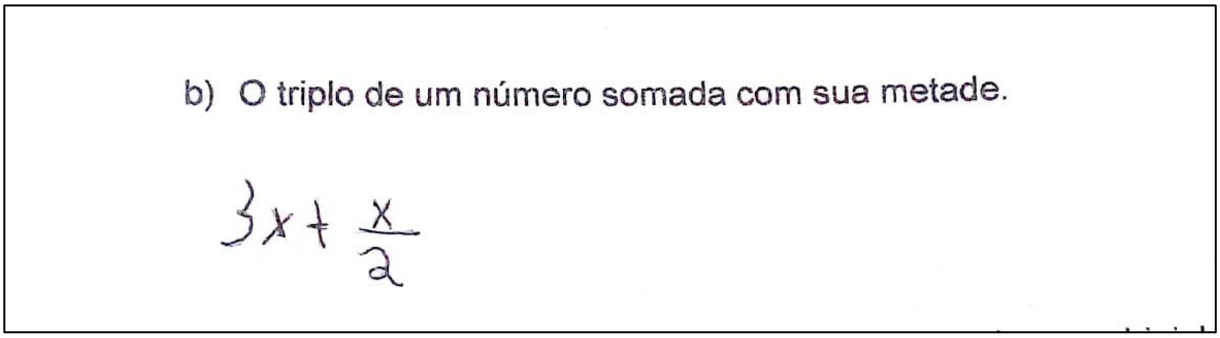
Fonte: A autora (2018)

É interessante observar que os estudantes que conseguiram expressar algebricamente a letra “a” não utilizaram da representação fracionária para escrever o quociente. Tal situação pode indicar que os estudantes não remetem a uma fração quando são motivados a escrever sobre o quociente. É importante ressaltar que nesta atividade encontramos 2 questões em branco.

Na letra “b” também foi possível concidentemente observar 3 casos de resolução da questão, onde no primeiro caso assim como da letra “a” foram os estudantes que conseguiram compreender o ostensivo língua natural e escrever na forma de ostensivo algébrico corretamente, ao todo foram 8 estudantes que conseguiram responder com êxito a letra "b” da 3º atividade na qual temos um exemplo na figura 10. No segundo caso podemos observar novamente a necessidade de alguns estudantes terem como resultado um valor numérico, onde os mesmos atribuíram valores numéricos para a resolução da questão, ou seja, não conseguiram representar a questão no ostensivo algébrico na qual temos um exemplo na figura 11, mas conseguiram representar do ostensivo língua natural para forma de ostensivo numérico, correspondente à este caso temos 5 estudantes. E no último caso no qual temos um exemplo na figura 12, 18 estudantes que não conseguiram compreender a questão.

Abaixo temos alguns exemplos do caso encontrado na letra b da 3ª atividade proposta aos participantes da pesquisa:

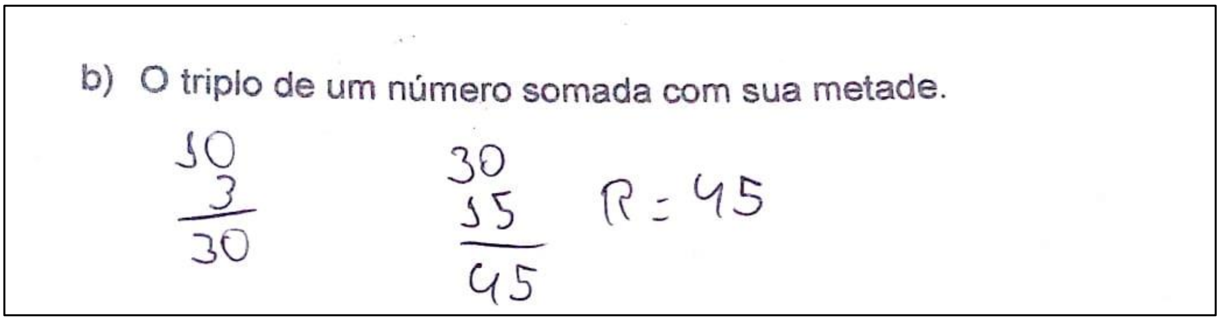
Figura 10 – 3º Atividade resposta (b1)


b) O triplo de um número somada com sua metade.

$3x + \frac{x}{2}$

Fonte: A autora (2018)

Figura 11 – 3º Atividade resposta (b2)


b) O triplo de um número somada com sua metade.

$10 \times 3 = 30$ $\quad$ $30 + 15 = 45$ $\quad$ R = 45

Fonte: A autora (2018)

Figura 12 – 3º Atividade resposta (b3)


b) O triplo de um número somada com sua metade. o quadrado de um número mais 17

Fonte: A autora (2018)

Assim como na atividade 2, encontramos também na atividade 3 respostas nas quais os estudantes optam por adotar valores numéricos para a resolução da questão. Ao analisar o 2º caso da 3º atividade observamos que todos os participantes que responderam desta forma seguem técnica de resolução correta, pois eles fixam um valor e depois opera segundo o que a alternativa pedi, mas o que podemos nos questionar é o porquê destes participantes não conseguirem expressar algebricamente sua resposta.

5.4 ATIVIDADE 4

Na quarta e última atividade foi: *Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Como podemos escrever o valor cobrado pela locadora? Justifique sua resposta.* Vejamos:

Quadro 8 – 4ª Atividade

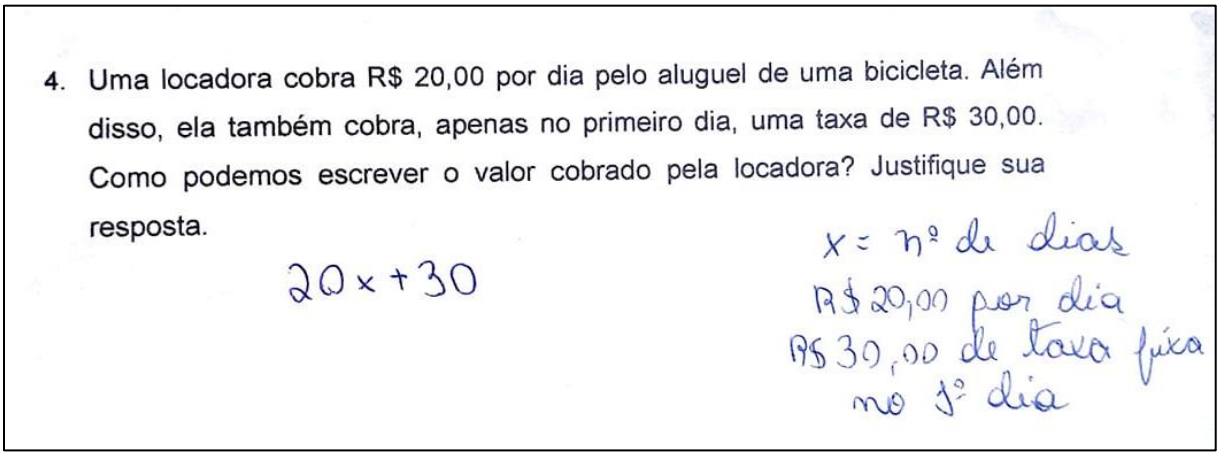
TAREFA	Escrever uma expressão algébrica
TÉCNICA	Utilizando variáveis escrever uma expressão algébrica que represente a situação
TECNOLOGIA	Expressão algébrica
TEORIA	Álgebra

Fonte: A autora (2018)

A quarta atividade proposta aos estudantes nos proporcionou observar diferentes respostas, acreditamos que por ser uma questão na forma de ostensivo língua natural e sua contextualização ser voltada para o cotidiano permitiu que os estudantes representassem sua resposta de acordo com suas interpretações sobre a questão. Agora iremos apresentar algumas respostas encontra nesta atividade.

No primeiro tipo de resposta que apresentamos é a resposta que corresponde corretamente o que a questão pedia, onde podemos observar que apenas 5 estudantes compreenderem e conseguiram interpretar a questão na ostensiva língua natural e representa-la na forma de ostensivo algébrico na qual temos um exemplo na figura 13.

Figura 13 – 4º Atividade resposta (1)


4. Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Como podemos escrever o valor cobrado pela locadora? Justifique sua resposta.

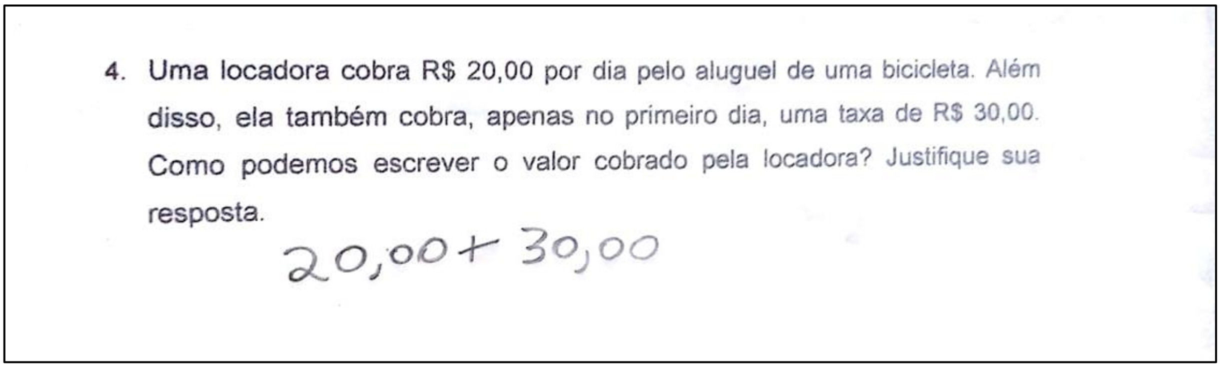
20x + 30

x = nº de dias
R$ 20,00 por dia
R$ 30,00 de taxa fixa
no 1º dia

Fonte: A autora (2018).

No segundo exemplo de resposta temos um estudante que representou o valor a ser comprado pela locadora de forma aritmética na qual temos um exemplo na figura 14, onde podemos observar que esse participante não conseguiu generalizar está situação para outros dias, apenas para o primeiro, consequentemente o estudante não conseguiu obter a resposta no ostensivo algébrico, mas sim no ostensivo numérico, representado por uma operação.

Figura 14 – 4º Atividade resposta (2)

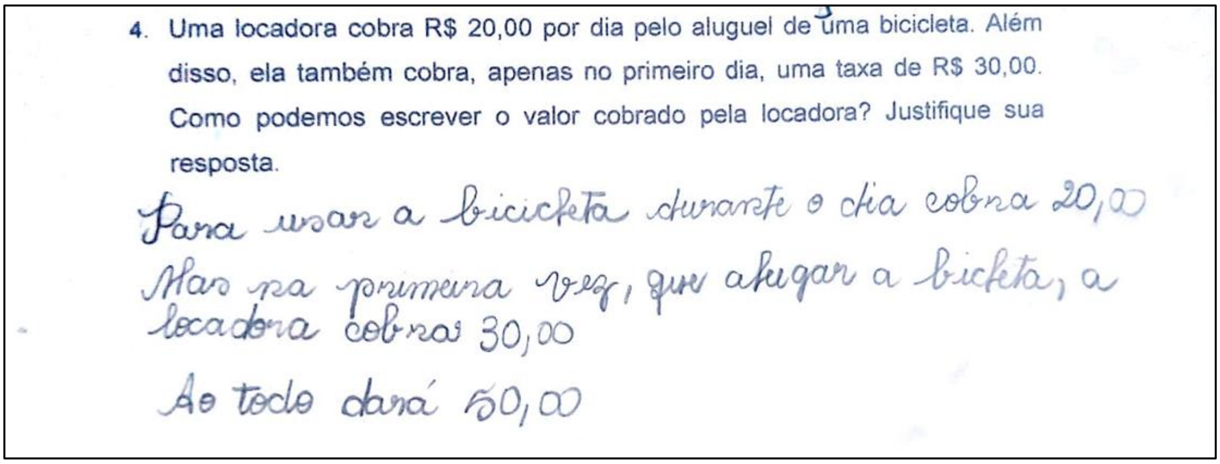

4. Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Como podemos escrever o valor cobrado pela locadora? Justifique sua resposta.

20,00 + 30,00

Fonte: A autora (2018)

Assim como no segundo tipo de resposta que apresentamos, o terceiro também contempla o conhecimento numérico dos estudantes, mas diferente do tipo anterior este não usa uma expressão numérica como resposta, mas sim o resultado da operação na qual temos um exemplo na figura 15. Logo, 17 estudantes dos participantes da pesquisa não conseguiram utilizar das noções algébricas para representar a situação proposta, talvez por não serem familiarizados com questões matemática que tenha como resposta representações algébricas, e sim numéricas.

Figura 15 – 4º Atividade resposta (3)

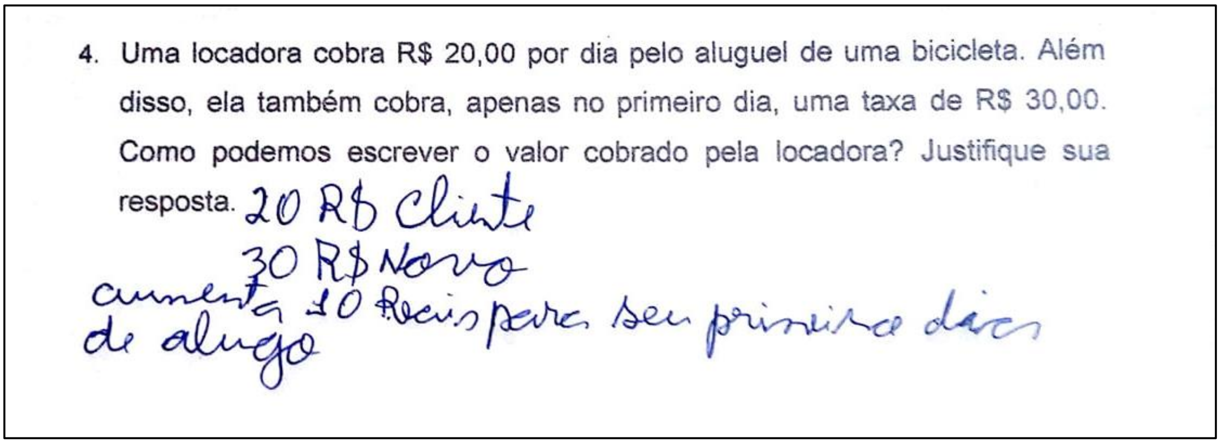

4. Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Como podemos escrever o valor cobrado pela locadora? Justifique sua resposta.

Para usar a bicicleta durante o dia cobra 20,00
Mas na primeira vez, que alugar a bicleta, a locadora cobra 30,00
Ao todo dará 50,00

Fonte: A autora (2018)

No quarto tipo de respostas encontrada no questionário temos os casos de 6 estudantes que não conseguiram interpretar corretamente a questão, e podemos observar nesse tipo de resposta que os participantes se confundiram, pois não conseguiram compreender que a taxa de R$ 30,00 cobrado pela locadora era a mais do valor cobrado por dia, no qual temos um exemplo na figura 16. Podemos observar também que os participantes não compreenderam a tarefa da questão proposta e fizeram uma operação aritmética de subtração na tentativa de encontrar a resposta.

Figura 16 – 4º Atividade resposta (4)


4. Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Como podemos escrever o valor cobrado pela locadora? Justifique sua resposta. 20 R$ Cliente
30 R$ Novo
aumenta 10 Reais para seu primeira dias de alugo

Fonte: A autora (2018)

É importante ressaltar que encontramos na análise da quarta atividade duas respostas ilegíveis. Podemos notar que na atividade 4 proposta no nosso trabalho de pesquisa foi a atividade que mais nos propôs analisar diferentes casos de resolução, é possível perceber a dificuldade da maior parte dos estudantes interpretarem as questões no sentido algébrico e as representarem como expressões algébricas, e também ficou nítido o apego dos estudantes a resposta com uma resposta numérica.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para alcançamos o objetivo de analisar as técnicas empregadas na resolução de expressões algébricas de um grupo de estudantes do 1º ano do Ensino Médio da cidade de Bonito-PE, foi necessário buscar solucionar dois objetivos específicos. Sendo um deles, identificar os ostensivos utilizados na resolução de expressões algébricas e o outro, compreender as transições entre os ostensivos no trabalho com expressões algébricas.

Nas análises das atividades pudemos encontrar diferentes ostensivos dependo da situação proposta na questão. Na primeira questão notamos o ostensivo algébrico, pois os estudantes utilizaram o contexto próprio da matemática, mas também tivemos algumas estudantes que tentaram utilizar na sua resposta o ostensivo da língua natural buscando relacionar com situações do cotidiano.

Na segunda atividade identificamos dois ostensivos distintos nas respostas, o ostensivo aritmético, onde os estudantes atribuíam valores numéricos aleatórios para conseguir representar o valor do perímetro e não o polinômio como a questão pedia, e o ostensivo geométrico, através de representação de segmento de reta. Nesses casos ficou claro para nós que alguns estudantes que participaram da pesquisa não tinham conhecimento sobre o que é o perímetro de uma figura. Outra forma de ostensivo que identificamos nas respostas foi o geométrico. Através das representações polinomiais dos perímetros das figuras, também pudemos notar que esta segunda atividade foi a que os estudantes tiveram mais êxito nas respostas.

Ao analisamos a terceira atividade, a que pedia que os estudantes representassem as sentenças das alternativas, pudemos identificar nas respostas o ostensivo aritmético assim como, na segunda atividade, o ostensivo língua natural. Em algumas respostas acreditamos que os participantes não conseguiram compreender o que realmente a questão pedia, O último ostensivo encontrado nas análises foi o algébrico, onde os estudantes representaram as sentenças a partir de expressões algébricas.

Na quarta atividade identificamos o ostensivo aritmético e o ostensivo algébrico, mas o aritmético estava mais presente nas respostas dos estudantes que participaram. Acreditamos ser importante ressaltar novamente que nosso objetivo e analisar as técnicas utilizadas pelos estudantes referentes a expressões algébricas sejam essas respostas corretas ou erronias.

Fazendo uma análise geral das respostas referentes as atividades propostas nos questionários, ficou nítido para nós que os estudantes apresentam dificuldade nas questões que estão no ostensivo língua natural e tem como resposta no ostensivo algébrico, ou seja, dificuldade na transição do ostensivo língua natural para o ostensivo algébrico. Também pudemos notar que na atividade que contém figura geométrica foi a atividade com mais êxito nas respostas comparando as outras atividades propostas, logo podemos dizer que há uma compreensão maior na transição do ostensivo geométrico para um ostensivo algébrico.

A partir desse trabalho de pesquisa surgiram novos questionamento e curiosidade, como querer compreender “qual o motivo das respostas numéricas encontradas no texto?” e “quais recursos didáticos os professores utilizam para o ensino-aprendizagem da Álgebra na educação básica?”. Talvez, em algum trabalho futuro, conseguiremos responder essas perguntas.

Referente à questão de pesquisa que norteou este trabalho, observamos que os estudantes ainda priorizam técnicas aritméticas para resolver problemas expostos algébricos nos anos finais do Ensino Fundamental. Destacar que a situação que parece estar ligada a questões de Contrato Didático refere-se à necessidade que alguns estudantes têm em dá alguma resposta mesmo sem compreender o que está sendo abordado na atividade.

REFERÊNCIAS

BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs.** Objet d'étude et problématique. Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble, v. 19, n.1, p.77-124, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio) – Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília, 2000. Disponível em : <http://portal.mec.gov.br/expansao-da-rede-federal/195-secretarias-112877938/seb-educacao-basica-2007048997/12598-publicacoes-sp-265002211> acesso em 17/09/2018.

CHEVALLARD, Yves. Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In: MAURY, S. & CAILLOT, M. (éds), *Raport au savoir et didactiques*, Éditions Fabert, Paris, 2003, p. 81 – 104. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em 02 mar. 2015.

CHEVALLARD, Yves. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. Cours donné à l'université d'été *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques*, La Rochelle, 4-11 juillet 1998; paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120.1998.

DE OLIVEIRA, Nanci. **Linguagem, comunicação e matemática**. In: Revista de Educação, v. 10, n. 10, p. 129-140, 2015.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. & MIGUEL, A. **Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar**. In: Pro-Posições, Revista Quadrimestral da Faculdade de Educação – Unicamp. Vol. 4, nº 1 [10]. Campinas: Cortez Editora, p.78-91, março de 1993.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **Some notes on qualitative research and phenomenology**. Interface — Comunicação, Saúde, Educação, v.1, n.1, 1997.

GODOY, Arlida Schmidt. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. In: Revista de administração de empresas, V. 35, n. 2, p. 57-63, Mar/Abr ,1995.

GÜNTHER, Hartmut. **Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: esta é a questão**. In: Psicologia: teoria e pesquisa, v. 22, n. 2, p.201-210, Mai-Ago 2006.

HOUSE, Peggy A. **Reformula a Álgebra da escola média: por que e como?**. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. p. 1-8.

PONTE, João Pedro da. **Estudos de caso em educação matemática**. In: BOLEMA, p.105-132, 2006.

ROBINET, J.. **La Genese Du Calcul Algebrique (Use esquíse)**. IREM, p. 1-20, Paris, Juin, 1989.

SANTOS JUNIOR., Valdir Bezerra dos. **JUROS SIMPLES E COMPOSTOS: ANÁLISE ECOLÓGICA, PRAXEOLÓGICA E UM PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA**. 2017. p.1-495. Tese (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-graduação - Universidade Anhanguera de São Paulo, 2017.

SANTOS, Marcelo Câmara dos; MENEZES, Marcus Bessa. **A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria**. In: Perspectivas da Educação Matemática, UFMS, v. 8, número temático, 2015. p. 648-670.

TEDESCO, Carline; GIARETA, Mariane Kneipp. **CONHECIMENTO ALGÉBRICO: MANIFESTAÇÕES DE DIFICULDADES REVELADAS POR ALUNOS DE UMA TURMA DE ENSINO MÉDIO DO MUNICÍPIO DE RONDINHA/RS**. X Encontro Gaúcho de Educação Matemática, Rio Grande do Sul, dia 02-05, julho de 2009. p. 1-12.

TINOCO, L. A. A.(coord.). **Álgebra: Pensar, Calcular, Comunicar**. Rio de Janeiro, Projeto Fundão, Ed. IM/UFRJ, 2008.

USISKIN, Zalman. **Concepções sobre álgebra da escola média e utilizações das Variáveis.** In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. (Org). As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

APÊNDICE

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

UFPE

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco
CAA – Centro Acadêmico do Agreste

NFD – Núcleo de Formação Docente

Matemática em Licenciatura

Dados do Aluno(a)

Nome:____

Idade:_______________

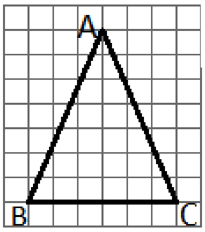
Questionário

1. Elabore uma atividade que represente a seguinte expressão algébrica:

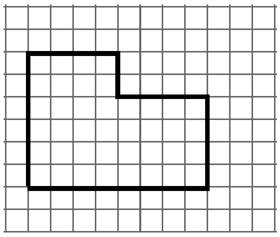
$$2x+5$$

____
____
____
____
____

2. Qual o polinômio que representa o perímetro das figuras abaixo, justifique?



$AB \cong$ A



3. Represente as sentenças com expressões algébricas.

   a) O quociente de um número por seu consecutivo.

   b) O triplo de um número somada com sua metade.

4. Uma locadora cobra R$ 20,00 por dia pelo aluguel de uma bicicleta. Além disso, ela também cobra, apenas no primeiro dia, uma taxa de R$ 30,00. Como podemos escrever o valor cobrado pela locadora? Justifique sua resposta.