UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

ADELSON COSTA DE PAULA

CONHECIMENTO INTERPRETATIVO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DOS ERROS EM PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO

Caruaru
2020

ADELSON COSTA DE PAULA

CONHECIMENTO INTERPRETATIVO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DOS ERROS EM PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada/o em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientadora: Profº. Drª. Simone moura Queiroz.

Caruaru

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Paula, Adelson Costa de .
Conhecimento interpretativo de futuros Professores de Matemática: Uma análise dos erros em problemas do campo multiplicativo / Adelson Costa de Paula - 2022.
52f.: il.;30 cm.

Orientador(a): Simone Moura Queiroz
TCC (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Matemática - Licenciatura, 2022.
Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Diagnosticar os erros e acertos. 2. Teoria dos campos conceituais. 3. Divisão e Multiplicação. I. Queiroz, Simone Moura II. Título.

510 CDD (22.ed.)

ADELSON COSTA DE PAULA

CONHECIMENTO INTERPRETATIVO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DOS ERROS EM PROBLEMAS DO CAMPO MULTIPLICATIVO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada/o em Matemática.

Aprovada em: _14_/_12_/_2021_.

BANCA EXAMINADORA

____

Profº. Drª. Simone Moura Queiroz (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profº. Dr. Marcílio Ferreira dos Santos (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profª. Luan Danilo Silva dos Santos (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho ao meu bom Deus que foi meu sustento e força nas horas de aflições. Aos meus amigos e familiares pelo incentivo. Aos meus pais (in memoriam) que sempre serão minha fonte de inspirações. A minha esposa pelo carinho e paciência e ao meu filho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido o dom da vida, de me conceder ingressar nesta Universidade, por sempre me dá forças para ultrapassar todos os obstáculos ao longo do curso para assim alcançar tal objetivo.

Aos meus pais, Miguel Ferreira de Paula e Maria de Lourdes Costa Ferreira (in memoriam) apesar de não terem estudado, nunca deixaram de me incentivar. Como também ao meu irmão João e minhas irmãs Edileuza, Lindaci e Fátima. A vocês minha gratidão pelo zelo, dedicação, cuidado, inspiração, companheirismo, afeto e cuidado.

Agradeço a minha esposa Flaviane Maria da Silva pelo companheirismo, dedicação, zelo, paciência, me apoiando nas horas difíceis, por sempre acreditar em meu potencial. Ao seu lado foi mais fácil.

Ao meu filho Artur que com seu jeito doce, meigo e sincero de ser criança me faz querer ser uma pessoa melhor a cada dia.

Agradeço a meu cunhado Givanildo que sempre me incentivou e acreditou que eu iria chegar até onde cheguei.

Aos meus sogros José Francisco e Luzia Maria pelo carinho e acolhimento que me dão.

Aos meus professores do ensino fundamental e médio Wellington e Clóvis por todo o ensinamento, conhecimento compartilhado e incentivo. Foram fonte de inspiração para me tornar professor.

Agradeço a Universidade Federal de Pernambuco e a todos Mestres que contribuíram com a minha formação acadêmica e profissional durante todo o curso.

Aos amigos que conheci na Universidade Iraquitan, Adriely, Aline, Janikely, Letícia e Jéssica pessoas que levarei para vida, meu muito obrigado pelas trocas de ideias e ajuda mútua. Juntos conseguimos avançar e ultrapassar todos os obstáculos.

À minha orientadora professora Drª Simone Moura Queiroz que apesar da intensa rotina de sua vida acadêmica aceitou me orientar no tcc. As suas valiosas indicações fizeram toda a diferença. Obrigado por ser esse ser humano encantador.

À banca examinadora prof. Drº Marcílio e prof. Luan Danilo, obrigado por não medirem esforço para se fazerem presente a banca.

RESUMO

Analisar os erros é fundamental para a prática pedagógica do professor como também para à aprendizagem do estudante. Pensando nisto que analisamos quais os conhecimentos interpretativos de futuros professores em problemas do campo multiplicativo? A pesquisa foi feita de acordo com os teóricos Vergnaud (1996); Spinillo, Soares et al. (2016); Koch e Soares (2007). O estudo foi feito com 8 licenciandos de matemática da Universidade Federal de Pernambuco- CAA, situada na cidade de Caruaru-PE, a partir de um questionário realizado por Spinillo, et al. (2016), contendo 6 problemas do campo multiplicativo, 3 de produtos de medida e 3 de isomorfismo de medidas. Ao analisarmos as respostas do questionário concluímos que a forma e o tipo de problema têm influência no desenvolvimento da resolução. Os licenciandos identificaram erro linguístico e procedimental Botelho et tal. (2006).
Palavras-chave: Conhecimento interpretativo. Análise de erros. tipos de erro.

ABSTRACT

Analyzing errors is fundamental for the teacher's pedagogical practice as well as for the student's learning. With this in mind, we analyze what is the interpretive knowledge of future teachers in problems in the multiplicative field? The research was done according to the theorists Vergnaud (1996); Spinillo, Soares et al. (2016); Koch and Soares (2007). The study was carried out with 8 Mathematics undergraduates from the Federal University of Pernambuco-CAA, located in the city of Caruaru-PE, based on a questionnaire carried out by Spinillo, et al. (2016), containing 6 multiplicative field problems, 3 measurement products and 3 measurement isomorphism problems. When analyzing the answers to the questionnaire, we concluded that the form and type of problem have an influence on the development of the solution. The licensors identified a linguistic and procedural error Botelho et al. (2006).

Keywords: Interpretive knowledge. Error analysis. types of error.

Lista de Tabelas

Lista de Quadros

Lista de Figuras

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A matemática surgiu da necessidade que o ser humano tem para resolver as atividades do dia - a - dia. Sempre buscando meios para o desenvolvimento da sociedade, hoje, como há muito tempo é impossível viver sem a contagem e utilização do nosso sistema numeral.

Mesmo a educação tendo evoluído bastante, a matemática é sempre vista pelos alunos como uma disciplina difícil de entender, de assimilar. Existem alguns fatores que contribuem para que esses alunos tenham essa visão da matemática difícil. O modo em que o professor aborda o conteúdo é de suma importância, pois é por meio do conhecimento do professor que ele pode buscar novas metodologias de ensino e se utilize de vários recursos, sendo assim de grande importância o conhecimento interpretativo do docente para que busque estratégias para cada vez mais ingressar o aluno nas atividades dentro da sala de aula.

> Consideramos importante que o [...] professor entenda a evolução da matemática como parte de um processo sócio - cultural, entendendo como a matemática está ligada à cultura humana. Para que a matemática escolar seja compreendida como resultado da ação humana de entender e explicar o mundo e suas experiências nele, o ensino da matemática nas escolas teria que enfatizar a natureza contextual da disciplina. Para propiciar aos seus alunos experiências de natureza contextual, o professor deve entender a evolução da matemática dessa maneira. (DAMBRÓSIO, 2007, p.400)

Deste modo, os alunos estão acomodados a reproduzir apenas o que veem no livro e não são levados a enfrentar desafios e a questionar suas respostas.

Com toda a tecnologia em que temos hoje, preferem respostas prontas, diretas, fazendo com que assimile a matemática a um “monstro”. Assim não é diferente quando se fala da operação de divisão e multiplicação. Essas operações são as operações da matemática em que os alunos sentem mais dificuldades. Pois sabemos que tais operações são interpretadas pelos alunos como uma operação de difícil assimilação. SCHLIEMANN (1998) afirma que:

> Em suas atividades diárias, dividindo ou distribuindo objetos, as crianças compreendem que o resto é parte da quantidade original que sobrou. Mas ao utilizar o algoritmo da divisão, o significado do resto é, em geral, um mistério para as crianças na escola. Elas não sabem que quantidade o resto representa e não compreendem como o resto se relaciona com a representação decimal quando a divisão é feita com uma calculadora. (SCHLIEMANN, 1998, p.23)

A matemática precisa ser vista pelos alunos como uma disciplina prazerosa, algo não difícil de ser pensada, que nos torne um ser pensante, reflexivo e que tome suas próprias inquietações. Pensando assim, resolvi pesquisar sobre o conhecimento interpretativo de licenciandos de matemática da UFPE-CAA.

Assim, surgiu a ideia de **analisar o conhecimento interpretativo de licenciados de matemática diante de erros em problemas do campo multiplicativo**. Busco por meio desta pesquisa analisar através de um questionário como os licenciandos da Universidade Federal de Pernambuco- CAA interpretam o erro dos estudantes do 5º ano do ensino fundamental na resolução de problemas do campo multiplicativo, se são capazes de identificar e especificar o erro cometido. Para tentar compreender um pouco mais dessa defasagem que temos a respeito da operação de divisão e da multiplicação.

O interesse para tal pesquisa vem de minhas próprias inquietações, como estudante me deparava com situações em que ouvia sempre o questionamento: “sei as outras operações, agora, multiplicar e dividir não sei”. Da mesma forma atuando como professor. Sempre escutamos esses “lamentos” de estudantes do ensino fundamental II; “dividir é muito difícil”, “se saber multiplicar sabe dividir”. Daí me veio o questionamento será que essa dificuldade está nos alunos ou será pela forma em que o professor passa o conteúdo. Pensando nisto tomei a decisão de analisar estudantes de licenciatura em Matemática para assim poder entender melhor como os futuros professores interpretam os erros no processo de ensino aprendizagem.

Essa pesquisa é de suma importância para a comunidade escolar. Pois, teremos as respostas de que muitos precisam para que possamos diminuir essas dificuldades dos alunos, respondendo tais perguntas: como ajudar esses alunos? Que metodologias podem ser adotadas pelo professor? Como abordar a operação de divisão em sala de aula? Essas dificuldades, vem se acumulando de anos anteriores?

Também será de bom proveito para todos os alunos que estão cursando licenciatura em matemática, como também, para os demais formandos e professores, que podem se atentar mais ainda nesse processo de ensino aprendizagem.

Apesar de existir várias pesquisas sobre o ensino e aprendizagem da operação de divisão, poucas são voltadas para o conhecimento interpretativo dos licenciandos de matemática.

O presente trabalho está dividido em 5 capítulos. No primeiro capítulo trouxemos por meio de inquietações e curiosidades a Introdução, falando sobre de como a matemática é vista do ponto de vista do estudante e até do ponto de vista do professor. Levantando questionamentos sobre as dificuldades que os estudantes têm em resolver problemas envolvendo as operações de multiplicação e divisão. Por outro lado, nos questionamos se o professor pode ou não interferir no desenvolvimento das habilidades dos estudantes.

No segundo capítulo, trazemos o problema da pesquisa que é: conhecimento interpretativo de futuros professores de matemática diante de erros cometidos por estudantes do ensino fundamental na resolução de problemas de estruturas multiplicativa. E os objetivos específicos.

No terceiro capítulo, abordamos a importância da análise dos erros e dos acertos para a comunidade escolar e também para o desenvolvimento das habilidades dos estudantes. Não devemos apenas identificar os erros e simplesmente marcar como errado ou correto, precisamos verificar o porquê do erro e buscar meios em que o estudante possa assim compreender o problema errado. Ao analisar os erros o professor terá a chance de modificar seu ensino para que tais erros não venham acontecer. Junto a este capítulo trouxemos os subtópicos; o processo de ensino aprendizagem na formação de professores e o processo de ensino aprendizagem na formação de professores de matemática. Nesses subtópicos abordamos como é de extrema importância o processo de ensino aprendizagem para os professores melhorar sua aula.

No quarto capítulo, traremos a Teoria dos campos conceituais, teoria cognitivista criada por Vergnaud, que busca entender o processo de ensino aprendizagem por meio de conceitos, estrutura, procedimentos e situações. No subtópico falamos sobre o campo multiplicativo da teoria. As questões utilizadas no questionário é seguindo o padrão do campo multiplicativo. No quinto capítulo, falamos um pouco da história da multiplicação e da divisão no Egito e na Babilônia. Nos subtópicos falamos das operações de multiplicação e divisão mostrando seus algoritmos.

Na metodologia descoremos sobre o tipo de pesquisa, os sujeitos de pesquisa, o local, o procedimento de como foi aplicado o questionário também explicamos como foi feita a análise dos resultados diante das respostas dos licenciandos. No final apresentamos as respostas mais relevantes

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

Analisar o conhecimento interpretativo de futuro professores de matemática: uma análise dos erros em problemas do campo multiplicativo.

2.2 Específicos

Identificar em cada problema as respostas mencionadas pelos licenciandos.
Classificar as respostas encontradas de acordo com Spinillo, soares et. tal (2016).
Analisar os possíveis erros mencionado pelos licenciandos.

3 DIAGNOSTICAR OS ERROS E ACERTOS

Há tempos o erro era visto e interpretado apenas para avaliar o aluno e classificá-lo como bom ou ruim, desconsiderando que por muitas vezes tal assunto não era de muito interesse para o aluno e assim fazendo com que ele viesse a cometer os erros.

> [...]o erro faz parte da aprendizagem na medida em que expressa uma hipótese de construção do conhecimento, um caminho que o educando (ou cientista) está tentando e não está tendo resultado adequado. É portanto, um excelente material de análise para o educador, pois revela como o educando está pensando, possibilitando ajudá-lo a reorientar a construção do conhecimento. (VASCONCELLOS, 1989, p. 91)

Hoje em dia é de fundamental importância o diagnóstico tanto dos acertos como também dos erros. Pinto (2000), o erro é uma possibilidade de construirmos meios para melhorar o desenvolvimento do ensino aprendizagem, apenas identificar e corrigir não é suficiente. Seguindo com o mesmo autor, ele enfatiza:

> O erro quando submetido à reflexão, poderá desencadear um questionamento de todo o processo de ensino e transforma-se numa estratégia didática inovadora, pela possibilidade que oferece ao professor de ampliar seus saberes e, com isso, seu ensino (PINTO, 2000, p. 24).

É analisando e refletindo os erros que encontramos estratégias e inovação para o ensino. “Os erros contêm um potencial educativo que precisa ser mais explorado, não apenas pelos professores, como também pelos próprios alunos”. (PINTO, 2000, p. 37).

Num estudo de revisão de literatura, Cury (2007) identificou que frequentemente ao analisar os erros acabamos meio que elaborando uma tipologia de erros na matemática, se preocupando em comparar as classes e os tipos de erros dos grupos participantes

Em seus estudos sobre o erro (RICO, 1997), o erro tem fundamentos diferentes é sempre visto como processo cognitivo inadequado e que o erro não é constituído por falta de conhecimentos. Esse autor defende que o erro acontece por diversas dificuldades na aprendizagem da matemática e classifica essas dificuldades. (1) à complexidade dos objetos matemáticos; (2) aos processos do pensamento matemático; (3) aos processos de ensino desenvolvidos para a aprendizagem da matemática; (4) aos processos de desenvolvimento cognitivo dos alunos e (5) às atitudes afetivas e emocionais face à matemática.

Rico (1997), a educação matemática podemos destacar duas maneiras diferentes de conceber o erro. O erro como indicador do conhecimento matemático onde o foco é sobre o nível de dificuldade dos indivíduos, para assim, construir instrumentos de avaliação que sejam mais eficazes e que possam identificar os níveis de dificuldades. Por outro lado, a segunda forma de conceber o erro como estratégia didática. Dessa forma o professor analisa, mapeia e até mesmo categoriza os erros para assim poder ter um plano didático mais eficaz.

Pois bem, sabemos que na resolução de questões de matemática o aluno percorre um caminho até a resposta, nesse caminho o aluno constrói, desconstrói, reconstrói e aprimora seus saberes. É um processo complicado, apenas observar o erro durante toda essa construção é muito árduo para o aluno, pois desconsiderou todo o raciocínio lógico que o aluno teve até o resultado final.

3.1 O ensino aprendizagem na formação de professores

Como ensinar? Essa frase sem dúvida é uma das mais faladas e comentadas por aqueles que de algum modo se preocupam com a educação do século XXI. É esse o questionamento que todo bom professor deve ter ao preparar sua aula. Através desse pensamento que podemos mudar a educação para melhor. Nesse sentido, cabe ao professor saber que ensinar não é apenas um repasse de conteúdo, mas sim, uma mediação entre professor-aluno, uma troca de saberes e conhecimentos. Chagas (2002), Aponta:

> O fundamental dentro do processo ensino-aprendizagem é a alteração de "como ensinar" para "como os alunos aprendem e o que faço para favorecer este aprendizado". Para isso, devemos entender que os conteúdos direcionam o processo ensino-aprendizagem onde se priorizam a construção individual e a coletiva. Com isso oportunizamos situações em que os educandos interagem com objeto de conhecimento que estabelecem suas hipóteses para que estas sejam, posteriormente confirmadas ou reformuladas". (CHAGAS, 2002, p. 75).

Freire (1996) remete, “ensinar exige respeito aos saberes dos educandos”, isso desmitifica que o saber não está centrado apenas no Professor, mas que ele venha a respeitar os conhecimentos já adquiridos pelos alunos diante uma comunidade. O educador deve fazer uma reflexão crítica sobre sua prática de ensino. Freire (1996) destaca que:

> [...]a prática docente crítica, implicante do pensar certo, envolve movimento dinâmico, dialético, entre o fazer e o pensar sobre o fazer. O saber que a prática docente espontânea ou quase espontânea, "desarmada", indiscutivelmente produz é um saber ingênuo, um saber de experiência feito, a que falta a rigorosidade metódica que caracteriza a curiosidade epistemológica do sujeito. Este não é o saber que a rigorosidade do pensar certo procura (FREIRE, 1996, p. 38).

Com base no referido acima é amplamente válido uma reflexão crítica sobre a prática de ensino do docente, buscando ter uma troca de experiência e de saberes do professor para com o aluno e vice-versa.

Freire (1992) enfatiza que deve haver uma comunicação dialógica entre educador e educando:

> O diálogo entre professores ou professoras e alunos ou alunas não os torna iguais, mas marca a posição democrática entre eles ou elas. Os professores não são iguais aos alunos por razões entre elas porque a diferença entre eles os faz ser como estão sendo. [...] O diálogo tem significação precisamente porque os sujeitos dialógicos não apenas conservam sua identidade, mas a defendem, não nivela e assim crescem um com o outro (FREIRE, 1992, p.117-118).

Cabe ao professor, que ensinar não é apenas metas estabelecidas e sim assumir postura de mediador entre o sujeito e o objeto numa educação construtivista centrada no aluno. Não é apenas um simples repasse de saberes, e sim "saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou construção" (FREIRE, 1996, p. 47).

O processo ensino aprendizagem não se tem apenas com o ensino por parte do professor e no segundo momento o aluno que absorve todo conteúdo, mas sim um relacionamento recíproco de ambas as partes, uma relação de troca de saberes. Veiga (1993):

> A relação professor-aluno passa pelo trato do conteúdo de ensino. A forma como o professor se relaciona com sua própria área de conhecimento é fundamental, assim como sua percepção de ciência e de produção do conhecimento. E isto interfere na relação professor-aluno, e parte desta relação. (VEIGA, 1993, p.147).

Assim, teremos uma melhor transmissão de conhecimento e daí o aluno terá mais possibilidade de assimilação do conteúdo aplicado pelo professor. Fazendo com que ambas as partes atinjam seus respectivos objetivos.

Cada professor tem seu jeito, seu modo de ensinar matemática. Chacón (2003), enfatiza que:

> O ensino e a aprendizagem não acontecem em um âmbito isolado e neutro, mas dependem do contexto no qual se ensina e do comportamento dos participantes. O professor também tem um papel de possível modelo de atuação. [...] cada professor adota em sala de aula uma série de decisões e de atitudes que traduz suas ideias sobre o que é, para que serve e como se aprende matemática sem esquecer sua própria predileção para um ou outro conteúdo ou para determinado tipo de atividade (CHACÓN, 2003, p. 147).

Concluímos que, o ensino aprendizagem depende de uma série de fatores para acontecer e um dos principais fatores é a formação do professor, é por meio dela que o professor pode tornar sua aula construtiva.

3.2 Ensino aprendizagem na formação de professores de matemática

Sabemos que a disciplina de matemática sempre é tema de discursões quando se fala no método de aula lúdica, expositiva, aula de campo, dentre outras. Mas também sabemos que para alcançarmos esse nível, precisamos superar essa fragmentação em que o currículo de matemática é posto, precisamos de atitudes e desempenhos para podermos fazer essa mobilização do currículo.

A matemática utilizada pelos alunos em seu cotidiano muitas vezes não é vista da mesma forma na sala de aula, causando um impacto no aluno de tal forma que ele chegue a falar que a matemática da sala de aula é difícil e complexa.

> Nas aulas de matemática, as crianças fazem conta para acertar, para ganhar boas notas, para agradar a professora, para passar de ano. Na vida cotidiana, fazem as mesmas contas para pagar, para dar troco, convencer o freguês de que seu preço é razoável. Estarão usando a mesma matemática? O desempenho nas diferentes situações será o mesmo? Que papel exerce a motivação da venda? Que explicação existe para que alguém seja capaz de resolver um problema em uma situação e não em outra? (CARRAHER; SCHLIEMANN, 1995, p. 19).

Pois bem, para que isso não venha acontecer em nossa sala de aula precisamos fazer essa mobilidade da matemática do cotidiano aplicada na sala de aula. Até porque atualmente temos várias ferramentas que facilitam essa mobilidade.

Durante o processo de ensino aprendizagem os professores devem adotar práticas educativas que influencie e chame atenção do aluno. “Quando vivemos a autenticidade exigida pela prática de ensinar-aprender participamos de uma experiência total, diretiva, política, ideológica, gnosiológica, pedagógica, estética e ética, em que a boniteza deve achar-se de mãos dadas com a docência e com a seriedade”. (FREIRE, 2005, p.24).

Muitas vezes o professor vive em seu dia a dia durante suas tarefas articulando a teoria com a prática, quando estão fazendo os cálculos dos gastos do mês, quando estão fazendo a arrumação de seu guarda roupa, medindo o lugar onde vai colocar o armário novo e quando vai tentar planejar uma aula fica perdido sem saber como e de que forma fará o planejamento dessa aula.

Miorim (1998), esclarece de que se o docente não tiver o pleno domínio de que é necessário mostrar primeiramente o concreto antes do abstrato terá uma pedagogia pouco eficiente. Para um ensino eficiente o professor deve estar atento a forma de como passar o conteúdo e a forma de como será trabalhado.

> Para se ensinar Matemática nos dias de hoje para o Ensino Fundamental exige-se que se pense a quem ensinar e para que ensinar tal conteúdo. Este é o questionamento que os professores devem fazer para definir o papel da Matemática no currículo, assim como orientará na escolha dos conteúdos e do modo como eles serão trabalhados em cada grau de ensino. (GIANCATERINO, 2009, p.102)

Segundo os PCN de matemática (1997), a matemática e seu ensino foram influenciados pelo movimento educacional da Matemática Moderna, em uma política de modernização econômica, considerado a via de acesso privilegiada para o pensamento cientifico e tecnológico. Esse movimento buscou aproximar a matemática escolar da matemática pura. Mas esse movimento não deu muito certo por a matemática proposta está fora da realidade das escolas e dos alunos da rede pública de ensino, principalmente nos anos iniciais.

De todas as reformas que o ensino passou, nenhuma focou no ensino elementar. Assim Miorim (1998), menciona:

> Durante séculos ao menos desde a Grécia antiga, as grandes questões educacionais estiveram centradas nos graus médio e superior. Todas as propostas reformadoras tanto do ensino em geral como do ensino especifico da matemática tiveram foco, central de preocupação esses níveis escolares e deram pouca ou nenhuma atenção ao ensino elementar. (MIORIM, 1998, p.57)

Piletti (1998), diz que o método de ensino adotada pelos professores não está satisfazendo nem os alunos, como também os próprios professores, pelo método de ensino está focado na aprovação, definições, técnicas, regras e procedimentos. Isso tudo está interligado com a falta de uma relação estreita com a matemática do dia-a-dia.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998), afirma que o ensino está fadado a apenas reproduzir definições:

> Tradicionalmente, à prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. Essa prática de ensino tem se mostrado ineficaz, pois a reprodução correta pode ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos. (BRASIL, 1998, p. 37)

Sabendo de todo esse distanciamento entre professor aluno, aluno e o conteúdo, conteúdos e disciplinas e sabendo da falta de satisfação de ambas as partes professor-aluno, faz-se necessário que o docente recorra a formação continuada para que possa atuar de forma eficiente no processo ensino aprendizagem de matemática. Pimenta (2005) enfatiza:

> A formação de professores na tendência reflexiva se configura como uma política de valorização do desenvolvimento pessoal-profissional dos professores e das instituições escolares, uma vez que supõe condições de trabalho propiciadoras de formação como contínua dos professores, no local de trabalho, em redes de autoformação, e em parcerias com outras instituições de formação. Isso porque trabalhar o conhecimento na dinâmica da sociedade multimídia, da globalização, da multiculturalidade, das transformações nos mercados produtivos, na formação dos alunos, crianças e jovens, também em constante processo de transformação cultural, de valores, de interesses e necessidades, requer permanente formação, entendida como ressignificação identificatória dos professores. (PIMENTA, 2005, p.31)

Para que o professor crie novas percepções de ensino, primeiramente ele tem que repensar seu modo de planejar a aula, para assim poder criar métodos que garantam a construção do conhecimento para tal mudança, necessitando reestruturar seu processo de formação, para assim, desenvolver as competências necessárias para o ensino de qualidade, o aprender a aprender. Tirando o foco do ensino tradicional e embarcando numa postura de ensino progressista e dialógica.

É de fundamental importância o professor conhecer cada assunto de matemática e ao abordar cada um, possa relacionar um conteúdo ao outro para assim o aluno ter uma evolução significativa e assim saberá entender o porquê e o que fazer a cada conteúdo.

> Ensinando regras prontas e usando prêmios e punições, embora de forma amena, as escolas, sem se darem conta, estão ensinando o conformismo, a obediência cega e a dependência dos adultos. Por volta da 4ª série, se perguntarmos às crianças quais os passos que elas seguiram numa divisão pelo processo longo, todas elas dirão: ´´ Eu não sei por quê (eu obtive este número), mas o professor me disse para fazer assim. `` (KAMII; LIVINGSTON, 1995 p. 98).

Sendo assim, o conhecimento do professor se torna muito mais amplo e sairá do método de apenas fazer e refazer exercícios repetitivos.

> Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. Não é uma questão de somente ensinar a resolver problemas, mas também de ensinar a propor problemas para si mesmo, a transformar a realidade em um problema que mereça ser questionado e estudado. (ENCHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 14-15).

Por outro lado, o resultado do ensino não depende apenas da formação do professor, mas sim de uma série de fatores:

> [...]o processo de ensino-aprendizagem, vários são os fatores que interferem resultados esperados: as condições estruturais da instituição de ensino, condições de trabalho dos docentes, as condições sociais dos alunos, os recursos disponíveis. Outro fator é o de que as estratégias de ensino utilizadas pelos docentes devem ser capazes de sensibilizar (motivar) e de envolver os alunos ao ofício do aprendizado, deixando claro o papel que lhe cabe. (MAZZIONI, 2006, p. 34).

De acordo com o referido acima, podemos notar que o ensino aprendizagem é algo grandioso e complexo que depende de vários fatores para se chegar nos resultados eficiente, porém é um processo que sempre está em construção.

4 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Vergnaud (1996), Afirma que:

> A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que relevam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1996, p. 155)

Vergnaud (1996), coloca que, o objetivo de sua teoria não é de ser uma teoria didática, mas sim, de fornecer um quadro teórico permitindo compreender as filiações e rupturas entre conhecimentos.

Deste modo, considera o conhecimento uma competência organizada em campos conceituais, cujo domínio parte do sujeito em um largo período. "A maior parte dos nossos conhecimentos são competências e estás se formam, se desenvolvem, se diferenciam e, eventualmente, se deterioram ao longo de nossa experiência" (VERGNAUD,1996b, p. 8).

Gérard Vergnaud Nasceu em 08 de fevereiro de 1933 na França. Foi discípulo de Piaget, era matemático, filósofo e psicólogo elaborou a teoria dos campos conceituais em 1977, também foi fundador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) nas universidades da França na década de 60.

De 1975 à 1995 foi diretor de pesquisa do Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS) da França. No Brasil, os parâmetros curriculares Nacionais (PCN) para o ensino de Matemática tem como base sua teoria dos campos conceituais. Moreira (2002), em sua teoria, Vergnaud amplia e redireciona todo o foco Piagetiano das operações lógicas, das estruturas gerais do pensamento para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação".

Vergnaud (1998) afirma que Piaget não se deu conta de que o desenvolvimento cognitivo depende de uma série de situações e de conceitualizações específicas para lidar com elas, "acabou não percebendo o infrutífero que é tentar reduzir a complexidade conceitual, progressivamente dominada pelas crianças, a algum tipo de complexidade lógica geral" (VERGNAUD, 1994, p.41). "Diferentemente de Piaget, Vergnaud toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio desse conhecimento" (MOREIRA, 2002, p.7). Ele também afirma que sua pesquisa tem um pouco da teoria de Vigotski, no caso da interação social, linguagem e simbolização.

Vergnaud (2009), afirma que sua teoria é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, conceitos, estruturas, conteúdos e processo de aquisição e que para ter o domínio de um campo conceitual não leva dois meses, nem anos, podem levar décadas. Enfatiza que, campo conceitual é um conjunto de citações que para seu domínio exige vários conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita conexão.

Continuando com Vergnaud (2009), a construção de um conceito envolve um trio chamado SIR: O S é um conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; o I é um conjunto de invariantes, que trata as propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; e o R é um conjunto de representações simbólicas, nas quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades.

Vergnaud (1983), descreve que a análise das tarefas e o estudo da conduta do aluno, quando confrontados permitem ao professor analisar as competências, que pode ser avaliada por três aspectos:

1. Análise do acerto e do erro, sendo considerado competente aquele que acerta;

2. Análise do tipo de estratégia utilizada, assim podendo alguém mais competente que outro, por sua resolução ser mais expressa ou por ser mais ágil ou ainda por ser mais bonita.

3. Análise do melhor método para a resolução de um problema, dentro de uma situação do cotidiano.

Tanto os erros como os acertos devem ser muito bem analisado pelos professores, pois, é por meio da análise que o professor verifica quais os meios que os estudantes utilizam para chegar no acerto ou no erro, só assim o professor conhecerá as dificuldades e os pontos fortes do estudante.

Campo conceitual é uma unidade de estudos que dá sentido às dificuldades analisadas e observadas em uma contextualização do real. É um conjunto de situações e problemas que requer conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, profundamente interligados entre eles (VERGNAUD, 2009).

Vergnaud (1983), chegou ao campo conceitual de acordo com três conceitos:

1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação.

2) uma situação não analisa um só conceito.

3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito é processual pode levar longos anos.

A teoria dos campos conceituais Vergnaud (1994) aborda dois campos conceituais o campo das estruturas aditiva e o campo das estruturas multiplicativas. No campo das estruturas aditiva, estão envolvidas as relações entre as partes e o todo. Portanto, ao somar as partes iremos encontrar o todo, ao subtrair uma parte do todo encontraremos a outra parte. Envolve as operações de adição e de subtração.

No campo multiplicativo, envolve as relações fixas entre variáveis (quantidade ou grandeza), busca um valor numa variável que corresponde à um valor em outra variável. Envolve as operações de multiplicação e a divisão.

Neste trabalho, iremos discutir especificamente o campo das estruturas multiplicativas que vão além da ideia de repetição de parcelas repetidas, funcionando como complemento da adição.

4.1 Campo multiplicativo

Podemos dizer que o campo multiplicativo ou estrutura multiplicativa é um conjunto de problemas, onde, em sua resolução envolve multiplicação, divisão ou multiplicação e divisão ao mesmo tempo. Podemos ainda destacar o conceito de: razão e proporção, as funções lineares e as n-lineares, o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, a porcentagem, o produto de medidas etc.

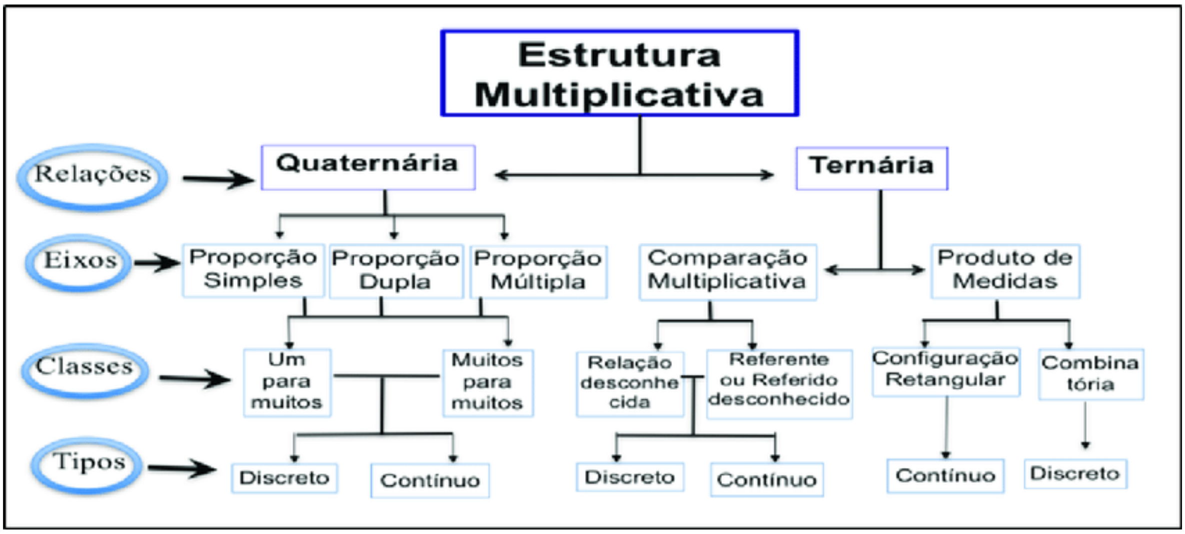
Vergnaud (1998), estabelece que a classificação dos problemas do campo multiplicativo se classifica em três tipos:

1) *Isomorfismo de medidas*- compreende uma proporção simples e direta entre duas grandezas x e y. exemplo: Pedro comprou 5 hamburquer a R$ 8,50 cada. Quanto ele deve pagar?

   Nesse grupo está envolvido os problemas de divisão por cota, divisão por partição e o cálculo da quarta proporcional.
2) *Produto de medidas*- Envolve uma composição cartesiana de duas grandezas x e y dentro de uma terceira z. exemplo: problemas referentes a área, volume, produto cartesiano e outros conceitos físicos. Os problemas de combinatória estão inclusos nesse grupo.
3) *Proporções mútiplas* – Abrange uma grandeza x que é proporcional a duas grandezas y e z. um exemplo seria os problemas envolvendo regra de três composta.

A partir das ideias de Vergnaud (1988, 1994) Magina, Santos e Merlini (2010) elaboraram um esquema com o objetivo de sintetizar as ideias centrais desse campo. Apresentado na Figura 1.

Figura 1: Esquema das Estruturas Multiplicativas



Fonte: Magina, Santos e Merlini, em 2010 e ajustado em 2012

Como apresentada na Figura acima, o esquema da estrutura multiplicativa é composto por duas relações: quaternária e a ternária.

A relação quaternária está dividida em 3 eixos: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla. Em cada eixo aborda as classes: um para muitos e muitos para muitos. E em cada classe pode existir quantidades contínuas e discretas.

Desse modo a proporção simples envolve uma relação entre quatro quantidades: um para muitos; partição; cotição e quarta proporcional. Sendo, duas de um tipo e as outras duas de outro tipo, ou ainda, uma simples proporção direta entre duas quantidades.

A proporção múltipla envolve mais de duas quantidades, relacionadas duas a duas. Esse eixo envolve duas classes de situações: correspondência um para muitos e muitos para muitos.

Já, a relação ternária tem dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas. O eixo, comparação multiplicativa se divide em duas classes: relação desconhecida e referido desconhecido, podendo ter tipos de quantidades continua e discreta. Por outro lado, o eixo produto de medidas também tem duas classes: configuração retangular e combinatória, podendo envolver quantidades contínuas e discreta.

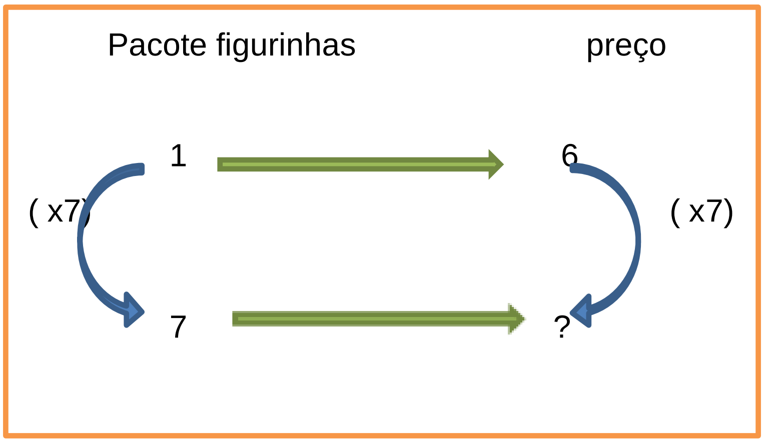
Para distinguirmos a relação quaternária da relação ternária, faremos a seguir a seguinte situação: um pacote de figurinhas custa R$ 6,00. Quanto irei pagar se eu comprar 7 pacotes destas figurinhas?

Essa situação pode ser interpretada da seguinte forma: podemos somar repetidas vezes o valor a pagar pelos pacotes de figurinhas. Teríamos o seguinte: 6+6+6+6+6+6+6= 42.

Magina, Santos e Merline (2010), apontam que: “esse tipo de situação é considerado o protótipo da multiplicação cuja resolução, comumente, se apoia em uma relação ternária: $a \times b = c$. Contudo, o que está implícito nessa situação é uma relação quaternária entre duas quantidades de naturezas distintas” (MAGINA; SANTOS; MERLINE, 2014, p. 44).

Essa questão também pode ser representada da seguinte maneira:

Figura 2: Demonstração do problema



Fonte: Arquivos do autor

Enquanto isso, as relações ternárias são tratadas como uma relação entre dois elementos de mesma natureza que se compõem para formar um terceiro elemento. “Três quantidades, das quais uma é o produto das outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional” (VERGNAUD, 2009, p.253), Exemplo: multiplicando comprimento x largura obtêm-se a área. Essa relação é apresentada da seguinte forma no plano numérico: a = b x c, tomando o exemplo dado acima: a = área, b = comprimento e c = largura.

5 DIVISÃO E MULTIPLICAÇÃO

5.1 História

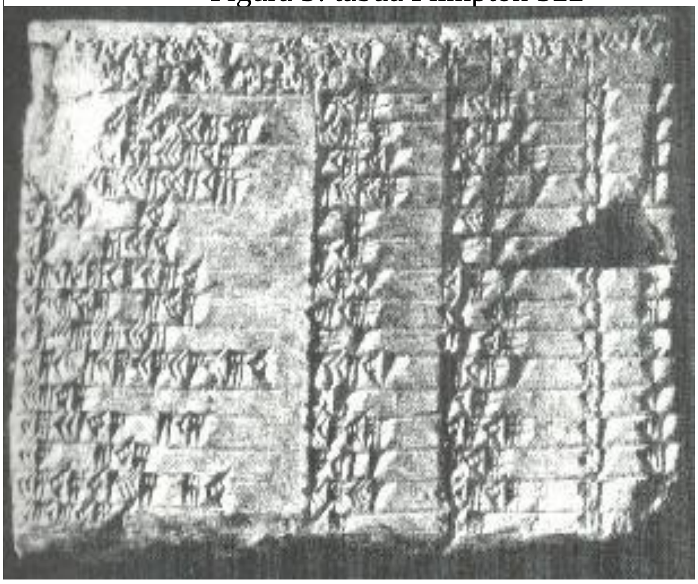
É difícil dizermos em qual época ou em que momento a matemática surgiu. Sendo assim, podemos falar sobre os primeiros aparecimentos do uso da matemática. Aqui busquei trazer um pouco da história dos babilônios e egípcios para com as operações de divisão e de multiplicação.

Eves (2004) afirma que usualmente se considera a matemática mais antiga aquela resultante dos primeiros esforços do homem para sistematizar conceitos de grandeza, forma e número. Logo em seguida. Ele menciona que, depois de 3000 a.c surgem as comunidades formadas à beira do rio Nilo na África, nos rios tigre e Eufrates no oriente médio e ao longo do rio amarelo na china. Tais comunidades criaram culturas onde a matemática começou a se desenvolver.

Os rios Eufrates e tigres são situados numa região da mesopotâmia. No Sul da mesopotâmia habitavam os povos chamados babilônios que criaram as primeiras tábuas de cálculo para armazenar informações extraídas da observação astronômica dos astros. Também propagaram suas operações aritméticas (adição, subtração, divisão, multiplicação e etc).

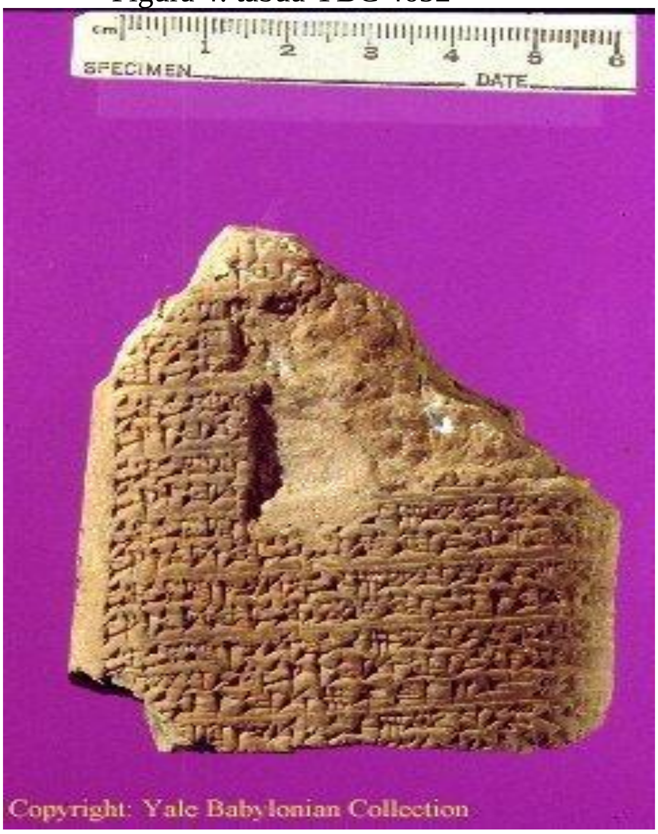
As tábuas serviam para o processo de realização das operações. As tábuas de inverso eram utilizadas para reduzir a divisão à multiplicação. Nas tábuas de Plimpton escrita por volta de 1900 e 1600 a.C. e na tábua YBC do antigo período da Babilônia que foi de 2004 a 1595 a.C. foram encontrados vários problemas de geometria dispostos por grau de dificuldade.

Figura 3: tábua Plimpton 322



Fonte: história da matemática no egito, disponível em: https://www.matematica.br/historia/babilonia.html

Figura 4: tábua YBC 4652



Fonte: tychanowicz (2016), disponível em: http://www.ime.usp.br/~brolezzi/disciplinas/20062/mat341/grecianao.pdf

> Tanto os papiros egípcios, como o de Rhind, e algumas tábuas de argila dos mesopotâmicos, apresentam registros de divisão, o que demonstra ser um conhecimento presente no cotidiano desses povos há mais de 2000 anos a.C. A aritmética dos egípcios era predominantemente aditiva, a multiplicação era realizada por “duplicações” sucessivas e a divisão passava a ser o mesmo processo, porém com sentido invertido. [...] Já os mesopotâmicos faziam uso das tábuas de multiplicação, feitas em placas de barro, onde para operar com a divisão, usavam os inversos multiplicativos. (TYCHANOWICZ, 2016 p.12).

Por outro lado, as margens do rio Nilo na África, os egípcios 3200 a.C. entre várias coisas importantes que fizeram nada foi mais importante do que a de criarem os primeiros símbolos para a representação matemática. Durante as enchentes do rio Nilo que acabava desmanchando as demarcações das propriedades os egípcios desenvolveram o estudo da geometria e um sistema de numeração baseado no sistema decimal, criaram símbolos específicos para representar os números a seguir: um traço vertical para representar uma unidade, um V invertido indicar 10, um laço que lembra um pouco a letra C maiúscula valia 100, uma flor de lôtus representava 1.000, um dedo dobrado 10.000, um peixe indicava 100.000 e uma figura ajoelhada 1000.000.

Utilizavam o papiro para escreverem suas anotações, em um dos papiros encontrados pelos historiadores, chamado de papiro de Rhind que os egípcios deixaram escrito uma tabela, essa tabela era utilizada para transformações de frações.

Na divisão criada pelos egípcios o divisor é dobrado sucessivamente ao invés do multiplicando. Assim a multiplicação e a divisão eram no geral efetuadas por uma sucessão de duplicações, se baseando no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potência de 2 (PIANO, et al. 2011). " O processo egípcio de divisão não só elimina a necessidade de aprender uma tábua de multiplicação, como também se amolda tanto ao ábaco que perdurou enquanto esse instrumento esteve em uso e mesmo depois" (EVES, 1997, p. 73)

Na divisão egípcia, é utilizado uma tabela contendo duas colunas, onde, na primeira coluna colocamos as duplicações a partir do número 1. E na outra coluna duplicações a partir do divisor, Ex: 289 ÷ 17.

Tabela 1: Resolução da divisão por duplicação

Duplicações a partir do 1	Duplicações a partir do divisor
1	17
2	34
4	68
8	136
16	272

Fonte: Arquivos do autor

Na primeira coluna, temos as duplicações a partir do 1. Na segunda às duplicações a partir do divisor 17 até o 272 porque o próximo número seria 544 que nesse caso seria maior que 289, então não precisa adicioná-lo.

Resultado: a soma das correspondentes da segunda coluna que somam, são: 272 + 17, sobre a primeira coluna, portanto: 289 ÷ 15 = 16 + 1 = 17

O processo de multiplicação egípcio também é por meio de uma tabela usando mesmo raciocínio, Ex: 13 x 24.

Tabela 2: Resolução da multiplicação por duplicação

Duplicações a partir do 1	Duplicações a partir do 24
1	24
2	48
4	96
8	192

Fonte: Arquivos do autor

Para fazer a resolução, temos que pegarmos na primeira coluna os números que somados resultem no valor 13 que está multiplicando o 28, que nesse caso podemos pegar: 8 + 4 + 1. Logo em seguida pegamos os correspondentes desses números na segunda coluna, que são respectivamente 192, 96 e 24 e fazemos a soma: 192 + 96 + 24 = 312. Logo 13 x 24 = 312.

5.2 Operação de multiplicação

Uma das quatros operações básicas da matemática a multiplicação se baseia na soma sucessivas de um número por ele mesmo. É representada pelo x ou •. Os números a serem multiplicados são chamados de fatores e o resultado chamado de produto. Por exemplo, na multiplicação: 4 x 3= 12. Nesse caso os fatores são 4 e 3, o produto é 12. Na representação de soma sucessiva fica: 4+4+4 = 12

Conhecida por ser uma operação difícil, tratando do senso comum, muitas vezes é interpretada como uma operação de adição, por se tratar de uma soma sucessivas de um número. Por isso temos que ficar atentos pois esta conexão está centrada apenas no processo do cálculo da multiplicação. Já do ponto de vista conceitual existe uma diferença entre o raciocínio aditivo e o raciocínio multiplicativo.

Raciocínio aditivo, o todo é igual a soma das partes. Por outro lado, para qualquer raciocínio multiplicativo existe uma relação fixa entre duas grandezas.

A multiplicação torna- se difícil porque para resolvê-la é preciso ter um conhecimento muito bom da tabuada e assim poder aplicar seu algoritmo, embora a tabuada adotada por nós seja limitada, pois não contém todas as multiplicações possíveis, mas é um bom começo para se adentrar nessa operação.

Podemos resolver a operação de multiplicação por meio de seu algoritmo. Vamos calcular 21 x 4. Onde o 11 será o primeiro fator e o 4 o segundo fator.

Primeiro momento é armar a operação colocando em cima primeiro o fator maior como demonstrado a seguir:

$$\begin{array}{r} 2\ 1 \\ \underline{\times\ 4} \end{array}$$

No segundo momento, multiplicamos a unidade do primeiro fator com a unidade do segundo fator, que nesse caso é o 4 e o 1. Multiplicamos 4 x 1 = 4, e colocamos o valor abaixo do 4.

$$\begin{array}{r} 2\ 1 \\ \underline{\times\ 4} \\ 4 \end{array}$$

No terceiro momento, multiplicamos a dezena do primeiro fator com a unidade do segundo fator:

$$\begin{array}{r} 2\ 1 \\ \underline{\times\ 4} \\ 8\ 4 \end{array}$$

Logo, concluímos que 4 x 21 = 84, ou que: 21 + 21+ 21 +21 = 84.

Uma das propriedades da multiplicação é de que em uma multiplicação a ordens dos fatores não altera o resultado do produto. Tomando como base o exemplo anterior, se trocamos a ordem dos fatores temos: 4 x 21, fazendo o processo de repetição sucessivas: 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 84, também obtemos o mesmo resultado.

5.3 Operação de divisão

A divisão é uma das quatros operações da matemática, uma operação bastante utilizada no nosso cotidiano, é tão frequente seu uso que as vezes não nós damos conta de que usamos para solucionar problemas do nosso dia a dia.

Também conhecida por ser a operação inversa da multiplicação, consiste no fracionamento de um número inteiro ou fracionário. É representada pelo símbolo ÷ e é formada por um dividendo P, um divisor d, um quociente q e o resto r. Nem sempre encontramos o valor exato do r, nesse caso a multiplicação do divisor pelo quociente fica apenas muito próximo do dividendo. Por exemplo na divisão de:

a) 268 ÷ 4 = 67, pois 4 x 67 = 268, nesse caso temos uma divisão exata. Sendo assim, dizemos que nessa operação não temos o resto ou r = 0.

b) 275 ÷ 2= 137, pois 2 x 137 = 274, nesse caso temos uma divisão não exata. Assim o resto dessa operação é e = 1.

Sendo assim, podemos afirmar que: p = d x q + r

A operação de divisão pode ser apresentada por um outro método, método da chave.

$$\begin{array}{l|l} P & D \\ \cline{2-2} r & Q \end{array}$$

Farei um exemplo a seguir explicando passo a passo como resolver a operação de divisão: 84 ÷ 6, por meio desse algoritmo.

Primeiro passo é montar a operação utilizando o método da chave.

$$\begin{array}{l|l} 84 & 6 \\ \cline{2-2} \end{array}$$

No segundo momento, iremos encontrar um número que multiplicado por 6 que dê igual a 84. Como isso levará bastante tempo. Vamos pegar apenas o algarismo da dezena que nesse caso é o 8 e encontrar um número que multiplicado por 6 seja igual ou que chegue o mais próximo possível do 8.

$$\begin{array}{r|l} 8'4 & \underline{\;6\;\;\;\;} \\ \underline{-6\;\;} & 1 \\ 2\;\; & \end{array}$$

Terceiro momento, seguir o processo descendo o algarismo da unidade, que ainda não foi dividido, no caso seria o 4.

$$\begin{array}{r|l} 8'4' & \underline{\;\;6\;\;\;\;} \\ \underline{-6\;\;\;} & 14 \\ \underline{24\;} & \\ \underline{-24\;} & \\ (0)\; & \end{array}$$

Para chegar até o resultado final, precisamos encontrar o 0 no resto. A não ser se for uma divisão não exata, neste caso o resto deve ter um algarismo menor que o divisor. Logo: 84 ÷ 6 = 14.

Conhecida por ser uma operação difícil, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem. Mendes (2013), diz que:

> A operação divisão e a sua aprendizagem é frequentemente associada a dificuldades por parte dos alunos. Os próprios professores dos 1.º e 2.º ciclos referem-se a esta operação como a mais difícil de ensinar aos seus alunos. Além disso, a sua aprendizagem é, muitas vezes, confundida com a mecanização das regras associadas ao algoritmo, não deixando espaço, na sala de aula, para o desenvolvimento de um trabalho com os alunos em torno da compreensão desta operação. (MENDES, 2013, p.6)

Isso se dá por a divisão poder ser apresentada de diferentes modos, ou seja, deve-se estar atento ao tipo de problema dado para poder resolvê-la de forma correta. Na maioria das vezes a maior dificuldade do aluno para com a operação de divisão é de tentar resolver por conhecimentos próprios e quando se utilizam do algoritmo, pouco entende do processo. Mendes (2013) mais uma vez afirma:

> Ora, a aprendizagem da divisão é muito mais do que saber usar o algoritmo tradicional, significa reconhecer esta operação em diferentes situações, ser capaz de compreender e usar a relação entre a divisão e a multiplicação é desenvolver uma teia de relações numéricas que permita calcular de modo flexível, tendo subjacentes as propriedades destas operações. (MENDES, 2013, p.6)

Os algoritmos muitas vezes são introduzidos muito cedo fazendo com que os estudantes deixem de apreciarem outros meios e métodos de resolução de problemas. Brocardo, Serrazina e Rocha (2008) pontua as potencialidades do algoritmo com a: generalidade, onde o algoritmo é válido para todos os números e com a eficácia, onde o algoritmo pode sempre conduzir a uma resposta certa, desde que use as regras corretamente.

Já para Kamii e Dominical (1998), os algoritmos podem ser prejudiciais por de certa forma encorajarem aos estudantes a desistir do seu próprio modo de pensar e de certa forma faze-las esquecerem o que já sabiam sobre o valor de posição na escrita dos números.

Para que os alunos tenham um bom desempenho os professores podem se utilizar de diferentes táticas e procedimentos que possam incluir os diferentes tipos de divisão: medida, comparação e partilha.

Divisão por partilha: A divisão por partilha relaciona duas grandezas de tipos diferentes. Exemplo: João tem um pacote com 18 figurinhas e quê dividi-las para seis crianças. Sabemos que a resposta será 3 figurinhas para cada criança. Nesse problema as duas grandezas trabalhadas são figurinhas e crianças. Ou seja, estamos dividindo a grandeza figurinhas pela grandeza crianças. Daí vem o questionamento: por que a resposta não é dada apenas por criança ou por figurinhas? Porque a divisão por partilha só acontece quando estamos trabalhando com dois tipos de grandezas distintas, onde o resultado será uma grandeza diferente das iniciais.

Ideia de medida: Tenho 56 palitos e quero dividi-los igualmente em caixas. Sabendo que cada caixa cabe 7 palitos. Quantas caixas precisarei para distribuir os 56 palitos? Sabemos que o resultado seriam 8 caixas. Nesse método de divisão por ideia de medida levamos em consideração todo o pensamento e método para a resolução. A ideia de medida consiste em formar grupos de determinados tamanhos, nesse caso a resposta aparece com a mesma grandeza utilizada na pergunta. Assim, na ideia de medida o tamanho de cada parte e do todo são conhecidas. No resultado busca- se encontrar a quantidade de partes com esse determinado tamanho.

Ideia de comparação: Essa ideia de divisão envolve um raciocínio bem mais complexos do que as anteriores. Nesse método a pergunta a se fazer é de: quantas vezes a medida de uma determinada grandeza é maior do que a outra medida da mesma grandeza? Tomando base a pergunta anterior dos palitos faremos um exemplo. Tenho uma caixa com 7 palitos e uma outra com 56 palitos. Quantas vezes a caixa com 56 palitos é maior do que a com 7 palitos? Para esse problema pensamos na quantidade de vezes que a caixa com 7 palitos caberá dentro da outra de 56 palitos. O resultado será chamado de razão.

5.4 Pesquisas relacionadas a conhecimento interpretativos de licenciandos

Por se tratar de um tema extremamente importante para a melhoria e desenvolvimento do ensino, existem poucas pesquisas que abordam os conhecimentos interpretativos dos futuros professores para com os erros dos estudantes.

Spinillo; Soares; Moro e Lautert (2016), em uma entrevista semiaberta analisaram a interpretação que os professores e futuros professores fazem dos erros dos alunos do ensino fundamental, identificaram erros conceituais e linguísticos. Concluindo que: “no ensino de matemática o tipo de problema tem papel relevante na forma de interpretar erros, mais que a formação e a experiência dos professores” (SPINILLO; SOARES; MORO E LAUTERT, 2016, p. 1).

Uma boa hora para os professores identificarem os erros dos estudantes é durante a aula, em seu estudo, Pinto (2000), discute o papel do erro durante o processo de ensino aprendizagem da matemática a partir da observação da produção na sala de aula de alunos da 4° série do ensino fundamental.

Cury (2007), analisou como os erros são tratados na pesquisa em educação matemática. Kliemann, Dullius, (2007), em sua pesquisa a partir do estudo dos sistemas avaliativos, com propósito de auxiliar na melhoria do ensino de Matematica, em uma de suas ações o objetivo foi de analisar os erros apresentados pelos alunos do 5° ano de questões retiradas da Prova Brasil. Concluindo que os principais erros apresentados estão relacionados a dificuldades de interpretação.

Koch e soares (2005), realizaram uma pesquisa com uma professora que ensinava a estudantes da 6ª série, os problemas foram de estrutura aditiva. O resultado foi que a interpretação da professora se deu do tipo; forma de combinar os dados do problema e domínio dos conteúdos envolvidos. Segundo as autoras, toda dificuldade das professoras em interpretar as produções dos estudantes se deu pela falta de conhecimento dos processos cognitivos diante das anotações dos estudantes.

Nesta pesquisa buscamos por meio do questionário trabalharmos os erros dos estudantes cometidos em questões problematizadas, como Brasil (1997), destaca:

> • o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for 20 levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada; o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1997, p. 32)

Este trabalho busca contribuir com as seguintes questões; como futuros professores interpretam os erros dos estudantes? Seriam eles capazes de identificarem a natureza dos erros? Dariam aos diferentes problemas o mesmo tipo de erro? Tratadas nas pesquisas de Cury (1994), e de Koch e Soares (2005).

Em seu estudo Botelho et al (2016), afirma que na resolução de problemas os erros podem ser agrupados em duas grandes classes: erro conceitual e erro procedimental. Os erros conceituais expressam limite de compreensão, ou seja, quando na solução é usado as relações aditivas, quando na verdade teria que ser as relações multiplicativas. Já o erro procedimental ocorre no processo de produção da resposta.

Diante das questões acima mencionadas, buscamos nesta pesquisa identificar e analisar a interpretação de futuros professores diante de erros cometidos por estudantes em problemas do campo multiplicativo de Vergnaud (1983), envolvendo produto de medidas (raciocínio combinatório) e isomorfismo de medidas (raciocínio proporcional).

6 METODOLOGIA

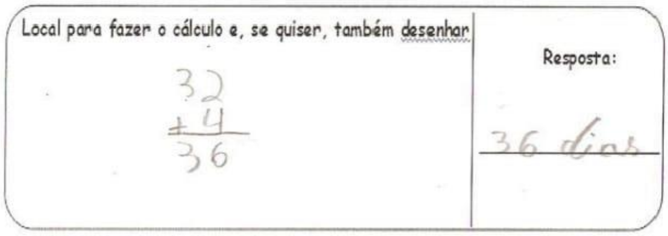
O presente trabalho do ponto de vista da natureza refere-se a uma pesquisa básica por se tratar de estudos que possam gerar novos conhecimentos. É uma pesquisa qualitativa pois tem enfoque na análise de dados, utilizando a coleta de dados sobre o conhecimento interpretativo dos licenciandos. Do ponto de vista de seus objetivos, é uma pesquisa descritiva, seu objetivo é conhecer e interpretar o conhecimento dos futuros professores de matemática sobre o campo multiplicativo Rudio (2001). O procedimento técnico foi feito por meio de um levantamento, pois solicita informações de um grupo de licenciandos, mediante análise, obteve-se as conclusões Gil (2002).

A pesquisa foi feita com 8 licenciandos de matemática de períodos diferentes, da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) no Centro Acadêmico do Agreste (CAA), situada na cidade de Caruaru agreste Pernambucano. A princípio a pesquisa seria feita com dois questionários, um questionário seria elaborado com problemas de estrutura multiplicativa e aplicado numa turma de 6º ano do ensino fundamental, para daí pegar as questões que fossem respondidas erradas, fazer um outro questionário e aplicar para os licenciandos de matemática analisar os erros cometidos. Devido às restrições (distanciamento social) da pandemia covid-19 não foi possível fazer a aplicação do questionário para os alunos do 6º ano do ensino fundamental, pôr os alunos terem passado um bom período sem aula. Daí surgiu a ideia de pegar um questionário que tivesse a mesma abordagem estruturas multiplicativas e que já estivesse sido respondido por alunos do ensino fundamental.

Em meio à procura de trabalhos que tivesse este questionário, encontramos no trabalho de Spinillo; Soares. et tal (2016) um questionário com as características que precisávamos. O questionário contém 6 problemas de estruturas multiplicativas, sendo 3 problemas de isomorfismo de medidas e 3 problemas de produto de medidas como mostrado abaixo.

Figura 5: Primeiro problema do questionário

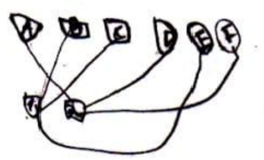
Para ficar boa de uma doença, Ana tomou 32 comprimidos. O médico mandou Ana tomar 4 comprimidos por dia. Quantos dias este tratamento vai durar?



Fonte: Spinillo, Soares et al. (2016)

Figura 6: Segundo problema do questionário

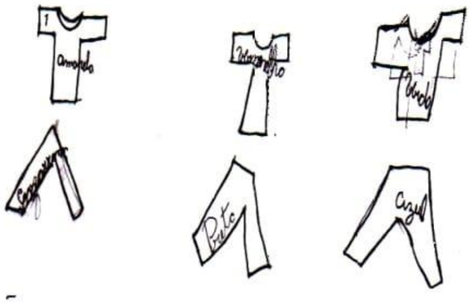
Um parque de diversão tem 6 entradas (A, B, C, D, E, F) e 2 saídas (1, 2). Combinando as entradas e saídas, Daniela pode fazer caminhos diferentes para entrar e sair do parque. De quantas maneiras diferentes ela pode entrar e sair do parque?



Fonte: Spinillo, Soares et al. (2016)

Figura 7: Terceiro problema do questionário

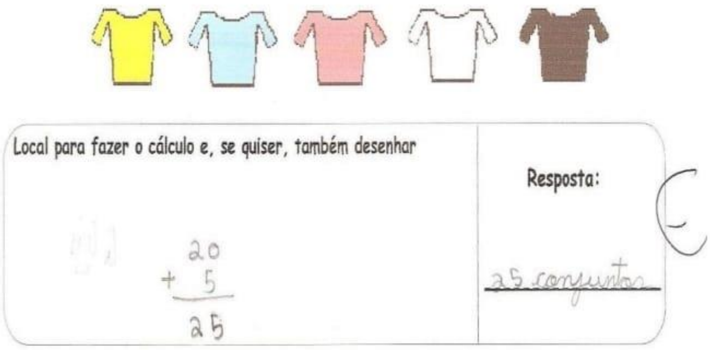
Pedro tem 3 camisetas (vermelha, amarela e verde) e 5 bermudas (marrom, laranja, preta, azul e branca). Ele quer combinar as camisetas e as bermudas para formar conjuntos. Quantos conjuntos diferentes ele pode formar?



Fonte: Spinillo, Soares et al. (2016)

Figura 8: Quarto problema do questionário

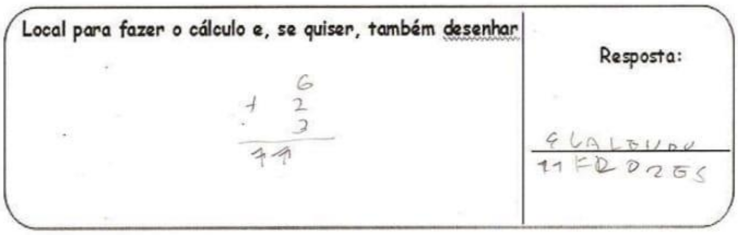
Combinando as blusas e as calças, Maria pode formar 20 conjuntos diferentes. O desenho abaixo mostra que ela tem 5 blusas. Quantas calças ela tem?



Fonte: Spinillo, Soares et al. (2016)

Figura 9: Quinto problema do questionário

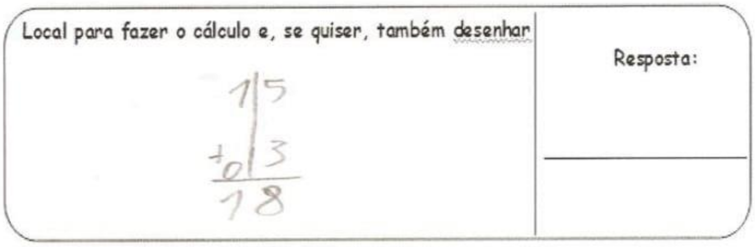
Uma floricultura vende caixas de jarros com flores. Cada caixa tem 6 jarros. Por sua vez, cada jarro vem com 2 flores. Sandra comprou 3 caixas. Quantas flores ela levou?



Fonte: Spinillo, Soares et al. (2016)

Figura 10: Sexto problema do questionário

Dona Benta usa 15 ovos para fazer 3 bolos. Quantos ovos ela precisa para fazer 5 bolos?



Fonte: Spinillo, Soares et al. (2016)

Diante da pandemia da covid-19, adaptamos o questionário para assim poder aplicá-lo. Criamos um questionário no Google drive contendo as mesmas questões que o teste aplicado presencialmente teria e disponibilizamos por meio de um link para 15 discentes. Onde, dos 15 discentes, apenas 8 responderam ao questionário. No questionário colocamos a seguinte instrução para os licenciandos: o questionário foi feito com problemas do campo multiplicativo e respondido por estudantes do 5º ano do ensino fundamental. Tendo em vista os erros cometidos por eles na resolução. Em cada problema, explique o(s) erro(s) cometido(s) pelos estudantes, buscando identificar as possíveis origens deles. Logo em seguida colocamos os seis problemas respondidos de forma incorreta.

7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Apresentamos neste capítulo os resultados da pesquisa. Para tanto, foram analisadas as respostas dos discentes obtidos através do questionário realizado por meio do formulário Google drive visando verificar o conhecimento interpretativo dos licenciandos diante dos erros cometidos por alunos na resolução de problemas do campo multiplicativo.

As respostas de cada participante frente aos problemas, foram analisadas de forma qualitativa. Tornando possível compreender a forma de pensar de cada licenciandos sobre os erros cometidos pelos estudantes. Escolhemos analisar cada questão separadamente e identificar quais conhecimentos foram apresentados pelos licenciando.

Para identificação dos licenciandos chamamos de licenciandos A, B, C, D, E, F, G e H e para a análise do(s) tipo(s) de erro(s) os licenciandos identificaram, utilizaremos os tipos de erros definidos por Spinillo; Soares; et al (2016), que definem em seu trabalho 4 tipos de erro:

> **Tipo 1** (não interpreta): o entrevistado se limita a mencionar apenas a operação efetuada ou a tecer comentários acerca de aspectos que, efetivamente, não se relacionam à interpretação do erro apresentado. **Tipo 2** (operação inadequada): o entrevistado afirma que o erro decorre do uso de uma operação inadequada que foi empregada e que está se trata de uma operação fácil que o aluno já domina. **Tipo 3** (incompreensão do enunciado): o entrevistado afirma que o erro decorre de dificuldades em compreender a linguagem do enunciado do problema. Menciona que o aluno se limita às palavras e aos números contidos no enunciado sem refletir sobre o que efetivamente significam. **Tipo 4** (incompreensão conceitual): o entrevistado afirma que o erro se deriva de uma incompreensão conceitual por parte do aluno no que concerne às relações multiplicativas necessárias para a resolução do problema, tais como o esquema de correspondência e a noção de agrupamentos. (SPINILLO; SOARES et al. p. 1194-1196, 2016)

No primeiro problema do questionário respondido pelos 8 licenciandos, 4 identificaram erros do tipo (incompreensão do enunciado); **resposta do licenciando C**; *nessa questão o aluno confundiu e fez a multiplicação quando precisava fazer a divisão. Essa confusão acredito que ainda esteja presente na realidade dos alunos do ensino fundamental, um dos motivos possa ser a má interpretação do que se pede a questão*.

Apenas 2 licenciandos identificaram erro do tipo (incompreensão conceitual). **Resposta do aluno A;** *Nessa situação, o estudante ao invés de multiplicar o quatro pelo* *quantitativo de dias necessários para Ana tomar os trinta e dois comprimidos, sendo um número desconhecido, aplicou equivocadamente adição. Cogito que tal escolha se deu em decorrência de alguns possíveis motivos, tais como: ser uma operação "dominada" pelo estudante, desconhecimento sobre noções elementares das estruturas multiplicativas ou por algum equívoco na interpretação do problema (ficando restrito ao emprego dos números supracitados no enunciado).*

Desses licenciandos 7 identificaram erro do tipo (operação inadequada). **Resposta do licenciando E**; *O aluno não entendeu que para resolver esse problema a operação a ser utilizada era a da divisão. Em vez, disso o aluno somou a quantidade de comprimidos total (32) com a quantidade de comprimido tomado por dia (4).*

Quadro 1: Respostas dos licenciandos para 1° problema do questionário

	Não interpreta	Operação inadequada	Incompreensão do enunciado	Incompreensão do conceito
Licenciando A		X	X	X
Licenciando B		X		
Licenciando C		X	X	
Licenciando D		X		
Licenciando E		X		
Licenciando F			X	
Licenciando G		X		
Licenciando H		X	X	

Fonte: Arquivos do autor

De acordo com as respostas dada pelos licenciandos no 1º problema, observando o quadro acima com as respectivas respostas. Identificamos uma similaridade nas respostas. A maioria dos licenciandos mencionaram os erros de uso da operação inadequada e incompreensão do enunciado.

No segundo problema do questionário, foi quase unanime o tipo de erro apresentado pelos licenciandos. Das 8 licenciandos, 7 identificaram o erro do tipo 4 (incompreensão do conceito) como mostra o **licenciando A**: *Através da resolução, em suma, ficou perceptível que o estudante se equivocou ao não associar cada uma das seis entradas, especificamente, as duas saídas (ele relacionou cada entrada apenas a uma saída). Quiçá, o erro aconteceu pela ideia de não poder associar uma entrada a mais de uma saída, gerado por fragilidades no campo multiplicativo e da combinatória, resultando na ausência de agrupamentos.*

Apenas 1 licenciando menciona o erro (incompreensão do enunciado), licenciando H: *O erro dela foi na questão apenas de interpretação,pois a pergunta foi a quantidade e não a estética da questão.*

Quadro 2: Respostas dos licenciandos para 2° problema do questionário

	Não interpreta	Operação inadequada	Incompreensão do enunciado	Incompreensão do conceito
Licenciando A				X
Licenciando B				X
Licenciando C				X
Licenciando D				X
Licenciando E				X
Licenciando F				X
Licenciando G				X
Licenciando H			X	

Fonte: Arquivos do autor

Observando o quadro com as respostas do segundo problema, identificamos que quase todos os licenciandos identificaram o erro de incompreensão do conceito.

Na análise do 3º problema do questionário identificamos mais uma vez quase uma unanimidade a respeito dos erros mencionados pelos licenciandos. 7 dos licenciandos mencionaram o erro (incompreensão do conceito), como descrito pelo **licenciando A**: *Resumidamente, o erro ocorreu diante da inverídica percepção de ser correto combinar apenas uma única vez um determinado objeto (nesse contexto, as camisetas) defronte as cinco opções de bermudas. Além disso, curiosamente, somente três das cinco bermudas indicadas no enunciado foram representadas no desenho realizado pelo discente (equivalente ao número máximo de camisetas de Pedro), talvez pela noção de não haver camisetas suficientes para proceder nas combinações, em síntese, sem a repetição das mesmas, segundo sua percepção indevida, sucedendo na impossibilidade de efetivar combinações entre as vestimentas. Assim, mantenho minha argumentação em relação ao equívoco cometido na questão antecedente: ocorreu por vulnerabilidades no campo multiplicativo e da combinatória, acarretando na falta de combinações entre as roupas.*

Apenas 1 licenciando menciona o erro (incompreensão do enunciado), resposta do **licenciando C**: *O estudante começou por uma estratégia que o ajudaria a chegar ao resultado, sem precisar utilizar do algoritmo, mas não conseguiu esgotar todas as possibilidades. Dessa forma, podemos observar que ele não compreendeu o enunciado.*

Quadro 3: Respostas dos licenciandos para 3° problema do questionário

	Não interpreta	Operação inadequada	Incompreensão do enunciado	Incompreensão do conceito
Licenciando A				X
Licenciando B				X
Licenciando C			X	
Licenciando D				X
Licenciando E				X
Licenciando F				X
Licenciando G				X
Licenciando H				X

Fonte: Arquivos do autor

Ao observarmos o quadro, com os erros postos pelos licenciandos no 3º problema, identificamos uma unanimidade no erro incompreensão do conceito, identificado pelos licenciandos.

Na 4ºquestão, 5 licenciandos identificaram o erro (operação inadequada), resposta do **licenciando A**: *O aluno responsável pela resolução do problema, em detrimento de realizar combinações com as peças mencionadas, utilizou inapropriadamente a operação de adição. Indubitavelmente, limitou-se aos números presentes no enunciado, sendo o erro possivelmente derivado da ausência de noções básicas das estruturas multiplicativas/análise combinatória ou pela incompreensão acerca do requisitado no problema.*

5 licenciandos identificaram o erro (incompreensão do enunciado), resposta do **licenciando G**: *Erro ao compreender o enunciado. O estudante pegou apenas os números evidentes no enunciado e somou.*

5 licenciandos identificaram o erro (incompreensão do conceito), resposta do **licenciando C**: *mais uma vez o aluno tem a ideia de soma. Por se tratar de combinação, talvez ele interprete a questão como adição.*

Quadro 4: Respostas dos licenciandos para 4° problema do questionário

	Não interpreta	Operação inadequada	Incompreensão do enunciado	Incompreensão do conceito
Licenciando A		X	X	X
Licenciando B		X	X	X
Licenciando C		X		X
Licenciando D		X		
Licenciando E			X	X
Licenciando F		X		X
Licenciando G			X	
Licenciando H			X	

Fonte: Arquivos do autor

No 4º problema do questionário, teve identificação de 3 tipos de erros na mesma proporção, operação inadequada, incompreensão do enunciado e incompreensão do conceito.

No 5º problema do questionário, 4 licenciandos identificam o erro (operação inadequada). Como menciona o **licenciando D**: *O aluno fez a soma, quando na verdade deveria ser feito a multiplicação. Considerando que ela comprou 3 caixas tendo cada caixa 6x2 flores. Então 3x6x2= 36.*

Na identificação do erro (incompreensão do enunciado), foram 4 licenciandos. Resposta do **licenciando E**: *O estudante, pegou os números que está evidente no enunciado e somou. Isso pode ter ocorrido, por ele não ter conseguido interpretar o enunciado.*

Quadro 5: Respostas dos licenciandos para 5° problema do questionário

	Não interpreta	Operação inadequada	Incompreensão do enunciado	Incompreensão do conceito
Licenciando A			X	X
Licenciando B		X		X
Licenciando C		X	X	X
Licenciando D		X		
Licenciando E			X	
Licenciando F		X		X
Licenciando G				X
Licenciando H			X	

Fonte: Arquivos do autor

Diante do quadro acima com a análise das respostas do problema 5, do questionário. Foram identificados pelos licenciandos, 3 tipos de erros, operação inadequada, incompreensão do enunciado e incompreensão do conceito.

No problema 6 do questionário, apenas 1 licenciando mencionou o erro (operação inadequada). Resposta do **licenciando C**: *Outra vez o aluno não compreende qual operação utilizar e soma a quantidade de ovos com a de bolo, na primeira situação. o dado de 5 bolos ele acaba não utilizando.*

Por outro lado, 4 licenciandos mencionaram o erro (incompreensão do enunciado). Resposta do **licenciando H**. *mais uma vez a interpretação de texto é uma falha no aluno.*

Identificaram o erro (incompreensão do conceito) 4 licenciandos. Resposta do **licenciando A**: *Novamente, assim como no problema anterior, o equívoco está no fato do discente "recolher" alguns números oferecidos no enunciado e somá-los (não efetuando a multiplicação). A motivação da escolha da adição pode ter sido ocasionada pela familiaridade com a operação em questão, incompreensão do exigido ou não atribuição de significados em relação aos números inseridos no problema.*

Quadro 6: Respostas dos licenciandos para 6° problema do questionário

	Não interpreta	Operação inadequada	Incompreensão do enunciado	Incompreensão do conceito
Licenciando A				X
Licenciando B				X
Licenciando C		X		
Licenciando D				X
Licenciando E			X	X
Licenciando F			X	
Licenciando G			X	
Licenciando H			X	

Fonte: Arquivos do autor

Ao olharmos para o quadro acima notamos uma pequena divergência nas respostas, embora os licenciandos tenham identificado 3 tipos de erros, operação inadequada, incompreensão do enunciado e incompreensão do conceito. Apenas 1 licenciandos conseguiu identificar 2 erros.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Destacamos aqui os pontos de maior importância durante a realização de nossa pesquisa, os principais resultados encontrados, bem como alguns possíveis desdobramentos que podemos desenvolver a partir de nossa pesquisa.

Iniciamos essa pesquisa buscando compreender o conhecimento interpretativo de futuros professores de matemática em problemas do campo multiplicativo. Diante do objetivo geral exposto, construímos os seguintes objetivos específicos, analisar os tipos de erros apresentado pelos licenciandos e identificar quais tipos de erro foram mencionados Spinillo, Soares et tal (2016), através de questionário de pesquisa.

Levantamos estudos e pesquisas que antecedem esse trabalho e que possibilitaram uma maior reflexão com relação a interpretação de professores e futuro professores de matemática diante do erro, como é importante refletir sobre práticas pedagógicas na resolução de problemas e de como é importante a análise tanto dos acertos como do erro.

Tomamos como marco teórico os estudos de Vergnaud (1996). A teoria dos campos conceituais; Cury (2007) Análise de erros: o que o podemos aprender com as respostas dos alunos: Cury (2004), Professora, eu só errei o sinal!: como a análise de erros pode esclarecer problemas de aprendizagem; Spinillo, Soares et al. (2016) como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estruturas multiplicativa; Pinto (2000), o erro como estratégia didática; Koch e Soares (2005), O professor, seus alunos e a resolução de problemas de estrutura aditiva. Tais pesquisas nos direcionaram para um maior entendimento do tema abordado, por meio delas conduzimos nossa pesquisa da melhor forma possível. Compreendendo a importância da interpretaão da análise e interpretaão do professor diante o erro na resoluão de problemas do campo multiplicativo.

Visamos por meio deste responder a seguinte pergunta: quais os conhecimentos interpretativos de futuros professores de matemática em problemas do campo multiplicativo? Por meio de um questionário com problemas resolvidos de forma errada por estudantes do ensino fundamental, os problemas são de isomorfismo de medidas e de produtos de medidas do campo multiplicativo, retirado do trabalho de Spinillo, Soares et tal. (2016), que foi enviado a licenciandos de matemática. Sendo assim os licenciandos analisaram cada questão e descreveram de acordo com seus conhecimentos os erros identificados em cada resposta.

Ao analisarmos as respostas dada pelos licenciandos conseguimos identificar que eles identificaram 3 tipos de erro: operação inadequada, incompreensão do enunciado e incompreensão do conceito. Também identificamos que em alguns problemas os licenciandos mencionaram mais de um tipo de erro cometido pelo estudante. Foi notável que nas questões contendo produtos de medidas os licenciandos quase por unanimidade mencionaram o erro incompreensão do conceito, como podemos ver no quadro 2 e no quadro 3. Apenas em um problema de produto de medidas quadro 4, os licenciandos além de mencionarem o erro de incompreensão do conceito também apontaram o erro de incompreensão do enunciado e operação inadequada.

Por outro lado, quando analisamos os problemas de isomorfismo de medidas identificamos que os licenciandos mencionaram três tipos de erro em cada questão com destaque para o primeiro problema quadro 1 onde, sete dos licenciandos mencionaram o erro operação inadequada.

Podemos identificar também que dos oito licenciandos, nenhum deixou de identificar algum tipo de erro. Dando atenção para dois licenciandos que identificaram o erro no algoritmo da operação utilizada pelo estudante.

Neste estudo verificou-se que o tipo de problema e a forma de como o professor produz e apresenta o problema tem papel relevante para o entendimento e resposta do estudante. Deste modo Koch e Soares (2007), destaca a importância da análise de erros por parte do professor analisando de forma mais ampla e direcionando ao retorno do ensino e não para apenas identificar se o estudante acerta ou erra, criando ou melhorando suas práticas metodológicas.

Uma pesquisa não se esgota em si mesma, mas impulsiona outras pesquisas, a nossa busca apenas identificar erros cometidos ao resolver problemas, deixando espaço para futuros estudos de como elaborar um problema, como este estudo pode ser utilizado para criar metodologias. Os resultados obtidos nos revelam que os futuros professores conseguem identificar os erros, porém, em meio a tantas tarefas que eles precisam da conta em sala de aula, precisam de meios e de autonomia para assim efetivar suas metodologias.

REFERÊNCIAS

BARRETO, V. **Paulo Freire para educadores.** São Paulo: Arte e Ciência, 1998.

BERTONI, N. **O erro como estratégia didática.** Campinas: Papirus, 2000.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática / Secretaria de Educação Fundamental: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, 1977.

BROCADO, J; SERRAZINA, L; KRAEMER, J. **"Algoritmos e sentido do número"**, educação e matemática, 75, 11-15, 2013.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional**: os afetos na aprendizagem matemática. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CURY, H. N. **análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**, Belo Horizonte: autentica, 2007.

ECHEVERRÍA, M. P. P.; POZO, J. I. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender.** In: POZO, J. I. (Org.). A solução de problemas. Porto Alegre: Artes Médicas,1998.

EVES, HOWARD. **Introdução à história da matemática**; tradução Hygino H. Domingues. 2a ed. – Campinas, sp: Editora da Unicamp, 1997.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia, saberes necessários à prática educativa.**

FREIRE, P. **Pedagogia da Esperança: um reencontro com a Pedagogia do Oprimido**.

GIANCATERINO, Roberto**. A matemática sem rituais**. RJ: Wak, 2009.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4º ed. São Paulo. Atlas, 2002.

GITIRANA, V. CAMPOS; T. M., SPINILLO, A., & MAGINA, S. (no prelo). **Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. São Paulo, SP, Brasil: PROEM 7 ed. São Paulo: Libertad, 1989.

KAMII, C. ; Livingston, S. J. **Desvendando a Aritmética – Implicações da teoria de piaget.** Trad. Cristina Monteiro.7.ed. Campinas. Papirus, 2003. 299 p.
KLIEMANN; DULLIUS**. Brincando com a matemática**. Actas del. VII CIBEM, pag. 440-447, 2007.

KOCH, N. T. O.; SOARES, M. T. C**. O professor, seus alunos e a resolução de problemas de estrutura aditiva.** In: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. (Orgs.). Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola. Curitiba: Editora UFPR, 2005. p.145-182.

MAGINA, S., SANTOS, A., & MERLINI, V. (2010). **Quando e Como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental?** Contribuição para o debate. Revista EMTEIA, 1(1).

MENDES, F."**A aprendizagem da divisão**: um olhar sobre os procedimentos usados pelos alunos", Da investigação às práticas, 3(2), 5-30, 2013.

MIORIM, M. A**. Introdução a história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOREN, E. B. da S.; DAVID, M. M. M. S.; MACHADO, M. da P. L (2013). **Diagnóstico e análise de erros em matemática: subsídios para o processo ensino-aprendizagem.** Cadernos de Pesquisa, São Paulo, n. 83, p. 43–51, 2013. Disponível em:http://publicacoes.fcc.org.br/index.php/cp/article/view/969. Acesso em: 7 nov. 2021."http://publicacoes.fcc.org.br/index.php/cp/article/view/969#:~:text=MOREN%2C %20E.%20B,7%20nov.%202021.Papirus, 1995.

PIANO, D. L; LOUREIRO, D. Z; LANGER, A. E. S. **História, técnicas e as problemáticas do ensino e aprendizagem da divisão.** xxv semana acadêmica da matemática issn 1981-8645, 2011.

PILETTI, N**. Estrutura e funcionamento do ensino fundamental. Estrutura e funcionamento do ensino fundamental**. Estrutura e funcionamento do ensino fundamental. São Paulo: Ática,1998.

PIMENTA. **O estágio na formação de professores: unidade teórica e prática?** 3. ed. SãoPaulo: Cortez, 2005.

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática**. 2. ed. Curitiba: Papirus, 2000**.**

PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática**. 2. ed. Curitiba: Papirus, 2000.Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.São Paulo: Paz e Terra, 1996.Teoria de Piaget. Trad. Marta Rabiogio e Camilo F.Ghorayeb. Campinas:

RICO, L.**Errores y dificultades em elaprendizaje de las Matemáticas**. Barcelona - Espanha: Horsori editorial, 1995.Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1992.São Paulo: Paz e Terra, 1996.Teoria de Piaget. Trad. Marta Rabiogio e Camilo F.Ghorayeb. Campinas:

SCHLIEMANN, A; CARRAHER, T; CARRAHER, D. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1995.

SPINILLO, A., SOARES, M., MORO, M. & LAUTERT, S. **Como professores e futuros professores interpretam erros de alunos ao resolverem problemas de estrutura multiplicativa?** Bolema. 30(56), 1188-1206. 2016.

TYCHANOWICZ, Simone Danielle. **O ensino de divisão: reunindo registros**. Anais do XX Encontro Brasileiro de Pós-Graduação em Educação Matemática. Curitiba. 2016.

VASCONCELLOS, Celso dos Santos. Avaliação: **Concepção Dialética-Libertadora do Processo de Avaliação Escolar.** São Paulo: Libertad, 2005.

VERGNAUD, G. (1983). **Multiplicative Structures**. Em R. Lesh, & M. Landau, Acquisitions of mathematics concepts and procedures (pp. 127-174). New York: Academic Press.

VERGNAUD, G. (1988). **Multiplicative Structures.** Em H. Hiebert, & M. Behr, Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades (pp. 141-161). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

VERGNAUD, G. (1990). **La théorie des champs conceptuels**. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10, pp. 133-170.

VERGNAUD, G. (1996). **A teoria dos campos conceituai**s. Em J. Brun, Didáctica das Matemáticas (M. J. Figueiredo, Trad., pp. 155-191). Lisboa, Portugal: Instituto Piaget.

VERGNAUD, G. (1996). **A teoria dos campos conceituais**. Em J. Brun, Didáctica das Matemáticas (M. J. Figueiredo, Trad., pp. 155-191). Lisboa, Portugal: Instituto Piaget.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**, ed. 3. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. **Multiplicative conceptual field: what and why?** In. Guershon, H. e Confrey, J.(Eds.). The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics. Albany: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.