



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

DANIEL MATHEUS SILVA ALEIXO

**ÁLGEBRA LINEAR NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO: UMA DISCUSSÃO POR
MEIO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Caruaru

2021

DANIEL MATHEUS SILVA ALEIXO

**ÁLGEBRA LINEAR NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO: UMA DISCUSSÃO POR
MEIO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciada/o em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientador: Prof^a. Dr^a. Cristiane de Arimatéa Rocha.

Caruaru

2021

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Aleixo, Daniel Matheus Silva.

ÁLGEBRA LINEAR NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO: UMA
DISCUSSÃO POR MEIO DA TEORIA DOS REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA / Daniel Matheus Silva Aleixo - 2021.

54f.: il.;30 cm.

Orientador(a): Cristiane de Arimatéa Rocha
TCC (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Matemática
- Licenciatura, 2021.

1. Álgebra Linear. 2. Representação Semiótica. 3. Livro Didático. 4. Registro.
I. Rocha, Cristiane de Arimatéa II. Título.

370 CDD (22.ed.)

DANIEL MATHEUS SILVA ALEIXO

**ÁLGEBRA LINEAR NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO MÉDIO: UMA DISCUSSÃO
POR MEIO DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática-
Licenciatura da Universidade Federal de
Pernambuco, como requisito parcial para a
obtenção do grau de Licenciada/o em
Matemática.

Aprovada em: ____/____/____.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dra. Verônica Gitirana Gomes Ferreira (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Mr^a. Lidiane Pereira de Carvalho (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus, que esteve sempre ao meu lado em todos os momentos da minha vida e permitir que finalizasse essa etapa tão importante na minha vida.

Gostaria de agradecer aos meus pais George e Auri, que sempre estiveram ao meu lado me ajudando em todos os momentos da minha vida, dando suporte, encorajamento e conselhos e principalmente pela educação que me proporcionaram.

Agradeço aos meus professores do ensino básico que desde o início me apoiaram e foram fundamentais no meu processo de formação e deixaram uma marca na minha vida, em especial Rogério que me ajudou muito após minha cirurgia e Clécio e Ricardo que me ensinaram durante o ensino médio, inclusive os primeiros contatos foram através de ajudas quando sequer eu ainda era aluno deles.

Agradeço aos meus professores do ensino superior, que me mostraram além de conhecimentos matemáticos e da educação, o real significado do que é ser professor e fizeram me inspirar nos excelentes profissionais que são, destaco com carinho: Jaqueline, Jefferson, Lidiane, Carol, Cleiton e Marcílio. Agradeço também à minha orientadora Cris por me aceitar como orientando, por toda paciência e por toda ajuda nessa etapa tão importante da minha vida.

Gostaria de agradecer ao LEMAPE e a todos que fazem parte dele, foi um lugar muito especial e importante no meu processo de formação como professor, além das amizades ali presentes.

Gostaria de agradecer também a algumas pessoas que estiveram comigo na graduação: Marcos, Nelson, Robson, Igor, Eduarda, João Victor e Thiago.

Agradeço do fundo do coração a Gabriella, Laura, Stephany e Henrique que ao longo desses anos com os quais estabeleci uma amizade muito grande, na qual nunca houve sequer competição, nossa amizade foi se fortalecendo nos momentos mais difíceis sempre um ajudando o outro, obrigado por tudo e que nossa amizade continue além desse ciclo.

Agradeço a Lívia e Ruan por esses últimos meses que foram muito importantes para mim e estiveram ao meu lado me ajudando e apoiando não me deixando desanimar nos momentos difíceis, obrigado.

Agradeço as professoras Verônica Gitirana e Lidiane Carvalho por se disporem a contribuir com meu trabalho.

Por fim, agradeço também a todos que fizeram parte do meu processo de formação e torceram por mim.

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo geral investigar por meio das representações semióticas de que forma a Álgebra Linear está representada nos livros didáticos do Ensino Médio. Dessa forma o aporte teórico foi baseado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval na qual defende que quando trabalhado um objeto, para haver aprendizagem, é necessário a utilização de ao menos dois registros de Representação Semiótica. A pesquisa é de natureza qualitativa, elaborada a partir de uma análise de uma coleção de livros didáticos do Ensino Médio, buscando entender quais registros são priorizados na abordagem de conteúdos de Álgebra Linear no livro didático, visto problemas vivenciados sistemas lineares, matrizes e determinantes. Assim, para atender nossos objetivos, nossa análise do livro didático foi feita através de uma investigação de como esses objetos matemáticos são abordados na exposição do conteúdo, como também uma análise das atividades propostas nos capítulos referentes a esses conteúdos, verificando em ambos os momentos o uso dos diferentes registros de representação, além de observar o uso de conversões nesses processos. Por meio da análise de dados, identificamos a prioridade do Registro Algébrico sendo mais mobilizado no capítulo de sistemas lineares e determinantes, enquanto o Registro Algébrico Matricial foi mais utilizado no capítulo referente às matrizes. Constatamos, contudo, que o Registro Algébrico foi o segundo mais frequente em matrizes, indicando sua preferência entre os demais registros observados.

Palavras-chave: Álgebra Linear. Representação Semiótica. Livro Didático. Registro

ABSTRACT

This research has as the primary objective investigate how high school textbooks represent Linear Algebra content through semiotic representations. Thus, The Theory Registers of Semiotic Representation, from Duval, comprise our theoretical framework. He argues that the conceptual understanding of a mathematical object is necessary to copy with the conversion between at least two of its registers of semiotic representation. The research is qualitative, elaborated from an analysis of one high school textbooks collection. We seek to understand which representations are prioritized in the Linear Algebra content approach in the textbook, as such: linear systems, matrices, and determinants. Thus, we analyzed it on the mathematical objects approaches and the proposed activities in the chapters relating to these contents, verifying the use of different registers of representation records and conversions in these processes. We identified the Algebraic Registry of representations the more mobilized in the chapter on linear and determining systems through data analysis. As for the Matrix content, the textbook most used the matrixial representation. We found, however, that the Algebraic Registry was the second most frequent in matrices, indicating its preference among the other records observed.

Keywords: Linear Algebra. Semiotic Representation. Textbook. Register

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Conversão entre registro algébrico e gráfico.....	25
Figura 2 –	Uso de tabelas para apresentação do conceito de matrizes.....	34
Figura 3 –	Exemplo de conversão do RAI_M para o RAI_S.....	35
Figura 4 –	Uso do RAI_T como registro de partida para conversão...	35
Figura 5 –	Uso do RAI_M como registro de chegada em conversão..	35
Figura 6 –	Conversão entre o RAI_M e o RFg.....	36
Figura 7 –	Conversão entre RLN e o RAI.....	42
Figura 8 –	Conversão entre o RAI para o RAI_T, como também RAI_T para o RAI_S.....	42
Figura 9 –	Formação em RFg.....	43
Figura 10 –	Registro Figural convertido para o Registro Algébrico.....	43
Figura 11 –	Interpretação gráfica de sistemas lineares, conversões entre RAI e RGr.....	43
Figura 12 –	Explicação de determinantes com uso de conversões entre RAI e RAI_M.....	44
Figura 13 –	Atividade de sistemas lineares que mobiliza o Registro Gráfico e o Registro Algébrico.....	49
Figura 14 –	Atividade de matrizes que mobiliza o Registro Algébrico Tabular e o Registro Algébrico	50

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Classificação dos registros mobilizados no saber matemático e suas representações.....	23
Quadro 2 –	Classificação dos Registros de Representação a partir dos sistemas lineares apresentada por Boemo (2015).....	27

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Aquisição de livros didáticos no ano de 2020, de acordo com o FNDE.....	30
Tabela 2 –	Distribuição das atividades classificadas como tratamento no Capítulo 5, de acordo com o registro mobilizado.....	37
Tabela 3 –	Distribuição das atividades classificadas como conversões no Capítulo 5, de acordo com os registros mobilizados.....	38
Tabela 4 –	Registros de Partida mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 5.....	39
Tabela 5 –	Registros de Chegada mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 5.....	39
Tabela 6 –	Registros de Partida ou Chegada mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 5.....	40
Tabela 7 –	Distribuição das atividades classificadas como tratamento no Capítulo 6, de acordo com o registro mobilizado.....	45
Tabela 8 –	Distribuição das atividades classificadas como conversões no Capítulo 6, de acordo com os registros mobilizados.....	46
Tabela 9 –	Registros de Partida mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 6.....	47
Tabela 10 –	Registros de Chegada mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 6.....	47
Tabela 11 –	Registros de Partida ou Chegada mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 6.....	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AL - Álgebra Linear

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

UFPE - Universidade Federal de Pernambuco

PNLD - Programa Nacional do Livro Didático

FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

RLN - Registro em Língua Natural

RGe - Registro Geométrico

RFg - Registro Figural

RAI_T - Registro Algébrico na Representação Tabular

RAI - Registro Algébrico

RAI_S - Registro Algébrico na Representação Simbólica

RAI_M - Registro Algébrico na Representação Matricial

RNm - Registro Numérico

RGr - Registro Gráfico

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 OBJETIVOS	18
2.1 GERAL.....	18
2.2 ESPECÍFICOS.....	18
3 O LIVRO DIDÁTICO	19
3.1 CONSOLIDAÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO.....	19
3.2 FUNÇÕES DO LIVRO DIDÁTICO.....	20
3.3 IMPORTÂNCIA SOCIAL E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS.....	21
4 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	23
4.1 APRENDIZAGEM E REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS.....	23
4.2 ATIVIDADES COGNITIVAS.....	25
4.3 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES.....	27
5 METODOLOGIA	30
5.1 ESCOLHA DA COLEÇÃO.....	30
5.2 DESCRIÇÃO DA COLEÇÃO ESCOLHIDA.....	31
5.3 CRITÉRIOS A SEREM ANALISADOS.....	32
6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	34
6.1 ANÁLISE DO CAPÍTULO DE MATRIZES.....	34
6.1.1 Descrição e abordagem do conteúdo	34
6.1.2 Exercícios propostos	38
6.2 ANÁLISE DO CAPÍTULO DE SISTEMAS LINEARES E DETERMINANTES.....	42
6.2.1 Descrição e abordagem do conteúdo	42
6.2.2 Exercícios propostos	45
6.3 OBSERVAÇÕES GERAIS.....	49
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	52
REFERÊNCIAS	54

1 INTRODUÇÃO

A Álgebra Linear (AL) é uma disciplina que está presente em vários cursos do ensino superior e é uma das primeiras disciplinas na qual o tratamento da matemática é levado para um estudo estrutural e axiomático, sendo de grande importância para a formação de vários profissionais. Cardoso (2014, p.31) afirma que "geralmente as instituições oferecem os cursos introdutórios de AL já no primeiro ano da graduação, encontrando um grande número de estudantes despreparados para estudar conceitos de Matemática abstrata".

Esse despreparo dos alunos para estudar conceitos abstratos, particularmente sobre a Álgebra Linear, nos faz olhar para a Educação Básica, visto que é o momento de preparação dos estudantes para o ingresso em uma universidade.

Direcionando o nosso olhar para essa instância educacional, alguns conteúdos de Álgebra Linear são introduzidos já nos anos finais do ensino fundamental, como sistemas lineares que são apresentados como sistemas de equações de duas variáveis. No Ensino Médio há um maior aprofundamento dessa inserção da AL, em razão dos sistemas lineares serem abordados com mais métodos de resolução, como também são contemplados outros conteúdos (matrizes e determinantes). Essa inserção da Álgebra Linear no currículo, de ambas as etapas da escolarização nos faz questionar como esses assuntos são apresentados.

Nesse sentido a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) enfatiza a importância de um objeto matemático ser representado de várias formas com o uso de registros de representações das diferentes linguagens como gráficos, tabelas, esquemas, sendo necessário para a compreensão, resolução e comunicação de uma atividade, fazendo com que o aluno promova o desenvolvimento de seu próprio raciocínio.

Tal importância ressaltada pela BNCC vai de encontro à Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval que defende que quando trabalhado um objeto, para que haja aprendizagem, é necessário a utilização de ao menos dois registros de representação semiótica com a conversão de um registro a outro. A Álgebra Linear oferece alguns registros de representação como o numérico, geométrico, algébrico e matricial, viabilizando o estudo de tratamentos e conversões entre os registros.

A constatação da utilização dessas diferentes representações no processo de ensino e aprendizagem de um estudante pode ser observado por meio da análise de livros didáticos, pois esse recurso organiza uma abordagem sobre conteúdos específicos construída pelo autor. Barreto e Monteiro (2008) afirmam que o livro didático tem grande importância na prática pedagógica, devido a seu uso como um instrumento de apoio para o professor e também como um suporte teórico e prático para o aluno, o que evidencia seu papel como um recurso que influencia no desenvolvimento de aprendizagens de estudantes.

Com base no exposto, delimitamos como problema da presente pesquisa: Quais registros de representação semiótica são priorizados na abordagem de conteúdos de Álgebra Linear no livro didático do Ensino Médio?

Durante a minha experiência vivenciada no Ensino Médio uma das maiores dificuldades em matemática foram nos conteúdos introdutórios da Álgebra Linear (sistemas lineares, matrizes e determinantes). Ao ingressar no curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE foi observada a ausência desses conhecimentos tanto na aprendizagem durante o ensino básico, quanto na dificuldade de resolução de alguns exercícios. Os exercícios na sua maioria eram resolvidos mecanicamente, mas a minha compreensão dos significados inerentes aos objetos matemáticos não era identificada.

Ao cursar Álgebra Linear, notei que outras pessoas também apresentavam dificuldades na disciplina mesmo em sua introdução. Outra observação ocorreu em relação ao constante número de turmas extras¹ de Álgebra Linear que eram ofertadas a cada período nessa universidade.

Essa observação é referendada por investigações que discutem sobre as dificuldades de estudantes em Álgebra Linear conforme indica Cardoso (2014):

Andreoli (2008) lembra que seria natural que os estudantes dos primeiros anos do Ensino Superior fossem capazes de resolver questões que envolvem conceitos introdutórios de AL, como, por exemplo, os de determinante, matrizes e combinações lineares. No entanto, o que se nota é que um grande número de estudantes tem dificuldades em resolver questões[...] (ANDREOLI, 2008, apud CARDOSO, 2014, p.32).

¹ Turmas extras é uma estratégia do curso de Matemática-Licenciatura da UFPE adotada para diminuir a evasão e retenção de alunos que por alguma razão não foram aprovados ou não puderam cursar alguma disciplina no tempo previsto. Essas turmas são oferecidas normalmente em horários alternativos para viabilizar a matrícula desses estudantes.

Além de Andreoli (2008), que apresenta essas dificuldades em um contexto argentino, Coimbra (2008) também destaca que a disciplina de Álgebra Linear no Brasil é ofertada em diferentes cursos nos semestres iniciais, o que faz com que a influência da educação básica seja muito forte, pois alunos apresentam saberes e concepções que podem ser insuficientes. Um exemplo trazido pelo autor é a discussão sobre "vetor", na qual essa palavra tem vários significados e o principal sentido atrelado a essa expressão é a representação de uma seta que os alunos não conseguem associar com funções, polinômios ou matrizes, conteúdos estes que são estudados também no Ensino Médio.

Com o olhar voltado ao Ensino Médio, é importante analisar o que os currículos orientam sobre o trabalho com os conteúdos - matrizes, determinantes e sistemas lineares - mais precisamente a BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco Ensino Médio (PERNAMBUCO, 2021) e quais habilidades e competências são vistas como necessárias para o desenvolvimento do aluno nessa etapa de ensino.

Os documentos curriculares analisados apresentam muitas semelhanças com relação aos conteúdos de Álgebra Linear observados, uma vez que a BNCC foi utilizada como base para a construção do Currículo de Pernambuco. O Currículo de Pernambuco Ensino Médio (PERNAMBUCO, 2021) orienta para o trabalho com sistemas lineares o desenvolvimento de habilidades específicas para o estudante que inclui a resolução e elaboração de problemas, como também a utilização de técnicas de resolução algébricas e gráficas. Matrizes e determinantes não são diretamente mencionados no documento, no entanto, quando o Currículo de Pernambuco especifica o assunto de "Algoritmos de Programação" podem ser realizadas atividades que envolvam o trabalho com esses conteúdos.

Assim, por esse momento de pandemia causado pela COVID-19, há a impossibilidade de contatos presenciais em aulas e possíveis dificuldades de acesso a salas remotas, definimos a análise do livro didático, visto que é um instrumento de grande influência em sala de aula, em alguns momentos essa influência chegou a ser tão grande que "Pesquisas sobre o ensino da matemática na escola têm afirmado que a geometria por muito tempo ficou relegada a segundo plano, pois era sempre abordada nos capítulos finais do livro didático."(TURÍBIO; SILVA, 2017, p.159). Dessa forma, essa análise pode identificar uma das possíveis causas dessa dificuldade.

Na seção seguinte, delimitamos os objetivos da presente pesquisa.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral investigar por meio das representações semióticas de que forma a Álgebra Linear está representada nos livros didáticos do Ensino Médio.

2.2 ESPECÍFICOS

- Verificar os registros de representação semiótica mais utilizados pelos livros didáticos em conteúdos de Álgebra Linear;
- Identificar os registros de partida e chegada apresentados nos exercícios de conteúdos de Álgebra Linear;
- Analisar que tipo de conversão entre registros de representação semiótica é mais frequente nos conteúdos de Álgebra Linear.

3 O LIVRO DIDÁTICO

Neste capítulo discutimos sobre o livro didático, sobre sua consolidação através dos anos, mesmo com tantas mudanças ocorrendo na sociedade desde sua origem. Discutimos também as funções que esse material tem através da abordagem de Choppin (2004) que podem variar de acordo com o contexto em que está inserido. Por fim, traremos uma discussão sobre sua importância no contexto social apresentado no Brasil e nas práticas pedagógicas dos professores.

3.1 CONSOLIDAÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO

Sendo o material de análise desta pesquisa, se faz a necessidade de analisar o livro didático de Matemática, pois segundo Junior (2007) os livros didáticos se consolidam como a forma de transmissão escrita do saber matemático na escola, com a função de transmitir informações matemáticas entre gerações.

Essa consolidação se dá há muito tempo, visto que segundo Schubring (2003, apud JUNIOR, 2007) já existiam livros antes mesmo da tecnologia que possibilitasse a sua impressão.

Um grande exemplo desse fato é a obra *Elementos* de Euclides, escrito por volta de 300 a.C, que ainda possui influência no pensamento matemático nos dias de hoje, algo notável, principalmente quando a sociedade se encontra com grandes mudanças ocorrendo em um curto espaço de tempo em todas as estruturas, como descrito por Bauman (2001) em *Modernidade Líquida*. Beltrame (2009) afirma que

A presença do livro didático na educação escolar indica, para ele, a existência de um recurso pedagógico estabilizado, pois é um recurso que resistiu a diversas mudanças na educação e por mais que tenham variado os métodos e os enfoques curriculares do ensino escolar, o livro está presente entre os instrumentos didáticos disponíveis. (BELTRAME, 2009, p.26)

Com tantas mudanças acontecendo na sociedade, o ambiente escolar também passaria por elas. Em termos tecnológicos, cada vez mais os alunos são introduzidos e expostos mais cedo às novas tecnologias e redes sociais, as quais são atualizadas constantemente. Assim muitas vezes o interesse dos alunos está voltado para um ambiente digital e dinâmico. Isso exige que todos os envolvidos no processo de ensino acompanhem as transformações e tendências, no que diz respeito a nossa pesquisa

o livro didático também passa por transformações, passando também a ocupar um espaço digital.

No Brasil essa adaptação, por parte do estado, iniciou com o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), no edital nº 01/2013, direcionado para aplicação no Ensino Médio. Nele houve a possibilidade de inscrição de dois tipos de obras didáticas, as obras do Tipo 1: *Obra Multimídia composta de livros digitais e livros impressos* e do Tipo 2: *Obra Impressa composta de livros impressos e PDF*.

A partir dos critérios do edital, as obras do Tipo 1, determinam materiais que podem ser classificados como livros didáticos digitais. Os tipos desses materiais digitais podem ser diversos, de acordo com o objetivo para que foram produzidos, nesse sentido:

Alguns são apenas as digitalizações das formas impressas, com poucos ajustes para se adequar ao digital, [...] Há ainda editoras que preferem não deixar o impresso, sendo sua versão digital apenas um complemento, cujo meio de acesso vem anexado à obra impressa, seja em formas de links ou QR Codes¹⁵, responsáveis por levar o aluno ou professor a uma área restrita na qual terão acesso ao conteúdo extra que pode ser um vídeo, um gráfico animado, um modelo de interação em 3D etc.. E em poucos casos existem modelos mais complexos, que propõe de fato uma primeira tentativa de reconfiguração do material didático [...] (GOMES; GUEDES; MARACAJÁ; ALBUQUERQUE; NICOLAU, 2014, p.5).

Essa variedade de modelos permite que o livro didático seja explorado de várias formas e com objetivos distintos, mantendo-se como um material usado em sala de aulas.

3.2 FUNÇÕES DO LIVRO DIDÁTICO

Com o contato constante com o livro didático esse material passou a ser muito familiar fazendo com que muitas vezes sequer pensamos na sua função, apesar de sua natureza complexa. Para isso, Choppin (2004) definiu quatro funções essenciais do livro didático, sendo elas: Função Referencial, Função Instrumental, Função Ideológica e Cultural e a Função Documental.

A primeira função, a *referencial*, é normalmente a mais lembrada do livro didático. Também pode ser chamada de curricular ou programática e está relacionada com o que está sendo exigido pelo programa curricular, se estiver em um contexto de concorrência essa visão curricular pode estar também representada com algumas interpretações distintas do mesmo currículo. Sobre essas interpretações Choppin

(2004, p.253) afirma que “ele constitui o suporte privilegiado dos conteúdos educativos, o depositário dos conhecimentos, técnicas ou habilidades que um grupo social acredita que seja necessário transmitir às novas gerações.”, isso faz com que a forma que esses conhecimentos são transmitidos possam variar de acordo com o ideal do grupo social que produz o livro.

A segunda função, *instrumental*, o livro didático coloca em prática as metodologias que favoreçam a aprendizagem do assunto em questão, seja por meio de exercícios ou atividades, segundo Choppin (2004, p.253) elas “visam a facilitar a memorização dos conhecimentos, favorecer a aquisição de competências disciplinares ou transversais, a apropriação de habilidades, de métodos de análise ou de resolução de problemas, etc.”. Na matemática essa função é fundamental para a construção do conhecimento, não bastando apenas a reprodução dos saberes sem uma aplicação no cotidiano.

A terceira função, *ideológica e cultural*, é a mais antiga, pois no contexto em que estava sendo estabelecido o livro didático com a constituição dos estados nacionais uma das principais formas de repassar os ideais e muitas vezes alienando as gerações, assumindo assim um papel político. No século XXI, essa capacidade vem diminuindo pela autonomia que o professor vem ganhando em sala de aula, porém é visível que a cada mudança de governo os ideais mudam e as abordagens nos livros favorecem a narrativa de quem está no poder.

A quarta função, *documental*, o livro pode fornecer, mesmo sem a leitura dirigida, documentos que possam desenvolver o espírito crítico do aluno. Essa função é nova e não necessariamente pode ser encontrada em todos os livros e nem em todos os ambientes pedagógicos. Ela será melhor desenvolvida em locais que favoreçam ao aluno sua autonomia, o que exige um grau elevado na formação dos professores, segundo Choppin (2004).

Essas funções segundo Choppin (2004, p.253) “podem variar consideravelmente segundo o ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização”, visto que o uso do livro pode ter diferentes objetivos e importâncias dependendo da sociedade que está usando, como também do mercado que tem grande influência na educação.

3.3 IMPORTÂNCIA SOCIAL E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS

Além das funções apresentadas por Choppin (2004), o livro didático atua em outros aspectos no Brasil, segundo Barreto e Monteiro (2008, p. 2) "a presença do livro didático na sala de aula é um modo de garantir, minimamente, as referências de conteúdo e de habilidades exigidas em cada série", tendo em vista todas deficiências apresentadas no país ao decorrer dos anos como a desigualdade social. Isso reflete diretamente em estruturas das escolas públicas onde "muitas escolas são limitadas em recursos como bibliotecas, materiais pedagógicos, equipamento de duplicação, vídeos, computadores, de modo que o livro didático constitui o básico, senão o único recurso didático do professor" (DANTE, 1996, p. 84).

Essas carências nas estruturas educacionais vêm sendo ampliadas cada vez mais, principalmente porque com o avanço da tecnologia novas ferramentas são apresentadas e demandam maior investimento, enquanto necessidades básicas como água e energia não são fornecidas adequadamente. Algumas políticas do governo como distribuir *Tablets* para os alunos acabam mascarando alguns desses problemas com a propaganda, no qual são fornecidos os aparelhos, mas as condições para o uso, como da internet, não são disponibilizadas.

Turíbio e Silva (2017) justificam o porquê de os livros continuarem se apresentando como um importante recurso didático mesmo com um avanço tecnológico e a possibilidade de acesso à informação. Para esses autores isso acontece pela abrangência desse material já que todos os alunos têm acesso e passa a ser mais frequentemente utilizada. Esse acesso, com qualidade, tem sido garantido em escolas públicas pelo Programa Nacional do Livro Didático - PNLD.

No aspecto da prática pedagógica, Barreto e Monteiro (2008) destacam a importância do livro didático para aluno e professor, nos quais para o primeiro serve como um suporte teórico e prático, e para o segundo como um instrumento de apoio permitindo uma organização do conteúdo a ser ensinado em sala de aula. Em concordância com Barreto e Monteiro, Dante (1996, p. 84) afirma que "O livro didático de matemática é tão necessário quanto um dicionário ou uma enciclopédia, pois ele contém definições, propriedades, tabelas e explicações, cujas referências são frequentemente feitas pelo professor."

Dessa forma, a importância do livro didático se confirma, sendo de grande apoio ao professor no processo de ensino e aprendizagem, mas para isso é necessário ter um conhecimento prévio do mesmo e não pode ser utilizado como norteador do processo pedagógico.

4 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Neste capítulo discutimos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2003, 2009, 2012), abordando os principais pontos de sua teoria, assim como as atividades cognitivas apresentadas pelo autor. Por fim, apresentamos uma discussão breve sobre os registros utilizados em matrizes, determinantes e sistemas lineares com base nas contribuições de Boemo (2015).

4.1 APRENDIZAGEM E REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Raymond Duval é um psicólogo e filósofo responsável pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica que defende que é necessário o uso de diferentes registros de representações semióticas no processo de aprendizagem.

Duval (2012) explica que as representações semióticas são necessárias na matemática, pois os objetos trabalhados, diferentemente de outras áreas, não são acessados diretamente por uma experiência imediata, como objetos palpáveis, físicos. Dessa forma:

A particularidade da aprendizagem das matemáticas considera que essas atividades cognitivas requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação além da linguagem natural ou das imagens: sistemas variados de escrituras para os números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébricas e lógica que contenham o estatuto de línguas paralelas à linguagem natural para exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc. (DUVAL, 2009, p.13)

Uma característica do ser humano é conseguir utilizar várias formas de manifestar suas representações mentais, seus pensamentos, isso é feito desde o uso da linguagem até mesmo de pinturas ou desenhos feitos em pedras. Na matemática isso se faz presente através dos sistemas representações semióticas, segundo Duval (2009), não somente como forma de comunicação como também uma forma de desenvolvimento da atividade matemática, dependendo diretamente do sistema de representação semiótico utilizado como, por exemplo, um cálculo numérico pode ser realizado através do sistema decimal ou binário.

Para a sequência do texto é importante responder um questionamento: o que é um sistema de representação semiótica? Consideramos semiótica como o estudo de signos e seus significados. Dessa forma, as diferentes representações utilizadas

na matemática são definidas por Duval (2003, 2009, 2012) como Registros de Representação Semiótica.

Nesse sentido, Duval (2009) associa o processo de aprendizagem a relação entre *semiósis* e *noésis*, na qual *semiósis* é o processo de produção de uma representação semiótica e *noésis* os atos cognitivos para a compreensão conceitual de um objeto, assim “não há noesis sem semiose” (DUVAL, 2012, p.270), ou seja, não há compreensão de um objeto sem a produção de uma representação semiótica.

No que diz respeito aos registros, Duval (2010), como foi citado por Carvalho (2017), classificou-os entre registros multifuncionais ou registros monofuncionais, no qual os multifuncionais os tratamentos não são algoritmizáveis por exemplo uma argumentação com a língua natural, enquanto nos registros monofuncionais os tratamentos são principalmente algoritmos, assim como uma demonstração de um teorema na escrita formal. Em relação às representações, elas estão classificadas como representações discursivas e não discursivas, na qual a primeira se trata de representações através de escritas, enquanto a segunda são representações a partir de imagens, como figuras, gráficos, entre outros. A seguir, o quadro 1 resume a classificação realizada por Duval:

Quadro 1 - Classificação dos Registros mobilizados no saber matemático e suas representações.

	Representação discursiva	Representação Não-discursiva
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: <ul style="list-style-type: none"> ● Argumentação a partir de observações, de crenças...; ● Dedução válida a partir de definição ou de teoremas. 	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (com figurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). <ul style="list-style-type: none"> ● Apreensão operatória e não somente perceptiva; ● Construção com instrumentos.
REGISTROS	Sistemas de escritas:	Gráficos cartesianos.

<p>MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Numéricas (binária, decimal, fracionária...); ● Algébricas; ● Simbólicas (línguas formais). <p>Cálculo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● Mudanças de sistema de coordenadas; ● Interpolação, extrapolação.
---	---	--

Duval (2010, apud Carvalho, 2017)

Apesar da importância das representações dos objetos trabalhados, há um cuidado a ser tomado com as mesmas, isto porque “de um ponto de vista cognitivo uma representação é parcial em relação àquilo que ela quer representar e que de um registro a outro não são os mesmos conteúdos de uma situação que são representados” (MORETTI, 2002, p.347). Sendo assim, um objeto não pode ser confundido com uma de suas representações e esse é um problema frequente em sala de aula onde os alunos muitas vezes não conseguem identificar um sistema linear em uma representação geométrica ou matricial, além de que, havendo essa variedade de representações podem ser feitas conversões entre elas para uma melhor compreensão do objeto trabalhado.

4.2 ATIVIDADES COGNITIVAS

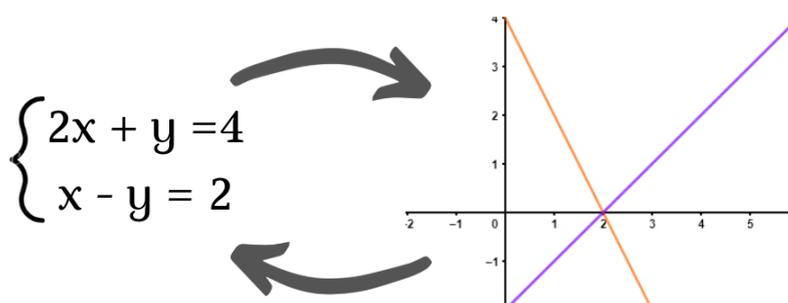
Segundo Duval (2012), o que caracteriza um sistema semiótico para que possa ser um registro de representação é permitir o uso de três atividades cognitivas fundamentais ligada à semiose: A *Formação* de uma representação identificável, o *Tratamento* de uma representação e a *Conversão* de uma representação.

A *Formação* de uma representação identificável refere-se à descrição do objeto de estudo na forma de alguma representação. Essa descrição deve respeitar as normas e regras estabelecidas na representação escolhida, como a gramática de uma língua.

O *Tratamento* se trata da transformação de uma representação no mesmo registro em que foi formada, ou seja, o objeto passa por transformações em sua organização permanecendo no registro inicial. Como exemplo, temos a resolução de um sistema linear que foi dado em uma representação algébrica e para solução é utilizado o método da substituição, dessa forma houve transformações, porém o registro é mantido.

A *Conversão* de uma representação é uma atividade cognitiva em que o objeto em estudo passa por uma transformação de registros conservando totalidade ou parte do conteúdo inicial. Havendo uma conversão de uma representação linguística para uma representação figural, temos uma *ilustração*. Como *tradução*, temos uma conversão de uma representação linguística para outra representação linguística de outro tipo de língua. Por fim, temos a *descrição* que ocorre quando há uma conversão entre uma representação figural e uma linguística. Vejamos o exemplo a seguir:

Figura 1 - Conversão entre registro algébrico e gráfico



Fonte: Elaborado pelo autor

Dentre as atividades cognitivas apresentadas por Duval, a atividade estudada na presente pesquisa é a *Conversão*, pois segundo Duval (2003) do ponto de vista cognitivo é a essa atividade que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. De acordo com esse autor, para haver uma conversão é necessário ao menos dois registros de representação uma vez que “A originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação.” (DUVAL, 2003, p.14). Essa mobilização de registros de representação impede que os conteúdos sejam associados apenas às suas representações.

Apesar da conversão de um objeto em diferentes representações ser um fenômeno frequente na matemática, Duval (2009) afirma que esse processo não tem nada de evidente e espontâneo para uma grande parte dos alunos, havendo muitas vezes uma separação entre os diferentes sistemas semióticos. Como consequência Duval (2009) explica que acontece os fenômenos de não-congruência entre as

conversões, sendo assim o autor classifica uma conversão congruente quando as seguintes condições são satisfeitas:

- Correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem;
- Mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações;
- Conversão de uma unidade significativa da representação de partida em uma só unidade significativa na representação de chegada.

Dessa forma, algumas conversões passam a ser mais congruentes que outras, de acordo com a quantidade de condições satisfeitas, implicando em maior ou menor dificuldade da atividade cognitiva.

4.3 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS EM MATRIZES, DETERMINANTES E SISTEMAS LINEARES

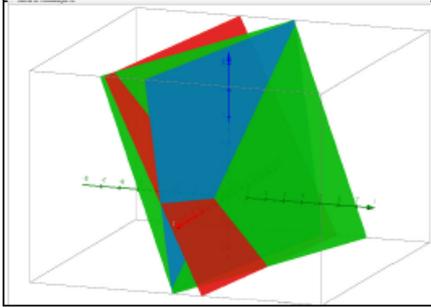
Ao iniciar essa seção, gostaríamos de explicar o motivo pelo qual estamos separando sistemas lineares, matrizes e determinantes. Visto que um mesmo objeto como o sistema linear pode ser representado da forma matricial. Sendo assim, estamos trabalhando em acordo com o que é vivenciado no ensino básico, onde na maioria das vezes esses objetos são tratados como conteúdos diferentes.

O ensino de matrizes é iniciado no Ensino Médio, dessa forma como se trata do primeiro contato dos alunos com essa representação, muitas vezes são apresentadas como tabelas, para que dessa forma sejam convertidas para representação matricial. Nesse contato os alunos são apresentados as definições e propriedades desse objeto, assim como a realização das operações e tratamentos com ele.

No ensino básico o primeiro contato com conceitos básicos de álgebra linear são os sistemas lineares, porém nos anos finais do ensino fundamental sendo apresentado como sistemas de equações duas variáveis. Dessa forma são apresentadas equações lineares, equações com mais de uma variável. No ensino médio esse conteúdo é retomado a partir como sistemas lineares, a partir das definições e tratamentos apresentados. Esse objeto possui uma grande variedade de representações a serem trabalhadas. Boemo (2015) através da tabela adotada por Duval (2003) apresenta um quadro tratando os registros e suas representações a

partir do objeto de sua pesquisa, sistemas lineares, como mostrado no quadro a seguir:

Quadro 2 - Classificação dos Registros de Representação a partir dos sistemas lineares apresentada por Boemo (2015)

	Representação Discursiva	Representação Não Discursiva																				
<p>REGISTROS MULTIFUNCIÓNAIS Os tratamentos não são algoritmizáveis.</p>	<p>Registro em Língua Natural (RLN)</p> <p>Os alunos do terceiro ano fizeram uma excursão passando pelo Uruguai e pela Argentina. Ao retornarem para o Brasil passaram por Rivera para realizar compras e após trocaram por Reais (R\$) as quantias que lhes restavam em Dólares, Pesos Uruguaios e Pesos Argentinos, da seguinte forma:</p>	<p>Registro Geométrico (RGe) Registro Figural (RFg)</p> <p>Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumento. (DUVAL, 2003, p.14) 																				
<p>REGISTROS MONOFUNCIÓNAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.</p>	<p>Registro Algébrico na Representação Tabular (RAI_T)</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Alunos</th> <th>Dólar</th> <th>Pesos Uruguaios</th> <th>Pesos Argentinos</th> <th>Reais</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Aluno 1</td> <td>6</td> <td>60</td> <td>40</td> <td>33,00</td> </tr> <tr> <td>Aluno 2</td> <td>12</td> <td>80</td> <td>15</td> <td>42,50</td> </tr> <tr> <td>Aluno 3</td> <td>6</td> <td>20</td> <td>10</td> <td>20,00</td> </tr> </tbody> </table> <p>Registro Algébrico (RAI)</p> $\begin{cases} 6x + 60y + 40z = 33,00 \\ 12x + 80y + 15z = 42,50 \\ 6x + 20y + 10z = 20,00 \end{cases}$ <p>Registro Algébrico na Representação Simbólica (RAI_S)</p> $T = (2,5; 0,1; 0,3)$ <p>Registro Algébrico na Representação Matricial (RAI_M)</p> $\begin{bmatrix} 6 & 60 & 40 \\ 12 & 80 & 15 \\ 6 & 20 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33,00 \\ 42,50 \\ 20,00 \end{bmatrix}$ <p>Registro Numérico (RNm)</p> $6(2,5) + 60(0,1) + 40(0,3) = 33,00$ $12(2,5) + 80(0,1) + 15(0,3) = 42,50$ $6(2,5) + 20(0,1) + 10(0,3) = 20,00$	Alunos	Dólar	Pesos Uruguaios	Pesos Argentinos	Reais	Aluno 1	6	60	40	33,00	Aluno 2	12	80	15	42,50	Aluno 3	6	20	10	20,00	<p>Registro Gráfico (RGr)</p> 
Alunos	Dólar	Pesos Uruguaios	Pesos Argentinos	Reais																		
Aluno 1	6	60	40	33,00																		
Aluno 2	12	80	15	42,50																		
Aluno 3	6	20	10	20,00																		

Fonte: Boemo (2015, p.41)

Nessa classificação, Boemo (2015), apresenta como registros multifuncionais o Registro em Língua Natural (RLN) e Registro Geométrico (RGe) e Registro Figural (RFg), já os registros monofuncionais citados foram Registro Algébrico na Representação Tabular (RAI_T), Registro Algébrico (RAI), Registro Algébrico na Representação Simbólica (RAI_S), Registro Algébrico na Representação Matricial (RAI_M), Registro Numérico (RNm) e o Registro Gráfico (RGr).

Assim, vemos que com todas essas possibilidades de representações a serem utilizadas no ensino de sistemas lineares, matrizes e determinantes, viabiliza a aplicação dos diferentes registros de representação nos objetos estudados nesta

pesquisa, possibilitando o uso da categorização desses registros de representação em atividades propostas.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos a metodologia utilizada na nossa pesquisa, explicando os processos para elaboração da mesma e como foi realizada a análise do livro didático. A nossa análise buscou responder a problemática: Quais registros de representação semiótica são priorizados na abordagem de conteúdos de Álgebra Linear no livro didático do Ensino Médio?

Como também, procuramos corresponder aos objetivos específicos:

- Verificar os registros de representação semiótica mais utilizados pelos livros didáticos em conteúdos de Álgebra Linear;
- Identificar os registros de partida e chegada apresentados nos exercícios de conteúdos de Álgebra Linear;
- Analisar que tipo de conversão entre registros de representação semiótica é mais frequente nos conteúdos de Álgebra Linear.

Para possibilitar esses objetivos, foi realizada uma pesquisa bibliográfica buscando trabalhos anteriormente desenvolvidos na área, priorizando os tópicos relacionados ao ensino de Álgebra Linear, essa busca se deu a partir do Google Acadêmico, nas quais as palavras chaves tivessem sistemas lineares, matrizes ou determinantes, assim como análises de livro didático à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Posteriormente, com base nessa revisão de literatura foi analisada uma coleção de livro didático, Matemática Ciência e Aplicações da editora Saraiva de 2016, de matemática aprovada pela PNLD. Foi escolhido este recorte devido às consequências causadas pela COVID-19, o acesso a sala de aula está mais restrito durante a elaboração da pesquisa, visto que as aulas presenciais foram suspensas. Dessa forma, a pesquisa nos possibilita conhecer uma proposta didática para esses conteúdos sem o contato direto com ambiente escolar.

Sendo assim, descreveremos a seguir o processo de escolha da coleção adotada, bem como seu detalhamento, abordando sua composição e como os capítulos são abordados, do ponto de vista de sua organização. Por fim, detalhamos como foi realizada a análise da coleção adotada.

5.1 ESCOLHA DA COLEÇÃO

Para seleção da coleção de livro didático do Ensino Médio tivemos como critério único a coleção mais adotada pelo PNLD. Por meio de buscas realizadas no site² do FNDE - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (BRASIL, 2021), foi observado, no momento da coleta, que havia apenas os dados estatísticos referentes até o ano de 2020, assim, utilizamos como indicadores os dados do ano mais recente, 2020.

Conforme os dados estatísticos referentes às aquisições de livros didáticos para o Ensino Médio, foi constatado as seguintes coleções, com suas respectivas editoras e exemplares adquiridos referente do Ensino Médio:

Tabela 1 – Aquisição de livros didáticos no ano de 2020, de acordo com o FNDE

Título da Coleção	Editora	Exemplares
Matemática - Ciência e Aplicações	Saraiva Educação S. A.	386734
Matemática - Contexto & Aplicações	Editora Ática S. A.	314767
#Contato Matemática	Editora FTD S. A.	288473
Conexões com a Matemática	Editora Moderna LTDA	154312
Matemática - Paiva	Editora Moderna LTDA	118790
Quadrante Matemática	Edições SM LTDA	114242
Matemática: Interação e Tecnologia	MVC Editora LTDA	81536
Matemática para Compreender o Mundo	Saraiva Educação S. A.	25546

Fonte: Elaborado pelo autor

Fundamentados nesses dados, foi observado que a coleção de livro didático de matemática mais adotada no país, nesse período, foi a coleção Matemática Ciência e Aplicações da editora Saraiva de 2016, sendo assim foi a coleção selecionada.

5.2 DESCRIÇÃO DA COLEÇÃO ESCOLHIDA

² <https://www.fnde.gov.br/index.php>

A coleção é composta por 3 volumes dos quais cada um é designado para seu respectivo ano do Ensino Médio. A divisão dos livros é feita por capítulos, nos quais cada um aborda um conteúdo diferente. Nos capítulos, além do desenvolvimento do conhecimento específico que está sendo trabalhado, há seções que buscam tratar de assuntos que podem ou não estar relacionados com os conteúdos dos capítulos, sendo elas: *Um pouco de História*, é trabalhado aspectos da história da matemática e o processo de construção do conhecimento na resolução de problemas; *Troque ideias*, seção que tem como objetivo propor atividades em grupos que contribuam para a construção ou aprofundamento de conceitos; *Aplicações*, traz um momento em que os conhecimentos matemáticos são relacionados com outras áreas do conhecimento como física, economia e química; *Exercícios*, designada para problemas propostos para consolidação dos conteúdos; *Desafio*, em cada capítulo essa seção apresenta um problema para que os alunos trabalhem a capacidade de resolução de problemas; *Exemplos e Exercícios resolvidos*, durante os capítulos são apresentados alguns exemplos e exercícios resolvidos durante a exposição do assunto; *Pense nisto*, são pequenas caixas de texto que questionam o leitor sobre algum detalhe ou propriedade do texto; *Um pouco mais sobre*, são leituras propostas que permitem um maior aprofundamento ao final de alguns capítulos.

Quanto aos exemplares, o volume I possui 288 páginas, com 13 capítulos, o volume 2 assim como o primeiro são 288 páginas, com 11 capítulos, já o volume 3 está organizado em 256 páginas, com 9 capítulos. Dentre eles apenas o volume II será analisado, isso porque encontram-se conteúdos que têm relação com a Álgebra Linear que é o foco da nossa pesquisa, sendo eles: o *Capítulo 5 - Matrizes* e o *Capítulo 6 - Sistemas Lineares*, que também aborda o conteúdo de determinantes.

Assim, com a seleção e detalhamento da coleção, bem como a apresentação de como os volumes estão organizados, podemos entender um pouco do objeto que foi analisado. A seguir descrevemos quais são os critérios analisados nesta coleção.

5.3 CRITÉRIOS A SEREM ANALISADOS

Para essa análise, utilizamos como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2003, 2009, 2012), na qual foi investigada a maneira que os capítulos abordam os conteúdos, como também os exercícios propostos, identificando quais registros de representação são utilizados e quais

atividades cognitivas definidas por Duval são exigidas durante a abordagem dos conteúdos e na resolução dos exercícios propostos e resolvidos.

Sob o olhar da análise dos conteúdos e descrição do capítulo, entendemos como é importante além de analisarmos os exercícios presentes no livro, analisarmos também a maneira como esses assuntos são abordados. Visto que, muitas vezes esse é o primeiro contato do aluno com o conteúdo e pode ser um fator determinante para o estudante a forma que ele vai entender e estabelecer as relações com aquele conhecimento entre seus diferentes registros de representação.

Em um segundo momento foi feita a análise das atividades propostas pelos autores do livro, categorizando as atividades segundo as atividades cognitivas necessárias no processo de resolução, sendo elas a conversão e o tratamento. À partir dessa categorização, estabelecemos também quais os registros de representação foram mobilizados tanto nos tratamentos quanto nas conversões, nossa classificação foi baseada nos registros apresentados por Boemo (2015), sendo eles: o Registro em Língua Natural (RLN), Registro Geométrico (RGe), Registro Figural (RFg), Registro Algébrico na Representação Tabular (RAI_T), Registro Algébrico (RAI), Registro Algébrico na Representação Simbólica (RAI_S), Registro Algébrico na Representação Matricial (RAI M), Registro Numérico (RNm) e o Registro Gráfico (RGr).

Essa análise das conversões além de verificar quais conversões são mais frequentes, nos permite também observar quais os registros são mais utilizados para iniciar uma atividade (Registro de Partida), como também finalizar (Registro de Chegada), assim temos uma visão mais ampla de quais os registros são priorizados na abordagem em cada capítulo.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos a análise do livro didático Matemática Ciência e Aplicações, mais especificamente o Capítulo 5 - Matrizes e o Capítulo 6 - Sistemas Lineares. Dessa forma, detalhamos o primeiro contato com o capítulo, assim como a sua estrutura, como é feita a abordagem dos conteúdos, observando as conversões utilizadas na mesma, além de quantificar e classificar os exercícios propostos sob à luz das atividades cognitivas utilizadas e seus registros de representação.

Em um segundo momento apresentamos as análises das atividades propostas de cada capítulo de forma quantitativa para que possamos compreender quais atividades cognitivas e registros de representação são priorizados na abordagem de cada conteúdo, sendo esses registros utilizados como registro de partida ou de chegada, nas conversões.

Por fim, concluímos com algumas observações comparando os dados analisados de ambos os capítulos.

6.1 ANÁLISE DO CAPÍTULO DE MATRIZES

6.1.1 Descrição e abordagem do conteúdo

A partir da primeira leitura do capítulo, temos um capítulo desenvolvido em 31 páginas. Em relação aos subtítulos que compõem o mesmo, temos: Introdução, Representação de uma matriz, Matrizes especiais, Matriz transposta, Igualdade de matrizes, Adição de matrizes, Matriz oposta, Subtração de matrizes, Multiplicação de um número real por uma matriz, Multiplicação de matrizes, Matriz identidade, Matriz inversa, nas quais são abordados conceitos, definições e propriedades sobre a concepção de matrizes.

Em relação às seções denominadas pelo autor do livro, que trata o conteúdo de uma forma mais contextualizada e observações importantes sobre o assunto, temos: Um pouco de história, na qual é explicado um pouco sobre o surgimentos das matrizes no contexto de Estruturas Algébricas; Exercícios Resolvidos; Exercícios; duas seções destinadas a Aplicações, a primeira de título *Matrizes e imagens digitais* há uma explicação do uso de matrizes na composição de fotos, na qual os elementos das matrizes são pixels que passam a informação da tonalidade do ponto. Já a

segunda, intitulada como *Computação gráfica e matrizes*, na qual a aplicação é feita no uso das transformações: translação, rotação e escala através do uso de matrizes; Pense nisto; Observações; Desafio.

Ao abordar o conteúdo, o autor inicia com um exemplo de tabela que mostra o censo demográfico segundo as regiões do Brasil entre 1980 e 2010 (Figura 2), além dessa há uma segunda tabela mostrando a produção, o consumo e a importação de feijão. Dessa forma, após o uso de tabelas é definido a representação matricial e são apresentados alguns exemplos, porém não é feita nenhuma conversão nem tratamento com as tabelas abordadas anteriormente, o que poderia ser melhor abordado para os alunos observarem a relação entre essas duas representações.

Figura 2 - Uso de tabelas para apresentação do conceito de matrizes

População nos Censos Demográficos, segundo as Grandes Regiões, as Unidades da Federação e a situação do domicílio – 1980/2010

Ano	Situação do domicílio	BRASIL	Região Norte	Região Nordeste	Região Sudeste	Região Sul	Região Centro-Oeste
1980 ¹	Urbana	82013375	3398897	17959640	43550664	12153971	4950203
	Rural	39137198	3368352	17459516	9029863	7226155	2053312
1991 ²	Urbana	110875826	5931567	25753355	55149437	16392710	7648757
	Rural	36041633	4325699	16716870	7511263	5724316	1763485
2000 ²	Urbana	137755550	9002962	32929318	65441516	20306542	10075212
	Rural	31835143	3890599	14763935	6855835	4783241	1541533
2010 ²	Urbana	160925792	11644509	38821246	74696178	23260896	12482963
	Rural	29830007	4199945	14260704	5668232	4125995	1575131

(1) População recenseada. (2) População residente.

Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1980, 1991, 2000 e 2010. Disponível em: <www.censo2010.ibge.gov.br/5inopsefindex.php?dados=8>. Acesso em: 10 mar. 2016.

Fonte: lezzi et al. (2016, p.65)

Durante a exposição do conteúdo, apenas três subtítulos nos chamaram atenção: Representação de uma matriz, Adição de matrizes e Multiplicação de matrizes. Esses momentos do desenvolvimento do conteúdo nos chamaram atenção pois diferente dos demais eles apresentam algumas conversões durante o processo de aprendizagem do aluno.

Em “Representação de uma matriz” é apresentado as representações simbólicas e matriciais, para identificar quais termos das matrizes estão sendo referidos, nesta abordagem é dado um exemplo nas quais as identificações são realizadas através de uma matriz com uso do RAI_M, havendo uma conversão para o RAI_S, como mostra a figura abaixo:

Figura 3 - Exemplo de conversão do RAI_M para o RAI_S

EXEMPLO 1

Seja a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$

- O elemento que está na linha 1, coluna 1, é $a_{11} = -1$.
- O elemento que está na linha 1, coluna 2, é $a_{12} = 0$.
- O elemento que está na linha 2, coluna 1, é $a_{21} = -2$.
- O elemento que está na linha 2, coluna 2, é $a_{22} = 5$.
- O elemento que está na linha 3, coluna 1, é $a_{31} = 3$.
- O elemento que está na linha 3, coluna 2, é $a_{32} = 4$.

Fonte: lezzi et al. (2016, p.67)

Nos tópicos relacionados à soma e multiplicação de matrizes as conversões que foram similares, nas quais as situações são apresentadas no registro de tabela e são convertidos para a forma matricial, conforme o exemplo à seguir que retrata o caso de soma de matrizes:

Figura 4 - Uso do RAI_T como registro de partida para conversão

		Janeiro					Fevereiro		
		Combustível					Combustível		
Modelo		Flex	Gasolina	Álcool	Modelo		Flex	Gasolina	Álcool
A		4453	1985	415	A		5893	2031	531
B		2693	1378	289	B		3412	1597	402

Fonte: lezzi et al. (2016, p.75)

Figura 5 - Uso do RAI_M como registro de chegada em conversão

76 | CAPÍTULO 5

De que maneira podemos determinar as vendas de cada tipo de veículo no primeiro bimestre desse ano? Intuitivamente, sabemos que é preciso somar os elementos correspondentes das tabelas anteriores. Usando matrizes, temos:

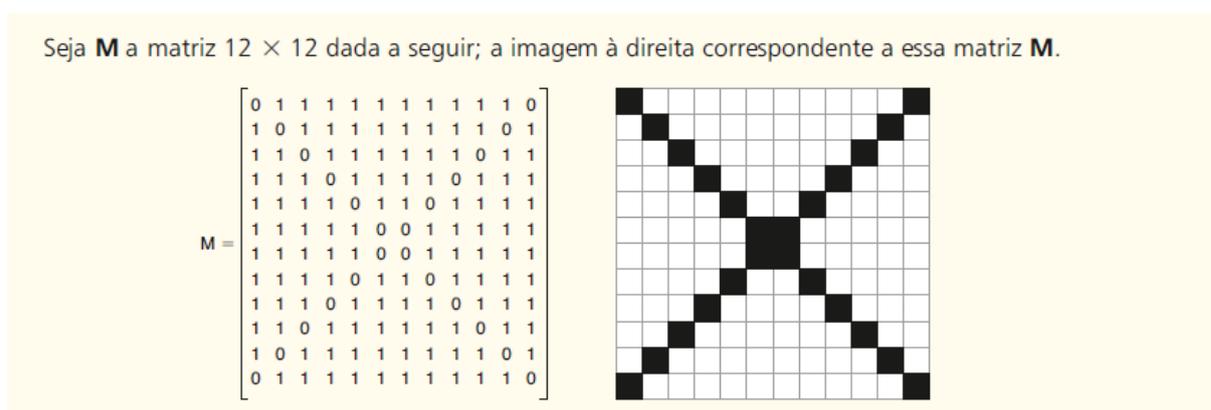
$$\begin{bmatrix} 4453 & 1985 & 415 \\ 2693 & 1378 & 289 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5893 & 2031 & 531 \\ 3412 & 1597 & 402 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10346 & 4016 & 946 \\ 6105 & 2975 & 691 \end{bmatrix}$$

Fonte: lezzi et al. (2016, p.76)

Por fim, as seções que mais apresentaram diferentes conversões para o aluno durante a abordagem do capítulo foram as seções de Aplicação, no qual neste capítulo

são apresentadas duas seções. A primeira intitulada “Matrizes e imagens digitais”, durante a exposição de como matrizes são utilizadas na composição de imagens apresenta algumas conversões entre o Registro Algébrico Matricial e o Registro Figural. Já a segunda, Computação gráfica e matrizes, é o momento em que mais aparecem registros de representação e conversões, entre eles temos do Registro Algébrico Simbólico para Matricial, Matricial para o Registro Geométrico, Registro Algébrico para Algébrico Matricial, Registro Algébrico para o Geométrico, Geométrico para o Registro Algébrico Matricial.

Figura 6 - Conversão entre o RAI_M e o RFg



Fonte: lezzi et al. (2016, p.73)

Sendo assim, acreditamos que o Capítulo 5 - Matrizes, em alguns momentos poderia abordar alguns exemplos que o próprio autor utiliza, como em sua introdução que são apresentadas tabelas, mas não são convertidas para o registro matricial, porém as seções de Aplicações podem ser utilizadas tanto para contextualização do objeto em estudo como também mostrar suas diferentes representações.

6.1.2 Exercícios propostos

No Capítulo 5 - Matrizes as seções de exercícios contêm 61 questões propostas, nas quais contabilizando seus subitens temos como proposição 125 atividades analisadas.

Dessa forma as questões foram analisadas e classificadas de acordo com sua principal atividade cognitiva requisitada, categorizando-as de acordo com os registros mobilizados no processo de resolução, ao fim foram categorizadas 49 atividades como

tratamentos e 76 atividades que foram realizadas conversões em seu processo de resolução. Esse número vai de encontro à teoria de Duval (2003, 2009, 2012), na qual o autor aborda a conversão como sendo a atividade cognitiva que conduz aos mecanismos da aprendizagem, pois aborda ao menos dois registros de representação.

Após essa classificação, podemos observar quais registros foram mais utilizados em cada uma das atividades cognitivas, assim a Tabela 2 representa as atividades identificadas como tratamento e a Tabela 3 aquelas identificadas como conversões.

Tabela 2 – Distribuição das atividades classificadas como tratamento no Capítulo 5, de acordo com o registro mobilizado

Número da Atividade	Registro Mobilizado	Quantidade	Percentual
6a-g, 11b, 13b, 17, 23a-d, 25a-c, 27a, 29a-c, 30a-c, 34a-h, 35a-e, 39a-b, 40a-e, 51a, 52, 53, 54, 60	RAI_M	49	100

Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da Tabela 2, observamos um único uso de registro de representação, no qual 100% das atividades realizadas através de tratamentos tiveram o uso do Registro Algébrico Matricial. Isso nos mostra um foco único nessa representação e nos algoritmos exigidos nela. Uma possível justificativa a essa representação é devido a ser o primeiro contato dos estudantes com essa representação e há a necessidade de serem trabalhados seus algoritmos, porém entendemos que deveriam ser mais variados os usos de registros nessas atividades.

Se as atividades classificadas como tratamentos houve apenas o uso de um registro de representação, as atividades de conversão apresentaram um maior uso de diferentes registros como mostra a Tabela 3 abaixo:

Tabela 3 – Distribuição das Atividades classificadas como conversões no Capítulo 5, de acordo com os registros mobilizados

Número da Atividade	Registro Mobilizado	Quantidade	Percentual
16b, 18, 19a-b, 20, 21, 22a-b, 27b, 28, 31, 32, 33, 43, 45, 48c, 49a-b, 38, 41, 46, 47, 48c, 55, 56a-c, 57, 58, 59b, 61	RAI M→RAI	31	40,79%
1a-f, 10a-b, 11a, 14a-b, 51b-c	RAI M→RLN	13	17,11%
3, 4, 7, 8, 9, 12, 13a, 16a, 37	RAI_S→RAI_M	9	11,84%
2a-d, 36a-c	RAI_M→RAI_S	7	9,21%
26a, 42, 44b, 48b, 50	RAI_T→RAI_M	5	6,58%
15c, 48a	RAI_T→RNm	2	2,63%
15d, 26b	RAI_T→RLN	2	2,63%
24a-b	RAI_S→RAI	2	2,63%
5	RAI_S→RNm	1	1,32%
10c	RAI_M→RNm	1	1,32%
15 ^a	RAI_T→RAI_S	1	1,32%
15b	RAI_S→RLN	1	1,32%
44 ^a	RAI_T→RAI	1	1,32%

Fonte: Elaborado pelo autor

Das 76 atividades entendidas como o uso de conversões, tivemos a mobilização de 6 registros de representação diferentes, com um maior destaque para as conversões entre o Registro Algébrico Matricial e o Registro Algébrico, havendo 31 conversões deste tipo. Essa conversão foi muito utilizada ao decorrer do capítulo nos processos de resolução de algumas equações matriciais. As conversões entre o Registro Algébrico Matricial e o Registro de Língua Natural aparecem em segundo como as conversões mais realizadas, algumas dessas atividades pediam a interpretação do que estava sendo representado na matriz, assim sendo necessário o uso da língua natural para a explicação.

Com os dados das conversões mais utilizadas, classificamos os registros de partida e chegada que foram mais utilizados, assim podemos concluir quais são os registros mais utilizados em cada etapa da conversão como exibem as Tabela 4 e Tabela 5.

Tabela 4 – Registros de Partida mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 5

Registros de Partida Mobilizados na Conversão	Quantidade de Atividades	Percentual
RAI_M	52	68,42%
RLN	13	17,11%
RAI_T	11	14,47%

Fonte: Elaborado pelo autor

Assim como foi observado nos tipos de conversões mais frequentes, o Registro Algébrico Matricial foi o mais utilizado como registro de partida com 52 usos, seguido pelo Registro de Língua Natural e o Registro Algébrico Tabelar, com 13 e 11 respectivamente. Aqui nós podemos observar o pequeno número de registros que foram utilizados como partida, mais uma vez com o foco voltado para o Registro Algébrico Matricial.

Tabela 5 – Registros de Chegada mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 5

Registros de Chegada Mobilizados na Conversão	Quantidade de Atividades	Percentual
RAI	34	44,74%
RLN	16	21,05%
RAI_M	14	18,42%
RAI_S	8	10,53%
RNm	4	5,26%

Fonte: Elaborado pelo autor

Sobre outra perspectiva, temos os registros de chegada mais utilizados, sendo eles o Registro Algébrico o mais utilizado com 34 atividades, seguido pelo Registro de Língua Natural e o Registro Algébrico Matricial, com 16 e 14 usos respectivamente. Em comparação com os registros de partida tivemos uma variação maior entre os registros com o uso de cinco deles. Com os dados dos registros de partida e chegada, agora podemos comparar os registros mais utilizados nas conversões durante o capítulo, como está descrito na tabela 6 a seguir:

Tabela 6 – Registros de Partida ou Chegadas mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 5

Registros de Partida ou Chegada Mobilizados na Conversão	Quantidade de Atividades	Percentual
RAI_M	66	43,42%
RAI	34	22,37%
RLN	29	19,08%
RAI_T	11	7,24%
RAI_S	8	5,26%
RNm	4	2,63%

Fonte: Elaborado pelo autor

Podemos concluir que o registro que foi priorizado no capítulo durante o desenvolvimento das atividades do Capítulo 5 - Matrizes, foi o Registro Algébrico Matricial. Assim como foi comentado durante a exposição dos dados dos tratamentos essa abordagem pode ter sido escolhida para um melhor entendimento desse registro, sendo ele utilizado pela primeira vez pelos alunos, porém o uso desses registros poderia ser mais variado, visto que das 125 atividades realizadas o registro foi utilizado em 115 delas, contabilizando as questões classificadas como tratamentos e conversões.

6.2 ANÁLISE DO CAPÍTULO DE SISTEMAS LINEARES E DETERMINANTES

6.2.1 Descrição e abordagem do conteúdo

O capítulo 6 - Sistemas Lineares foi organizado em 27 páginas, além do conteúdo sistemas lineares também é apresentado os determinantes. O capítulo é dividido em alguns subtítulos, sendo eles: Equação linear, Sistemas lineares 2×2 , Sistema Linear $m \times n$, Sistemas escalonados, Escalonamento, Determinantes.

Já as seções contextualizadas evidenciadas no capítulo identificamos: Observações; Pense Nisto; Desafio; Troque de ideias; Um pouco mais sobre; e duas seções dedicadas a Um pouco de História. Nessa última seção se explicita primeiramente a história dos sistemas lineares, mostrando que esse objeto de estudo foi mais desenvolvido por civilizações orientais, e posteriormente se discute sobre a origem do Determinante. Com relação a seção *Troque ideias* discute-se um aspecto da interdisciplinaridade, trazendo uma relação com a química abordando sistemas lineares com balanceamento de equações químicas.

Assim como ocorre no capítulo de matrizes o autor inicia o conteúdo com um exemplo (Figura 7) em algum registro com que o aluno tenha conhecimento prévio, nesse caso é utilizada a língua natural para descrever uma situação que descreva uma equação linear, porém diferentemente do capítulo de matrizes há a conversão da situação abordada, assim havendo a conversão do Registro em Língua Natural para o Registro Algébrico.

Figura 7 - Conversão entre RLN e o RAI

Equação linear

Augusto foi sacar R\$ 90,00 em um caixa eletrônico que só dispunha de cédulas de R\$ 10,00 e de R\$ 20,00. Como pode ser feita a distribuição das cédulas a fim de totalizar R\$ 90,00?

Vamos representar por:

- x o número de cédulas de R\$ 10,00;
- y o número de cédulas de R\$ 20,00.

Devemos determinar quais são os possíveis valores de x e de y de modo que:

$$10 \cdot x + 20 \cdot y = 90$$

A equação obtida acima é um exemplo de **equação linear**.

Fonte: lezzi et al. (2016, p.97)

Além disso, ao representar as soluções de equações lineares é utilizado uma tabela de maneira inicial, para assim haver a conversão para o Registro Algébrico Simbólico, como mostra a Figura 8.

Figura 8 - Conversão entre o RAI para o RAI_T, como também RAI_T para o RAI_S

Vamos apresentar as soluções da equação $10x + 20y = 90$, lembrando que x e y devem ser números naturais.

Temos as seguintes possibilidades:

x (Número de cédulas de R\$ 10,00)	y (Número de cédulas de R\$ 20,00)
1	4
3	3
5	2
7	1
9	0

Assim, os pares ordenados (1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1), (9, 0) são soluções da equação.

Fonte: lezzi et al. (2016, p.98)

Já no próximo subtítulo onde é trabalhado sistemas lineares 2×2 , novamente são utilizados registros em que os alunos possam estar mais acostumados, dessa vez com o uso do Registro Figural (Figura 9), na qual a situação abordada gera um sistema 2×2 , ao fim é feito também a conversão dessa situação do Registro Figural para o Registro Algébrico (Figura 10).

Figura 9 - Formação em RFG

▶ Sistemas lineares 2 × 2

Tina passeava pelo calçadão da praia quando avistou um quiosque que vendia sanduíches e água de coco. Em um cartaz havia as seguintes sugestões de pedidos:



Fonte: lezzi (2016, p.99)

Figura 10 - Registro Figural convertido para o Registro Algébrico

Tina ficou interessada em saber o preço unitário do sanduíche e da água de coco. Estudante aplicada, representou por x e y os preços unitários da água de coco e do sanduíche, respectivamente, obtendo as seguintes equações:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$$

Fonte: lezzi et al. (2016, p.100)

Ainda em sistemas 2×2 é detalhado a representação gráfica e quais os significados dessa representação, sendo feitas conversões entre os Registros Algébricos e Gráficos como mostra a Figura 11.

Figura 11 - Interpretação gráfica de sistemas lineares, conversões entre os RAI e RGR

▶ Interpretação geométrica e classificação

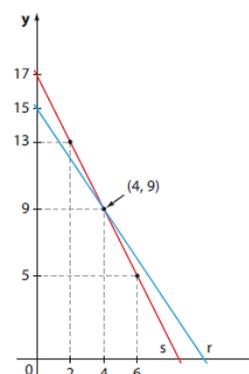
Além do processo algébrico, um sistema linear 2×2 pode ser resolvido graficamente. Acompanhe as situações a seguir.

I. Voltemos ao exemplo de Tina.

A equação linear $3x + 2y = 30$ é equivalente a $y = \frac{30 - 3x}{2}$, isto é, $y = 15 - \frac{3}{2}x$, que é a lei de uma função afim cujo gráfico é a reta r representada ao lado. Já a equação linear $2x + y = 17$ equivale a $y = -2x + 17$, que é a lei de uma função afim cujo gráfico é a reta s .

As retas r e s intersectam-se unicamente no ponto $P(4, 9)$, isto é, o par ordenado $(4, 9)$ é a única solução do sistema $\begin{cases} 3x + 2y = 30 \\ 2x + y = 17 \end{cases}$, pois verifica, simultaneamente, as duas equações.

Nesse caso, dizemos que o sistema é possível e determinado (S.P.D.).



Fonte: lezzi et al. (2016, p.101)

No capítulo 6 segue a preocupação de serem abordadas as diferentes representações dos sistemas lineares, como também existe um tópico destinado a associação do Registros Algébrico Matricial e Registro Algébrico, havendo a

conversão entre esses registros. Além disso, foi observado que tratamentos utilizados nos sistemas como os escalonamentos são trabalhados a partir de situações desenvolvidas no registro da língua natural para serem convertidas para o Registro Algébrico.

Por fim, a abordagem de determinantes segue a mesma construção na qual é utilizado o registro algébrico para serem convertidos para o Registro Algébrico Matricial, como mostra a figura 12 a seguir:

Figura 12 - Explicação de determinantes com uso de conversões entre RAI e RAI_M

► Caso 3×3

Consideremos o sistema linear seguinte nas incógnitas x , y e z :

$$\begin{cases} ax + by + cz = m \\ dx + ey + fz = n \\ gx + hy + iz = p \end{cases}$$

Seguindo raciocínio análogo ao desenvolvido no caso 2×2 (veja um pouco mais sobre determinantes de matrizes de ordem 3 e a regra de Sarrus na página 124), define-se o determinante da matriz $\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$ pelo número real:

$$aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$$

Fonte: lezzi et al. (2016, p.117)

Após esse momento da análise acreditamos que o Capítulo 6 da coleção em questão procura apresentar os diferentes registros na abordagem do conteúdo, utilizando os próprios exemplos e convertendo os mesmos para outro registro, o que não ocorreu em alguns momentos no capítulo anterior. Alguns pontos poderiam ser abordados como a representação gráfica de sistemas lineares 3×3 , e ainda as seções de aplicações que foram bem utilizadas no Capítulo 5 - Matrizes sequer apareceram no Capítulo 6.

6.2.2 Exercícios propostos

No Capítulo 6 - Sistemas Lineares as seções de exercícios contém 56 questões propostas, nas quais contabilizando seus subitens temos como proposição 132 atividades analisadas. Dentre elas, 130 estão sendo contabilizadas na nossa análise, pois duas delas são respostas consideradas como atividades que propõem respostas pessoais e não cabia a nós categorizá-las.

A partir desses dados foram analisadas as questões e classificadas de acordo com sua principal atividade cognitiva, categorizando-as de acordo com os registros que tais atividades mobilizaram no processo de resolução. Dessa forma contabilizamos 65 atividades que propiciam apenas o tratamento em sua resolução e 65 atividades que os alunos realizam conversões. Esse número poderia ser maior em relação ao número de conversões, pois como já foi abordado, para Duval (2003, 2009) é a conversão que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão, abordando ao menos dois registros de representação.

A Tabela 7 representa as atividades identificadas como tratamento, já a Tabela 8 se trata das atividades identificadas como conversões, assim podemos observar quais registros são mais utilizados em cada uma das atividades cognitivas.

Tabela 7 – Distribuição das atividades classificadas como tratamento no Capítulo 6, de acordo com o registro mobilizado

Número da Atividade	Registro Mobilizado	Quantidade	Percentual
15a-c, 16, 18, 24c, 26a-e, 28c, 29, 30a-d, 31a-d, 35a-f, 49a-c, 53a-d, 54, 55, 56a-b	RAI	38	58,46%
41a-h, 42a-h, 44a-d, 47a-c, 48a-b, 51a	RAI_M	27	41,54%

Fonte: Elaborado pelo autor

Por meio da tabela 7, podemos observar que o Registro Algébrico foi o mais utilizado nos tratamentos, uma vez que os processos de resolução de sistemas lineares muitas vezes são atribuídos a esse registro, como escalonamento e método de substituição, assim 58,46% das atividades envolvidas em tratamentos foram realizados no registro algébrico. Por outro lado, o uso do Registro Algébrico na Representação Matricial aparece em grande número, 41,54%, porém esse registro começa a aparecer após a exposição dos determinantes e em questões que focam seus cálculos.

Por outro lado, enquanto houveram poucos registros mobilizados nas questões em que o foco era o tratamento, as atividades que envolveram conversões

apresentaram uma maior mobilização de diferentes registros de representação como mostra a tabela 8 abaixo:

Tabela 8 – Distribuição das Atividades classificadas como conversões no Capítulo 6, de acordo com os registros mobilizados

Número da Atividade	Registro Mobilizado	Quantidade	Percentual
2a-c, 3a-d, 5b, 15a, 19a, 20a-c, 24b, 38c-d	RAI_S→RNm	16	24,62%
5a, 8, 9a-b, 12, 13, 14, 28a, 32, 33, 34, 37, 38a-b, 39	RLN→RAI	15	23,08%
4, 6, 10a, 17, 23a-c, 24d, 27	RAI_S→RAI	9	13,85%
19b, 21a-d, 24a	RAI→RAI M	6	9,23%
22a-c, 50, 51b, 52	RAI M→RAI	6	9,23%
11a-d, 36	RAI→RGr	5	7,69%
43, 45a-b, 46	RAI_S→RAI M	4	6,15%
7, 10-b, 28b	RAI→RAI_S	3	4,62%
40	RAI_T→RAI	1	1,54%

Fonte: Elaborado pelo autor

Nas 65 atividades categorizadas como havendo conversões, tivemos a mobilização de 7 registros de representação diferentes, com destaque para as conversões mais frequentes sendo a conversão do Registro Algébrico Simbólico para o Registro Numérico com 16 conversões. Esse tipo de conversão teve destaque pelo número de atividades que pediam a verificação de soluções para algum sistema ou equação linear. Outro destaque se deu para as conversões entre o Registro da Língua Natural para o Registro Algébrico, sendo realizadas 15 atividades desse tipo, nas quais muitas delas eram descritas na língua natural, sendo necessário converter essas situações para o Registro Algébrico afim de realizar a resolução do sistema descrito.

Em relação aos registros mais utilizados como registros de partidas e de chegadas, eles foram categorizados como exibem as Tabela 9 e Tabela 10, verificando quais registros foram priorizados em cada etapa da conversão.

Tabela 9 – Registros de Partida mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 6

Registros de Partida Mobilizados na Conversão	Quantidade de Atividades	Percentual
RAI_S	29	44,61%
RLN	15	23,08%
RAI	14	21,54%
RAI_M	6	9,23%
RAI_T	1	1,54%

Fonte: Elaborado pelo autor

Conforme ressaltado na análise das conversões entre registros mais frequentes, o Registro Algébrico Simbólico destaca-se como o registro mais utilizado como partida para a realização das atividades sendo utilizado 29 vezes, em seguida temos o Registro da Língua Natural e o Registro Algébrico com maiores usos como registro de partida, com 15 e 14 conversões, respectivamente.

Tabela 10 – Registros de Chegada mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 6

Registros de Chegada Mobilizados na Conversão	Quantidade de Atividades	Percentual
RAI	31	47,69%
RNm	16	24,62%
RAI_M	10	15,38%
RGr	5	7,69%
RAI_S	3	4,62%

Fonte: Elaborado pelo autor

Em contrapartida, como registros mais mobilizados na chegada temos o Registro Algébrico com 31 usos, seguido pelo Registro Numérico com 16 e o Registro Algébrico Matricial com 10. Com esses dados com os registros utilizados como partida e chegada podemos distribuir esses registros como os mais mobilizados durante o capítulo, assim como está descrito na tabela a seguir:

Tabela 11 – Registros de Partida ou Chegadas mais mobilizados nas conversões das atividades do Capítulo 6

Registros de Partida ou Chegada Mobilizados na Conversão	Quantidade de Atividades	Percentual
RAI	45	34,61%
RAI_S	32	24,61%
RNm	16	12,31%
RAI_M	16	12,31%
RLN	15	11,54%
RGr	5	3,85%
RAI_T	1	0,77%

Fonte: Elaborado pelo autor

Sendo assim, podemos verificar que o registro que recebeu um maior foco durante o desenvolvimento das atividades no Capítulo 6 - Sistemas Lineares, tanto nas atividades que envolveram tratamentos como nas de conversão foi o Registro Algébrico isso nos mostra que, mesmo sendo utilizados outros registros no processo de resolução, muitas vezes esse registro é utilizado para a elaboração de tratamentos para a resolução das questões. Contabilizando tanto as atividades de conversões quanto de tratamentos que utilizaram RAI, temos 83 questões das 130, isso pode fazer com que o aluno possa associar o conteúdo de Sistemas Lineares com sua representação algébrica.

6.3 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Com os dados obtidos do Capítulo 5 e Capítulo 6 da coleção Matemática Ciência e Aplicações, pudemos observar em cada um dos capítulos uma prioridade

em um registro específico, sendo o capítulo 5 o uso do Registro Algébrico Matricial e o capítulo 6 o uso do Registro Algébrico. Porém, mesmo com o capítulo 5 havendo um foco maior no Registro Algébrico Matricial, podemos levar em consideração também uma grande mobilização do Registro Algébrico, pois ele recebeu um foco maior no capítulo 6 e nas conversões do capítulo 5 foi o segundo mais abordado, mostrando também como esse registro está presente e os seus processos de algoritmos são mais utilizados na resolução de problemas que poderiam ser abordados de outra forma, assim como a utilização de outros registros.

Porém, apesar da menor mobilização de alguns registros de representação, as questões que são destinadas a esses registros são bem trabalhadas e instigam o aluno a entender seus significados. No capítulo de sistemas lineares, a questão 11 por exemplo aborda a conversão entre o Registro Algébrico para o Registro Gráfico e além da conversão pede a resolução dos problemas em ambos os registros, dessa forma o aluno pode comparar e obter informações desses dois registros, como mostra a figura abaixo:

Figura 13 - Atividade de sistemas lineares que mobiliza Registro Gráfico e Registro Algébrico

11 Resolva os seguintes sistemas, algébrica e graficamente, e classifique cada um deles.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 1 \\ 3x - 2y = 11 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + 3y = 15 \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 7 \end{cases}$$

Fonte: lezzi et al. (2016, p.70)

Da mesma forma o capítulo de matrizes faz uso do Registro Algébrico Tabular para converter para o Registro Matricial, esse caminho de conversão já havia sido abordado na apresentação da representação matricial, entretanto na exposição do conteúdo não houve a conversão direta e sim a apresentação de outro exemplo já na representação matricial, a atividade descrita na figura abaixo representa essa situação:

Figura 14 - Atividade que mobiliza Registro Algébrico na Representação Tabular e o Registro Algébrico

42 A tabela abaixo mostra as notas obtidas pelos alunos A, B e C nas provas de Português, Matemática e conhecimentos gerais em um exame vestibular.

	Português	Matemática	Conhecimentos gerais
A	4	6	7
B	9	3	2
C	7	8	10

Se os pesos das provas são 7 (em Português), 6 (em Matemática) e 5 (em conhecimentos gerais), qual a multiplicação de matrizes que permite determinar a pontuação final de cada aluno? Determine a pontuação de cada um.

Fonte: lezzi et al. (2016, p.89)

Essas atividades como foram abordadas, poderiam estar presentes em maior número, com variações de situações. Desse modo poderiam ser mobilizados mais registros de representação, o que possibilitaria uma situação mais propícia à aprendizagem permitindo o aluno entender os significados e usos de cada registro de representação, como aponta Duval.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval defende a necessidade do uso de diferentes registros de representações para o ensino da matemática, pois a mobilização desses diferentes registros permite uma melhor compreensão do significado de um objeto matemático, não permitindo que o objeto seja confundido com uma de suas representações.

Como a Álgebra Linear é uma disciplina importante no processo de formação tanto de professores de matemática quanto em cursos de outras áreas, é importante investigar como os conteúdos introdutórios para essa disciplina estão sendo abordados na Educação Básica.

Dessa forma, procuramos responder: Quais registros de representação semiótica são priorizados na abordagem de conteúdos de Álgebra Linear no livro didático do Ensino Médio?

Diante de um cenário de pandemia, causado pela COVID-19, no qual o acesso a sala de aula ficou mais restrito, nossa pesquisa foi direcionada para o livro didático pois ele é uma ferramenta que pode refletir como o conteúdo está sendo abordado em sala de aula. Assim escolhemos uma coleção de livro didático para analisar como foi feita a abordagem dos capítulos referentes a matrizes, sistemas lineares e determinantes, como também os registros de representação semiótica mais mobilizados nos processos de resolução de exercícios.

A partir da análise das exposições dos capítulos, percebemos algumas diferenças na abordagem de cada conteúdo. No capítulo referente ao ensino de matrizes alguns exemplos apresentados pelo autor poderiam ser utilizados como base para conversões ao invés de exibirem outro exemplo na representação em que se desejava chegar, porém algumas seções propiciaram o uso de diferentes representações para o uso de matrizes, assim como suas aplicações.

Em relação ao capítulo de sistemas lineares e determinantes a exposição do conteúdo é feita com a preocupação de apresentar diferentes registros de representação, deixando subtítulos do capítulo separados para algumas representações, por exemplo a Representação Gráfica de um sistema linear, em comparação com o capítulo de matrizes não houve seções de aplicações que permitissem o uso de diferentes registros de representação.

Quanto aos exercícios propostos, eles nos permitiram quantificar os registros de representação mais mobilizados na abordagem de cada conteúdo. No capítulo no qual é abordado matrizes, a representação predominante é a Representação Algébrica Matricial, sendo ela utilizada em quase todas as atividades propostas. Da mesma forma ocorre no capítulo responsável por sistemas lineares e determinantes, por parte do conteúdo de sistemas lineares o uso do Registro Algébrico é predominante, porém não tanto quanto ocorre no capítulo de matrizes, porém isso acontece também pelo uso de da Registro Algébrico na Representação Matricial na abordagem de determinantes que está incluso no capítulo.

Além disso, percebemos que apesar de maior mobilização de um registro de representação em cada capítulo, o Registro Algébrico recebeu maior prioridade, visto que mesmo no capítulo de matrizes o segundo registro mais utilizado foi o Registro Algébrico, da mesma forma foi dada essa prioridade no capítulo de sistemas lineares e determinantes, porém como registro mais utilizado. Isso pode contribuir para que os alunos tenham a falsa ideia de que a compreensão dos algoritmos utilizados neste registro de representação seja suficiente para a aprendizagem do objeto que está sendo estudado.

Por fim, sugerimos a realização de algumas pesquisas sendo elas uma pesquisa realizada com os estudantes do Ensino Médio ou do primeiro período do curso Matemática-Licenciatura, promovendo atividades de conversão que mobilizem todos os registros de representação possíveis, como também qual o impacto dessa abordagem de mobilização e prioridade de alguns registros dos exercícios do livro didático para o professor de matemática.

Como o uso de conversões foi relevante para nossa pesquisa, acreditamos que uma pesquisa importante seria avaliar as conversões realizadas, verificando a congruência dessas conversões, como foi iniciada essa discussão no nosso referencial teórico.

REFERÊNCIAS

- BARRETO, Beatriz de Castro; MONTEIRO, Maria Cristina G. De Góes. Professor, Livro Didático e Contemporaneidade. **Revista Pesquisas em Discurso Pedagógico**. Fascículo 4. 2008.
- BAUMAN, Zygmunt. **Modernidade Líquida**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2001.
- BELTRAME, Juliana Thais. **A álgebra nos livros didáticos: um estudo dos usos da variáveis, segundo o modelo 3UV**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). São Paulo, 2009.
- BOEMO, Marinela da Silveira. **Registros de Representação Semiótica Mobilizados do Estudo de Sistemas Lineares no Ensino Médio**. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2015.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Edital de Convocação para o Processo de Inscrição e Avaliação de Coleções Didáticas para o Programa Nacional do Livro Didático PNLD 2015**. Brasília: MEC/FNDE/SEB, 2013.
- CARDOSO, Valdinei Cardoso. **Ensino e aprendizagem de álgebra linear: uma discussão acerca de aulas tradicionais, reversas e de vídeos digitais**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2014.
- CARVALHO, Lidiane Pereira de. **Um estudo das concepções de estudantes do ensino médio sobre o conceito de função com base na teoria dos registros de representações semióticas**. Dissertação (Mestre em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, 2017.
- CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, vol. 30, nº. 3, p. 549 - 566, set/dez, 2004.
- DANTE, Luiz Roberto. Livro de matemática: uso ou abuso? **Aberto**, Brasília, v. 16 (jan./mar.), n. 69, pp. 83-90, 1996.
- COIMBRA, Jarbas Lima. **Alguns aspectos problemáticos relacionados ao ensino-aprendizagem da Álgebra Linear**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Universidade Federal do Pará. Belém, 2008.
- DUVAL, Raymond. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Trad. MORETTI, M. T. *Revemat*, v.7, n. 2, Florianópolis: UFSC/MTM/PPGECT, 2012.
- _____. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais (Fascículo I)**. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, S. D.A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica.* Campinas: Papyrus, 2003, p.11-33.

FNDE - **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.** Ministério da Educação.

Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em 18 dez. 2021.

GOMES, Bruno; GUEDES, Fabrícia; MARACAJÁ, Mariana; ALBUQUERQUE, Marriett; NICOLAU, Marcos. (2014). Educação e novas tecnologias da informação e da comunicação: o livro didático digital no Brasil. **Revista Temática.** n. 7, p. 132-145.

IEZZI, Gelson. et al. **Matemática ciência e aplicações.** 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. v. 2.

JUNIOR SILVA, Clovis Gomes da. O Livro Didático de Matemática e o Tempo. **Revista de Iniciação Científica da FFC,** v. 7, n. 1, p.13-21, 2007.

MORETTI, Mércles Thadeu. **O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática.** Itajaí, ano 2, n.6, p. 343-362. Contrapontos, 2002. PERNAMBUCO, Secretaria de Educação. *Currículo de Pernambuco Ensino Médio.* Recife, 2021.

TURÍBIO, Solange Ramos Teixeira; SILVA, Adelmo Carvalho da. A influência do livro didático na prática pedagógica do professor que ensina matemática. **Revista Prática Docente (RPD).** v. 2, n. 2, p. 158-178, jul/dez 2017.