



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

JOSÉ ADEILTON CORDEIRO DE SOUZA

CONHECIMENTOS DE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS E SEU ENSINO:
um estudo diagnóstico com professores de matemática

CARUARU – PE

2018

JOSÉ ADEILTON CORDEIRO DE SOUZA

**CONHECIMENTOS DE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS E SEU ENSINO:
um estudo diagnóstico com professores de matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de graduação em Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientadora: Cristiane de Arimatea Rocha.

CARUARU – PE

2018

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S729c Souza, José Adailton Cordeiro de.
Conhecimentos de semelhança de polígonos e seu ensino: um estudo diagnóstico com professores de matemática. / José Adailton Cordeiro de Souza. – 2018.
73 f. il. : 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2018.
Inclui Referências.

1. Matemática – estudo e ensino. 2. Professores de matemática. 3. Polígonos. 4. Educação básica. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2018-362)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA



**CONHECIMENTOS DE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS E SEU ENSINO: UM
ESTUDO DIAGNÓSTICO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA.**

JOSÉ ADEILTON CORDEIRO DE SOUZA

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e _____ em 18 de dezembro de 2018.

Banca Examinadora:

Prof. Cristiane de Arimatéa Rocha
(Orientadora)

Prof. Simone Moura Queiroz
(Examinadora Interna)

Prof. José Jefferson da Silva
(Examinador Externo)

AGRADECIMENTOS

Agradecer neste momento é sem dúvida uma das melhores formas de poder expressar a imensa gratidão pela contribuição de todos em minha vida.

Primeiramente agradeço a Deus, pois, sem Ele isso não seria possível e foi Ele quem sempre esteve presente dando forças e proporcionando maravilhas.

Agradeço a toda minha família, por sempre estarem juntos comigo nas batalhas diárias. Em especial, agradeço a minha mãe por compartilhar tanto apoio, amor e dedicação, sendo sempre meu exemplo de força e garra para vencer os obstáculos. Ao meu Pai (in memoriam) que com seu jeito especial me ensinou muito sobre a vida. Ao meu irmão quem sempre me deu as melhores orientações de vida e quem sempre tive como exemplo. As minhas irmãs que sempre cuidaram de me com muito amor. A minha namorada por suportar minhas chatices e estar sempre comigo.

Agradeço aos amigos(as) da Universidade, os quais dividimos angústias, gargalhadas e muitos conhecimentos. Em especial Geraldo (Gê), José Geraldo, Edvaldo, Almir, Marcílio, Ronaldo, Diego, Fernando, Rafael, Aquiles, Natan, Severino, Pedro, Dimas, Danielle, Rayza, Monyck e Wedja.

Agradeço a Universidade Federal de Pernambuco e a assistência estudantil pelas referidas bolsas auxílios, as quais foram fundamentais para a permanência e conclusão deste curso. Ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) por contribuir na minha formação docente, como também, por oportunizar a vivência com outros licenciandos os(as) quais tornaram se amigos(as): Cléber, Luan, Jairo, Josivânio e Francielly.

Agradeço a minha orientadora (amiga), quem me acolheu dentro da Universidade de uma forma inexplicável, a qual admiro pela maravilhosa pessoa e profissional, agradeço por oportunizar a minha participação no Projeto de Extensão do Laboratório de Ensino de Matemática do Agreste Pernambucano (LEMAPE), o qual tornou-se a minha segunda casa, pelas incríveis discussões e trabalhos realizados nele. Agradeço pelas orientações que foram concebidas durante todo o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos professores do Campus Acadêmico do Agreste (CAA) que contribuíram durante todo o curso, em especial a professora Simone Queiroz a qual pude ser seu aluno apenas numa cadeira, porém, durante a sua coordenação do curso e do PIBID (durante seis meses), fomos nos aproximando e por fim podendo lhe ter como uma amiga. Ao professor Valdir pela força que nos deu em formas de palavras durante os primeiros dias de aulas do curso, como

também, durante os encontros e desencontros nos anos que se passaram. Ao professor Ivanildo pelas contribuições durante o LEMAPE e as disciplinas cursadas.

Agradeço aos professores que tive durante o Ensino Fundamental e Médio, os quais me inspiraram e sempre deram conselhos, orientações e ânimos para ingressar e continuar num curso superior. Em especial agradeço a Elizabeth Cordeiro, Juliana Joadan, João Carlos, Eliandro Danilo, Marcos Rodrigues, Valderio Vieira, Josenilson Silva, Marcos Antônio e Tony Santana.

Agradeço aos amigos(as) da van: Henrique, Jaqueline, Thamires, Cleonice, Thadeu, Elói, Vitor e Maione que durante estes cinco anos pudemos viajar e trocar muitas experiências. Como também, aos amigos(as): Paulo JP, Natalícia, Wilson, Saulo, Leandro, Emanuel e Jonata quem sempre tive o prazer de dividir diversos momentos.

Agradeço a todos aqueles que contribuíram diretamente ou indiretamente para que tudo isso fosse possível.

*“Até aqui nos ajudou o Senhor Deus”
1 Samuel 7:12.*

RESUMO

Identificar os conhecimentos comuns e específicos de um certo profissional sobre as áreas pertinentes ao seu exercício, poderá contribuir para as novas gerações que estarão por vim. Desse modo, o objetivo deste trabalho foi de investigar os conhecimentos dos professores de matemática sobre o conteúdo de Semelhança de Polígonos e o seu ensino nos anos finais do Ensino Fundamental. Os sujeitos, foram cinco professores de matemática de uma cidade do agreste (centro norte) pernambucano, todos vinculados a rede estadual de ensino de Pernambuco. Esta pesquisa, propôs uma investigação qualitativa em que os passos metodológicos foram divididos em três momentos, utilizando a entrevista semiestruturada e o questionário como instrumentos de coleta de dados. Sendo assim, distribuimos durante os capítulos, as justificativas e estudos realizados sobre a formação docente, perspectivas de ensino, conhecimentos necessários/esperados dos professores de matemática, análise de documentos curriculares oficiais e livros didáticos de matemática, como também, discussões sobre as pesquisas de Amorim (2017), Ball, Thames e Phelps (2008), Barros (2008), Menezes (1995), Ponte (1992, 2002), Pimenta (2002), Rocha (2011) e Tardif (2002). Ainda neste trabalho abordamos conceitos inerentes a Semelhança de Polígonos e a Homotetia, elencamos alguns procedimentos para o ensino e alguns parâmetros utilizados para análise dos dados coletados. De modo geral, observamos que a maioria dos professores apresentaram um baixo desempenho na resolução do questionário sobre os conhecimentos específicos do conteúdo, cometendo erros e desconhecendo conceitos básicos, no entanto, percebemos que os docentes possuem apenas o domínio dos conhecimentos comuns do assunto e enfatizamos a necessidade de uma discussão mais aprofundada sobre os conhecimentos específicos e didáticos de Semelhança de Polígonos na formação inicial e continuada dos professores de matemática.

Palavras-chave: Conhecimentos de Professores. Professores de Matemática. Semelhança de Polígonos e Homotetia. Ensino de Matemática. Educação Básica.

ABSTRACT

Identifying the common and specific knowledge of a certain professional about the areas pertinent to his or her exercise may contribute to the new generations that will be coming. Thus, the objective of this work was to investigate the knowledge of math teachers about the content of Similarity of Polygons and their teaching in the final years of Elementary School. The subjects were five mathematics teachers from a city in the agreste (north center) of Pernambuco, all linked to the state education network of Pernambuco. This research proposed a qualitative investigation in which the methodological steps were divided in three moments, using the semistructured interview and the questionnaire as instruments of data collection. Thus, we distributed during the chapters, the justifications and studies carried out on teacher education, teaching perspectives, necessary / expected knowledge of mathematics teachers, analysis of official curricular documents and mathematical textbooks, as well as discussions on research in mathematics. Amorim (2017), Ball, Thames and Phelps (2008), Barros (2008), Menezes (1995), Ponte (1992, 2002), Pimenta (2002), Rocha (2011) and Tardif (2002). Also in this work we approach concepts inherent to Polygon Similarity and Homotetia, we have listed some teaching procedures and some parameters used to analyze the data collected. In general, we observed that most of the teachers presented a poor performance in solving the questionnaire about the specific knowledge of the content, making mistakes and ignoring basic concepts, however, we realized that the teachers have only the mastery of the common knowledge of the subject and we emphasize the need for a more in-depth discussion about the specific and didactic knowledge of Polygon Similarity in the initial and continued formation of mathematics teachers.

Keywords; Knowledge of teachers. Mathematics teachers. Similarity of Polygons and Homotetia. Mathematics Teaching. Basic education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Construção homotética – 1º Passo.....	22
Figura 2 - Construção homotética – 2º Passo.....	22
Figura 3 - Construção homotética – 3º Passo.....	22
Figura 4 - Construção homotética – 4º Passo.....	23
Figura 5 - Construção homotética de um quadrilátero.....	23
Figura 6 - Construções homotéticas.....	24
Figura 7 - Exemplo de hexágonos regulares semelhantes.....	25
Figura 8 - Resposta do professor H1 na questão 1, questionário 1.....	39
Figura 9 - Resposta do professor H3 na questão 1, questionário 1.....	39
Figura 10 - Resposta do professor H4 na questão 1, questionário 1.....	40
Figura 11 - Construção do professor H2 na questão 2, questionário 1.....	41
Figura 12 - Construção do professor H3 na questão 2, questionário 1.....	41
Figura 13 - Construção do professor H1 na questão 2, questionário 1.....	42
Figura 14 - Construção do professor H4 na questão 2, questionário 1.....	42
Figura 15 - Construção do professor H5 na questão 2, questionário 1.....	42
Figura 16 – Construção/resposta correta da questão 2, questionário 1.....	43
Figura 17 - Resposta do professor H1 na questão 3, questionário 1.....	43
Figura 18 - Resposta do professor H4 na questão 3, questionário 1.....	44
Figura 19 - Resposta do professor H3 na questão 3, questionário 1.....	45
Figura 20 - Resposta do professor H1 na questão 3, questionário 1.....	45
Figura 21 - Resposta do professor H3 na questão 3, questionário 1.....	46
Figura 22 - Resposta do professor H4 na questão 3, questionário 1.....	46
Figura 23 - Resposta do professor H5 na questão 3, questionário 1.....	47
Figura 24 - Resposta do professor H1 na questão 3, questionário 1.....	47
Figura 25 - Resposta do professor H3 na questão 4, questionário 1.....	48
Figura 26 - Resposta do professor H1, questionário 2.....	52
Figura 27 - Resposta do professor H2, questionário 2.....	52
Figura 28 - Resposta do professor H4, questionário 2.....	52
Figura 29 - Resposta do professor H4, questionário 2.....	53
Figura 30 - Resposta do professor H4, questionário 2.....	55
Figura 31 - Resposta do professor H1, questionário 2.....	56

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Organização das questões da entrevista semiestruturada.....	31
Quadro 2 - Perfil profissional dos participantes da pesquisa.....	36
Quadro 3 - Aspectos relativos aos conhecimentos específicos de semelhança.	49
Quadro 4 - Indicações dos professores sobre os anos escolares ideais para utilizar cada questão.	54

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVO GERAL	13
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
2	CONHECIMENTO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA.....	15
2.1	QUAIS OS CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS AO PROFESSOR DE MATEMÁTICA SOBRE A SEMELHANÇA DE POLÍGONOS?.....	16
2.2	PERSPECTIVA DE ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA.	19
3	O CONCEITO DE SEMELHANÇA E DE HOMOTETIA.	21
3.1	OS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS E A SEMELHANÇA DE POLÍGONOS	26
3.2	OS RECURSOS PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA	27
4	METODOLOGIA	29
4.1	ESTRUTURA DO ESTUDO	29
4.2	CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA	30
4.3	CONSTRUÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS INSTRUMENTOS DA COLETA	31
4.4	APLICAÇÃO DOS INSTRUMENTOS.....	33
4.5	ORGANIZAÇÃO DA ANÁLISE DOS DADOS	34
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	35
5.1	A RELAÇÃO DOS ASPECTOS PROFISSIONAIS E CONHECIMENTOS	35
5.2	OS CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES E OS CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DE SEMELHANÇA	38
5.3	OS CONHECIMENTOS DIDÁTICOS DE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS	51
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	58
	REFERÊNCIAS	61
	APÊNDICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	64

APÊNDICE B: ROTEIRO PARA ENTREVISTA.....	65
APÊNDICE C: QUESTIONÁRIO SOBRE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA.....	67
APÊNDICE D: QUESTIONÁRIO SOBRE AS QUESTÕES APRESENTADAS.....	69
ANEXO A: QUESTÕES ENTREGUES AOS PROFESSORES PARA ANÁLISE	71

1 INTRODUÇÃO

O ensino de matemática foi marcado pela necessidade humana de compreender como esta ciência poderia ser utilizada nas atividades da população e assim facilitar as atividades diárias que se tinham. Isto é evidenciado quando observamos os fatos históricos, em especial no artigo de Valente (2008). O qual afirma que o ensino de matemática no Brasil iniciou em meados de 1699 nos cursos de formação de militares que tinham como disciplina obrigatória a matemática. A geometria era parte íntegra desses cursos, nos quais ela tinha aspecto grandioso, partindo do olhar geométrico das acomodações de balas de canhão em determinados espaços (VALENTE, 2008).

Atualmente o ensino de matemática busca caminhos para que possamos compreender e facilitar o mundo qual vivemos. Em especial, podemos afirmar que o engajamento com a geometria nos possibilita enxergar e compreender, distintas maneiras de se relacionar com as situações diárias. Apesar disso, observamos em algumas situações que a geometria ainda é tratada como uma parte totalmente isolada e mínima da matemática e do mundo.

Com isso, é importante e necessário que o atual professor de matemática saiba como a geometria está relacionada diretamente na sociedade, em seu cotidiano e atividades.

Ao professor, cabe a função de dar sentido aos conhecimentos que devem ser ensinados, mais ainda, ele deve orientar o aluno a redespertar e redescobrir o saber, para transformar suas respostas e seus conhecimentos em objetos para utilização posterior. (COSTA; AMARAL, 2007, p. 8).

Assim como Costa e Amaral (2007) nos diz que é esperado que o professor tenha uma postura de mediador do conhecimento para que possa alcançar os atuais objetivos que são traçados para o ensino de matemática.

Nessa direção, podemos observar que nem todos os professores que recém saíram da formação inicial possuem tal domínio para desenvolver estas ideias, como também acabam iniciando a atividade docente ainda com dúvidas e bastantes dificuldades para a prática, sendo assim, algumas atitudes podem ser tomadas para minimizar estas situações, Nóvoa (2009, p.6) aponta que:

Nestes anos em que transitamos de aluno para professor é fundamental consolidar as bases de uma formação que tenha como referência lógicas de acompanhamento, de formação-em-situação, de análise da prática e de integração na cultura profissional docente.

Desse modo, é esperado que durante a formação inicial, continuada e em experiências vivenciadas na sala de aula, estes profissionais tenham tido contato com as diversas áreas da matemática, inclusive com o ensino da geometria e em especial ao ensino do conteúdo de Semelhança de Polígonos, assim como os documentos curriculares sugerem. Nessa perspectiva nos questionamos sobre os diferentes conhecimentos para ensinar esse conteúdo, as metodologias e maneiras de mediar esse conhecimento ou mesmo sobre os conhecimentos que professores de matemática possuem sobre esse conteúdo e como os compreendem o seu ensino.

O interesse por investigar algo sobre o ensino de geometria iniciou durante o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), nas atividades desenvolvidas no Projeto de Extensão do Laboratório de Ensino de Matemática do Agreste pernambucano (LEMAPE), nas aulas que ministrava em substituições de professores, nos estágios obrigatórios e na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática III. Foi nestes momentos que pude observar a importância e carência do ensino dos conteúdos desta área, assim, implicando negativamente na formação dos alunos, pois este conhecimento é necessidade para que possam desenvolver habilidades que posteriormente utilizaram em suas práticas diárias e profissionais.

Sendo assim, surge o questionamento: quais são os conhecimentos dos professores de matemática das escolas públicas do agreste pernambucano sobre o ensino de semelhança de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental?

Para corresponder a esta questão de pesquisa mencionada anteriormente, construímos os seguintes objetivos:

1.1 OBJETIVO GERAL

Investigar os conhecimentos dos professores de matemática sobre a semelhança de polígonos e o seu ensino nos anos finais do Ensino Fundamental.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar os conhecimentos específicos de semelhança de polígonos apresentados por professores.
- Verificar os conhecimentos didáticos do ensino de semelhança de polígonos apresentados por professores.

Além deste capítulo, distribuímos este trabalho em mais cinco capítulos, os quais justificam e apresentam os estudos realizados durante a construção de toda essa investigação. O capítulo seguinte discutimos sobre a formação docente, currículo, perspectiva de ensino, os

conhecimentos necessários/esperados do professor que ensina matemática conforme Ball, Thames e Phelps (2008) e as discussões que o envolve, apresentamos pesquisas que foram realizadas sobre a temática e elencamos alguns procedimentos para o ensino deste assunto e alguns parâmetros que utilizamos na análise dos dados desta pesquisa.

No terceiro capítulo apresentamos o conceito de homotetia, as construções homotéticas, o conceito de Semelhança de Polígonos suas aplicações no ensino e na aprendizagem ao longo da Educação Básica. Sendo assim, discutimos o que os documentos curriculares oficiais recomendam, o que encontramos sobre este assunto em alguns livros didáticos de matemática e os recursos que podemos utilizar para o ensino de Semelhança e Homotetia. O quarto capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos utilizados durante a realização deste trabalho. Desse modo, abordamos a estrutura do estudo realizado, os critérios de seleção dos professores participantes, a construção dos instrumentos de coleta, os processos de aplicação dos instrumentos e a organização da análise dos dados.

O quinto capítulo apresento os conhecimentos dos docentes participantes da pesquisa, os quais foram destacados a partir das respostas dos docentes durante a realização da entrevista e na resolução dos questionários. Sendo assim, fazemos relações dos aspectos profissionais, dos conhecimentos específicos e didáticos de Semelhança. No sexto e último capítulo fazemos uma discussão geral dos resultados encontrados neste trabalho, os apontamentos e as considerações finais sobre a pesquisa.

2 CONHECIMENTO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA.

Diante da necessidade de conhecer um dos profissionais responsáveis pela produção de conhecimento de uma sociedade, como também de saber os seus conhecimentos, surgem pesquisas que propõem a investigação das situações que engloba desde o planejamento a tomada de atitudes sobre o ensino do mesmo. Sendo assim, este trabalho buscou realizar esta investigação, a qual é esperado que seja do interesse comum, pois trata-se em saber os conhecimentos de um profissional, principalmente daquele que estará a ensinar e educar uma sociedade. Com isso, pretendemos discutir neste capítulo os conhecimentos esperados de professores de matemática, suas relações e discussões que o envolve.

O professor não é um mero técnico nem um simples transmissor de conhecimento, mas um profissional que tem de ser capaz de identificar os problemas que surgem na sua actividade, procurando construir soluções adequadas. Para isso é necessário que possua, ele próprio, competências significativas no domínio da análise crítica de situações e da produção de novo conhecimento visando a sua transformação (PONTE, 2002, p.3).

O perfil profissional e os conhecimentos de um indivíduo estão em constante modificações, as características que o envolve parte das suas vivências e de todas as crenças que foram formadas durante sua formação, pois, é comum que nos tornamos aquilo que admiramos e acreditamos que seja o melhor. Dessa forma, também acontece com o professor que ensina matemática, pois, suas atitudes e o perfil que é traçado são na maioria das vezes reflexos de um ou outro profissional que fez ou faz parte de sua formação.

Nessa perspectiva Ponte (1992, p.34) reflete que:

Estudar as concepções dos professores ou dos alunos é fazer antropologia na nossa própria cultura. Implica salientar os valores, as motivações, os eixos principais do pensamento dos actores fundamentais do processo educativo. Trata-se de um esforço particularmente difícil, tanto pelo carácter elusivo do objecto de estudo como pelo facto de os investigadores estarem eles próprios embebidos na mesma cultura.

No âmbito da formação docente muito se discute sobre as crenças, identidades, conhecimentos e concepções que perpassam durante o processo da formação inicial e ao longo da carreira profissional. Ponte (1992, 2002), Menezes (1995), Pimenta (2002), Rocha (2011) e Tardif (2002) são pesquisas que permitem percebermos o quanto esta temática é pertinente no cenário da pesquisa acadêmica. Desse modo, desenvolver uma investigação desse tipo, fornece informações que podem expressar uma realidade local dos conhecimentos de professores que atuam na região situada.

2.1 QUAIS OS CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS AO PROFESSOR DE MATEMÁTICA SOBRE A SEMELHANÇA DE POLÍGONOS?

Quando falamos em conhecimentos de professores, este envolve desde do conhecimento específico de um determinado conteúdo como também o conhecimento do ensino, curricular e didático do mesmo, entre estes conhecimentos destacamos que apenas o domínio de um ou outro não é suficiente, portanto o conhecimento do professor deve estar bem estruturado em todas as áreas que envolve a docência, pois, o conhecimento didático e do ensino aliado ao conhecimento curricular e específico do conteúdo facilitará a sua abordagem e a maneira como observa e desenvolve as habilidades dos conteúdos.

Rocha (2011, p.22) nos diz que

[...] a discussão sobre a construção dos saberes docentes é evidenciada, principalmente no que diz respeito ao conhecimento necessário para o exercício profissional, ou seja, na área de conhecimento específico e na maneira de ensinar. Acreditamos ser necessário alertar para outras competências que o professor necessita enquanto profissional, que prevê relações com alunos, coordenadores, pais e a comunidade, ou seja, enquanto ser social.

Sendo assim, é perceptível o quanto a formação docente deve estar bem estruturada nos diversos aspectos inerentes ao exercício profissional do professor, apesar disso é comum encontrarmos pesquisas que nos mostra a fragilidade dos cursos de licenciatura. Dessa maneira, observamos o quanto o professor recém-formado possui dificuldades diante as situações de uma sala de aula, podemos constatar a fragilidade do conhecimento que foi adquirido durante a formação inicial.

Neste sentido, Amorim (2017) verificou esta situação com seis licenciandos dos cursos de Biologia, Geografia, História, Letras e Matemática, todos discentes de uma instituição pública de ensino superior do norte de Minas Gerais e iniciantes ao exercício de professores nos anos finais do Ensino Fundamental. Esta pesquisa teve como objetivo, examinar as principais dificuldades enfrentadas por estes profissionais, utilizando como metodologia o estudo de caso e a entrevista e o questionário como instrumentos.

Amorim (2017) aponta que entre os sujeitos da pesquisa foram identificados 24 problemas, sendo que as principais dificuldades desses professores iniciantes, eram as condições de trabalhos que eram postas, o saber didático e domínio do conteúdo, como também, as questões relacionadas a natureza pedagógica e relacional. Sendo assim, percebemos como a formação inicial do docente deve dar conta das diversas áreas que o envolve, já que no exercício

da sua profissão será exigido conhecimentos além do saber específico da área de conhecimento que o mesmo irá atuar.

De mesmo modo Barros (2008) realizou uma pesquisa com quatro professores (dois iniciantes e dois experientes) da rede estadual atuantes da cidade de Piracicaba - São Paulo, está objetivava apontar as diferentes percepções sobre a fase de iniciação à docência em Matemática e verificar se as dificuldades e as superações são comuns, ou não, entre os dois grupos de professores.

Nesta pesquisa ele concluiu que alguns problemas relacionados ao início da docência não foram superados pelos professores mais experientes e estes tendendo a não se alterar, pois, nada tem sido feito no contexto escolar a exemplo da permanência das mesmas condições de trabalho, a incoerência entre o currículo escolar e a cultura das aulas de matemáticas, utilizando das mesmas metodologias e formas de conceber a mesma.

Ball, Thames e Phelps (2008) em consonância com estudos realizados por Shulman (1986) sobre conhecimento pedagógico do conteúdo, desenvolveram em seu artigo um modelo baseado sobre os conhecimentos do conteúdo para o ensino de matemática, os quais não se limitam apenas às definições matemáticas, mas as todas relações inerentes que o conhecimento especializado do conteúdo envolve com o seu ensino. Sendo assim, os autores(as) subdivide o conhecimento do conteúdo em três novos campos: o conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e o conhecimento do horizonte do conteúdo, estes sendo domínios necessários ao ensino de matemática.

Conforme ao que Ball, Thames e Phelps (2008) discute e ao que analisamos em diversas pesquisas científicas, documentos/currículos oficiais e livros didáticos de matemática, observamos que é esperado dos docentes matemáticos alguns tipos de conhecimentos, os quais iremos denominar como: *conhecimento comum de semelhança*, *conhecimento específico de semelhança* e *conhecimento curricular*, estes com relação ao conhecimento de semelhança. Já com relação ao conhecimento didático do conteúdo, verificamos o *conhecimento horizonte de semelhança*, *conhecimento do ensino de semelhança* e o *conhecimento sobre semelhança e aluno*.

Para nos nortear durante este estudo adotamos que quando tratamos do *conhecimento comum de semelhança* é esperado que tanto o aluno como o professor diante de uma situação ou na resolução de problemas deste assunto, os mesmos saibam identificar se as figuras envolvidas são realmente semelhantes ou apenas são parecidas, dessa forma, este conhecimento torna-se o mais simples que eles devem dominar, pois sem o mesmo, as inferências sobre as definições matemáticas do conteúdo podem ser equivocadas.

No que se trata do *conhecimento específico de semelhança* é esperado que o docente saiba a definição matemática da semelhança de polígonos, a correspondência e as relações existentes entre os lados e os ângulos, os casos de razões de semelhanças (seja positiva ou negativa), os casos específicos de semelhança de triângulos, como também saiba construir polígonos semelhantes e reconhecer a relação existente entre semelhança e as construções homotéticas. Percebemos que neste conhecimento o aprimoramento é necessário, pois, a abordagem do conteúdo pode encaminhar para diversas situações em que apenas o conhecimento comum não seja suficiente.

Nessa perspectiva o *conhecimento curricular* também é fundamental, pois, conhecer as indicações e recomendações dadas pelos currículos oficiais auxilia ao docente na distribuição do conteúdo por anos e/ou unidades didáticas, indicando quando pode iniciar, qual conceito deverá abordar, ou ainda, algumas aplicações e os conceitos adequados para cada ano, identificando o tipo de problema adequado para cada nível.

Saber aplicar ou vincular o conteúdo de semelhança com outros conteúdos ou áreas de conhecimentos da matemática, classificamos aqui como um *conhecimento horizonte de semelhança*, o qual trata se da visão além da simples definição de semelhança, neste conhecimento o docente deve buscar em suas experiências as possibilidades que o conteúdo oferece sobre diversas discussões e relações com outras áreas de conhecimentos. Neste sentido, temos a Homotetia, as relações métricas e o Teorema de Tales como uma possibilidade para o aprofundamento e uma maneira de proporcionar novas descobertas.

Pensando no *conhecimento do ensino de semelhança*, o docente deve conhecer e saber utilizar as diversas ferramentas e métodos diferenciados para o ensino de semelhança e seus conceitos, dessa maneira, algumas ferramentas e sugestões de métodos de ensino como o uso da malha quadriculada e os materiais manipuláveis estão mencionados no próximo capítulo. Ressaltamos que no ensino é primordial que o desenvolvimento das habilidades de cada conteúdo seja alcançado, para isso, deve o professor conhecer e saber proporcionar momentos para tal desenvolvimento.

Já no *conhecimento sobre semelhança e aluno* é esperado que o professor conheça formas de mobilizar a interação com os alunos, diminuir as dificuldades e a compreensão dos conceitos aplicado em situações distintas. Desenvolver momentos em suas aulas em que os alunos possam perceber a importância do estudo desse assunto em sua vida social e de mesma maneira, proporcionar momentos em que os alunos saibam diferenciar o termo “semelhança” aplicado na linguagem comum e na linguagem matemática, é um conhecimento necessário ao docente que leciona matemática.

2.2 PERSPECTIVA DE ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

Observamos em análise aos currículos oficiais (apresentada no próximo capítulo) que o ensino de semelhança pode ser iniciado ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental. No recorte desta pesquisa, uma possibilidade seria seu início a partir do 6º (sexto) ano do Ensino Fundamental, por meio da utilização de imagens e instrumentos como a régua e o compasso para fazer ampliações e reduções de figuras nas malhas quadriculadas. Dessa maneira, os alunos podem associar as construções realizadas com a definição de Semelhança.

Pensando na continuação dessa proposta em séries posteriores, pode-se aprofundar a abordagem a partir de construções homotéticas e os casos de razões de semelhanças positivas e negativas, pois o conhecimento dessas construções torna-se uma ferramenta essencial para que o aluno perceba as relações presentes nas mesmas. Essas construções podem ser desenvolvidas também em softwares como o Geogebra, os quais permitem fazer diversas alterações além de observações em um ambiente dinâmico.

Paralela a essa proposta pode se desenvolver construções de polígonos semelhantes por meio do Geoplano, assim, podendo observar as relações existentes entre as áreas e os perímetros das figuras semelhantes construídas. O uso do Tangram nesse processo é primordial, pois, com as peças do jogo é possível construir polígonos semelhantes, como também, fazer uma análise entre as suas próprias peças e discutir a existência de figuras semelhantes entre elas. Com esta proposta, efetuamos a importância das construções geométricas no processo de aprendizagem de semelhança, a qual deve estar pautada em todos os processos de ensino desse conteúdo, pois observamos em atividades de livros didáticos o enorme foco em utilizar as definições apenas para efetuar cálculos aritméticos.

Já no 9º ano podemos retomar as ideias iniciais de semelhança e desenvolver os casos específicos de semelhança de triângulos utilizando materiais manipulados. Neste momento, o professor poderá fazer as relações existentes entre semelhança e outros conteúdos, como por exemplo as razões trigonométricas e relações métricas no triângulo retângulo e o Teorema de Tales. Com isso, as aplicações de semelhança serão mais comuns e a escolha dos problemas ficará ao critério do docente, o qual deve saber identificar se é adequado a situação em que ele está incluindo.

Em virtude as possíveis dificuldades dos alunos, podemos observar a importância da linguagem utilizada durante a explanação ou resolução de problemas, da manipulação de instrumentos e compreensão das definições que envolvem os conceitos pré-requisitos ao ensino de semelhança, como por exemplo, o conceito de razão e proporção.

Diante das tantas demandas que são esperadas do professor que ensina matemática, o mesmo deve estar capacitado para as situações, sendo assim, podemos atribuir a responsabilidade em grande parte a sua formação inicial enquanto aluno da licenciatura, portanto, esta formação deve dar conta dos conhecimentos que foram mencionados e entre outros, para isto, é recomendado que por meio de um currículo (disciplinas e propostas pedagógicas) as unidades de ensino superior possibilitem a ingressão das discussões e reflexões realizadas neste trabalho, podendo assim ser uma maneira para que os formandos possam alcançar a essas demandas inerentes a profissão.

Os princípios traçados neste capítulo, serviram como norteadores para a nossa análise sobre os conhecimentos dos professores que participaram da nossa pesquisa, pois, foram todos baseados em pesquisas e estudos realizados durante a construção de todos os instrumentos da coleta de dados, sendo assim, fizemos associações ao que os mesmos mencionaram durante todo o processo da coleta.

3 O CONCEITO DE SEMELHANÇA E DE HOMOTETIA.

Em meio social, quando mencionamos o termo semelhança nos remete a ideia de algo que tenha características ou estruturas parecidas com o outro, assim faz necessário que tenhamos parâmetros para podermos julgar ou relacionar a existência de uma semelhança diante as situações. Da mesma forma acontece na matemática, pois quando tratamos do conceito de semelhança de figuras geométricas, isso não significa que basta apenas termos alguma parecida com a outra, mas sim que se tenha as propriedades para que ambas sejam realmente semelhanças. Neste capítulo discutiremos o conceito de homotetia e semelhança encontrados em alguns livros didáticos de matemática, como também, suas aplicações no ensino e na aprendizagem ao longo da Educação Básica.

No estudo da geometria euclidiana, especialmente nas transformações de polígonos, estamos interessados com as ampliações, reduções ou reproduções. Com isso, temos a inserção do termo homotetia, o qual segundo Nasser e Tinoco (2004, p.3) afirmam que “*homo* significa mesma e *tetia* está relacionada a posicionamento”, sendo assim, a homotetia é a transformação de uma figura na mesma forma, com isto, chegamos que a figura obtida por esta transformação poderá ser uma ampliação, redução ou até mesmo uma reprodução (caso especial, em que trata-se de uma congruência) da figura original.

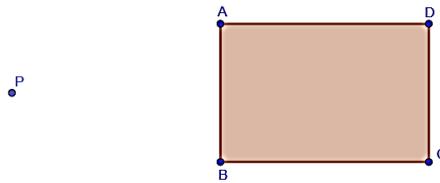
A partir da homotetia podemos então desenvolver o conceito de semelhança, para isso, faz necessário que seguimos os passos de uma transformação homotética e observarmos o que está acontecendo. A construção geométrica adotada para uma transformação homotética é encontrada facilmente em livros didáticos, o qual busca mostrar a proporcionalidade existente nos lados das figuras. Sendo assim, Nasser e Tinoco, como também Imenes e Lellis propõem em seus livros sequências¹ de passos que têm o objetivo de mostrar de forma prática a existência da proporcionalidade entre os lados das figuras e a congruência entre seus ângulos.

Para obtermos uma transformação homotética basta seguir os passos seguintes:

1º Passo - Construa um quadrilátero ABCD e um ponto P que não pertença a este quadrilátero.

¹ Ver Nasser e Tinoco (2004, p. 5), Imenes e Lellis (2010, p. 271).

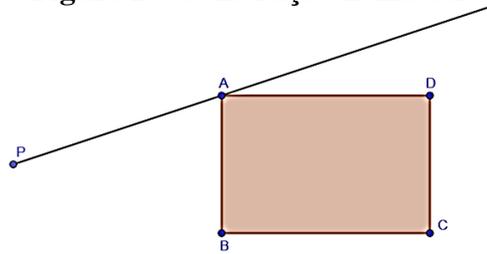
Figura 1 - Construção homotética – 1º Passo.



Fonte: Autor, 2018.

2º Passo - Traçamos agora uma semirreta que inicie no ponto P e passe pelo vértice A do quadrilátero.

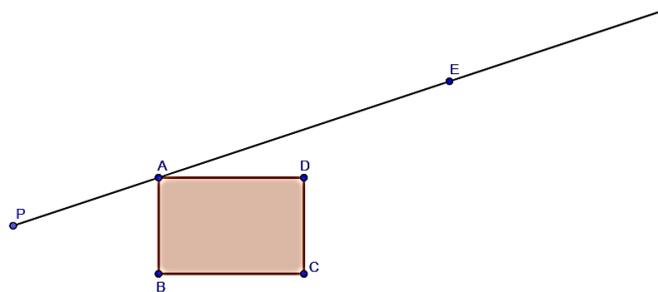
Figura 2 - Construção homotética – 2º Passo.



Fonte: Autor, 2018.

3º Passo - Sobre esta mesma semirreta marque um ponto E tal que o comprimento do segmento \overline{PE} seja o triplo do segmento \overline{PA} . Para isso pode se utilizar o compasso, régua ou qualquer instrumento de medição. (O comprimento do segmento \overline{PE} foi o triplo, pois, escolhemos ampliar o quadrilátero ABCD nesta mesma proporção, assim, pode se escolher qualquer comprimento para este segmento, sabendo que este irá determinar a ampliação da figura e deverá obrigatoriamente respeitar a mesma proporção para os outros segmentos que passarão pelo ponto P e os outros pontos da figura).

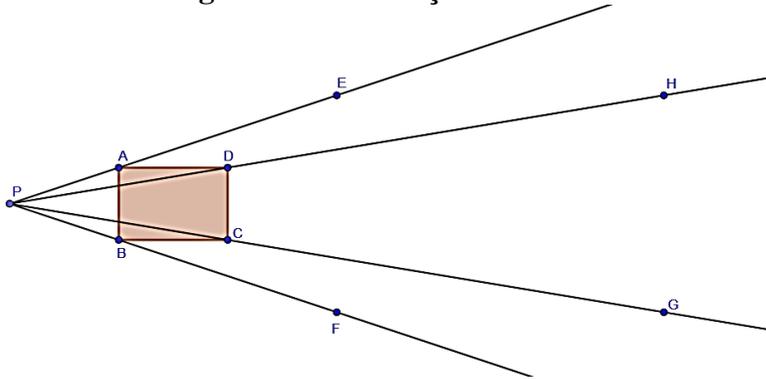
Figura 3 - Construção homotética – 3º Passo.



Fonte: Autor, 2018.

4º Passo - De mesmo modo, deve se repetir o segundo e terceiro passos para os demais pontos (B, C e D) do quadrilátero, assim, criando o ponto F sobre a semirreta \overrightarrow{PB} , o ponto G sobre a semirreta \overrightarrow{PC} e o ponto H sobre a semirreta \overrightarrow{PD} .

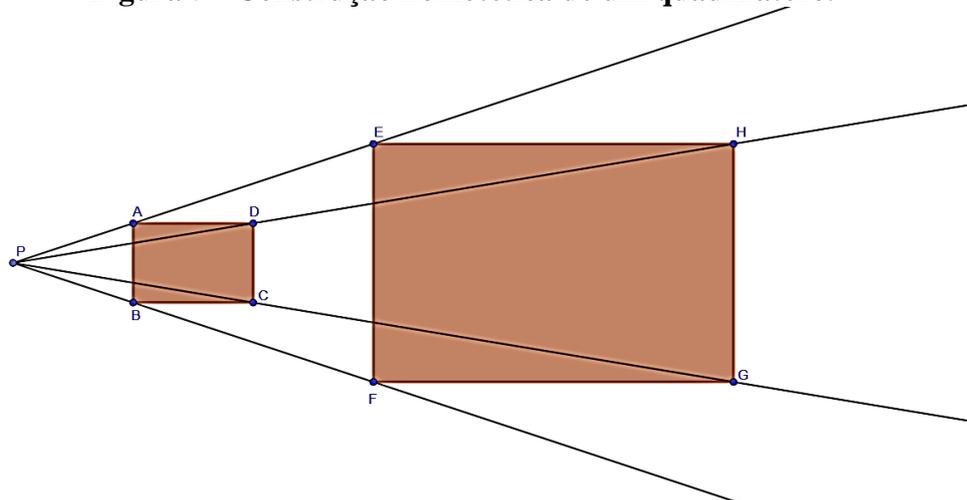
Figura 4 - Construção homotética – 4º Passo.



Fonte: Autor, 2018.

5º Passo - Após construção dos pontos E, F, G e H ligue-os formando um quadrilátero EFGH que será uma ampliação do ABCD como mostra a figura 5.

Figura 5 - Construção homotética de um quadrilátero.

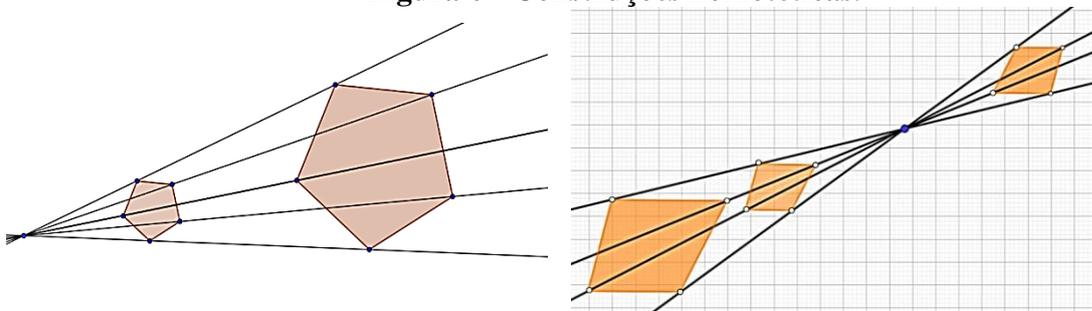


Fonte: Autor, 2018.

Nesta transformação que obtemos temos o ponto P como o centro da homotetia e uma razão de 3 unidades de comprimento entre os lados do quadrilátero EFGH sobre os lados do quadrilátero ABCD, a esta razão nos referimos com a letra K para indicar a razão da homotetia. Para os casos em que a razão da homotetia for maior que 0 e menor que 1, estamos realizando uma redução e quando for maior que 1, uma ampliação. Para os casos que esta razão seja

negativa, trata-se de uma homotetia inversa que poderá ser uma reprodução (razão igual a -1), redução (para a razão maior que -1 e menor que zero) ou ampliação (para razão menor que -1).

Figura 6 - Construções homotéticas.



Fonte: Autor, 2018.

A construção que foi detalhada acima teve como base as construções realizadas por Nasser e Tinoco (2004, p. 5) e Imenes e Lellis (2010, p.271) em seus respectivos livros didáticos, os quais sugerem a construção como parte fundamental que pode facilitar a aprendizagem sobre a homotetia. Sendo assim, em nossa sequência reunimos as informações necessárias para a construção dos passos indicados, buscando de maneira simples a praticidade que se tem na construção homotética. A construção das imagens foi realizada pelo autor, utilizando o software Geogebra Classic.

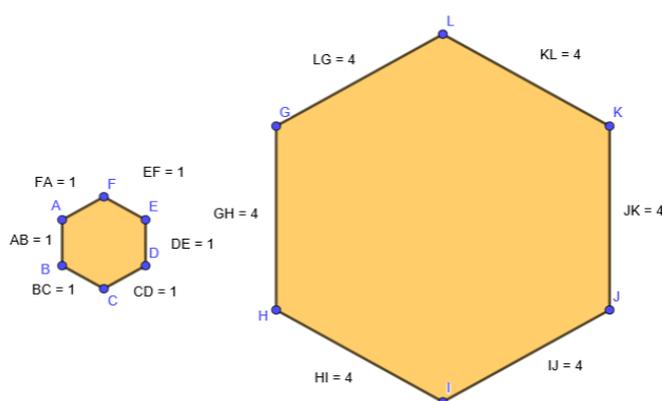
Os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) sugerem que sequências como essas sejam realizadas em aulas de matemática nos anos finais do ensino fundamental. Assim, podemos enfatizar a importância de uma construção deste conceito, já que o mesmo proporciona diversas discussões durante a sua construção e a manipulação e instrução do uso correto de instrumentos de medição em sala de aulas.

Atualmente é comum encontrarmos em livros didáticos a abordagem do conceito de semelhança a partir de alguns exemplos do cotidiano, no qual busca desenvolver a ideia intuitiva do conceito, logo assim, definindo as condições para que haja semelhança entre figuras geométricas. Desse modo, encontramos no livro de Dante (2016, p. 239) a seguinte definição:

[...] quando ampliamos, reduzimos ou reproduzimos uma fotografia, as medidas dos seus ângulos correspondentes não mudam, e as medidas dos seus lados mantêm proporcionalidade com as medidas dos lados correspondentes da fotografia ampliada, reduzida ou reproduzida. Então, dizemos que a fotografia original e a fotografia obtida são figuras semelhantes.

Com isso, observamos que Dante (2016) apresenta o conceito de semelhança por meio do ‘modelo da fotografia²’, mantendo as medidas dos ângulos correspondentes e a proporcionalidade entre as medidas correspondentes. No livro de Oliveira, Fugita e Fernandes (2011, p.44) observamos esta mesma postura, o qual exemplifica a maquetes de prédios, miniaturas de carros e a ampliação de fotocópia como objetos que podem ser semelhantes.

Figura 7 - Exemplo de hexágonos regulares semelhantes.



Fonte: Autor, 2018.

As definições encontradas nestes livros, resume-se na definição de Nasser e Tinoco (2004, p.15) que apresentam da seguinte forma: “*Dois polígonos são semelhantes quando têm: Os ângulos respectivamente congruentes e as medidas dos lados correspondentes proporcionais*”. A partir dessas definições que foram apresentadas, surgem alguns casos específicos de semelhança. São os conhecidos casos de semelhanças de triângulos, nos quais se concentram propriedades simples e específicas em que condicionam a existência de semelhança entre triângulos. Podemos observar estes casos de semelhanças de triângulos no livro de Barbosa (2012) em que ele apresenta os teoremas e demonstrações de todos os casos.

Sendo assim, aqui pretendemos apenas enunciar estes casos sem as suas demonstrações, temos então o primeiro caso ângulo-ângulo (AA), este diz que se dado dois triângulos e estes tiverem dois de seus ângulos congruentes, logo estes triângulos são semelhantes. O segundo caso é conhecido por lado-ângulo-lado (LAL) e diz: se em dois triângulos existir uma mesma proporcionalidade entre dois de seus lados correspondentes, tais que sejam formados por um ângulo que sejam congruentes entre se, então estes triângulos são semelhantes. O terceiro caso conhecido por lado-lado-lado (LLL) nos afirma que se dois triângulos têm todos seus lados

² Ampliação e redução de fotos diversas.

respectivamente proporcionais de um triângulo ao outro, estes triângulos são semelhantes (BARBOSA, 2012). Podemos observar estes casos em diversos livros didáticos, como também em problemas situações de avaliações internas e externas da Educação Básica.

3.1 OS DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS E A SEMELHANÇA DE POLÍGONOS.

Quando tratamos sobre o ensino de algo, é comum que surjam indagações e inquietações que tende a promover enormes discussões. Assim, tratando especificamente do ensino da matemática, essa discussão vai muito além do que deve ser ensinado, mas de como ensinar e de quais instrumentos utilizar para que possa haver aprendizagem naquilo que estava sendo desejado.

Podemos então observar no PCN (BRASIL, 1998) a seguinte afirmação:

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc (BRASIL, 1998, p.51).

Com isto, verificamos que o estudo dessa área vai além das situações em que envolvem figuras ou objetos geométricos, é um momento em que as situações da aprendizagem devem ser exploradas para que haja o conhecimento interligado com outras áreas.

Sendo assim, o ensino de semelhança pode ser iniciado logo quando os estudantes iniciam os anos iniciais do ensino fundamental, isso sendo realizado por meio de transformações de figuras geométricas utilizando instrumentos adequados para realizar reduções e ampliações de polígonos semelhantes em malhas quadriculadas, assim como a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e a Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2008) orientam.

Já os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) nos traz que o ensino de semelhança de polígonos deve ser iniciado no sexto ano do ensino fundamental, com atividades de ampliação/redução de figura em malhas quadriculadas, reconhecendo os elementos que se alteram e os que não se modificam. Este mesmo processo de ensino a partir de ampliação/redução além disso é retomada apenas no nono ano do Ensino Fundamental.

No Ensino Médio segundo a Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2008) este conhecimento deve ser apenas consolidado ou

aprimorado, pois, a partir da semelhança de polígonos que podem desenvolver outros novos conhecimentos como as relações métricas do triângulo retângulo e as relações trigonométricas que são conceitos desenvolvidos nesta etapa escolar.

O ensino de semelhança é também visto como um meio para iniciar a argumentação matemática no ensino fundamental, pois, proporciona que o aluno possa desenvolver a escrita matemática de maneira simples, utilizando linguagem da matemática de forma organizada a partir do que ele observa. Além disso, este conceito é de fácil verificação, o qual permite utilizar instrumentos para o desenvolvimento das construções dos conceitos e observar fisicamente as relações existentes.

3.2 OS RECURSOS PARA O ENSINO DE SEMELHANÇA.

Em um planejamento para aulas de matemática que busque conciliar atividades práticas com conhecimentos teóricos, nos preocupamos com os instrumentos e métodos que poderão auxiliar durante a execução da mesma, dessa forma o docente deverá assumir o papel de mediador, pois, dessa maneira as práticas vivenciadas permitem que o aluno seja autor da sua própria aprendizagem. No ensino de geometria surgem ou podem ser criadas diversas situações que podem ser desenvolvidas aulas com essa proposta, a qual deve oportunizar os alunos a enxergarem por outros ângulos os conhecimentos que estão sendo mencionados.

Pensando numa proposta de aula para abordar a semelhança de polígonos, o docente pode contar com instrumentos diversificados que poderá desenvolver as ideias intuitiva de cada conceito, como exemplo temos a ampliação e redução de figuras em papel quadriculado ou triangulado, esta atividade simples, permite a observação de características comuns de cada caso, esta é uma das proposta de atividade que são sugeridas pelo PCN (BRASIL, 1998).

Em nossos estudos encontramos várias pesquisas que mencionava a importância da diversidade de materiais e metodologias para o ensino de semelhança. A exemplo temos a pesquisa de Izar (2014) que nos mostra como o conceito de homotetia pode ser explorado a partir da cultura visual utilizando alguns instrumentos. Durante a pesquisa à autora realizou intervenções numa turma do 6º ano do Ensino Fundamental, realizando atividades dinâmicas utilizando alguns softwares (Paint Brush, Paintshop Pro, Photoshop e Geogebra) e materiais manipuláveis (Geoplano, Pantógrafos e retângulos em E.V.A.). As atividades realizadas exploraram os conceitos a partir de diversas situações, levando os alunos a prática investigativa e argumentativa dos conceitos em questão, além disso, as intervenções geraram espaços para

aproximações e manipulações com alguns meios tecnológicos e materiais que podem facilitar a aprendizagem.

Em propostas parecidas com a pesquisa de Izar (2014), Brandalise, Bonete e Caetano (2016) e Borges e Gaspari (2013) desenvolveram respectivamente, atividades voltadas a manipulação de materiais concretos (triângulos confeccionados em papel) e resoluções de problemas. Os artigos partilhavam objetivos comuns, os quais relataram a experiência vivenciada utilizando os referentes materiais no ensino de semelhança. Vale mencionar a contribuição da inserção desses instrumentos no ensino, os quais permitem observar as fragilidades e potenciais de aprendizagem dos alunos.

Os instrumentos didáticos mencionados têm contribuído sem dúvida no processo de ensino, como também na aprendizagem dos alunos, pois, Guerra (2014) em seu artigo nos afirma como a vivência e a utilização desses materiais em sala de aula é possível e também construtivo, assim integrando os conteúdos teóricos e práticos aprendidos nas aulas propostas.

As pesquisas mencionadas neste capítulo garanti a importância do estudo desse conteúdo com relação aos conhecimentos dos professores de matemática da educação básica, sendo assim, um importante instrumento para possíveis discussões no âmbito da formação inicial e continuada dos docentes.

4 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os procedimentos e métodos utilizados durante a realização deste trabalho. Sendo assim, abordamos como foi realizada a construção dos instrumentos de coleta, a escolha dos participantes, os processos de aplicação dos instrumentos e a organização da análise dos dados.

4.1 ESTRUTURA DO ESTUDO

Na perspectiva de descobrir os conhecimentos de um grupo de professores dos Estados Unidos e da China sobre a relação entre perímetro e área, Ma (2009) realizou uma pesquisa que por meio de uma entrevista, propôs aos professores uma análise sobre quatro situações pertinentes ao cotidiano da sala de aula do professor que ensina matemática. Desse estudo, verificamos que utilizar a entrevista semiestruturada e a análise de situações-problemas são maneiras que possibilita identificar os conhecimentos docentes, com isso, acreditamos que poderíamos identificar o conhecimento específico de semelhança e do seu ensino dos professores de matemática da nossa região, sendo assim, alcançando o objetivo dessa investigação.

Conforme Oliveira (2007), Severino (2007), Gerhardt e Silveira (2009), a proposta de uma abordagem qualitativa da pesquisa, está traçada em investigar o universo de significados, conhecimentos, valores, crenças e atitudes de um sujeito num contexto ou nas situações que são postas. Diante disso, nossa proposta é qualitativa, já que, os instrumentos, objetivos e os passos utilizados remetem a investigação dos conhecimentos de professores de matemática.

Esta investigação foi realizada do dia 28 de agosto ao dia 18 de setembro de 2018 numa cidade do agreste (centro norte) pernambucano, tendo como sujeitos cinco professores de matemáticas vinculados a rede estadual de ensino, os quais foram submetidos a uma entrevista semiestruturada e a resolução de dois questionários.

Cada participante individualmente foi submetido aos três instrumentos um após o outro, num mesmo dia e horário sem que houvesse interrupção, sendo assim, a duração média total por participante foi de uma hora e treze minutos.

4.2 CRITÉRIOS DE SELEÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA.

Diante da necessidade de termos um público alvo, elencamos algumas características para os sujeitos da pesquisa, pois, acreditávamos que a pesquisa envolvendo professores formados na área da licenciatura em matemática e com cinco ou mais anos de experiência sobre a docência, poderiam nos dar um aporte maior sobre esta temática. Justificamos a escolha do profissional formado especificamente na licenciatura em matemática (ou outra licenciatura com habilitação em matemática) pelo fato que, esperávamos que os mesmos já tivessem tido contato com o assunto em sua formação inicial ou contínua.

Podemos entender a importância e as contribuições em estudar e identificar os conhecimentos de professores ainda no início da sua carreira docente, a qual consideramos como tempo mínimo de cinco anos, a partir de Nóvoa (2009, p.06) quando ele reflete que:

Um momento particularmente sensível na formação de professores é a fase de indução profissional, isto é, os primeiros anos de exercício docente. Grande parte da nossa vida profissional joga-se nestes anos iniciais e na forma como nos integramos na escola e no professorado.

Dessa forma, os participantes da nossa pesquisa foram professores de matemática que possuíam graduação em licenciatura em matemática ou em ciências naturais e exatas com habilitação em matemática, além disso, os mesmos precisavam possuir no mínimo 5 (cinco) anos de experiências como docentes de matemática. Esses critérios foram estabelecidos conforme estudos realizados e posteriormente as análises realizadas dos testes feitos durante a construção dos instrumentos com professores recém-formados e com menos de cinco anos de experiência sobre a docência.

Todos os docentes que participaram lecionavam na mesma cidade pesquisada, a escolha por esta localidade foi devido a facilidade ao acesso desses profissionais, já que, a maioria deles estavam durante toda a semana na escola e havia uma aproximação por ter realizado os estágios supervisionados com os mesmos, sendo assim, oportunizando um ambiente favorável para a realização desta investigação.

Respeitando às normas éticas pertencentes a Resolução nº 196/56 do Conselho Nacional de Saúde (CNS) destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos, os participantes foram identificados por um código composto por uma letra e um número para que suas identidades fossem preservadas. Dessa forma, utilizamos os seguintes códigos: H1, H2, H3, H4 e H5, a escolha da letra H foi em referência a palavra homotetia e a atribuição de cada código para os professores foi conforme a ordem da realização das entrevistas.

4.3 CONSTRUÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS INSTRUMENTOS DA COLETA.

Diante da importância de identificar os conhecimentos dos professores que ensinam matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, nossa pesquisa realizou três momentos durante a coleta de dados para que pudessem nos dar suporte em identificar os conhecimentos de cada área inerente ao professor de matemática. Sendo assim, iniciamos a coleta com uma entrevista semiestruturada, seguindo com a aplicação de um questionário sobre os conhecimentos específicos do conteúdo de semelhança de polígonos e por fim, um questionário sobre os conhecimentos didáticos de semelhança de polígonos.

A escolha do instrumento para a coleta de dados deve ser realizada observando a necessidade desse instrumento em dar suporte ao que é traçado durante os objetivos da pesquisa, sendo assim, sobre o instrumento questionário Oliveira (2007) afirma que ele pode ser entendido como uma técnica para obter informações precisas sobre as situações que o mesmo estará inserido. Já sobre a entrevista, Oliveira (2007) nos mostra que este instrumento permite a interação entre o pesquisador e o entrevistado, como também, permite uma descrição mais detalhada sobre o que está sendo pesquisado.

Na entrevista, tínhamos como objetivo iniciar a coleta de dados de uma maneira simples por meio de uma conversa com finalidade de traçar o perfil profissional daqueles que eram os nossos sujeitos e também conseguir identificar os conhecimentos didático do mesmo, sendo assim, foi realizado as perguntas e os entrevistados tinham tempo livre para suas respostas.

Abaixo, segue um quadro em que mostramos como fizemos a divisão das questões para que pudessemos obter informações suficientes para alcançar cada objetivo.

Quadro 1 - Organização das questões da entrevista semiestruturada.

ORGANIZAÇÃO DAS QUESTÕES DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA	
Questões	Informações/Conhecimentos
1 á 8	Classificação/Categorização dos sujeitos da pesquisa.
9 e 10	Identificação dos recursos para aulas de matemática e de geometria.
11 e 12	Conceitos da geometria que os alunos possuíam mais dificuldades e mais facilidades segundo os professores.

13, 16 e 17	Conhecimento quanto ao currículo de matemática.
14	Estudo de semelhança de polígono na formação inicial do professor.
15, 19 e 20	Conhecimento sobre o conceito de semelhança e homotetia (conceitos que têm relações com o conteúdo e conceitos pré-requisito)
18 e 21	Conhecimento quanto a prática docente (instrumentos e metodologia sobre o ensino).

Fonte: Autor, 2018.

O primeiro questionário entregue aos participantes tratava do conhecimento específico de semelhança, o qual possuía quatro questões, todas argumentativas em que envolviam a definição de semelhança de polígonos, construções de polígonos, casos de semelhança de triângulos e a razão de semelhança. A construção das questões desse questionário, foi baseada em problemas comuns encontrados em diversos livros didáticos de matemática que fizemos uma breve análise.

Neste questionário queríamos observar como os professores corrigiria uma definição incompleta e como eles resolviam problemas dos conhecimentos específicos do assunto como o reconhecimento e a construção de figuras semelhantes e o cálculo das razões de semelhanças.

O segundo questionário entregue aos docentes, também era composto de quatro questões argumentativas sobre os conhecimentos didáticos de semelhança, junto ao questionário foi entregue seis questões de livros e da internet que serviriam apenas para serem analisadas por eles e a partir dessa análise os mesmos iriam responder às questões do questionário. Assim como o primeiro questionário, este foi elaborado conforme algumas questões de livros didáticos que possivelmente os professores tenham já utilizadas algumas delas em suas aulas. Com as respostas deste questionário, esperávamos observar os conhecimentos relacionado ao ensino e as escolhas sobre as questões, com isso, podendo concluir os conhecimentos de currículo e de ensino dos investigados.

Com estes três instrumentos acreditávamos que seriam suficientes para alcançar os objetivos da investigação, a qual surgiu com o intuito de produzir conhecimento e proporcionar uma discussão sobre os conhecimentos docentes.

Antes de aplicarmos os nossos instrumentos com os participantes definitivos da nossa pesquisa, realizamos testes no período de 11 de julho a 16 de agosto de 2018 com três professores(as) de matemática vinculados a rede municipal de ensino da mesma cidade, com o

objetivo de verificar a eficácia dos mesmos. Os passos realizados nesses testes foram os mesmos realizados na aplicação final, sendo assim, os dados coletados desses testes foram analisados e por meio dessa análise realizamos algumas alterações nos questionários e nos critérios de escolha dos participantes. Os professores(as) participantes desses testes não foram selecionados para participarem novamente da aplicação, com isso, todos os dados dos testes foram descartados para a análise do resultado final desta pesquisa.

4.4 APLICAÇÃO DOS INSTRUMENTOS.

Quatro dos cinco professores participantes foram entrevistados na biblioteca da escola que trabalhavam, apenas um foi entrevistado em sua residência por motivos de indisponibilidade na grade de horário da sua escola. Durante todo o processo da coleta de dados, não foi permitido que os participantes fizessem o uso de livros, calculadoras, celulares, internet ou qualquer outro meio de informação.

Todos os sujeitos participantes desta pesquisa passaram rigidamente por todas as etapas em uma mesma ordem utilizando os mesmos instrumentos. Dessa forma, a coleta de dados se resumiu em três momentos, os quais seguiram a seguinte ordem: entrevista semiestruturada, questionário sobre os conhecimentos específicos de semelhança e o questionário sobre os conhecimentos didáticos de semelhança. Cada participante individualmente foi submetido as três etapas num mesmo dia sem que houvesse interrupções.

No primeiro momento foi apresentado a proposta da pesquisa e assinado o termo de consentimento livre e esclarecido (apêndice A), logo em seguida os sujeitos receberam o roteiro da entrevista (apêndice B) para uma breve leitura. Após a leitura do roteiro, foram iniciadas as entrevistas, as quais realizamos as perguntas e os professores logo após respondiam livremente sem ter limite de tempo, essas entrevistas tiveram duração média por participantes de 14 minutos, sendo todas gravadas apenas a voz durante todo o tempo por meio de um smartphone.

No segundo momento foram entregues aos docentes um questionário impresso (apêndice C), uma caneta esferográfica de tinta azul e uma régua de alumínio com o comprimento de 30 centímetros, a mesma graduada nas unidades de comprimentos centímetro e polegada. O questionário entregue neste momento era referente às questões sobre o conhecimento do professor sobre a definição de semelhança e resolução de problemas de semelhança. Neste, o docente deveria responder quatro questões, justificando as suas respostas por meio de argumentos matemáticos.

No terceiro e último momento, foi entregue aos professores seis questões impressas (anexo) que foram retiradas de livros de matemáticas e da internet, como também, um questionário (apêndice D) para que os professores analisassem as questões impressas que foram dadas e respondessem as quatro questões do questionário. Neste momento a análise dos professores eram direcionadas aos conhecimentos didáticos dos mesmos, verificando as dificuldades, indicações para séries e conceitos envolvidos em cada questão.

4.5 ORGANIZAÇÃO DA ANÁLISE DOS DADOS.

Os instrumentos utilizados na pesquisa, eram compostos em sua totalidade de questões argumentativas, sendo que, para cada momento os questionários tinham os seus objetivos, pois, tratavam se de diferentes conhecimentos que são necessários ao professor de matemática.

Da entrevista semiestruturada descrevemos os perfis dos participantes e identificamos alguns conhecimentos relacionados ao currículo de matemática e conhecimentos didáticos e metodológicos dos professores, os quais foram comparados com as escolhas feitas pelos menos nas questões do último questionário.

Já no questionário referente aos conhecimentos específicos de semelhança, nossa análise verificou as definições, cálculos e conclusões realizadas pelos professores. Assim, comparando com as definições matemáticas e os conhecimentos discutidos anteriormente neste trabalho.

Do último questionário que tratava do conhecimento didático de semelhança, analisamos e descrevemos como os docentes percebem as resoluções de questões e as suas relações com o currículo e o seu ensino.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.

Tendo como objetivo fundamental deste trabalho a investigação sobre os conhecimentos dos professores de matemática sobre o ensino de semelhança de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental, como também, com os objetivos em identificar os conhecimentos específicos de semelhança de polígonos apresentados por professores e verificar os conhecimentos didáticos do ensino de semelhança de polígonos apresentados por eles. Sendo assim, neste capítulo apresentamos os conhecimentos destacados dos professores participantes a partir das repostas dadas por eles nos questionários e durante a realização da entrevista.

Utilizamos como sujeitos cinco professores e como a pesquisa dividiu em três momentos, iremos apresentar os dados discutidos em cada um deles e posteriormente uma síntese do que foi observado de maneira geral relacionando com a literatura estudada. Desse modo, a análise dos dados foi realizada de maneira qualitativa, a partir das repostas dadas pelos sujeitos nos instrumentos utilizados.

5.1 A RELAÇÃO DOS ASPECTOS PROFISSIONAIS E CONHECIMENTOS.

Analisar e entender as situações e o conjunto de informações que cada profissional carrega em sua trajetória pode fornecer maiores detalhes sobre suas crenças, contribuições em meio a sociedade e conhecimentos sociais ou científicos. Dessa maneira, utilizando a entrevista como um instrumento inicial para conhecer e colher as informações dos professores conseguimos traçar os perfis de cada docente, como também, pudemos observar como eles entendem os conhecimentos específicos e o ensino de semelhança no currículo escolar.

Organizando os dados sobre a formação docente, atuações profissionais e a relação com a matemática, construímos o próximo quadro a partir das repostas dadas pelos professores nas entrevistas para poder observar estas informações com clareza, sendo assim, este quadro é um importantíssimo instrumento para podermos entender a realidade que estes profissionais estão inclusos e poder relacionar com os conhecimentos apresentados por eles.

Quadro 2 - Perfil profissional dos participantes da pesquisa.

<i>Prof.</i>	Graduação	Tempo de Ensino	Atuação	Rede (Atual)	Motivos da escolha pelo curso	Área da Matemática de preferência
<i>H1</i>	Licenciatura plena em Matemática (Instituição Privada de Nível Superior)	13 anos	Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Pública e Privada	Interesse pelo conhecimento matemático	Estatística e Probabilidade
<i>H2</i>	Licenciatura plena em Matemática (Instituição Privada de Nível Superior)	10 anos	Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Pública	Gosto pela matemática e a escassez do profissional	Geometria
<i>H3</i>	Licenciatura plena em Matemática (Instituição Privada de Nível Superior)	08 anos	Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Pública e Privada	Gosto pela matemática, o curso mais acessível e influência de amigos.	Probabilidade, história da matemática e Geometria
<i>H4</i>	Licenciatura em Ciências Exatas e Naturais (Instituição Privada de Nível Superior)	19 anos	Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Pública	Fato de não ter outra opção de curso na área das exatas e a escassez do profissional	Geometria
<i>H5</i>	Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática (Instituição Privada de Nível Superior)	07 anos	Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Pública	Fato de ser o único curso na área das exatas que se tinha em sua região.	Álgebra

Fonte: Autor, 2018.

Observamos com o quadro 2 como todos os docentes possuem tempos de experiência e estão a ensinar em escolas do sistema público de ensino, sendo assim, conhecendo diversas realidades do ensino e perpassando pelos diferentes níveis e séries de escolaridade. O fato da maioria dos profissionais escolherem o curso de licenciatura em matemática pelo gosto da disciplina é um determinante natural, porém, podemos levantar alguns questionamentos sobre aqueles que mencionaram a escolha do curso por não terem tido outras opções viáveis de cursos

na época. Será que estão arrependidos da escolha feita ou será que os mesmos se tivessem outra opção de curso, a licenciatura seria descartada? Qual opção de curso seria essa que eles queriam?

Como a matemática tem suas áreas de conhecimentos, estávamos interessados em conhecer também em quais destas os professores se identificavam ou tinham mais facilidade para aprender e ensinar, sendo assim, percebemos como cada profissional possui uma área específica, tendo assim, os professores H2, H3 e H4 mencionando a geometria como sendo a área preferida entre as demais, o professor H5 mencionou a álgebra e o H1 e também o H3 mencionaram a estatística e a probabilidade.

Livro didático, materiais manipuláveis e o computador(software) foram alguns dos recursos que todos os professores mencionaram utilizar em suas aulas, sendo assim, um dado muito importante, pois, podemos perceber a inclusão de materiais que sugere a utilização de metodologias diferentes, dessa forma pode oportunizar momentos diferenciados para a construção das habilidades de cada conteúdo. Enquanto os instrumentos utilizados em aulas de geometria todos eles falaram utilizar os sólidos geométricos, régua, transferidor e o programa Geogebra.

Com o intuito de entender os conceitos geométricos que os alunos geralmente têm mais facilidade ou mais dificuldade em aprender, os professores mencionaram diversos conceitos, porém, nenhum professor falou que a semelhança de polígonos fosse um assunto em que os alunos possuíam mais dificuldades. Da mesma, quatro professores também não mencionaram a semelhança de polígono como sendo um assunto que os alunos tinham mais facilidade, exceto o professor H3 que mencionou a semelhança de triângulos como um assunto que seus alunos possuem mais facilidade. Dessa forma, fica um questionamento sobre o grau de dificuldade que este assunto pode assumir diante os demais.

“Pouco ouvir falar sobre isso”; “Não conheço o termo e nem lembro ter visto”; “Não recordo o significado”. Quando questionados sobre o termo homotetia, essas foram as falas dos professores H4, H5 e H1 respectivamente. Percebemos assim, como é comum o desconhecimento do termo entre os próprios profissionais, um fato que nos preocupa, pois, como o profissional que estará a lecionar tal conhecimento, o desconhece. Apesar disso, os professores H2 e H3 mencionaram conhecer o termo, pois, o H2 falou: “Homotetia é alguma coisa igual ou semelhante” o H3 falou: “É a semelhança entre duas figuras [...]”, com isso, observamos que apenas o último conhece a aplicação do termo na matemática.

Apesar do desconhecimento do termo homotetia pela maioria dos docentes, este é mencionado nos livros didáticos de Oliveira, Fugita e Fernandes (2011); Projeto Araribá

(2007); Giovanni e Giovanni Jr. (2005); Iezzi, Dolce e Machado (2000) os quais fizemos os estudos para a construção dos questionários dessa pesquisa. Os livros não só mencionam o termo como também fazem as construções homotéticas e propõem atividades de fixação durante o capítulo que envolve a Semelhança de Polígonos.

Além disso, observamos que na matriz de referência de Matemática do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE), especificamente do 9º ano do Ensino Fundamental possui descritores específicos para as construções homotéticas e a Semelhança de Polígonos. Sendo eles o “*D05 - Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas*” este referente a Semelhança de Polígonos e o “*D07 - Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram*” referente as construções homotéticas (PERNAMBUCO, 2016).

Sendo assim, observamos que estes assuntos não são apenas mais um componente curricular, mas uma ferramenta fundamental no reconhecimento da matemática como uma matéria prática pertinente em diversas situações do cotidiano, podendo promover diversas e amplas discussões.

5.2 OS CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES E OS CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS DE SEMELHANÇA.

Assim como diz Borges e Gaspari (2013, p.14): “O ensino de matemática contextualizado e com situações reais, trouxe um novo sentido para o ensino dessa disciplina.”, percebemos em nossas práticas diárias como é possível e também prazeroso em diversas situações aplicarmos conhecimentos matemáticos, tornando conhecimentos específicos em conhecimentos sociais, alcançável a qualquer ser pensante. Para isso, é necessário que o docente enquanto articulador de conhecimento entenda e saiba como esses conhecimentos específicos podem ser utilizados, aplicados e formulados para as situações.

Sendo assim, apresentaremos os conhecimentos específicos de semelhança observados nas respostas dos professores no questionário 1. Desse modo, iniciamos este questionário como se fosse uma situação de correção de uma questão de prova, colocando uma resposta dada por um aluno sobre a definição de semelhança, a qual o professor deveria julgar se a afirmação estava correta, caso contrário, o mesmo deveria corrigi lá descrevendo a definição corretamente.

Com isso, apenas o professor H1 corrigiu e escreveu a definição de semelhança de polígonos corretamente, utilizando os conceitos e as propriedades do assunto, observe na figura 8:

Figura 8 - Resposta do professor H1 na questão 1, questionário 1.

1) Verifique a resposta da seguinte pergunta e corrija se for necessário, justifique sua correção:

Quais são as condições para que dois polígonos sejam, semelhantes?

Carlos diz: As figuras têm que ser parecidas e os ângulos iguais.

As figuras deve ter lados correspondentes proporcionais
e os ângulos correspondentes iguais.

Fonte: Autor, 2018.

Dessa mesma questão, chamamos a atenção para dois professores, o H3 e o H4, pois, veja nas figuras 9 e 10 que nas respostas dadas por eles, acabam confundindo a definição de semelhança de polígonos com a definição de congruência de polígonos (sendo que este é apenas um caso particular da semelhança quando temos a razão de semelhança igual a 1) que também é estudado durante o Ensino Fundamental, porém, são assuntos que apesar de terem pontos em comuns, as definições são bem diferentes.

Figura 9 - Resposta do professor H3 na questão 1, questionário 1.

1) Verifique a resposta da seguinte pergunta e corrija se for necessário, justifique sua correção:

Quais são as condições para que dois polígonos sejam, semelhantes?

Carlos diz: As figuras têm que ser parecidas e os ângulos iguais.

A resposta dada por Carlos está correta, pois é funda-
mental que condições sejam parecidas. Neste caso,
figuras geométricas com formas iguais ou mesma
forma e ângulos congruentes.

Fonte: Autor, 2018.

Figura 10 - Resposta do professor H4 na questão 1, questionário 1.

1) Verifique a resposta da seguinte pergunta e corrija se for necessário, justifique sua correção:

Quais são as condições para que dois polígonos sejam, semelhantes?

Carlos diz: As figuras têm que ser parecidas e os ângulos iguais.

Ele está certo, a semelhança de polígonos tem que ser de figuras iguais.

Fonte: Autor, 2018.

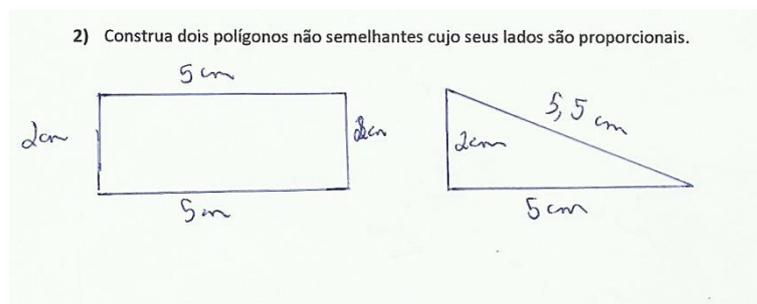
Notamos com este fato a importância de conhecer detalhadamente os termos que envolve a definição de um conteúdo, pois, os professores ao ler a resposta de Carlos, talvez não imaginaram na possibilidade da figura ser igual ou formas iguais e possuírem ângulos internos correspondentes congruentes, porém com os lados correspondentes sem nenhuma proporção, logo estas figuras deixando de ser Semelhantes.

Já os professores H2 e o H5 eles identificam a necessidade das figuras terem lados proporcionais e seus ângulos internos iguais, porém não especificam a necessidade da correspondência tanto dos lados proporcionais como a correspondência dos ângulos internos iguais, está sendo uma condição necessária na definição, pois, podemos encontrar polígonos que não são semelhantes e terem lados não correspondentes proporcionais e ângulos não correspondentes iguais.

Na segunda questão desse mesmo questionário, estávamos interessados em verificar como os professores iriam construir duas figuras que não fossem semelhantes, porém tivessem lados proporcionais. Dessa forma, a questão deixou em aberta a construção ou utilização de qualquer polígono, de modo que respeitasse a condição dada.

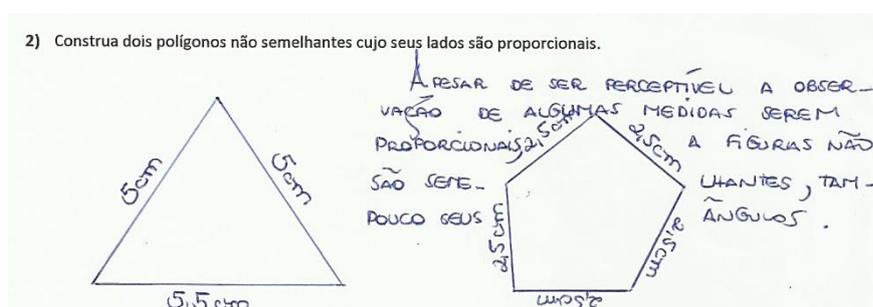
Apesar disso, nenhum dos cinco professores conseguiram fazer a construção corretamente, houve professores que utilizaram de figuras com propriedades diferentes, o que naturalmente não são semelhantes (exceto os casos particulares), como também, a correspondência dos lados e a proporcionalidade também é comprometida, fomos casos dos professores H2 e H3, observe nas figura 11 e 12.

Figura 11 - Construção do professor H2 na questão 2, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

Figura 12 - Construção do professor H3 na questão 2, questionário 1.

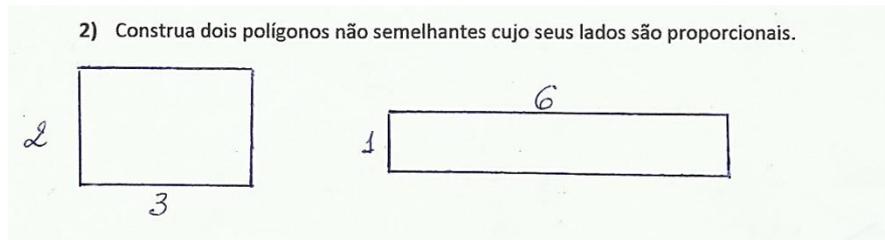


Fonte: Autor, 2018.

Estes professores utilizam de figuras de naturezas diferentes, as quais possuem número de lados diferentes que logo não serão semelhantes, porém, pedíamos que seus lados fossem proporcionais, o que não acontece em nenhum dos dois casos. Podemos perceber que o professor H3 tentou construir (lado direito) um pentágono regular, o qual não conseguiu construir, talvez por não estar utilizando um transferidor, pois, não disponibilizamos este instrumento.

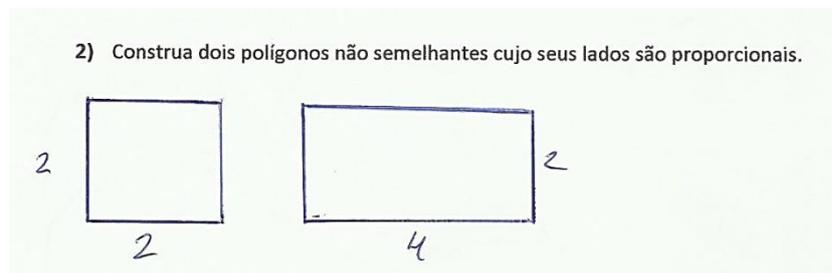
Já o H1 e H4 utilizaram de paralelogramos como apresentamos na figura 13 e figura 14, nesta situação eles apenas fazem as modificações das medidas dos lados, mantendo os valores dos ângulos, porém, acabam desconsiderando a proporcionalidade entre os lados das figuras, que era uma condição necessária da questão. Sendo assim, o H1 modifica a ordem dos denominadores e numeradores das razões entre os lados, para que possam ser proporcionais, porém, é um erro evidente pela própria definição de proporção. O H4 também desconsidera a proporcionalidade entre os lados, cometendo o mesmo erro do professor H1.

Figura 13 - Construção do professor H1 na questão 2, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

Figura 14 - Construção do professor H4 na questão 2, questionário 1.

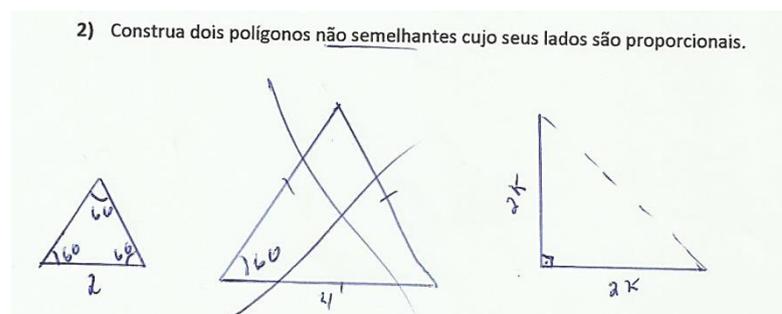


Fonte: Autor, 2018.

O H5 opta por utilizar triângulos, ao escolhê-los ele nota que quando deixa os ângulos correspondentes iguais ele não consegue encontrar outro triângulo que não seja semelhante a ele, ainda fazendo duas tentativas ele verifica que a escolha do triângulo não foi interessante e logo desisti da questão.

Utilizar os triângulos nessa situação que propomos seria impossível, pois, se era necessário que os lados fossem proporcionais e as figuras não fossem semelhantes, logo os triângulos que tivessem lados proporcionais seriam semelhantes pelo caso (LLL) da Semelhança de triângulos.

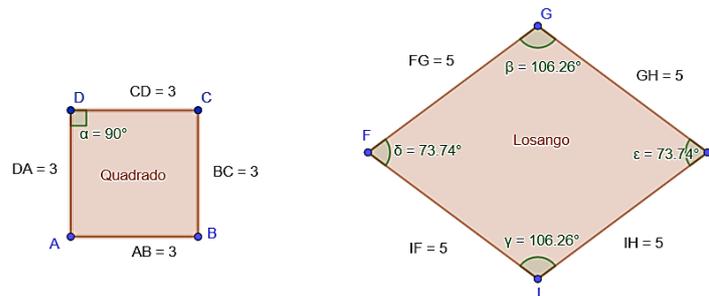
Figura 15 - Construção do professor H5 na questão 2, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

Tínhamos como ideia para esta questão que os docentes percebessem a relação entre o quadrado e o losango, pois, estes polígonos podem ter lados proporcionais, porém não serão semelhantes (como mostro na figura 16), pois, a modificação dos ângulos do losango pode deixá-los sem serem semelhantes (o losango com o ângulo interno diferente de 90°) mas com os lados proporcionais.

Figura 16 – Construção/resposta correta da questão 2, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

Ainda na perspectiva de identificar os conhecimentos de específicos de semelhanças, como os casos de semelhança e de construções de figuras semelhantes, a terceira questão, foi dividida em quatro itens, em que cada um envolve um conhecimento específico.

No item A dessa questão os professores iriam analisar três retângulos construídos um ao lado do outro, sendo assim, nesta questão podíamos ver a aplicação da transitividade, pois, se o triângulo 1 é semelhante ao triângulo 2 e o triângulo 2 é semelhante ao triângulo 3, logo o triângulo 1 será semelhante ao triângulo 3. Apesar disso, nenhum professor descreveu esta observação.

Figura 17 - Resposta do professor H1 na questão 3, questionário 1.

3) Observe os polígonos de cada alternativa e verifique se todos são semelhantes. Justifique sua resposta.

a)

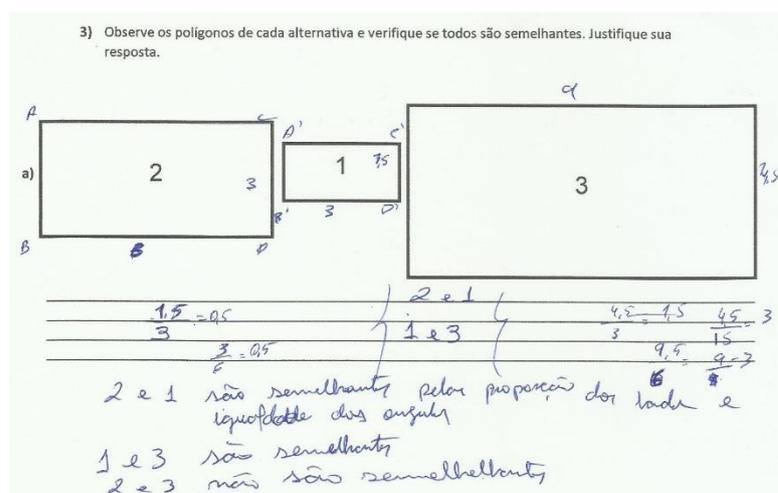
SIM. ~~DE~~ DE 1 PARA 2 OS LADOS DOBARAM, DE 1 PARA 3 TRIPLICAM E DE 2 PARA 3 AUMENTA 1,5 VEZES

Fonte: Autor, 2018.

Verificamos neste recorte (figura 17) a resposta correta dada pelo professor H1, como foi entregue uma régua aos professores, todos foram de imediato medindo o comprimento dos lados das figuras com a régua, pudemos então observar que alguns professores não colocaram os valores das medições feitas, porém, fizeram as razões de semelhanças para verificar a proporcionalidade entre os lados correspondentes, considerando seus ângulos correspondentes iguais por serem todos retângulos.

O docente H4 acabou confundindo se com a medição do comprimento do retângulo 3, pois o mesmo escreve um valor sobre a figura e na razão de semelhança utilizou outro valor (figura 18), logo quando calculou as razões concluiu que os retângulos 3 e 2 não eram semelhantes. O H2 conclui que os retângulos são semelhantes, porém, não escreveu as razões na resposta, podemos pensar que o mesmo tenha feito um cálculo mental, mas não temos certezas sobre isso. O H5 considera semelhante, mas não justifica como concluiu isto, apenas repete a definição dada erradamente por ele na primeira questão desse mesmo questionário.

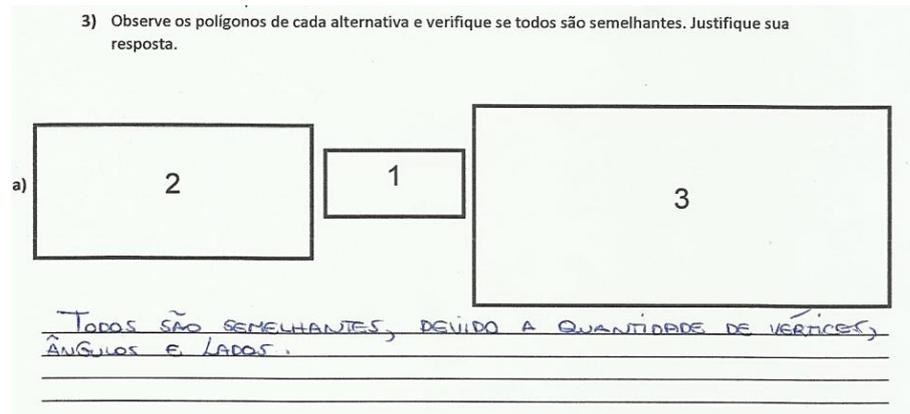
Figura 18 - Resposta do professor H4 na questão 3, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

O H3 apresenta uma justificativa incoerente com a situação (figura 19), pois, ele diz que as figuras são semelhantes pela a quantidade de vértices, ângulos e lados, coincidindo com a resposta dada por ele na primeira questão quando fala em figuras iguais, sendo assim, sabemos que estas não são as condições necessárias para a semelhança de polígonos e reafirmando que o docente apresenta baixo domínio sobre os conhecimento específico desse conteúdo.

Figura 19 - Resposta do professor H3 na questão 3, questionário 1.

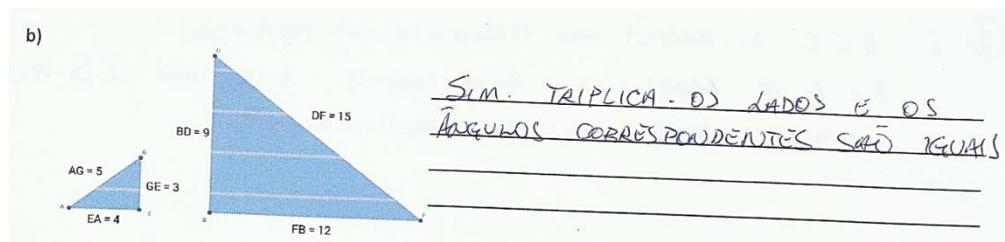


Fonte: Autor, 2018.

No item B da mesma questão, havia a comparação entre dois triângulos, poucos professores calculam ou escreveram as razões de semelhanças. Nesse caso eles observaram que os lados eram proporcionais e logo concluíram, utilizando talvez de um cálculo mental. Nenhum dos professores utilizaram dos ângulos para concluir a semelhança deles, isto talvez por eles não terem utilizado transferidor para verificar as medidas dos mesmos, como também, não utilizaram dos casos específicos de semelhança de triângulos.

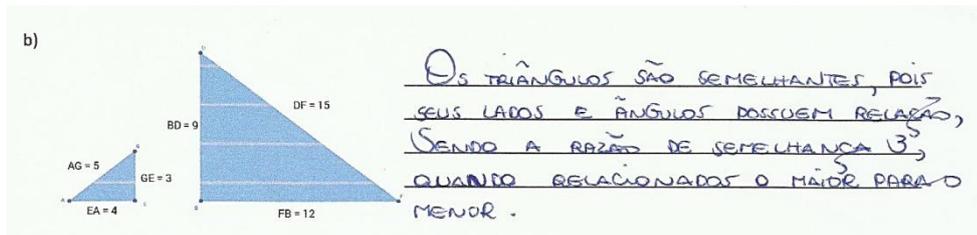
Neste item, todos docentes afirmaram que os triângulos eram semelhantes, apenas o H1 e H3 identificaram e justificaram suas respostas por meio das razões de semelhanças. Podemos observar na figura 20 e 21 a seguir:

Figura 20 - Resposta do professor H1 na questão 3, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

Figura 21 - Resposta do professor H3 na questão 3, questionário 1.

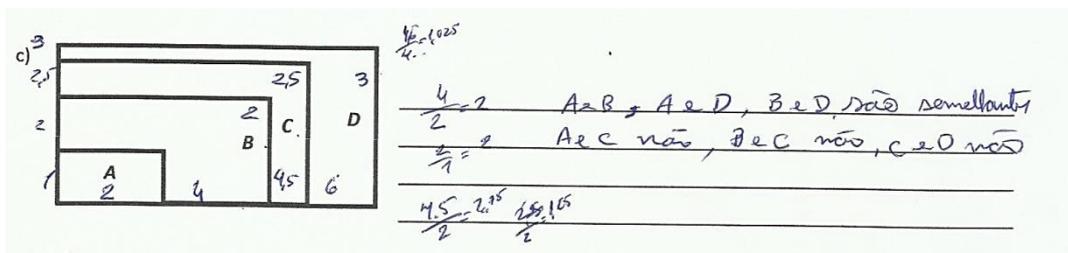


Fonte: Autor, 2018.

No item C, tínhamos quatro retângulos todos inscritos um sobre o outro, essa questão surgiu da ideia observada na dissertação de Izar (2014) a qual utilizava a própria construção dos polígonos para constatar a semelhança entre eles, pois, se organizarmos as figuras a partir de um único vértice (da maneira que estava organizada na questão) e traça uma diagonal partindo desse vértice até o vértice oposto a ele e está diagonal passar exatamente sobre os outros vértices das figuras, logo todas serão semelhantes.

Apesar da existência dessa forma de verificar, nenhum professor utilizou, supomos que não a conheçam, pois, todos utilizaram a régua para realizar as medições novamente, como tínhamos quatro retângulos foi necessário identificar os pares de retângulos semelhantes e os pares de retângulos que não eram semelhantes como o professor H4 apresentou em sua resposta como mostramos na figura 22.

Figura 22 - Resposta do professor H4 na questão 3, questionário 1.



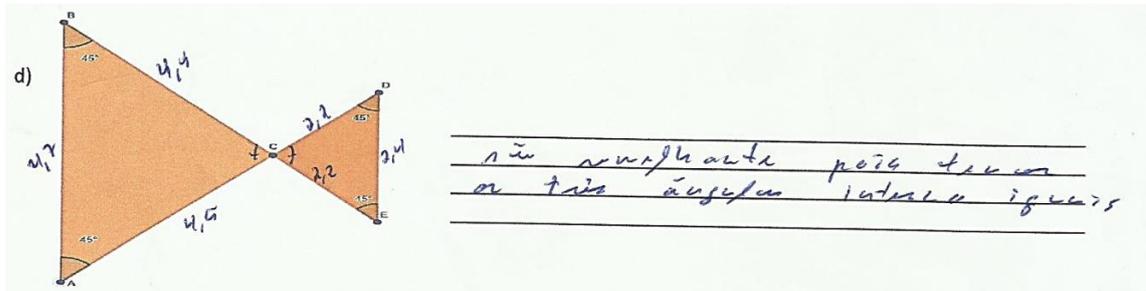
Fonte: Autor, 2018.

Os professores H1, H2, H4 e H5 identificaram e listaram os pares de retângulos semelhantes e os pares não semelhantes. Já o H3 afirmou que todos os retângulos do item eram semelhantes, não especificando os pares de retângulos que eram semelhantes nem tão poucos os não semelhantes, sendo assim, errando em afirmar que todos eram semelhantes, pois o retângulo C não era semelhante a nenhum deles.

No quarto e último item (D) desta questão, foram construídos dois triângulos os quais possuíam os valores de dois de seus ângulos internos, sendo assim, com essas informações já

poderíamos identificar que os triângulos eram semelhantes, pelo caso ângulo-ângulo (AA) específico de triângulos. Apesar disso, apenas o professor H5 utilizou deste conhecimento para justificar que os triângulos eram semelhantes.

Figura 23 - Resposta do professor H5 na questão 3, questionário 1.



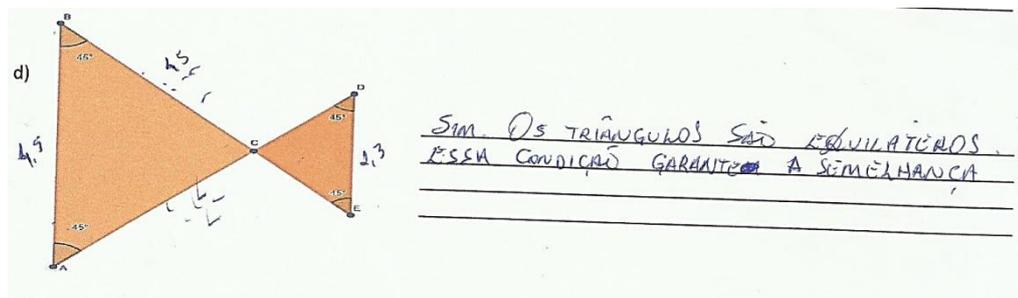
Fonte: Autor, 2018.

Consideramos que houve uma deformação na figura deste item, quando copiamos a imagem do Geogebra para o software Microsoft word, fazendo com que o ângulo C (oposto pelo vértice) ficasse com a sua construção comprometida, parecendo não ser retângulo, pois, como temos dois ângulos internos iguais a 45° , logo o terceiro deveria ser de 90° pela soma dos ângulos internos de um triângulo.

Este fato foi observado pelo professor H3, o qual indagou oralmente justificando que pela imagem o ângulo C não havia condições de possuir 90° . Até este momento não havia percebido esta ocorrência, sendo assim, pedi que o mesmo continuasse na resolução considerando os valores apresentados na imagem. Nenhum outro professor questionou este fato.

Percebemos que esta deformação da imagem pode ter confundido os professores, pois, podemos evidenciar na resposta do professor H1 (figura 24):

Figura 24 - Resposta do professor H1 na questão 3, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

³ Resposta do Professor H5: São semelhantes pois tem os três ângulos internos iguais.

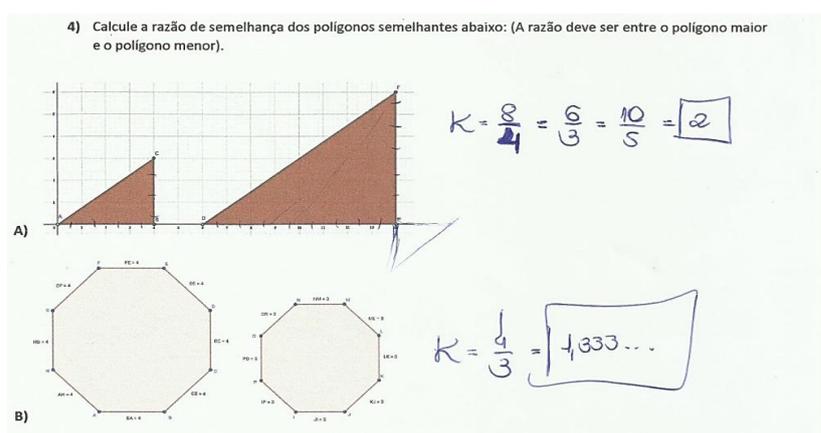
Ele considerou os triângulos sendo equilátero talvez pela imagem da construção, apesar do mesmo ter feito as medições e verificar medidas diferentes para os lados. Além disso, ele poderia verificar pelas medidas que estavam explicitadas na figura que este tratava se de um triângulo isósceles. Sendo assim, o professor conclui erradamente que por ele considerar os triângulos equiláteros logo são semelhantes.

Os professores H2 e H3 afirmam que os triângulos são semelhantes, utilizando justificativas como os lados proporcionais, sendo assim, consideramos que intuitivamente eles utilizaram do caso específico lado-lado-lado (LLL) de semelhança de triângulos. Apenas o H4 afirmou que os triângulos não eram semelhantes, porém, não justificou a sua resposta.

A quarta e última questão, pedia para que os professores calculassem a razão de semelhança entre dois casos (o primeiro entre dois triângulos construídos sobre uma malha quadriculada e o segundo entre dois octógonos regulares), a questão especificava que a razão deveria ser do polígono maior para o polígono menor.

Desse modo, todos os professores conseguiram identificar e calcular as razões de semelhança dos polígonos, sendo assim, podemos observar na figura 25 a resposta do professor H3, o qual utiliza da letra K que é comum nos livros para representar a razão de semelhança de figuras.

Figura 25 - Resposta do professor H3 na questão 4, questionário 1.



Fonte: Autor, 2018.

Dessa maneira, podemos observar nas respostas dadas pelos professores, que a maioria possuem o conhecimento comum de semelhança, entretanto, o conhecimento específico do conteúdo os mesmos possuem dificuldades, isto em diversos aspectos, como na definição matemática de Semelhança, no reconhecimento de figuras semelhantes, no conhecimento e

aplicação dos casos específicos de Semelhança de triângulos e na utilização da homotetia e suas construções, sendo assim, um fato preocupante para a prática docente, já que mostramos anteriormente que estes eram conhecimentos necessários aos mesmos.

Para concluirmos essa discussão elaboramos o quadro a seguir que apresenta acertos e erros dos professores participantes da pesquisa para os aspectos relativos aos conhecimentos específicos de semelhança.

Quadro 3 - Aspectos relativos aos conhecimentos específicos de semelhança.

		H1	H2	H3	H4	H5
<i>Relativo a definição</i>	<i>Correspondência de ângulos e lados</i>	Acertou	Errou	Errou	Errou	Errou
	<i>Proporcionalidade e de lados</i>	Acertou	Acertou	Errou	Errou	Acertou
	<i>Congruência de ângulos</i>	Acertou	Acertou	Errou	Errou	Acertou
<i>Construção de figuras não semelhantes</i>		Errou	Errou	Errou	Errou	Errou
<i>Casos de semelhança de triângulos</i>		Não utilizou	Não utilizou	Não utilizou	Não utilizou	Utilizou
<i>Homotetia</i>		Errou	Acertou	Acertou	Errou	Errou
<i>Razão de semelhança</i>		Acertou	Acertou	Acertou	Acertou	Acertou

Fonte: Autor, 2018.

Analisando o quadro 3, podemos verificar nas linhas os aspectos que os professores apresentaram mais dificuldades, sendo assim, a construção de figuras não semelhantes com lados proporcionais, foi o aspecto que apresentou mais erros, isto se justifica pela proposta que fizemos, pois, esse tipo de construção não é comum em livros didáticos e necessitava do professor um raciocínio mais imerso nas definições e propriedades dos polígonos. Desse modo, faz necessário a inserção de discussões e problemas dessa natureza nos cursos de formação inicial do professor, para que, possam refletir nas inúmeras situações que um mesmo conceito pode ser inserido.

Ainda analisando as linhas do quadro 3, verificamos erros dos professores sobre a correspondência de ângulos e lados na definição de Semelhança e também a ausência da utilização dos casos específicos de semelhança de triângulos. Observamos que cada aspecto mencionado, apenas um professor acertou, este fato pode ser entendido pelo processo de

simplificação das definições da matemática para memorização⁴, em que os professores apenas mencionam que as figuras devem ter lados proporcionais e ângulos iguais, desconsiderando a correspondência necessária entre eles.

A ausência da utilização dos casos específicos de semelhança de triângulos, foi um fato que causou estranheza, pois, todos participantes da pesquisa durante a entrevista, quando mencionávamos o termo semelhança eles logo remetiam às ideias dos triângulos semelhantes, sendo assim, acreditávamos que eles iriam utilizar desses conhecimentos (o que não aconteceu).

A razão de semelhança foi o conhecimento apresentado com êxito por todos os professores, um fato importante, logo que este é um conceito simples e necessário ao professor que ensina matemática. A razão de semelhança utilizada nesse questionário tratava-se apenas das razões positivas, sendo assim, resolvemos não envolver as razões inversas (negativas) que também é um conhecimento relevante.

Analisando as colunas do quadro 3, verificamos os professores que tiveram mais acertos ou erros em cada aspecto, portanto, implicando com relação aos conhecimentos específicos que os mesmos possuem. Dessa forma, o docente H4 foi quem apresentou mais erros sobre estes conhecimentos, um dado preocupante, pois, este profissional mostra ter habilidades pouco desenvolvidas com relação ao conhecimento específico de semelhança, específico do professor que provavelmente será necessário no desenvolvimento do trabalho com o assunto.

Destacamos o docente H1 o qual apresentou um bom domínio sobre conhecimentos específicos especialmente na definição de Semelhança em relação aos demais, pois, o mesmo acertou os conceitos da definição, entretanto, não conhece o termo homotetia e os casos específicos de Semelhança de triângulos, esses conhecimentos que elencamos como conhecimentos necessários ao professor de matemática.

Tomando como parâmetro o tempo de experiência desses professores, percebemos que o tempo em sala de aula não determina os conhecimentos específicos deles, pois, observamos que os dois professores mais experientes apresentaram situações totalmente diferentes entre eles, de mesmo modo para os dois professores com menos tempo de experiência. Sendo assim, notamos que o mais experiente (H4) dos participantes foi aquele que obteve mais erros nas resoluções dos questionários, contudo, o segundo mais experiente (H1) foi aquele que apresentou melhor domínio e desempenho nas resoluções das questões. O docente com menos

⁴Observamos que este processo pode ser resultante de um tipo de contrato didático, o qual tendo como objetivo a simplificação das definições para a memorização e entendimento dos alunos, desse modo, o professor por conta própria acaba alterando as definições matemáticas e ocasionando a perda de conceitos fundamentais, o que Duarte (2016) identifica como um tipo de efeito didático denominado: Efeito Dienes.

tempo de experiência (H5) apresentou erros comuns aqueles que foram notados nos demais professores, no entanto o segundo menos experiente (H3) obteve erros gravíssimos na definição de semelhança, o que mostrou não dominar o assunto. Isto mostra a subjetividade de cada sujeito. Ter mais tempo de docência ou menos não os iguala em nível de conhecimento. Não podendo esta pesquisa generalizar os sujeitos rotulando-os.

5.3 OS CONHECIMENTOS DIDÁTICOS DE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS.

Buscando identificar os conhecimentos didáticos dos participantes, aplicamos o questionário 2 (apêndice D), o qual abordava exclusivamente dessa temática, pois, este exigia que os professores analisassem um conjunto de seis questões e respondessem algumas questões sobre os conceitos envolvidos e suas opiniões sobre elas, de mesmo modo, fizemos alguns questionamentos sobre o currículo de matemática e do ensino de semelhança durante a realização da entrevista que nos forneceu dados importantíssimos.

Sobre o ensino de semelhança em relação com o currículo de matemática, os professores argumentaram durante a entrevista a importância desse conteúdo em facilitar a aprendizagem de outros conteúdos, em observar e identificar as coisas do mundo com relação a matemática e de poder usar o conhecimento para as situações do cotidiano. Sendo assim, quatro dos professores identificam a necessidade de iniciar o estudo deste conteúdo desde o 6º ano do Ensino Fundamental, igualmente aos PCN e a BNCC em relação aos anos finais do Ensino Fundamental.

Analisar questões pode parecer bastante simples, porém, este processo envolve uma enorme discussão, sendo assim, ela deve estar pautada numa direção, pensando nisso, propomos aos professores uma análise direcionada para entendermos se os mesmos conseguiam identificar os elementos principais das questões e como faziam as escolhas das mesmas durante os anos que tinham lecionado este assunto.

Verificando as repostas dos professores no primeiro item do questionário, percebemos que na questão S1 (anexo), os conceitos identificados por eles foram comuns, entre estes mencionados, todos se referiram à semelhança de polígonos (nesse caso, especialmente de triângulos), razão e proporção o que de fato era abordado. Esta questão foi retirada do livro didático do nono ano dos autores: Oliveira, Fugita e Fernandes (2011).

Figura 26 - Resposta do professor H1, questionário 2

Enumere os conceitos que são trabalhados em cada questão e indique a série que ela pode ser utilizada:

S1 - RAZÃO, PROPORÇÃO, CORRESPONDÊNCIA, SEMELHANÇA DE POLÍGONOS,
ÂNGULOS
7º ANO

Fonte: Autor, 2018.

Já a questão S2 (anexo), foi retirada de um site (Professor Cardy) essa poderia ser resolvida utilizando diversos métodos. Sendo assim, os conceitos e assuntos identificados pelos professores foram o Teorema de Tales, Semelhança de polígonos e de triângulos, Proporcionalidade, Retas paralelas, Medidas de ângulos, Trigonometria e o Teorema de Pitágoras. Dentre estes conceitos mencionados destacamos a presença do Teorema de Pitágoras mencionados por dois professores (H2 e H4), entretanto, utilizar o Teorema de Pitágoras para a finalidade da questão era impossível, pois, o triângulo que era necessário descobrir o valor do segundo cateto, também não possuía o valor da hipotenusa, dessa forma, é impossível aplicar está fórmula inicialmente.

Figura 27 - Resposta do professor H2, questionário 2.

S2 - Semelhança de Polígonos, Proporcionalidade
Retas Paralelas, Pitágoras, Teorema de Tales
(8º Ano) em diante

Fonte: Autor, 2018.

Figura 28 - Resposta do professor H4, questionário 2.

S2 - Teorema de Pitágoras, trigonometria, essa questão
pode ser no 9º ano do ensino fundamental e no
1º ano do Ensino médio

Fonte: Autor, 2018.

A questão S3 (anexo) foi retirada do livro do nono ano do Projeto Araribá (2007), nesta, foram identificados pelos os professores o conceito de perímetro, congruência, ângulo, lado, Semelhança e construção de polígonos. A congruência que envolvia na questão, refere-se aos

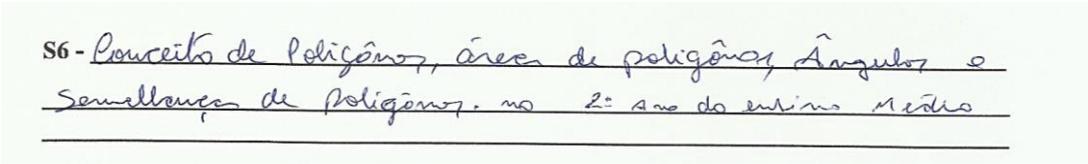
ângulos internos das figuras mencionada no enunciado, com isso, não sabemos ao certo se os professores (H1 e H2) confundiram o conteúdo de congruência de polígonos com a congruência dos ângulos, pois, os mesmos não deixaram claro. Observamos que esta era uma questão em que exigia um olhar diferenciado do aluno, sendo assim, não conhecendo apenas o conceito, mas também a construção de figuras semelhantes e a argumentação matemática.

Retirada do livro de Giovanni e Giovanni Jr. (2005), a questão S4 (anexo) era uma questão de resolução simples que envolvia medições de ângulos e lados com o transferidor e régua. Nela, os professores identificam o conceito de Semelhança, medidas de lados e ângulos, proporcionalidade e correspondência. Observando esta questão mais especificamente poderíamos desenvolver uma construção homotética a partir da imagem presente nela.

Do livro de Iezzi, Dolce e Machado (2000) a questão S5 (anexo) pedia para identificar os casos de semelhança existentes entre os triângulos apresentados na questão. Desse modo, os docentes observaram nesta questão os conceitos de razão, proporção e os casos de semelhança de triângulos. Observamos que esta é uma questão apenas de fixação dos conceitos, ou seja, bastava apenas relacionar as propriedades dos triângulos com as dos casos de semelhança de triângulos.

Na questão S6 do livro de Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr. (2008), os docentes indicaram os conceitos de proporção, semelhança de polígonos, área de polígonos e razão. Nas imagens da questão podemos até identificar as áreas das figuras, porém, esta não era a resolução que se pedia.

Figura 29 - Resposta do professor H4, questionário 2.



S6 - Conceitos de Polígonos, área de polígonos, Ângulos e
Semelhança de Polígonos. no 2º Ano do ensino Médio

Fonte: Autor, 2018.

Sobre as indicações das questões feitas pelos professores, organizamos o quadro a seguir, que apresenta os anos escolares que os mesmos consideraram ser ideais, utilizamos da sigla E. F. (Ensino Fundamental) e E. M. (Ensino Médio).

Quadro 4 - Indicações dos professores sobre os anos escolares ideais para utilizar cada questão.

	H1	H2	H3	H4	H5
<i>S1</i>	7° ano E. F.	8° ano E. F.	9° ano E. F.	7° ano E. F.	6° ano E. F.
<i>S2</i>	8° ano E. F.	8° ano E. F.	9° ano E. F.	9° ano E. F. 1° ano do E. M.	7° ano E. F.
<i>S3</i>	7° ano E. F.	7° ano E. F.	9° e 8° ano E. F.	1° ano do E. M.	7° ano E. F.
<i>S4</i>	6° ano E. F.	7° ano E. F.	9° ano E. F.	9° ano E. F. 3° ano do E. M.	7° ano E. F.
<i>S5</i>	7° ano E. F.	6° ano E. F.	9° ano E. F.	7° ano E. F. 1° ano do E. M.	7° ano E. F.
<i>S6</i>	6° ano E. F.	6° ano E. F.	9° e 8° ano E. F.	2° ano do E. M.	7° ano E. F.

Fonte: Autor, 2018.

Analisando o quadro 4, observamos que em relação a indicação da questão S1 os professores ficaram divididos, sendo assim, houve indicações para utilizar em todas as séries do Ensino Fundamental. Tomando como referência o livro em que a questão foi retirada e também pelo tratamento algébrico da questão, concluímos que a indicação mais viável seria utilizá-la no 9° ano do Ensino Fundamental.

Sobre a S2, dois professores (H1 e H2) indicaram utilizar no oitavo ano, enquanto o H3 e H4 indicaram ser uma questão para utilizar no nono ano do Ensino Fundamental. O professor H5 mencionou ser uma questão para o 6° ano, porém, a questão exigia conhecer bem a definição e saber relacionar os lados dos triângulos semelhantes presentes na questão, sendo assim, fatores que possam gerar discussões que envolvam conceitos que os mesmos ainda não tenham estudados.

A maioria (três) dos professores indicaram as questões S3 e S5 ideais para o sétimo ano. Essas são questões que de fato poderia ser indicada para esta etapa escolar, mas, vale salientar da proposta que cada uma apresenta, pois, vimos que a S3 precisava de um conhecimento mais aprofundado da definição e a S5 do conhecimento dos casos específicos de semelhança de triângulos, sendo assim, dependendo da proposta de ensino tomada pelo professor.

Dois (H2 e H5) dos professores indicam utilizar a questão S4 no 7° ano e dois (H3 e H4) indicam para o 9° ano, apenas o professor H1 indica ser usada no sexto ano do Ensino Fundamental. Percebemos que não a um consenso sobre esta questão, pois, ela pode de fato ser usada em todos os anos finais do Ensino Fundamental sem qualquer problema em sua resolução.

Na questão S6, dois professores o H1 e o H2 indicaram esta questão para o sexto ano do Ensino Fundamental, em nossa análise concordamos que o nível da questão é muito simples, a qual poderia ser aplicada nesta série sem problema algum. Já o professor H4 indica a questão

para o segundo ano do Ensino Médio, concordamos com o professor se caso esta questão for utilizada apenas para retomar os conceitos, pois, acreditasse que o aluno que esteja nesse nível de escolaridade já tenha estudado este assunto em anos anteriores.

Entendemos toda esta análise como um meio para o professor relacionar os conhecimentos específicos com a prática docente, pois, ambos devem estar em harmonia para que justos desenvolvam os aspectos que são ensinados e que deveram ser cobrados em atividades e avaliações dos assuntos, sendo assim, uma forma de alcançar amplo entendimento do mesmo.

Questionados se eles já haviam trabalhado em suas aulas com alguma questão parecida com as que foram entregues para analisarem, todos os professores afirmaram ter trabalhado com questões parecidas, essas desenvolvidas em diferentes níveis do Ensino Fundamental e Ensino Médio, utilizando-as como forma de revisão de conceitos e aprofundamento de conhecimentos.

Os professores H3, H4 e H5 em suas respostas não mencionaram terem trabalhado com questões parecidas com a S3 e S4. Podemos entender este fato devido ao direcionamento das resoluções das questões, em que a S3 propõe a relação do conceito de Semelhança com o de perímetro de figuras e a construção de figuras respeitando algumas condições especiais, já a S4 propõe uma resolução simples, utilizando instrumentos de medições e relacionando com os conceitos.

Figura 30 - Resposta do professor H4, questionário 2.

Você já trabalhou com algumas questões parecidas em sala? Qual/is? Em que ano? Por que?

S1 no 9º ano do Ensino Fundamental

S2 no 1º ano do Ensino Médio.

S6 no 2º ano do Ensino Médio

Fonte: Autor, 2018.

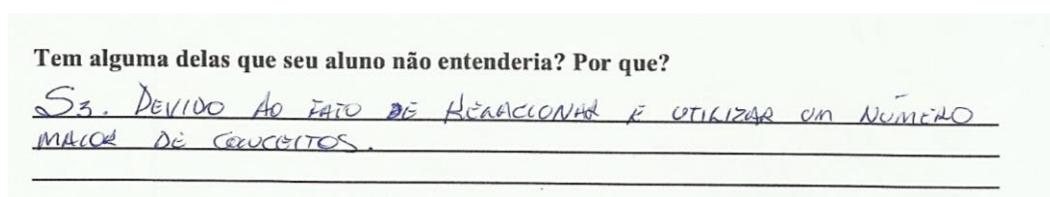
Analisando os níveis de dificuldades dessas questões, propomos aos professores que organizassem uma sequência que se apresentam as questões de níveis mais fáceis até as mais complexas, desse modo, as sequências apresentadas pelos professores variavam as ordens de uma e outra questão. Antes de aplicarmos este questionário aos professores, construímos nossa própria sequência, tomando como referência os conceitos envolvidos e as resoluções de cada

uma dessas questões, sendo assim, nossa sequência ficou organizada da seguinte forma: S6 – S4 – S2 – S5 – S1 – S3.

Após análise de todas as sequências dos níveis de dificuldades das questões criadas pelos docentes organizamos uma sequência que representa a união de todas, respeitando o número de repetições das questões nas posições construídas a seguir. Dessa maneira, a sequência ficou da seguinte forma: S6 – S4 – S1 – S5 – S2 – S3. Comparando a sequência construída por nós e a sequência dos professores, percebemos que a maioria das questões coincidiram exatamente na ordem e nas posições.

Questionados sobre se haveria alguma dessas questões que seus alunos não entenderiam, os professores H1, H2 e H3 mencionaram a questão S3, isto devido ao que se pede na questão, como também, por relacionar e utilizar diversos conceitos em cada item e por esta ser uma questão contextualizada que não possui imagens para facilitar a visualização e compreensão.

Figura 31 - Resposta do professor H1, questionário 2.



Fonte: Autor, 2018.

De fato, observamos que a resolução dessa questão vai além do que geralmente é encontrado nos livros didáticos, sendo assim, para que o aluno possa responder com exatidão uma questão deste tipo é necessário que a atuação do professor esteja pautada em tomadas de atitudes que possam desenvolver a argumentação matemática, análise de problemas e a construção de figuras pelos alunos.

O professor H4 mencionou as questões S4 e S6, o mesmo argumentou que os alunos teriam dificuldades nelas por sua complexidade. Como mencionamos em nossa sequência do nível de dificuldades, a questão S6 e S4 seriam as mais fáceis, isto porque a questão S6 pedia apenas que identificasse os pares de figuras semelhantes, para isso, bastava apenas observar se os lados correspondentes eram proporcionais. A S4 pedia que fosse feita as medições dos ângulos e lados de dois triângulos e verificasse se ambos eram semelhantes.

Contudo, podemos perceber o quanto é importante e necessário conhecer em detalhes as situações que um determinado conteúdo pode envolver, principalmente enquanto docente,

pois, são as decisões e as escolhas das atividades desse professor que colocam o currículo em prática e reafirma a importância dos mesmos.

Além disso, com esta análise dos conhecimentos dos professores foi possível mostrar os diferentes perfis profissionais, posicionamentos, meios de resoluções de questões, perspectiva de ensino, currículo e conhecimentos docente sobre a semelhança de polígonos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Investigar os conhecimentos dos docentes e a maneira como eles entendem o ensino, nos apresenta numerosas situações e informações que podemos utilizar para entendermos a sua prática e suas particularidades enquanto mediador do conhecimento e das suas contribuições numa sociedade. Dessa forma, nosso objetivo com este trabalho estava traçado sobre esses aspectos e principalmente sobre os conhecimentos específicos de Semelhança de Polígonos, do seu ensino e da Homotetia, sendo realizada uma investigação com cinco professores de matemática do agreste (centro norte) pernambucano.

Para isso, utilizamos como instrumentos da coleta de dados a entrevista semiestruturada e o questionário, os quais foram utilizados em três momentos, iniciando com a entrevista sobre os aspectos profissionais e do ensino de Semelhança, seguido de um questionário sobre os conhecimentos específicos de Semelhança e por fim um segundo questionário sobre os conhecimentos didáticos de Semelhança. Estes passos metodológicos foram pensados para que pudessem responder aos nossos objetivos, os quais forneceram diversos dados, sendo necessário focar a análise sobre os princípios construídos nas discussões feitas nos capítulos anteriores.

O perfil dos profissionais que participaram da pesquisa, foi bem distinto, os quais eram graduados em licenciatura plena em matemática enquanto outros eram graduados em cursos de ciências com habilitação em matemática, professores com 19 anos de experiência apenas no ensino público, enquanto outros com 8 anos de experiência no ensino público e privado. Como também, docentes que lecionam ou lecionaram nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Identificamos também a preferência sobre as áreas da matemática, em que os professores optaram entre a geometria, a álgebra e a estatística e probabilidade.

Conforme Ball, Thames e Phelps (2008) é necessário ao professor alguns conhecimentos, os quais são pertinentes ao ensino e ao conhecimento didático e específico dos mesmos.

Pudemos observar que sobre os conhecimentos comuns de Semelhança, todos professores dominam, entretanto, sobre os conhecimentos específicos de Semelhança, a maioria dos professores apresentaram um baixo domínio sobre a definição de Semelhança e de Homotetia, a correspondência e relações entre os lados e os ângulos, os casos específicos de Semelhança de Triângulos e as construções e métodos de resoluções. Sendo assim, um fato preocupante que nos alerta sobre a necessidade da formação continuada, pois, em algum momento será necessário a esses profissionais o ensino deste e de outros conteúdos

relacionados. Apesar disso, identificamos que os profissionais dominam o cálculo da razão de semelhança, significando um conhecimento mínimo comum entre eles.

Sobre este último conhecimento, o professor H1 foi o único que respondeu corretamente a definição de semelhança, utilizando da correspondência entre os lados e os ângulos, termo específicos que a maioria dos docentes não utilizaram. Lamentável observamos que os professores H3 e H4 erraram totalmente sobre a definição dada por eles, um fato que foi observado durante toda resolução do questionário e que nos mostra a fragilidade do conhecimento desses profissionais. Durante o quinto capítulo foi apresentada a análise detalhada.

A construção geométrica que solicitamos durante a resolução do questionário, tornou-se a questão que encontramos mais erros, pois, os professores com o objetivo de responde desconsiderava características básicas das figuras e dos conceitos. Tratamos este fato como um erro comum, já que, nenhum docente conseguiu responder corretamente e a construção necessitava de um raciocínio apurado sobre a definição de Semelhança e as propriedades dos polígonos.

Além disso, os casos específicos de Semelhança de triângulos foi também um dos conhecimentos que os docentes apresentaram não dominar, pois, durante a resolução do questionário eles poderiam ter utilizados desses casos para justificarem a semelhança existente entre os triângulos dos dois casos presentes. Este fato, nos causou estranheza, já que, durante a entrevista quando mencionamos sobre Semelhança de Polígonos todos os professores associaram a ideia dos triângulos semelhantes, esperávamos então que eles dominassem estes casos.

Sobre os conhecimentos didáticos de semelhança, nós entendemos que este envolve todas as situações do ensino, do aluno e das relações entre o conteúdo e o horizonte de semelhança. Desse modo, identificamos que os professores quando questionados sobre a recomendação do ensino nos anos finais do Ensino Fundamental, em sua maioria eles concordam em iniciar a abordagem do assunto desde o sexto ano, conforme aos PCN (BRASIL, 1998) e a BCC (PERNAMBUCO, 2008), propondo uma atividade que eles possam conseguir resolver, isto, para que os alunos já reconheçam o assunto e não ficando apenas para ser lecionada em apenas um ano específico (nono ano).

Quando propomos aos participantes a análise de questões e problemas, estávamos interessados em identificar como os mesmos compreendem os conceitos envolvidos nas questões, os níveis de dificuldades, as possíveis resoluções e como selecionava as suas questões. Desse modo, identificamos que os professores identificaram conceitos comuns na maioria das

questões, variando apenas em algumas questões. O que despertou atenção foi os professores H2 e H4 identificarem na questão S2 o Teorema de Pitágoras, percebemos que era impossível utilizar apenas o teorema para obter a resolução da questão, sendo assim, desnecessária a sua utilização.

Percebemos que os docentes indicaram a mesma questão para níveis totalmente diferentes, foi o caso da questão S1, a qual foi indicada para utilizar do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental, acreditamos que os professores não se atenderam ao uso algébrico da questão, logo, precisando de um domínio mais apurado sobre os conceitos.

Podemos entender esta análise de questões como um processo para que o professor relacione seus conhecimentos específicos com seus conhecimentos didáticos do assunto, sendo fundamentais para suas escolhas diante das propostas de ensino e situações de avaliações.

Em uma análise superficial realizada durante os estudos sobre as questões encontradas nos livros didáticos, destacamos que as figuras que são encontradas geralmente nas questões desses livros, acabam não sendo semelhantes pelas construções, as quais remetem a utilizar termos numéricos para justificarem a semelhança entre elas, isto, podendo conduzir ao erro dos estudantes em desconsiderar as construções e apenas focar nos aspectos numéricos. Isto ficou evidente principalmente na questão S5 e também na S1 utilizadas para análise dos conhecimentos didáticos dos professores. De tal modo, é um absurdo apenas utilizar dos termos numéricos dos conceitos e desvalorizar as construções geométricas envolvidas.

No entanto, consideramos que este trabalho pode contribuir para entendermos os conhecimentos dos professores de matemática sobre a Semelhança de Polígonos e o seu ensino, de tal modo que, possibilitou identificar estes conhecimentos conforme correspondia os nossos objetivos.

A partir deste, podemos então desenvolver novos caminhos e apontamentos para os conhecimentos de professores de matemática, salientando do papel fundamental que este desenvolve na sociedade e no que se trata do ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. L. M. **Geometria euclidiana plana**. 11.ed. - Rio de Janeiro: SBM. 2012.
- BRANDALISE, S. C.; BONETE, I. P.; CAETANO, J. J. Materiais completos na abordagem de semelhança de triângulos: uma experiência no 8º ano do Ensino Fundamental. **Anais do V SINECT**. Universidade Estadual do Centro Oeste Irati - Paraná, 2016.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental**. Brasília, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 13 de setembro de 2017.
- BORGES, F. A.; GASPARI, V. C. L. Resolução de problemas como estratégia de ensino para o conceito de semelhança de triângulos com alunos do 9º ano do ensino fundamental. **Anais do V INIEDUC**, 2013.
- COSTA, R. R.; AMARAL, W. A. do. **Os professores e suas concepções sobre a matemática e seu ensino**. (2007) Disponível em: <http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2007/anaisEvento/arquivos/CI-261-14.pdf>. Acessado: 10 de dezembro de 2016.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações: ensino médio**. 3.ed. São Paulo. Ática, 2016.
- DUARTE, V. M. B.; DUARTE, M. A. H. **Os efeitos didáticos no processo de ensino aprendizagem da matemática – uma abordagem em sala de aula com licenciandos em matemática**. Anais do III CONEDU, 2016.
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. 1.ed. Universidade Aberta do Brasil – UAB/UFRGS. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.
- GIOVANNI, R. J. CASTRUCCI, B. GIOVANNI JR., J. R. **A conquista da matemática: caderno de atividades – 9º ano, 8ª série – Ed. Renovada – São Paulo: FTD, 2008**.
- GIOVANNI, R. J. GIOVANNI JR., J. R. **Matemática: Pensar e descobrir**, 4v. 8ª série – São Paulo. FTD, 2005.
- GUERRA, E. D. M. Explorando aplicações de semelhança de triângulos: uma proposta a partir de aulas práticas. **Anais do VIII EPBEM**. UFPE Campina Grande, Paraíba, 2014.
- IEZZI, G. DOLCE, O. MACHADO, A. **Matemática e realidade: 8ª série – 4. ed. reform. – São Paulo: Editora Atual, 2000**.
- IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática: Imenes & Lellis, 9º ano: guia do professor**. 1.ed. São Paulo. Moderna. 2010.
- IZAR, S. B. **Explorando o conceito de homotetia com alunos do ensino fundamental: uma abordagem com aplicativos dinâmicos inspirada na cultura visual**. Dissertação de mestrado - Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. 2014.

MA, L. **Saber e ensinar Matemática elementar**. Lisboa: Gradiva, 2009.

MEIER, CARDY. **Professor Cardy: Semelhança de Polígonos (Exercícios)**. Disponível em:

<<http://www.profcardy.com/exercicios/lista.php?a=Semelhan%C3%A7a%20de%20Tri%C3%A2ngulos#>>. Acesso em: 18 de dezembro de 2018.

MENEZES, L. **Concepções e práticas de professores de matemática: contributos para o estudo da pergunta**. Dissertação de mestrado - Universidade de Lisboa. 1995.

NASSER, L.; TINOCO, L. **Curso básico de geometria - Enfoque didático**. 3.ed. Rio de Janeiro. 2004.

NÓVOA, A. Para uma formação de professores construída dentro da profissão. **Revista Educación**, n. 350, set.- dez. 2009. Disponível em:

<http://www.revistaeducacion.educacion.es/re350/re350_09por.pdf>. Acesso em: 12 de dezembro de 2018.

OLIVEIRA, C. N. C.; FUGITA, F.; FERNANDES, M. A. M. **Para viver juntos: matemática: ensino fundamental**. 2. ed. São Paulo: Edições SM. 2011.

OLIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2007.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco**. Recife: SE. 2008.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. Recife: SEDUC-PE, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEPE)**. Recife: SEDUC-PE. Disponível em:

<<http://www.saepe.caedufjf.net/wp-content/uploads/2016/06/SAEPE-2016-MATRIZ-MT-9EF-C01.pdf>>. Acesso em: 13 de dezembro de 2018.

PIMENTA, S. G. (Org). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 3. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2002.

PONTE, J. P. da. A vertente profissional da formação inicial de professores de matemática. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, n. 11A, p. 3-8, 2002. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20\(SBEM\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte%20(SBEM).pdf)>. Acesso em: 12 de dezembro de 2018.

PONTE, J. P. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. **Educação Matemática: Temas de Investigação** (pp. 185-239). Lisboa. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte\(Ericeira\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Ericeira).pdf)>. Acesso em: 12 de dezembro de 2018.

PROJETO ARARIBÁ. **Matemática**. 2. ed. São Paulo: Moderna. (Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna). 2007.

ROCHA, C. A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos.** Dissertação de mestrado – Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico.** 23.ed. rev. e atual, - São Paulo, Editora Cortez, 2007.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 5. ed. Petrópolis, Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2002.

VALENTE, W. R. **Quem somos nós, professores de matemática?** Cadernos CEDES, v. 28, n. 74, p. 11-23, 2008. Disponível em:
<<http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v28n74/v28n74a02.pdf>>. Acesso em: 12 de dezembro de 2018.

APÊNDICE A: TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Declaro, por meio deste termo, que concordei em ser entrevistado(a) e/ou participar na pesquisa de campo referente a pesquisa intitulada CONHECIMENTOS DE SEMELHANÇA E SEU ENSINO: UM ESTUDO DIAGNÓSTICO COM PROFESSORES DE MATEMÁTICA desenvolvida por José Adeilton Cordeiro de Souza. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada por Cristiane de Arimatea Rocha, a quem poderei contatar / consultar a qualquer momento que julgar necessário através do e-mail tiane_rocha@yahoo.com.br.

Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais é investigar os conhecimentos dos professores de matemática sobre o ensino de semelhança de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental. Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações por mim oferecidas estão submetidos às normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos em consonância com a resolução 196/56 do Conselho Nacional de Saúde (CNS).

Minha colaboração se fará de forma anônima, por meio de questionário e entrevista semiestruturada a ser gravada a partir da assinatura desta autorização. O acesso e a análise dos dados coletados se farão apenas pelo pesquisador e/ou seu(s) orientador(es). Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem prejuízo para meu acompanhamento ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos. Atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme recomendações do Conselho Nacional de Saúde (CNS).

_____, ____ de _____ de **2018**

Assinatura do(a) participante: _____

APÊNDICE B: ROTEIRO PARA ENTREVISTA

- 1) Sexo: () Feminino () Masculino
- 2) Idade: _____
- 3) Em qual curso, instituição e ano em que você se formou?

- 4) Quais situações e motivos que levou você a escolher este curso?

- 5) Participa ou participou de formação continuada? Quais? Alguma específica para geometria? Qual parte da matemática que você mais gosta?

- 6) Há quantos anos você leciona? _____
- 7) Em quais escolas ensinou? () Pública () Privada
- 8) Em quais níveis escolares? E em quais séries?

- 9) Quais recursos você utiliza geralmente em suas aulas? E nas aulas de Geometria?

- 10) Onde você busca materiais para suas aulas?

- 11) Quais conceitos geométricos seus alunos possuem mais dificuldades? Porque?

- 12) Quais conceitos geométricos eles têm mais facilidade? Porque?

- 13) Para você o conceito de Semelhança de polígonos pode ser trabalhado a partir de que ano? Porque?

- 14) Durante sua formação inicial você recorda de ter estudado sobre Geometria? E sobre Semelhança de Polígonos? Como foi este estudo?

15) O que você entende pelo termo homotetia? Tem alguma relação com a matemática? Quais?

16) Com base no currículo de matemática, qual o papel que você atribui a Semelhança de Polígonos nos anos finais?

17) Em que serie você acredita que deve ensinar Semelhança de Polígonos? Por quais motivos?

18) Quais relações/conceitos de semelhança você abordaria nessa serie que informou? Quais são mais importantes?

19) Quais conceitos você acredita que sejam pré-requisito para o trabalho com semelhança?

20) Semelhança de polígonos tem relação com outros conteúdos? Quais?

21) Que tipo de procedimentos metodológico você utilizaria nas aulas desse conteúdo?

APÊNDICE C: QUESTIONÁRIO SOBRE SEMELHANÇA DE POLÍGONOS PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA.

Identificador: _____

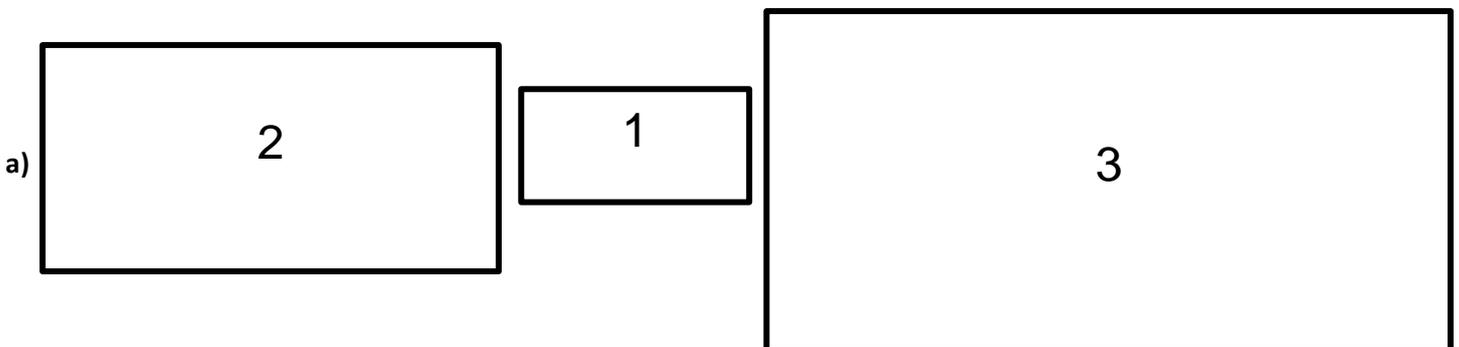
- 1) Verifique a resposta da seguinte pergunta e corrija se for necessário, justifique sua correção:

Quais são as condições para que dois polígonos sejam, semelhantes?

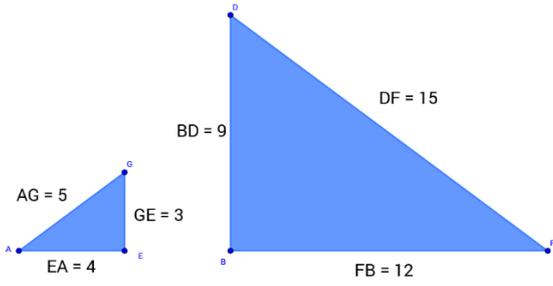
Carlos diz: As figuras têm que ser parecidas e os ângulos iguais.

- 2) Construa dois polígonos não semelhantes cujo seus lados são proporcionais.

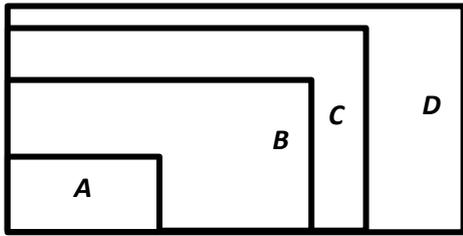
- 3) Observe os polígonos de cada alternativa e verifique se todos são semelhantes. Justifique sua resposta.



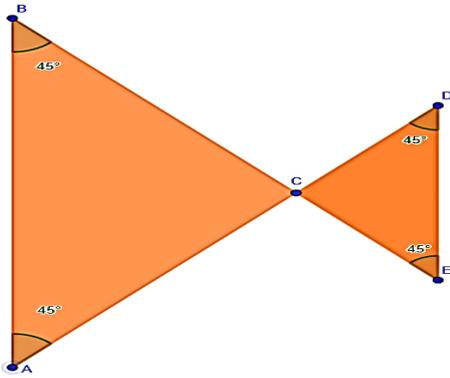
b)



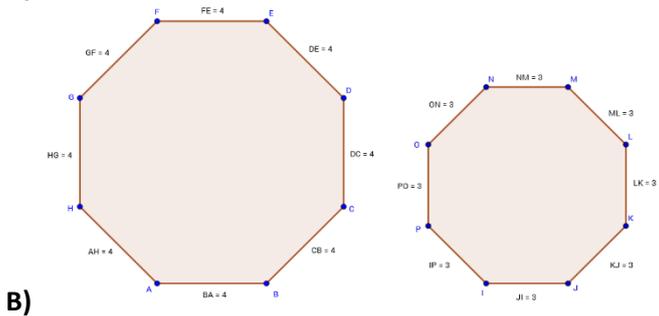
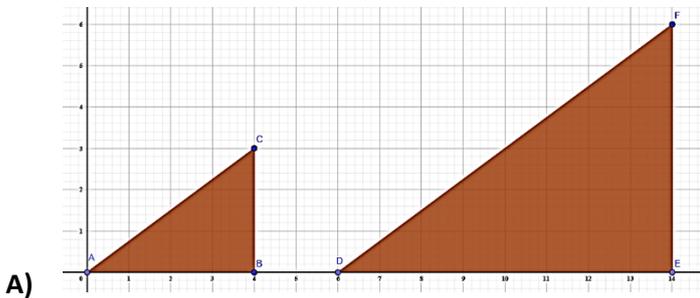
c)



d)



4) Calcule a razão de semelhança dos polígonos semelhantes abaixo: (A razão deve ser entre o polígono maior e o polígono menor).



APÊNDICE D: QUESTIONÁRIO SOBRE AS QUESTÕES APRESENTADAS.

Análise dos(as) professores(as)

Identificador: _____

Enumere os conceitos que são trabalhados em cada questão e indique a série que ela pode ser utilizada:

S1 -

S2 -

S3 - _____

S4 - _____

S5 - _____

S6 - _____

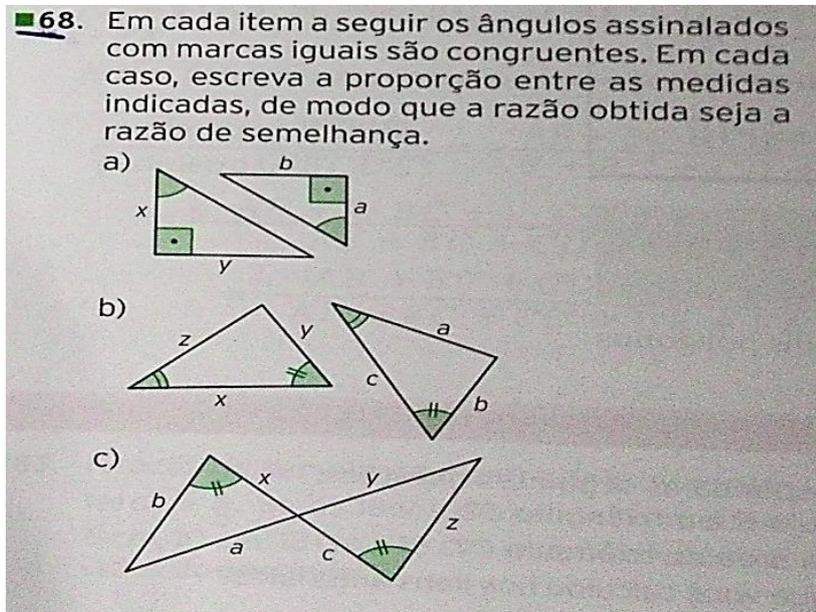
Você já trabalhou com algumas questões parecidas em sala? Qual/is? Em que ano? Por que?

Se você fosse colocar em nível de dificuldades como ficaria a ordem delas? Por que?

Tem alguma delas que seu aluno não entenderia? Por que?

ANEXO A: QUESTÕES ENTREGUES AOS PROFESSORES PARA ANÁLISE.

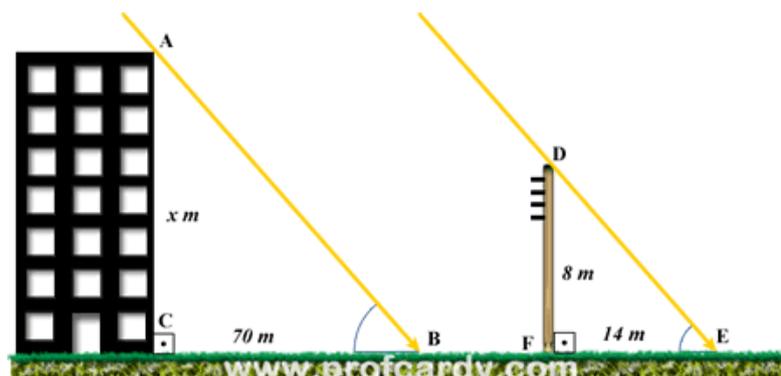
S1



Fonte: OLIVEIRA; FUGITA; FERNANDES (2011, p. 54).

S2

Um prédio tem sombra, pela luz solar, projetada no solo horizontal com 70 m. Simultaneamente um poste de 8 m de altura localizado nas proximidades deste prédio tem sombra do mesmo tipo com 14 m. Calcule a altura do prédio.



- A) 10 m B) 20 m C) 35 m D) 40 m E) 80 m

Fonte: Site - Professor Cardy. Disponível em:

<<http://www.profcardy.com/exercicios/lista.php?a=Semelhan%C3%A7a%20de%20Tri%C3%A2ngulos#>>.

S3

7 Responda no caderno.

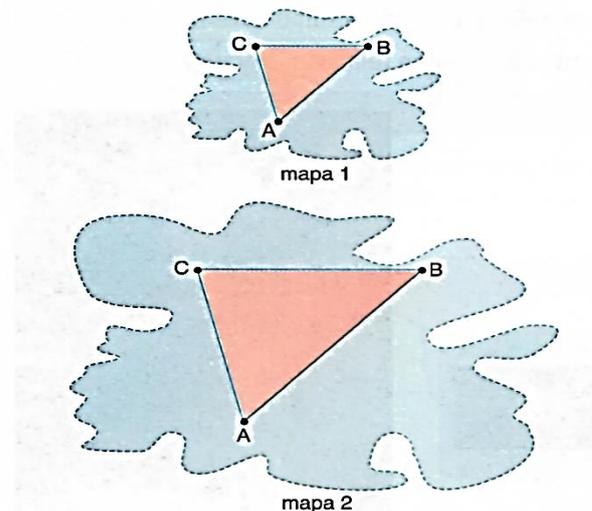
Duas figuras têm como perímetros 12 cm e 20 cm, e todos os seus respectivos ângulos internos são congruentes.

- É possível afirmar que essas figuras são semelhantes?
- Dê um exemplo de duas figuras que tenham essas características e sejam semelhantes.
- Dê um exemplo de duas figuras com essas características que não sejam semelhantes.
- Que condição adicional é necessário impor para que as duas figuras sejam semelhantes?

Fonte: PROJETO ARARIBÁ (2007, p. 113).

S4

Se, usando uma régua, você unir os pontos *A*, *B* e *C* nos mapas 1 e 2, obterá os triângulos *ABC*.



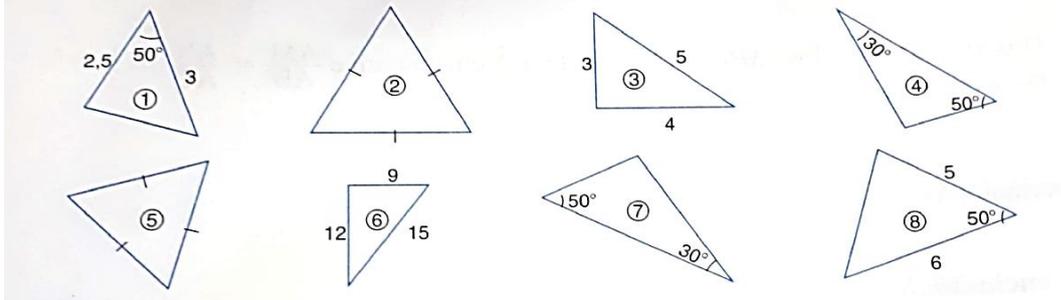
Nessas condições, faça o que se pede:

- Usando um transferidor, verifique se os ângulos correspondentes possuem a mesma medida e dê as medidas desses ângulos.
- Usando uma régua, determine as medidas dos lados do triângulo no mapa 1 e no mapa 2 e verifique se os lados correspondentes são proporcionais.
- Os triângulos representados nos mapas 1 e 2 são semelhantes?

Fonte: GIOVANNI; GIOVANNI JR (2005, p. 177).

S5

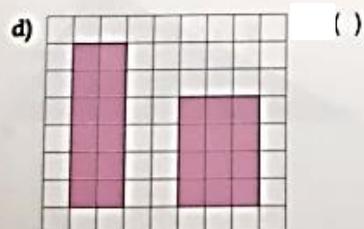
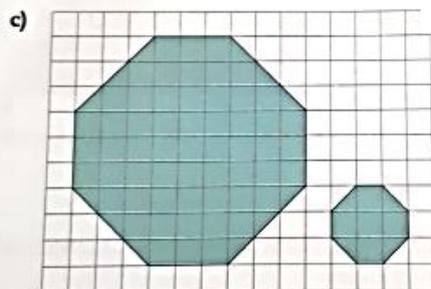
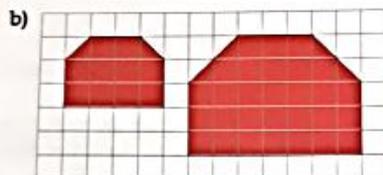
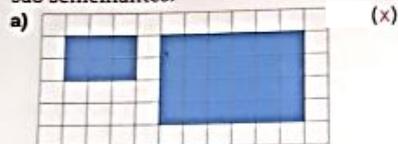
79. São dados 8 triângulos. Indique os pares de triângulos semelhantes e o caso de semelhança correspondente:



Fonte: IEZZI; DOLCE; MACHADO (2000, p. 124).

S6

1. Em cada quadro aparece um par de figuras. Assinale os quadros cujas figuras são semelhantes:



Fonte: GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR (2008, p. 138).