



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

TARCIS TELES XAVIER DA SILVA

APRENDIZAGEM NO ENSINO REMOTO: a gênese instrumental de licenciandos com
o GeoGebra em dispositivos móveis

Caruaru

2022

TARCIS TELES XAVIER DA SILVA

APRENDIZAGEM NO ENSINO REMOTO: a gênese instrumental de licenciandos com o GeoGebra em dispositivos móveis

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Área de Concentração: Ensino (Matemática)

Orientador (a): Prof^a. Dr^a. Veronica Gitirana Gomes Ferreira

Caruaru

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Tarcis Teles Xavier da .

APRENDIZAGEM NO ENSINO REMOTO: a gênese instrumental de licenciandos com o GeoGebra em dispositivos móveis / Tarcis Teles Xavier da Silva - 2021.

72 p.f.: il.;30 cm.

Orientador(a): Verônica Gitirana Gomes Ferreira

TCC (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Matemática - Licenciatura, 2021.

Inclui referências, apêndices, anexos.

1. Artefatos digitais. 2. Ensino remoto. 3. Esquemas. 4. Gênese Instrumental. 5. Vetores. I. Ferreira, Verônica Gitirana Gomes II. Título.

370 CDD (22.ed.)

TARCIS TELES XAVIER DA SILVA

**APRENDIZAGEM NO ENSINO REMOTO: A GÊNESE INSTRUMENTAL DE
LICENCIANDOS COM O GEOGEBRA EM DISPOSITIVOS MÓVEIS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Matemática
- Licenciatura da Universidade
Federal de Pernambuco, como
requisito parcial para a obtenção do
grau de Licenciada/o em Matemática.

Aprovada em: 21/12/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof^a. Dr^a. Verônica Gitirana Gomes Ferreira (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr. Ricardo Antônio Faustino da Silva Braz (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a Rosilângela Maria de Lucena Scanoni (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho à classe de professores que precisaram se reinventar durante as aulas remotas no período da pandemia, e que apesar de todas as dificuldades, possuem um real compromisso com a educação. Aos professores Gérard Vergnaud e Pierre Rabardel (In Memoriam), que este ano partiram dessa vida, deixando legados para educação matemática, incluindo esse trabalho.

AGRADECIMENTOS

A Deus por todas as bênçãos alcançadas, pela força, proteção, saúde e por permitir que este trabalho fosse realizado. Ao meu pai Cicero Teles, a minha mãe Dalete Xavier, minhas grandes inspirações, pelo apoio, amor, dedicação e por estar sempre ao meu lado acreditando e me ajudando a enfrentar os obstáculos que surgiram ao longo do caminho e me dando fortaleza para que possa alcançar todos os meus sonhos. Ao meu irmão Lucas Teles pelo companheirismo, pelo incentivo ao longo das jornadas da minha vida.

À minha orientadora, Prof^ª. Dr^ª. Verônica Gitirana pelos grandes ensinamentos, apoio, sugestões durante as disciplinas cursadas, as monitorias e pesquisas orientadas, pelo carinho, parceria e por despertar em mim o interesse pela pesquisa.

Agradeço a todos da equipe ReVID, substancialmente aos três curadores (Alberto, Estefane e Tamires) pela amizade, companheirismo e pelos ensinamentos compartilhados durante o desenvolvimento das várias atividades nesse tempo.

Aos meus amigos do LATEV (Laura, Edson e Vinicius), que desde os primeiros períodos estiveram ao meu lado e que contribuíram tanto em aumentar as risadas, diminuir os desesperos da vida na universidade e compartilhar momentos de despreocupação.

Ao grupo GERE, pelas contribuições dadas aos estudos das perspectivas teóricas, pelo trabalho alegre e colaborativo que sempre desenvolvemos no comprometimento do crescimento e fortalecimento das pesquisas em Educação Matemática.

Agradeço também, a cada professor do curso de Matemática-Licenciatura do Campus do Agreste, que tive a oportunidade de conhecer e trabalhar nas atividades de pesquisa, extensão e ensino. Vocês me fizeram despertar para a beleza e a responsabilidade de ser professor de matemática.

Agradeço a todos que participaram de maneira direta ou indireta para realização deste grande sonho. Muito obrigado!

"O educador, que aliena a ignorância, se mantém em posições fixas, invariáveis. Será sempre o que sabe, enquanto os educandos serão sempre os que não sabem. A rigidez destas posições nega a educação e o conhecimento como processos de busca. O educador se põe frente aos educandos como sua antinomia necessária" (FREIRE, 1979).

RESUMO

Os cursos de geometria analítica para a formação inicial de professores, durante o tempo de ensino remoto, precisam trabalhar diversos objetos geométricos com recursos digitais. Geralmente, esses alunos não se instrumentalizaram com tais artefatos (especialmente os estudantes que iniciaram o curso durante a Pandemia). Então, como eles se desenvolvem na aprendizagem de vetores usando o software GeoGebra em dispositivos móveis? O objetivo principal desta pesquisa foi caracterizar a Gênese Instrumental de professores da formação inicial na aprendizagem de vetores utilizando o GeoGebra em dispositivos móveis. O estudo ocorreu dentro de uma oficina de extensão desenvolvida pelo projeto de pesquisa e inovação Rede de Vivências pela Inclusão Digital da Universidade Federal de Pernambuco (ReVID-UFPE), projeto construído para minimizar o impacto entre graduandos em situação de vulnerabilidade. Os participantes da pesquisa foram dois alunos (um que recebeu o *tablet* e outro que ainda aguardava seu aparelho, pois só possuía seu *smartphone* para assistir às aulas) do Campus Agreste, pertencentes aos cursos de Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Física. O modelo de Orquestrações Instrumentais On-line apoiou a construção da oficina de extensão. A metodologia de pesquisa utilizada foi o *Design Experiments*. Como resultado, identificamos esquemas de uso dos licenciandos que eles já tinham disponíveis. Eles mobilizaram esses esquemas enquanto eram desequilibrados pelos desafios da situação dos vetores nas Orquestrações Instrumentais Online e usando componentes desconhecidos do GeoGebra. Esse processo permitiu o surgimento de novas organizações invariantes de comportamento. Em relação aos alunos, suas ações mudaram com a criação e integração de novos instrumentos. E, quanto aos artefatos, à medida que eles portam resquícios do pensamentos dos participantes.

Palavras-chaves: Artefatos digitais. Ensino remoto. Esquemas. Gênese Instrumental. Vetores.

ABSTRACT

Analytic geometry courses for preservice teachers' education during the remote teaching time need to work diverse geometric objects with digital resources. Generally, these students have not instrumentalized these artefacts for this (especially students who started the course during the Pandemy). So how do they develop themselves on learning vectors using GeoGebra software on mobile devices? The main aim of this research was to characterize the Instrumental Genesis of preservice teachers in the learning of vectors using GeoGebra on mobile devices. The study took place within an extension workshop developed by the research and innovation project ReVID-UFPE, built to minimize the impact among undergraduates in vulnerable situations. The research participants were two students (one who received the tablet and the other who was still waiting for his device since he only had his smartphone to attend the classes) from the Agreste Campus, belonging to the Mathematics and the Degree Physics teaching undergraduate courses. The Online Instrumental Orchestrations model supported the construction of the extension workshop. The research methodology used the Design Experiments. As a result, we identified preserved teachers' usage schemes they already had available. They mobilized these schemes while being disequibrated by the vector situation challenges in the Online Instrumental Orchestrations and using unfamiliar GeoGebra components. This process allowed new invariant organizations of behavior to emerge. Regarding the students, their actions changed by creating and integrating new instruments. As for the artefacts, the extent to which they carry remnants of the participants' thoughts.

Keywords: Digital artifacts. Schemes. Remote teaching. Instrumental Genesis. Vectors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação do Campo Elétrico Resultante de duas partículas com cargas opostas num ponto P.	20
Figura 2 – Segmentos que retratam a direção e o sentido.	21
Figura 3 – Vetores u e v partindo de um ponto O qualquer.	22
Figura 4 – Soma dos vetores u e v	23
Figura 5 – Layout do Geogebra Suíte no <i>Tablet</i> ou <i>Smartphone</i>	27
Figura 6 – Entendendo as construções teóricas da pesquisa.	30
Figura 7 – QR CODE: Formulário de intenção.	35
Figura 8 – Objetivos: Formulário de Intenção.	37
Figura 9 – Design da composição de orquestrações.	38
Figura 10 – Representação de u e v	41
Figura 11 – Situação 2	43
Figura 12 – Resolução da situação 1	44
Figura 13 – Situação 2 - Letra b	45
Figura 14 – Situação 2 - Letra c	46
Figura 15 – Situação 3	48
Figura 16 – Protocolo 1 de Hermes	51
Figura 17 – Recorte 1 OI2	55
Figura 18 – Recorte 2 OI2	56
Figura 19 – Recorte 3 OI2	57
Figura 20 – Recorte 4 OI3	60
Figura 21 – Recorte 5 OI3	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Recursos utilizados na orquestra.	39
Tabela 2 – Configuração Didática da Situação 1	41
Tabela 3 – Configuração Didática da Situação 2	44
Tabela 4 – Configuração Didática da Situação 3	47
Tabela 5 – Resumo protocolo de resolução da OI 1 de Rengoku	51
Tabela 6 – Resumo protocolo de resolução da OI 1 de Hermes	53
Tabela 7 – Resumo protocolo de resolução da OI 2 de Rengoku e Hermes	58
Tabela 8 – Resumo protocolo de resolução da OI 3 de Rengoku e Hermes	61

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
ERE	Ensino Remoto Emergencial
FADE	Fundação de Apoio ao Desenvolvimento da UFPE
LD	linearmente dependente
LI	linearmente independente
PROAES-UFPE	Pró-Reitoria para Assuntos Estudantis da UFPE
ReVID-UFPE	Rede de Vivências pela Inclusão Digital da Universidade Federal de Pernambuco
TDIs	Tecnologias Digitais Interativas

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA	17
1.1.1	Rede de Vivências pela Inclusão Digital (ReVID)	18
1.2	OBJETIVOS	19
1.2.1	Objetivo Geral	19
1.2.1.1	<i>Objetivos Específicos</i>	19
2	GRANDEZA VETORIAL	20
2.1	VETOR	20
2.2	DIREÇÃO E SENTIDO	21
2.3	OPERAÇÕES COM VETORES	22
2.3.0.1	<i>Soma de vetores</i>	22
2.3.0.2	<i>Norma de um Vetor</i>	24
2.3.0.3	<i>Combinação Linear</i>	24
3	TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL	25
3.1	GEOGEBRA: DINAMICIDADE NA APRENDIZAGEM DE VETORES	25
3.1.0.1	<i>Conhecendo o GeoGebra e suas interfaces</i>	26
4	PERSPECTIVAS TEÓRICAS	28
4.1	NOÇÃO DE SITUAÇÃO E ESQUEMA	28
4.2	ABORDAGEM INSTRUMENTAL	29
4.2.0.1	<i>Gênese Instrumental</i>	30
4.2.0.2	<i>A orquestração Instrumental</i>	31
4.2.0.2.1	<i>A orquestração Instrumental Online</i>	32
5	PERCURSO METODOLÓGICO	34
5.1	<i>DESIGN EXPERIMENTS</i> : BREVE ENSAIO	34
5.1.1	Etapas da Pesquisa	35
5.2	OI <i>ONLINE</i> : VETORES NO PLANO E NO ESPAÇO COM O USO DO GEOGEBRA	36
5.2.1	Participantes	36
5.2.2	Composição das orquestrações	38
5.2.3	Integração de Mídias	39

5.2.4	Configuração Didática da Composição das orquestrações <i>Online</i> . . .	39
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	49
6.0.1	Descrição de protocolos da OI <i>Online 1</i>	50
6.1	PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI <i>ONLINE I</i>	53
6.1.1	Descrição de protocolos da OI <i>Online 2</i>	54
6.2	PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI <i>ONLINE II</i>	58
6.2.1	Descrição de protocolos da OI <i>Online 3</i>	59
6.3	PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI <i>ONLINE III</i>	62
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
7.1	LIMITAÇÕES ENCONTRADAS	64
7.2	PERSPECTIVAS PARA FUTURAS PESQUISAS	64
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICE A – FORMULÁRIO DE INTENÇÃO	67
	APÊNDICE B – CARD DE DIVULGAÇÃO DO CURSO DE EX- TENSÃO	69
	APÊNDICE C – MODELO DO TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO UTILIZADO	70

1 INTRODUÇÃO

O impacto que a evolução tecnológica causou nas instituições sociais é tão significativo, que podemos afirmar que o modo que aprendemos a viver no mundo moderno foi imensamente modificado, e mudanças de igual natureza (como viver em sociedade com grande parte das interações sendo virtuais, trabalhando em *home office*) ocorreram dentro da educação. Moreira e Queiroz (2007) interpreta a tecnologia como "todo conhecimento que é sistemático e se transforma ou é manifestado por meio de ferramentas". Assim, dentro do ambiente educacional, a maneira com que o professor enxerga o recurso tecnológico precisa estar atrelada a metodologias e práticas docentes, para que o conhecimento alcance novas roupagens para os novos perfis de estudantes.

Sobremaneira, as tecnologias digitais, que durante a pandemia COVID-19 novos papéis lhes foram atribuídos. O que antes eram apenas recursos que o professor escolheria utilizar em suas aulas, tornaram-se os principais artefatos para o ensino, que ganhou caráter remoto. Diante dessa nova realidade, muitos estudantes com vulnerabilidade socioeconômica-tecnológica não possuíam condições para estudarem pela falta de recursos.

Com o intuito de minimizar esse impacto para os graduandos, a ReVID-UFPE foi elaborada. Sendo estruturada pelos pesquisadores Barros, Gitirana e Padilha (2020) no plano de trabalhos submetido a Pró-Reitoria para Assuntos Estudantis da UFPE (PROAES-UFPE), de maneira que caracterizaram o projeto em duas perspectivas: a de inovação, que se elenca na distribuição de artefatos dispositivos móveis (*tablets*) assim como a construção de uma rede de colaboração do projeto e dos estudantes, pensando em ações que promovam de fato a inclusão dos vulneráveis tecnologicamente, uma vez que, a distribuição de artefatos por si só, não caracterizam inclusão, ou seja, é mais do que dar acesso às tecnologias, é uma condição técnica imprescindível (LEMOS et al., 2011, p. 19).

A segunda perspectiva é tratar o projeto na visão de pesquisa, pensando em como é o processo de estudar e aprender utilizando o dispositivo móvel nas aulas remotas e futuramente em aulas híbridas. A contribuição do autor deste trabalho nessas duas perspectivas, foi na atuação como bolsista curador do projeto, função que permitia uma imersão junto com os estudantes contemplados, articulando a comunidade acadêmica com ênfase nos estudantes, desenvolvendo ações que visam a formação contínua e em serviço, com os estudantes pelos quais a ReVID é responsável, além de pesquisar as potencialidades do uso do *tablet* em três

pilares: Aprendizagem móvel, inclusão digital e gênese instrumental.

Nessa perspectiva, este trabalho foca no terceiro pilar, a gênese instrumental, que é “a transformação do artefato gerada pela ação do sujeito, tornando-o um instrumento à medida em que o sujeito passa pelo processo de instrumentação ao integrá-lo à sua prática” (RABARDEL, 1995). Esse processo de transformação do artefato em instrumento, se dá com o conjunto de “esquemas” de um sujeito, cujo conceito em questão, inicialmente de Piaget, foi aprimorado por Vergnaud (1990) na psicologia, e depois por seu discípulo Rabardel (1995), e descreve as relações que existem entre o sujeito, a ferramenta (artefato) e os esquemas de utilização.

Esses artefatos, segundo Rabardel (1995), são dispositivos que podem ser materiais (como por exemplo, lápis, computador, *tablet*, dentre outros) ou objetos simbólicos (como uma figura, um software, um gráfico dentre outros), que são usados como meio de ação pelo sujeito. O mesmo esquema de utilização, pode assim ser aplicado a uma multiplicidade de situações pertencentes à mesma classe, para que com essas duas dimensões (artefato e esquema) as tecnologias em questão, tornem-se instrumentos.

Os instrumentos são individuais a cada sujeito, e possuem uma natureza social a ele ligado, como confirma Rabardel (1995, p.29, tradução nossa), “os instrumentos são privados, ou seja, específicos para cada indivíduo, e sociais. A natureza social dos instrumentos deve-se à natureza social dos artefatos, esquemas de uso e esquemas de atividades instrumentadas”.

Entendendo que o conhecimento é operatório, Vergnaud (1990) pontua que, quando o ser humano cria tecnologias para o auxiliar, o sistema (Homem + Máquina) pode estar projetando centralização no ser humano ou na tecnologia, no entanto Rabardel (1995, p.3, tradução nossa) afirma que

Os objetos e os sistemas técnicos são indevidamente nomeados. Seria melhor falar de objetos ou sistemas antropotécnicos, apesar da deselegância do termo. Na verdade, múltiplos objetos e sistemas produzidos pela tecnologia e que formam uma grande parte do mundo em que, graças ao qual, mas também por vezes contra o qual, vivemos, não devem ser entendidos somente a partir da tecnologia que lhes deu origem (RABARDEL, 1995, p.3, tradução nossa).

Em outras palavras, exemplificando na educação, uma aula não deve ser pensada partindo de um artefato tecnológico, mas o professor precisa, a partir de objetivos antecipadamente definidos, utilizá-lo como potencializador a medida em que permite que o estudante compreenda o saber a ser ensinado. Além disso, mesmo que os artefatos originalmente não foram pensados para trabalhar determinados conteúdos, eles podem sofrer modificações para tal, uma vez que

a intencionalidade que o professor vai aplicar a ela, é que determina o modo em que as aulas acontecem.

No entanto, diversas vezes os professores possuem dificuldades em atribuir diferentes intencionalidades a determinados recursos. Durante a graduação desses professores de matemática, por exemplo, mais especificamente no ensino de vetores, precisam-se gerar diversos objetos geométricos para compreensão do conteúdo e geralmente esses estudantes sentem dificuldades, isso se potencializa com a chegada do ensino remoto.

Desse modo, a plataforma GeoGebra, que tem se tornado um recurso rico em funcionalidades para muitos componentes curriculares da matemática, segundo o seu site oficial¹, se torna um artefato que pode ser muito explorado, no desenvolvimento de instrumentos no estudo de vetores. A dinamicidade do software permite enxergar a criação, e desenvolvimento de esquemas de utilização, fatos que possibilitam a estruturação da ação do professor, colaborando para sua formação e aprimoramento do conceito (PEREIRA; LIBRELOTTO, 2021).

Então, a pesquisa insere-se na problemática da integração da plataforma GeoGebra dentro dos dispositivos móveis, no suporte à aprendizagem de vetores. A questão que move a pesquisa é: como se caracterizam o desenvolvimento das gêneses instrumentais de licenciandos na aprendizagem de vetores com uso do GeoGebra em dispositivos móveis?

Na ótica dos procedimentos para responder essa questão, entra o Modelo da Orquestração Instrumental Trouche (2005), que foi desenvolvido "como aporte teórico para estudos que visem compreender as escolhas dos professores sobre como utilizarem os recursos que dispõem em termos de artefatos, tempo, espaço físico e pessoas" (IGNÁCIO, 2018, p. 32), essa por sua vez, será um instrumento metodológico para a pesquisa, modelando-se pelo *Design Experiments* (BROWN, 1992). Conjecturamos que mediante apresentação dos licenciandos às diferentes classes de situações, ao refletirem em suas próprias experiências e conhecimentos, novos instrumentos surgirão para solucionar os problemas elaborados.

Nesse capítulo, ainda veremos na seção 1.1, os motivos que tornam esse trabalho relevante, bem como nossas motivações; na subseção 1.1.1 apresentamos uma explanação do contexto em que a ReVID-UFPE foi estruturada; e por fim, na seção 1.2, trazemos os objetivos desse trabalho. No capítulo 2, resgatamos os principais tópicos matemáticos, que permeiam o conceito de vetores (definição de vetor, direção e sentido, operações com vetores).

Em seguida, no capítulo 3, elencamos a utilização das tecnologias digitais, e de que maneira a prática do professor com essas ferramentas modificou o cenário de ensino remoto

¹ <<http://www.geogebra.org/about>>

emergencial. Ainda na seção 3.1 do mesmo capítulo, resgatamos os componentes da plataforma GeoGebra, destacando os benefícios de sua utilização em sala de aula. No capítulo 4, construímos as perspectivas teóricas que fundamentaram este trabalho (Abordagem Instrumental, Orquestração Instrumental *Online* e os conceitos-chaves para boa compreensão da pesquisa).

O capítulo 5, trazemos uma descrição metodológica para realização dessa pesquisa, bem como os elementos que desenham o experimento. Logo após, no capítulo 6, realizamos o detalhamento da análise (performance didática da Orquestração Instrumental) a partir do experimento realizado e finalizamos com as considerações finais no capítulo 7.

1.1 JUSTIFICATIVA

O enfrentamento de várias situações, com uso de tecnologias, que desequilibram o conhecimento matemático de estudantes, permite mapeamento dos invariantes dos indivíduos (sob a ótica de uma metodologia bem fundamentada, auxiliada por recursos digitais). Assim, este trabalho tem sua relevância para a pesquisa sobre o ensino e aprendizagem de Geometria analítica, em particular de vetores, por se articular com o tratamento entre a álgebra e a geometria utilizando artefatos móveis, a saber *tablets* e *smartphones*. A Geometria analítica tem sua natureza atrelada ao uso da álgebra para resolver problemas geométricos.

Na prática profissional, a pesquisa fez emergir reflexões para a práxis dos futuros professores, principalmente no uso de recursos digitais dentro da sala de aula. O estudo à luz da Gênese Instrumental desses professores em formação permitiu alcançarmos essa proposta, oportunizando uma análise das relações entre esses sujeitos, os artefatos (*tablet/smartphone*), os instrumentos a serem desenvolvidos (individuais) e o conhecimento sobre vetores.

Essa proposta se expande dentro da ReVID-UFPE, uma vez que estudantes sem condições de continuar suas formações nos períodos em que a universidade atua de forma remota, decorrentes de uma “brecha digital” causada pela pandemia, passam a receber condições de participar das aulas e atividades complementares de extensão, pesquisa e ensino, e como West e Vosloo (2013, p. 24) menciona na cartilha da Unesco, “os aparelhos móveis podem, assim, ajudar a assegurar a continuidade da educação durante tempos de crise”.

Como os instrumentos são individuais a cada sujeito, e possuem uma natureza social a ele ligado, confirmado por Rabardel (1995, p.29 tradução nossa), então a pesquisa vai permitir a exploração dos mais variados instrumentos que cada estudante poderá desenvolver com os

esquemas que esses possuem, como se adaptam e se desenvolvem.

1.1.1 Rede de Vivências pela Inclusão Digital (ReVID)

Inovar na educação é, além de pensar em novas ideias, estruturas e metodologias para o ensino e aprendizagem, buscar diminuir as desigualdades sociais, desenvolver os alunos de forma integral, pensar o processo educativo de forma coletiva e dialógica, oferecendo educação de qualidade (PACHECO, 2019), portanto, é um processo transformador que promova rupturas paradigmáticas.

À vista disso, a ReVID-UFPE com caráter inovador para superar a brecha digital causada pela pandemia, propõe-se a compra de 1050 tablets para estudantes de graduação da UFPE, que são amparados pela assistência estudantil por já apresentarem necessidades socioeconômicas, através da Fundação de Apoio ao Desenvolvimento da UFPE (FADE).

Objetivando em um prazo de dois anos, desenvolver uma rede de acompanhamento e suporte à estudantes em situação de vulnerabilidade, com materiais didáticos, estratégias de estudo, pedagógicas e de suporte à instrumentação, e dimensionamento do impacto da utilização de *tablets* entre alunos da Universidade Federal de Pernambuco com vistas à promoção de inserção nas atividades remotas.

Como a ideia não é a simples distribuição desses artefatos, a ReVID faz uso de uma metodologia com mentores e curadores, onde os mentores são os pesquisadores e os curadores bolsistas do projeto que acompanham os estudantes durante o decorrer dos semestres letivos. Um curador educacional vai, a partir das necessidades, interesses e perfil dos seus estudantes, selecionar, pesquisar, acompanhar, compartilhar, criar, avaliar junto e a partir de uma perspectiva e abordagem pedagógica (BEHRENS, 2015).

Na *Etapa D/Meta d* do plano de trabalhos da ReVID, se elabora a proposta que também subjetivou essa investigação:

- D. Estudo da gênese instrumental de uma amostra de estudantes, ao menos um por área, a partir de uma metodologia reflexiva.
 - d. Desenvolvimento de um Trabalho de Conclusão de Curso em torno do projeto.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Caracterizar o desenvolvimento da gênese instrumental de professores em formação na aprendizagem de vetores com uso do GeoGebra em dispositivos móveis.

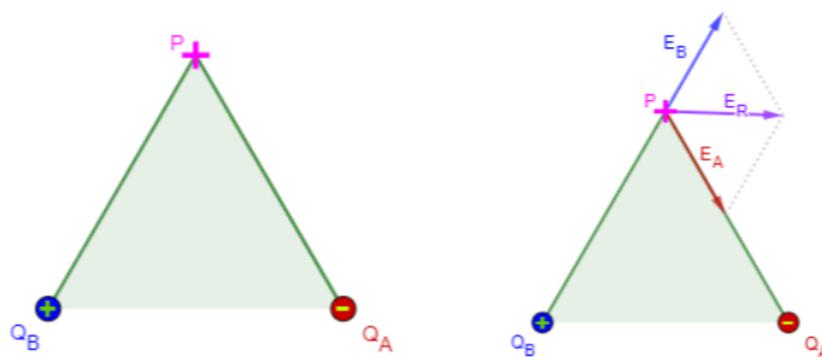
1.2.1.1 *Objetivos Específicos*

- Descrever os conhecimentos sobre vetores que os estudantes já dominam;
- Caracterizar os aspectos da instrumentalização dos estudantes com a plataforma GeoGebra, sendo utilizado em dispositivos móveis;
- Analisar a criação/desenvolvimento de instrumentos com o GeoGebra Suite;
- Analisar os componentes dos esquemas de utilização dos sujeitos em frente às várias classes de situações distintas.

2 GRANDEZA VETORIAL

Na física, existem grandezas que são suficientemente definidas ao associarmos um número ou valor e uma unidade de medida correspondente. Por exemplo, o comprimento, a temperatura, a massa. Chamamos essas de *Grandezas Escalares*. No entanto, existem situações em que a grandeza não pode ser representada por um simples escalar. Por exemplo, se quisermos representar o campo elétrico resultante (ER) de duas partículas em um ponto qualquer, fica incompleto a utilização apenas numérica, uma vez que as cargas dessas partículas, influenciam na direção do Campo elétrico Resultante. Veja o esquema abaixo com a situação descrita:

Figura 1 – Representação do Campo Elétrico Resultante de duas partículas com cargas opostas num ponto P.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Foi necessário entender os campos elétricos de cada partícula como vetores e fazer a soma geométrica entre eles, para entendermos como seria representado o Campo Resultante, esse é um exemplo de Grandeza Vetorial. Como afirma Folador (2018, p. 15), “Grandezas vetoriais são, portanto, as que necessitam de um número (que chamaremos de módulo), uma direção e um sentido para que possam ser perfeitamente definidas”. Abstendo-se dessa definição, vamos conceituar de fato o que seria um vetor.

2.1 VETOR

A área da Matemática onde a noção de vetor pode ser mais formalmente definida é a Geometria analítica. Nela, podemos considerar que, dado \overrightarrow{AB} um segmento orientado e, a

classe de equipolência de \overrightarrow{AB} é o conjunto $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, em que \overrightarrow{CD} também é segmento orientado, então segundo Bezerra e Silva (2010)

um vetor é uma classe de equipolência de segmentos orientados. Esta definição significa que cada vetor deve ser pensado como uma coleção de setas, ao invés de uma única seta. Cada seta, ou mais precisamente cada segmento orientado equipolente ao segmento orientado \overrightarrow{AB} , é apenas um representante do (mesmo) vetor \overrightarrow{AB} . (BEZERRA L.; SILVA, 2010, p.77).

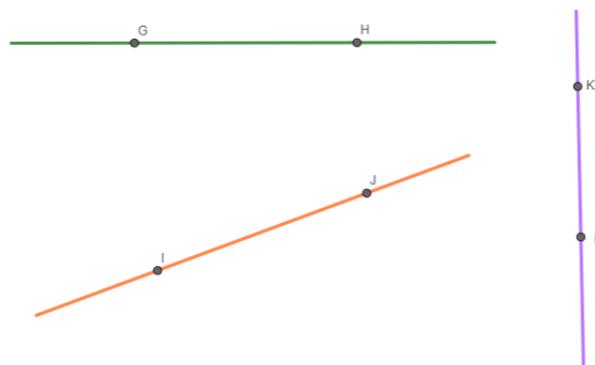
Além disso, existe um teorema que afirma que, dado um segmento orientado \overrightarrow{AB} e um ponto O , existe um único ponto X tal que $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{OX}$. Partindo dessa definição, podemos então considerar que dado um vetor com representante \overrightarrow{AB} , o módulo $|\overrightarrow{AB}|$ é o mesmo de qualquer outro representante, pois se $\overrightarrow{CD} \sim \overrightarrow{AB}$, então $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{AB}|$. Um caso especial são os vetores que possuem classe de equivalência do tipo \overrightarrow{AA} , em que chamaremos de *vetor nulo*, geometricamente representados por um ponto.

As demais conceituações de vetores serão baseadas no trabalho de Bezerra L.; Silva (2010), material desenvolvido para o curso de Licenciatura em Matemática na modalidade à distância da Universidade Federal de Santa Catarina.

2.2 DIREÇÃO E SENTIDO

Pela sutileza de suas definições, esses dois elementos são por vezes confundidos pelos estudantes, no entanto, basta um pouco de atenção na representação geométrica de um segmento e dois pontos quaisquer para diferenciação entre elas. Vamos entender essas noções com ajuda da imagem abaixo:

Figura 2 – Segmentos que retratam a direção e o sentido.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Na figura os segmentos fornecem as direções: uma horizontal, uma vertical e uma inclinada. Em cada uma dessas direções temos dois sentidos possíveis: No primeiro segmento, o horizontal, temos o sentido de G para H (da esquerda para a direita) e o sentido de H para G (da direita para a esquerda). Na vertical temos o sentido de K para L (de cima para baixo) e o sentido de L para K (de baixo para cima). E, por fim, na inclinada, temos o sentido de I para J e o sentido de J para I .

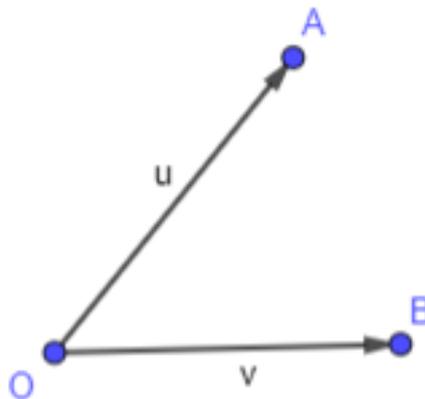
2.3 OPERAÇÕES COM VETORES

Essas operações são aplicáveis em diversas situações na física ou engenharia, e vamos abordar as seguintes: soma de vetores, produto de vetor por escalar e a combinação linear.

2.3.0.1 Soma de vetores

Sejam u e v vetores, escolhendo um ponto qualquer O , existem pontos únicos A e B , tais que $u = \overrightarrow{OA}$ e $v = \overrightarrow{OB}$.

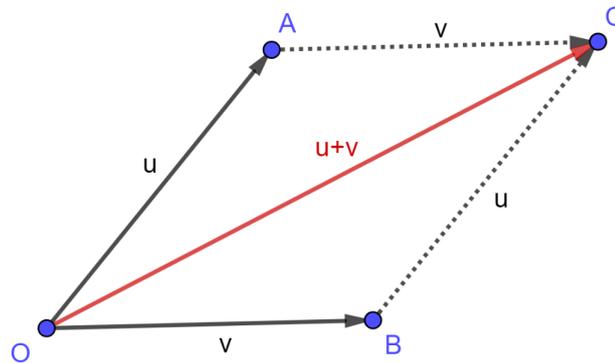
Figura 3 – Vetores u e v partindo de um ponto O qualquer.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Tomando B como referência, temos que existe também um único C , tal que $\overrightarrow{BC} \sim \overrightarrow{OA}$. Ou partindo de A , existe e é único C , tal que $\overrightarrow{AC} \sim \overrightarrow{OB}$. Com isso, a soma dos vetores $u + v$, geometricamente pode ser representado pelo vetor \overrightarrow{OC} (figura 4).

Figura 4 – Soma dos vetores u e v .



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

No caso em que O, A, B são não colineares, C é o quarto vértice de um paralelogramo. Por isso, chamamos esse tipo de método de *Regra do Paralelogramo*.

Em resumo, temos as seguintes propriedades:

1. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$, para quaisquer vetores \vec{u}, \vec{v} .
2. $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$, para quaisquer vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.
3. $\vec{v} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{v} = \vec{v}$, com $\vec{0}$ sendo o vetor nulo e \vec{v} um vetor qualquer.
4. Para cada vetor \vec{v} , existe um vetor $(-\vec{v})$ tal que, $\vec{v} + (-\vec{v}) = (-\vec{v}) + \vec{v} = \vec{0}$.

Essa outra operação fundamental é definida a partir do produto de um número λ e um vetor v , temos os três casos:

- Se $\lambda = 0$, temos que $\lambda \cdot v = 0$.
- Se $\lambda > 0$, precisamos tomar um B' , na semi-reta de A a B , tal que $\lambda \cdot |AB| = |AB'|$.
- Se $\lambda < 0$, precisamos tomar um B' , na semi-reta oposta da semi-reta de A a B , tal que $|\lambda| \cdot |AB| = |AB'|$.

Com essas caracterizações, podemos conceituar $\lambda \cdot v$ como a classe de equipolência do segmento orientado (A, B') .

As propriedades da multiplicação por escalar são:

1. $(\alpha \cdot \beta) \cdot \vec{v} = \alpha \cdot (\beta \cdot \vec{v})$, para quaisquer números reais α e β , e vetor v .

2. $(\alpha + \beta) \cdot \vec{v} = \alpha \cdot \vec{v} + \beta \cdot \vec{v}$, para quaisquer números reais α e β , e vetor v .
3. $\alpha \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = \alpha \cdot \vec{u} + \alpha \cdot \vec{v}$, para qualquer número real α e vetores \vec{u}, \vec{v} .
4. $\vec{v} \cdot 1 = \vec{v}$, para qualquer vetor \vec{v} .

2.3.0.2 Norma de um Vetor

Dado um vetor \vec{v} , o comprimento de qualquer segmento orientado que o represente é o mesmo. Para falarmos na medida desse segmento, precisamos escolher uma unidade de medida. Assim, vamos escolher um vetor não nulo u para ser um vetor unitário (versor). Assim, todo segmento congruente a qualquer representante seu será um segmento de medida igual a 1. A norma (comprimento) de um vetor \vec{v} se denota por $||\vec{v}||$. Portanto, se v for nulo, a sua norma é zero. Se \vec{v} for outro vetor qualquer, podemos escrevê-lo como $\vec{v} = t \cdot \vec{u}$, considerando que \vec{u} é um vetor unitário. Logo $||\vec{v}|| = |t|$.

2.3.0.3 Combinação Linear

Seja v um vetor e sejam $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ n vetores. Dizemos que v é uma combinação linear dos vetores $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$ se existem escalares $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$, tais que,

$$v = t_1 \cdot v_1 + t_2 \cdot v_2 + \dots + t_n \cdot v_n. \quad (2.1)$$

Por exemplo, se $v = 3 \cdot u$, dizemos que v é uma combinação linear de u . Um conjunto de n vetores, $n > 1$, é linearmente dependente se pelo menos um deles for combinação linear dos outros. Neste caso, dizemos também que os vetores são *linearmente dependente (LD)*. Caso contrário, dizemos que o conjunto é linearmente independente, ou que os vetores são *linearmente independente (LI)*. Portanto, um conjunto de n vetores, $v_1, v_2, v_3, \dots, v_n$, é LI se, e somente se, a única forma do vetor zero se escrever seja como combinação linear trivial, isto é,

$$\vec{0} = 0 \cdot v_1 + 0 \cdot v_2 + \dots + 0 \cdot v_n. \quad (2.2)$$

3 TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL

O cenário educacional, a partir de março de 2020, caracterizado pela pandemia de Covid-19, desencadeou o surgimento da modalidade de Ensino Remoto Emergencial (ERE). O objetivo educacional dessa perspectiva não é criar um curso a distância robusto, mas fornecer acesso temporário à instrução e apoio instrucional de uma maneira que seja rápida de configurar e que esteja disponível de forma confiável durante o período (HODGES et al., 2020).

É importante ressaltar que o ensino remoto emergencial apresenta diferenças fundamentais dos modelos de ensino a distância ou modelo híbrido que têm um planejamento prévio de conteúdo e tempo cuidadoso usando modelos de desenvolvimento e planejamento bem conhecidos (HODGES et al., 2020, p.1).

Nesse cenário, a utilização das Tecnologias Digitais Interativas (TDIs)¹ ganhou espaço, a medida em que os professores buscaram, através da utilização desses recursos, inovar as aulas remotas emergenciais. Possibilitando "o uso de plataformas já disponíveis e abertas para outros fins, que não sejam estritamente os educacionais, assim como a inserção de ferramentas auxiliares e a introdução de práticas inovadoras" (GARCIA et al., 2020, p. 5). Salientamos que no início das aulas remotas, houve muita procura de recursos para que as aulas se adaptassem mediante as possibilidades dos artefatos escolhidos. No entanto, a partir dessas tentativas, refletimos que a priori o professor precisa identificar quais as suas necessidades, para a partir disso encontrar os melhores recursos que integrem a construção de suas aulas.

3.1 GEOGEBRA: DINAMICIDADE NA APRENDIZAGEM DE VETORES

No que diz respeito ao ensino de geometria, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) indica a necessidade de utilização de software de Geometria Dinâmica em seu ensino. Por isso, a oportunidade de formularmos situações didáticas em que se utilize a tecnologia no ensino da geometria é tão importante. De acordo com um projeto elaborado pela PUC-SP

no final do século XX o trabalho em rede e colaborativo fez proliferar a filosofia dos programas abertos e GeoGebra e o Compasso e Régua-CAR são dois dos exemplos de AGD construídos nesta perspectiva. O caso do GeoGebra é ímpar, desde a ideia inicial de Markus Hohenwarter, em 2001, o software foi para além da geometria plana, hoje pode ser trabalhada a

¹ Para Garcia et al. (2011, p. 82), "tecnologia digital interativa é uma produção criada pelo homem que pressupõe a comunicação interativa, ou seja, capaz de intervenção pelos sujeitos no conteúdo ou programa com o qual interage e que tem, na ferramenta tecnológica, a mediadora desse processo, que é dialógico, levando em consideração os *feedbacks* ao usuário."

geometria tridimensional, usada uma folha de cálculo integrada, a possibilidade de utilizar cálculo algébrico e simbólico, finalmente o GeoGebra é um instrumento privilegiado para aprender e ensinar matemática em todos os graus de ensino (ABAR; SANTOS, 2020, p. 4).

Por ser um software gratuito, e possuir versões de todas as suas ferramentas disponíveis como aplicativos para dispositivos móveis (Android e IOS), o GeoGebra permite, tanto aos professores quanto aos alunos, explorar e investigar totalmente online, os recursos admitidos para construção e consolidação dos conhecimentos geométricos. Como o GeoGebra é uma plataforma que abrange inúmeras áreas da matemática por ser dinâmico, gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino, ele se torna um artefato único na aprendizagem dos conceitos da geometria analítica, uma vez que, combina geometria, álgebra, tabelas e gráficos, principalmente com o conceito de vetores, que precisa ser trabalhado o tratamento algébrico e suas consequências geométricas.

3.1.0.1 *Conhecendo o GeoGebra e suas interfaces*

O GeoGebra versão classic 6, disponível para download em Desktop², ou os vários aplicativos disponíveis para Dispositivos Móveis³ (Suite GeoGebra, GeoGebra Calculadora Gráfica 2D e 3D, GeoGebra Geometria e GeoGebra CAS), tem o mesmo layout e interface do GeoGebra online.

O GeoGebra tem alguns componentes fundamentais: 1) barra de ferramentas, 2) janela de álgebra, 3) janelas de visualização e 4) menu.

A barra de ferramentas se localiza na lateral do GeoGebra, e é composta de onze conjuntos de ícones com as ferramentas necessárias (Ferramentas básicas, Editar, Medições, Pontos, Construções, Retas, Polígonos, Círculos, Cônicas, Transformar e Outras) para o usuário construir, movimentar, obter medidas e modificar atributos de objetos construídos. Cada ícone dessa barra esconde outros ícones. Em especial, vale a pena salientar o controle deslizante. Seu uso permite explorar diversas construções autorais e inéditas, de maneira que possibilitem animar e dinamizar as construções.

A janela de álgebra é a área em que é exibida as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos. As janelas de visualizações são áreas de visualizações

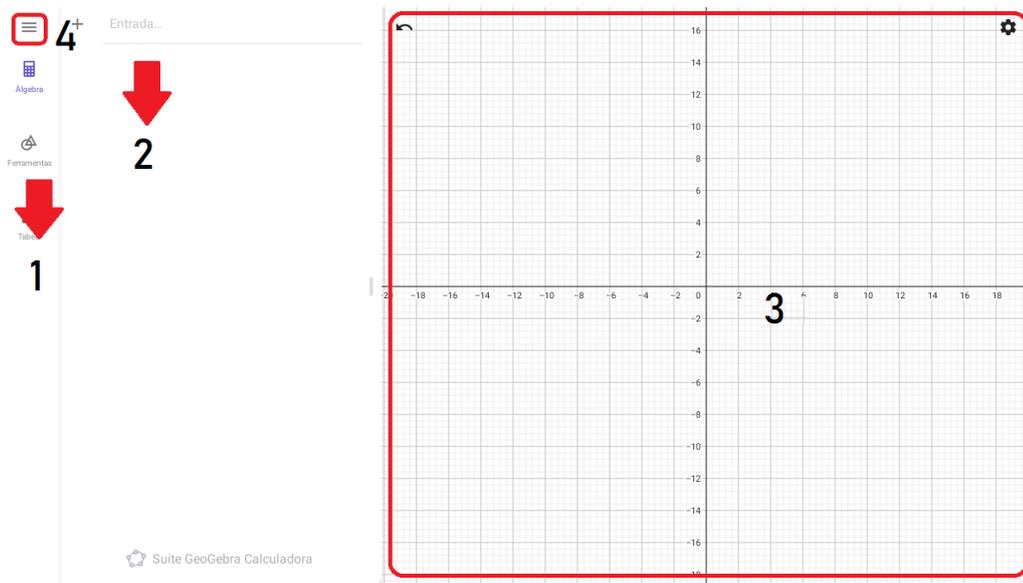
² download no site <<http://geogebra.org/download>>

³ download IOS em <<https://apps.apple.com/us/app/geogebra-graphing-calculator/id1146717204>>
download Android <<https://play.google.com/store/apps/details?id=org.geogebra.android.calculator.suite>>

gráficas de objetos que possuam representação geométrica e que podem ser desenhados com o *touche/mouse*, após clicar nos ícones da Barra de Ícones.

As construções exibidas na Janela de Visualização também podem ser realizadas via comandos digitados na Entrada. Existem três tipos de janela de visualização. A janela de visualização 1, a janela de visualização 2 e a janela de visualização 3D (O aplicativo Suite GeoGebra é o único dos dispositivos móveis que possui todas elas).

Figura 5 – Layout do Geogebra Suíte no *Tablet* ou *Smartphone*



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Por fim, o menu permite controlar desde a escolha de quais das plataformas utilizar, maneiras de salvar as construções, além de configurações gerais, como eixos, escalas e outros. Vamos visualizar esses elementos (figura 5) no GeoGebra Suite, pois ele reúne todas as funções nos dispositivos móveis

4 PERSPECTIVAS TEÓRICAS

A análise dessa pesquisa se pautou na reflexão teórica da Abordagem Instrumental (RABARDEL, 1995), mais especificamente, no processo da Gênese instrumental por ele definido. A construção dos experimentos foi proposta pela adaptação do modelo de Orquestração Instrumental (TROUCHE, 2005) para o ambiente *Online*, que serviu como recurso metodológico (*modelado pelo Design Experiments* (BROWN, 1992)), para possibilitar a caracterização da criação/desenvolvimento de instrumentos dos professores em formação (objetivos descritos na subseção 1.2).

4.1 NOÇÃO DE SITUAÇÃO E ESQUEMA

Vergnaud (1990), na Teoria dos Campos Conceituais, enxerga a relação entre a composição de conceito enquanto conhecimentos explícitos e os invariantes operatórios implícitos, nas condutas dos sujeitos em situação. Assim, quando um professor prepara suas aulas, os invariantes (a maneira que ele enxerga o conceito) influenciam diretamente nessa construção.

O conceito de situação e a noção de esquema iniciam a discussão sobre a perspectiva da Abordagem Instrumental. A noção de esquema foi ganhando ressignificações à medida em que cada pesquisador se apropriou do termo em suas respectivas teorias. Vergnaud (2013, p. 284-285, traduzido por LUCENA, 2018, p.36) afirma que “o esquema é a organização invariante da atividade para uma determinada classe de situações”. Portanto, os esquemas de um sujeito serão responsáveis na sua ação frente a uma determinada situação específica.

Vergnaud (2013, p.50) pontua que “não há situação sem esquemas, nem esquemas sem situação”. Na aprendizagem, o fato do sujeito possuir um esquema, nem sempre determina sucesso frente a uma situação. “[...] uma criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, a experiência a leva (a) mudar de esquema (b) modificar o esquema” (VERGNAUD, 1993, p. 10, traduzido por LUCENA, 2018, p. 38). Por essa razão é que Vergnaud (1993) considera fazer uma distinção entre algoritmo e esquema, afirmando que “todo algoritmo é um esquema, mas nem todo esquema é um algoritmo”.

No meio da conceituação do que seria esquema, ele define ainda, analiticamente, seus quatro componentes:

Intencionalidade: um ou mais objetivos,

Generatividade: regras de ação, coleta e controle de informações;

Conceituação: invariantes operacionais (conceitos em ação e teoremas em ação) permitindo a captura e processamento de informações relevante;

Inferência: possibilidades de inferência. (VERGNAUD, 1998 apud TROUCHE, 2005, p. 99, tradução nossa)

Esses componentes se relacionam continuamente, uma vez que, não existe situação sem um sujeito munido de intencionalidade (IGNÁCIO, 2018). Uma situação só tem sentido quando o sujeito tem um objetivo a realizar com essa atividade. Esses objetivos são alcançados a partir das ações do sujeito que têm por base regras de ação e de controle, além das regras de tomada de informação. Essas regras por sua vez têm por base conceitos como assumidos pelo sujeito para suas ações, e teoremas que acredita serem verdadeiros (teoremas-em-ação). Ao agir para solucionar a situação, muitas vezes o sujeito precisa adaptar suas regras ou revisar seus conceitos ou teoremas. Os conceitos em ação e teoremas-em-ação compõem o que Vergnaud denomina de invariantes operatórios, a forma de conhecimento.

Confrontar o indivíduo a uma variedade de situações, de uma mesma classe de situações, vai levá-lo a necessidade de adaptar seus esquemas e, portanto, à evolução e aprendizagem. Portanto, “proporcionar novas experiências a partir da diversificação e variedade de situações ao sujeito com situações relativamente conhecidas o ajuda a lidar com situações inéditas, com as quais ainda não está familiarizado” (LUCENA, 2018, p. 35). Essas são noções abarcadas da Teoria da aprendizagem de Piaget. Primeiro o professor provoca o desequilíbrio na mente do aluno para que ele, buscando o reequilíbrio, tenha a oportunidade de aprender.

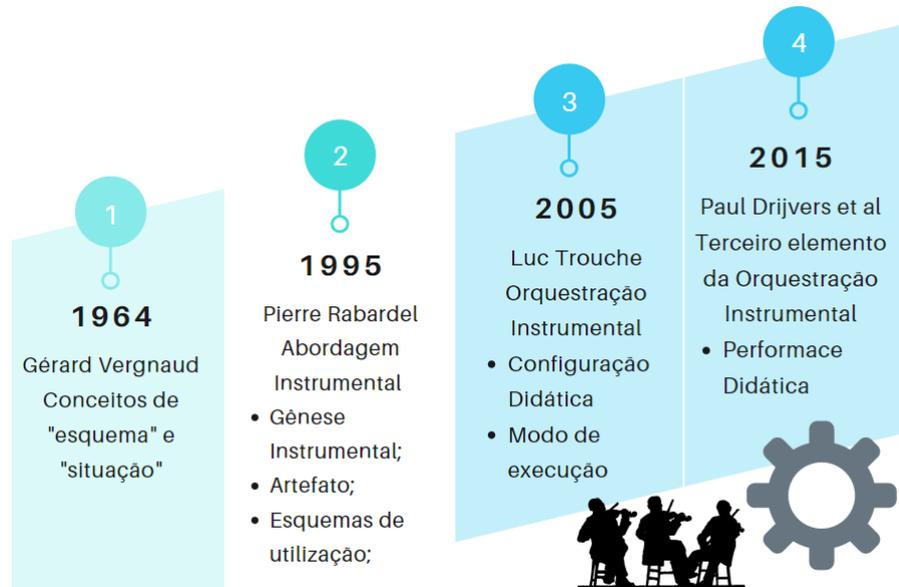
4.2 ABORDAGEM INSTRUMENTAL

Rabardel (1995)¹, dentro da ergonomia cognitiva² faz estudos a respeito do uso de artefatos na educação, tanto com a perspectiva no ensino (DRIJVERS et al., 2010) como na aprendizagem (TROUCHE, 2005). Para entender essas construções teóricas, é necessário compreender como elas foram estruturadas ao longo dos anos de pesquisa, vejamos a figura 6.

¹ Obras de Rabardel em <<https://www.rabardel.fr/écrits-scientifiques/>>

² também conhecida como engenharia psicológica, refere-se aos processos mentais, tais como percepção, atenção, cognição, controle motor e armazenamento e recuperação de memória, como eles afetam as interações entre seres humanos e outros elementos de um sistema (ABRANTES, 2011, p. 4).

Figura 6 – Entendendo as construções teóricas da pesquisa.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

4.2.0.1 *Gênese Instrumental*

Para Lucena (2018, p. 35) no processo de gênese instrumental, que é o principal foco das orquestrações instrumentais,

as características da situação matemática norteiam a escolha, o uso e, também, as condições de uso dos artefatos pelo indivíduo que busca resolvê-las. Ao mesmo tempo, tal resolução fica condicionada à escolha e utilização do artefato. Essa relação entre o sujeito e o artefato, desencadeada por uma situação a ser resolvida, demanda esquemas do repertório do sujeito ou mesmo que esse os desenvolva. É a identificação e a análise desses esquemas em situação que permitem ao pesquisador inferir sobre a gênese instrumental do sujeito. Por isso, é relevante discutir sobre esses conceitos que possuem uma relação dual (LUCENA, 2018, p. 35).

Além disso, faz-se necessário a diferenciação de conceitos chaves: artefato e instrumento. Para Rabardel (1995, p. 54, tradução nossa) “o artefato é para o sujeito um objeto a conhecer, mas para conhecer para poder gerenciar o seu funcionamento e possa responder a alguns dos critérios prescritos ou simplesmente esperados” e para Lucena (2018, p. 39) “um instrumento é uma produção humana, cognitiva e interna do usuário, que pode ser desenvolvida de forma individual ou coletiva, resultante de um processo denominado gênese instrumental.”

Mas qual a importância de delinear as noções de esquema, artefato e instrumento dentro da gênese instrumental? Isso pode ser respondido analisando a definição da gênese instrumental,

que segundo (RABARDEL, 1995), é a transformação do artefato gerada pela ação do sujeito, tornando-o um instrumento à medida que o sujeito passa pelo processo de instrumentação ao integrá-lo à sua prática. Essa transformação não acontece naturalmente nos artefatos, os sujeitos precisam desenvolver os esquemas e integrá-los à sua prática. Segundo ele, a gênese instrumental tem dois processos, ambos distinguíveis e muitas vezes conjugados: a instrumentação e a instrumentalização.

“A instrumentalização ocorre quando o sujeito insere o artefato em sua prática na intenção de conhecer suas propriedades, sua interface e funcionalidades, desenvolvendo assim esquemas de uso.” Rabardel (1995, p. 93, tradução nossa). Exemplificando a definição para melhor entendimento: quando o sujeito conhece todas as funcionalidades e ferramentas do GeoGebra,, esse sujeito está instrumentalizado no software. No entanto, a instrumentação é

quando o indivíduo atribui funções aos artefatos, e os esquemas de ação instrumentada ou esquemas mentais evoluem, dando origem às novas formas de utilização do artefato, surge então o instrumento. Quando isso ocorre, tem-se o processo de instrumentação do sujeito que passa a integrar de fato o instrumento a sua prática (RABARDEL, 1995, p. 93, tradução nossa).

Ou seja, utilizando o mesmo exemplo no enfrentamento de uma tarefa, o sujeito pode está instrumentalizado no GeoGebra (conhece as funcionalidades), mas não consegue resolver um problema em uma situação que lhe foi proposta com a utilização do software, então o sujeito não está instrumentado.

4.2.0.2 *A orquestração Instrumental*

Esse modelo tem contribuído com vários trabalhos em que se estudam tecnologias dentro da sala de aula. A metáfora por trás desse modelo, compara a sala de aula com uma orquestra musical, onde o professor é o maestro que conduz todos os músicos (estudantes) a transformarem os artefatos em instrumentos musicais (instrumentos para aprendizagem):

"Uma orquestração instrumental é o arranjo sistemático e intencional dos elementos (artefatos e seres humanos) de um ambiente, realizado por um agente (professor) no intuito de efetivar uma situação dada (tarefa) e, em geral, guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução e equilíbrio dos seus sistemas de instrumentos."(TROUCHE, 2005, p.126, traduzido por LUCENA, 2015, p. 39).

A orquestração instrumental tem como base três elementos a serem delineados:

- a) Configuração didática, que foi caracterizada inicialmente por Trouche (2005). Usaremos a definição de Ignácio (2018, p. 33), pelo qual afirma que é “a disposição dos alunos

e dos artefatos bem como dos vínculos a serem estabelecidos entre ambos e com a situação matemática escolhida”.

- b) Modo de execução, também conceituado por Trouche (2005), e usando a definição de Ignácio (2018, p. 33) que afirma que são “as decisões didáticas para explorar o ambiente e estabelecer as relações necessárias para alcançar os fins didáticos planejados”.
- c) Performance didática, trazida por Drijvers et al. (2010, p. 215) é para ser entendido como o “[...] desempenho alcançado pelo cenário projetado, em que se faz possível, verificar a viabilidade das intenções e o sucesso da realização da orquestração instrumental”. No decorrer da realização das atividades didáticas é inevitável alguns imprevistos e eventos não planejados pelo professor, que segundo Drijvers et al. (2010), carecem de uma decisão *ad hoc*, ou seja, que o professor tome algum determinado caminho que não faça com que o objetivo da orquestra seja desviado. No entanto, Lucena (2018) notou que ações partindo dos estudantes também podem colocar em xeque o andamento da orquestração, a pesquisadora nomeou essa atuação inesperada de reação *ad hoc*.

Logo, entendendo a Teoria da Orquestração Instrumental como um meio de modelar a ação docente dentro de um ambiente rico em tecnologias, o processo da gênese instrumental se torna um fator de suma relevância para o professor entender o seu fazer docente e a aprendizagem dos alunos.

4.2.0.2.1 A orquestração Instrumental Online

Percebendo o cenário remoto e as condições de uma sala de aula virtual rica em tecnologias, que os pesquisadores Muniz, Gitirana e Lucena (2021) trazem um recorte de dissertação em andamento, com o objetivo de desenvolver, aplicar e analisar uma Orquestração Instrumental *Online*:

Este aporte viabilizou aos futuros professores não só a vivência de dificuldades que seus alunos encontrarão ao resolver uma situação no ambiente remoto, como também promoveu o trabalho em conjunto, a mobilização de diferentes concepções, as quais favoreceram o desenvolvimento de instrumentos coletivos de resolução da situação matemática e a reflexão sobre conceitos correlatos (MUNIZ; GITIRANA; LUCENA, 2021, p. 81).

Considerando as dificuldades que permeiam o ensino remoto, a OI *online* além de permitir que o professor tenha mais controle do ambiente de aprendizagem remoto (pois leva

em consideração as variáveis previstas e imprevistas), capacita o professor na reflexão antes, durante e após a prática, uma vez que, adaptações e melhoramentos são viáveis na etapa da performance didática, já que geralmente o professor realiza uma mesma aula para várias turmas ou em vários períodos letivos.

5 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo apresentaremos os instrumentos utilizados para coleta de dados, que serão posteriormente analisados, apresentando informações sobre o tipo de pesquisa, público alvo, e, mostramos as atividades propostas durante a orquestração instrumental online. Essa orquestração foi desenhada como um estudo de intervenção, abarcada pelo Design Experiments, Brown (1992).

5.1 DESIGN EXPERIMENTS: BREVE ENSAIO

Os professores recebem a responsabilidade de desenvolver/criar/adaptar arranjos para o ensino, e muitas vezes as tecnologias digitais compõem essas estruturas. Assim, a pedagoga Brown (1992) desenvolve o *Design Experiments*, dentro da Teoria da Aprendizagem, sobre o qual desenha ambientes de aprendizagem, que auxiliam no contexto educativo.

Projetar e experimentar para testar e validar, reiteradamente, são processos a serem vivenciados no Design Experiments, os quais demandam que em um primeiro momento haja controle e, em um segundo momento, a especificação das variáveis envolvidas. Para isso, devem-se especificar os tipos de variáveis a serem consideradas (LUCENA, 2018, p. 56).

Dessa forma, há redução de obstáculos para aprendizagem, em virtude de haver uma primeira versão da atividade (na OI *Online* acontecerá nas análises teóricas das configurações didáticas), que é estudada minuciosamente, para que após reorganizações e preparação para algum imprevisto, de fato ela seja aplicada. Segundo Abar e Alencar (2013), no *Design Experiments*, há três tipos de variáveis que devem ser levadas em consideração: variáveis de clima (cooperação entre aprendizes), variáveis de aprendizagem (conhecimentos) e variáveis sistêmicas (alterações), que por sua vez podem ser analisadas por meio de gravações, perguntas e respostas curtas ou entrevistas.

Podemos relacionar cada uma dessas variáveis com elementos da OI *Online*: a variável de clima se comunica com a gestão de participantes, já que analisamos a disposição dos estudantes e como cada um desempenha o seu papel; a variável de aprendizagem se corresponde-se aos invariantes operacionais da descrição analítica dos esquemas; e por fim, a variável sistêmica, harmoniza-se às inferências de aprendizagem também descrita nos esquemas dos participantes.

Ao modelar o ensino, essa proposta apresenta aspectos fundamentais que desenham o planejamento da aprendizagem na visão do professor e na reflexão constante sobre o sentido que

o docente fornece aos artefatos e instrumentos de ensino. Com essa direção, “o objetivo desse método não é apenas investigar os processos que acarretam novas formas de aprendizagem, mas também de estudar os aspectos e meios que suportam essa aprendizagem vislumbrada” (COBB et al., 2003, p. 10).

Assim, acreditamos que o Design Experiments constitui-se como importante ferramenta metodológica para modelarmos as orquestrações instrumentais *online*.

5.1.1 Etapas da Pesquisa

O presente trabalho foi organizado em quatro etapas: Inicialmente pela aplicação e análise do formulário de intenção (figura 7 ou apêndice A), que foi enviado aos participantes a fim de traçar o perfil para realizar seleção de participantes. Em seguida, foi elaborado um curso de extensão baseado em Orquestrações Instrumentais *Online*.

Após execução do experimento, caracterizado por um encontro, onde os participantes desenvolveram atividades com vetores, produziu-se a análise da Gênese Instrumental dos participantes, durante a Orquestração (Estudo da gravação das atividades individuais e coletivas feitas pela plataforma Google *Meet*, que capturou áudio, vídeo e *chat* para realização das análises dos materiais produzidos a medida em que a tela dos dispositivos móveis foram compartilhadas).

Figura 7 – QR CODE: Formulário de intenção.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

5.2 OI *ONLINE*: VETORES NO PLANO E NO ESPAÇO COM O USO DO GEOGEBRA

O curso de extensão (card de divulgação no apêndice B) dentro do projeto ReVID-UFPE, foi desenvolvido a fim de oferecer a licenciandos uma formação continuada para o uso do software GeoGebra e servir como experimento para estudarmos o desenvolvimento da gênese instrumental desses para explorar vetores na aplicação de diversas situações.

Dez participantes demonstraram interesse em participar do curso, no entanto, escolhemos apenas dois estudantes dentre esses, para serem partícipes da orquestra. Os critérios de seleção foram basicamente estudantes que iniciaram o curso na pandemia, que não tiveram tempo de se instrumentalizarem totalmente na plataforma, e que apresentaram visões distintas do que é o objeto matemático vetor. Essas informações foram colhidas a partir de um *Google Forms*, que foi construído especificamente para estudantes dos cursos de licenciatura do campus agreste que compõem em seu perfil, componentes curriculares com o conceito de vetores. E são esses os cursos de: Licenciatura em Matemática, Licenciatura em Química e Licenciatura em física, que possuem as seguintes disciplinas: Geometria Analítica, Álgebra Linear, Cálculo II, Cálculo III e Física I.

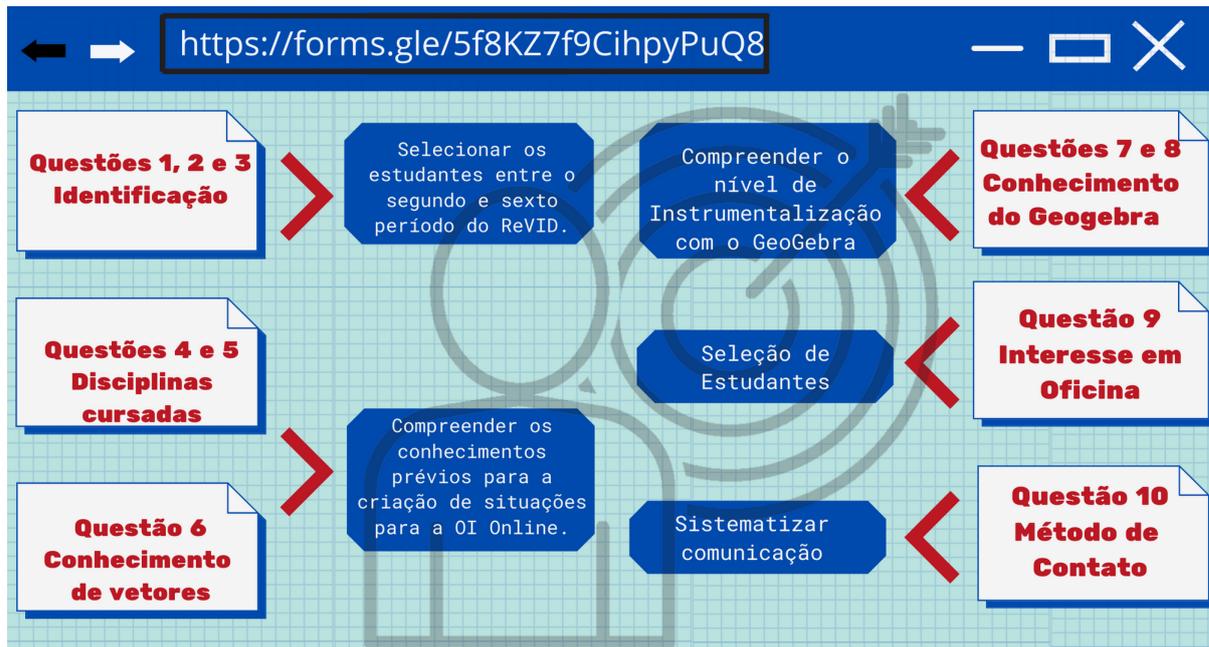
Cada questão do formulário foi pensada a fim conhecer o perfil dos participantes, a fim de desenhar uma Orquestração Instrumental Online ideal, com intenção de alcançar os objetivos dessa pesquisa. O objetivo de cada questão está explícita na figura 8.

5.2.1 Participantes

Os participantes assinaram o termo de consentimento livre e esclarecido (modelo apêndice C), pelo qual está arquivado nos documentos ReVID na Pró-Reitoria para Assuntos Estudantis (Proaes) - UFPE, e com cópias para os pesquisadores desta pesquisa. Os estudantes escolheram os seus próprios pseudônimos, a fim do sigilo de participação da pesquisa:

- **Participante 1 - Rengoku:** Estudante contemplado do ReVID-UFPE, do 2º período do curso de Matemática-Licenciatura, e até a realização do experimento cursava a disciplina de Geometria Analítica. Define vetor como "um segmento de reta entre dois pontos" e se considera nível 2 no estágio de conhecimento com o aplicativo GeoGebra, numa escala de 0 a 5.
- **Participante 2 - Hermes:** Estudante do 1º período do curso de Física-Licenciatura.

Figura 8 – Objetivos: Formulário de Intenção.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Até a realização do experimento cursava as disciplinas de Geometria Analítica e Física I. Define vetor como "o conjunto de segmentos de retas orientadas, com o mesmo módulo, direção e sentido" e se considera nível 5 no estágio de conhecimento com o software GeoGebra em Desktop, numa escala de 0 a 5. Apresenta necessidade de artefatos tecnológicos, pois só possui um *smartphone* para assistir as aulas *online*, no entanto, por ser do primeiro período, ainda não foi contemplado com a bolsa de assistência estudantil, e conseqüentemente ainda não recebera o *tablet* da universidade.

Portanto, elegemos esses dois participantes por iniciarem o curso em aulas remotas, e pelas diferenças de compreensão do que seria um vetor, bem como, também por cada um relatar uma relação diferente com a plataforma GeoGebra. Além de ambos estarem dentro da brecha digital, um já amparado pelo ReVID e o outro aguardando o segundo período para ser auxiliado.

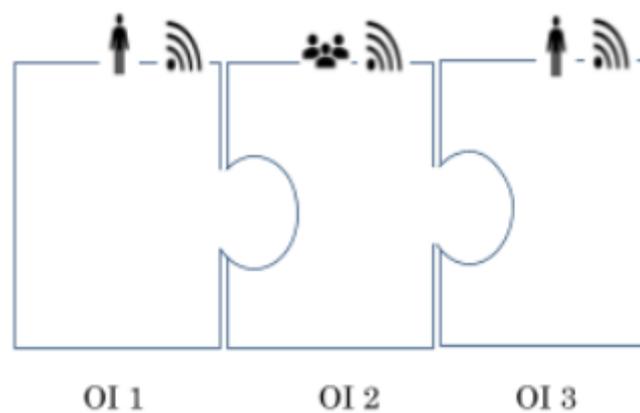
Nas próximas seções, discute-se o design instrumental do curso: composição de orquestrações, integração de mídias, estrutura das orquestrações (situação, configuração didática, modo de execução).

5.2.2 Composição das orquestrações

O curso foi construído na composição de três orquestrações *online* sequenciadas, na qual cada uma delas foi construída a partir de uma situação. As orquestrações foram caracterizadas por:

- OI 1 - Individual
- OI 2 - Coletiva
- OI 3 - Individual

Figura 9 – Design da composição de orquestrações.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

A figura 9 mostra o design dessas composições de orquestrações, que possuem seus elementos caracterizados nas próximas seções.

5.2.3 Integração de Mídias

A gestão dos recursos das orquestrações, bem como os protocolos correspondentes, foram descritos na tabela 1 e enviado para os cursistas pela rede social escolhida por eles no formulário de intenção (E-mail), de modo a fazê-los chegar na atividade síncrona com todas as instruções necessárias para realização da proposta estruturada na pesquisa.

Tabela 1 – Recursos utilizados na orquestra.

Protocolo dos recursos	Objetivos	
	Para os estudantes	Para o Curador
<i>Tablet/Smartphone</i>	Participar do curso	Ministrar o curso
Instalação dos aplicativos GeoGebra	Resolver as situações	Instrumentalizar os estudantes
Instalação do aplicativo Google Meet	Participar do encontro síncrono	Realizar encontro síncrono e gravar chamada
Acesso a alguma de suas redes sociais	Meio de comunicação assíncrono	Enviar protocolo aos estudantes
Acesso a internet banda larga	Condições de acesso	Condições de acesso

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

5.2.4 Configuração Didática da Composição das orquestrações *Online*

Em um período assíncrono, com o prazo de cinco dias, o formulário de intenção foi enviado para os estudantes. O design da formação foi desenhada como a composição das três orquestrações em um encontro síncrono, que foi gravado para análises posteriores.

Antes da apresentação de cada situação, o curador teve a função de fazer recortes do GeoGebra nos dispositivos móveis, frisando os componentes desse artefato, uma vez que, acreditamos que o processo de instrumentalização dos sujeitos com o instrumento ocorrendo de maneira simultânea com a resolução das situações, é a melhor proposta para este estudo.

A fim de evitar empecilhos por atraso, o curador preparou um arquivo em formato PDF e anexou em uma pasta no drive, caso os estudantes perdessem as explicações iniciais, poderiam acessá-la sem atrapalhar o andamento do curso. Para as orquestrações individuais, links do Google Meet foram preparados para que cada estudante pudesse resolver a situação e falar com o curador, caso necessário.

Vejamos agora as situações, configurações didáticas e modos de execução de cada uma das três orquestrações instrumentais online.

Situação 1:

Usando a ferramenta vetor do aplicativo GeoGebra, desenhe um vetor u não nulo qualquer, fora da origem. Em seguida, verifique na Janela de Álgebra, quais as coordenadas (x, y) de sua construção. Utilize essa mesma informação para criar um novo vetor v , na janela de álgebra.

- Quais as relações entre os elementos (módulo, direção e sentido) dos dois vetores u e v ?
- Quais as conclusões que você propõe que explica as diferenças e semelhanças entre v e u ?
- Dado o seu vetor u , demonstre que existe e é único um ponto X , tal que $(x, y) \sim (O, X)$, sabendo que O é o ponto $(-2, 5)$.

Para todas as alternativas, mostre seus argumentos com as ferramentas que o software dispõe.

A classe de situação que abarca esse problema é a determinação de vetores no plano com uso do software GeoGebra, usando a definição de classe de equipolência e as propriedades que nela estão inseridas. Portanto, antes de apresentá-la aos partícipes da pesquisa, e por ser a primeira situação, o curador trará recortes dos aplicativos do GeoGebra nas lojas playstore dos *tablets/Smartphones*, mostrando como se representa vetores no aplicativo GeoGebra Suite (comandos de vetor na janela de álgebra e na barra de ferramentas), identificar os elementos de um vetor já definido no aplicativo (módulo direção e sentido), mostrar as possibilidades de retas e segmentos e, por fim, explorar as extensões de design de todas essas ferramentas. A tabela 2, revela a estruturação da primeira orquestração.

Modo de execução 1 - (Análise teórica)

Resolução conduzindo ao acerto:

- Protocolos:
 - Representar u .
 - Construir v a partir das coordenadas de u , usando a janela de álgebra.

Tabela 2 – Configuração Didática da Situação 1

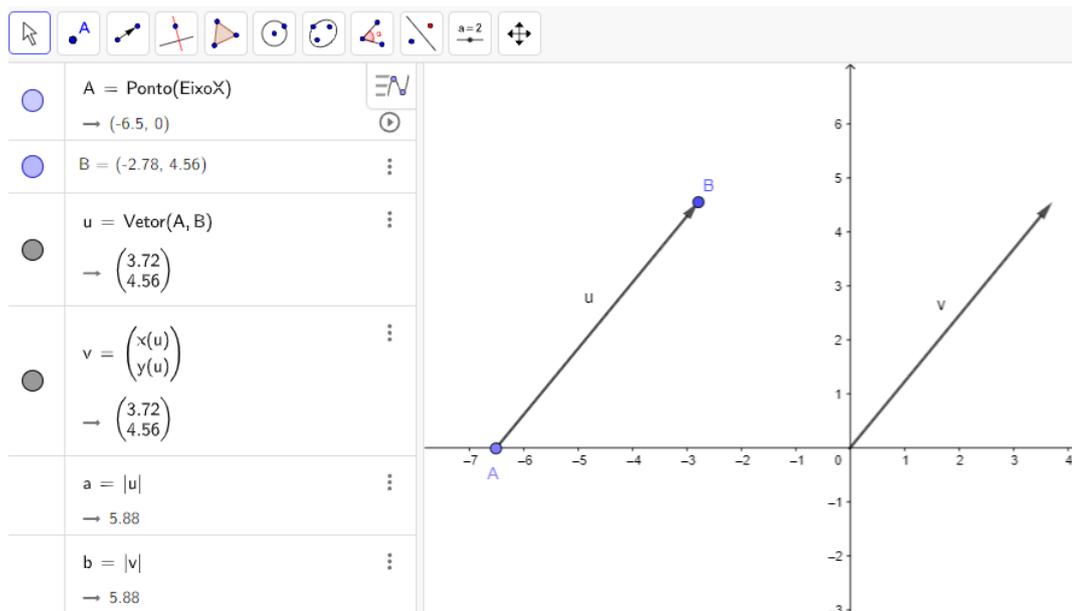
Conceitos mobilizados
Vetores como classe de equipolência.
Gestão de Participantes
O curador cumpre o papel de instigador, orquestração individual realizando compartilhamento de tela, falando seus pensamentos em voz alta.
Objetivos de Aprendizagem
Entender vetor como uma classe de infinitos representantes.
Gestão de Artefatos
GDocs (Para Visualizar a fichas de atividades); Google Meet (videoconferência) Aplicativo Geogebra (PlayStore); Suíte Geogebra Calculadora e Tablet ReVID.
Gestão de Tempo
10 min para apresentação dos componentes do GeoGebra; 10 min - 15 min para resolução da situação; 05 min de socialização das soluções com síntese ou compartilhamento das soluções.
Potencialidades e Limitações do Software
A dinamicidade do software Geogebra permite alcançarmos o objetivo de aprendizagem mais facilmente, no entanto, possui usabilidade em tablet inferior a um computador/notebook, na localização das ferramentas do GeoGebra.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

3. Concluir as seguintes considerações:

Como vemos na figura 10, os vetores são iguais em módulo, direção e sentido. Confirmamos numericamente na janela de álgebra, com os comandos de vetores e módulos.

Figura 10 – Representação de u e v .



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

- b) Considerando o teorema, como u é um segmento orientado (A, B) em que $u \sim v$, podemos então considerar que v é um dos vetores representantes de u .
- c) Usaremos o comando vetor a partir do ponto $(-2, 5)$ para identificarmos o ponto X .

Possíveis dificuldades e erros:

No enunciado, ao se pedir para representar um novo vetor v , utilizando as informações algébricas do vetor u , na janela de álgebra, o aluno precisa usar o comando " $v = (x(u), y(u))$ " para que sempre dê certo. Uma vez que, o software tem problemas de arredondamento, caso não configurado com antecedência. Portanto, o estudante pode não concluir a igualdade dos vetores das alternativas **a e b**, e nem o que se pede na alternativa **c**.

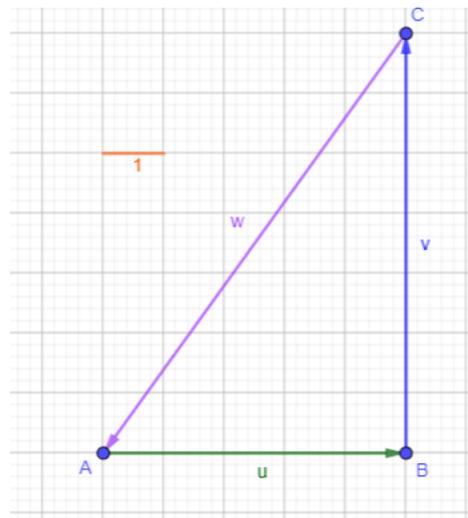
Esse problema pode ser sanado acrescentando no enunciado que o estudante utilize na janela de álgebra o comando " $v = (x(u), y(u))$ ", como falado anteriormente, ou informar que antes dessa situação, se os alunos quiserem escrever os vetores digitando todos os algarismos que os definem, mecanicamente, que antes configurem o arredondamento do software.

Situação 2:

Dado os vetores u, v e w na figura 11, construa no seu GeoGebra:

- $r = 2u - \frac{3v}{2}$ e $s = \frac{2v}{5} - w - 2u$.
- Sabendo que D, E e F são os pontos médios de \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{CA} respectivamente, represente os vetores \overrightarrow{AE} , \overrightarrow{BF} e \overrightarrow{CD} como combinação de outros dois vetores quaisquer.
- Qual é o maior e o menor valor para o comprimento do vetor $(\vec{u} + \vec{t})$, onde $\vec{t} = m \cdot \overrightarrow{BD}$ é combinação linear e $-5 \leq m \leq 1$ e $m \neq 0$, número inteiro?

Figura 11 – Situação 2



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

A classe de situação que abarca esse problema é a determinação de vetores no plano com uso do GeoGebra, usando a combinação linear de outros dois vetores. Antes de apresentá-la aos estudantes, o curador trouxe novos recortes no GeoGebra: Controle deslizante, ângulos, como renomear e mudar as configurações de objetos.

A tabela 3 revela a estruturação dos elementos da segunda orquestração:

Tabela 3 – Configuração Didática da Situação 2

Conceitos mobilizados
Combinação Linear de Vetores
Gestão de Participantes
O curador cumpre o papel de instigador, cada participante define seu próprio papel de atuação.
Objetivos de Aprendizagem
Entender como se comporta um vetor gerado por outros dois vetores.
Gestão de Artefatos
GDocs (Para Visualizar a fichas de atividades); Google Meet (videoconferência) Aplicativo Geogebra (PlayStore): Suíte Geogebra Calculadora e Tablet ReVID.
Gestão de Tempo
10 min para apresentação dos componentes do GeoGebra; 25 min para resolução da situação; 05 min de socialização das soluções com síntese ou compartilhamento das soluções.
Potencialidades e Limitações do Software
A dinamicidade do software Geogebra permite alcançarmos o objetivo de aprendizagem mais facilmente, no entanto, possui usabilidade em tablet inferior a um computador/notebook.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Modo de execução 2 - (Análise teórica)

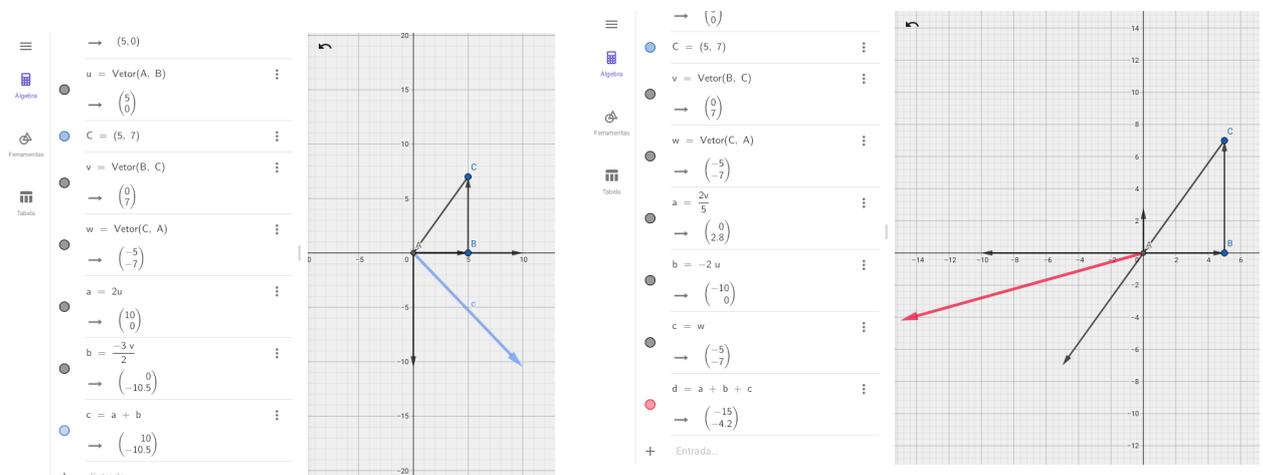
Resolução conduzindo ao acerto:

- a) Para isso, várias estratégias são possíveis, sem preferência de nenhuma delas, desde que se resolva dentro do aplicativo. Segue uma dessas estratégias:

Com a informação dada na malha da figura 11, podem ser recriados representantes u, v e w , e usando a janela de álgebra a determinação de r e s se torna evidente.

O estudante precisa chegar nas construções da figura 12.

Figura 12 – Resolução da situação 1



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

b) Na barra de ferramentas, utilizamos o comando ponto médio, para construção dos pontos D , E e F .

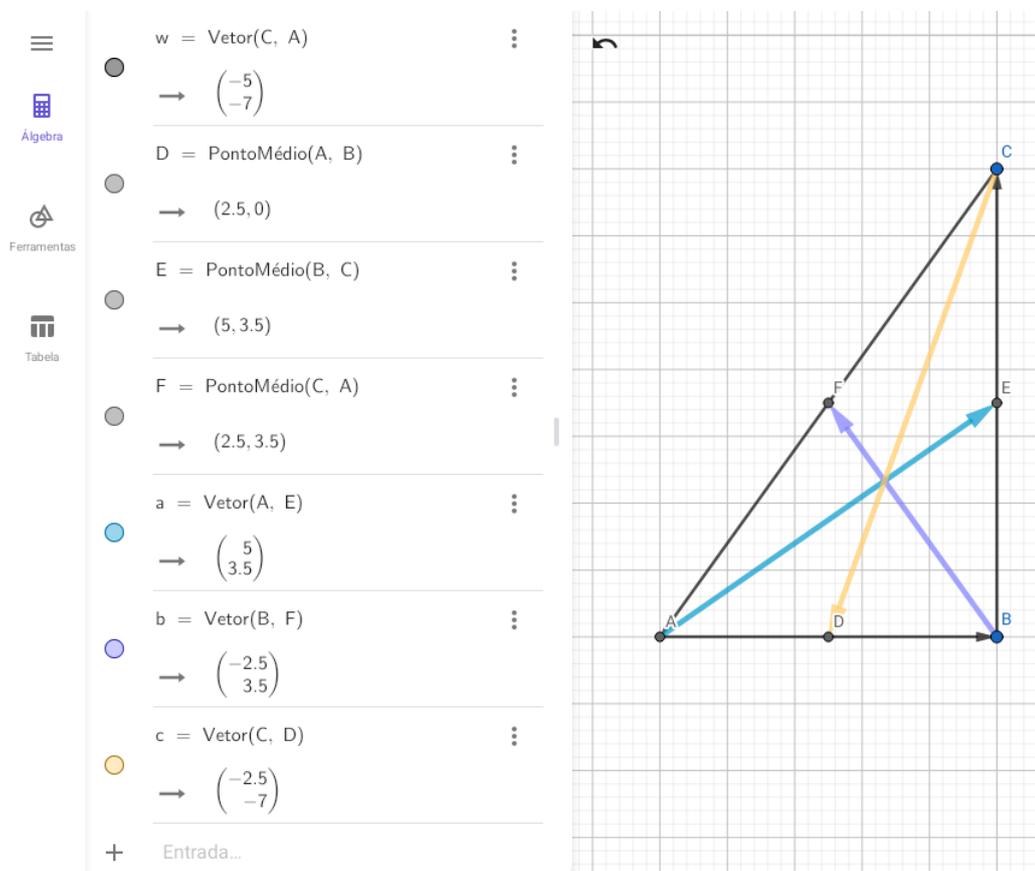
Depois podemos utilizar as seguintes combinações lineares (Figura 13).

$$1. \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$$

$$2. \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB}$$

$$3. \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}$$

Figura 13 – Situação 2 - Letra b



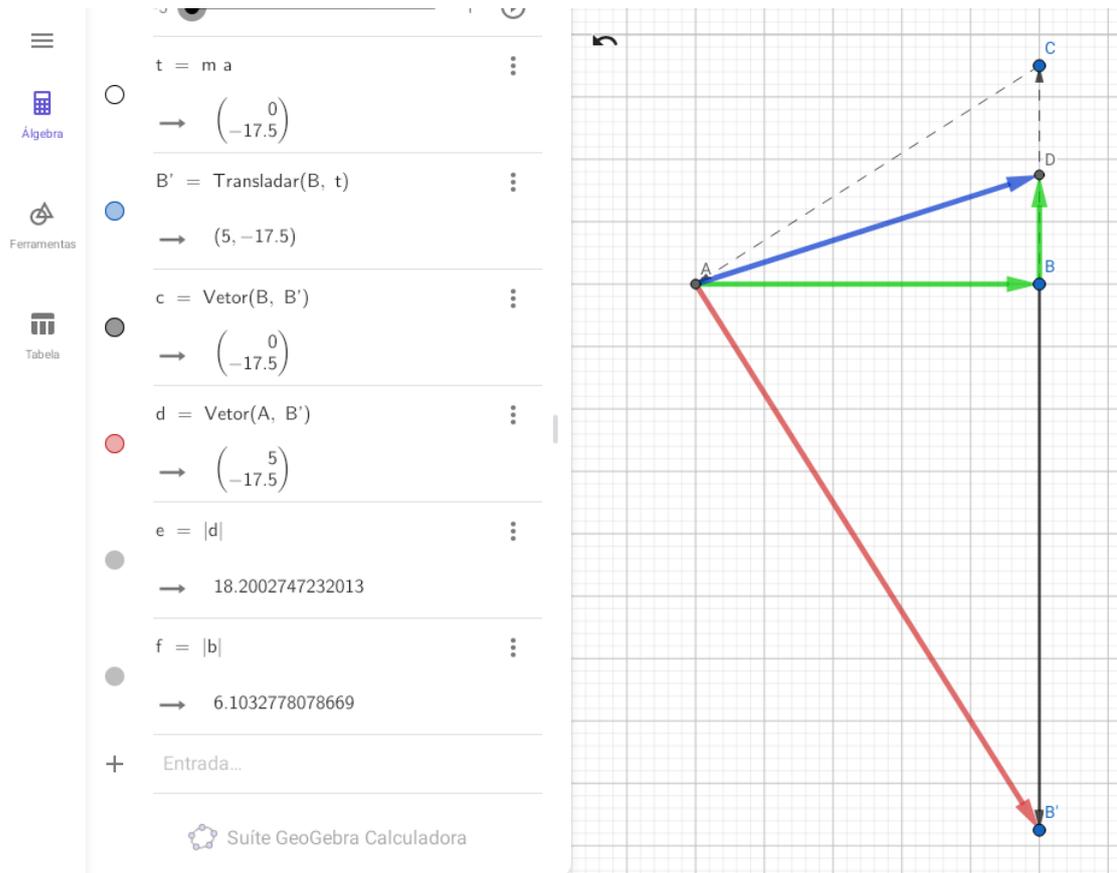
Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

c) Se $m > 0$ a direção e sentido de \vec{u} e \vec{t} são os mesmos, portanto, $|\vec{u} + \vec{t}| \approx 6.1$.

Se $m < 0$ a direção e sentido de \vec{u} e \vec{t} contrários, portanto, $|\vec{u} + (-\vec{t})| \approx 18.2$.

A figura 14 mostra esses elementos. Com o uso do controle deslizante, conseguimos os vetores soma quando $m = -5$ e quando $m = 1$:

Figura 14 – Situação 2 - Letra c



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Possíveis dificuldades e erros:

Nos dispositivos móveis, problemas de usabilidade são comuns. Por exemplo, se o estudante for utilizar qualquer mecanismo da barra de ferramentas, sem visualizar os objetos a serem modificados, os comandos não funcionam. Portanto, o curador recomendou aos estudantes para sempre deixarem a janela de visualização focada nos objetos geométricos a serem manipulados.

Situação 3:

Mostre a validade da propriedade de associatividade da soma de vetores no Geogebra sem usar a Janela de álgebra nos vetores u, v e w não nulos e não colineares.

Por fim, temos essa última situação, que desenha a terceira orquestração. A classe de situação que generaliza esse problema é o uso de software de Geometria Dinâmica para mostrar propriedade da associatividade de vetores pela combinação linear de vetores. Antes de apresentá-la aos estudantes, o curador trouxe novos recortes no GeoGebra: Animações e banco de materiais do GeoGebra Online.

A tabela 4, revela a estruturação dos elementos da última orquestração:

Tabela 4 – Configuração Didática da Situação 3

Conceitos mobilizados
Propriedade da associatividade de vetores
Gestão de Participantes
O curador cumpre o papel de instigador, orquestração individual realizando compartilhamento de tela, falando seus pensamentos em voz alta.
Objetivos de Aprendizagem
Analisar como a associatividade na soma de vetores se comporta.
Gestão de Artefatos
GDocs (Para Visualizar a fichas de atividades); Google Meet (videoconferência) Aplicativo Geogebra (PlayStore): Suíte Geogebra Calculadora e Tablet ReVID.
Gestão de Tempo
10 min para apresentação dos componentes do GeoGebra; 10 min - 15 min para resolução da situação; 05 min de socialização das soluções com síntese ou compartilhamento das soluções.
Potencialidades e Limitações do Software
A dinamicidade do software Geogebra permite alcançarmos o objetivo de aprendizagem mais facilmente, no entanto, possui usabilidade em tablet inferior a um computador/notebook.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Modo de execução 3 - (Análise teórica)

Resolução conduzindo ao acerto:

Usando a regra do paralelogramo, construímos no sentido de \vec{u} para \vec{w} :

1. $\vec{u} + \vec{v}$;
2. $\vec{v} + \vec{w}$;

3. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

Usando a regra do paralelogramo, construímos no sentido de \vec{w} para \vec{u} :

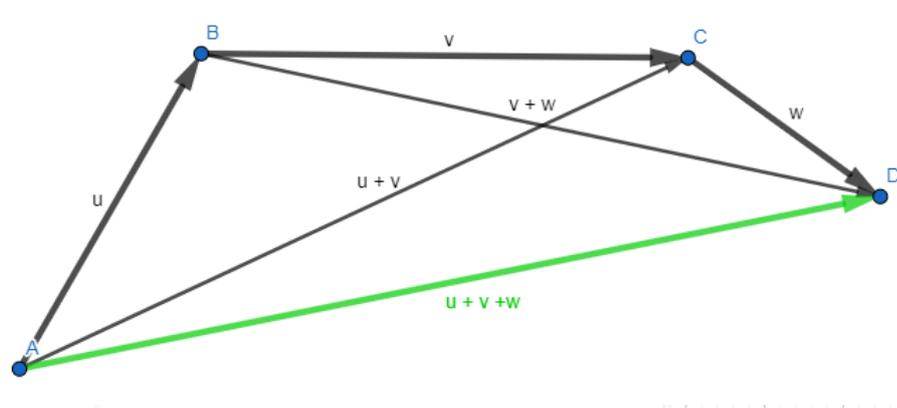
1. $\vec{v} + \vec{w}$;

2. $\vec{u} + \vec{v}$;

3. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$.

Comparando, verificamos a igualdade $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$, na figura 15.

Figura 15 – Situação 3



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

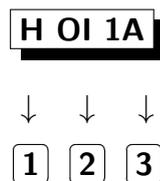
Possíveis dificuldades e erros:

Os vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} não serem representados de maneira sucessiva, dificultará a conclusão da igualdade da associatividade. Portanto, se os estudantes inicialmente tiverem dificuldades, o curador fará essa sugestão.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para analisar o desempenho alcançado pelo cenário reprojeto a partir das análises teóricas, e verificar a viabilidade das intenções da pesquisa na realização da orquestração instrumental *online*, foi produzido um estudo do terceiro elemento da OI: A performance didática. Essa análise permitiu apresentar o que este aporte teórico trouxe de benefícios e as possíveis modificações para fazer repensar novas configurações didáticas, permitindo espaço para estudos posteriores. Para esse fim, fizemos descrições detalhadas das gravações feitas durante a Orquestração Instrumental *Online*.

Para organização e síntese dos protocolos dos participantes (tabelas 5, 6, 7 e 8), criamos códigos, que podem ser identificados por elementos alfanuméricos, cuja composição é a seguinte:



1. O primeiro elemento identifica de quem é o protocolo (**R** para Rengoku, **H** para Hermes, **A** para trabalho colaborativo entre ambos participantes e **C** para curador);
2. O segundo elemento representa a Orquestração Instrumental;
3. O terceiro elemento enumera o protocolo utilizado.

Depois de escolhido os dois participantes da pesquisa, foi enviado um e-mail para definição e ajuste do melhor horário para realização do curso. O estudante *Rengoku* foi o primeiro a entrar na chamada, e lhe foi apresentado aos objetivos do curso, simultaneamente a um teste de microfones e auto-falantes do *tablet*. Com dez minutos de atraso, o segundo participante *Hermes* entrou na sala, e o curador fez um recorte inicial rápido do que tinha apresentado, encaminhando em seguida o link do material para possíveis atrasos, que tinha preparado no planejamento do curso. No entanto, o segundo participante só conseguiu se comunicar com o chat da chamada, uma vez que, o microfone aparentou não funcionar.

6.0.1 Descrição de protocolos da OI *Online 1*

O mediador da pesquisa prosseguiu abrindo um slide no compartilhamento de telas do *Google Meet*, a fim de apresentar a primeira situação da Orquestração Instrumental Online. Em seguida, direcionou cada participante para um link de *Google Meet* diferente, uma vez que, a primeira orquestração foi individual.

Participante 1

O estudante (compartilhando a tela no link do *Google Meet* individual) criou um vetor u através da barra de ferramentas, utilizando o ponto A como origem e o ponto B como extremidade. Para criar o vetor v , Rengoku utilizou o comando *vetor a partir de um ponto O*, na origem, ou seja, ele utilizou outra estratégia da sugerida no enunciado (utilizar a descrição algébrica do primeiro vetor para construir um segundo vetor na origem), pois notou que assim as coordenadas de u e v seriam as mesmas. Posteriormente, ele respondeu oralmente as alternativas da seguinte maneira:

- a e b) "Eles são semelhantes pois possuem o mesmo módulo, direção e sentido e são diferentes pois estão em pontos distintos", se referindo aos pontos de definição das extremidades dos vetores.
- c) Ao ler que o ponto de origem do novo vetor criado é $(-2, 5)$, o estudante cria um ponto $(-2.5, 0)$, utilizando a barra de ferramentas. Ou seja, ele confunde o ponto como coordenada. Pergunta em seguida ao curador se "o ponto X vai ter que determinar um vetor igual aos outros?". O curador confirma que sim, e pede para que ele reflita sobre o ponto de origem plotado. Logo em seguida, o estudante corrigiu a origem para $(-2, 5)$ e usou o comando *vetor a partir do ponto* para identificar o ponto X .

Ver resumo desses protocolos na tabela 5.

Tabela 5 – Resumo protocolo de resolução da OI 1 de Rengoku

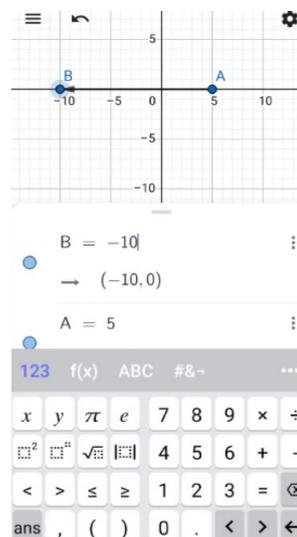
Código	Descrição do protocolo de Rengoku
ROI1A	Criou um vetor $u = (A, B)$ através da barra de ferramentas
ROI1B	Usou o comando vetor a partir de um ponto O para criar $v = u$
ROI1C	Identificou as relações de módulo, direção e sentido de u e v
ROI1D	Explicou as diferenças e semelhanças entre v e u
ROI1E	Criou um ponto $(-2,5, 0)$ para ser a origem do novo vetor
ROI1F	Repensou e reescreveu a origem para $(-2, 5)$
ROI1G	Usou comando vetor a partir do ponto $(-2, 5)$ para identificar o ponto X

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

Participante 2

O estudante (compartilhando a tela no link do Google *Meet* individual) criou um vetor u através da barra de ferramentas, utilizando o ponto A como origem e o ponto B como extremidade, no entanto, ao observar a janela de álgebra, ele percebeu que os pontos A e B estavam com números decimais e achou melhor modificá-los na janela de Álgebra. No entanto, ao tentar fazer essa modificação, *Hermes* não enxergou a origem e a extremidade do vetor como pontos, mas sim como coordenadas, uma vez que, sua regra de ação foi modificar os pontos da seguinte maneira: $A = 5$ e $B = -10$. Logo, o GeoGebra interpretou esse comando como $A = (5, 0)$ e $B = (-10, 0)$ (ver figura 16).

Figura 16 – Protocolo 1 de Hermes



Fonte: arquivo do autor

O curador tentou intervir com uma pergunta, no entanto, como o estudante só conseguia se comunicar pelo chat, havia muitos "ruídos" na comunicação, pois Hermes tinha que alternar entre os aplicativos do Google *Meet* e do GeoGebra. O curador decidiu tomar uma decisão de tentar solucionar esse problema e sugeriu modificar uma configuração do aplicativo no dispositivo do estudante. Percebeu-se que o ícone *áudio desativado* estava impedindo o microfone de funcionar.

Retornando para o problema no GeoGebra, o curador perguntou ao estudante se as extremidades do vetor eram definidos por pontos ou por números. Após reflexão, Hermes percebeu o equívoco e construiu corretamente o vetor " $u = (A, B)$ ", fazendo na janela de álgebra " $A = (5, 0)$ e $B = (0, -10)$ ". Após construir o vetor v , usando as coordenadas de u , na janela de álgebra o estudante responde oralmente às três alternativas da questão:

- a) *"Os dois vetores possuem os mesmos módulos, direção e sentido, e só mudam os pontos de origem e extremidade."*
- b) *"As semelhanças entre eles se dão por pertencerem ao mesmo conjunto e as diferenças estão onde escolhemos desenhá-los"*.
- c) O estudante inicialmente usou o método de tentativas para encontrar o ponto X . Após sucessivas tentativas sem chegar a resposta, o curador lhe perguntou qual o comando do GeoGebra encontraria um representante de um vetor, construído com outros pontos de extremidades. O estudante usou comando *vetor a partir do ponto* $(-2, 5)$ para identificar o ponto X .

Ver resumo desses protocolos na tabela 6.

Tabela 6 – Resumo protocolo de resolução da OI 1 de Hermes

Código	Descrição do Protocolo de Hermes
HOI10	Chegada em atraso
HOI11	Áudio sem funcionar
COI11	Intervenção do curador para entrega do PDF para atraso e fazer funcionar o áudio
HOI1A	Criou um vetor $u = (A, B)$ através da barra de ferramentas
HOI1B	Modificou $A = 5$ e $B = -10$
HOI1C	Repensou a definição de A, B para $A = (5, 0)$ e $B = (0, -10)$
HOI1D	Identificou as relações de módulo, direção e sentido de u e v
HOI1E	Explicou as diferenças e semelhanças entre v e u
HOI1F	Usou método de tentativas para encontrar o ponto X
HOI1G	Usou comando vetor a partir do ponto $(-2, 5)$ para identificar o ponto X

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

6.1 PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI *ONLINE* I

Os estudantes partiram de dois caminhos diferentes para construção do que foi pedido: O participante 1, escolheu um vetor inicial u e o participante 2, escolheu um vetor u com sentido oposto ao primeiro. Percebe-se que ambos cursistas compreendem as noções de módulo, direção e sentido, no entanto antes de serem confrontados pela OI 1, ainda não possuíam a ideia de vetor como classe de equipolência. Rengoku apresenta dificuldades no conceito de pontos (apresentado no protocolo ROI1E) na utilização do aplicativo GeoGebra, bem como Hermes, que confunde os pontos que definem vetor, na extremidade e na origem, com coordenadas numéricas (apresentado no protocolo HOI1B).

Além disso, eventos que foram previstos e imprevistos aconteceram. Para chegada atrasada de Hermes (HOI10), por exemplo, o professor já havia preparado um material que auxiliasse o estudante a se inteirar das noções iniciais do curso. No entanto, a ferramenta de áudio inviabilizada (HOI11) no início da orquestração, exigiu uma decisão *ad hoc* do curador de pausar o andamento da orquestra para que os objetivos fossem alcançados. Além desses motivos e pela mediação didática do curador nas duas chamadas do Google *Meet* precisar acontecer em momentos alternados, a primeira orquestração que estava planejada para durar no máximo 30 minutos, foi finalizada após 60 minutos.

O processo de instrumentalização ocorre durante toda a orquestração, ou de maneira

espontânea (ROI1B) ou pela mediação do curador (ROI1G), desde o momento de apresentação dos componentes do GeoGebra (antes da situação) até os o momento em que é necessário utilizar determinados comandos. A seguir estruturamos uma descrição analítica dos esquemas de utilização:

1. **Intencionalidade:** houveram objetivos bem definidos para os dois estudantes, uma vez que ambos procuraram estratégias que levassem a resolução da situação.
2. **Generatividade** as regras de ação foram descritos completamente nas tabelas 5 e 6.
3. **Conceituação:** o conceito em ação trabalhado foi Vetores como classe de equipolência; Os teoremas em ação acontecem durante todos os processos de apropriação do conceito, então se segue apenas um recorte, como exemplo, que pode ser descrito como "Dado um vetor \overrightarrow{AB} e um ponto O , existe um único ponto X tal que $\overrightarrow{AB} \sim \overrightarrow{OX}$ (apresentado no protocolo HOI1C)."
4. **Inferências:** identificamos que logo no início de sua ação (ROI1B) contrariando o que se pedia, concluiu que utilizar o comando "*Vetor a partir de um ponto*" seria semelhante a realizar o procedimento que o enunciado pedia (utilizar a descrição algébrica do primeiro vetor para construir um segundo vetor na origem), que pode ter sido de maneira proposital, ou um simples deslize na leitura do problema.

No processo de resolução da situação, Hermes utiliza alguns esquemas, que quando percebe que é insuficiente, reflete em um outro caminho para chegar no objetivo. Por exemplo, quando necessita encontrar o ponto X da extremidade na alternativa C, o estudante usa um método de tentativa e erro (HOI1F), que se mostra inviável, fazendo-o repensar nos comandos que ele conhece, que dê conta do que a questão pede (HOI1G).

Assim, percebe-se que os dois estudantes se desequilibraram e modificaram seus esquemas individualmente quando necessário, a fim de resolver a situação.

6.1.1 Descrição de protocolos da OI *Online* 2

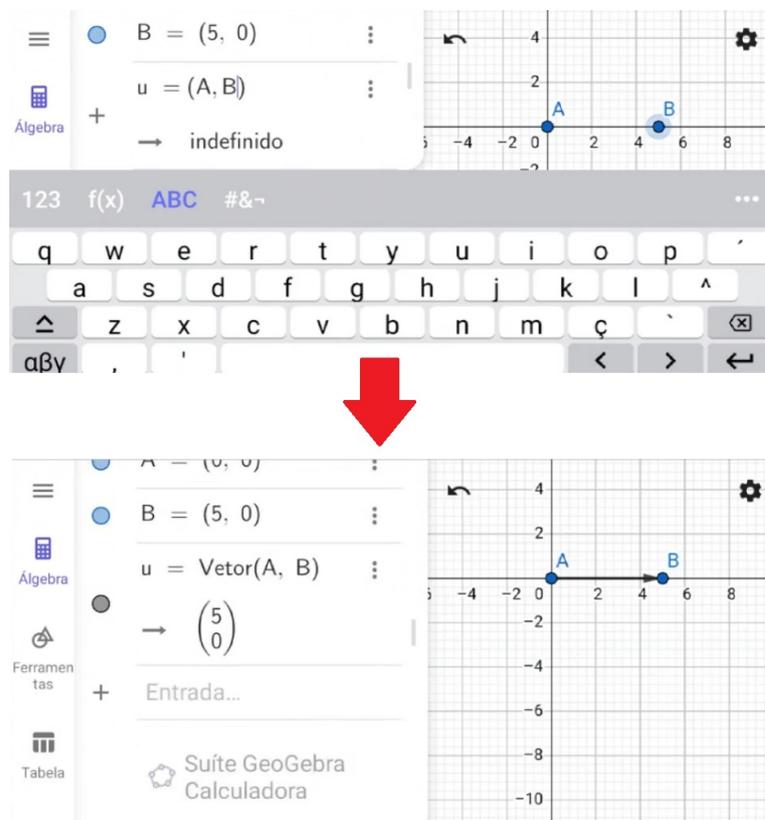
O mediador da pesquisa prosseguiu a fazer os recortes de controle deslizante, e combinação linear. Em seguida a segunda situação da Orquestração Instrumental *Online* foi apresentada. Como essa foi elaborada a ser colaborativa, o curador pediu que os participantes definissem

o seu papel: Hermes ficou responsável por compartilhar a tela e abrir o GeoGebra, enquanto Rengoku o auxiliou nas ações para resolução do problema apresentado.

Ao iniciarem as discussões, cada participante visualizou um caminho para construção dos vetores u, v, w . Enquanto Hermes considerou calcular as combinações lineares de maneira algébrica, Rengoku pensou em usar as informações da figura 11. Depois de tentarem pela primeira estratégia, Rengoku comentou: "Para construir isso é só reproduzir os pontos A, B , e C e ligar os vetores, não é professor?" Hermes concordou que essa estratégia faria a construção manter a proporção.

Depois de construir os pontos A, B e C , Rengoku sugeriu a utilização da ferramenta vetor, no entanto, seu colega sugere representar u usando a janela de álgebra, com o comando $u = (A, B)$. Ao fazê-lo, o GeoGebra não compreende essa entrada, e ele afirma que "na minha mente de programador faria sentido o comando funcionar, se eu acrescentar $u = \text{Vetor}(A, B)$ ". A figura 17 mostra que essa segunda estratégia, que não foi ensinada pelo curador, fez com que o vetor fosse representado.

Figura 17 – Recorte 1 OI2

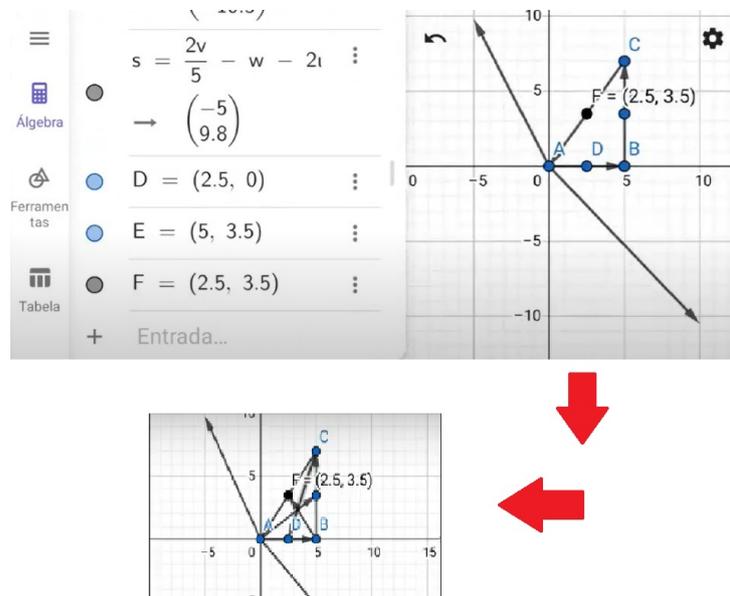


Fonte: arquivo do autor

Ao verificar a validade desse protocolo, os participantes criaram os vetores v e w . Para responder a alternativa **a**, Rengoku externou que seria mais prático utilizar a janela de álgebra, pois o próprio aplicativo iria plotar o vetor, sem a necessidade de "fazer as contas". No entanto, ambos estudantes não sabiam se o aplicativo entenderia os comandos utilizados ($r = 2u - \frac{3v}{2}$ e $s = \frac{2v}{5} - w - 2u$). Por essa razão, ficaram surpresos que essa estratégia funcionou.

Para resolver a letra **b**, ao se pedir os pontos médios, Hermes já falou imediatamente "o ponto D está em 2.5, o ponto E está em 3.5 e o ponto F vemos depois". Ou seja, a sua regra de ação foi através de cálculos mentais, identificar as coordenadas x e y dos pontos D e E (que foram os mais intuitivos). Após algumas tentativas para encontrar o terceiro ponto, visto que, o vetor w está em uma posição mais difícil para essa identificação visual, o curador perguntou se o GeoGebra possui a ferramenta de ponto médio, com o intuito que os estudantes lembrassem do recorte inicial feito antes da situação ser apresentada. Após a identificação da ferramenta de ponto médio a alternativa foi solucionada, com a criação dos vetores combinação linear $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB}$ e $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}$. A imagem 18 mostra um recorte da solução dessa alternativa.

Figura 18 – Recorte 2 OI2



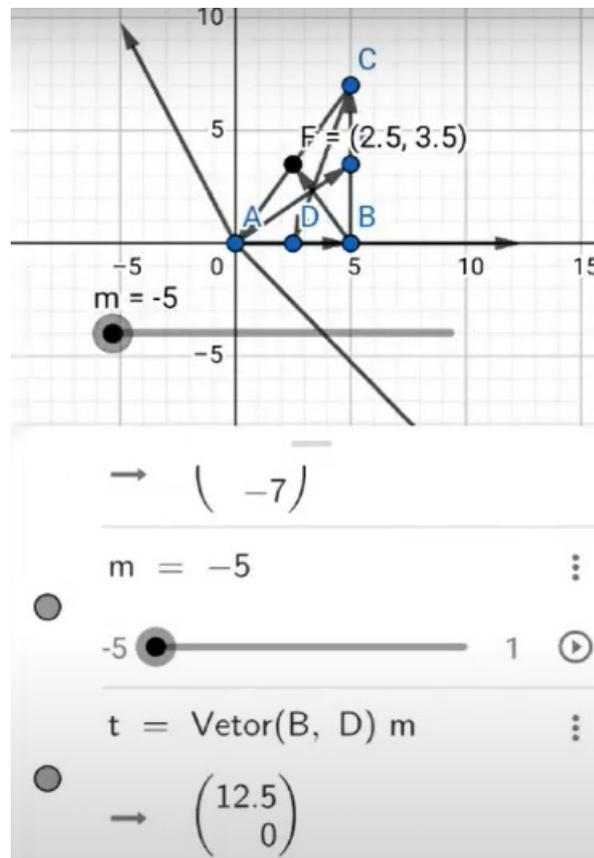
Fonte: arquivo do autor

Inicialmente, na alternativa **c**, Hermes enxergou m , da combinação linear $\vec{t} = m \cdot \overrightarrow{BD}$, como um segmento aberto em 0, pois a questão afirmava que $-5 \leq m \leq 1$ e $m \neq 0$. No entanto, após direcionamento do mediador à própria situação, apontando que o enunciado

afirma que m é um número, essa dúvida se esclarece. Rengoku afirma que "é necessário o uso do controle deslizante igual viram antes", se referindo a abordagem inicial com o GeoGebra que o curador realizou.

Com essa iniciativa, rapidamente o vetor t pedido na questão foi criado (figura 19), utilizando um controle deslizante criado com mínimo -5 e máximo 1 e com $\vec{t} = m \cdot \overrightarrow{BD}$ na janela de álgebra. Alguns questionamentos surgiram: "Como eu proíbo que m seja zero? E por que quando eu diminuo o valor de m , o vetor \vec{t} cresce? (Hermes)". Com essas discussões Rengoku afirma que *por construção, quando $m = -5$ e quando $m = 1$ a direção e sentido do novo vetor $(\vec{u} + \vec{t})$ se alteram, ora são iguais, ora são diferentes, alterando o resultado dessas somas.*

Figura 19 – Recorte 3 OI2



Fonte: arquivo do autor

Ver resumo desses protocolos na tabela 7.

Tabela 7 – Resumo protocolo de resolução da OI 2 de Rengoku e Hermes

Código	Descrição do protocolo
AOI2A	Definição do papel que cada um desempenhou
HOI2B	Hermes considera calcular as combinações lineares de maneira algébrica
ROI2C	Rengoku conjectura usar as informações da figura 11 como ponto de partida
AOI2D	Decidem seguir a ideia de reproduzir os elementos da figura 11
AOI2E	Construção dos pontos A, B e C
HOI2F	Uso do comando " $u = \text{Vetor}(A, B)$ " na janela de álgebra
HOI2G	Criação dos vetores " $v = \text{Vetor}(B, C)$ " e " $w = \text{Vetor}(C, A)$ "
AOI2H	Utilização dos comandos $r = 2u - \frac{3v}{2}$ e $s = \frac{2v}{5} - w - 2u$ na janela de álgebra
HOI2I	Identificação dos pontos médios D e E por cálculo mental
AOI2J	Uso da ferramenta "Ponto Médio" para encontrar o ponto médio F
AOI2K	Construção dos vetores $\overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BF}$ e \overrightarrow{CD}
ROI2L	Ideia de utilizar o controle deslizante para resolução da alternativa C
AOI2M	Criação de m como controle deslizante, com $-5 \leq m \leq 1$
AOI2N	Construção de $\vec{t} = m \cdot \overrightarrow{BD}$ na janela de álgebra
AOI2O	Discussão sobre a alteração do vetor $(\vec{u} + \vec{t})$, ao modificarmos m

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

6.2 PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI ONLINE II

Com a natureza sendo coletiva, percebe-se com isso que a interação auxilia na compreensão e agilidade na realização dos processos, fazendo com que a atividade realmente seja finalizada com os mesmos 40 minutos descritos na tabela 3. No início de cada problema, cada um apresenta o seu ponto de vista para solucioná-lo, mas entram em comum acordo após argumentações (apresentado nos protocolos que os estudantes atuam em parceria AOI2D, AOI2E, AOI2O, ...).

Identificamos que o conhecimento de combinação de vetores se encontra inicialmente fragmentado, mas a colaboração e a mediação do curador permitem a realização da situação completa. O processo de instrumentação também ocorre durante toda a orquestração, e percebemos como a evolução dos esquemas permite que haja atribuição de funções ao artefato GeoGebra, dando origem às novas formas de utilização do artefato, ou seja, criando instrumentos. Por exemplo, quando Hermes usa um esquema de utilização de programação (HOI2F) e a partir daquele momento, todas os vetores que os participantes criam, seguem utilizando

esse instrumento.

A seguir estruturamos uma descrição analítica mais geral dos esquemas de utilização:

1. **Intencionalidade:** nessa orquestração, o objetivo de ambos estudantes foram os mesmos, no entanto percebemos que os caminhos dos dois estudantes ora convergiam, ora divergiam (apresentado nos protocolos HOI2B, ROI2C, AOI2D).
2. **Generatividade** as regras de ação foram descritos na tabela 7.
3. **Conceituação:** o conceito em ação foi a combinação linear de vetores; os teoremas em ação (acontecem durante todos os processos de apropriação do conceito, então se segue apenas um recorte da alternativa **C**): Se $m > 0$, então a direção e sentido de \vec{u} e \vec{t} são os mesmos.
Se $m < 0$, então o sentido de \vec{u} e \vec{t} é contrário (apresentado no protocolo AOI2O).
4. **Inferências:** A característica colaborativa da orquestração permitiu que houvesse comunicação entre os esquemas dos dois estudantes. Como por exemplo, o instrumento do sujeito (HOI2F) ao utilizar a criação de vetores com sua experiência em programação; a partir daquele momento, todos os vetores que vieram a ser criados, tanto por Hermes quanto por Rengoku, seguiram essa mesma regra de ação.

Portanto, percebe-se que os dois estudantes modificaram os esquemas iniciais que possuíam (um do outro e individualmente) quando necessário, a fim de resolver a situação.

6.2.1 Descrição de protocolos da OI *Online 3*

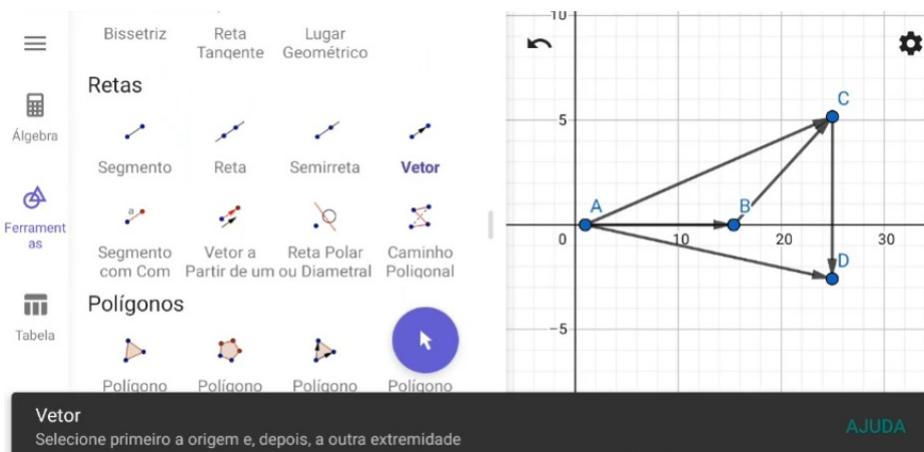
Prosseguiu-se a partir disso, a fazer o terceiro recorte de instrumentalização, com as animações da plataforma bem como o banco de materiais do GeoGebra Online.

Na subseção 5.2.2, a OI *Online 3* foi caracterizada como individual, no entanto, o curador verificou que a primeira orquestração, que também foi individual, ultrapassou o tempo planejado, pois o curador precisou ficar nas duas salas do *Google Meet* simultaneamente, instigando os participantes com perguntas e fazendo as devidas intervenções. Por essa razão, o mediador decidiu mudar a caracterização da OI 3, para colaborativa, como decisão ad hoc para evitar possíveis atrasos.

Portanto, mais uma vez os papéis foram definidos, no entanto houve uma inversão: Rengoku compartilhou a tela, e Hermes o auxiliou em estratégias para resolução da situação. Rengoku inicia criando os três vetores u, v, w arbitrários não colineares, com ajuda de Hermes para entender o que seria vetores não colineares: *"Eles não podem estar na mesma linha"* (Hermes), *"Ah! Possuem direções diferentes"* (Rengoku). Em seguida, o mesmo pergunta: *"Professor, como somar vetores sem usar a janela de álgebra?"*. O curador responde com o questionamento de como ele faria uma soma geométrica de vetores sem ajuda de nenhum software. Os estudantes responderam que *"Pegam a extremidade de um e coloca na origem do outro"* (Rengoku e Hermes).

Logo, reorganizaram u, v, w , pois não eram sucessivos, e começaram a representar $(u + v) + w$. Hermes afirma que precisam *"criar um vetor $(u + v)$ com a origem de u e a extremidade de v "*. Rengoku percebe que para concluir a construção de $(u + v) + w$, basta criar um vetor com a origem na extremidade de $(u + v)$, se estendendo até extremidade de w (Figura 20):

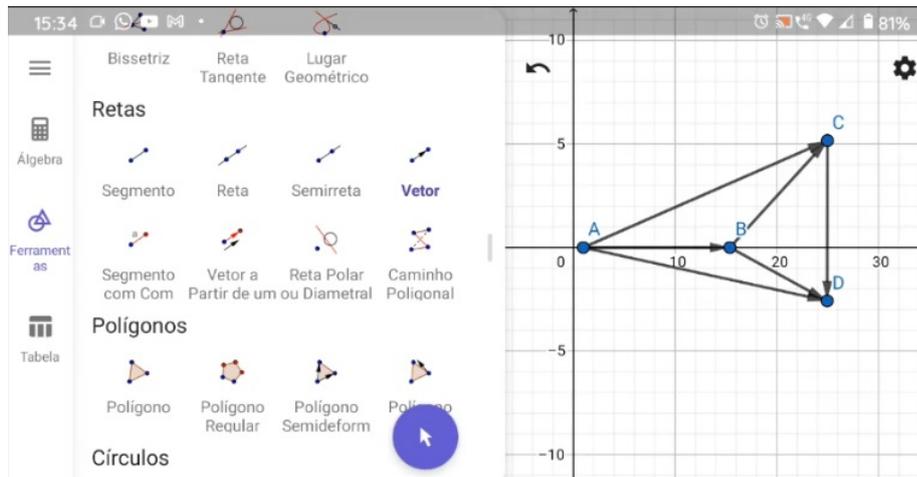
Figura 20 – Recorte 4 OI3



Fonte: arquivo do autor

Posteriormente, ficaram com dúvidas no que fazer. O curador fez a seguinte consideração: *"Vocês precisam garantir que $(u + v) + w = u + (v + w)$ e já possuem a representação da primeira parte da igualdade, o que fazer a seguir?"*. Logo, Rengoku compreendeu e realizou a construção de $(v + w)$ (Figura 21), enxergando imediatamente a veracidade da propriedade de associatividade: *"Quando Rengoku construiu $(v + w)$ a soma $u + (v + w)$ já ficou expressa automaticamente, e percebi que os vetores antes da igualdade e depois são os mesmos"* (Hermes).

Figura 21 – Recorte 5 OI3



Fonte: arquivo do autor

Como as tela do *tablet/smartphone* são pequenas, alguns erros de manipulação do software (criando vetores/pontos aleatórios sem intenção) acontecem, mas os participantes conseguem criar o que é pedido.

Tabela 8 – Resumo protocolo de resolução da OI 3 de Rengoku e Hermes

Código	Descrição do protocolo
COI3A	Mudança da OI3 de Individual para colaborativa
ROI3B	Criação de três vetores u, v, w arbitrários não colineares
COI3C	Mediação por meio de pergunta do curador
AOI3D	Compreensão de como realizar soma geométrica de vetores
ROI3E	Reorganização de u, v, w , de maneira sucessiva
AOI3F	Criação de um vetor soma $(u + v)$
ROI3G	Criação do vetor $(u + v) + w$
COI3H	Mediação do curador para garantir a igualdade
ROI3I	Criação de um vetor soma $v + w$
AOI3J	Garantia da propriedade da associatividade

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

6.3 PERFORMANCE DIDÁTICA DA OI *ONLINE* III

Após a decisão *ad hoc*, essa última orquestração também se configurou como colaborativa (apresentado no protocolo CO13A), pelo bom andamento da segunda orquestração e para evitar que se perdesse muito tempo, como aconteceu na primeira orquestração. Como nessa etapa a conceituação de vetores, combinação linear e instrumentalização com o GeoGebra estavam mais estruturados nos dois estudantes, a situação foi resolvida em menos tempo do que previsto (20 minutos).

Identificamos que a maior dificuldade em solucionar essa situação, foi entender o que o problema queria (mostrar a veracidade da associatividade). No entanto, a colaboração e a mediação do curador (respondendo as dúvidas com perguntas, instigando os participantes), mais uma vez permitem a realização da situação.

A seguir estruturamos uma última descrição analítica dos esquemas de utilização:

1. **Intencionalidade:** o objetivo de ambos estudantes convergiram mais do que nas outras orquestrações.
2. **Generatividade** as regras de ação foram descritos na tabela 8.
3. **Conceituação:** o conceito em ação foi a soma de vetores.
4. **Inferências:** para desenvolvimento da resolução, o aplicativo facilmente calcula a soma de dois vetores pela janela de álgebra. No entanto, ao limitar essa possibilidade, os estudantes conseguiram ao final (pela mediação do curador) verificar que a maneira com que somavam vetores fora do aplicativo (regra do paralelogramo), seria totalmente aplicável no problema.

Logo, houve identificação de esquemas de iguais natureza nos dois estudantes, visto que a ação coletiva frente ao problema, permitiu a resolução da situação.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por intermédio da proposta desse trabalho, constatamos que a nossa motivação, em relação ao processo de reflexão da prática do professor em formação no uso de recursos digitais, especificamente em aulas remotas, pode ser reafirmada. Isto porque vivenciamos uma experiência que revela como favorecer a instrumentação dos sujeitos no uso do geogebra, em dispositivos móveis, para compreender vetores. Em relação as estruturas por trás do conceito de vetores, a pesquisa permitiu, de fato, desenhar e refletir sobre a perspectiva do GeoGebra no tratamento algébrico e geométrico na aprendizagem de vetores, mesmo na formação inicial dos licenciandos que possuíam uma "brecha digital" decorrente do ensino remoto.

Em relação aos alunos, suas ações mudaram com a criação e integração de novos instrumentos. E quanto aos artefatos, à medida que ao final das orquestras, eles portam resquícios do pensamentos dos participantes. A pesquisa se propôs atingir a caracterização do desenvolvimento da gênese instrumental de sujeitos na aprendizagem de vetores com uso do GeoGebra em dispositivos móveis. Acreditamos que foi possível atingir esse objetivo, a medida em que identificamos que esquemas de utilização já eram disponíveis aos estudantes e que foram reutilizados e adaptados no desequilíbrio provocado pelo desafio nas orquestras, e na utilização de componentes do GeoGebra que só foram dominados e usados como instrumento de resolução nas orquestrações.

A descrição dos conhecimentos sobre vetores que os estudantes dominavam antes da realização do experimento e o mapeamento dos esquemas frente as variadas classes de situações, se elucidaram após análise do formulário de intenção, como também na reflexão das performances didáticas.

A pesquisa partiu da hipótese de que mediante apresentação dos licenciandos às diferentes classes de situações, ao refletirem em suas próprias experiências e conhecimentos, novos instrumentos surgiriam para solucionar os problemas elaborados. Tal conjectura se fortaleceu, pelos dados apresentarem que não só essas bagagens anteriores de um individuo auxiliaram na sua própria gênese instrumental, como também influenciou no desenvolvimento da gênese do outro (comunicação entre componentes de esquemas para desenvolvimento de uma parte da situação), no trabalho colaborativo, nos fazendo refletir sobre as relações de influência externa quanto o desenvolvimento instrumental de um sujeito.

7.1 LIMITAÇÕES ENCONTRADAS

O curso para experimentação foi construído na composição de três orquestrações *online* sequenciadas, que foi planejada para ser 1) Individual, 2) Coletiva, 3) Individual. No entanto, pela realização da primeira OI, percebeu-se que o tempo para que o curador mediasse as orquestrações individuais, seria um limitador nesse experimento. Pois, uma mediação *online* bem articulada, para extrair as melhores condições de pesquisa de cada participante, ou necessitaria de um assistente/monitor, ou de um período de experimentação maior.

7.2 PERSPECTIVAS PARA FUTURAS PESQUISAS

Por fim, com o intuito de fazer florescer pesquisas futuras, destacamos alguns questionamentos: Como se configura a passagem da gênese instrumental do licenciando já construída como estudante, para as suas apropriações dos artefatos e novos instrumentos adquiridos na elaboração de sua própria atividade como professor? De que maneira a evolução dos seus próprios esquemas nas atividades individuais e o desenvolvimento de esquemas construídos colaborativamente, influenciam na construção de uma situação que provoque desequilíbrio nos seus alunos?

REFERÊNCIAS

- ABAR, C.; SANTOS, J. d. S. dos. *O GeoGebra como estratégia para ensino remoto: Criando atividades com feedback automático*. PIPRINT-PG, 2020.
- ABAR, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. *A Gênese Instrumental na Interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática*. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, SciELO Brasil, v. 27, p. 349–365, 2013.
- ABRANTES, J. *A ergonomia cognitiva e as inteligências múltiplas*. VIII Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia, 2011.
- BARROS, M.; GITIRANA, V.; PADILHA, A. *Draft do Projeto: Avaliação de impacto do uso de tablets por graduandos para atividades remotas no contexto da Pandemia Covid-19*. In: *Pró-Reitoria para Assuntos Estudantis (Proaes) - UFPE*. [S.l.: s.n.], 2020.
- BEHRENS, M. A. *Complexidade e transdisciplinaridade*. [S.l.]: Editora Appris, 2015.
- BEZERRA L.; SILVA, I. *Geometria Analítica*. 2. ed. Florianópolis : UFSC/EAD/-CED/CFM, 2010. v. 1. Disponível em: <<https://mtmgrad.paginas.ufsc.br/files/2014/04/Geometria-Anal%C3%ADtica.pdf>>. Acesso em: 30 set. 2021.
- BROWN, A. L. *Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings*. *The journal of the learning sciences*, Taylor & Francis, v. 2, n. 2, p. 141–178, 1992.
- COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. *Design experiments in educational research*. *Educational researcher*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 32, n. 1, p. 9–13, 2003.
- DRIJVERS, P.; DOORMAN, M.; BOON, P.; REED, H.; GRAVEMEIJER, K. *The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom*. *Educational Studies in mathematics*, Springer, v. 75, n. 2, p. 213–234, 2010.
- FOLADOR, W. V. d. S. *Vetores no plano*. Dissertação (Mestrado) — UFES, Centro de Ciências Exatas, 2018.
- GARCIA, M. F.; RABELO, D. F.; SILVA, D. da; AMARAL, S. F. do. *Novas competências docentes frente às tecnologias digitais interativas*. *Teoria e Prática da Educação*, v. 14, n. 1, p. 79–87, 2011.
- GARCIA, T. C. M.; MORAIS, I. R. D.; ZAROS, L. G.; RÊGO, M. C. F. D. *Ensino remoto emergencial: proposta de design para organização de aulas*. [S.l.]: SEDIS-UFRN, 2020.
- HODGES, C. B.; MOORE, S.; LOCKEE, B. B.; TRUST, T.; BOND, M. A. *The difference between emergency remote teaching and online learning*. Educause, 2020.
- IGNÁCIO, R. S. *Criação de capítulo de livro didático digital no estágio curricular supervisionado*. Dissertação (Mestrado) — (Programa de Pós-graduação em Educação Matemática) – Coordenadoria de Pós-graduação - Universidade Anhanguera de São Paulo, 2018.
- LEMOS, A. et al. *Inclusão digital: polêmica contemporânea*. Salvador: EDUFBA, p. 19, 2011.

- LUCENA, R. *Metaorquestração instrumental : um modelo para repensar a formação de professores de matemática*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2018.
- MOREIRA, D. A.; QUEIROZ, A. C. S. *Inovação organizacional e tecnologia*. In: *Inovação organizacional e tecnologia*. [S.l.: s.n.], 2007. p. xvi–xvi.
- MUNIZ, M.; GITIRANA, V.; LUCENA, R. *Orquestração instrumental on-line para a aprendizagem de função no contexto de ensino remoto*. In: SBC. *Anais do VI Congresso sobre Tecnologias na Educação*. [S.l.], 2021. p. 81–89.
- PACHECO, J. *Inovar é assumir um compromisso ético com a educação*. Petropolis, RJ: Editora Vozes, 2019.
- PEREIRA, F. V.; LIBRELOTTO, G. R. *Curso de Geogebra para Capacitação de Professores da Rede Publica de Ensino*. *Revista ComInG-Communications and Innovations Gazette*, v. 5, n. 1, p. 56–65, 2021.
- RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies; approche cognitive des instruments contemporains*. [S.l.]: Armand Colin, 1995.
- TROUCHE, L. *Des artefacts aux instruments, une approche pour guider et intégrer les usages des outils de calcul dans l'enseignement des mathématiques*. In: ACADÉMIE DE CLERMONT-FERRAND. *Le calcul sous toutes ses formes*. [S.l.], 2005.
- VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels' Recherches en Didactique des Mathématiques*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1990.
- VERGNAUD, G. *Teoria dos campos conceituais*. *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro.*, INSHEA, p. 1–26, 1993.
- VERGNAUD, G. *A comprehensive theory of representation for Mathematics Education*. *Journal of Mathematical Behavior*, n. 17, p. 167–281, 1998.
- VERGNAUD, G. *Qu'est-ce que la pensée? La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, INSHEA, n. 3, p. 277–299, 2013.
- WEST, M.; VOSLOO, S. *Diretrizes de políticas para a aprendizagem móvel. Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura*. [S.l.]: UNESCO)(R. Brossard, Trad.). Paris: UNESCO, 2013.

APÊNDICE A – FORMULÁRIO DE INTENÇÃO

Formis

Formulário de Intenção: Conhecendo os estudantes ReVID-UFPE CAA

Olá! Meu nome é Tarcis Teles, podem me chamar pelo primeiro nome. Sou curador do projeto ReVID e esse é um formulário com o objetivo de conhecer um pouco sobre você. Tenho certeza que você está sendo um desafio para todos. Por isso eu quero iniciar agradecendo a sua colaboração para esse trabalho. Pretendo fazer uma pesquisa com você, para a construção do meu TCC. Planejei algumas atividades, e tenho certeza que se você participar, além de me ajudar, você também ganhará com isso, experiência e certificação. Novamente agradeço, e é um prazer conhecê-lo/a.

***Obrigatório**

Declaro, por meio deste formulário, que concordo em ser entrevistado(a) e/ou participar na pesquisa de campo referente ao projeto/proposta intitulada(s) APRENDIZAGEM HO DIÁLOGO DEBATE: A implementação de métodos usando a tecnologia desenvolvida(s) por Tarcis Teles, afirmando que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com o finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso do projeto. *

Sim

Não

1. Qual o seu nome? *

Sua resposta

2. Marque em qual período você está? *

1 2 3 4 5 6 7 8 9

3. Você foi contemplado pela ReVID-UFPE com um tablet? E com o chip de dados móveis? *

Sim, com o tablet e com o chip de dados móveis

Sim, apenas o tablet

Não

4. Marque as disciplinas abaixo, quais você já cursou? *

Geometria Analítica

Geometria Plana

Geometria Espacial

Álgebra Linear

Matemática
 Cálculo II
 Álgebra Linear
 Física II ou Física I
 Nenhuma dessas disciplinas

3. De que maneira você viu o conceito de vetores nas suas disciplinas cursadas? *

Sua resposta

4. Como você descreveria em suas palavras, o que é um vetor? *

Sua resposta

7. Você conhece o software/plataforma Geogebra? Se você o conhece, descreva um pouco de como você o utiliza? *

Sua resposta

8. Marque de 0 a 5 como você considera seu conhecimento usando o Geogebra? *

0 1 2 3 4 5

Marque quant falar Conheço muito

9. Você teria interesse de participar de uma oficina com o uso de geogebra para estudar vetores? *

Sim
 Não

10. Qual o meio de comunicação que você acha mais viável para melhor diálogo e resposta de informações? *

Grupo de Whatsapp
 E-mail
 Fórum do Google

Formulário de Intenção: Conhecendo os estudantes ReVID-UFPE CAA

Obrigado pela sua participação. Em breve entraremos em contato.

[Voltar a sua resposta](#)
[Excluir minha resposta](#)

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

APÊNDICE B – CARD DE DIVULGAÇÃO DO CURSO DE EXTENSÃO

CURSO DE EXTENSÃO

Orquestração Instrumental On-line:
Vetores no plano e no espaço com
uso do GeoGebra em *tablets*.

08.11 às 13h / vagas limitadas! / certificação de 4 horas

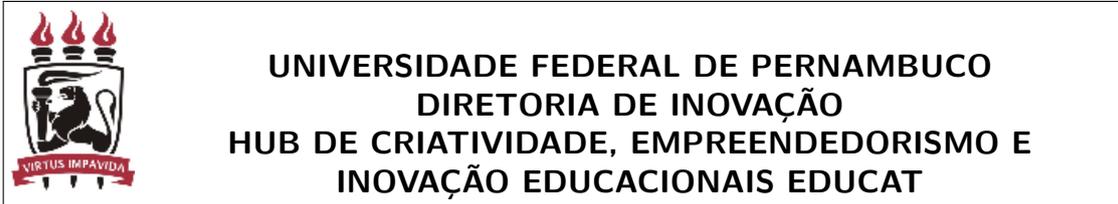
Coordenado por: Profª Drª Verônica Gitirana

TARCIS TELES

REVID UFPE

Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

APÊNDICE C – MODELO DO TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO UTILIZADO



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Dados de Identificação

Título do Projeto: Avaliação de impacto do uso de *tablets* por graduandos para atividades remotas no contexto da Pandemia Covid-19

Pesquisador Responsável: Marcos Alexandre de Melo Barros

Nome do participante: _____

Data de nascimento: _____ R.G. _____

Responsável legal (quando for o caso): _____ R.G. _____

Você está sendo convidado (a) para participar, como voluntário, do projeto de pesquisa “Avaliação de impacto do uso de *tablets* por graduandos para atividades remotas no contexto da Pandemia Covid-19”, de responsabilidade do pesquisador Marcos Alexandre de Melo Barros, do Centro de Educação, da UFPE. Leia cuidadosamente o que segue e me pergunte sobre qualquer dúvida que você tiver. Após ser esclarecido (a) sobre as informações a seguir, no caso aceite fazer parte do estudo, assine ao final deste documento, que consta em duas vias. Uma via pertence a você e a outra ao pesquisador responsável. Em caso de recusa você não sofrerá nenhuma penalidade.

Declaro ter sido esclarecido sobre os seguintes pontos:

1. O trabalho tem uma dupla característica. Por um lado, é um projeto de inovação que busca desenvolver uma metodologia de acompanhamento da apropriação dos estudantes em situação de vulnerabilidade (de condições tecnológica e social) para dar continuidade aos estudos, numa perspectiva do desenvolvimento tanto de sua inclusão digital e de sua gênese instrumental em relação ao artefato digital - o *tablet* e a rede Internet, como de uma rede de

suporte da/na instituição para o ensino remoto, e futuramente, a perspectiva de um ensino híbrido. Por outro lado, o produto de inovação carece de uma investigação que caracterize as condições nas quais se obtém êxito e aquelas em que se localizam os entraves.

2. A minha participação nesta pesquisa consistirá em responder formulários eletrônicos e a entrevistas semi-estruturadas quando solicitado, virtuais ou presenciais (se já for permitido pelas agências sanitárias e o estudante se sentir confortável). Fornecer informações sobre seu desenvolvimento acadêmico durante o período da pesquisa em relação ao uso dos tablets, através de formulários e entrevistas online. Participar de oficinas e formações, caso seja solicitado, virtuais ou presenciais (se já for permitido pelas agências sanitárias e o estudante se sentir confortável).

3. Durante a execução da pesquisa poderão ocorrer riscos do estudante se sentir constrangido ao fornecer informações pessoais ou acadêmicas que serão minimizados com maiores esclarecimentos sobre a preservação de sua identidade durante toda a pesquisa, visto que os estudantes não serão identificados em nenhum momento da pesquisa, sendo tratados por pseudônimos sem nenhuma relação com seus dados pessoais.

4. Ao participar desse trabalho estarei contribuindo para o desenvolvimento da inovação educacional e o conhecimento mais apropriado sobre as condições e necessidades de inclusão digital dos estudantes universitários em situação de vulnerabilidade, proporcionando respostas para promoção de políticas públicas de inclusão digital no estado e no país. A pesquisa contribuirá diretamente com a inclusão digital, gênese instrumental e aprendizagem via dispositivo móvel de um grupo de estudantes com vulnerabilidade tecnológica, assim como, contribuirá à longo prazo com o desenvolvimento de plataformas de acompanhamento, trilhas pedagógicas e conhecimentos sobre o acompanhamento da inclusão digital em termos de cursos online e semipresenciais.

5. A minha participação neste projeto deverá ter a duração de dois anos, enquanto durar a pesquisa, ou até o momento do desligamento do estudante por diversos motivos, como conclusão de curso, desistência, transferência, etc. Nessa pesquisa, comprometo-me a uma dedicação de uma hora semanal de visita à plataforma, resposta de e-mails, auxílio aos meus pares com conhecimento por mim desenvolvido sobre uso das mídias, resposta à questionários semestrais e participação de entrevistas também semestrais.

6. Não terei nenhuma despesa ao participar da pesquisa e poderei deixar de participar ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e não sofrerei qualquer prejuízo.

7. Fui informado e estou ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação, no entanto, caso eu tenha qualquer despesa decorrente da participação na pesquisa, serei ressarcido.

8. Caso ocorra algum dano comprovadamente decorrente de minha participação no estudo, poderei ser compensado conforme determina a Resolução 466/12 do Conselho Nacional de Saúde.

9. Meu nome será mantido em sigilo, assegurando assim a minha privacidade, e se eu desejar terei livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, enfim, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação.

10. Fui informado que os dados coletados serão utilizados, única e exclusivamente, para fins desta pesquisa, e que os resultados poderão ser publicados.

11. Qualquer dúvida, pedimos a gentileza de entrar em contato com o prof. Marcos Alexandre de Melo Barros, pesquisador (a) responsável pela pesquisa, telefone: 81 99957- 4061, e-mail: marcos.ambarros@ufpe.br, com os pesquisadores (nome e contato dos discentes), e/ou com Comitê de Ética em Pesquisa da UFPE, através do email: cephumanos.ufpe@ufpe.br ou telefone: 2126-8588 localizado.

Eu, _____ R.G nº _____
declaro ter sido informado e concordo em participar, como voluntário, do projeto de pesquisa acima descrito.

Recife _____ de _____ de 202 ____.

Assinatura do participante

Nome e assinatura do responsável por obter o consentimento