



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

RUBEN KESSLER FERREIRA DA SILVA

**A PRODUÇÃO CIENTÍFICA ACERCA DO CONCEITO DE FRAÇÃO
NOS ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
MAPEAMENTO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS**

CARUARU
2018

RUBEN KESSLER FERREIRA DA SILVA

**A PRODUÇÃO CIENTÍFICA ACERCA DO CONCEITO DE FRAÇÃO
NOS ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA:
MAPEAMENTO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido à Universidade Federal de
Pernambuco como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do Grau de
Licenciado em Matemática

Área de Concentração: Ensino
(Matemática)

Orientador: Prof^o Dr. José Dilson
Beserra Cavalcanti

CARUARU
2018

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier CRB/4-1242

S586p Silva, Ruben Kessler Ferreira da.
A produção científica acerca do conceito de fração nos encontros nacionais de educação matemática: mapeamento das comunicações científicas. / Ruben Kessler Ferreira da Silva. – 2018.
65f. ; il. : 30 cm.

Orientador: José Dilson Bezerra Cavalcanti.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2018.
Inclui Referências.

1. Produção científica. 2. Frações – Estudo e ensino. 3. Encontro Nacional de Educação Matemática. I. Cavalcanti, José Dilson Bezerra (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.)
UFPE (CAA 2018-191)

RUBEN KESSLER FERREIRA DA SILVA

**A PRODUÇÃO CIENTÍFICA ACERCA DO CONCEITO DE FRAÇÃO NOS
ENCONTROS NACIONAIS DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: MAPEAMENTO
DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido à Universidade Federal de
Pernambuco como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do Grau de
Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 18/07/2018

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. José Dilson Beserra Cavalcanti (Orientador)

Profº. Dr. Marcílio dos Santos Ferreira
Examinador interno

Profº. Ms. Jeremias Batista Santos
Examinador Externo

Dedico este trabalho, em especial, à meu irmão Bruno Ferreira da Silva, que sempre me inspirou a alcançar os meus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Grato...

Em primeiro lugar a Deus, por tudo o que ele é, por ter estado bem presente em minha vida me dando forças para concretizar essa etapa da minha vida.

A minha esposa Lucineide e minhas filhas Risyá e Raquel, por orar por mim, por me compreender e suportar muitas vezes minha ausência e meus estresses.

A minha mãe Miriam e ao meu pai Ernandes, por sempre orarem por mim, pedindo força a Deus.

Aos meus irmãos (a), Fernanda, Carla. Bruno, Elizeu, Jhonatam, Eliezer, Samuel, Sara e Yara, que, mesmo diante das nossas condições difíceis, sempre mim incentivaram a buscar meus objetivos.

Aos amigos de turma e colegas de curso, que sempre estiveram presentes nos momentos de estudo e além dos muros do CAA, os quais tornaram melhores os meus dias na universidade. Em especial, aos meus amigos e amigas, Vicente, Isaak, Andreia, Danilo Jelândia, Matheus, Rita, Roberlândia, Rose, Jerlandia, Jucélia, Trajano, Yascara. Os levarei para sempre em minha vida.

Ao professor Dr. Dilson Cavalcanti, por me acolher enquanto orientando e por todas as discussões e orientações que me ajudaram a realizar este trabalho, além das palavras de incentivo que se fizeram tão importantes.

Enfim, a todos aqueles que torcem pelo meu sucesso e que de alguma maneira contribuíram para a realização desse trabalho.

RESUMO

A finalidade desse estudo foi investigar a Produção Científica acerca do Conceito de Fração nos Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática. Os estudos tomaram como referências a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), a classificação teórica do conceito de fração proposta por Nunes et al (2003), estudos realizados por Cavalcanti (2004), e as orientações dos documentos oficiais, Brasil (1988). Nosso trabalho acadêmico se consistiu em uma pesquisa documental realizada a partir de um mapeamento das Comunicações Científicas nos Anais do ENEM, compreendendo um período de aproximadamente três décadas de publicações. Iniciamos as buscas a partir do II ENEM, realizado no ano de 1988 ao XII ENEM realizado no ano de 2016. Mapeamos um total de oitenta e nove (89) Comunicações Científicas abordando o conceito de Fração. Em uma primeira análise, percebemos que esses trabalhos poderiam ser reorganizados e classificados em categorias temáticas. Dessa maneira, consideramos cinco (05) categorias temáticas: Alunos, Professores, Livros didáticos. Metodologias de ensino-aprendizagem por meio de lúdicos, e Pesquisas bibliográficas. Constatamos, que apesar do número de comunicações científicas serem bem maior na categoria em aluno, notamos que ao longo do tempo com realização de cada ENEM, outras categorias foram adicionadas mudando os rumos e as tendências entre as categorias temáticas.

Palavras- chaves: Produção Científica. Conceito de Fração. Anais dos ENEM's.

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate the Scientific Production about the Concept of Fraction in the Annals of the National Meetings of Mathematical Education. The studies took as reference, Vergnaud's Conceptual Field Theory (1990), The Theoretical Classification, of the Concept of Fraction proposed by Nunes et al (2003), Studies realized by Cavalcanti (2004), and the orientations of the official documents, Brazil (1988). Our academic work consisted of a documentary research carried out from a mapping of Scientific Communications in the ENEM's Annals, comprising a period of approximately three decades of publications, we began the search from II ENEM, realized in the year of 1988, to XII ENEM carried out in the year 2016, We mapped a total of eighty-nine (89) Scientific Communications addressing the concept of Fraction. And this number of scientific production, in a first analysis, we realized that could be reorganized and classified into thematic categories. In this way, we consider five (05) thematic categories: Students, Teachers, Textbooks. Teaching-learning methodologies through play, and bibliographical research. We found that although the number of scientific communications was much higher in the student category, we noticed that over time with each ENEM, other categories were added by changing the directions and trends between the categories.

Keywords: Scientific production. Fraction concept. Annals of the ENEM's.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 01-	Evolução da Produção Científica nos ENEM's	42
Gráfico 02-	Distribuição das Categorias por ENEM's	44

LISTA DE QUADROS

Quadro 01-	Organização dos ENEM's por períodos e localização.	38
-------------------	--	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 01-	Estiradores de corda.	18
Figura 02-	Representação Fracionaria do Egito (3.000 a.C.)	18
Figura 03-	Fração representada por meio de pizza.	27
Figura 04-	Representação fracionaria do chocolate.	28

LSITA DE TABELA

Tabela 01-	Distribuição das Comunicações Científicas por Categorias	41
-------------------	--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CONCEITO DE FRAÇÃO	16
2.1	Frações: Aspectos do seu Desenvolvimento Histórico	17
2.2	O Conceito de Fração	20
2.2.1	Campo conceitual	21
2.2.2	Esquema	22
2.2.3	O conceito de fração na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais	23
2.2.3.1	<i>Conjunto das Situações</i>	23
2.2.3.2	<i>Conjunto dos Invariantes Operatórios</i>	26
2.2.3.3	<i>Conjunto das Representações Simbólicas</i>	27
3	CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FRAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA	29
3.1	O conceito de fração conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais	29
3.2	Considerações sobre o conceito de fração nos Livros Didáticos	31
3.3	Fração na Perspectiva dos Professores	34
3.4	Fração na Perspectiva dos Alunos	36
4	METODOLOGIA: MAPEAMENTO EM PESQUISA EDUCACIONAL	38
4.1	Foco do Mapeamento	39
4.2	Procedimentos Metodológicos	39
5	ANÁLISE E DESCRIÇÃO DOS RESULTADOS	41
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICE	55
	APÊNDICE A – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016- RELACIONADAS À CATEGORIA “ALUNO”	55
	APÊNDICE B – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO “PROFESSOR”	59

APÊNDICE C – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO “LIVROS DIDÁTICOS”	61
APÊNDICE D – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1988 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO “METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM POR MEIO DO LÚDICO”	62
APÊNDICE E – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO “PESQUISAS BIBLIOGRÁFICAS”	63
APÊNDICE F – DISTRIBUIÇÃO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS NOS ANAIS DO ENEM ACERCA DE FRAÇÃO	64

1 INTRODUÇÃO

Apesar da utilização das frações nos remeter às antigas civilizações do mundo, essa temática, atualmente continua sendo explorada sob várias perspectivas, principalmente no campo do ensino e aprendizagem. Enquanto estudante do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) – Campus Acadêmico do Agreste e participante do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), tive a oportunidade de vivenciar momentos de estudos sobre aspectos desse conceito. Foi nesse contexto, estando envolvido em diversas discussões sobre a prática de ensino e metodologias do ensino da Matemática na graduação, que as Frações me despertaram o interesse como objeto de investigação. A partir de então, fiquei interessado em estudar de maneira mais aprofundada essa temática.

Em meus primeiros estudos, fiquei impressionado com a quantidade e diversidade de informações disponíveis sobre o conceito de fração no campo das pesquisas em Educação Matemática e fui construindo a ideia de investigar o conceito de fração na perspectiva dos professores.

Ao iniciar nossos estudos sobre o conceito de fração na perspectiva dos professores, tomei consciência que a produção científica acerca do conceito de fração era bastante ampla e diversificada. Ao mesmo tempo, não encontrei trabalhos que permitisse uma visão panorâmica dessa produção científica. Na época tive contato, através do meu orientador, com trabalhos que abordam a ideia de mapeamento em pesquisa educacional e, assim, decidi por redefinir o meu objeto de pesquisa para o mapeamento da produção científica acerca do conceito de fração.

Nesse sentido, propomos a investigar a Produção Científica a respeito de Fração. Considerando a limitação de tempo e de profundidade de um Trabalho de Conclusão de Curso de uma licenciatura em Matemática, achamos pertinente restringir o domínio da literatura científica a ser tomada como cenário de análise. Assim, optamos por limitar nossa pesquisa às comunicações científicas dos Anais dos Encontro Nacionais de Educação Matemática-ENEM's. Esse tipo de pesquisa tem o levantamento de documentos como base, constituindo-se em uma pesquisa documental.

Os ENEM's são organizados pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). No entanto, a própria SBEM foi institucionalizada a partir das primeiras

edições dos ENEM's e estes eventos são muito relevantes no próprio movimento de consolidação da SBEM. Além disso, esse evento tem como foco tanto a difusão do conhecimento produzido na área pelos pesquisadores como também, de maneira especial, os professores de Matemática da Educação Básica. Foram essas as principais razões que nos levou a optar por analisar a produção científica produzida nesses eventos.

Diante do exposto, para que pudéssemos realizar nossa pesquisa, procuramos identificar o conjunto geral de Comunicação Científica acerca do conceito de fração, em seguida buscamos reconhecer o subconjunto específico de Comunicações Científicas acerca do conceito de fração nas suas diversas áreas de pesquisas, desta forma, de posse do conjunto e subconjunto, verificaremos o quantitativo e o percentual da produção bibliográfica de fração produzida por cada ENEM's.

Nosso trabalho está organizado, além dessa introdução, em cinco (5) capítulos. O Capítulo 2 – aborda as Considerações sobre o Conceito de Fração: no qual abordamos sobre o desenvolvimento histórico das frações, mostrando seu possível surgimento nas diversas culturas da Sociedade.

No Capítulo 3, abordamos sobre: Algumas Considerações sobre o ensino e aprendizagem de fração na educação básica, no qual, trouxemos algumas orientações dos documentos oficiais sobre o ensino de Fração (PCN 1998),

No Capítulo 4 - Apresentamos a Metodologia da nossa pesquisa, que foi realizado por meio um mapeamento das Comunicações Científicas, em que organizamos em apêndice para melhor descrevermos nossa análise.

No Capítulo - 5 a Análise, e por fim, concluiremos nosso trabalho apresentando, as considerações finais.

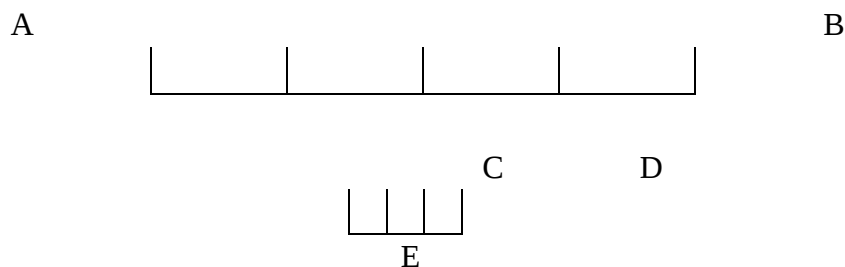
2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CONCEITO DE FRAÇÃO

Na história da Matemática, as frações ocupam lugar bastante privilegiado. Sua historicidade discorre em um contexto das medições, visto que havia impossibilidade de certos problemas serem resolvidos utilizando-se apenas dos números naturais.

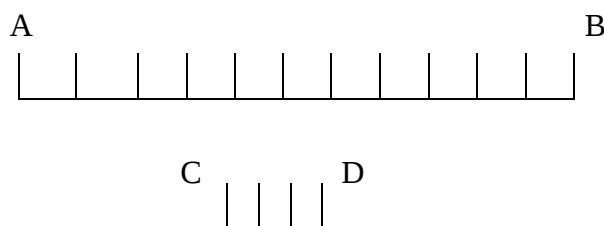
Atualmente, as frações encontram-se em contextos bem mais amplos e diversificados, como nas Ciências, nos conteúdos escolares, no dia-a-dia das pessoas. Os estudos sobre as frações mostram que elas estão compreendidas dentro do campo dos racionais, no qual faz parte da extensão dos números inteiros. Nesse sentido, abordaremos algumas considerações sobre a construção do número racional.

Segundo Caraça (1989 apud CAVALCANTI, 2004), as frações fazem parte do campo dos racionais, e a construção do campo numérico racional ocorre mediante a extensão dos números inteiros. Como já mencionamos, os números racionais surgiram no contexto das medições. Isso se deu diante da necessidade de medir comparando quantas vezes uma unidade cabia dentro da distância que estava sendo medida. Considerando que os números naturais eram o conhecimento matemático disponível nesse tipo de situação, um impasse viria a surgir nos casos nos quais a unidade de medida não coubesse um número exato de vezes na distância que estava sendo aferida. Dois exemplos de comparação entre dois segmentos de retas são apresentados pelo autor.

Exemplo 1.



Exemplo 2.



No exemplo 1, o segmento AB, medido com unidade $CD = u$, mede 4. Dividindo a unidade CD em três partes iguais e tomando para a nova unidade $u' = CE$, temos que $AB = 12$ (subdivisão da unidade).

No exemplo 2, A medida de AB tendo como referência a nova unidade será 11. Se a medição de AB for realizada adotando-se a antiga medida CD, essa medição será expressa pela razão dos números 11 e 3. Como se percebe, 11 não é divisível por 3, conseqüentemente essa razão não pode existir no campo dos Números Inteiros.

Para que se possam sempre expressar medidas por números, faz-se necessário admitir a insuficiência do conjunto dos números inteiros. Dessa forma, explica-se a necessidade de conceber um novo campo numérico para resolver impossibilidades como a demonstrada acima. Diante do exposto, o próximo tópico faz referência aos aspectos históricos do desenvolvimento sobre as frações.

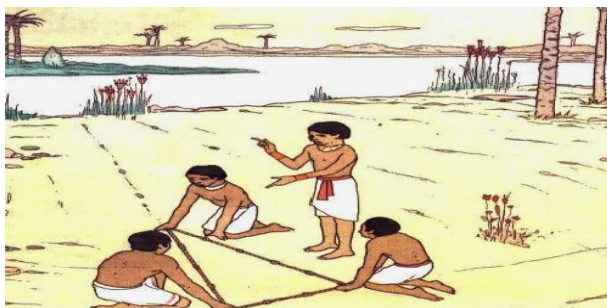
2.1 Frações: Aspectos do seu Desenvolvimento Histórico

Segundo Boyer (1974 apud BRANDÃO 2016), os homens da Idade da Pedra não utilizavam frações, valiam-se apenas do uso dos números naturais. Entretanto, na Idade do Bronze, começou a surgir a necessidade do conceito de fração e notação de frações. Descreveremos de forma breve alguns aspectos históricos do desenvolvimento das frações apresentadas por pesquisadores.

Conforme Guelli (1998 apud CAVALCANTI, 2004) o surgimento das Frações remonta as Antigas civilizações do Egito a (3.000 a.C.), no qual, veio a existir a partir de suas necessidades práticas. A civilização egípcia desenvolveu-se às margens do Rio Nilo, região onde as terras eram muito férteis e, portanto, de grande interesse para a vida de seus habitantes. Nessa época, sob o regime do faraó Sesóstris era realizado repartição e marcações de terras nas margens do rio Nilo para que os povos cultivassem e plantassem. Mas com o período de inundação, que acontecia de forma periódica nos meses de julho a setembro, as águas do Nilo passavam do limite e inundava muitas terras e, conseqüentemente, removia as marcações, trazendo a necessidade de remarcação do terreno atingido pelas cheias. Para marcar as terras, eles utilizavam a corda estirada com uma unidade de medida marcada na própria corda, aos que realizavam esse ofício os chamavam de estiradores de corda. Esse processo consistia em verificar, quantas vezes a unidade estava contida nos lados do terreno. No entanto, dependendo dos lados dos terrenos nem sempre as medidas davam número inteiro de vezes. Com isso surgiu a necessidade de criar uma nova maneira de quantificar a medição,

utilizando números que não estariam no domínio dos inteiros. É nesse contexto que surge às primeiras ideias sobre “fração”, configurando um cenário de respostas a questões surgidas de procedências referentes a afazeres humanos de resolver problemas onde a quantificação e medição não eram possíveis com os números naturais.

Figura 1- Estiradores de corda.



Fonte: Blog Prof.^a Teresa Benítez

Segundo Brasil (1998 *apud* CAVALCANTI, 2004) as frações, que o povo do Egito utilizava serviam para operar com seus sistemas de pesos e medidas. Os Egípcios utilizavam as Frações com representação do tipo unitária (cujo numerador é 1). Havia poucas exceções, que fugiam a essa regra, como por exemplo, o caso das frações: $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$, que auxiliavam nos processos aritméticos. Outras formas de fração eram escritas como soma de frações unitárias.

Além disso, de acordo com Cajori (2007), o papiro de Ahmes contém informações interessantes sobre como os Egípcios trabalhavam com as frações. Seus métodos de operação eram, obviamente, bem diferentes dos nossos, mudanças simultâneas no numerador e no denominador eram evitadas, as frações permaneciam com o numerador constante igual a um, e eles a escreviam colocando um sinal oval alongado sobre o denominador. A figura 2, abaixo, ilustra a representação fracionária utilizada nesse contexto histórico.

Figura 2 - Representação Fracionaria do Egito (3.000 a.C.)

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$

(Fonte: Blog Prof. Inês Reynaud)

Outros povos também tinham suas formas de representar os números fracionários. De acordo com Cavalcanti (2004, p. 17), “Os Babilônios também utilizavam as frações e foram os primeiros que atribuíram uma notação racional a elas”. Para Cajori (2007), esta civilização nasceu no vale fértil do Tigre e do Eufrates e foi berço do desenvolvimento da arte da escrita (“cuneiforme”). Em razão das exigências do comércio, determinaram o desenvolvimento de uma classe de escribas que recebiam um treinamento formal em escrita (em akadiano e no antigo sumeriano), criando então um sistema altamente racional para denotar números que permitia-lhes fazer cálculos com números escritos, o que outras culturas não conseguiam. Ao se tratar de frações, os babilônicos manipulavam as frações mantendo o denominador sexagesimal (60) constante. Assim, conseguiram facilmente representar os números fracionários usando as posições 60^{-1} , 60^{-2} , 60^{-3} , ..., e assim sucessivamente.

Os Romanos também faziam o mesmo, mas no caso deles, o valor do denominador era 12. De acordo com Contador (2012 apud CELESTINO, 2017) os romanos davam a cada fração um nome especial e geralmente mantinham o número 12 como denominador constante.

Os Gregos, por outro lado, mantinham o numerador constante, e trabalhavam com denominadores variáveis. Segundo Boyer (2012 apud CELESTINO, 2017), os gregos também usaram frações comuns e frações sexagesimais. A Grécia conheceu os sistemas egípcio e babilônio, e os astrônomos gregos passaram a utilizar as frações sexagesimais em suas medidas, por isso dos graus, minutos e segundos para medida de ângulos. Além disso, os gregos utilizavam em problemas econômicos e comerciais, envolvendo divisão de terras e taxas, as formas de representar as frações passou por várias modificações a princípio com o numerador colocado abaixo do denominador, depois com as posições trocadas (e sem a barra separando os dois).

Temos ainda a civilização chinesa, que também utilizavam as frações. Segundo Boyer (1974 apud CAVALCANTI, 2004, p. 16) “os chineses, movidos pela ideia decimal em pesos e medidas, foram os que primeiro deram início à ideia de decimalização das frações”. As formas como eles a representavam eram bastante semelhantes à nossa.

Os Hindus, uma das civilizações mais antigas do mundo, hoje ocupada pela Índia, também tinha seu modelo de representar as frações. De acordo com Ifrah (2010 apud CELESTINO, 2017), foram os hindus que deram os primeiros passos para a nossa

notação atual de frações decimais, por volta do século V d.C. várias modificações foram feitas, os símbolos passaram por adaptações no decorrer do tempo. Segundo Lima e Brito (2001 apud CAVALCANTI 2004, p. 18)

A forma em que é representada atualmente data do século XVI, sendo implantada pelos hindus com o uso da barra inclina (ex: $7/15$). Posteriormente, foram aperfeiçoadas pelos árabes que inseriram o uso da barra horizontal (ex: $\frac{7}{15}$).

Portanto, após relatar alguns aspectos do desenvolvimento histórico sobre as frações, constatamos, que os egípcios foram provavelmente os primeiros a inserir a ideia de fração em seu sistema de numeração. No entanto, outras civilizações também tinham conhecimento a respeito desse conceito matemático. De fato, conforme Contador (2012 apud CELESTINO 2017), além dos egípcios, babilônios, gregos, hindus e chineses também conheciam e utilizavam as frações.

Em um contexto geral, notamos que as frações surgem frente as diversas situações que não eram possíveis de solucionar utilizando-se apenas dos métodos e números já conhecidos.

2.2 O Conceito de Fração

No dia a dia, ao realizamos tarefas comuns, como repartir, dividir, comparar partes, podemos mobilizar conhecimentos que nos levem a uma ideia de fração. Na escola, é comum nos depararmos com fração como sendo um conteúdo escolar. O que estamos querendo dizer é que as frações podem surgir em diferentes contextos (escolar, extraescolar) com formas e formalizações diferentes. No entanto, essas formas e formalizações necessitam respeitar certos aspectos de natureza epistemológica. Por essa razão, optamos por considerar as frações como um conceito, assumindo, a necessidade de abordar as frações de maneira mais formal. Assim, buscamos apresentar uma delimitação conceitual das frações. Para isso, utilizaremos como referencial para conceituar as frações, a ideia de conceito desenvolvida por Gerard Vergnaud em sua Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990).

A Teoria dos Campos Conceituais, Segundo Vergnaud (1990, p. 133 apud SANTOS 2005, p. 29) “é uma teoria cognitivista, que busca analisar o desenvolvimento de aprendizagem das competências complexas dos estudantes”. A mesma está estruturada em alguns aspectos importantes como: campo conceitual, conceito, situações, esquemas, invariantes operatórios, e representações. Esses itens estão de certa

forma interligados entre si, e contribuindo para o processo de desenvolvimento e formalização da noção de conceito.

2.2.1 Campo conceitual

O campo conceitual Para Vergnaud (1990 apud CAVALCANTI, 2004, p. 29) “é conjunto de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão”. Vergnaud (ibid.) considera que um conjunto de situações é necessário para construção de um dado conceito, e que esse conceito não pode ser compreendido de forma isolada. Ou seja, é preciso compreender, que uma situação não se analisa com um só conceito, e um conceito não se forma dentro de um só tipo de situações.

O conjunto de situações requer, que para o seu pleno domínio haja uma variedade de conceitos distintos que devem estar provavelmente interligados entre si com outros conceitos, esse conjunto de situações, de acordo com Vergnaud (1993 apud ARAÚJO e SANTOS 2016, p. 3)

Cada situação vivenciada pelo indivíduo, por mais simples que seja, envolve vários conceitos, diante disso, é difícil e sem sentido, estudar os conceitos separadamente, uma vez que um conceito nunca assume significado em uma única situação e essa situação não pode ser analisada através desse único conceito.

No estudo sobre fração, se faz necessário descrever seu campo conceitual. As frações estão inseridas em um campo conceitual mais amplo denominado de Números Racionais. De acordo com Kieren (1988 apud CAVALCANTI 2004, p. 31) nos “ Números Racionais, estão inclusos diferentes subsconstrutos, tais como: comparação, fração decimal, equivalência, par ordenado, razão, divisão (quociente), operador e medida”.

Portanto, o campo conceitual da Fração consiste de todas as situações cujo domínio requer, comparação, fração decimal, equivalência, par ordenado, razão, divisão (quociente), operador e medida. Cada subsconstruto incluso nos números Racionais representam um contexto de várias situações.

2.2.2 Esquema

De acordo com Vergnaud (1990 apud MOREIRA 2002) é a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória.

Vários autores ao citarem Vergnaud descrevem a definição de esquema, de maneira que venham a contribuir para melhor compreensão da teoria. Assim, outra definição de esquema segundo Vergnaud (1990 apud ARAÚJO; SANTOS 2016, p. 4) “são competências necessárias que o indivíduo dispõe para o tratamento imediato da situação em uma determinada fase de seu desenvolvimento e sob certa circunstância”

A partir daí dois tipos de situações darão suporte ao conceito de esquema. O primeiro tipo diz respeito às situações nas quais o indivíduo dispõe das competências necessárias para o desenvolvimento imediato da situação. O segundo tipo concerne às situações nas quais o indivíduo não dispõe dessas competências necessárias, onde é preciso um tempo de exploração e reflexão sobre a situação. A primeira situação o indivíduo já possui o esquema necessário para solução do problema, e na segunda, é necessário o teste de vários esquemas, até encontrar ou não, o esquema apropriado. Vejamos um exemplo relacionado a esquema, no qual, a organização feita pelo indivíduo que tem como objetivo principal a resolução de uma dada situação.

Artur tem 12 bombons e quer dividir igualmente entre 4 amigos. Quantos bombons cada amigo vai ganhar? Diante dessa situação o indivíduo pode iniciar a distribuição dando um bombom para cada amigo até que se esgotem os 12 bombons (esquema de distribuição um-para-um), ou poder distribuir direto 3 bombons para cada amigo (esquema de um-para-muitos). A partir desta exemplificação, podemos compreender que para um mesmo problema ou situação, os indivíduos podem utilizar diferentes esquemas. Vergnaud (1990, citado por ARAÚJO, SANTOS, 2016, p. 4)

Ainda podemos compreender, que o estudante usa o conhecimento desenvolvido em experiências de situações anteriores e tenta adaptá-lo à nova situação, ou seja a aquisição de conhecimento se dá por meio de situação-problema já conhecidas e esse conhecimento, pode ser explícito – expresso de forma simbólica, linguagem natural, esquemas, diagramas, sentenças formais, ou implícito, usados dentro da ação, na qual o sujeito escolhe as operações adequadas frente a uma determinada situação sem, contudo, conseguir expressar as razões de suas escolhas.

2.2.3 O conceito de fração na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais

Conforme a Teoria dos Campos Conceituais, um conceito não se limita em sua definição. Nesse sentido, Vergnaud (1990 apud CAVALCANTI 2004) para que haja a compreensão de um conceito (C) em seu desenvolvimento e funcionamento, faz-se mister considerar um triplete de três conjuntos da terna – **Situação, Invariantes, Representações**. A construção de um conceito, dessa maneira, é possível através da coordenação desses três conjuntos, que simbolicamente pode ser representado como: $C = (S, I, R)$. De acordo Magina (2001, p. 4).

S é um conjunto de situações, que dá significado ao objeto em questão; o *I* é um conjunto de invariantes, que trata das propriedades e procedimentos necessários para definir esse objeto; e o *R* um conjunto de representações simbólicas, (as quais permitem relacionar o significado desse objeto com as suas propriedades).

Trataremos de forma mais detalhada cada um desses conjuntos que constituem a noção de conceito e tentaremos contextualizar o conceito de fração conforme esses conjuntos.

2.2.3.1 Conjunto das Situações

De acordo com Vergnaud (1990 apud CAVALCANTI, 2004), o conjunto das Situações ‘S’, “é o conjunto de todas as situações que contextualizam e dão significado ao conceito” (p. 29). Cabe aqui salientarmos que esse conjunto de situações referido por Vergnaud não se refere as situações didáticas. Para Vergnaud (1990 apud SANTOS 2005, p. 31) “as situações têm a ver com o contexto, no qual o problema (ou tarefa) encontra-se inserido, de forma a contribuir, para que o conceito presente nessa situação ganhe significados”. Nessa perspectiva, o sujeito frente uma nova situação mobilizará o conhecimento desenvolvido em suas experiências anteriores e tentará adaptá-los à nova situação.

Como dito antes, as situações é que dão significado ao conceito. Em nosso caso, considerando o ensino de fração, deve-se contemplar as diferentes situações em que possam ser explorados seus diferentes significados que dão sentido ao conceito de fração. Nessa perspectiva, Santos (2005, p. 55) aponta que “A construção do conceito de fração, deveria Levar em conta os diferentes significados nos diferentes contextos

que fração pode assumir: número, parte-todo, medida, quociente, e operador multiplicativo.”

Para isso, tomamos como base estudos realizados Nunes et al (2003) a qual, classifica os diferentes significados de Fração: Número, Parte -todo, Medida, Quociente e operador multiplicativo, explorando assim, diversas situações, que se aproximam da Teoria dos Campos Conceituais desenvolvido por Vergnaud (1990)

Temos então a Fração como significado de Número: A ideia envolvida nesse significado é o da notação a/b , expressando um número na reta numérica, ou ainda sua representação na notação decimal. Assim como os números inteiros, são números que precisam necessariamente referir-se a quantidades específicas, existem duas formas de representação fracionária, a ordinária e a decimal. Vejamos o seguinte Exemplo proposto por Nunes et al (2003 apud MERLINI 2005, p. 27):

Representa na reta numérica a fração $\frac{2}{3}$. O sujeito frente a esse problema (situação) deverá reconhecer, a princípio, a fração $2/3$ como um número (significado) e não uma superposição de dois números naturais. Deverá ainda, perceber que todo número tem um ponto correspondente na reta numérica e que sua localização depende do princípio de ordenação (invariante), isto é, $2/3$ é um número compreendido entre 0 e 1. Mesmo considerando esse intervalo, há a necessidade que o sujeito compreenda que a direita e a esquerda de $2/3$ existem infinitos números. Deverá ainda admitir que existem duas formas de representação, a ordinária e a decimal.

A Fração com o significado Parte-Todo: A ideia presente neste significado é a partição de um dado objeto em n partes, isto é, um todo dividido em partes iguais e que cada parte poderá ser representada como $1/n$, e que o procedimento da dupla contagem dá conta de se chegar a uma resposta correta. Vejamos o seguinte Exemplo proposto por Nunes et al (2003 apud MERLINI 2005, p. 29):

Isabelle ganhou uma barra de chocolate partiu em 3 partes iguais e deu 2 partes para Maurício. Que fração a parte de chocolate que Maurício recebeu? sujeito frente a essa situação deverá identificar que o todo foi dividido em três partes iguais, portanto trata-se de uma comparação (significado); bem como deve identificar que o número total de partes se refere ao denominador e que as partes pintadas do chocolate correspondem ao numerador.

A Fração com o significado Quociente: Esse significado está presente em situações associadas a ideia de partição, o quociente representa o tamanho de cada

grupo quando se conhece o número de grupos a ser formado. Vejamos o seguinte Exemplo proposto por Nunes et al (2003 apud MERLINI 2005, p. 30):

Dividir 2 chocolates para 3 pessoas. Que fração representa o que cada pessoa recebeu de chocolate? Nessa situação-problema, o sujeito deverá perceber que a divisão é uma boa estratégia para resolvê-la, isto é, o quociente (significado) representa a quantidade de chocolate que cada criança irá receber, deverá admitir. Então, que $2:3$ é igual a $2\backslash 3$, bem como aceitar o número como uma resposta bem adaptada a tal situação, ao invés de $2:3 = 0.6666\dots$ ”

A Fração com o significado Medida: Está presente nesse significado a ideia de dividirmos uma unidade em partes iguais (subunidades), e verificarmos quantas dessas partes caberão naquele que se quer medir. Vejamos o seguinte Exemplo proposto por Nunes et al (2003 apud MERLINI 2005, p. 30):

João terá que passar por uma prova de fogo. Seu amigo colocou dentro de uma caixinha 3 bolinhas, duas azuis e uma branca, e apostou com João: se você tirar uma bola dessa caixa sem ver, e ela for azul, você ganha o jogo. Que fração representa a chance de João ganhar o jogo? Nessa situação, a possibilidade de João ganhar é expressa por uma medida (significado) obtida pelo quociente entre o número de bolinhas azuis e o número total de bolinhas da caixa, ou seja, pela fração $2/3$.

E a Fração com o significado Operador Multiplicativo: Esse significado está associado o papel de transformação, isto é, uma ação que se deve imprimir sobre um número, transformando o seu valor nesse processo. Vejamos o seguinte Exemplo proposto por Nunes et al (2003 apud MERLINI 2005, p. 32):

Na quinta série “A”, há 36 alunos. Numa avaliação de matemática sobre frações, $2/3$ dos alunos obtiveram resultados satisfatórios. Quantos alunos obtiveram bons resultados. Nessa situação o sujeito deve perceber que a fração desempenha o papel de transformação; ao mesmo tempo conduz a ideia de que os números racionais formam um corpo (estrutura algébricas) munido de duas operações: a adição e a multiplicação. Entretanto, assim nessa situação, um contexto natural para a composição de transformações (função, operador-significado), a ideia de inversa (o operador que reconstrói o estado inicial) e a ideia de identidade (o operador que não modifica o estado inicial).

Apresentada a categoria de classificação, proposta por Nunes et al (2003 apud Merlini 2005) entende que: por trás do ensino e aprendizagem de fração, existem uma

diversidade e complexidade de conceito envolvido. Assim entendemos que é, nesse sentido que a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990) contribui de maneira ímpar para a educação, uma vez que ela oferece uma sólida e plausível explicação do desenvolvimento do conceito. Apresentaremos agora o conjunto dos invariantes operatórios que também faz parte da terna para construção do conceito.

2.2.3.2 Conjunto dos Invariantes Operatórios

Os invariantes operatórios correspondem ao segundo conjunto que compõe a terna para construção do conceito. De acordo com Vergnaud (1990 apud CAVALCANTI 2004, p. 29) “Invariantes operatórios entendem-se as diferentes propriedades, inerentes ao conceito e que o definem. Tais invariantes não mudam, e são comuns às situações que lhes dão sentidos, permitindo colocá-las na mesma categoria conceitual”. ainda sobre os invariantes podem ser definidos como

componentes cognitivos essenciais dos esquemas. Eles podem ser implícitos ou explícitos. São implícitos quando estão ligados aos esquemas de ação do aluno. Neste caso, embora o aluno não tenha consciência dos invariantes que está utilizando, esses podem ser reconhecidos em termos de objetos e propriedades (do problema) e relacionamentos e procedimentos feitos pelo aluno. Os invariantes são explícitos quando estão ligados a uma concepção. Nesse caso eles são expressos por palavras e/ou outras representações simbólicas (VERGNAUD, 1988 apud MAGINA et al 2001, p. 13).

No que diz respeito ao conceito de fração, é possível destacar alguns invariantes presentes na organização das ações do sujeito, segundo Nunes e Bryant (1997 apud CAVALCANTI, 2004) temos a *divisões equitativas das partes*, que se refere à condição de que a unidade precisa ser dividida em partes iguais para que cada parte seja apreciada como fração; temos o *Esgotamento do todo*, isto é, na divisão não pode haver resíduos; temos a *relação entre o número de partes e o número de cortes*, Considerando o todo a ser particionado, a quantidade de cortes, para que seja obtido um número determinado de partes se altera; temos a *relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes resultantes da divisão do todo*, isso quer dizer, quanto maior seja o número de partes, menor será o tamanho de cada parte; e temos também *princípio da invariância* (a soma de todas as partes, ou frações construídas, é igual ao

todo inicial), que denota que com a divisão do todo em partes, a unidade referida não é alterada.

Apresentaremos agora o último conjunto que faz parte da terna para construção e desenvolvimento do conceito de fração.

2.2.3.3 Conjunto das Representações Simbólicas

Chegamos então ao terceiro conjunto que compõe a noção de conceito. O conjunto das representações simbólicas diz respeito ao conjunto de significantes. Nesse caso, o conjunto de significantes envolve “todos os signos, ferramentas e materiais que representam o conceito, sua propriedade, os procedimentos de tratamentos e as situações em que o conceito se aplica” (VERGANAUD, 1990 apud ARAÚJO; SANTOS 2005, p. 4)”.

As frações podem ser representadas de diferentes formas, como por exemplo: fracionária $\frac{a}{b}$ sendo $b \in \mathbb{N}$, $b \neq 0$ ($\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{3}{10}, \dots$), pictórica, porcentagem, número decimal. A seguir traremos duas figuras com imagens pictórica, em que podem ser perceptíveis a representação da fracionaria e o invariante operatório envolvido.

Figura 3 - Fração representada por meio de pizza.

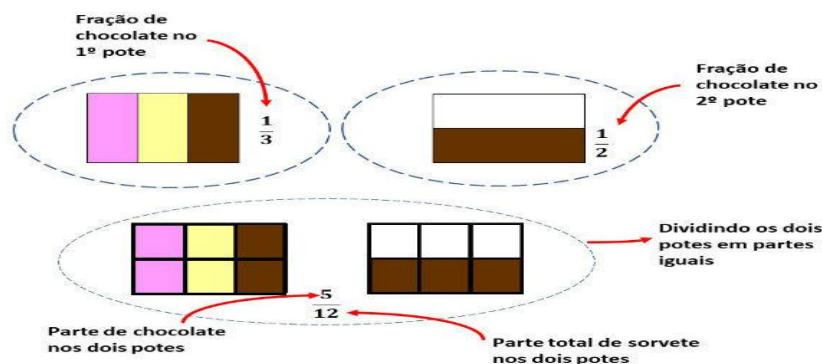


(Fonte: Blog Prof. Fernando Cabral)

Como podemos observar na figura 3, temos um desenho de uma pizza que está sendo representada por meio de uma fração, essa pizza está dividida em oito (8) fatias, das quais três (3) estão pintadas em cor destacada, desta forma, a imagem nos proporciona compreender a representação fracionária, que é indicada por três sobre oito, ou três oitavo: $\frac{3}{8}$, (invariante operatório) em que três (3) representa o numerador e oito (8) o denominador, ou seja, total geral das partes.

Notemos na figura 3, que uma imagem pictórica pode representar uma fração, e nesta representação podemos encontrar o invariante operatório, que nesse caso específico indica *as divisões equitativas das partes* indicado por: $\frac{3}{8}$, observe ainda, que esta imagem podem nos trazer uma situação problema, em que pode ser indicado diferentes significados de fração.

Figura 4 - Representação fracionaria do chocolate.



(Fonte: Blog Prof. Fernando Cabral)

Na figura 4, podemos observar três exemplos de representação fracionaria com repartição de barra de chocolate, no primeiro temos a fração: $\frac{1}{3}$, representada pela imagem da fração de chocolate no 1º pote, em que, a barra foi dividida em três partes, em cada parte uma cor diferente, e dessas três (3) cores uma (1) representa a parte do chocolate, indicando assim a representação da fração.

Na próxima imagem temos a fração: $\frac{1}{2}$, que representada a fração de chocolate no 2º pote, em que, podemos observar que a barra foi dividida em duas partes, e dessas duas partes uma (1) destaca a cor do chocolate, tornando perceptível a fração indicada.

Temos ainda a fração: $\frac{5}{12}$, representada pela última imagem da figura 4, em que podemos perceber duas barras, cada barra dividida em seis (6) partes, totalizando doze (12) partes no geral, e dessas doze (12) partes observamos que algumas foram destacadas em cores diferentes, sendo que, as partes que representa o chocolate, torne-se perceptível, indicando a fração representada.

Desta forma, podemos entender segundo Moreira (2002) que esse conjunto de representações além das imagens pictóricas das frações podem ser simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar os invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FRAÇÃO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O objetivo de nossa pesquisa é investigar a produção bibliográfica acerca do conceito de fração nos Encontros Nacionais de Educação Matemática. Nessa perspectiva, consideramos interessante, conhecer *a priori* quais as recomendações indicadas pelos PCN concernente ao conceito de frações e seus diferentes significados, bem como descrever os métodos de ensino e aprendizagem dos números racionais e as frações. Entendemos que orientações dos documentos oficiais brasileiros são princípios cuja finalidade é nortear as práticas pedagógicas no âmbito escolar, posto que são eles que regem o currículo da escola e as ações dos professores ao organizarem o ensino.

3.1 O conceito de fração conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), o ensino dos números fracionários e racionais sejam abordados em sala de aula a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental (3ª e 4ª série), deve-se levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos que passaram pelo primeiro ciclo (1ª e 2ª série) possam ser ampliados, fazendo-os os alunos “perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas (BRASIL, 1997, p. 67)”.

Sendo assim os (PCN 1997) estabelecem objetivos para o segundo ciclo de matemática quais são:

- Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades. (BRASIL, 1997, p. 55)
- Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social. (BRASIL, 1997, p. 55)

Os PCN (BRASIL, 1997) descrevem os Conteúdos Conceituais e Procedimentais de Matemática para o segundo ciclo enfatizando a competência de o professor em expandir novos conhecimentos dos alunos, como: compreender enunciados, terminologias e técnicas convencionais sem, no entanto, deixar de valorizar e estimular suas hipóteses e estratégias pessoais.

No que diz respeito à introdução dos números racionais, esse documento orienta que os alunos devem interagir com situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos naturais. Dessa maneira, abre-se espaço para os números racionais a partir compreensão de alguns dos significados de fração, como por exemplo, quociente, parte-todo, razão. O documento também orienta a propiciar o estudo de situações nas quais as frações assumem o significado de operador multiplicativo. Além disso, o ensino de frações deve promover seu reconhecimento em situações do cotidiano. (BRASIL, 1997).

Trataremos agora de forma resumida algumas orientações específicas que traz os PCN (BRASIL, 1997, p. 59) sobre o ensino de fração.

➤ Fração como relação parte-todo:

Os Parâmetros Curriculares Nacionais realçam o uso relação parte-todo como o mais recorrente entre os docentes como método de ensino de fração em sala de aula.

A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo; é o caso das tradicionais divisões de um chocolate, ou de uma pizza, em partes iguais. A relação parte-todo se apresenta, portanto, quando um todo se divide em partes (equivalentes em quantidade de superfície ou de elementos). A fração indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes. (BRASIL, 1997, p. 67).

Contudo é importante compreendermos que apesar das representações fracionárias assumirem uma mesma notação como por exemplo $\frac{2}{3}$, ela pode estar em situações contextuais diferentes, sendo assim, necessário o domínio do termo quociente. Vejamos o que os (PCN 1997) diz sobre o próximo significado.

➤ Fração como Quociente:

Baseia-se na divisão de um natural por outro ($a : b = a / b$; $b \neq 0$). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. (BRASIL, 1997, p. 67).

Torna-se Clara que temos a mesma representação fracionária nestas duas situações diferentes, no qual dois terços se apresentam, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: $\frac{2}{3}$.

➤ Fração como Razão:

Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas

quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com informações do tipo “2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes” dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes. (BRASIL, 1997, p. 67)

➤ Fração como operador multiplicativo:

Trata-se do significado da fração como operador, ou seja, quando ela desempenha um papel de transformação, algo que atua sobre uma situação e a modifica. Essa ideia está presente, por exemplo, num problema do tipo “que número devo multiplicar por 3 para obter 2”. (BRASIL, 1997, p. 67)

Ainda podemos inferir pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) que o ensino de fração envolvendo probabilidades possa ser abordado no segundo ciclo, no qual traz a seguinte situação:

a possibilidade de sortear uma bola verde de uma caixa em que há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores (2 em 10). Trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1 cm para 100 m); a exploração da porcentagem (40 em cada 100 alunos da escola gostam de futebol)”. (BRASIL, 1997, p. 67)

De acordo com o PCN (BRASIL, 1997), esses diferentes significados de fração quando trabalhados nas escolas não devem ser tratados de forma isolada, mas sistemática em diferentes situação-problemas. esses diferentes significados de fração quando trabalhados nas escolas não devem ser tratados de forma isolada, mas sistemática em diferentes situação-problemas.

3.2 Considerações sobre o conceito de fração nos Livros Didáticos

O Livro Didático (LD) é um recurso importante no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo Araújo e Santos (2016, p. 8), “os livros Didáticos representam a principal, senão a única fonte de trabalho em sala de aula em muitas escolas da rede pública de ensino”. As prerrogativas que os LD trazem são inúmeras, porém cabe salientar que este material não deve ser o único utilizado pelo professor, o mesmo deve ampliar seus recursos para que não haja perda no aprendizado dos alunos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), também descrevem considerações importantes ao se referir a influência e a exclusividade do Livro Didático.

O livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileiro. É preciso que os professores estejam atentos à qualidade, à coerência e a eventuais restrições que apresentem em relação aos objetivos educacionais propostos. Além disso, é importante considerar que o livro didático não deve ser o único material a ser utilizado, pois a variedade de fontes de informação é que contribuirá para o aluno ter uma visão ampla do conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 67).

A Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (2006), por sua vez, ao se referir sobre a função pedagógica e o papel cultural do Livro Didático, entende que “no processo de ensino-aprendizagem em nossas escolas, um fator interveniente que não pode ser esquecido é o livro didático (PERNAMBUCO, 2006, p. 66)”. No entanto, muitos autores de livros se afastam bastante dos princípios teóricos metodológicos que estão em sintonia com os propostos pelo BCC-PE. Assim, cabe ao professor, na escolha e no uso do livro, observar a adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao seu aluno. A Base Curricular Comum (PERNAMBUCO, *ibid.*) orienta que:

o professor deve manter-se atento para que sua autonomia pedagógica não fique comprometida ao permitir que o livro didático ocupe papel dominante no processo de ensino-aprendizagem e não o de recurso auxiliar nesse processo. (PERNAMBUCO, 2006, p. 66).

Como vimos, o Livro Didático sempre é levado em consideração nos documentos curriculares, sendo reconhecido por sua importância, mas também sendo chamado a atenção para o cuidado de não o tomar de maneira exclusiva de modo a interferir na autonomia do professor. Nesse contexto, o livro didático tem sido objeto de pesquisa no campo da Educação Matemática. Na literatura científica sobre frações é possível identificar vários trabalhos (Bezerra 2001, Moutinho 2005, Merlini 2005) que investigam esse conceito no contexto dos livros didáticos. O trabalho de Vergnaud (1990) é bastante utilizado nesses trabalhos para fundamentar de maneira geral a ideia de conceito. Outros trabalhos como Nunes e Bryant (2003), Caraça (1998), Kierem (1998) também são utilizados de maneira específica para fundamentar e discutir o conceito de fração.

Nos estudos realizados por Bezerra (2001) foram analisadas quatro (04) coleções de livros didáticos. A pesquisa teve como fundamento a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990) e os estudos propostos por Caraça (1998), no qual, examinaram a presença das Frações em suas variáveis Contínuas e Discreta nos LD. Foram analisadas as seguintes coleções.

- Viver e aprender matemática. Autora: Iracema Mori, ano 2000.
- Matemática para gostar e aprender. Autora: Elizabeth França, ano 1998.
- Matemática ao vivo. Autor: Luiz Marcio Imenes [et. AL.], ano 1999.
- Matemática no planeta azul. Autoras: Celia Carolino e Maria Nunes, ano 1998

Em síntese, Bezerra (2001, p. 57) afirma que “se as Frações pudessem ser exploradas sob vários modelos, conseqüentemente, as crianças ampliariam seu campo conceitual”.

Tanto a pesquisa realizada por Moutinho (2005), como por Merlini (2005), investigaram os diferentes significados de Frações presentes nos LD, sob o fundamento dos estudos proposto por Vergnaud (1990) e Nunes et al (2003), que classificou os cinco diferentes significados de Fração: Número, Parte-todo Medida, Quociente e operador multiplicativo.

Nas pesquisas realizadas por Moutinho (2005) foram investigadas as seguintes coleções.

- Matemática. Autor: Dante, L. R. ano 2001.
- Convivendo com a Matemática. Sosso. J. ano 2000.
- Praticando matemática. Autor: Andrini, A. e Vasconcelos M.J. ano 2002.
- Matemática na Medida certa. Autores: Jakubovic, J. e Lellis, M. ano 1999

Nas Pesquisas realizadas por Merlini (2005). Foram analisadas as seguintes coleções.

- Matemática e Realidade, os autores são: Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce e Antônio Machado.
- Matemática para todos, os autores são: Luiz Marcio Imenes e Marcelo Lellis.
- Matemática Pensar e Descobrir, os autores são: José Ruy Giovanni e José Ruy Giovanni Jr.

Segundo Merlini (2005, p. 90), “nos livros não houve uma distribuição equitativa aos diversos significados de fração, sendo assim, podemos inferir que se o LD for o principal apoio do professor, não serão explorados seus significados e variáveis”. O mesmo podemos também se percebe nas investigações de Moutinho (2005).

Em síntese constataremos em tais pesquisas que há convergências em suas conclusões, referindo-se tanto à ausência de alguns significados de fração, como no desequilíbrio na distribuição equitativa de atividades para desenvolver tais significados.

3.3 Fração na Perspectiva dos Professores

Várias Pesquisas recentes (CAVALCANTI, 2004, SILVA; PIRES, SÁ, 2010, GARCIA; CARVALHO, 2013, SILVA; SALES, 2016) investigarão os conhecimentos dos professores sobre o conceito de fração. Neste tópico apresentaremos apontamentos de algumas pesquisas sobre os conceitos de Fração na perspectiva dos professores.

O ensino e aprendizagem acerca de Fração é permeado por grandes dificuldades. Um dos grandes desafios do professor, como citado anteriormente, nos documentos oficiais, Brasil (1998), é introduzir o conteúdo de Fração nos (4º e 5º anos), levando os alunos a reconhecer a insuficiência dos números naturais por meio da resolução de situação problema, e mostra assim, a necessidade de uma unidade de medida como proposta para solução. Diante disso, torna-se imprescindível ao professor compartilhador do saber, configurar suas concepções de ensino, que terão total influência e consequências na aprendizagem dos alunos. Segundo Cavalcanti (2004, p. 18)

O que se percebe é que o ensino de frações, na maioria das vezes, é abordado sob a ótica da concepção baldistas. O aluno é passivo e apenas recebe as concepções do professor sobre esse conceito, e em diversas ocasiões, não compreende suas especificidades, acabando por resumir as aulas a apresentações de definições (poucas instruções sobre o conceito), operações (algumas regras para calcular) e problemas desvinculados da realidade, em detrimento de uma abordagem mais profunda do conceito, que demanda um raciocínio mais complexo. Consequentemente, o quadro que se desencadeia é que alguns dos principais aspectos do conceito ficam mal trabalhados, e, portanto, mal compreendidos.

Os estudos realizados por Silva et al (2010) objetivou diagnosticar o ensino de frações na opinião dos docentes. Participaram do estudo 54 professores de Matemática da região metropolitana de Belém no Estado do Pará, que atuavam na 5ª série ou 6º anos. A pesquisa foi realizada por meio de um questionário, no qual após os resultados da análise, apontou dificuldades na metodologia dos professores ao abordarem o conteúdo de Fração, conforme os autores demonstram no comentário a seguir:

É interessante que o professor tente viabilizar uma forma, diferenciada da tradicional, de como abordar o assunto sobre fração, seja por resolução de problemas, seja por meio de jogos, como sugere Nunes e Bryant (1997) ou com uso da tecnologia, como por exemplo a utilização de softwares educativos ou de calculadora, dentre outros meios metodológicos. O importante é tornar a aprendizagem significativa e, consequentemente, formar pessoas mais conscientes de seus saberes e potencialidades (SILVA et al, 2010, p. 10).

Garcia Silva et al (2013) investigaram os conhecimentos dos professores de uma universidade particular da cidade de São Paulo sobre os diferentes significados da divisão com frações. Tal pesquisa foi realizada por meio de um questionário, no qual se solicitou a criação e resolução de situações-problema envolvendo a ideia da divisão de $1\frac{3}{4}$ por $\frac{1}{2}$. Constatou-se que os professores apresentaram dificuldades em resolver e criar contextos para determinada operação matemática sobre Fração.

Para elaboração do questionário, Garcia et al (2013) tomaram como base as ideias de Shulman (1986) e Ball et al (2008) que apresentam as categorias de conhecimentos para o ensino. Desta forma, após a análise dos resultados, as respostas do grupo indicam que todos os sujeitos resolveram o procedimento de cálculo de forma acertada. Todavia, a maioria dos docentes confundiu a divisão por $\frac{1}{2}$ com a divisão por 2, ou a multiplicação por $\frac{1}{2}$.

Outra pesquisa que chamou atenção foi realizada por Silva e Sales (2016), no qual, propôs investigar a prática didática para o ensino de frações com professores do 5º ano, do Municipal de Campo Grande -MS, assim como, investigar quais as orientações para o ensino de frações nos documentos oficiais, os PCN (1997). Em suas considerações finais, os autores apontam que:

verificou-se a existência de um distanciamento entre a orientação para o ensino dos números racionais no PCN e a maneira que a escola trabalha o conceito. Que o professor não tem compreensão da resolução de problemas como estratégia didática na construção de significado das operações envolvendo frações, conforme propõe os parâmetros (SILVA e SALES, 2016, p. 11).

Como vem sendo visto, grande parte das pesquisas descrevem dificuldades sobre fração na perspectiva dos professores. os resultados indicaram que a maioria dos participantes apresentam limitações no conhecimento sobre frações, apontando assim, para a necessidade de atentarmos para a formação inicial de docentes que lecionam na Educação Básica, na área de Matemática.

3.4 Fração na Perspectiva dos Alunos

Em estudos sobre as Fração na perspectiva dos alunos apresentaremos algumas pesquisas que descrevem as dificuldades no processo de aprendizagem desse conteúdo. as dificuldades têm sido relatadas inclusive nos documentos curriculares, como os PCN (BRASIL, 1997), assim como em algumas pesquisas recentes como (VALERA, 2003, CAVALCANTI, 2007, SEVERO, 2008, SANTOS, 2011, LIMA, 2013).

Valera (2003 apud OLIVEIRA 2016) ao analisar o desempenho dos alunos em avaliações do Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar destaca a dificuldade dos alunos em localizar um número racional na forma de fração e na forma decimal na reta numérica. Por exemplo, ao localizar o número $\frac{12}{5}$ entre dois números inteiros, a maioria dos alunos, apontam que ele se localiza entre os números 1 e 2. Além disso, elenca a dificuldade ao transformar um número fracionário em um número decimal. Nesse sentido, os alunos geralmente associam $\frac{3}{8}$ a 3,8.

Cavalcanti (2007) aponta algumas dificuldades no processo de aprendizagem de Fração considerando-as como parte da dinâmica de obstáculos epistemológicos ou didáticos. Para esse autor:

O obstáculo não é a falta de conhecimento, mas pelo contrário, são conhecimentos antigos que resistem à instalação de novas concepções; aparece todas as vezes que uma organização do pensamento preexistente se encontra ameaçada; é uma ideia que impede e bloqueia outras ideias (CAVALCANTI, 2007, p. 2-3).

Desse modo, ao considerar a noção de obstáculo, tem-se que os conhecimentos antigos, legitimamente ensinados e validados em sala de aula em determinado momento, podem surgir como elemento dificultador para construção de novos conhecimentos. Por exemplo, de acordo com os PCN (BRASIL, 1997), as frações, como conteúdo da Educação Básica, devem ser ensinadas em sala de aula a partir do segundo ciclo do Ensino Fundamental (3ª e 4ª série). Assim, é possível que conhecimentos que foram construídos e apreendidos pelos alunos no primeiro ciclo (1ª e 2ª série), em particular aqueles respectivos aos números naturais, podem tornarem-se resistentes à compreensão da multiplicação no contexto dos números racionais e à construção do sentido numérico das frações. Conforme Cavalcanti (2007), isso pode acontecer porque “o conhecimento das propriedades dos números naturais seria um

obstáculo, pois a lógica utilizada nos naturais, não seria condizente com a das frações (p. 4)''.

Cavalcanti (ibid.) ainda apresenta várias dificuldades relatadas no PCN e estudos como os de Silva (1997). Assim, os PCN (BRASIL, 1998) apud Cavalcanti (2007) apontam que há dificuldades na realização de comparações entre frações. Essa dificuldade seria justificada pelo fato dos estudantes estarem acostumados com a relação $3 > 2$ e posteriormente ter que compreender que $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$, uma situação que parece contraditória, considerando a compreensão já estabilizada de que $3 > 2$. Outra dificuldade seria a aceitação da multiplicação de 10 por $\frac{1}{2}$ cujo resultado obtido deve ser 5, isto é, menor que 10, o que contraria a lógica construída com os números naturais de que quando multiplicado um natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é de encontrar um número maior que ambos.

Silva (1997) apud Cavalcanti (2007) relata que os alunos têm dificuldades em aceitar as frações como número. Considerando-se que o número fracionário “surge” da partição de algo que representa um inteiro, aqui se denota a não interpretação da criança de fração como um único número, pois, há uma confusão em que a criança a reconhece como um par de números naturais.

Outras dificuldades são apontadas por Severo (2008) e Lima (2013). Severo (ibid.) destaca que os alunos têm dificuldades em distinguir o numerador e o denominador de uma fração. Lima (2013), por sua vez, pontua que tem dificuldades em compreender que uma fração pode ser representada de infinitas formas, como no caso das frações equivalentes. A partir de agora apresentaremos a metodologia de nossa pesquisa.

4 METODOLOGIA: MAPEAMENTO EM PESQUISA EDUCACIONAL

Neste capítulo, apresentaremos o desenho metodológico de nossa pesquisa, cuja finalidade foi investigar a Produção Científica acerca do conceito de Fração nos Encontros Nacionais de Educação Matemática. Entre as possibilidades metodológicas para investigar um objeto de pesquisa como o nosso, optamos pelo Mapeamento em Pesquisa Educacional (cf. BIEMBENGUT, 2008).

O mapa durante o processo de uma pesquisa pode valer como guia para se chegar a alguma informação ou mesmo a algum conhecimento. É um instrumento que dá sentido em perspectiva ou em escala e permite ao pesquisador compreender os entes e traços dos dados ou ambiente mapeado e fazer comparações ou entender determinadas informações.

Ainda de acordo com Biembengut (2008) o mapa constitui um modelo iconográfico (do grego, ícone= imagem), isto é, uma representação abstrata e simplificada ou aproximada da realidade. Além disso, o mapeamento permite estabelecer imagens da realidade e do sentido às diversas informações, captando características relevantes e representando-as por meio inteligíveis.

Desta forma, nosso trabalho acadêmico trata-se de uma pesquisa exploratória e do tipo documental, que conforme Fonteles et al (2009), “é o tipo de pesquisa que tem o levantamento de documentos como base (p. 7)”. Entendemos nosso estudo como exploratório por que investigaremos de maneira específica e objetiva a produção científica acerca do conceito de fração em um conjunto geral de produções científicas apresentadas nos anais dos ENEM's. Será documental por que o resultado do estudo exploratório designará um subconjunto de documentos que serão analisados, respectivos às comunicações científicas dos anais dos ENEM's acerca das frações.

O Mapeamento em Pesquisas Educacional foi utilizado pelo professor Dilson Cavalcanti em sua tese de doutorado e, desde então, tem sido estudado e utilizado em seu Grupo de Pesquisa, do qual faço parte. Nossa opção por esta metodologia se justifica em razão de termos verificado que o mesmo tem sido um instrumento eficaz, utilizado por pesquisadores na busca de compreender melhor o panorama da produção científica sobre determinada temática no plano geral da literatura científica ou no plano específico de algum evento, revista, etc.

4.1 Foco do Mapeamento

Em razão das limitações da natureza de um TCC, compreendemos ser inviável tentar construir um panorama das produções acerca das frações no plano geral da literatura científica. Dessa maneira, delimitamos nossa investigação à produção respectiva aos anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática. Consideramos estes eventos como os mais importantes no âmbito nacional.

Segundo a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM, 2016), encontramos nos ENEM's um universo dos segmentos envolvidos com a Educação Matemática: Professores e Estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, Estudantes da pós-graduação e Pesquisadores.

Nesses eventos têm várias modalidades de produção como: (Comunicações Científicas, Mesas-Redondas, Minicursos, Palestras e Pôsteres). que podem ser encontradas nos Anais do ENEM, no entanto, delimitamos nosso trabalho acadêmico as modalidades de Comunicações Científicas, tendo em vista, o número de trabalhos nesta modalidade ao longo desses anos, cerca de três mil, cento e dezenove trabalhos, assim, julgamos pertinente o critério para tal escolha.

4.2 Procedimentos Metodológicos

Iniciamos nossa investigação pelo site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM¹), no qual foi possível acessarmos todos os Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM). Conforme verificamos, foram realizados, até o momento, 12 edições dos ENEM's, tal como podemos observar no quadro 1.

Quadro 1 - ENEM's: ano e local de realização

Ano	Encontro Nacional de Educação Matemática	Local de realização
1988	II Encontro Nacional de Educação Matemática	Maringá/PR
1990	III Encontro Nacional de Educação Matemática	Natal/RN
1993	IV Encontro Nacional de Educação Matemática	Blumenau/SC
1995	V Encontro Nacional de Educação Matemática	Aracajú/SE

¹ Sociedade Brasileira de Educação Matemática. <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>

1998	VI Encontro Nacional de Educação Matemática	São Leopoldo/RS
2001	VII Encontro Nacional de Educação Matemática	Rio de Janeiro/RJ
2004	VIII Encontro Nacional de Educação Matemática	Recife/PE
2007	IX Encontro Nacional de Educação Matemática	Belo Horizonte/MG
2010	X Encontro Nacional de Educação Matemática	Salvador/BA
2013	XI Encontro Nacional de Educação Matemática	Curitiba/PR
2016	XII Encontro Nacional de Educação Matemática	São Paulo/SP

Fonte: SBEM- <<http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anaais/>>

Como nosso foco de pesquisa é a produção referente às comunicações científicas, esclarecemos que não consideramos, em nosso estudo, o I ENEM, pois nos anais desse evento não identificamos a modalidade de Comunicações Científicas. Portanto, nossa investigação contempla todos os ENEM's, a partir do segundo, compreendendo um período de quase três décadas (1988 a 2016) de produções científicas.

Como podemos verificar no quadro 1, os quatro primeiros ENEM's (realizados em 1987, 1988, 1990 e 1993) não apresentam uma periodicidade regular. Já a partir do quinto, os demais ENEM's foram realizados periodicamente a cada três (03) anos.

Para levantamento dos trabalhos, buscamos no site da SBEM, dentro das seções dos Anais ENEM, a modalidade de produção Comunicações Científicas por cada período de realização dos ENEM's. Para selecionarmos os trabalhos nesta modalidade utilizamos o radical das palavras (Decimal, Divisão, Fração, Fracionário e Racional) como critério de seleção nas buscas por títulos. Assim, consideramos também os títulos das comunicações como critério de definição.

Durante as investigações, cabe destacar, que os seis (06) primeiros ENEM's, estavam separados por período, no entanto, encontrava-se em um documento no formato *pdf*, agrupando-se junto as demais categoria de trabalhos (Mesas-Redondas, Minicursos, Palestras e Pôsteres). Isso tornou a busca mais difícil pelas Comunicações Científicas. Assim, foi necessário analisar um por um todos os títulos das Comunicações Científicas e separar as que apresentavam as palavras chaves que usamos como critério nas buscas. A partir do 7º ENEM, a busca foi facilitada por que os anais *on line* permitiam o mecanismo de busca por palavras-chave. Assim foi possível encontramos o conjunto geral de comunicações científicas a respeito de fração. O próximo capítulo trataremos a análise da pesquisa.

5 ANÁLISE E DESCRIÇÃO DOS RESULTADOS

A organização e a análise dos dados são aspecto importante no desenvolvimento da pesquisa. Como já mencionado, a nossa pesquisa buscou investigar a Produção Científica acerca de Fração nos Anais do ENEM. Após realizarmos uma busca exploratória nos anais dos ENEM's, selecionamos oitenta e nove (89) comunicações científicas que identificamos como relacionadas ao conceito de fração. É importante ressaltar, que o mapeamento que realizamos compreende um período de quase três (03) décadas.

Em uma primeira análise, percebemos que essas comunicações poderiam ser reorganizadas e classificadas em categorias temáticas. Dessa maneira, propomos considerar cinco (05) categorias temáticas: Alunos, Professores, Livros didáticos, Metodologias de ensino-aprendizagem por meio de lúdicos, e Pesquisas bibliográficas.

Esses cinco subconjuntos que chamamos categorias temáticas, foram distribuídos após leituras em resumos, metodologias e análise de cada uma dessas Comunicações Científicas, que após essa leitura foram agrupadas considerando a parte comum existente entre elas. Desta forma, cada categoria temática apresenta característica semelhante.

Utilizamos estas categorias para organizarmos os *corpus* de análises que estão, por sua vez, representados por suas referências sistematizadas nos apêndices. a tabela 1, a seguir, apresenta a distribuição das comunicações científicas por estas categorias.

Tabela 1 – Distribuição das Comunicações Científicas por categorias

Categorias	Quant.	%
Alunos – O conceito de fração na perspectiva dos alunos a respeito de Fração	52	58%
Professores – O conceito de frações na perspectiva dos professores	17	19%
Livros Didáticos – As frações nos livros didáticos	8	9%
Lúdico – Ensino e aprendizagem de frações por meio de lúdicos	6	7%
Bibliográfica – Estudos bibliográficos sobre as frações	6	7%
Total	89	100%

Fonte: Apêndices A, B, C, D e E

Como pode ser observado na tabela 1, considerando que a pesquisa contempla um período de aproximadamente três décadas, foi identificado um número bem maior

de comunicações científicas acerca de Fração na categoria temática em Alunos, das quais foram encontradas cinquenta e duas (52) comunicações científicas (vide APÊNDICE A), que totalizaram cinquenta e oito por cento (58%) das comunicações científicas no Geral,

As comunicações científicas nessa categoria em aluno, procuraram investigar os conhecimentos dos alunos a respeito de fração.

As pesquisas na categoria em professor ficam em segundo lugar com dezessete (17) comunicações científicas publicadas (vide APÊNDICE B), que totalizaram dezenove por cento (19%) das comunicações científicas no geral. A maioria das comunicações científicas na categoria em professor procuraram investigar quais os conhecimentos dos docentes a respeito do conteúdo de fração.

As comunicações científicas na categoria em livros didáticos, foram encontradas oito (08) pesquisas publicadas (vide APÊNDICE C), que totalizaram nove por cento (9%) das comunicações científicas no geral. Esse quantitativo revela ser um número bem menor se comparada em relação ao número de pesquisas na categoria em alunos, em nossas investigações por meio de leituras observamos que a finalidade de algumas dessas comunicações científicas foi investigar o conceito e os diferentes significados de Fração presentes nos livros didáticos. Na maioria das pesquisas tomaram com base os estudos realizados por Vergnaud (1990), Behr et al. (1983), e Kieren (1998), Nunes et al (2003), além dos documentos oficiais, Brasil (1988)

Na categoria temática de metodologias de ensino-aprendizagem por meio do Lúdico, foi encontrada seis (06) pesquisas na área (vide APÊNDICE D), que totalizaram sete por cento (7%) das comunicações científicas no geral, esse número se comparado com o quantitativo torna-se pequeno se comparado a categoria de aluno, as comunicações científicas nessa categoria tinha como objetivo principal mostrar por meio de uma sequência didática, o desenvolvimento de propostas pedagógicas, com o fim, de realizar um tratamento metodológico que permita uma melhor e mais eficiente apreensão do referido conceito pelo aluno por meio do lúdico.

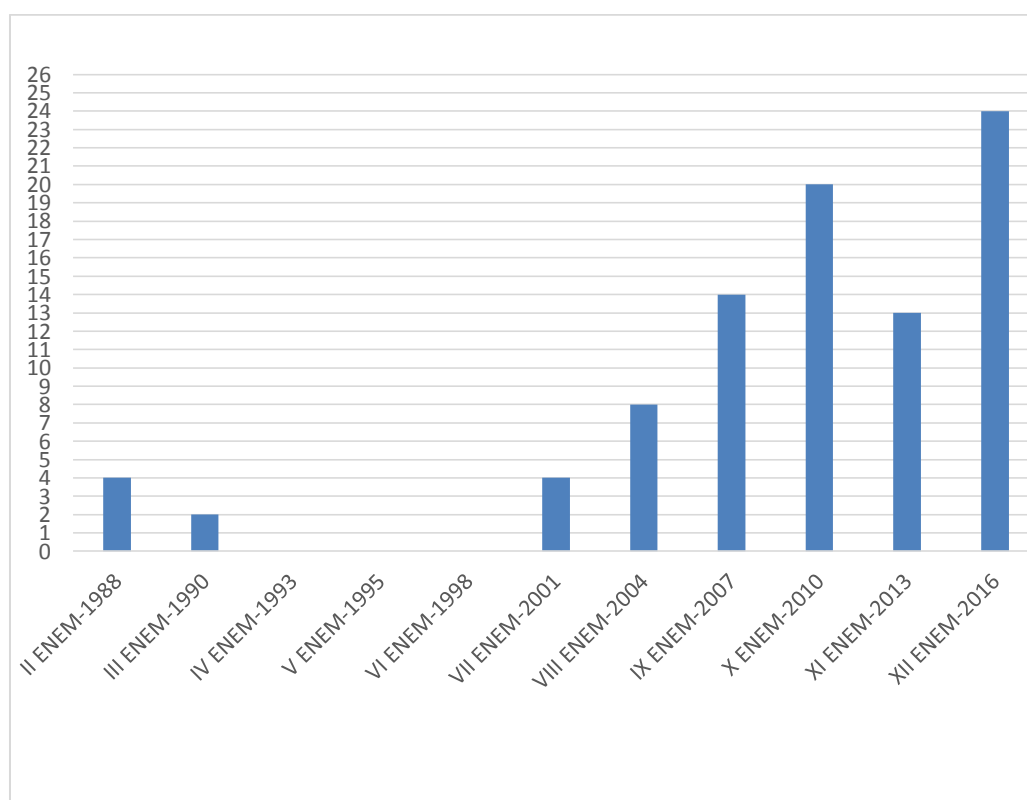
Na categoria temática pesquisas bibliográficas, foram classificadas seis (6) comunicações científicas, correspondendo a sete por cento (7%) das comunicações científicas no geral, esse quantitativo de comunicações científicas revela ser bem menor se comprada com o número de publicações na categoria de alunos. A maioria das

pesquisas nessa categoria tinham como objetivo aprofundar os estudos sobre Fração, por meio de várias pesquisas, com levantamento de trabalhos acadêmicos na área de Fração, percebemos que os sites mais utilizados nas buscas eram em Banco de dados da Scielo e Banco de Teses da CAPES.

Desta forma, podemos compreender que apesar de encontramos cinco (5) categorias temáticas a respeito de fração os resultados nos revelam, que a categoria temática em alunos agrupa mais trabalhos publicados do que as demais categorias somadas.

As oitenta e nove (89) comunicações científicas a respeito de fração foram publicadas e distribuídas nos diferentes períodos de realização dos ENEM's, desta maneira, se faz necessário destacar a distribuição geral das comunicações científicas pôr ENEM's. o gráfico 01, a seguir descreve tal situação.

Gráfico 01- Evolução da Produção Científica nos ENEM's



Fonte: (APÊNDICE F)

O gráfico 01 apresenta a distribuição das oitenta e nove (89) comunicações científicas a respeito de fração por ENEM's, realizado no período de 1988 a 2016. Como podemos observar essa distribuição apresenta certas irregularidades por ENEM's

realizado, tendo momentos de crescimento e diminuição durante esse período de quase três décadas.

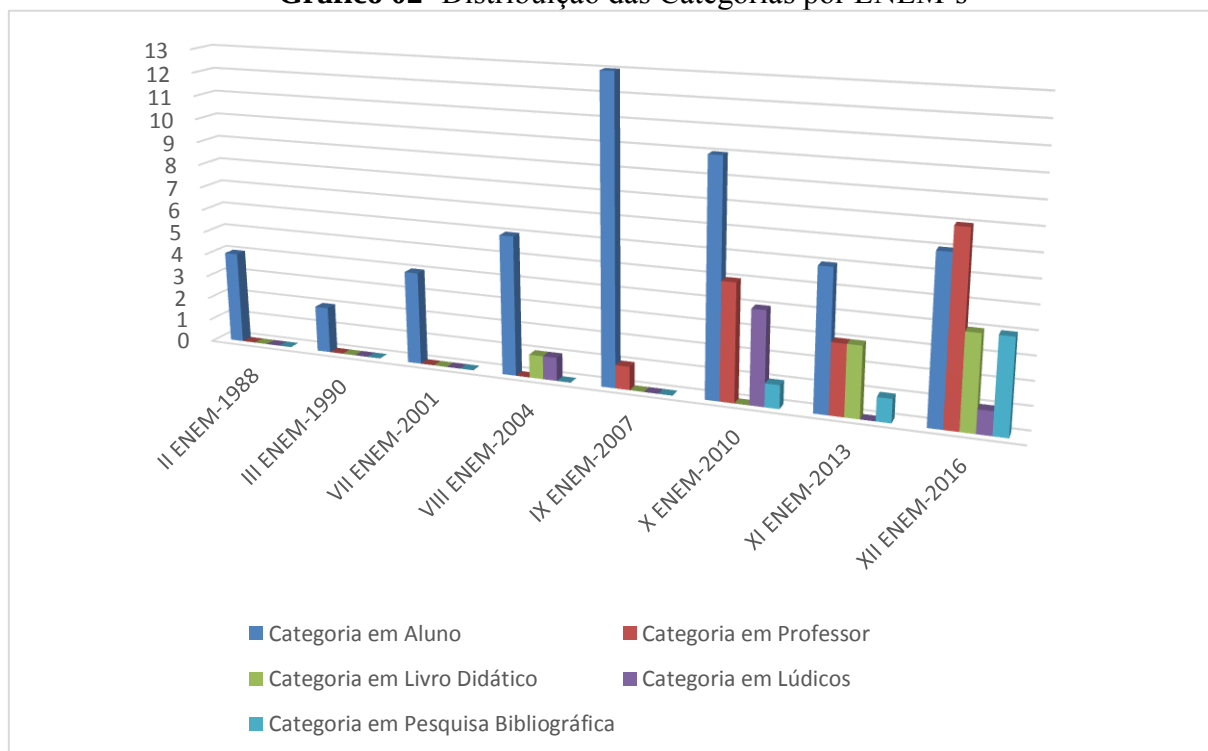
De acordo com o gráfico 01 o II ENEM, apresenta logo de início um número de quatro (4) comunicações científicas, mas em seguida no III ENEM apresenta um declínio com um número de duas (2) comunicações científicas publicada. Cabe aqui destacar que os ENEM's realizados no período de 1993 a 1998, não houve trabalhos publicados na área da pesquisa que investigávamos.

No entanto, apesar de não haver trabalhos publicados durante esse período informado, podemos notar, de acordo com o gráfico 01, que a partir do VII ENEM, são apresentadas novamente quatro (4) comunicação científica, desta vez, tendo um crescimento que se prolonga até o X ENEM, apresentando-se desta forma uma evolução significativa com um número de quarenta e seis (46) comunicações científicas publicadas a respeito de fração.

Ainda conforme o gráfico 01, podemos observa que entre o X ENEM e o XII ENEM, o gráfico 01, não apresenta um crescimento contínuo, enquanto que no X ENEM encontramos um total de vinte (20) comunicação científica publicadas, no XI ENEM, encontramos apenas treze (13) comunicação científica publicada, no entanto, no XII ENEM, podemos perceber novamente um crescimento, com um número de vinte e quatro (24) comunicação científica a respeito de fração;

Desta forma, podemos inferir através da análise do gráfico 01, que a distribuição de comunicações científicas publicadas por ENEM's, apresenta um crescimento notável após o IX ENEM, enquanto que entre o II ENEM ao VIII ENEM, obtivemos um somatório de dezoito (18) comunicações científicas publicadas, entre o IX ENEM ao XII ENEM, obtivemos um somatório de setenta e uma (71) comunicações científicas publicadas a respeito de fração.

Cabe destacarmos que apesar de apresentarmos esse conjunto de oitenta e nove (89) comunicações científicas a respeito de fração distribuídas por ENEM's já realizados, esse conjunto de comunicações científicas está dividido em cinco (5) subconjuntos, do qual, de acordo com suas categorias temáticas, como mencionamos anteriormente. Assim, se faz necessário explorar as categorias temática distribuídas por ENEM's; como podemos observar no gráfico 02 a seguir.

Gráfico 02- Distribuição das Categorias por ENEM's

Fonte: (vide APÊNDICE A, B, C, D e E)

Como visto na TABELA 1, a categoria de aluno predominou no quantitativo de publicação de comunicação científica, no entanto, podemos perceber de acordo com o gráfico 02, que ao longo dos anos de realização dos ENEM's, especificamente a partir do ano de 2004, por ocasião do VIII ENEM, foram introduzidas novas categorias temáticas, explorando outros eixos da educação, de forma, que por ocasião do XII ENEM, percebemos uma distribuição mais equitativa das comunicações científicas.

A partir de agora, descreveremos cada uma dessas categorias temáticas, apresentado seus momentos de crescimento e diminuição nos diferentes períodos de realização dos ENEM's.

De acordo com o gráfico 02 os ENEM's realizados entre 1988 a 2001 apresentaram apenas comunicações científicas na categoria em alunos, com exceção apenas dos ENEM's realizados entre 1993 a 1998 que houve trabalhos publicados em nenhuma categoria, como já mencionamos anteriormente, por essa razão não foram adicionados no gráfico 02.

Desta forma, podemos percebermos que nesse período entre 1988 a 2001 predominou isoladamente apenas as comunicações científicas na categoria de aluno, esta categoria estar presente em quase todos os ENEM's note que, a evolução dessa categoria é irregular apresentando momento de crescimento e diminuição.

Entre os anos de 1988 a 1990 nesta categoria em aluno foi apresentado um número de seis (06) trabalhos publicados, já nos anos de 2001 a 2007 percebemos um crescimento notável de publicação com um número de vinte e três (23) trabalhos publicados.

É importante percebermos que a partir do X ENEM realizado no ano de 2010 o gráfico 02 apresenta um declínio nesta categoria de alunos com um número de dez (10) publicações no ano de 2010 depois caindo para um número de seis (6) publicações no ano de 2013 e crescendo apenas para sete (7) publicações no ano de 2016.

Segundo nossa análise no gráfico 02 esse declínio se caracteriza pelo fato das novas categorias temática serem introduzidas nos ENEM's entre essas categorias podemos destacar a categoria de professor, que chegou até a ultrapassar o quantitativo de publicação na categoria de aluno, como pode ser visto no gráfico 02, por ocasião do XII ENEM.

Como podemos observar no gráfico 02 no VIII ENEM temos agora a presença de mais duas (2) categorias, além da categoria de aluno apresentam-se tanto a categoria de livro didático como a categoria em lúdico.

Apesar da presença dessas categorias serem introduzidas no respectivo ENEM a distribuição dessas categorias não se apresenta de forma equitativa, tendo a categoria de aluno um quantitativo de publicação superior as essas categorias introduzidas, pois enquanto na categoria de alunos temos seis (6) comunicações científicas publicada na categoria em livro didático foi publicada apenas uma (1), assim como, na categoria em lúdico que também apresentou apenas uma (1).

Desta forma, percebemos que no VIII ENEM, o número de trabalhos publicado revela irregularidade na distribuição das comunicações científicas nas suas respectivas categorias.

As comunicações científicas publicadas na categoria em livros didáticos como podemos observar no gráfico 02 não estavam presentes em todos os ENEM's. Durante o período de 1988 a 2001 não foram publicadas pesquisas nessa categoria tendo seu primeiro trabalho publicado no ano de 2004 com apenas uma (1) comunicação científica por ocasião do VIII ENEM, ainda conforme o gráfico 02, podemos perceber que os próximos eventos realizados nos anos entre 2007 a 2010, não encontramos trabalhos publicados na categoria em livro didático, no entanto, no ano de 2013 a 2016, constatamos um crescimento sete (7) comunicações científicas nessa categoria, sendo

três (03) encontradas no ano de 2013, e quatro (4) no ano de 2016. totalizando um quantitativo de oito (08) comunicações científicas publicadas.

As primeiras comunicações científicas na categoria de metodologia do ensino-aprendizagem de fração por meio do lúdico conforme o gráfico 02 só foram publicadas no ano de 2004 por ocasião do VIII ENEM o gráfico 02 ainda descreve que não houve trabalho publicado no ano de 2007.

No entanto, no ano de 2010 constatamos um crescimento com um número de quatro (4) comunicações científicas nessa categoria, porem esse quantitativo não se manteve, no ano de 2016 percebemos apenas um (1) trabalho publicado nessa categoria, desta forma, apesar de haver a presença de mais uma nova categoria além das demais, podemos constatar que houve irregularidade na distribuição das comunicação científica nessa categoria, apresentado momentos de crescimento e diminuição nos ENEM's que foram realizados.

Conforme visto na Tabela 01 o quantitativo na categoria professor se apresenta com um número menor em relação a de alunos, no entanto, podemos observar no gráfico 02, por ocasião do XII ENEM, essa categoria em professor chega a ultrapassar o quantitativo de publicações na categoria em alunos.

Como podemos observar no gráfico 02 as primeiras comunicação científica na categoria em professor só foram introduzida por ocasião do IX ENEM, no entanto, podemos perceber que distribuição logo no início não se apresenta de forma equitativa, pois das catorzes (14) publicação nesse respectivo ENEM, treze (13) estão na categoria de alunos e apenas uma (1) na categoria de professor.

Ainda conforme podemos observar no gráfico 02 entre os períodos de 1988 a 2004 não foram publicados trabalhos na modalidade de comunicação científica na categoria de professores, note ainda, que a apesar do gráfico apresentar uma evolução numérica entre os anos de 2007 a 2010, com seis (6) publicações, sendo uma (1) no ano de 2007 e cinco (5) no ano de 2010 apresentou um declínio no ano de 2013 com um número de publicação igual a três (03).

No entanto, é importante perceber que esta categoria começa a se destacar entre as demais, tornando a crescer no ano de 2016, com um número de oito (08) comunicações publicadas, como já comentamos, chegando a ultrapassar a quantidade de trabalhos publicados na categoria de alunos no XII ENEM.

No X ENEM, conforme podemos observar no gráfico 02, encontramos a presenças das quatro (4) categorias entre as cinco (5), apenas não temos a presença da categoria em livro didático. A categoria de alunos apresenta-se com um número maior de comunicações científicas publicada que as demais categoria, das vinte (20) publicações ocorrida no nesse respectivo ENEM, dez (10) refere-se à categoria de aluno, cinco (5) estão na categoria de professore, quatro (4) na categoria em lúdico, e uma (1) na categoria em pesquisa bibliográfica, notemos, que a partir agora, apesar do quantitativo de comunicações científicas na categoria em aluno ser maior, a partir do X ENEM, o somatório das demais categorias já se apresenta igual ou superior ao quantitativo de comunicações científicas na categoria em aluno,

A categoria em pesquisa bibliográfica, conforme podemos observar no gráfico 02, a partir do X ENEM, temos a primeira categoria em pesquisas bibliográficas. No qual, observamos uma (1) comunicação científica publicada. Ainda conforme o gráfico 02, nessa categoria, entre os anos de 1988 até 2007, não houve trabalhos publicados, no ano de 2013, por ocasião do XI ENEM, foi publicada mais um (1) comunicação científica, tendo logo em seguida uma Evolução notável no ano de 2016, com a apresentação de quatro (4) comunicações científicas a respeito de fração na categoria de pesquisas bibliográficas.

Para finalizarmos nossa análise, ainda queremos destacar que, no XI ENEM, conforme podemos observar no gráfico 02, apresentou apenas quatro (4) categoria das cinco (5) categoria temáticas, ficando apenas de fora a categoria em lúdico, no entanto, podemos perceber que no XII ENEM, encontramos pela primeira vez a presença de todas as categorias temáticas presentes. E desta vez, não apenas o somatório das categorias ultrapassa o limite da categoria em aluno, mas podemos constatar que apenas uma das categorias já se apresenta com um quantitativo maior.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalidade de nossa pesquisa foi investigar a Produção Científica acerca do Conceito de Fração nos Anais dos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM), do qual, optamos por focar nossa análise na modalidade das Comunicações Científicas. Desta forma, realizamos um mapeamento que compreendeu um período de aproximadamente três décadas (do II ENEM realizado em 1988 ao XII ENEM realizado em 2016).

Para realizamos nossa investigação, tomamos como base a Teoria dos Campo Conceituais de Vergnaud (1990) para nortear a noção de conceito. A partir disso, utilizamos outras referências (NUNES et al, 2003, CAVALCANTI, 2004, BRASIL, 1997, MAGINA, 2001, MERLINI, 2005, SANTOS, 2005) para melhor delimitarmos o conceito de fração. Nesse sentido, compreendemos em nosso estudo o conceito de fração de maneira ampla, englobando no contexto parte de seu campo conceitual, no qual estar presente o conceito de comparação, fração decimal, equivalência, par ordenado, razão, divisão (quociente), operador e medida.

Em nossa metodologia usamos o mapeamento em pesquisa educacional (cf. BIEMBENGUT, (2008) com a finalidade buscamos identificar aspectos do panorama da produção científica sobre o conceito de frações, tendo como foco levantar os trabalhos publicados na modalidade de Comunicação Científica no Anais do ENEM.

A análise permitiu delimitar cinco (05) categorias temáticas (Aluno, Professor, Livros didáticos, metodologias de ensino e aprendizagem, e Pesquisas bibliográficas) nas quais os trabalhos podem ser classificados.

Em nossas buscas através de um mapeamento nos Anais do ENEM, percebemos que existia um conjunto geral das comunicações científicas a respeito de fração, no qual, encontramos oitenta e nove (89) trabalhos publicados, esse conjunto geral estavam distribuídos em cinco (5) subgrupos, do qual chamamos de categorias.

Ainda queremos destacar, que apesar do número de comunicações científicas serem bem maior na categoria em aluno, com um número de cinquenta e duas (52) comunicações científicas publicadas durante um período de três décadas, notamos que ao longo do tempo com realização de cada ENEM, foram adicionando-se mais categorias, de tal forma que percebemos em certos momentos o número de comunicação na categoria de professor foi superior ao de aluno.

Compreendemos que diante dos resultados de nossas pesquisas, outros caminhos podem ser trilhados. Devido ao nosso tempo disponível optamos por escolher as modalidades de Comunicações Científicas, que durante quase três décadas, produziu um universo de mais de três mil artigos publicados, no entanto, existem outras categorias de pesquisas, como (Mesas-Redondas, Minicursos, Palestras e Pôsteres), que podem contribuir no sentido de ampliar a investigação acerca da produção Científicas sobre fração.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, A; SANTOS, E. Análise do conceito de divisão em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental, na ótica da teoria dos campos conceituais. *Anais do XII ENEM*. São Paulo, 2016. Disponível em: < http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6475_2739_ID.pdf />. Acesso em: 14 de janeiro. 2016.

BEZERRA, F.J. *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula*. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2001. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/18487/1/dissertacao_francisco_bezerra.pdf>. Acesso em: 23 de abril. 2016.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Mapeamento como princípio metodológico para a pesquisa educacional. In: MACHADO, Nílson José; DA CUNHA, Marisa Ortegoza. *Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologia e didática*. Escrituras Editora, 2003. Disponível em: <<http://nilsonjosemachado.net/lca18.pdf>>. Acesso em 20 de junho de 2018

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, 1998. Disponível em :< <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 22 de julho. 2018.

BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação e Desporto – Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. Disponível em :< <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 11 de fevereiro. 2016.

BRANDÃO, C.L.F.; RIBEIRO, M.C.L. O Estudo das Adições de Frações com Denominadores Diferentes Através das Representações Gráfica. 2016. *Anais do XII ENEM*, São Paulo: 2016. Disponível em :< http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/5617_4286_ID.pdf />. Acesso em: 02 de maio. 2018.

CAVALCANTI, J. D. B. *Concepções sobre fração de professores da 1ª fase do ensino fundamental do município de Tupanatinga*. Monografia de especialização não publicada. Orientador Dr. Marcelo Câmara dos Santos. Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife- PE, 2004. Disponível em:< http://www.researchgate.net/publication/308698197_CONCEPCOES SOBRE_FRACAO_D E_PROFESSORES_DA_1_FASE_DO_ENSINO_FUNDAMENTAL_DO_MUNICIPI O_DE_TUPANATINGA Acesso em: 10 de setembro. 2016.

_____. um olhar sobre alguns obstáculos que permeiam a aula de matemática: um exemplo com frações. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). 2007 Disponível em: http://www.sbemrasil.org.br/files/ix_enem/index.htm>. Acesso em : 17 de junho de 2016.

CAJORI, F. UMA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007

CELESTINO, K.G. As Frações em Algumas Civilizações Antigas. 2017. Encontro Paranaense de Educação Matemática. Disponível em :< http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/157/205 >. Acesso em: 16 de março. 2018.

FONTELLES, M. J. et al. Metodologia da pesquisa científica: diretrizes para a elaboração de um protocolo de pesquisa. *Revista Paraense de Medicina*, v. 23, n. 3, p. 1-8, 2009. Disponível em :< http://cienciassaude.medicina.ufg.br/up/150/o/Anexo_C8_NONAME.pdf >. Acesso em: 17 de fevereiro. 2018.

LIMA, R.R. Refletindo Sobre os Conceito de Divisão Revelados por Alunos do 4º Ano do Ensino Fundamental. Encontro Nacional de Educação Matemática. 2013. Disponível em :< http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/1038_1257_ID.pdf Acesso em: 27 de maio. 2018.

LOPES, Jairo de Araújo. *Livro didático de Matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática*. Campinas, 2000. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação. Disponível em :< <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/253415>>. Acesso em: 27 de abril. 2016.

MAGINA, S.; CAMPOS, T; NUNES, T., GITIRANA, V. *Repensando Adição e Subtração: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*, Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2001, Matemática, Cultura e Diversidade, 2010, p. 1-11.

MERLINI, V. L. *O conceito de fração e seus diferentes significados: um estudo junto a alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005. Disponível em:< <http://tede2.pucsp.br/handle/handle/11111>>. Acesso em: 16 de maio. 2017.

Moreira, M.A. (2002). A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o ensino de Ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*. – V7(1), pp. 7-29, 2002. Disponível em :< <http://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569/361> />. Acesso em: 16 de outubro. 2016.

MOUTINHO, L. *Fração e seus diferentes significados: um estudo junto a alunos de 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, 2005. Disponível em :<

www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6475_2739_ID.pdf>. Acesso em: : 16 de maio . 2017.

NUNES, T.; BRYANT, P., PRETZLIK, U. & HURRY, J. (2003). The effect of situations on children's understanding of fractions.(O efeito de situações na compreensão das frações por crianças) Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics. Oxford: June, 2003. Disponível em:< <http://tede2.pucsp.br/handle/handle/11112> >. Acesso em: 20 de setembro. 2016.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação Estadual de Pernambuco. *Base Curricular Comum para as redes Públicas de Ensino em Pernambuco: Matemática*. Pernambuco, 2008. Disponível em :< <http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/750/bccmat.pdf> >. Acesso em: 08 de novembro. 2017.

SANTOS, A. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*. Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2005. Disponível em: < <http://tede2.pucsp.br/handle/handle/11111> >. Acesso em: 16 de outubro. 2016.

SANTOS, R. S. *Analizando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2011. Disponível em :< <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3742> >. Acesso em: 05 de março. 2017.

SEVERO, D. F. *Números Racionais e Ensino Médio: Uma busca de Significados*. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2009. Disponível em : < http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6475_2739_ID.pdf>. Acesso em: 16 de março. 2018.

SILVA, N.S.M.; PIRES, E.C.P.; SÁ, P. F. O ensino de frações segundo a opinião docente. In: *Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática*, Salvador: 2010. Disponível em :< http://www.lematec.net.br/CDS/ENEM10/artigos/CC/T17_CC1945.pdf >. Acesso em 07 de maio. 2018.

SANTOS, Aparecido dos. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental*. Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 2005. Disponível em: < <http://tede2.pucsp.br/handle/handle/11111> >. Acesso em: 16 de outubro. 2016.

SANTOS, Rosivaldo Severino dos. *Analizando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do SAEPE sobre números racionais*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal

de Pernambuco. Recife. 2011. Disponível em :<
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3742> >. Acesso em: 05 de março. 2017.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: Tradução de Maria José Figueiredo. *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. P.155-191.

APÊNDICES

APÊNDICE A – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016-RELACIONADAS À CATEGORIA “ALUNO”

Qt.	Títulos	Autores
	II ENEM	
01	Sobre Divisão de Fração	Ionilde Azevedo e Neide Sant`Anna
02	Números Racionais no 1º grau – Conceitos e Operações	Jose Carlos Leite dos Santos
03	Experiencia no Ensino de Números Decimais na 5ª serie	Paulo Jorge M. Teixeira
04	Análise de Procedimentos na Resolução de Problemas sobre Frações	Lucia A. de A. Tínoco
	II ENEM	
05	Avaliação de Experimento de Ensino de Frações	Lucia A. de A. Tínoco
06	Dificuldades no Ensino e na Aprendizagem de Frações	Ana Paula Jahn e Maria Celia L. da Silva
	IV ENEM, V ENEM, VI ENEM	Não identificamos comunicações científicas sobre frações.
	VII ENEM	-
07	Operações e resolução de problemas com números naturais e decimais – análise das dificuldades e suas possíveis causas	Denise Wieczkowski
08	Medida e números fracionários	Maria José F. da Silva e Tânia M. M. Campos
09	O ensino de divisão nas séries iniciais do ensino fundamental: conhecendo o que ocorre em uma escola paulista	Regina M. S. Puccinelli Tancredi e Aline Maria de M. Rodrigues Reali
10	Frações como uma extensão do sistema numérico	Solange Amorim e Amato
	VIII ENEM	
11	Influência de representações e de significados da divisão em problemas com resto	Rute Elizabete e Rosa Borba
12	Construindo a representação da fração: abordagem tradicional versus abordagem conceitual.	Francisco José Brabo Bezerra
13	Como as crianças lidam com as relações inversas em problemas de divisão	Síntria Labres Lautert e Alina Galvão Spinillo
14	A medida e o número decimal: um estudo sobre a elaboração de conceito em crianças do nível	Micheline R. Kanaan da Cunha e

	fundamental.	Sandra M. Magina
15	Um estudo sobre a influência de um método baseado em princípios construtivistas na aprendizagem da operação divisão	Maria Sara Abdalla e Miriam Cardoso
16	A resolução de adição de frações por crianças através do referencial de ‘metade’	Maria Soraia Silva Cruz e Alina Galvão Spinillo
	IX ENEM	
17	Operações com frações x dificuldade na resolução de problemas	Acylena Coelho Costa e Pedro Franco de Sá
18	Apropriação de significações do conceito de números racionais: um enfoque histórico-cultural	Marlene Pires Amorim e Ademir Damazio
19	Flexibilidade cognitiva e níveis de conhecimento no ensino fundamental – a noção de número racional	Marlene A. Diase Mariza C. Costa
20	Os números racionais na eja: uma intervenção histórica e metodológica.	Tácio Vitaliano da Silva
21	A resolução de problemas de divisão inexata como estratégia didática no ensino da divisão: O significado do resto em foco	Alina Galvão Spinillo e Sintria Labres Lautert
22	Experimentação da situação didática “composição de quadrados congruentes em representações retangulares” e os conceitos de múltiplo e divisor	Lialda B. Cavalcanti e Verônica Gomes Ferreira
23	O resto da divisão inexata e sua representação decimal: construindo relações entre diferentes representações	Ana Coêlho Selva e Rute Elizabete de Souza
24	Sondando e intervindo nas dificuldades de crianças Em lidarem com restos de divisões	Rute E. de Souza Rosa Borba e Ana C. Vieira Selva
25	Tábua de multiplicação e divisão egípcia	Flávia S. Fabiani Marcatto e Thatiana Sakate Abe
26	Um estudo sobre divisão de números naturais com alunos da 5ª série do ensino fundamental	Adriano Romero Lira de Oliveira
27	Crianças, algoritmos e sistema de numeração decimal	Clélia M. Nogueira e Marcela Boccoli
28	Pedreiros e marceneiros fazendo matemática: O conhecimento de alunos jovens e adultos Em relação aos números decimais	Maria José Gomes e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba
29	Diferentes saberes de adultos e crianças em números	Valdenice Leitão e

	decimais: implicações para a prática educativa	Rute Borba
	X ENEM	
30	Sobre a pesquisa e o ensino de números racionais na sua representação fracionária	Tânia M. Campos; Sandra M. Magina;
31	Os significados do conceito de fração: um estudo diagnóstico com alunos do 8º ano do ensino fundamental	Fernanda Andréa F. Silva
32	Adição e subtração de frações com denominadores diferentes a partir de situações-problemas	Ivanete Maria B. Moreira e Pedro F. de Sá
33	Como os alunos do ensino fundamental representam problemas de divisão?	Edileni G. J. de Campos
34	As atitudes em relação à matemática e a solução de problemas e exercícios envolvendo frações	Andresa Maria Justulin e Nelson Antônio Pirola
35	Análise dos efeitos didáticos emergentes de uma sequência de atividades na aprendizagem do significado parte/todo do número racional	Luciana Silva dos Santos e Marcelo Câmara dos Santos
36	Adição e subtração de frações com denominadores diferentes a partir de situações-problemas	Ivanete Maria B. Moreira e Pedro Franco de Sá
37	Adição e subtração de frações com calculadora virtual	Pedro Franco de Sá e Ana Carolina Navegantes de Jesus
38	A formação de professores de matemática no Timor-Leste: refletindo dificuldades acerca da aprendizagem de frações	Gaspar Varela e Rogério Ferreira
39	A contribuição da resolução de problemas para produção de significado ao conteúdo de frações numéricas em turmas de 5ª séries	Solange Aparecida Duarte
	XI ENEM	
40	Um estudo teórico de problemas da estrutura aditiva de números racionais na representação fracionária	Marli Schmitt Zanella e Rui Marcos de Oliveira
41	Resolução de problemas matemáticos de divisão: um estudo com alunos do 5º ano do ensino fundamental de uma escola no município de Várzea Grande-MT	Rosalina Piva e Gladys Denise Wielewski
42	Refletindo sobre os conceitos de divisão revelados por alunos do 4º ano do ensino fundamental	Rosemeire Roberta de Lima
43	Número racional na representação fracionária ideia parte-todo: entendimentos produzidos por alunos	Analucia Gaviraghi e Isabel Koltermann
44	Estratégias utilizadas pelos alunos da educação básica na resolução de questões sobre números racionais na prova do saepe/sistema de avaliação educacional de Pernambuco	Rosivaldo Severino dos Santos; Marcelo Câmara dos Santos e Tânia Maria Mendonça Campos
45	Divisibilidade na educação básica: qual a melhor solução?	Maysa F. da Silva e José Luiz Magalhães de

		Freitas
	XII ENEM	
46	Vigilância epistemológica de chevallard em um estudo de caso sobre o conceito de divisibilidade em uma turma do 6º ano do ensino fundamental	Rúbia Carla Pereira Maria Auxiliadora; Vilela e Rony Cláudio de Oliveira Freitas
47	O ensino de frações na educação de jovens e adultos: um diálogo com a etnomatemática e práticas de numeramento	José Erildo Lopes Júnior e Wagner Ahmad Auarek
48	Números racionais: uma abordagem com enfoque na análise dos erros	Paulo F. da Gama e Lucas Antônio Mendes de Lima
49	As dificuldades dos alunos, do 6º ano do ensino fundamental, para a realização das operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão com números naturais	Celia Finck Brandt e Tânia Stella Bassoi
50	Dificuldades na aprendizagem dos números racionais: confrontando dois níveis de escolaridade	Jéssika Naves de Oliveira
51	Algumas revelações de alunos e professoras do 4º. Ano do ensino fundamental sobre o significado parte-todo dos números racionais	Grace Zaggia e Edda Curi
52	“Os preços estão na hora da morte” – tema gerador no ensino de frações e números decimais na educação de jovens e adultos.	Hosana Silva de Santana e Mirtes Ribeiro de Lira

APÊNDICE B – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO “PROFESSOR”

Qt.	Título	Autor(es)
	Não houve trabalho nos ENEM's anteriores.	
	IX ENEM	
01	Um olhar sobre alguns obstáculos que permeiam A aula de matemática: um exemplo com frações	José Dilson Beserra Cavalcanti, Marcelo Câmara dos Santos e Zélia Maria Soares
	X ENEM	
02	Uma análise da opinião dos professores de matemática do terceiro ciclo do ensino fundamental sobre a importância dos números racionais nas suas representações decimal e fracionária	Marcio Antônio da Silva
03	O ensino de frações segundo a opinião docente	Nazaré do S. da Silva; Elise C. P. da Silva Pires e Pedro Franco de Sá
04	O ensino de frações por meio de recursos didático Pedagógicos: extensão e formação de professores no pontal do triângulo mineiro	Tatiane Maranhão e Luiz Carlos Pais
05	As estudantes de pedagogia e suas técnicas matemáticas e didáticas sobre a resolução de problemas que envolvem a divisão	Tatiane Maranhão e Luiz Carlos Pais
06	A prática didática no ensino da multiplicação de números racionais vista sob a ótica da teoria antropológica do didático	Irio Valdir Kichow e Luiz Carlos Pais
	XI ENEM	
07	Conhecimento de estudantes de licenciatura em matemática a respeito de situações para o ensino da divisão com frações	Angélica da Fontoura Garcia Silva e Vanessa Cristina de Carvalho Ito
08	Fração e seus diferentes registros de representação semiótica: uma análise da percepção de futuros pedagogos	Larissa E. de Lima Santana e Luiza Helena Martins Lima
09	A pesquisa sobre formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais no contexto dos números racionais: alguns apontamentos	Patrícia Perlin
	XII ENEM	
10	“Corta”, “multiplica cruzado”, “mudou de lado, muda de sinal”: o conhecimento do horizonte acerca dos números racionais de uma professora da educação básica	Henrique Rizek Elias e Angela Marta P. das Dores Savioli
11	Algumas revelações de alunos e professoras do 4º. Ano	Grace Zaggia e Edda

	do ensino fundamental sobre o significado parte-todo dos números racionais	Curi
12	O conhecimento de professores sobre o algoritmo da divisão de frações	Camila de A. Passos e Carla dos S. M. Battaglioli
13	O estudo das adições de frações com denominadores diferentes através das representações gráficas	Conceição de L. Brandão e Manoel M. Lobo Ribeiro
14	Pensamento teórico sobre número racional e sua representação fracionária: implicações para a formação docente	Iraji de Oliveira Romeiro e Vanessa Dias Moretti
15	Percepções e conhecimentos de professores que lecionam matemática para os anos iniciais acerca do ensino das frações	Francisco José da Silva Júnior e Angélica da Fontoura Garcia Silva
16	Prática Didática do Professor do 5º Ano: Um Estudo Sobre o Ensino de Adição de Frações em uma Escola Municipal de Campo	Danise Regina Rodrigues da Silva e Antônio Sales.
17	Análise de tarefas e narrativas sobre frações como uma estratégia para a formação de professores de matemática	Claudiana de santos carvalho e Flávia Macêdo Santana

APÊNDICE C – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO ‘‘ LIVROS DIDÁTICOS ‘‘

Qt.	Títulos	Autores
	VIII ENEM	
01	Números racionais no ensino fundamental: subconstructos, o papel da linguagem e dos materiais manipulativos	Rodrigues
	XI ENEM	
02	Números racionais: analisando o currículo prescrito para as séries iniciais do ensino fundamental	Diana M. de Lima e Saddy Almouloud
03	Abordagem do conceito de fração: uma análise de livros didáticos	Patrícia Perlin
04	A metacognição no livro didático de matemática: Um olhar sobre os números racionais.	Alexandre Marcelino de Lucena; Lúcia de Fátima Araújo e Marcelo Câmara dos Santos
	XII ENEM	
05	Um estudo das frações presentes em livros didáticos nas perspectivas da teoria dos campos conceituais	Angélica F. Garcia Silva; Joelma Freire e Raquel Factori Canova
06	Ideias associadas ao conceito de número racional: análise de material didático voltado para a educação de pessoas jovens e adultas	Paula Resende Adelino
07	Análise do conceito de divisão em um livro didático de matemática do 6º ano do ensino fundamental, na ótica da teoria dos campos conceituais.	André Felipe Queiroz e Ernani Martins dos Santos
08	A presença das etapas de identificação, fissuração e superação de obstáculos de aprendizagem no ensino de frações no livro didático	Leandro Bordin ; Leticia Ribeiro Lyra e Lucia Menoncini

APÊNDICE D – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1988 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO “ METODOLOGIA DE ENSINO E APRENDIZAGEM POR MEIO DO LÚDICO “

Qt.	Títulos	Autores
	VIII ENEM	
01	Travessias difíceis, divisões divertidas e quadrados mágicos: evolução histórica de três recreações matemáticas	Josinalva Estacio Menezes
	X ENEM Ano 2010	
02	O uso do vídeo didático e a obra de Monteiro Lobato: um convite ao aprendizado do conceito de frações e uma discussão sobre ética no ensino de 1ª fase	Jaqueline Araújo Civardi
03	O uso de jogos no ensino de fração	Adriane Trindade Lopes e Rafael Silva Patricio
04	O problema da medida: construindo o significado dos números racionais com o auxílio do frac- soma 235	Rodrigo Viana Pereira e Ana Clara Pessanha Teixeira de Mendonça
05	O estudo de fração na concepção de Piaget	Maria José Costa dos Santos e Ivoneide Pinheiro de Lima
	XII ENEM	
06	Sequência fedathi e análise de erros contribuindo para o ensino de frações atrelado ao jogo fraction matcher	Virlane Nogueira Melo Pedrosa ; Ana Cláudia Mendonça; Daniel Brandão Menezes e Francisca Cláudia Fernandes Fontenelle

APÊNDICE E – QUADRO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS ACERCA DE FRAÇÃO NOS ANAIS DO ENEM, NO PERÍODO DE 1998 A 2016- RELACIONADAS AO EIXO TEMÁTICO “ PESQUISAS BIBLIOGRÁFICAS ”

Qt.	Títulos	Autores
	X ENEM	
01	A pesquisa sobre números racionais e divisão: revisão bibliográfica, análise e proposta teórico-metodológica	Regina da Silva Pina Neves e Maria Helena Fávero
	XI ENEM	
02	Significados e representações dos números racionais abordados no exame nacional do ensino médio – Enem 2011	Fernanda Andréa F. Silva e Mônica Lins
	XII ENEM	
03	Análise de tendências de pesquisas em periódicos da área de educação matemática no campo dos números racionais	Fernanda Andrea e Fernandes Silva
04	A fração representada como medida de comprimento de reta	Lucas dos Santos Araujo
05	A divisão no campo conceitual multiplicativo: comparações entre pesquisas.	Edvonete Souza de Alencar
06	O estudo das adições de frações com denominadores diferentes através das representações gráficas	Conceição de Lourdes Farias Brandão e Manoel Messias Cardoso Lobo Ribeiro

APÊNDICE F – DISTRIBUIÇÃO DAS COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS NOS ANAIS DO ENEM ACERCA DE FRAÇÃO

ENEM Por Período	Categorias	Quantidade de CC por categoria	Total
II ENEM	Alunos	4	4 CC
	Professores	0	
	Livros	0	
	Lúdicos	0	
	Bibliográfica	0	
III ENEM	Alunos	2	2 CC
	Professores	0	
	Livros	0	
	Lúdicos	0	
	Bibliográfica	0	
IV ENEM	Alunos	0	0
	Professores	0	
	Livros	0	
	Lúdicos	0	
	Bibliográfica	0	
V ENEM	Alunos	0	0
	Professores	0	
	Livros	0	
	Lúdicos	0	
	Bibliográfica	0	
VI ENEM	Alunos	0	0
	Professores	0	
	Livros	0	
	Lúdicos	0	
	Bibliográfica	0	
VII ENEM	Alunos	4	4 CC
	Professores	0	
	Livros	0	
		0	
	Bibliográfica	0	
VIII ENEM	Alunos	6	8 CC
	Professores	0	

	Livros	1	
	Lúdicos	1	
	Bibliográfica	0	
IX ENEM	Alunos	13	14 CC
	Professores	1	
	Livros	0	
	Lúdicos	0	
	Bibliográfica	0	
X ENEM	Alunos	10	20 CC
	Professores	5	
	Livros	0	
	Lúdicos	4	
	Bibliográfica	1	
XI ENEM	Alunos	6	13 CC
	Professores	3	
	Livros	3	
	Lúdicos	0	
	Bibliográfica	1	
XII ENEM	Alunos	7	24 CC
	Professores	8	
	Livros	4	
	Lúdicos	1	
	Bibliográfica	4	