UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA - LICENCIATURA

ANNE JAQUELINE DA SILVA

ANÁLISE DOS CONHECIMENTOS EM POLINÔMIOS DOS DISCENTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO CAA USANDO ENADE E O CONCURSO DO SEE-PE

Caruaru
2018

ANNE JAQUELINE DA SILVA

ANÁLISE DOS CONHECIMENTOS EM POLINÔMIOS DOS DISCENTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO CAA USANDO ENADE E O CONCURSO DO SEE-PE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduação em Matemática.

Área de concentração: Ensino-Matemática.

Orientador: Profº. Dr. Marcílio Ferreira dos Santos.

.

Caruaru

2018

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586a Silva, Anne Jaqueline da.
Análise dos conhecimentos em polinômios dos discentes da Licenciatura em Matemática do CAA usando ENADE e o concurso do SEE-PE. / Anne Jaqueline da Silva. - 2018.
72 f.: 30 cm.

Orientador: Marcílio Ferreira dos Santos
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2018.
Inclui Referências.

1. Polinômios. 2. Avaliação educacional. 3. Secretaria de Educação Cultura e Esportes de Pernambuco. I. Santos, Marcílio Ferreira dos (Orientador). II. Título.

371.12CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2018-264)

ANNE JAQUELINE DA SILVA

ANÁLISE DOS CONHECIMENTOS EM POLINÔMIOS DOS DISCENTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO CAA USANDO ENADE E O CONCURSO DO SEE-PE

Monografia submetida ao Corpo Docente do curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e___________ em 30 de novembro de 2018.

BANCA EXAMINADORA

____
Profº. Marcílio Ferreira dos Santos (Orientador)

____
Profº.Naralina Viana Soares da Silva (Examinadora Interna)

____
Profª.Paulo Roberto Câmera de Souza (Examinador Interno)

Dedico este trabalho primeiramente a Deus e a toda minha família e amigos que sempre estiveram presentes direta ou indiretamente em todos os momentos da minha formação profissional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por suas bênçãos concedidas. À minha mãe que sempre me ajudou e me deu forças para não desistir dos meus sonhos, ao meu pai que onde ele estiver está muito feliz por minha vitória, a minha sogra que faleceu no final do ano passado e que sempre me apoiou e me ajudou. Aos meus filhos, Matheus e Cayo, que mesmo sendo pequenininhos, entendiam minha ausência e que sempre foram minha inspiração, meus incentivadores e motivadores na transposição dos obstáculos que a vida me impôs. Agradeço especialmente a minha mãe por todo apoio, sabedoria e amor que me deu durante toda a vida, especialmente na acadêmica. Agradeço ao meu amigo, esposo e companheiro de todas as horas, Marcelo por compreender a minha ausência em tantos momentos e que me incentivou a não desistir dos meus sonhos e permanecer ao meu lado me apoiando com todo seu amor e carinho. Aos meus tantos amigos que me apoiaram direto e indiretamente nas horas que estudávamos juntos ou mesmo brincávamos pra nos distrair antes ou depois das provas. Agradeço muito ao professor Drº Marcílio por todas suas horas dedicadas à conclusão deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho visa investigar a concepção pessoal acerca do conhecimento matemático dos discentes do curso de Matemática-Licenciatura no CAA diante de questões do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) e de questões do concurso de docentes na SEE-PE. Apesar das particularidades regionais da educação matemática, existem certos assuntos definidos pelo MEC e que devem integrar a base comum das graduações do país. Temos como objetivo comparar a noção dos alunos acerca do próprio conhecimento sobre polinômios em temas como fórmula de Bháskara, teorema da raiz racional, divisão de polinômios, teorema da fatoração primária. Com esse objetivo, coletamos as questões de todas as edições do ENADE e das últimas duas provas da SEE-PE. Aplicamos um questionário para verificar em quais pontos os alunos do CAA consideravam seus conhecimentos suficientes para resolver as questões. Dadas às questões levantadas, percebe-se que os alunos puderam responder com mais segurança às questões relacionadas ao exame do ENADE.Isto indica que a graduação está oferecendo subsídios suficientes para que o aluno solucione as questões deste exame nacional. Mesmo com um resultado sutilmente menor em média de acertos, o desempenho nas provas do SEE-PE também foi bom, mostrando que o aluno não está deficiente nos conteúdos básicos de polinômios. No entanto, os alunos também indicaram que precisariam de mais comprometimento pessoal e do reforço em disciplinas para obterem melhores resultados nas provas. A partir disso, considera-se que futuros docentes já têm resultado bom. Contudo, com o aprimoramento das disciplinas, poderiam chegar ainda melhores resultados. A colaboração deste trabalho pode levar os integrantes do curso a melhorarem as disciplinas onde se estuda temas de Álgebra e Matemática básica que formam o conhecimento dos alunos em anéis de polinômios.

Palavras-chave: Polinômios.Secretaria de Educação. ENADE.

ABSTRACT

This paper aims to investigate personal conception regarding the mathematical knowledge of students in the CAA Mathematics Graduate course in terms of the National Student Performance Examination (ENADE - Portuguese acronym) and the SEE-PE teacher tendering exam. Despite the regional particularities of mathematics education, there are certain common base subjects, as defined by the Ministry of Education, which are required curriculum for all degrees throughout the country. Our objective is to compare students' ideas regarding their own knowledge of polynomials in relation to topics such as the Bháskara formula, rational root theorem, polynomial division and primary factorization theorem. To this end, we have collected all of the questions from every edition of the ENADE, as well as those of the last two SEE-PE tests. We employed a questionnaire to verify at which point the CAA students considered their knowledge sufficient to solve the questions. In light of the questions used, it becomes clear that the students were capable of confidently answering questions from the ENADE exam. This indicates that graduate course is providing sufficient tools for the student to resolve the questions of this national exam. Even with slightly lesser results in terms of correct answers, performance on the SEE-PE tests was also good, showing that the students are not lacking in the basic polynomial content. However, students also indicated that they would require more personal commitment and additional study of certain subjects in order to achieve better test scores. Based on this, it can be understood that future teachers are already demonstrating good results. However, through improvement of the subjects, better results could be obtained. The collaboration of this paper may lead course participants to improve the subjects in which Algebra and basic Mathematics are studied, forming student knowledge of polynomial rings.

Keywords: Polynomials. Secretary of Education. ENADE

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Ao ingressar em um curso de Licenciatura em Matemática, nos preocupamos em estudar diferentes maneiras de ensinar a Matemática, que é muito importante. Mas será que o curso em si nos dá o suporte necessário e mais importante ainda, será que nós estamos aprendendo o conhecimento necessário para ensinar para nossos alunos a os conceitos matemáticos? E será que o modo como estamos sendo preparados, nos dá o suficiente para enfrentar uma sala de aula, visto que muitos, ainda na graduação, já exercem o papel de professor em muitas escolas. Acreditamos que as respostas a essas perguntas são mutáveis e dependem das exigências momentâneas da educação que evoluem com o passar dos anos.

Enfrentar uma sala de aula não é tarefa fácil. Muitos são os fatores que tornam a atividade um desafio e um deles é, entre tantos, a dificuldade que os futuros professores e alunos encontram diante do estudo de Álgebra. A álgebra é uma das áreas mais abstratas da matemática e, portanto essas dificuldades são esperadas. Devido a isso, é uma preocupação estabelecer se os docentes estão sendo preparados de forma suficiente segundo algum parâmetro da educação atual.

Nosso trabalho tem o objetivo de estudar um pouco da compreensão que os licenciandos de Matemática possuem em relação ao conhecimento matemático e, especificamente, no estudo de Polinômios. Sabemos que no Brasil o estudo de equações polinomiais está presente no cotidiano escolar. A partir do 7º ano, as escolas apresentam o conceito de polinômios e assim seguem apresentando novos conteúdos relacionados até o Ensino Médio. Mas nosso sujeito não está relacionadocom o estudante do Ensino Básico e sim como os futuros professores estão sendo preparados para ministrar suas aulas e se estes podem obter bons resultados no ENADE, bem como participar com sucesso de seleções de docência da Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco (SEE-PE). Optamos por avaliar os futuros docentes nos conteúdos relativos à teoria de polinômios, mas a mesma metodologia poderia ser aplicada a outros conteúdos. Nosso intuito é propor uma autoavaliação dos discentes que nos permitirá perceber a perspectiva dos alunos como docentes.

Primeiramente trazemos um pouco de Polinômios em uma só variável na seção 5, explicando um pouco como este conteúdo tem sido trabalhado no Ensino Superior, mais precisamente na disciplina de Estruturas Algébricas, mostrando conceitos como Algoritmo da divisão, teorema da Raiz Racional, Relações de Girard e Teorema Fundamental da Álgebra, bem como algumas demonstrações.

Na seção 6, abordaremos um pouco do conceito e da história das equações polinomiais, começando com a do 1º grau até a do 4º grau (3º e 4º graus ficam como curiosidades, visto que não são estudadas no ensino básico). Com grau mais alto, a teoria de Galois cumpre o papel de justificar a não existência de fórmulas de resolução genéricas em geral. Visto que as resoluções de equações foram por muito tempo os problemas mais investigados pela matemática, aproveitamos a oportunidade para falar um pouco sobre o grande matemático ÉvaristeGalois, que viveu muito pouco, mas o suficiente para ser hoje um dos grandes nomes da Matemática. Galois foi responsável por fornecer uma resposta definitiva para a resolução de polinômios de grau maior ou igual a 5.

Na seção 7, apresentamos o questionário e exibimos dados sobre as respostas dos 15 participantes. Entre outros dados, pudemos perceber a média das associações corretas da questão aos conteúdos clássicos do ensino básico. Não pedimos que os participantes resolvessem as questões, apenas que indicassem quais conteúdos seriam usados para a resolução. Além de pedir que os participantes dessem indicações de como se sentiram ao responder as questões.

Na última seção, reunimos conclusões que podem ser extraídas do nosso questionário. Finalizando nosso trabalho com algumas considerações de como futuras pesquisas podem ser estendidas a partir do que aprendemos com nosso estudo.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Investigar o nível de conhecimento matemático dos licenciandos em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco no tema relacionado a polinômios.

2.2 Objetivos específicos

- Apresentar a teoria de polinômios do básico até a teoria de Galois elementar;
- Avaliar as habilidades adquiridas pelos alunos com relação a teoria de polinômios.
- Verificar em quais conteúdos da teoria de polinômios os discentes se consideram mais habilitados para realização dos exames.

3 JUSTIFICATIVA

Logo no início da graduação, tudo parece ser ótimo, como toda novidade nos parece ser, mas aos poucos vamos amadurecendo e enxergando o que um licenciando precisa para se tornar um verdadeiro profissional. A passagem a seguir nos mostra bem esta questão.

> Um professor de profissão não é somente alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros, não é somente um agente determinado por mecanismos sociais: é um ator no sentido forte do termo, isto é, um sujeito que assume sua prática a partir dos significados que ele mesmo lhe dá, um sujeito que possui conhecimento e um saber-fazer provenientes de sua própria atividade e a partir dos quais ele a estrutura e a orienta. (TARDIF, 2014, p. 230)

O professor tem um papel fundamental para o crescimento do aluno e sua formação é essencial, pois muitos chegam na sala de aula totalmente despreparados sem saber como passar o conteúdo. Com todas as mudanças que ocorrem todos os dias nas formas de aprender e ensinar, os cursos de licenciatura devem preparar os futuros professores para dialogarem com a nova realidade da sala de aula, buscando uma atuação de forma mediadora e modeladora da aprendizagem.

Segundo Brito (2007) apud Coelho (2006):

> Os cursos de graduação que formam professores desempenham um papel de fundamental importância, pois formam pessoas que devem ser autônomas na busca do saber, que superem a mera competência técnica e o conhecimento que pode ser fácil e rapidamente reproduzido, buscando a formação integral do ser humano, formando licenciados com um espírito de constante interrogação a respeito do mundo, do homem, da cultura, da educação e da escola, ultrapassando o imediatamente dado e buscando ampliar a reflexão sobre o mundo. (pág. 402)

Devido a se tratar de um TCC, optamos por escolher um conteúdo específico e que está relacionado com uma disciplina específica da licenciatura em matemática. Esse enquadramento simplifica a pesquisa e permite realizá-lo em menos tempo, além disso, essa escolha permite contribuir com CAA propondo práticas pedagógicas que melhorem a graduação em relação ao conhecimento matemático do assunto de polinômios.

4 ANEL DOS POLINÔMIOS EM UMA VARIÁVEL

4.1 Anel dos Polinômios

Segundo Biazze (2014)

> "EvaristeGalois delineou pela primeira vez o conceito de grupo, associando a cada equação um grupo de permutações das raízes da equação. Com isso, observou-se que os polinômios e as estruturas algébricas modernas do século XIX estavam relacionados. Algum tempo depois os polinômios foram formalizados sobre anéis e não demorou muito para que surgisse o conceito de anéis de polinômios." (pág. 19)

Nesta seção será mostrado um pouco sobre polinômios, anéis de polinômios, também o algoritmo de divisão de polinômios e as raízes de um polinômio. Alguns conceitos aqui apresentados foram retirados de Biazzi (2014) para mais informações a respeito de algumas demonstrações, consultar a referência.

Definição*:*Um polinômio de uma variável sobre A é uma sequência quase nula em que

$$f = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots)$$

em que $a_i \in A, \forall i \in$. Em outras palavras, existe n tal que $1 \geq n+1$ implica em $a_1 = 0$e costuma-se representar a sequência por

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 \mathrm{x}^2 + \cdots + a_n x^n$$

chamamos grau de $f(x)$ denotado por $\partial f(x) = n$ e o conjunto $A[X]$= {p(x): p(x) é um polinômio}.

Temos que o conjunto $A[X]$é um anel, ou seja, possui as seguintes propriedades:

A1. Associatividade: *(f (X)+ g(X)) + h(X) = f(X) + (g(X) + h(X)).*

A2. Elemento neutro da soma: *∃ 0 ∈ A[X] tal que f(X) + 0 = f(X) = 0 + f(X).*

A3. Elemento Oposto: *∃ -p(X) ∈ A tal que f(X) + (-p(X)) = 0 = -p(X) + p(X).*

A4. Comutatividade da soma: *f(X) + g(X) = g(X) + f(X).*

A5. Associatividade do Produto: *(f(X) ·g(X))·h(X) = f(X) ·(g(X) · h(X))*

A6. Distributividade à Direita e à Esquerda: *f(X) · (g(X)+h(X)) = f(X) · g(X) + f(X) · h(X).*

A7. Comutatividade da Multiplicação: *f(X) ·g(X) = g(X) ·f(X).*

A8. Elemento neutro da Multiplicação: $\exists 1 \in$ Atal que $1 \cdot f(x) = f = f(x) \cdot 1$.

Definição: Um subconjunto $I \subset K[X]$é dito ser um ideal se satisfaz as propriedades a seguir:

1. $0 \in I$
2. $\forall\, x, y \in I \Rightarrow x - y \in I$
3. $\forall c \in K[X], x \in I \Rightarrow cx \in I$

Obs.: O conjunto gerado pelo elemento $\mathrm{p}(X) \in K[X]$ definido por

$$\mathrm{p}(X)K[X] = \{\mathrm{p}(X)\, q[X] : \mathrm{q}(X) \in K[X]\}$$

é um ideal que chamamos de ideal principal.

4.2 Algoritmo da Divisão para Polinômios

O algoritmo da divisão é uma ferramenta que se aprende a usar durante o ensino básico. Formulamos e demonstramos o resultado durante a disciplina de estruturas algébricas. Consideramos um conteúdo elementar da educação básica e temos interesse em identificar as dificuldades dos alunos e professores.

Teorema: Considere K um corpo. Se f(x) e g(x) estão em $K[X]$ e g(X) ≠ 0 então existem únicos $q(X)$ e $r(X)$ em $K[X]$ tais que:

$$f(X) = q(X)f(X) + r(X)$$

Onde $r(X) = 0 \; ou \; \partial r(X) < \partial g(X)$.

Demonstração: Seja $f(X) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$e

$$g(x) = b_0 + b_1 x + \cdots + b_m x^{\mathrm{m}} \; (\partial g(X) = m)$$

O anel dos polinômios $K[X]$com o algoritmo de euclides admite boas propriedades algébricas estudadas no ensino superior e que dão suporte aos conteúdos do ensino básico e fundamental.

Teorema: Todo ideal $I \subset K[X]$é um ideal principal.

Demonstração: Seja I um ideal de $K[X]$e se $I = \{0\}$, então J é gerado por 0. Suponhamos que $I \neq 0$ e escolhemos $0 \neq p(x) \in I$tal que $\partial p(X)$seja o menor possível. Se $p(x) = a$constante $\neq 0$então $1 = a^{-1} \cdot a \in I$e assim segue que $I = K[X]$ é gerado por $1 \in K[X]$, então $\partial p > 0$.

Como $p(x) \in I$ temos $K[X] \cdot p(x) \subset I$.

Para $I \subset K[X] \cdot p(x)$ e seja $f(x) \in J$, provaremos pelo Algoritmo de Euclides que $\exists q(x), r(x) \in K[X]$ tais que $f(x) = q(x) \cdot p(x) + r(x)$onde ou $r(x) = 0\ ou\ \partial r(x) < \partial p(x)$.

Como $f(x), p(x) \in I$segue que $r(x) = f(x) - q(x) \cdot p(x) \in I$e pela minimalidade do polinômio $p(x) \in I$ segue que $r(x) = 0$e, portanto temos $f(x) = q(x) \cdot p(x) \in K[X] \cdot p(x)$.

4.3 Fatores Irredutíveis e Fatoração de Polinômios

Os conceitos e teoremas abaixo foram tirados de Gonçalves (1974), para mais informações consultar as referências.

Definição: Dizemos que $p(X)$ e $K[X]$ é um polinômio irredutível se ele não admite fatoração não trivial.

$$p(X) = q(X) \cdot r(X) \Rightarrow q(X) \cdot r(X) \in K$$

Esse polinômio faz o papel dos números primos para os números inteiros, ou seja, podemos fatorar os polinômios usando os fatores irredutíveis. Esta propriedade permite que estudemos a fatoração máxima de polinômios e suas raízes.

Teorema: Seja $p(X) = \mathrm{a_n} x^n + \cdots + a_0 \in K[X]$. Então as seguintes afirmações são equivalentes:

(1) $p(X)$ é irredutível.

(2) $I = p(X)K[X]$é um ideal maximal.

(3) $\frac{K[X]}{I\ é\ um\ corpo}$.

Demonstração:

$(1) \Rightarrow (2)$ Se $p(X)$é irredutível, então $p(X)K[X] \subsetneq J = K[X]$.

$Tome$ $q[X] \in J - p[X]K[X]$.Vamos pensarno ideal$p(X)K[X] \subsetneq q(X)K[X] + p(X)K[X] \subseteq J$

$$m(X) = MDC\{q(X), p(X)K[X] = c \in K = K[X]$$

Portanto, I é maximal.

$(2) \Rightarrow (3)$Sabemos que$\frac{A}{M}$onde$M$ é ideal maximal é sempre um corpo.

$(2) \Rightarrow (1)$Se $I = p(X)K[X]$é maximal, então,$p(X)$é irredutível.

Pois se $p(X) = q(X) \cdot r(X)$com $gr(q(X)) \geq 1 \;\; e \;\; gr(r(X)) \geq 1 \geq 1$,então

$$p(X)k[X] \subsetneq q(X)k[X]$$

Seja K um corpo e $L \geq K$ corpo. Tome $\alpha \in L - K$, chamamos o polinômio irredutível que tem α como raiz de $Irr(\alpha, k)$.

4.4 Teorema da Raiz Racional

De acordo com um artigo de Ribeiro (Brasil Escola), O Teorema das Raízes Racionais é indicado para identificar todas as raízes existentes de uma equação polinomial. Trata-se de uma propriedade que permite, em alguns casos, encontrar raízes racionais para equações polinomiais algébricas.

Teorema: Se o polinômio

$$P(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n+1} + a_{n-2} \cdot x^{n+2} + \cdots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0,$$

possuir raiz racional $\frac{p}{q}$(com p $\in \mathbb{Z}$ e q $\in \mathbb{Z}^*$ e mdc(p,q) = 1 (primos entre si), então a_0 é divisível por p e a_n é divisível por q.

Em relação a este teorema algumas observações se tornam bastante relevante:

- O teorema das raízes racionais não garante que a equação polinomial tenha raízes, mas caso elas existam, o teorema permite identificar todas as raízes da equação;
- Se $a_n = 1$ e os outros coeficientes são todos inteiros, a equação possui apenas raízes inteiras.
- Se $q = 1$ e há raízes racionais, estas são inteiras e divisoras de a_0.

É corriqueira a cobrança desse conteúdo em problemas da educação básica. Portanto consideramos bem razoável a aprendizagem do conteúdo pelos futuros docentes. Sendo importante, tanto para a atividade docente, quanto para aprovação nas seleções e avaliações como o ENADE.

4.5 Relações de Girard

De acordo com Giovanni (2013), o matemático francês Albert Girard (1595–1632), no século XVII apresentou um importante teorema que relaciona as raízes com os coeficientes de uma equação algébrica. Apresentaremos aqui um pouco das relações de Girard, destacando as equações do 2º grau.

A equação algébrica do tipo$ax^2 + bx + c = 0$com $a \neq 0$, cujas raízes são a_1 e a_2 .

Decompondo em fatores do 1º grau:

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha_1)(x - \alpha_2), \text{com } a \neq 0$$

Dividindo ambos os membros por*a:*

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2)$$

Desenvolvendo o produto, temos:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = x^2 - (\alpha_1 + \alpha_2)\,x + \alpha_1 \cdot \alpha_2$$

E igualando os coeficientes, encontramos:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \frac{b}{a} \qquad \text{e} \qquad \alpha_1 \cdot \alpha_2 = \frac{c}{a}$$

4.6 Teorema Fundamental da Álgebra

O Teorema Fundamental da Álgebra possui alguns enunciados equivalentes, abaixo Brolessi (2006) aponta alguns:

> "*Todo o polinômio não constante, de grau n com coeficientes complexos, tem n raízes complexas"*. Há outras formas de enunciar este mesmo teorema, como: "*Todo o polinômio não constante, de grau n com coeficientes complexos, tem pelo menos uma raiz complexa".*Que é equivalente há outroenunciado equivalente, onde diz que: "*Todo o polinômio real pode ser escrito como produto de fatores lineares reais, ou fatores reais de grau dois."* (pág.6)

Em uma abordagem mais algébrica Brolessi (2006) enuncia o Teorema Fundamental da Álgebra:

> "O corpo dos números complexos é algebricamente fechado. Dado que um corpo K se diz algebricamente fechado sempre que todos os polinômios de coeficientes em K se podem decompor em K, Concluímos então que C e

> algebricamente fechado porque todos os polinômios de coeficientes complexos possuem suas raízes em C, assim decompõe-se em C.” (pág. 6)

Sua demonstração envolve Análise, o que aqui nesta pesquisa não nos interessa.Nocaso dos polinômios com coeficientes reais, teremos um caso particular das versões anteriores. Aqui o polinômio $p(X) \in R[X]$ admite apenas $n$raízes complexas ou no máximo n raízes reais. Evitaremos falar no corpo dos números complexos, por entender que foge ao objetivo principal desta pesquisa.

5 POLINÔMIOS

Abordaremos um pouco sobre Polinômios com o intuito de termos uma base do que é abordado no Ensino Básico. Além disso, mostraremos de forma elementar um pouco sobre o assunto de polinômios abordado no Ensino Superior na disciplina de Estruturas Algébricas.

5.1 Conceito de polinômios

O conceito de Polinômios é descrito por Giovanni *[et al.]* (2013) como:

Sendo um número natural n e os números complexos $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_2, a_1, e\ a_0$, denominamos na variável complexa *x* toda função $P: C \rightarrow C$, definida por:

$$P(x) = a_n \cdot P(x) = a_{\mathrm{n}}x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \cdots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0,$$

para todo $x \epsilon C$(chamamos n o grau do polinômio).

A definição mais genérica pode ser vista em (GONÇALVES, 1979). O livro citado é a referência básica adotada nas disciplinas de estruturas algébricas no CAA-UFPE. A definição formal abaixo foi tirada do livro de Gonçalves (1974).

Definição: Seja *A* um anel. Um polinômio com coeficientes no anel *A* é uma sequência infinita de elementos em *A* escrita na forma

$$(a_0, a_1, a_2, \ldots)$$

na qual todos os $a_i's$ são nulos exceto para uma quantidade finita de índices. Os elementos $(a_0, a_1, a_2, \ldots)$ são chamados coeficientes do polinômio.

Abaixo descreveremos um pouco sobre as equações polinomiais. De acordo com Giovanni... *[et al.]* (2013), uma equação polinomial ou equação algébrica de grau n, na variável $x \epsilon C$, é uma equação baseada no polinômio $p(x) \in C[X]$ que pode ser reduzida à forma:

$$a_{\mathrm{n}}x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + a_{n-2} \cdot x^{n-2} + \cdots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0 = 0$$

em que$a_0, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_2, a_1ea_0$ são números complexos, $n \epsilon \mathrm{N}^*$ e$a_n \neq 0$.

A solução de equações polinomiais são os números complexos $c \in C$tal que $p(c) = 0$. Um problema clássico da matemática é resolver equações polinomiais. Por muito tempo, buscaram-se fórmulas que relacionassem os coeficientes do polinômio com as raízes e obteve-se sucesso para grau menor que cinco. PosteriormenteGalois mostrou que fórmulas radicais genéricas seriam impossíveis para grau maior o igual à cinco.

5.2 Equação Polinomial do 1º grau

De acordo com Darronqui (2018) os árabes utilizaram a Matemática dos gregos, que resolviam equações através da Geometria, estabelecendo um acentuado progresso na resolução de equações. Para representar o valor desconhecido em uma equação matemática, os árabes chamavam o valor desconhecido em uma situação matemática de "*coisa*". Em árabe, a palavra "*coisa*" era pronunciada como *xay*. Daí surge o *x* como tradução simplificada da palavra "*coisa*" em árabe.

Ainda no texto de Darronqui (2018), as equações ganharam importância a partir do momento em que passaram a ser escritas com símbolos matemáticos e letras. O primeiro a fazer isso foi o francês François Viète, no final do século XVI. Por esse motivo é chamado "pai da Álgebra". Viète também foi o primeiro a estudar as propriedades das equações através de expressões gerais como:

$$ax + b = 0$$

Assim, os objetos de estudo da Matemática deixaram de serem apenas problemas numéricos sobre preços ou medidas dos lados das figuras e passaram a envolver também as próprias expressões algébricas. Com a evolução dos estudos das equações, podemos utilizar outras variáveis, como as letras, para representar o valor desconhecido da equação. Hoje, esse termo desconhecido é chamado de incógnita, que é uma palavra originária do latim '*incognitu*', que também quer dizer "coisa desconhecida".

Segundo Garbi (pág 19-20, 2010) o segredo para se resolver uma equação do 1º grau seria utilizando os postulados de Euclides, válidos tanto para a geometria como para a Aritmética, que são: coisas iguais a uma terceira são iguais entre si, se iguais forem somados a iguais, os resultados serão iguais, se iguais forem subtraídos de iguais, os resultados serão iguais, coisas coincidentes são iguais entre si e o todo é maior do que a parte.

A manipulação algébrica de equações é essencial para o ensino de resolução de problemas de que incorrem em resoluções de equações. A disciplina de estruturas algébricas é importante neste ponto por preparar os futuros docentes no tema. A ementa da disciplina envolve o estudo de anéis de polinômios, fatoração de polinômios, extensões algébricas e de modo mais genérico na teoria de Galois.

5.3 Equação Polinomial do 2º grau

Bhaskara (1114-1185), célebre matemático, têm seu nome ligado à fórmula geral das equações do 2º grau. Mas, segundo Garbi (2010), a tão conhecida fórmula de Bhaskara não foi descoberta por Bháskara: "No século 12, a mencionada fórmula fora encontrada um século antes pelo matemático hindu Sridhara (991-?) e publicada em uma obra que não chegou até nós."

A resolução de equações de grau 2 se dá, como já mencionado, pela Fórmula de Bháskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Demonstração:

O método para chegar a esta fórmula de Bháskara faremos

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \frac{ax^2 + bx + c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Completando os quadrados:

$$\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = \left(x + \frac{b}{2\mathrm{a}}\right)^2 + \left(\frac{4ac - b^2}{4a^2}\right) = 0$$

Basicamente, isto resolve a equação de segundo grau e demonstra Bháskara:

$$\left(x + \frac{b}{2\mathrm{a}}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = 0$$

A fatoração do polinômio acima é dada por

$$\left[\left(x + \frac{b}{2\mathrm{a}}\right) + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right]\left[\left(x + \frac{b}{2\mathrm{a}}\right) - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right] = 0$$

É necessário que o discente saiba que como estamos nos reais e os reais formam um domínio de integridade, vale

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

5.4 Equações Polinomiais do 3º grau

O matemático Scipione del Ferro (1465-1526) descobriu o método de resolução de equação do terceiro grau para uma solução algébrica de equações do tipo $x^3 + px = q$, mas não a tornou pública, revelando antes de sua morte a seu aluno, Antonio Maria Fior, que não era conhecido no ramo da matemática. Anos mais tarde, Niccolò Fontana (1499-1557), conhecido como Tartaglia, conheceu uma solução para equações do terceiro grau e em 1541 Tartaglia tinha conhecimento de um método geral.

> "Tartaglia contribuiu para a matemática com a redescoberta da resolução de algumas equações cúbicas. Uma competição para resolver equações cúbicas foi organizada entre Antônio Maria Del Fiore e Tartaglia em 1535, Foi então organizado um duelo matemático, cada um deles propôs 30 problemas para serem resolvidos pelo oponente em certo tempo pré-estabelecido. Tartaglia resolveu todos os problemas apresentados a ele, mas Fior não resolveu um único. A razão é que Fior apenas sabia resolver as equações $x^3 + px = q$ com p e q positivos, que del Ferro havia lhe ensinado, enquanto que Tartaglia era capaz de resolver equações da forma $x^3+px^2=q$, possivelmente reduzindo ao casoprecedente." Disponível em: http://www.profcardy.com/matematicos/individuos.php?pid=348 Acesso em: 25 de julho de 2018.

A forma canônica da equação do 3º grau é dada por

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

A resolução a seguir é o método de Viète, segundo Gonçalves (1979). Seja F um corpo contendo o corpo dos números racionais e:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Um polinômio com coeficientes $a, b, c, d \in F$ e $a \neq 0$. Substituindo x por $y + h$, na equação acima, encontramos:

$$f(y + h) = a(y + h)^3 + b(y + h)^2 + c(y + h) + d$$

Desenvolvendo o polinômio anterior obtemos a expressão a seguir:

$$f(y + h) = ay^3 + (3ah + b)y^2 + (3ah^2 + 2bh + c)y + (ah^3 + bh^2 + ch + d)$$

Percebemos que o coeficiente de y^2 no polinômio é $3ah + b$. Para que este coeficiente seja zero, podemos calcular h.

$$3ah + b = 0 \Rightarrow h = -\frac{b}{3a}$$

E dividindo $f(y+h) = 0$, por a, temos

$$0 = y^3 + \frac{\left(3a\left(-\frac{b}{3a}\right)^2 + 2b\left(-\frac{b}{3a}\right) + c\right)}{a}y + \frac{a\left(-\frac{b}{3a}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3a}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3a}\right) + d}{a}$$

A equação fica da forma$y^3 + py + q = 0$, com $p, q \in F$ onde

$$p = \frac{3a\left(-\frac{b}{3a}\right)^2 + 2b\left(-\frac{b}{3a}\right) + c}{a} = \frac{-b^2 + 3ac}{3a^2}$$

e

$$q = \frac{a\left(-\frac{b}{3a}\right)^3 + b\left(-\frac{b}{3a}\right)^2 + c\left(-\frac{b}{3a}\right) + d}{a}$$

Podemos admitir que $y^3 + py + q = 0$ é irredutível em F, ou seja, o polinômio não pode ser fatorado e não possui uma raiz em F. Utilizando o método da substituição de Viète, resulta em

$$y = z + \frac{k}{z}a,$$

a equação $y^3 + py + q = 0$, temos que

$$\left(z + \frac{k}{z}\right)^3 + p\left(z + \frac{k}{z}\right) + q = 0$$

$$z^3 + 3z^2\frac{k^2}{z} + 3z\left(\frac{k}{z}\right)^2 + \left(\frac{k}{z}\right)^3 + pz + p\frac{k}{z} + q = 0$$

$$z^3 + 3zk + 3\frac{k^2}{z} + \frac{k^3}{z^3} + pz + p\frac{k}{z} + q = 0$$

Agora utilizamos $k = -\frac{p}{3}$, que resulta em:

$$z^3 - zp + \frac{p^2}{3z} - \frac{p^3}{27z^3} + pz - \frac{p^2}{3z} + q = 0$$

$$z^3 - \frac{p^3}{27z^3} + q = 0$$

Multiplicando por z^3 os dois lados da igualdade, temos:

$$z^3\left(z^3 - \frac{p^3}{27z^3} + q\right) = 0$$

$$z^6 - \frac{p^3}{27} + qz^3 = 0$$

Substituindo z^3 por t, resulta:

$$t^2 - \frac{p^3}{27} + qt = 0$$

Portanto, encontramos uma equação quadrática:

$$t = \frac{-q \pm \sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}$$

onde ▯$D = -(4p^3 + 27q^2$.Fazendo

$$z_1{}^3 = \frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2} \quad \text{e} \quad z_2{}^3 = \frac{-q-\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}$$

Temos que

$$(z_1 z_2)^3 = -\frac{p^3}{27}$$

Então, $z_1 z_2 = -\frac{p}{3}\alpha$, onde α é uma raiz cúbica da unidade. As raízes cúbicas da unidade são

$$u_0 = 1, u_1 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right), u_2 = \left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right).$$

Observe que $z_2 = -\frac{p}{3}\alpha\frac{1}{z_1} \Rightarrow z_2\alpha^{-1} = -\frac{p}{3}\cdot\frac{1}{z_1}$

$$y_1 = z_1 - \frac{p}{3z_1} = z_1 + u_1{}^{-1}z_2$$

Os possíveis valores para $z_1 = \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}, \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}u_1, \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}{u_1}^2$permitem concluir que as raízes são

$$x_1 = h + \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}} + \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}\mathrm{u}_2$$

$$x_2 = h + \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}u_1 + \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}$$

$$x_3 = h + \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}\mathrm{u}_2 + \sqrt[3]{\frac{-q+\sqrt{-\frac{D}{27}}}{2}}u_1$$

Estas expressões nos dão forma de encontrar as raízes de equações de terceiro grau a partir dos coeficientes.

5.5 Equação Polinomial do 4º grau

A equação do 4º grau e também conhecida como biquadrada, possui a forma canônica como

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

Pode ser reduzida como a equação do 3º grau, resultando

$$y^4 + py^2 + qy + r = 0$$

Utilizando um argumento de Descartes, escolhemos u, v e w de forma que a equação acima se reduza a

$$\left(y^2 + \frac{u}{v}\right)^2 - (vy + w)^2 = 0$$

Onde temos que

$(1) p = u - v^2$

$(2) q = -2vw$

$$(3)r = \frac{u^2}{4} - w^2$$

De (1) e (2) encontramos

$$u = p + v^2 \text{e} w = -\frac{q}{2v}$$

Substituindo *u* e *w* em (3), obtemos

$$r = \frac{(p+v^2)^2}{4} - \left(-\frac{q}{2v}\right)^2$$

$$r = \frac{p^2 + p^2v^4 + v^4}{4} - \frac{\mathrm{q}^2}{4v^2}$$

Multiplicando os dois lados da igualdade por $4v^2$

$$4v^2r = 4v^2\left(\frac{p^2 + p^2v^4 + v^4}{4}\right) - \frac{\mathrm{q}^2}{4v^2} \cdot 4v^2$$

$$4v^2r = p^2v^2 + 2pv^4 + v^6 - \mathrm{q}^2$$

$$v^6 + 2pv^4 + (p^2 - 4r)v^2 - \mathrm{q}^2 = 0$$

Portanto, encontramos uma equação cúbica em v^2, comprovando que uma equação quadrática é reduzida a uma do 3º grau, assim suas raízes são dadas por uma expressão com radicais.

5.6 Equação Polinomial de grau maior que 4 até a teoria de Galois

Segundo Gonçalves (2011) as equações de grau 5 foram estudadas por muitos matemáticos importantes, como Euler que na tentativa de resposta para este tipo de equação, conseguiu apenas encontrar outras soluções para a equação do 4º grau. Em 1970 Lagrange conseguiu um avanço para as equações de grau 5, ele uniu os argumentos das equações de grau 3 e 4 e provou que para as equações de grau 5 era falho.

Passaram os anos e continuaram as tentativas para encontrar algum método para resolver as equações de grau 5, no entanto em todas haviam falhas. Até que em 1824, Abel conseguiu provar que a equação geral do 5º grau não tem solução por meio de radicais. Mesmo com a descoberta de Abel, não ficaram estabelecidas as condições que um polinômio de grau superior a 5 possui ou não a resolução por radicais. Até que um dia, uma notícia surgiu para ocupar uma das mais belas páginas da Matemática e ser no século XIX uma das principais notíciaspara esta ciência. É como aponta Gonçalves (2011):“Em 1843 Liouville escreveu para a ACADEMIA DE CIÊNCIAS DE PARIS anunciando que os trabalhos deixados por ÉvaristeGalois[1811-1832] continham uma solução que respondia precisamente quando um polinômio de grau ≥ 5 é ou não “resolúvel por radicais”.

A solução apresentada por Galois ocupa um espaço importante para a matemática. Mas, quem foi ÉvaristeGalois [1811-1832]? Reservamos a próxima seção para mostrar quem foi este homem que ajudou tanto a matemática com suas descobertas.

5.7 Évariste Galois: O Homem Resolveu O Problema das Equações Polinomiais

Figura 1-Foto de ÉvaristeGalois (1811-1832)

Fonte:algosobre.com.br

A história da matemática carrega em suas entrelinhas vários fatos importantes, entre eles, destaca-se a trágica e brilhante vida do matemático, Évariste Galois (1811 - 1832), que morreu aos vinte anos, mas teve uma vida rodeada de vários conflitos políticos e amorosos.

De acordo com Infeld (1994) Évariste Galois nasceu em 1811, em Bourg-la-Reine na França, seus pais eram Nicolas-Gabriel Galois e Adélaide Marie-Demante, foi sua mãe que cuidou da educação de Galois até os 11 anos, onde até esse período ele era uma criança feliz, séria e responsável. Ao ingressar na escola aos doze anos de idade não teve nenhum interesse pelo latim, grego ou álgebra, mas se encantou pela Geometria de Legendre. Este momento na vida de Galois foi cheio de acontecimentos que marcaram sua vida trágica, ao entrar para o Liceu Louis-le-Grand viu que os estudantes não eram bem tratados. No período, começou a cursar a quarta classe, e devido à sua elevada educação, não teve dificuldades em ter boas notas.

Aos 13 anos de idade Évariste Galois apaixonou-se pela matemática ao ler o livro de Geometria, obra do escritor Legendre, deixando de lado as obras clássicas. Assim elevou o gênio matemático que possuía dentro de si, pois aprendia muito rápido os assuntos, onde normalmente levava-se cerca de dois anos para que fosse estudado. Mas, seus trabalhos escolares eram considerados fracos por seus professores, os quais, o considerava estranho.

> Este aluno só se preocupa com os altos campos da matemática. A loucura matemática domina este garoto. Eu acho que seria melhor para ele se seus pais o deixassem estudar apenas isto. De outro modo ele está perdendo tempo aqui e não faz nada senão atormentar seus professores e se sobrecarregar de punições (SINGH, 2002, p. 222).

Nos anos seguintes dedicou-se a matemática e deixou a escola de lado, onde criou desavenças com professores e colegas. Aos dezesseis anos de idade Galois sabia mais que seus professores, ele era um gênio da matemática. A partir de então esperava entrar na escola que tinha produzido muitos matemáticos célebres, a ÉcolePolytechnique, mas não foi aceito.

> Havia um caminho claro para o jovem prodígio, todavia seu brilho seria o maior obstáculo ao seu progresso. Embora soubesse mais matemática do que seria necessário para passar nas provas do Liceu, as soluções de Galois eram frequentemente tão sofisticadas e inovadoras que seus professores não conseguiam julgá-las corretamente. E para tornar as coisas piores, Galois fazia tantos cálculos de cabeça que não se incomodava de delinear claramente seus argumentos no papel, deixando os professores ainda mais frustrados e perplexos. [...] os seus modos rudes e a falta de explicações na prova oral fizeram com que sua admissão fosse recusada (SINGH, 2002, p. 223).

De acordo com Garbi(2010), aos dezessete anos Galois expôs suas descobertas fundamentais num artigo sobre a teoria das equações e equações contínuas, onde o mesmo foi perdido, assim ele passou a odiar os examinadores e acadêmicos, mais um fracasso na sua segunda tentativa de entrar na Polytechnique, aumentando sua amargura. No mesmo ano, seu pai se suicidou, vítima de perseguição. Apesar dos golpes que sofreu, Galois não desistiu e entrou na École Normale a fim de preparar-se para ensinar e também continuou as pesquisa, onde submeteu a concursos de matemática. Enfrentando de todos os lados tirania e frustrações, ele aderiu à causa da revolução de 1830, tornando-se um republicano radical, e começa a ter problemas com alunos e professores, sendo expulso da Universidade.

Ainda segundo Garbi (2010) foi destruída a última oportunidade do reconhecimento matemático que Galois tanto esperava, dedicou-se completamente ao radicalismo político, aumentando os problemas. Foi a julgamento por ameaças públicas, mas foi considerado inocente. Três meses mais tarde foi condenado por posse de armas. Foi para a prisão de Sainte-Pélagie, mas devido ao surto de cólera de 1832, foi transferido para um hospital, onde teve um caso amoroso com Stephanie-Felice, uma mulher de reputação duvidosa, onde provocou um grande desgosto amoroso.

Em 1932 após participar de um duelo, onde foi morto e assim morreu uma das mentes mais explosivas e originais da História da Matemática, em especial para a Álgebra Moderna. ÉvaristeGalois viveu pouco mais vivenciou as diferenças sociais, a corrupção e as dificuldades econômicas enfrentadas pela França, devido às dificuldades financeiras, fundou uma escola para ensinar matemática, mas pelo seu envolvimento com a política fracassou e fechou quinze dias após a abertura, foi preso por duas vezes, ambas por motivações políticas.

> Durante o jantar Galois faz um brinde sarcástico ao rei com uma adaga em uma das mãos, sugerindo uma tentativa de assassinato a este. Passadas poucas horas a polícia invade o banquete e leva o jovem detido. Évariste ficou detido na prisão de Sainte-Pélagie por cerca de um mês, antes de ser absolvido. Em 14 de julho de 1831 a queda da Bastilha - 1789 - faria aniversário e em forma de protesto ao atual regime, Galois e seus companheiros republicanos marcharam por Paris vestidos com uniformes da extinta Guarda da Artilharia. O fato de encontrar-se armado, desafiando as autoridades locais, levou o jovem de volta à prisão de Sainte-Pélagie, onde ficaria até 16 de março de 1832. (MADEIRA, 2008. Pág 6)

Galois sabia que não teria chance e sabia que ia morrer, então decidiu passar sua última noite escrevendo tudo aquilo que vinha desenvolvendo. Enquanto registrava tudo aquilo que estava em sua cabeça, fórmulas, teoremas, enfim, vez em quando escapava a revolta de tudo se acabar em tão pouco tempo. No dia seguinte, foi atingido na barriga por um tiro, morreu Évariste Galois no dia 31 de maio de 1932, aos vinte anos de idade.

Apenas com 20 vinte anos teve sua vida interrompida em um duelo, decorrente de suas paixões. Uma noite antes de sua morte, Galois convicto de sua morte, escreveu três cartas, a primeira foi aos amigos Napoléon Lebas e Victor Delaunay:

> "Meus bons amigos. Fui desafiado por dois patriotas... Foi-me impossível recusar [...] Sua tarefa é bastante simples: provar que eu me bati contra a minha vontade, ou seja, depois de ter esgotado todas as formas de apaziguamento[...] guardem minhas lembranças, pois a fortuna não me deu vida bastante para que a Pátria saiba meu nome. Eu morro seu amigo." (GALOIS apud GARBI, 2010, p. 168).

A segunda é uma mensagem a todos os republicanos:

> "Eu rogo a meus amigos patriotas que não me reprovem por morrer de uma outra forma que não pelo meu país. Eu morro vítima de uma infame leviana e seus dois tolos desta leviana. É dentro de um miserável mexerico que se extingue minha vida. Oh! Por que morrer por tão pouca coisa, morrer por algo tão desprezível! [...] levo para o túmulo uma consciência limpa de mentira, limpa de sangue-patriótico. Adeus! Eu tinha minha vida para o bem público. Perdão para aqueles que me mataram, eles são de boa fé." (GALOIS apud GARBI, 2010, p. 169).

A terceira carta, diz respeito ao legado matemático de Galois, endereçada a seu melhor amigo Auguste Chevalier, segundo Garbi (2010), dirige seu legado de descobertas, onde tinha teoremas e demonstrações sobre a Teoria dos Grupos.

> "Eu fiz em análise várias coisas novas. Uma concernente à teoria das equações; outras concernentes às funções integrais. [...]você deve publicar esta carta na Revue Encyclopédique. Várias vezes em minha vida eu me arrisquei a avançar proposições das quais eu não estava seguro. Mas tudo o que acabo de escrever está em minha cabeça há bastante tempo e é de meu interesse não me enganar para que não suspeitem que enunciei teoremas dos quais eu não teria demonstração completa. Você deve pedir publicamente a Jacobi ou Gauss para que opinem não sobre a veracidade, mas sobre a importância destes teoremas. Depois disto se achará, eu espero, pessoas que encontrarão sua recompensa em decifrar todos estes rabiscos (no original: tout ce gâchis)." (GALOIS, apud GARBI, 2009, p.169-170).

Estas cartas nos conhecer um pouco mais sobre como era a vida de Galois, bem como o que ele gostaria que fizessem após sua morte.

6 METODOLOGIA

Esta é uma pesquisa de campo, onde utilizaremos o método qualitativo-quantitativo, com o objetivo de investigar se os discentes, que já cursaram a disciplina de Estruturas Algébricas, se sentem preparados para participar de processos seletivos de docência da Secretaria Estadual de Educação de Pernambuco (SEE-PE), bem como obterem melhor resultado no Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) e assim satisfazem as exigências implícitas da educação básica, nos conteúdos relativos ao conhecimento matemático correspondente à teoria de polinômios.

A pesquisa qualitativa para Fonseca (2002) que cita Minayo (2001) mostra que este tipo de estudo “trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e nos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”.

O local a ser realizada a pesquisa é o Centro Acadêmico do Agreste/UFPE, com discentes do curso de Licenciatura em Matemática, que já cursaram a disciplina de Estruturas Algébricas. Propomos um questionário com perguntas escolhidas das seleções de docentes da Secretaria de Educação e do ENADE, contendo 8 questões objetivas (4 da SEE/PE + 4 do ENADE), no qual os participantes foram questionados se consideravam-se aptos a resolver as questões e quais conhecimentos da teoria de polinômios seriam aplicáveis as questões. Além disso, o questionário incluiu quatro questões de avaliação pessoal com o objetivo de tentar medir a confiança dos discentes.

O intuito principal deste questionário é avaliar o quanto a disciplina de Estruturas Algébricas têm sido determinante no nível de conhecimento/preparo dos alunos tanto para seleções da SEE-PE, quanto para avaliações do ENADE. Separadas as questões, resolvemos as questões de forma a consideramos os conteúdos mais adequados. Exibimos no anexo as resoluções que foram feitas e que usamos como parâmetro comparativo com as soluções dos participantes. O parâmetro para avaliar a evolução dos discentes foi a correspondência entre os assuntos indicados pelos discentes no questionário com o que foi realmente usado na resolução da questão. Esse resultado junto com as autoavaliações dos discentes permite-nos ter uma ideia sobre o preparo e a confiança dos discentes com relação à disciplina. O resultado dos alunos na prova do ENADE mostraria como os alunos estão sendo preparados com relação ao que é exigido pelo exame que compõe a nota do curso na avaliação do MEC. Um dos interesses óbvios é encontrar indicações de como levar o curso do CAA a um patamar cada vez melhor. Por outro lado, o rendimento dos docentes nas provas de seleção da secretaria de educação será capaz de mostrar também a expectativa de absorção do discente pelo mercado de trabalho estadual, em outras palavras, mostra a aptidão dos discentes para a empregabilidade.

A proposta do nosso questionário de pesquisa ocorreu da seguinte maneira: encaminhamos o questionário aos estudantes do curso e pedimos que estes o respondessem as questões relacionando-as aos assuntos de polinômios listados: Teorema da Raiz Racional (TRR), o Teorema Fundamental da Álgebra (TFA), a Fórmula de Bháskara (FB), as Relações de Girard (RG), Teorema da Fatoração em Irredutíveis (TDI) e o Teorema da Divisão Euclideana (TDE). Os discentes associariam a questão ao conteúdo se considerassem que o conteúdo faz parte da resolução. Por uma questão de tempo e para não estender demais os questionários, decidimos incluir apenas mais uma pergunta se os alunos acreditavam que conseguiriam resolver os problemas. Assim acreditamos que haveria mais disponibilidade por parte dos participantes para responder os questionários. Por fim, feitas as questões de polinômios, pedimos que os alunos fizessem uma avaliação pessoal com relação ao curso e seu rendimento na resolução das questões.

Na análise dos resultados, como pedimos que o discente associa-se a seis temas centrais de polinômios, daremos 0,167 para cada associação correta e 0,00 para cada associação errônea. Além disso, construiremos gráficos para entender como se distribuem as autoavaliações dos graduandos. No fim os dados permitiriam uma avaliação tanto quantitativa, quanto qualitativa.

7 ANÁLISE DAS RESPOSTAS

7.1 O ENADE e o concurso da SEE-PE

Mostraremos brevemente um pouco sobre o exame do ENADE, bem como a importância da seleção da SEE-PE para o mercado de docentes da UFPE.

O ENADE (Exame Nacional de Desempenho de Estudantes), segundo informações compostas no site do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira), é uma prova realizada para os estudantes dos cursos de graduação, realizada para os iniciantes e para os que já estão em fase de conclusão. É uma prova que avalia o rendimento dos conteúdos programáticos, habilidades e competências adquiridas em sua formação. É de cunho obrigatório e sua regularidade deve está no histórico escolar.

Segundo o INEP,

> "O objetivo do Enade é avaliar o desempenho dos estudantes com relação aos conteúdos programáticos previstos nas diretrizes curriculares dos cursos de graduação, o desenvolvimento de competências e habilidades necessárias ao aprofundamento da formação geral e profissional, e o nível de atualização dos estudantes com relação à realidade brasileira e mundial, integrando o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Superior (Sinaes)".http://portal.inep.gov.br/enade. Acesso em: 05/10/2018
>
> "Os resultados do Enade, aliados às respostas do Questionário do Estudante, constituem-se insumos fundamentais para o cálculo dos indicadores de qualidade da educação superior: Conceito Enade, Conceito Preliminar de Curso (CPC) e Índice Geral de Cursos Avaliados da Instituição (IGC), todos normatizados pela Portaria Normativa nº 19, de 2017. Esses indicadores mensuram a qualidade dos cursos e das instituições do país, sendo utilizados tanto para o desenvolvimento de políticas públicas para a educação superior quanto como fonte de consultas pela sociedade". http://portal.inep.gov.br/enade. Acesso em: 05/10/2018

Ainda na universidade, a maioria dos licenciandos, visa sua carreira profissional, um dos meios mais procurados é o concurso, pois é mais seguro para um início de profissão. Um processo seletivo bastante conhecido no nosso estado é o da SEE-PE, é o concurso público para professor do estado e é a porta de entrada para os docentes no serviço público do estado.

7.2 Análise Qualitativa/Quantitativa das Respostas

A análise foi feita com base nas informações obtidas pelo questionário aplicado aos licenciandos de matemática, buscando conhecer e compreender as habilidades adquiridas pelos alunos com relação à teoria de polinômios e se consideram mais habilitados para realização dos exames como o ENADE e SEE-PE.

Os pontos abordados visam responder os objetivos da pesquisa, pois buscamos nos graduandos de licenciatura em matemática um pouco das dificuldades no conhecimento matemático no assunto relacionados a polinômios.

O questionário foi respondido por um grupo de 15 licenciandos do curso de matemática, onde todos já cursaram a disciplina de Estruturas Algébricas (gráfico 1), componente obrigatório da grade curricular de Matemática. Todas as perguntas do questionário eram fechadas, ou seja, tinha opções para que escolhesse a que mais se enquadrava no seu perfil. Dessa forma, podemos analisar nossa amostragem como sendo todos na etapa final do curso.

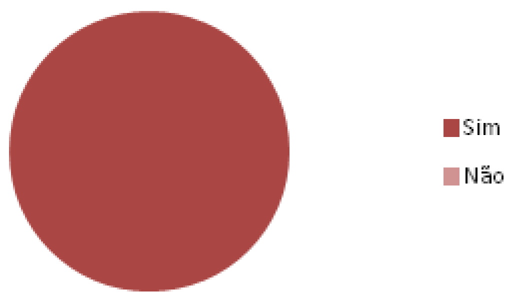

Gráfico 1- Cursaram a disciplina de Estruturas Algébricas

Perguntamos no questionário o nível de familiaridade que possuíam em relação aos temas que mais caem nas provas do ENADE e SEE-PE com relação ao tema de polinômios, os temas foram os seguintes: Teorema da Raiz Racional (TRR), o Teorema Fundamental da Álgebra (TFA), a Fórmula de Bháskara (FB), as Relações de Girard (RG), Teorema da Fatoração em Irredutíveis (TDI) e o Teorema da Divisão Euclideana (TDE) e obtivemos, de forma geral, um maior conhecimento em relação ao TFA e a FB, como podemos ver claramente no gráfico abaixo (gráfico 2), os licenciandos possuem maior dificuldades em relação aos assuntos ligados a disciplina de Estruturas Algébricas.

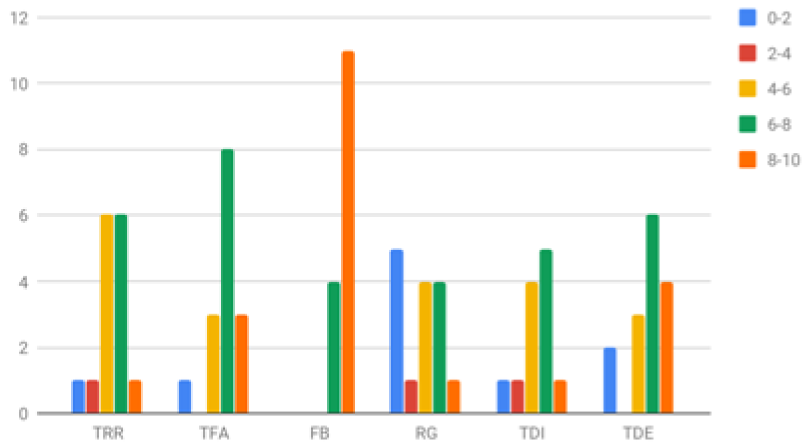

Gráfico 2-Nível de familiaridade com os conteúdos na escala de 0-10

Pedimos para que os alunos dessem uma nota de acordo com seu conhecimento nos assuntos mais comuns no ENADE e SEE-PE e tiramos a média aritmética:

1. Teorema da Raiz Racional: 5,7
2. Teorema Fundamental da Álgebra: 6,6
3. Fórmula de Álgebra: 8,5
4. Relações de Girard: 4,3
5. Fatoração Irredutível: 6,3
6. Divisão Euclidiana: 6,3

Perguntamos se eles se sentem preparados para enfrentar concursos da SEE-PE, bem como uma prova como o ENADE, que fazemos ainda na graduação, com relação ao tema de polinômios e responderam 46,7% que estão preparados e os outros 53,3% que não se sentem preparados para responder questões desse tipo (gráfico 3).

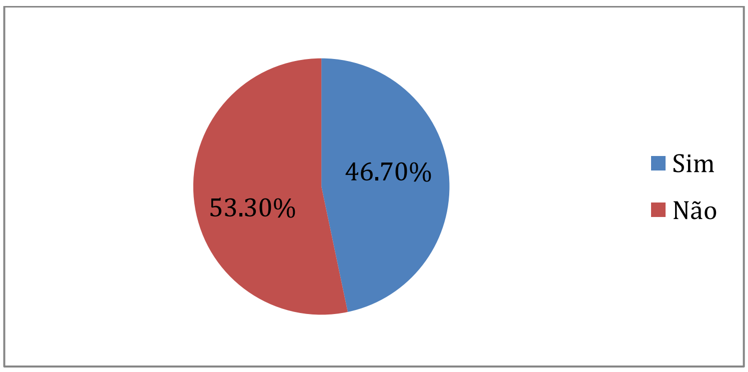

Gráfico 3-Preparação para participar de processos seletivos

Com relação ao preparo para essas seleções, perguntamos a quem atribui maior responsabilidade pela preparação dos discentes nos conteúdos de polinômios e resolução de equações polinomiais, nas categorias pessoal, acadêmico e pessoal e acadêmico. Obtivemos 56,3% para a categoria pessoal e acadêmica, ou seja, o discente acredita que tanto seu empenho quanto a preparação acadêmica têm sido suficientes para prepará-lo. E 43,8% para a categoria pessoal, ou seja, o discente considera que o assunto foi abordado de forma insuficiente na graduação, mas acredita que seu empenho tem sido o fator mais importante no seu preparo (gráfico 4).

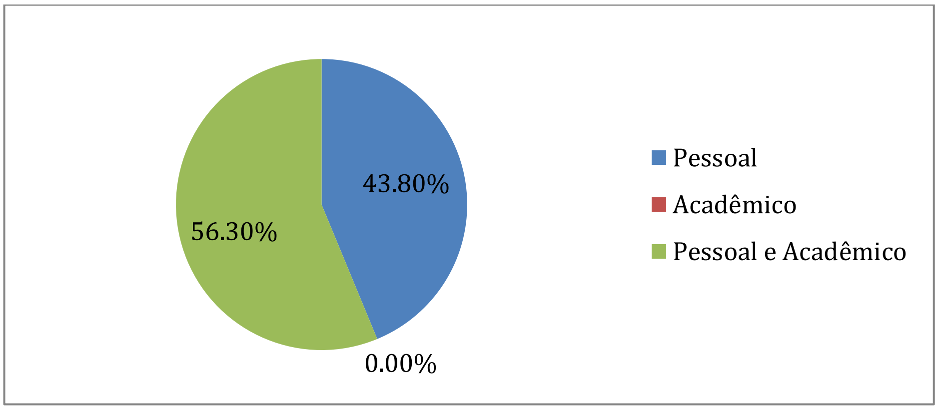

Gráfico 4-Responsabilidade pela preparação dos discentes nos conteúdos de polinômios e resolução de equações polinomiais

Em relação ao nível da prova do processo seletivo da SEE-PE, 50% responderam que o nível da prova é regular, 43,8% é difícil e 6,3% considera a prova muito fácil, como vemos na figura 5 abaixo.

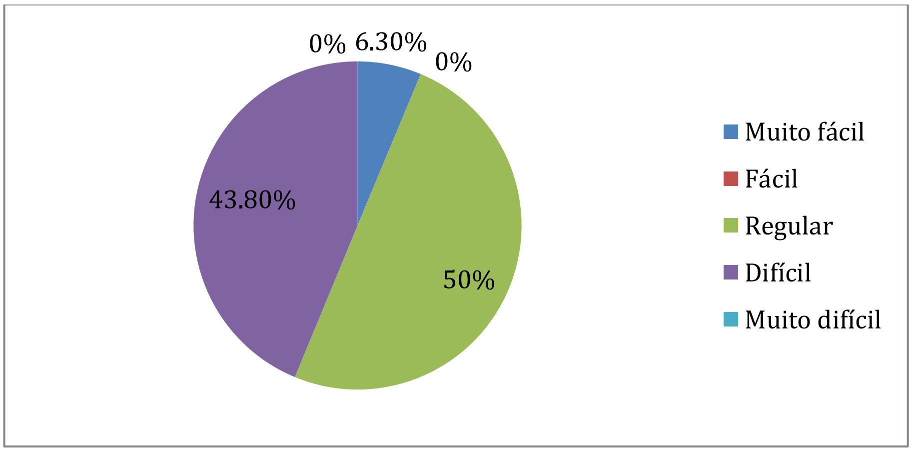

Gráfico 5-Nível da prova do processo seletivo da SEE-PE

Em relação à pergunta anterior, indagamos para os que achavam a prova “difícil” ou “muito difícil” (figura 6), o que os levou a considerar isto, e tivemos 43,8% que considera que o tema seja estudado durante a graduação com nível adequado, entretanto o discente precisaria de uma preparação a mais para conseguir ser aprovado na seleção. 37,5% consideram que embora os assuntos sejam estudados pelos futuros docentes, não considero que sejam os mais relevantes para a educação básica e 25% acham que os assuntos necessários geralmente não são estudados na graduação pelos futuros docentes.

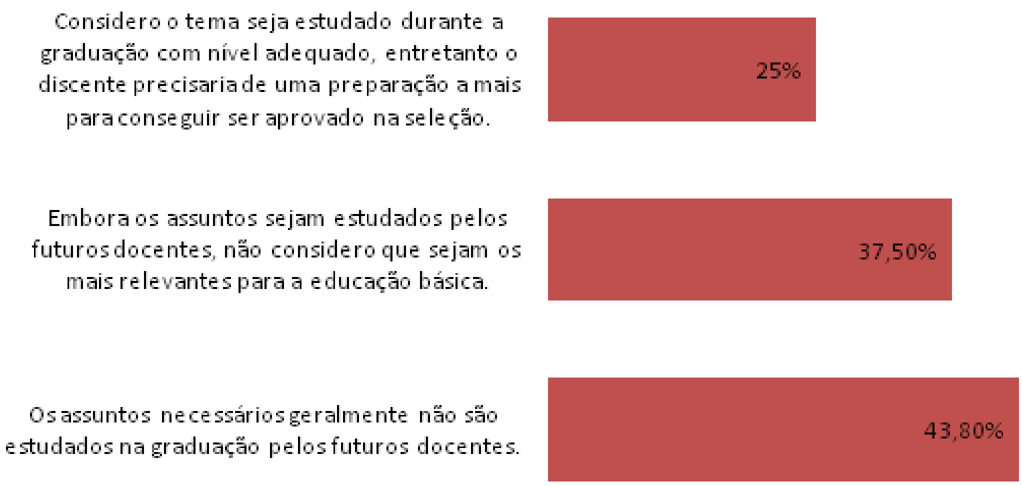

Gráfico 6-A causa que considerou a prova difícil

Depois de mostrarmos como os licenciandos responderam as questões de auto avaliação, iremos olhar agora como eles se comportam frente à determinadas questões que irão lhe exigir um conhecimento específico, que no nosso caso é sobre polinômios. Iremos mostrar através de uma tabela a pontuação de cada um dos quinze participantes com relação a resposta correta de cada questão, a pontuação era a seguinte: 1 ponto se correta e 0 se errada.

Q1 - (SEE/2008) Sobre a equação $2x^3 + 12x^2 + 22x + 12 = 0$ assinale a alternativa CORRETA.

a) Não possui nenhuma raiz real negativa.
b) Não possui nenhuma raiz real positiva.
c) Não possui nenhuma raiz.
d) Possui uma raiz negativa e duas raízes positivas.
e) Possui uma raiz positiva e duas raízes negativa.

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 3,73 acertos.

Assunto		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✓	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1
TFA	✗	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
FB	✗	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
TDE	✗	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
RG	✓	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
TDI	✗	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Resultado	-	2	5	4	2	4	6	3	4	4	4	3	5	3	2	5

Tabela 1-Análise da resposta da primeira questão comparada a resposta correta

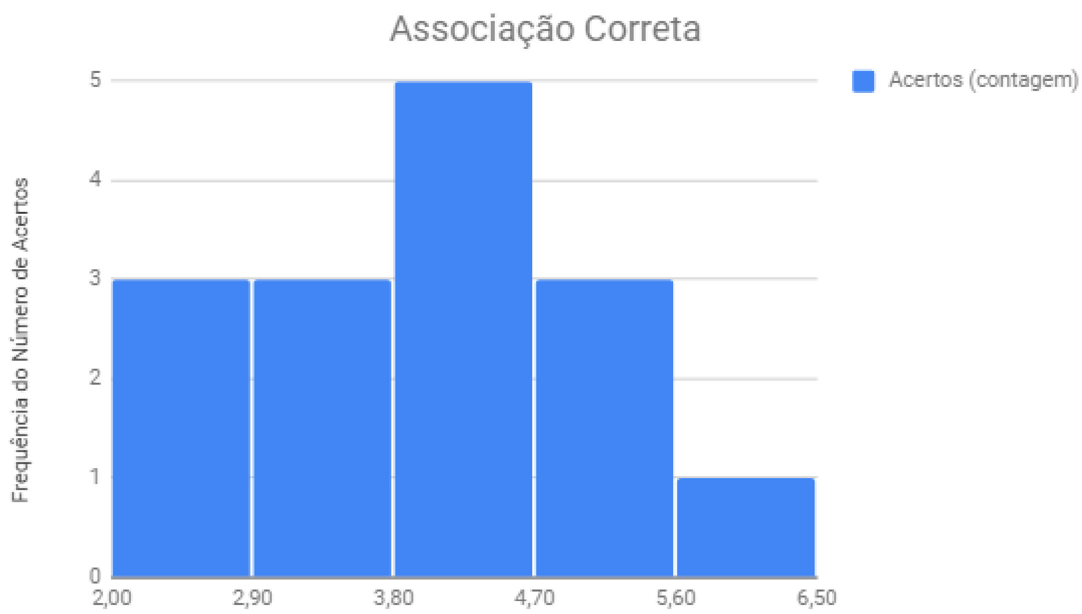

Gráfico 7- Frequência dos acertos para a questão 1

Q2 - (SEE/2008) Considere a equação do segundo grau $2x^2 - 3x + 8 = 0$, e sejam a e b suas raízes. De acordo com as relações entre os coeficientes e raízes dessa equação, é CORRETO afirmar que o valor da expressão $a^2 + b^2$é

a) $\frac{5}{16}$

b) $\frac{13}{16}$

c) $-\frac{13}{16}$

d) $\frac{55}{16}$

e) $-\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{4}}$

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 4,20 acertos.

		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✗	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
TFA	✗	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
FB	✓	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
TDE	✗	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
RG	✓	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
TDI	✗	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Acertos	-	2	5	5	4	4	5	5	5	4	5	3	4	3	5	4

Tabela 2-Análise da resposta da segunda questão comparada a resposta correta

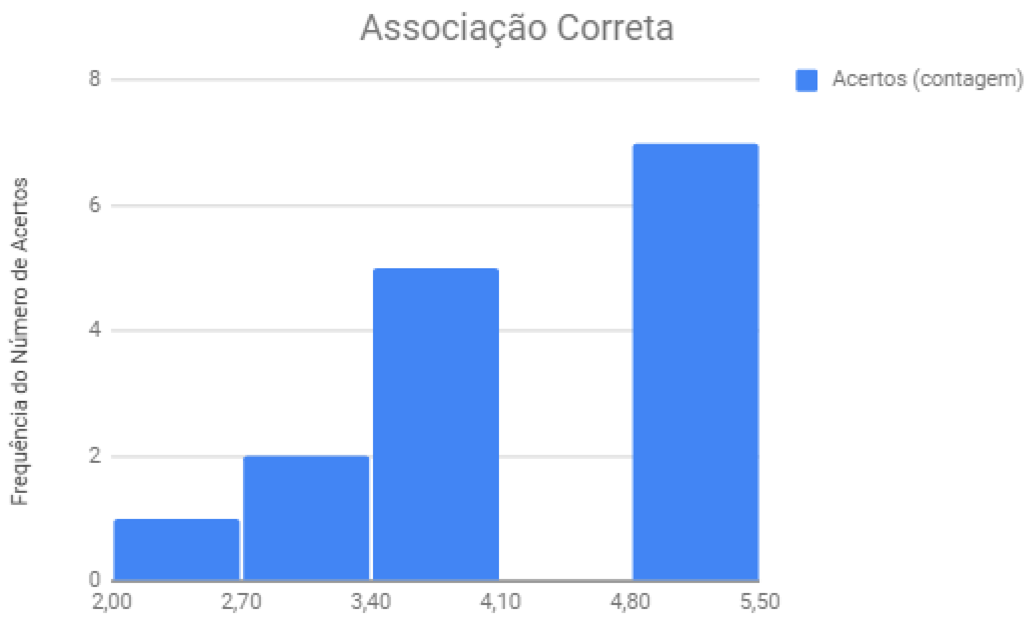

Gráfico 8- Frequência dos acertos para a questão 2

Q3 - (SEE/2008) Sobre a equação $x - \frac{5}{(x-2)} = 2 - \frac{5}{(x-2)}$, assinale a alternativa CORRETA.

a) Possui um número infinito de raízes inteiras.
b) Possui uma raiz inteira positiva.
c) Possui duas raízes inteiras iguais.
d) Não possui nenhuma raiz.
e) Possui uma raiz inteira negativa.

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 3,13 acertos.

		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✓	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
TFA	✓	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0
FB	✓	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
TDE	✗	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

RG	✗	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TDI	✓	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Acertos	-	4	2	3	3	3	4	3	4	3	2	2	3	3	4	4

Tabela 3-Análise da resposta da terceira questão comparada a resposta correta

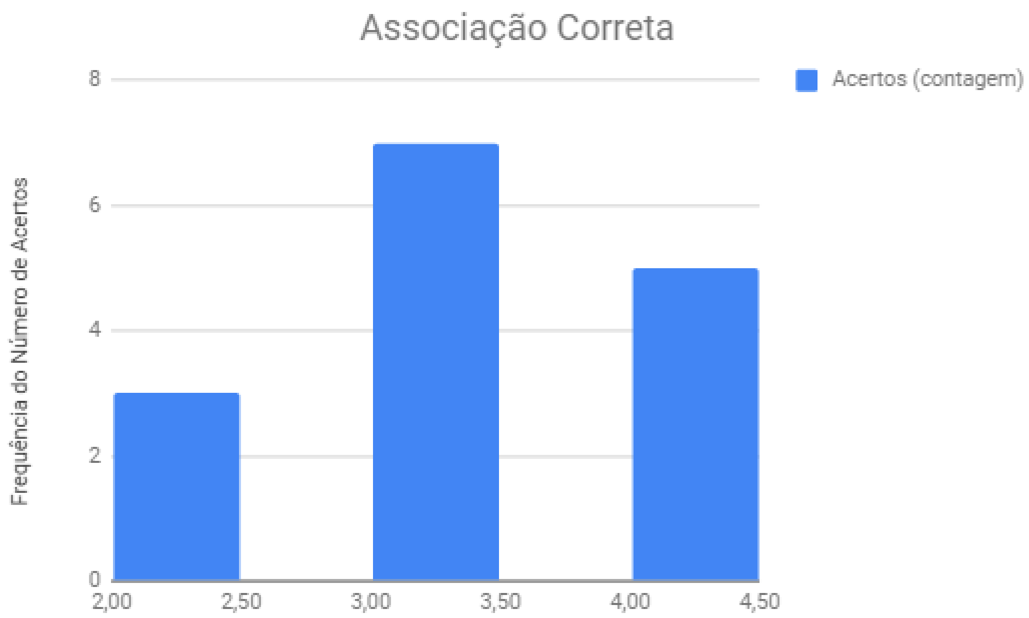

Gráfico 9-Frequência dos acertos para a questão 3

Q4 - (SEE/2008) Sejam a e b as soluções da equação exponencial $(\frac{4}{7})^{2x-x^2} = (\frac{7}{4})^{-2+3x-x^2}$

Sobre isso, assinale a alternativa CORRETA.

a) $a + b$é um número irracional.

b) A média geométrica entre a e b é $\frac{5}{4}$.

c) $\boldsymbol{a \times b}$ é um número primo.

d) a é o inverso de b.

e) a e b são números pares.

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 4,60 acertos.

		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✗	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TFA	✗	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
FB	✓	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
TDE	✗	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
RG	✗	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
TDI	✗	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Acertos	-	2	6	6	6	4	3	4	5	5	5	3	6	4	6	5

Tabela 4-Análise da resposta da quarta questão comparada aresposta correta

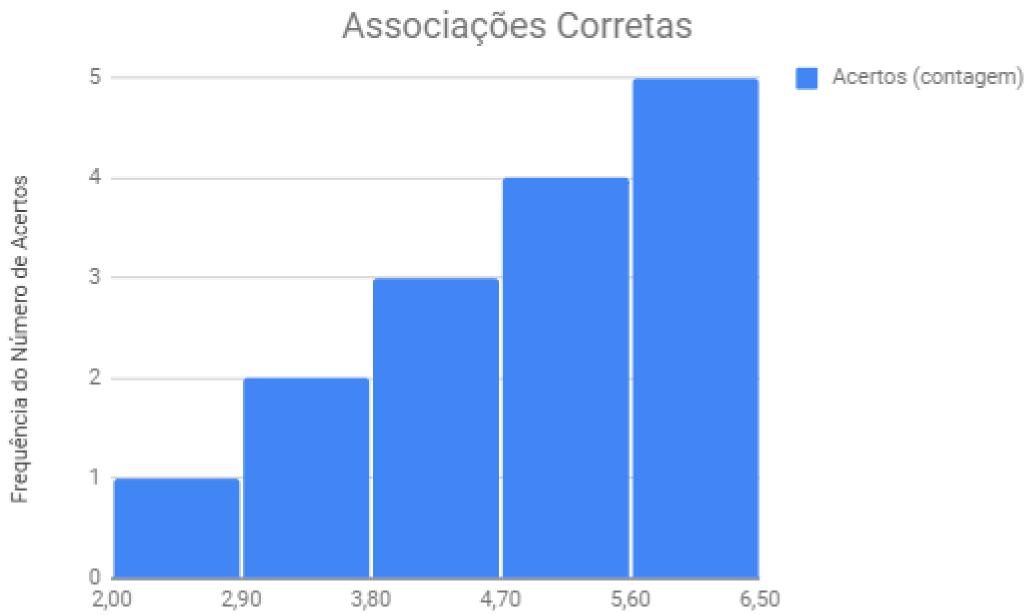

Gráfico 10-Frequência dos acertos para a questão 4

Q5 - (ENADE/2017) O gerente de um posto de combustíveis observou que, na primeira semana do mês em que definiu o preço do litro de gasolina a $R\$ \ 3{,}70$, foram vendidos $15\ 000$litros diários. Com isso, o posto fez uma promoção e percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 200litros de gasolina a mais por dia.

Representando por p a quantidade de centavos correspondente ao desconto dado no preço de cada litro de gasolina, e por F o valor, em reais, faturado por dia com a venda de gasolina, a expressão que descreve essa situação é

a) $F = 15\,000 + 590p - 2p^2$
b) $F = 15\,000 + 590p + 2p^2$
c) $F = 55\,000 - 590p - 2p^2$
d) $\boldsymbol{F = 55000 + 590p - 2p^2}$
e) $F = 55\,000 - 590p + 2p^2$

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 4,70 acertos, aproximadamente.

		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✗	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TFA	✗	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
FB	✓	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
TDE	✗	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
RG	✗	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
TDI	✗	0	1	0	1’	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Acertos	-	3	6	5	6	4	3	4	5	5	5	3	6	4	6	5

Tabela 5-Análise da resposta da quinta questão comparada a resposta correta

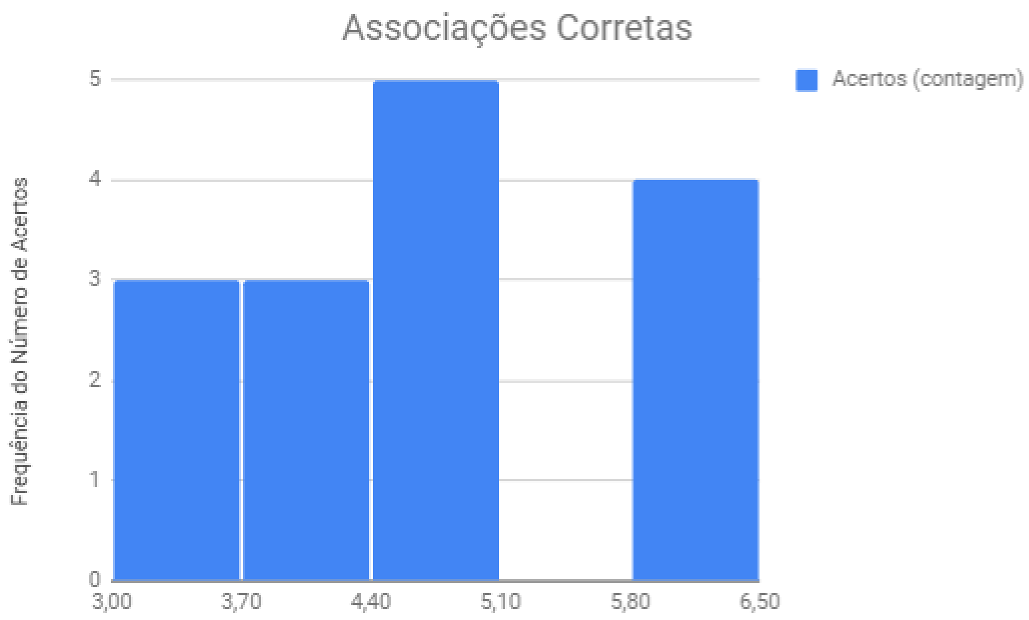

Gráfico 11-Frequência dos acertos para a questão 5

Q6 - (ENADE/2014) Um dos problemas mais importantes estudados pelo cálculo diferencial e integral diz respeito a maximização e minimização de funções. Um desses problemas está relacionado a função cúbica definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

em que *a*, *b*, *c* e *d* são constantes reais, com *a* não nulo. Acerca dessa cúbica, avalie as afirmações a seguir.

I. A função *f* possui apenas um ponto de inflexão, independentemente dos valores de *a*, *b*, *c* e *d*.
II. Se $b^2 - 3ab > 0$, então *f* possui um ponto de máximo local e um ponto de mínimo local.
III. Se *f* possui um ponto de máximo local e um ponto de mínimo local, então a média aritmética das abscissas desses dois pontos extremos corresponde à abscissa do ponto de inflexão.

É correto o que se afirma em

(a) I, apenas.
(b) II, apenas.
(c) I e III, apenas.
(d) II e III, apenas.
(e) I, II e III.

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 4,53 acertos, aproximadamente.

		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✗	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TFA	✗	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
FB	✓	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
TDE	✗	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
RG	✗	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
TDI	✗	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Acertos	-	2	6	3	5	6	3	4	5	5	5	3	6	4	6	5

Tabela 6-Análise da resposta da sexta questão comparada a resposta correta

Gráfico 12-Frequência dos acertos para a questão 6

Q7 - (ENADE/2011) Suponha que um instituto de pesquisa de opinião pública realizou um trabalho de modelagem matemática para mostrar a evolução das intenções de voto nas campanhas dos candidatos Paulo e Márcia a governador de um Estado, durante 36 quinzenas.

Os polinômios que representam, em porcentagem, a intenção dos votos dos eleitores de Paulo e Márcia na quinzena *x* são, respectivamente.

$$P(x) = -0{,}006x^2 + 0{,}8x + 14$$

e

$$M(x) = 0{,}004x^2 + 0{,}9x + 8$$

em que$0 \leq x \leq 36$representa a quinzena ,*P(x)* e *M(x)* são dados em porcentagens.

De acordo com as pesquisas realizadas, a ordem de preferência nas intenções de voto em Paulo e Márcia sofreram alterações na quinzena

a) 6
b) 12
c) 20
d) 22
e) 30

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 4,80 acertos.

		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✗	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TFA	✗	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
FB	✓	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
TDE	✗	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
RG	✗	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1

TDI	✗	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Acertos	-	6	6	4	4	6	3	4	5	5	5	3	6	4	6	5

Tabela 7-Análise da resposta da sétima questão comparada a resposta correta

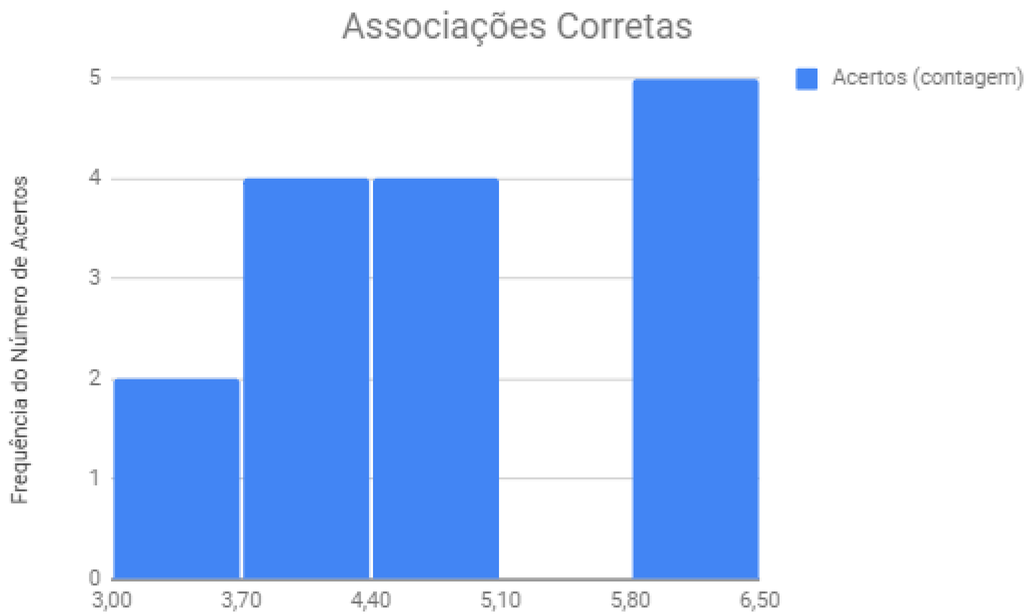

Gráfico 13-Frequência dos acertos para a questão 7

Q8 - (ENADE/2011) Os analistas financeiro de uma empresa chegaram a um modelo matemático que permite calcular a arrecadação mensal da empresa ao longo de 24 meses, por meio da função

$$A(x) = \frac{x^3}{3} - 11x^2 + 117x + 124$$

em que $0 \leq x \leq 24$é o tempo, em meses, e a arrecadação *A(x)* é dada em milhões de reais.

A arrecadação da empresa começou a decrescer e, depois, retomou o crescimento, respectivamente, a partir dos meses

(a) $x = 0$e $x = 11$

(b) $x = 4$ e $x = 7$

(c) $x = 8$ e $x = 16$

(d) x =9 e $x = 13$

(e) $x = 11$ e $x = 22$

A seguir a análise das respostas dos 15 participantes da pesquisa em comparação com nossa resposta. A média de associações corretas entre conteúdos e a questão obtida foi de 4,67 acertos, aproximadamente.

		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
TRR	✗	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
TFA	✗	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
FB	✓	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
TDE	✗	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
RG	✗	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1
TDI	✗	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
Outro	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Acertos	-	5	6	2	5	6	3	4	5	5	5	3	6	4	6	5

Tabela 8-Análise da resposta da oitava questão comparada a resposta correta

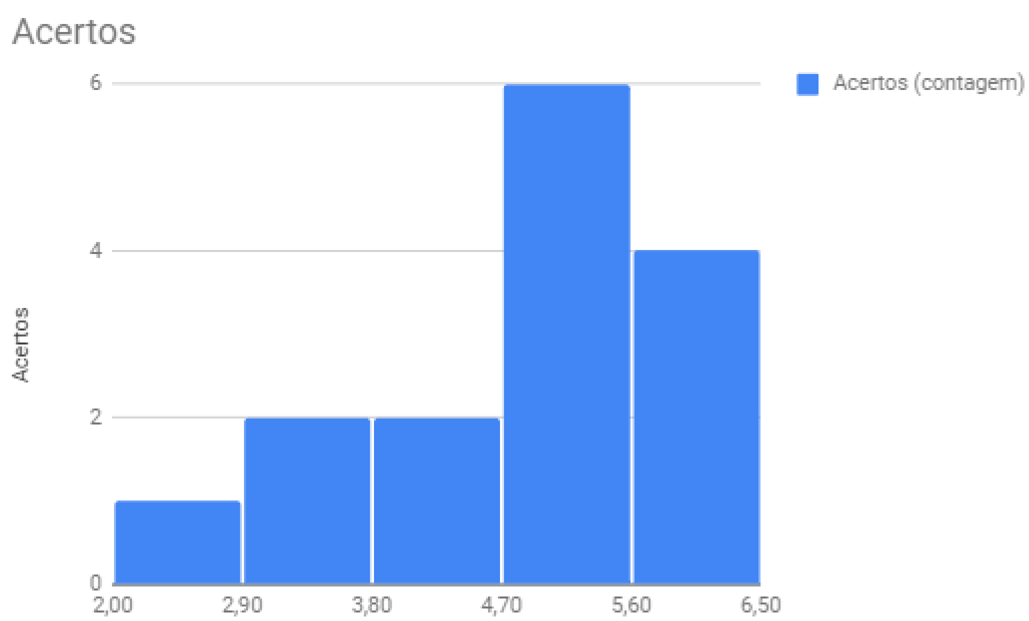

Gráfico 14-Frequência dos acertos para a questão 8

Nosso questionário foi respondido por 15 pessoas que haviam cursado a disciplina de estruturas algébricas e foram expostas ao anel de polinômios. No questionário, buscamos avaliar se os alunos conseguiam responder e associar a questão aos temas clássicos da teoria. A cada associação correta por questão, o discente recebe uma pontuação parcial que somadas podem resultar em até 6 pontos para cada questão. Se o indivíduo responder corretamente todas as perguntas irá ter uma pontuação máxima de 48 pontos.

Indivíduo 01:

a) Obteve um resultado de 26 pontos nas oito questões, sendo 10 pontos nas questões do SEE/PE e 16 pontos no ENADE.
b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 02:

a) Obteve um resultado de 42 pontos nas oito questões, sendo 18 pontos nas questões do SEE/PE e 24 pontos no ENADE.
b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 03:

a) Obteve um resultado de 32 pontos nas oito questões, sendo 18 pontos nas questões do SEE/PE e 14 pontos no ENADE.
b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao SEE/PE.

Indivíduo 04:

a) Obteve um resultado de 35 pontos nas oito questões, sendo 15 pontos nas questões do SEE/PE e 20 pontos no ENADE.
b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 05:

a) Obteve um resultado de 37 pontos nas oito questões, sendo 15 pontos nas questões do SEE/PE e 22 pontos no ENADE.
b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 06:

a) Obteve um resultado de 30 pontos nas oito questões, sendo 18 pontos nas questões do SEE/PE e 12 pontos no ENADE.
b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao SEE/PE.

Indivíduo 07:

a) Obteve um resultado de 31 pontos nas oito questões, sendo 15 pontos nas questões do SEE/PE e 16 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE

Indivíduo 08:

a) Obteve um resultado de 38 pontos nas oito questões, sendo 18 pontos nas questões do SEE/PE e 20 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 09:

a) Obteve um resultado de 36 pontos nas oito questões, sendo 16 pontos nas questões do SEE/PE e 20 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 10:

a) Obteve um resultado de 36 pontos nas oito questões, sendo 16 pontos nas questões do SEE/PE e 20 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 11:

a) Obteve um resultado de 23 pontos nas oito questões, sendo 11 pontos nas questões do SEE/PE e 12 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 12:

a) Obteve um resultado de 42 pontos nas oito questões, sendo 18 pontos nas questões do SEE/PE e 24 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 13:

a) Obteve um resultado de 38 pontos nas oito questões, sendo 22 pontos nas questões do SEE/PE e 16 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao SEE/PE.

Indivíduo 14:

a) Obteve um resultado de 41 pontos nas oito questões, sendo 17 pontos nas questões do SEE/PE e 24 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Indivíduo 15:

a) Obteve um resultado de 38 pontos nas oito questões, sendo 18 pontos nas questões do SEE/PE e 20 pontos no ENADE.

b) Podemos perceber que ele se saiu melhor em questões ligadas ao ENADE.

Portanto, a média de associações corretas entre conteúdos e as questões da SEE/PE foi de 15,66 acertos e as relacionadas ao ENADE foi de 18,70 acertos. Podemos então concluir, perante os dados obtidos que os alunos conseguiriam responder com mais segurança as questões relacionadas às provas do ENADE.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para conclusão desta pesquisa, retomaremos alguns dos principais pontos abordados, tendo como finalidade apresentar se os licenciandos de Matemática se sentem preparados perante processos seletivos para professor e se satisfazem os requisitos cobrados pelo ENADE.

Esta pesquisa teve como objetivo investigar um pouco do nível de conhecimento matemático dos licenciandos no tema relacionado a polinômios. Consideramos que através desta abordagem o próprio licenciando consiga a partir de suas dificuldades, mudar um pouco sua visão quando deparado a uma determinada prova eliminatória, bem como os componentes do próprio curso possam ser aprimorados ou até mesmo rever como a disciplina de Estruturas Algébricas está sendo recebida pelos licenciandos. Isoladas as exigências do ENADE, assumindo que essas são as escolhas tidas como mais importantes visto que foram induzidas pelo exame. Lembrando que não se trata de um treinamento com o objetivo de tornar o aluno apto para uma prova, mas a sensibilização do curso para os assuntos sugeridos como essenciais a formação dos futuros docentes.

Precisamos de mais pesquisas sobre este determinado tema, isto pode ser uma forma para que o licenciando tenha uma formação básica que os torne capazes de enfrentar o mercado de trabalho. Além disso, pensamos que o licenciando precisa sair da graduação com uma visão crítica frente aos desafios que irá enfrentar.

Talvez determinados assuntos não estejam previstos nas ementas das disciplinas. Por outro lado, projeto de extensão ou formações continuadas poderiam ser uma interessante como proposta para minimizar deficiências dos futuros docentes. Escolhemos o assunto de polinômios, para representar os conteúdos de álgebra, mas o mesmo tipo de pesquisa poderia ser feito com outros assuntos que sejam comuns tanto no ensino básico como em disciplinas do curso superior. Bem como poderiam ser feitas em áreas mais abrangentes como a álgebra do ensino básico. Isto serviria principalmente para entender tanto o que se pode esperar do ENADE, como as deficiências do docente. Assim, como os professores do ensino superior poderiam rever sua prática docente de modo a atender de forma mais adequada às habilidades exigidas.

Quando aplicamos o questionário aos estudantes da licenciatura, queríamos ter uma visão de como eles estão sendo preparados e ao analisar suas respostas percebemos que apesar de alguns serem capazes de responder às questões, não se sentem preparados para enfrentar uma prova eliminatória.

Com a análise, verificamos que nossos objetivos foram devidamente alcançados:

- Conseguimos avaliar as habilidades que os licenciandos tinham em relação ao conhecimento matemático do assunto de tema Polinômios.
- Reconhecemos mediante as respostas dos licenciandos, os conteúdos da teoria de polinômios que consideram de maior conhecimento e são mais capazes para a realização dos exames classificatórios e avaliativos.

Olhando criticamente o nosso trabalho, notamos que poderíamos melhorá-lo em alguns pontos:

- A abrangência de discentes dispostos a responder o questionário.
- A abrangência do mapeamento de conteúdos do ENADE.

Enfim, esperamos que este trabalho venha a ajudar os licenciandos de matemática a obter uma visão crítica sobre o que têm adquirido ao final de cada etapa do curso. Bem como, seja o início para que outras pesquisas referentes a este tema e relacionados a outros conteúdos matemáticos sejam realizados, com o intuito de melhorar cada vez mais o desempenho de nossos licenciandos na realização de concursos públicos e avaliativos dentro do curso.

REFERÊNCIAS

BIAZZI, N. **Polinômios irredutíveis: critérios e aplicações**. 2014. 74 f. Dissertação - (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/108811>.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Trad. Elza F. Gomide. Editora Edgar Blucher, São Paulo: 1996.

BRITO, M. R. F. de. **ENADE 2005:** Perfil, desempenho e razão da opção dos estudantes pelas Licenciaturas, 2007.

BROLESI, F. **Teorema Fundamental da Álgebra.** Campinas, 2006.

DARRONQUI, L. C. Elementos da História da Matemática como estratégia pedagógica no ensino da função polinomial do primeiro grau. 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uem_mat_pdp_luciene_cristina_darronqui.pdf

Evariste Galois, o gênio azarado. Disponível em: <http://super.abril.com.br/cultura/evariste-galois-o-genio-azarado/>, Da Redação. Acesso em 29 de abril 2017.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica.** Apostila. Fortaleza: UEC, 2002.

GARBI, Gilberto G. **O romance das equações algébricas.** 4 ed ver. e ampl. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

GIOVANNI...[et al.], Matemática uma nova abordagem:3º ano, Ensino Médio. 3ª Ed.São Paulo: FTD, 2013.

GONÇALVES, A. **Introdução à Álgebra.** IMPA – Projeto Euclides, Rio de Janeiro, 1974.

INFELD, L. **El elegido de los dioses: la história de evariste galois.** Tradução de Roberto Bixio. 8ª ed. Siglo Veintiuno editores, s.a. de c.v., 1994.

MADEIRA, H. S. ***Introdução a Teoria de Galois:*** **uma perspectiva histórica.** Diss. Master's thesis. Universidade Católica de Brasília, Brasília, Brasil, 2008.

RIBEIRO, A. G. **"Teorema das raízes racionais"**; *Brasil Escola*. Disponível em <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/teorema-das-raizes-racionais.htm>. Acesso em 31 de julho de 2018.

SINGH, S.**O Último Teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos.** Tradução de Jorge Luiz Calife. 9. ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** 16. ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2014. P. 230/243.

ANEXO A - RESOLUÇÃO DAS QUESTÕES

Nesta sessão iremos abordar as questões contidas no formulário de pesquisa bem como sua resolução para que na análise possamos ter uma visão mais detalhada sobre o conhecimento matemático do licenciando em Matemática. Vamos estruturar da seguinte maneira: as questões irão vim na mesma ordem que os estudantes responderam, seguido de uma explicação detalhada de sua resolução.

Q1 - (SEE/2008) Sobre a equação $2x^3 + 12x^2 + 22x + 12 = 0$ assinale a alternativa CORRETA.

a) Não possui nenhuma raiz real negativa.
b) Não possui nenhuma raiz real positiva.
c) Não possui nenhuma raiz.
d) Possui uma raiz negativa e duas raízes positivas.
e) Possui uma raiz positiva e duas raízes negativa.

Resposta:

Nesta questão não seria preciso fazer nenhum cálculo, apenas o conhecimento de que se é uma equação cúbica terá três raízes e se os coeficientes a, b, c e d são todos positivos, então todas as raízes reais serão negativas, imediatamente a alternativa correta seria a letra b).

Para confirmarmos o nosso raciocínio iremos calcular, utilizaremos as Relações de Girard, onde diz que o produto é $P = -\frac{d}{a}$ e a soma $S = -\frac{b}{a}$. Seguindo o mesmo raciocínio iremos tirar o a do denominador, encontrando:

$$P = a^2 - d \text{ e } S = -b.$$

Simplificando a equação:

$$2x^3 + 12x^2 + 22x + 12 = 0,$$

temos:

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0$$

coeficientes

$$a = 1 \quad b = 6 \quad c = 6$$

$$P = a^2 - d = -6$$

$$S = -b = -6$$

Tirando o $mmc\ (6) = 2 \cdot 3 \cdot 1$, logo :$P = -6 = -2 \cdot 3 \cdot 1$ e $S = -2 - 3 - 1$. Portanto, o conjunto solução da equação cúbica é:

$S = \{-2, -3, -1\}$.

Portanto, fica confirmado a alternativa **b),** onde diz que nenhuma raiz real positiva.

Outra forma de resolução desta questão é obtida pelo Teorema das Raízes Racionais para identificar todas as raízes da equação polinomial. Primeiramente vamos identificar as possíveis raízes racionais da forma P/q e pelo teorema, a_0é divisível por P, assim $a_0 = 12$, então os possíveis valores de Psão $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12\}$. Analogamente, a_n é divisível por q e $a_n = 2$, então q pode ter os valores: $\{\pm 1, \pm 2\}$. Assim, dividindo Ppor q, obtemos os valores P/q raízes da equação: $\{\{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, -1, \frac{3}{2}$, -$\frac{3}{2}$, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 6, -6, 12, -12}. Para ver se são realmente raízes, faremos o cálculo algébrico substituindo ox da equação pelos possíveis valores de P/q. Se o valor resultar a 0, o x correspondente será raíz.

Encontramos que {-1, -2, -3} são soluções, então a letra b) é a correta, onde diz que não tem nenhuma raiz real positiva.

Q2 - (SEE/2008) Considere a equação do segundo grau $2x^2 - 3x + 8 = 0$, e sejam a e b suas raízes. De acordo com as relações entre os coeficientes e raízes dessa equação, é CORRETO afirmar que o valor da expressão $a^2 + b^2$é

a) $\frac{5}{16}$

b) $\frac{13}{16}$

c) $-\frac{13}{16}$

d) $\frac{55}{16}$

e) $-\frac{23}{4}$

Resposta:

Para resolver esta questão utilizaremos as Relações de Girard. Basta perceber que $S = a + b = \frac{3}{2}$e $P = ab = 4$. Assim, podemos fazer

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = S^2 - 2P = \frac{9}{4} - 8 = \frac{9 - 32}{4} = -\frac{23}{4}$$

Portanto, a alternativa (e) é a correta.

Q3 - (SEE/2008) Sobre a equação $x - \frac{5}{(x-2)} = 2 - \frac{5}{(x-2)}$, assinale a alternativa CORRETA.

a) Possui um número infinito de raízes inteiras.
b) Possui uma raiz inteira positiva.
c) Possui duas raízes inteiras iguais.
d) Não possui nenhuma raiz.
e) Possui uma raiz inteira negativa.

Resposta:

$$x - \frac{5}{(x-2)} = 2 - \frac{5}{(x-2)}$$

tirando o mmc de todos os membros, encontramos:

$$x \cdot (x-2) - 5 = 2 \cdot (x-2) - 5$$

$$x^2 - 2x - 5 = 2x - 4 - 5$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

Resolvendo a equação encontrada por Bháskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Encontramos $x = 2$, pois delta é 0. Portanto a alternativa correta é a letra (c). Na verdade, possui duas raízes reais iguais. Equações de segundo grau sempre têm duas raízes.

Q4 - (SEE/2008) Sejam a e b as soluções da equação exponencial $(\frac{4}{7})^{2x-x^2} = (\frac{7}{4})^{-2+3x-x^2}$

Sobre isso, assinale a alternativa CORRETA.

a) $a + b$é um número irracional.
b) A média geométrica entre a e b é $\frac{5}{4}$.
c) $a \times b$é um número primo.
d) a é o inverso de b.
e) a e b são números pares.

Resposta:

Para resolvermos esta questão, temos que resolver a equação exponencial.

$$(\frac{4}{7})^{2x-x^2} = (\frac{7}{4})^{-2+3x-x^2} \Rightarrow (\frac{4}{7})^{2x-x^2} = (\frac{4}{7})^{(-2+3x-x^2)}$$

$$\Rightarrow 2x - x^2 = \frac{1}{2}(-2 + 3x - x^2)$$

$$\Rightarrow\ 2x - x^2 = -1 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x^2$$

$$\Rightarrow\ -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 = 0$$

Encontramos uma equação do 2º grau, logo aplicamos Bháskara, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Encontramos $x_1 = 1$e $x_2 = 2$.

Verificando as alternativas, temos:

a) a + b não é irracional.
b) A média geométrica de 1 e 2 é $\sqrt{2}$.
c) $a \times b = 1 \times 2 = 2$, logo 2 é primo. Alternativa correta.
d) o inverso de b é -$\frac{1}{2}$ e não 1.
e) 1 e 2 não são pares.

Portanto, alternativa c) é a correta.

Q5 - (ENADE/2017) O gerente de um posto de combustíveis observou que, na primeira semana do mês em que definiu o preço do litro de gasolina a $R\$\ 3{,}70$, foram vendidos $15\ 000$litros diários. Com isso, o posto fez uma promoção e percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 200litros de gasolina a mais por dia.
Representando por p a quantidade de centavos correspondente ao desconto dado no preço de cada litro de gasolina, e por F o valor, em reais, faturado por dia com a venda de gasolina, a expressão que descreve essa situação é

a) $F = 15\ 000 + 590p - 2p^2$
b) $F = 15\ 000 + 590p + 2p^2$
c) $F = 55\ 000 - 590p - 2p^2$
d) $F = 55\ 000 + 590p - 2p^2$
e) $F = 55\ 000 - 590p + 2p^2$

Resposta:

Para resolvermos esta questão faremos:

$$F = valor\ p/unidade \times quantidade$$

$$F = (3{,}70 - \frac{p}{100}) \times (15000 + 200p)$$

$$F = 55000 + 740p - 150p - 2p^2$$

$$F = 55000 + 590p - 2p^2$$

Portanto, a alternativa certa é a letra d).

Q6 - (ENADE/2014) Um dos problemas mais importantes estudados pelo cálculo diferencial e integral diz respeito a maximização e minimização de funções. Um desses problemas está relacionado a função cúbica definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

em que a, b, c e d são constantes reais, com a não nulo. Acerca dessa cúbica, avalie as afirmações a seguir.

I. A função *f* possui apenas um ponto de inflexão, independentemente dos valores de a, b, c e d.
II. Se $b^2 - 3ab > 0$, então f possui um ponto de máximo local e um ponto de mínimo local.
III. Se f possui um ponto de máximo local e um ponto de mínimo local, então a média aritmética das abscissas desses dois pontos extremos corresponde à abscissa do ponto de inflexão.

É correto o que se afirma em
(a) I, apenas.
(b) II, apenas.
(c) I e III, apenas.
(d) II e III, apenas.
(e) I, II e III.

Resposta:

Para resolvermos esta questão utilizaremos conceitos de máximos e mínimos de funções e ponto de inflexão. Para verificarmos a afirmação I, faremos:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

temos que

$$f(x)' = 3ax^2 + 2bx + c$$
$$f(x)'' = 6ax + 2b$$

Verificaremos agora dois casos:

1. Se $a > 0, f(x)'' > 0$ em $]-\frac{b}{3a}, \infty[$e $f(x)'' < 0$em $]-\infty, -\frac{b}{3a}[$, logo f terá concavidade para cima em $]-\frac{b}{3a}, \infty[$ e concavidade para baixo em $]-\infty, -\frac{b}{3a}[$. Assim, o ponto de inflexão de f será $-\frac{b}{3a}$

2. Se $a < 0, f(x)'' < 0$ em $]-\frac{b}{3a}, \infty[$e $f(x)'' > 0$em $]-\infty, -\frac{b}{3a}[$, logo f terá concavidade para baixo em $]-\frac{b}{3a}, \infty[$ e concavidade para cima em $]-\infty, -\frac{b}{3a}[$. Assim, o ponto de inflexão de f será $-\frac{b}{3a}$.

Portanto, a afirmativa I é verdadeira.

Para verificarmos a afirmação II, faremos:

Como

$$f(x)' = 3ax^2 + 2bx + c$$

se $b^2 - 3ac > 0$, temos então que suas raízes são:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a} \text{e } x_2 = \frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$$

Logo,

$$f\,''(x_1) = 6a\,\frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a} + 2b \Rightarrow 2\sqrt{b^2-3ac} > 0$$

$$f\,''(x_2) = 6a\frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a} + 2b \Rightarrow -2\sqrt{b^2-3ac} < 0$$

Temos então que x_1 e x_2 são pontos de mínimo e máximo de f. Portanto, a afirmativa II é verdadeira.

Para verificarmos a afirmação III, faremos:

Se f possui um ponto de máximo local e um de mínimo local, estes pontos são soluções de

$$3ax^2 + 2bx + c = 0,$$

que são:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a} \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-3ac}}{3a}$$

Assim,

$$\frac{x_1+x_2}{2} = \frac{\frac{-b+\sqrt{b^2-3ac}}{3a} + \frac{-b-\sqrt{b^2-3ac}}{3a}}{2} = \frac{-b}{3a}$$

Então a média aritmética das abscissas desses dois pontos extremos corresponde à abscissa do ponto de inflexão.

Portanto, a afirmativa III é verdadeira.

Conclui-se então, que a resposta é a alternativa e).

Q7 - (ENADE/2011) Suponha que um instituto de pesquisa de opinião pública realizou um trabalho de modelagem matemática para mostrar a evolução das intenções de voto nas campanhas dos candidatos Paulo e Márcia a governador de um Estado, durante 36 quinzenas.

Os polinômios que representam, em porcentagem, a intenção dos votos dos eleitores de Paulo e Márcia na quinzena *x* são, respectivamente.

$$P(x) = -0{,}006x^2 + 0{,}8x + 14$$

e

$$M(x) = 0{,}004x^2 + 0{,}9x + 8$$

em que $0 \leq x \leq 36$ representa a quinzena ,*P(x)* e *M(x)* são dados em porcentagens.

De acordo com as pesquisas realizadas, a ordem de preferência nas intenções de voto em Paulo e Márcia sofreram alterações na quinzena

a) 6
b) 12
c) 20
d) 22
e) 30

Resposta:

Para resolvermos esta questão faremos a intersecção das funções, assim:

$$P(x) = M(x)$$

$$-0{,}006x^2 + 0{,}8x + 14 = 0{,}004x^2 + 0{,}9x + 8$$

$$-0{,}01x^2 + 0{,}1x - 6 = 0$$

Encontramos uma equação de grau 2, agora aplicamos a fórmula de Bhaskara.

$$\Delta = (0{,}01)^2 - 4 \cdot (-0{,}01) \cdot (-6) = 0{,}25$$

$$x = \frac{-0{,}1 \pm \sqrt{0{,}25}}{0{,}02}$$

$$x_1 = \frac{-0{,}1+0{,}5}{0{,}02} = 20 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-0{,}1-0{,}5}{0{,}02} = -30$$

Assim, $x = 20$ é a resposta.

Portanto, a correta é a letra c).

Q8 - (ENADE/2011) Os analistas financeiro de uma empresa chegaram a um modelo matemático que permite calcular a arrecadação mensal da empresa ao longo de 24 meses, por meio da função

$$A(x) = \frac{x^3}{3} - 11x^2 + 117x + 124$$

em que $0 \leq x \leq 24$é o tempo, em meses, e a arrecadação *A(x)* é dada em milhões de reais.

A arrecadação da empresa começou a decrescer e, depois, retomou o crescimento, respectivamente, a partir dos meses

(a) $x = 0$e $x = 11$
(b) $x = 4$ e $x = 7$
(c) $x = 8$ e $x = 16$
(d) $x = 9$ e $x = 13$
(e) $x = 11$ e $x = 22$

Resposta:

Para resolver esta questão faremos da seguinte forma:

$$A(x) = \frac{x^3}{3} - 11x^2 + 117x + 124$$
$$A'(x) = x^2 - 22x + 117$$

A equação $\mathrm{x}^2 - 22x + 117 = 0$ tem raízes 9 e 13.agora vamos estudar o seu crescimento ou decrescimento nos intervalos [0,9], [9,13] e [13,15].

O sinal no intervalo (0,9), escolhido dentro do intervalo, por exemplo $x = 1$, conclui-se que $A(x)$é crescente em [0,9]. Analisando o sinal no intervalo (9,13), por exemplo $x = 10$, $A(x)$ é decrescente no intervalo [9,13]. Analisando o sinal no intervalo (13,24), como ,$A(x)$é crescente no intervalo [13,15].

Portanto, a resposta certa é a letra d).

ANEXO B – QUESTIONÁRIO

Questionário de Pesquisa: Avaliação de Questões do Concurso de Docente do Estado e do ENADE

Este formulário faz parte da pesquisa da discente, Anne Jaqueline, da UFPE-CAA. Sendo uma etapa do trabalho de conclusão de curso da discente. Os participantes não precisam resolver a questão, mas apenas avaliar a questão quanto a alguns critérios: (1) indicar se é capaz de resolver o problema, (2) Caso consiga resolver a questão, indique os conhecimentos que deveria usar problema e se as disciplinas da graduação têm sido suficientes para sua preparação.

1. Como pudemos observar nas provas da SEE-PE e no ENADE, os temas mais corriqueiros são o Teorema da Raiz Racional (TRR), o Teorema Fundamental da Álgebra (TFA), a Fórmula de Bháskara (FB), as Relações de Girard (RG), Teorema da Fatoração em Irredutíveis (TDI) e o Teorema da Divisão Euclideana (TDE). Indique o nível de familiaridade com os conteúdos na escala de 0-10:

	0-2	**2-4**	**4-6**	**6-8**	**8-10**
TRR	O	O	O	O	O
TFA	O	O	O	O	O
FB	O	O	O	O	O
RG	O	O	O	O	O
TDI	O	O	O	O	O
TDE	O	O	O	O	O

2. Você cursou estruturas algébricas?

   O SIM
   O NÃO

3. **(SEE/2008)** Sobre a equação $2x^3 + 12x^2 + 22x + 12 = 0$ assinale a alternativa CORRETA.
   a) Não possui nenhuma raiz real negativa.
   b) Não possui nenhuma raiz real positiva.
   c) Não possui nenhuma raiz.
   d) Possui uma raiz negativa e duas raízes positivas.
   e) Possui uma raiz positiva e duas raízes negativa.

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ
Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

4. **(SEE/2008)** Considere a equação do segundo grau $2x^2 - 3x + 8 = 0$, e sejam a e b suas raízes. De acordo com as relações entre os coeficientes e raízes dessa equação, é CORRETO afirmar que o valor da expressão $a^2 + \ b^2$é
   a) $\frac{5}{16}$
   b) $\frac{13}{16}$
   c) $-\frac{13}{16}$
   d) $\frac{55}{16}$
   e) $-\frac{\mathbf{23}}{\mathbf{4}}$

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ
Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

5. **(SEE/2008)** Sobre a equação $x - \frac{5}{(x-2)} = 2 - \frac{5}{(x-2)}$, assinale a alternativa CORRETA.
   a) Possui um número infinito de raízes inteiras.
   b) Possui uma raiz inteira positiva.
   c) Possui duas raízes inteiras iguais.
   d) Não possui nenhuma raiz.

e) Possui uma raiz inteira negativa.

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ
Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

6. **(SEE/2008)** Sejam a e b as soluções da equação exponencial

$$\left(\frac{4}{7}\right)^{2x-x^2} = \left(\frac{7}{4}\right)^{-2+3x-x^2}$$

Sobre isso, assinale a alternativa CORRETA.

a) $a + b$ é um número irracional.
b) A média geométrica entre a e b é $\frac{5}{4}$.
c) $a \times b$ é um número primo.
d) a é o inverso de b.
e) a e b são números pares.

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ
Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

7. **(ENADE/2017)** O gerente de um posto de combustíveis observou que, na primeira semana do mês em que definiu o preço do litro de gasolina a $R\$ \ 3{,}70$, foram vendidos $15\ 000$ litros diários. Com isso, o posto fez uma promoção e percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 200litros de gasolina a mais por dia.
Representando por p a quantidade de centavos correspondente ao desconto dado no preço de cada litro de gasolina, e por F o valor, em reais, faturado por dia com a

venda de gasolina, a expressão que descreve essa situação é

a) $F = 15\ 000 + 590p - 2p^2$
b) $F = 15\ 000 + 590p + 2p^2$
c) $F = 55\ 000 - 590p - 2p^2$
d) $F = 55\ 000 + 590p - 2p^2$
e) $F = 55\ 000 - 590p + 2p^2$

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ
Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

8. **(ENADE/2014)** Um dos problemas mais importantes estudados pelo cálculo diferencial e integral diz respeito a maximização e minimização de funções. Um desses problemas está relacionado a função cúbica definida por

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

em que *a, b, c* e *d* são constantes reais, com *a* não nulo. Acerca dessa cúbica, avalie as afirmações a seguir.

IV. A função *f* possui apenas um ponto de inflexão, independentemente dos valores de *a, b, c* e *d.*
V. Se $b^2 - 3ab > 0$, então *f* possui um ponto de máximo local e um ponto de mínimo local.
VI. Se *f* possui um ponto de máximo local e um ponto de mínimo local, então a média aritmética das abscissas desses dois pontos extremos corresponde à abscissa do ponto de inflexão.

É correto o que se afirma em

(f) I, apenas.
(g) II, apenas.
(h) I e III, apenas.
(i) II e III, apenas.
(j) I, II e III.

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ

Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

9. **(ENADE/2011)** Suponha que um instituto de pesquisa de opinião pública realizou um trabalho de modelagem matemática para mostrar a evolução das intenções de voto nas campanhas dos candidatos Paulo e Márcia a governador de um Estado, durante 36 quinzenas.

Os polinômios que representam, em porcentagem, a intenção dos votos dos eleitores de Paulo e Márcia na quinzena *x* são, respectivamente.

$$P(x) = -0{,}006x^2 + 0{,}8x + 14$$

e

$$M(x) = 0{,}004x^2 + 0{,}9x + 8$$

em que$0 \leq x \leq 36$representa a quinzena ,*P(x)* e *M(x)* são dados em porcentagens. De acordo com as pesquisas realizadas, a ordem de preferência nas intenções de voto em Paulo e Márcia sofreram alterações na quinzena.

a) 6
b) 12
c) 20
d) 22
e) 30

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ
Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

10. **(ENADE/2011)** Os analistas financeiro de uma empresa chegaram a um modelo matemático que permite calcular a arrecadação mensal da empresa ao longo de 24 meses,

por meio da função

$$A(x) = \frac{x^3}{3} - 11x^2 + 117x + 124$$

em que $0 \leq x \leq 24$é o tempo, em meses, e a arrecadação *A(x)* é dada em milhões de reais.

A arrecadação da empresa começou a decrescer e, depois, retomou o crescimento, respectivamente, a partir dos meses

(a) $x = 0$ e $x = 11$
(b) $x = 4$ e $x = 7$
(c) $x = 8$ e $x = 16$
(d) x =9 e $x = 13$
(e) $x = 11$ e $x = 22$

Marque a seguir os assuntos que o problema envolve e se você é capaz de resolver o problema.

	SIM	NÃO	TALVEZ
Você sabe resolver?	O	O	O
Teorema da raiz racional?	O	O	O
Teorema fund. da álgebra?	O	O	O
Bháskara?	O	O	O
Divisão Euclideana?	O	O	O
Relações de Girard?	O	O	O
Fatoração em irredutíveis?	O	O	O

11. Com relação ao tema de polinômios cobrados nos concursos da SEE-PE ou no ENADE, você se sente preparado para participar de processos seletivos?

O SIM
O NÃO

12. A quem você atribui maior responsabilidade pela preparação dos discentes nos conteúdos de polinômios e resolução de equações polinomiais?

O Pessoal – o discente considera que o assunto foi abordado de forma insuficiente na graduação, mas acredita que seu empenho tem sido o fator mais importante no seu preparo.
O Acadêmico – o discente considera que o assunto foi abordado de forma suficiente na graduação.
O Pessoal e Acadêmico – o discente acredita que tanto seu empenho quanto a preparação acadêmica têm sido suficientes para prepará-lo.

13. Como você considera o nível da prova do SEE-PE?

O Muito fácil

- O Fácil
- O Regular
- O Difícil
- O Muito difícil

14. Caso tenha respondido à questão anterior com “difícil" ou "muito difícil” escolha, entre as opções abaixo, a que mais se aproxima na sua opinião da causa que levou você a considerar a prova difícil.

   - O Os assuntos necessários geralmente não são estudados na graduação pelos futuros docentes.
   - O Embora os assuntos sejam estudados pelos futuros docentes, não considero que sejam os mais relevantes para a educação básica.
   - O Considero o tema seja estudado durante a graduação com nível adequado, entretanto o discente precisaria de uma preparação a mais para conseguir ser aprovado na seleção.