

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA**

**ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS: COMO ANALISAM OS
ERROS OS DISCENTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JOICY LARIÇA GONÇALVES SANTOS

Caruaru

2018

JOICY LARIÇA GONÇALVES SANTOS

**ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS: como analisam os erros os
discentes da licenciatura em matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para a obtenção do título de licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino/ Matemática

Orientador (a): Prof^a. Dr^a. Kátia Silva Cunha

Coorientador: Prof. Dr. Edelweis José Tavares
Barbosa

Caruaru

2018

Catálogo na fonte:

Bibliotecária – Simone Xavier CRB/4 – 1242

S237a Santos, Joicy Lariça Gonçalves.
Análise de erros matemáticos: como analisam os erros os discentes da licenciatura em Matemática. / Joicy Lariça Gonçalves Santos. – 2018.
49f. ; il. : 30 cm.

Orientadora: Kátia Silva Cunha
Coorientador: Edelweis José Tavares Barbosa.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, Licenciatura em Matemática, 2018.
Inclui Referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Aprendizagem. 3. Análise de erros (Matemática).
I. Cunha, Kátia Silva (Orientadora). II. Barbosa, Edelweis José Tavares (Coorientador).
III. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2018-050)

JOICY LARIÇA GONÇALVES SANTOS

**ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS: como analisam os erros os discentes da
licenciatura em matemática**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para a obtenção do título de licenciada em Matemática.

Aprovado em: 11/06/2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Dr^ª. Kátia Silva Cunha (Orientadora)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Coorientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof^ª. Ms. Jéssica Rochelly da Silva Ramos (Examinador Externo)

Secretaria de Educação de Brejo da Madre de Deus

Prof^ª. Ms. Lidiane Pereira de Carvalho (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho aos meus pais por todo incentivo e apoio em todos os momentos de minha formação acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por me abençoar em toda caminhada de minha formação. Agradeço aos meus pais, Eraldo Sebastião Gonçalves e Edileuza Correia dos Santos Gonçalves, os quais sempre me incentivaram e me apoiaram em meus objetivos. Sou eternamente grata por me ajudarem a tornar possível a minha tão sonhada formação universitária.

Agradeço também ao meu namorado, Edson Henrique da Silva Gonçalves, que sempre teve paciência comigo em todos os momentos, bons e ruins. Obrigada por fazer parte da minha vida e dessa caminhada de suma importância.

Fico grata a minha orientadora Kátia Silva Cunha por toda paciência e tempo que dedicou a me ajudar durante todo processo de realização desse trabalho. E ao meu coorientador Edelweis José Tavares Barbosa por sempre está disposto a mostrar novos caminhos para um melhor desenvolvimento de minha pesquisa.

E enfim, agradeço a todos que contribuíram, seja de forma direta ou indireta, ficam registrado meus sinceros agradecimentos e meu muito obrigado.

RESUMO

O êxito tem sido usado como critério de aprendizagem, e dentro desse paradigma, tudo que o atrapalhe, deve ser evitado, como é o caso do erro. Não é de se estranhar que muitos professores considerem o erro como algo inaceitável, ou seja, totalmente negativo. Dessa forma, o erro deixa de ser visto como indicador dos passos utilizados pelos alunos e sua análise como necessária para ajudar no desenvolvimento dos mesmos. No entanto, a análise de erros desempenha um forte papel na construção da aprendizagem, essa compreensão é que justifica a pesquisa aqui desenvolvida, sobre a importância do erro, através de sua análise e categorização para a intervenção docente tendo em vista os processos de aprendizagem. Portanto, teremos o propósito de retratar as distintas formas que os licenciandos utilizaram e que poderiam utilizar para analisar os erros dos alunos. A pesquisa se desenvolveu através da aplicabilidade de questionários com questões matemáticas dentro do conteúdo Equações Polinomiais do 2º grau para alunos do 1º período do curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), no intuito de analisar os erros decorrentes das possíveis respostas de tais alunos, segundo o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE). Essas respostas foram analisadas e avaliadas por licenciandos do 9º período do mesmo curso. Assim, através da compreensão das análises dos licenciandos do 9º período tivemos conhecimento de como os mesmos analisam os erros, e se o relacionam ao paradigma que o associa como algo negativo, ou seja, que deve ser evitado ainda se encontra presente nas práticas desenvolvidas por estes, ou se podemos constatar a presença de outro paradigma, que o analise como algo que pode ser construtivo no ensino e aprendizagem do aluno.

Palavras-chave: Análise de Erros. Aprendizagem. Ensino de Matemática. Licenciandos.

ABSTRACT

The success has been used as a learning criterion, and within that paradigm, everything that hinders it should be avoided, as is the case with error. It is not surprising that many teachers consider error as something unacceptable, that is, totally negative. In this way, the error is no longer seen as an indicator of the steps used by the students and its analysis as necessary to assist in their development. However, the error analysis plays a strong role in the construction of learning, this understanding is what justifies the research developed here, about the importance of error, through its analysis and categorization for a teacher intervention in view of the learning processes. Therefore, we will have the purpose of portraying the distinct ways that the licentiate student used and that could be used to analyze the errors of the students. The research it developed through the applicability of questionnaires with mathematical questions within the content Polynomial Equations of the 2nd degree for students of the 1st period of Mathematics-Licentiate course of the Federal University of Pernambuco (UFPE), in order to analyze the errors resulting from the possible answers of such students, according to the Model of Didactic Analysis of Errors (MADE). These answers were analyzed and evaluated by licentiate students of the 9th period of the same course. Thus, through the understanding of the analysis of the licentiate students of the 9th period, we have learned how they analyze the errors of these students, and if the paradigm that associates it as something negative, that is, that should be avoided is still present in the practices developed by these, or if we can verify the presence of another paradigm, that analyzes it as something that can be constructive in the teaching and learning of the student.

Keywords: Error Analysis. Learning. Mathematics Teaching. Licentiate Students.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Modelo de análise didática dos erros (MADE)	19
Figura 2: Recorte apresentado pelo licenciando L1	29
Figura 3: Recorte apresentado pelo licenciando L3	32
Figura 4: Recorte apresentado pelo licenciando L4	34

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Respostas da correção do licenciando L1	28
Quadro 2: Respostas da correção do licenciando L2	30
Quadro 3: Respostas da correção do licenciando L3	31
Quadro 4: Respostas da correção do licenciando L4	33
Quadro 5: Atitudes dos licenciandos nas correções	35

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 OBJETIVOS	14
2.1 Geral	14
2.2 Específicos	14
3 ANÁLISE DE ERROS PERSPECTIVAS TEÓRICAS	15
3.1 Direções e Significados dos Erros	18
3.2 O Erro no Processo de Aprendizagem	18
3.3 Modelo de Análise Didática dos Erros	19
4 METODOLOGIA DA PESQUISA	23
4.1 Sobre os questionários	24
4.2 Sobre os participantes da pesquisa	25
4.3 Sobre a análise das correções	25
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	27
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	37
REFERÊNCIAS	39
APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO 1	40
APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO 2	42
ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	48

1 INTRODUÇÃO

“E” de errado e “X” nas respostas incorretas, esse é muitas vezes o cenário das correções das respostas que não são esperadas pelos professores. Diante disso, surgem os questionamentos: Seria essa a melhor forma de avaliar? O que se esperar dos alunos apenas lhes informando o erro?

A análise de erros nunca foi um ponto simples nas avaliações e atribuições de notas dos professores, porém é indispensável no desenvolvimento da aprendizagem. Mas, será que apenas colocando um “X” ou um “E”, para informar o erro, estaremos dando um *feedback*¹ em relação a aprendizagem dos alunos? Ambos os sinais só representam que o aluno errou, não lhe informando nada, além disto.

Um erro não pode ser visto apenas como negativo. Quem nunca ouviu: ‘é errando que se aprende’? Com isso, não estamos querendo que os alunos errem. O erro não deve ser evitado, nem muito menos provocado, antes utilizado, quando surgir, a favor do aprendizado esperado.

Visto que os erros surgirão, eles fazem parte do processo de aprendizagem, pois indica os percursos usados pelos alunos e alunas na proposição de resolução das atividades, e é exatamente neste ponto que a análise de erros adentra para auxiliar os professores a identificar os obstáculos epistemológicos. Os erros informam muito sobre os alunos e oferecem informações ao professor sobre qual a dificuldade que os mesmos estão apresentando.

A análise não se resume as práticas rotineiras de correções como já citadas, a análise de erros se preocupa com a construção do conhecimento, por isso a importância em procurar entender o que aconteceu, o que levou o aluno a uma resposta errônea. Ponto que De la Torre (2007, p.109), aprofunda com bastante clareza:

Como o professor atua diante dos erros? Na maior parte dos casos, corrigimos indicando a solução correta. Mas ele se pergunta o por que os alunos cometeram determinado erro? Pensa no tipo de erro que se trata? Fazer-se tais perguntas e tentar respondê-las lhe proporcionará muito mais informação que a simples correção.

¹ É um instrumento/prática que permite um retorno constante e contínuo, sendo, portanto, uma atividade reguladora. É também, usado em uma perspectiva de avaliação da aprendizagem, de cunho formativo, além dos processos de ensino.

A análise de erros se caracteriza como uma ferramenta didática para os professores. Através da investigação ao erro podem surgir estratégias por parte dos docentes para auxiliar na aprendizagem dos alunos, assim como defende Azevedo (2009, p.09):

A análise de erros surge como um recurso para auxiliar os professores a compreender melhor os raciocínios dos alunos. Os erros que os alunos cometem é uma informação muito valiosa, no sentido que com ele podemos investigar se ele está ou não compreendendo o que está sendo ensinado e, caso não esteja entendendo, é possível verificar o que está provocando essa incompreensão.

Desse modo, a análise de erros é importante tanto como ferramenta para o ensino, como auxílio na aprendizagem, pois através dela podemos compreender como se dá a construção do conhecimento e ao analisar os erros o professor deixará de estar apenas dizendo o que está certo ou errado, mas passará a acompanhar o processo de aprendizagem do seu aluno, auxiliando-o nas suas dificuldades.

Tendo essa perspectiva de acompanhamento da construção do conhecimento de cada aluno, de questionar sobre as respostas por eles dadas, nos leva a investigar se de fato essa ferramenta didática do erro está sendo utilizada e como está ocorrendo à análise das respostas erradas, para isso faremos uma pesquisa buscando averiguar como os futuros professores analisam e avaliam os erros dos alunos, ou seja: **Como os licenciandos do 9º período de Matemática analisam os erros matemáticos cometidos por alunos do 1º período do curso de Matemática?**

Em face deste questionamento, antecipamos que, uma vez que a matemática é considerada uma ciência exata e pronta pela maioria das pessoas e o êxito é o que mais tem sido enfatizado no ensino, ocasiona que grande parte dos professores em suas correções considere apenas o resultado final e não o processo que o aluno seguiu para chegar a determinada resposta. Esse fato nos leva a alguns questionamentos, tais como: Essa é a melhor forma de avaliá-lo? O aluno apresentar a resposta correta garante que ele aprendeu? Os erros dos alunos poderiam funcionar como uma lupa sobre o que foi aprendido? Será que os erros evidenciam apenas o que os alunos não aprenderam? Como os professores deveriam avaliar os erros e auxiliar seus alunos a superá-los?

Os erros por muitas vezes permearam a vida dos alunos, assim é comum que nos deparemos com as seguintes indagações: ‘o professor desconsiderou toda a questão só porque

errei o resultado final, mas eu tinha acertado todo processo’, ou então, ‘eu sabia todo conteúdo e na prova não consegui desenvolver muita coisa’.

Tais questionamentos nos levam a refletir o papel do erro na aprendizagem dos alunos e nos critérios de avaliação dos professores. A análise de erros ganha espaço de importância tanto para o ensino quanto na aprendizagem de matemática. Pois, os erros, se analisados, podem se tornar uma estratégia de construção do conhecimento, na busca de solucionar dificuldades no processo de aprendizagem.

Todas essas inquietações, na forma de observar, reagir, analisar e avaliar o erro inquietou a necessidade de uma pesquisa sobre a problemática em questão, o querer responder qual a função do erro no processo de aprendizagem da matemática, como os licenciandos o avaliam e como esses erros deveriam ser avaliados, ou seja, sua análise e categorização para intervenção docente nos fazem acreditar que essas discussões poderiam gerar um questionamento fecundo do trabalho desenvolvido no ensino de matemática.

Esse trabalho encontra-se dividido em 3 (três) capítulos, no primeiro buscamos trazer bases teóricas que fundamentam a análise de erros, além de descrever detalhadamente toda categorização do Modelo de Análise Didática dos Erros de De la Torre (2007). No segundo capítulo buscamos expor como foi realizada nossa pesquisa passo a passo, e no terceiro capítulo apresentamos os dados obtidos e trazemos uma análise sobre os mesmos. Ao final nossas considerações finais.

2 OBJETIVOS

A análise dos erros proporciona uma melhor compreensão do que impossibilitou que o aluno chegasse à resposta esperada, podendo-se assim encontrar as possíveis causas de determinados erros. Dessa forma podemos de fato chegar a uma conclusão se a análise de erros é ou não um recurso para auxiliar aos alunos no processo de aprendizagem.

Mas esses não são os objetivos centrais da pesquisa, pois não poderia defender a análise de erros sem antes verificar se de fato ela ocorre e sem mostrar como deveria acontecer como os professores poderiam analisar e guiar seus alunos quanto aos erros.

2.1 Geral

Compreender como os licenciandos do 9º período de Matemática analisam os erros matemáticos cometidos por alunos do 1º período do curso de Matemática, na UFPE- CAA.

2.2 Específicos

Identificar os erros matemáticos de alunos do 1º período de Matemática categorizando-os segundo o Modelo de Análise Didática dos Erros² (MADE);

Analisar as correções e as justificativas apresentadas por um grupo de licenciandos, do 9º período de matemática, em relação aos erros dos alunos do 1º período.

² Modelo de Análise Didática dos Erros de Saturnino De la Torre (2007), o modelo é dividido em três momentos, são eles: Erros de Entrada, Erro de Execução e Erro de Organização da Informação.

3 ANÁLISE DE ERROS PERSPECTIVAS TEÓRICAS

O erro tem sido um grande objeto de estudo, ainda muito conflitivo, para a educação matemática, por um lado visto como resultado reprovável por outro como instrumento de aprendizagem.

Segundo De la Torre (2007), educador matemático espanhol, os erros constroem valiosos indicadores pedagógicos e os professores podem utilizá-los para reconstruir o conhecimento do aluno, ou seja, analisar o erro como meio para chegar ao conhecimento pretendido de fato, se afastando da ideia do fracasso e tendo como meta o êxito.

Em seus estudos De la Torre (2007), localizou três parâmetros para os erros e os nomeou sob o Modelo de Análise Didática dos Erros, são eles: erros de entrada ou desequilíbrio da informação (o aluno não compreende a pergunta e se equívoca na resposta, pois diz respeito a interpretação do que está sendo pedido no problema ou a que conteúdo se refere), erros de organização da informação (erros que estão relacionados a estratégia de resolução e, dessa forma, o aluno modifica a informação para que consiga responder) e erros de execução (falhas e equívocos nas execuções de respostas).

A categorização de erros torna-se importante e deve ter total atenção dos professores pelas suas repercussões cognitivas que podem possibilitar no desempenho dos alunos. É importante que os professores levem em consideração as dificuldades, para que, de fato, deem a oportunidade dos alunos chegarem à resposta esperada.

Oliveira (2015) defende a mesma compreensão sobre o erro, cuja análise se constitui enquanto uma ferramenta de reconstrução do conhecimento. Garante em suas pesquisas que, “os erros cometidos pelos alunos devem ser vistos como algo natural ao processo de aprendizado e não apenas como falha na aprendizagem, podendo ser utilizado para uma aprendizagem mais significativa” (Idem, p. 02).

De acordo com as citações acima, o erro não deve ser visto como negativo, mas sim, enquanto uma ferramenta didática na construção do conhecimento.

No Brasil, Pinto (1998) defende que diferentemente das didáticas tradicionais, em que o erro era um indicador do fracasso do aluno, se apresenta como um reflexo do pensamento do sujeito, que são indícios de manifestação positiva de grande valor pedagógico, ou seja, a pedagogia do êxito já está defasada, devemos “dar espaço” para a nova didática, para a

pedagogia do erro, no qual através da análise das falhas, equívocos e confusões dos alunos podemos, de fato, auxiliá-los ao caminho do êxito.

Segundo Cury (2007), nem sempre os erros mostram apenas o conhecimento que o aluno não aprendeu ou construiu e nem sempre os acertos revelam o que o aluno aprendeu. A autora desenvolveu algumas classes para os erros em sua pesquisa investigativa que foi realizada com 368 alunos calouros de 9 (nove) instituições de Ensino Superior brasileiras. O projeto foi intitulado “Análise de Erros em Disciplinas Matemáticas de Cursos Superiores” e foi desenvolvido por 14 (quatorze) docentes de cursos da área de Ciências Exatas. Abaixo, descrevemos essas classes, baseadas na análise de Cury e também nas ideias defendidas neste trabalho:

Classe A: essa categoria corresponde às resoluções corretas. Nesta classe estão as questões que os alunos compreenderam de forma clara e coerente e assim chegaram ao resultado esperado.

Classe B: corresponde aos alunos que desenvolveram grande parte da questão proposta, mas ao final não chegaram ao resultado esperado, pois não organizaram as informações que tinham de forma correta.

Classe C: correspondem as questões que os alunos cometeram erros por não entenderem o que está sendo pedido, ou seja, a meta e assim utilizaram parte das informações para deduzir uma possível resposta.

Classe D: fazem parte dessa categoria as questões que demonstram que o aluno não entende do conteúdo que está sendo trabalhado, apenas respondeu para não deixar em branco.

Classe E: são os erros categorizados por falta de atenção, descuido ou dificuldades em conteúdos anteriores ao que está sendo trabalhado.

Essas classes têm o propósito de verificar as possíveis causas de erros dos alunos e auxiliá-los a suprir suas dificuldades.

Azevedo (2009) ressalta que o erro pode ser visto como um recurso que auxilia tanto os professores quanto os alunos. Para os professores, pode possibilitar a identificação das possíveis causas dos problemas de aprendizagem apontando para a necessidade de desenvolver estratégias para que os alunos superem suas dificuldades, já para os alunos, estes permitem que encarem e procurem solucionar seus erros para chegar a um resultado positivo/ ao êxito.

Portanto, o erro não deve ser visto apenas como um problema, como o final de um processo fracassado, pois os erros podem desempenhar papéis importantes na construção do

conhecimento e na maturação do aluno, a postura do professor frente ao erro, deve estar sensível a análise das motivações de seus alunos ao seguirem tal caminho, deve ter a preocupação em saber o porquê que o aluno não chegou a resposta que se esperava ao ensinar determinados conceitos/conteúdos.

Mercedes (2006), afirma que o erro pode ser utilizado como uma estratégia de aprendizagem para retomar conceitos que não foram bem estruturados pelos alunos.

Analisar os erros cometidos pelo aluno pode contribuir para a reconstrução de conceitos mal estruturados, não se deve utilizar o erro como elemento responsável pelo saber matemático do aluno. É preciso analisá-lo e usá-lo como ponte para esta reconstrução. Usá-lo como uma estratégia de ensino, e não como um quantificador do conhecimento (Idem, p.104).

O acerto do aluno não garante que de fato ele aprendeu, nem muito menos o erro pode “medir” seu grau de “não-aprendizagem”. Por essa visão, refletimos que os professores necessitam repensar a metodologia que valoriza a ênfase de informar erros e exaltar os acertos, o professor deve se indagar o porquê que o aluno respondeu daquela forma e não de outra, ao invés de focar apenas numa única solução para os problemas, ou até mesmo considerar apenas o êxito do aluno, seria importante que desse espaço e criasse meios para que o aluno consiga chegar de fato ao êxito. É importante também salientar, que os autores que abordamos ao estudar o erro, não salientam que este deve ser estimulado ou que deve ser mantido, mas, sobretudo analisado.

De acordo com Paias (2009) ao analisar os erros, o professor pode perceber quais foram as dificuldades dos alunos na realização da atividade, podendo orientá-los para que acertem e tenham a oportunidade de errar sem ser punidos.

No entanto, para promover a aprendizagem espera-se que o professor não alegue que o que ele pensa sempre está correto, é necessário haver uma reorganização no que julga correto, uma aceitação ao erro por se tratar de uma etapa em direção à aprendizagem, por outro lado, o professor não deve simplesmente julgar como errado, antes, deve analisar e justificar para o aluno o porquê que está considerando tal resposta errada, para que assim, conheça de fato a dificuldade e erros do aluno.

As posições teóricas apresentadas colocam uma questão central para o encaminhamento metodológico: a reflexão na análise de erro como estratégia didática no processo de ensino da matemática. Além de nos possibilitar a reflexão se, de fato, a análise de

erros tem tido seu papel no ensino, se o professor tem visto e analisado os erros e falhas de seus alunos como meios para auxiliá-los na aprendizagem esperada.

3.1 Direções e Significados dos Erros

De la Torre (2007), descreve o erro usando quatro direções semânticas, são elas: efeito destrutivo, deturpativo, construtivo e criativo. O erro é apontado pelo autor, numa dupla consideração: negativa (efeito destrutivo e deturpativo) e positiva (construtivo e criativo). Na forma negativa, o efeito destrutivo do erro é visto como uma falha irreversível, no polo oposto tem o erro como estímulo criativo que é considerado como um instrumento de progresso no processo de aprendizagem.

A sinopse dos diversos significados do erro elaboradas por De la Torre (2007) é descrita em quatro categorias: pensamento, linguagem, ação (proceder) e erro voluntário (engano). De acordo com o autor, o erro na categoria de pensamento tem os significados de confusão, desacerto, falha e equívoco; os significados para categoria de linguagem são besteira, mancada e gafe; para categoria da ação temos descuido, defeito e inconveniência e finalmente os significados para o erro voluntário teremos invenção, truque e mentira.

3.2 O Erro no Processo de Aprendizagem

Para De la Torre (2007) os erros variam de acordo com as matérias e conteúdos do currículo, portanto afetam o método e a forma de avaliação, ele sustenta que:

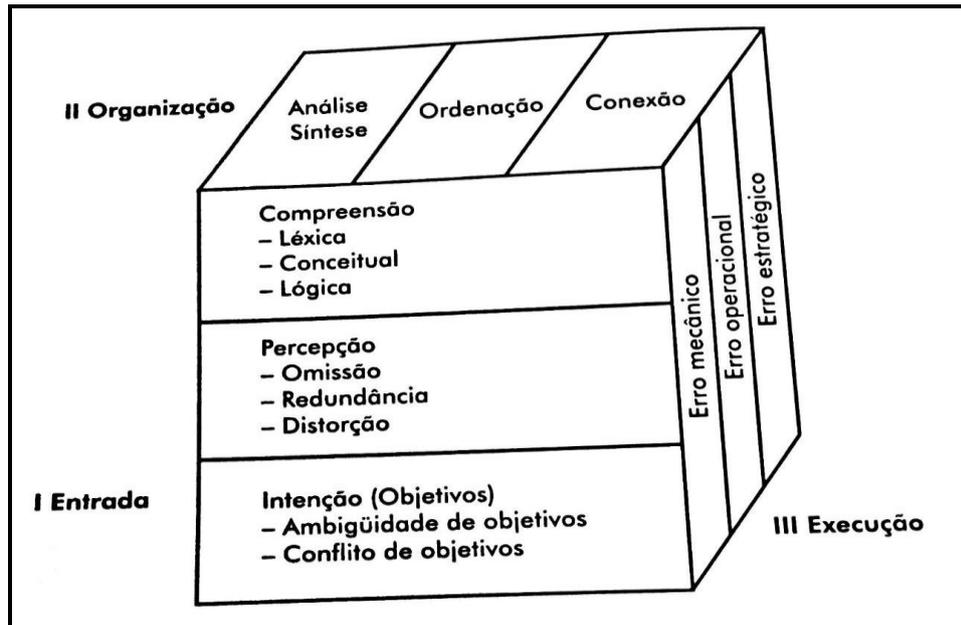
Entre as didáticas especiais que mais atenção prestaram à análise dos erros estão o estudo das línguas (em particular a segunda língua) e a matemática. Enquanto as primeiras focalizam sua atenção nos erros de execução, a matemática atende aos erros de raciocínio, de compreensão e de organização biológica da informação (Idem, p. 128).

Assim, De la Torre (2007) afirma que os erros cometidos nas atividades de matemática se centram nas falhas de compreensão e no processo lógico adotado - quando o aluno resolve um problema matemático de forma errada. Dessa forma, como consequência da análise de erros, o professor pode modificar sua estratégia didática e utilizar uma metodologia mais adequada às necessidades dos educandos.

O professor ao utilizar a análise do erro não estará interessado na quantidade de erros, mas ao tipo e a forma do erro cometido, ao firmar um compromisso com essa análise estará firmando um compromisso com os métodos de ensino.

3.3 Modelo de Análise Didática dos Erros

Figura 1: Modelo de análise didática dos erros (MADE)



Fonte: DE LA TORRE, 2007, p. 108.

De la Torre (2007), propôs um Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE, como mostra a figura 1, o qual “[...] são recolhidas as principais dimensões e categorias do erro, que podem servir de guia tanto na investigação como para sua análise e seu tratamento didático” (Idem, p. 108). O MADE é composto por três momentos: entrada, organização e execução.

Detalhamos, no entanto, como o erro pode ser utilizado e analisado em cada momento, de acordo com a figura 1 acima.

- **Erros de entrada ou desequilíbrio da informação:** possui uma alta percentagem dos erros, há um desequilíbrio entre a informação que a pessoa dispõe e o problema que a mesma precisa solucionar, ou seja, possui informações inadequadas ou insuficientes em algum desses três planos: intenção, percepção e compreensão.

No plano das intenções, De la Torre (2007) coloca três situações, sendo a primeira a indefinição de metas ou falta de clareza na intenção, ou seja, o aluno não sabe o que realmente

está sendo pedido pelo professor e nem para que serve o exercício, o que gera a ambiguidade de metas. Como exemplo, o autor enfatiza que basta entregarmos aos alunos uma folha em branco e pedir que ‘façam o que quiserem’, com isso surgirá um turbilhão de perguntas. Portanto, a clareza é de suma importância para que sejam ajustadas as propostas do professor.

A segunda situação seria a incompreensão ou confusão do objetivo ou da intenção, os erros dessa fase ocorrem por uma falta de maturidade dos alunos relacionada ao tipo de objetivo apresentado numa atividade, para que isso não ocorra o professor deve traçar bem os objetivos de acordo com o nível de conhecimento de seus alunos, um exemplo que o autor apresenta, são em problemas matemáticos para crianças com operações de soma e subtração, quando não definimos um único objetivo, gerando a dúvida constante se será “de mais primeiro ou subtraio logo alguma coisa”.

Já na terceira e última situação teríamos o conflito de objetivos ou desvio da meta fixada, na qual a atividade desperta no sujeito objetivos mais desejáveis que os propostos pelo professor, logo ocorre um desvio de meta prevista, e o erro é inevitável. Um dos exemplos proposto pelo autor é quando o professor leva um jogo para uma turma e define a meta para que aprendam determinado conteúdo com o auxílio desse jogo, no entanto, grande parte dos alunos o utiliza apenas como uma forma de diversão.

No segundo plano, temos as percepções da informação, que tem sua origem na má percepção das características da informação que é fornecida e o que está sendo pedido, o principal responsável deste plano é a metodologia docente e a incapacidade discente, neste, temos três modalidades, a primeira seria os erros devido à omissão de informação suficiente, ou seja, os professores dão por certo que seus alunos já possuem tal conhecimento ou habilidades para solucionar o problema e omitem informações válidas para o mesmo. Um exemplo que De la Torre (2007) ressalta é quando o professor fala: ‘- Isto vocês já sabem de anos anteriores’. Portanto, cabe aos professores se perguntarem se, de fato, eles já sabem, se possuem o conhecimento necessário para seguirem com o exercício. Essa falta de informações básicas pode se dá a partir de três causas: sobrecarga de informação (informações excessivas e a partir disso o aluno não foca nas mais relevantes), distração (falta de atenção nas informações fornecidas) e insuficiente percepção ou análise da tarefa (condiz com o estilo cognitivo do aluno, se ele possui ou não maior capacidade de captar as informações).

Na segunda modalidade no plano das percepções temos a redundância e omissão, que para alguns sujeitos é importante a redundância para que assim o sujeito não se atrapalhe, porém para outros isso pode gerar erros, pois alguns precisam de uma maior quantidade de

repetições dos conceitos. Temos como exemplo: as crianças pequenas e as pessoas com atraso que necessitam de uma maior redundância.

O último tipo de plano das percepções são os erros de distorção, que normalmente acontece quando a informação é confusa, pouco clara ou estranha ao conhecimento do aluno. Às vezes, o aluno sente que sabe mais acaba distorcendo a questão, informação, pelo fato de simplificar demais os dados.

O último plano do momento de entrada de acordo com De la Torre (2007), é o plano da compreensão, no qual temos os erros de compreensão léxica, conceitual e lógica. Esses erros acontecem geralmente pela falta de compreensão do exercício. Quando o aluno compreende um conteúdo ele deve ser capaz de expressá-lo com sua própria linguagem, se isso não ocorre, o aluno acaba cometendo erros dessa natureza. Essa falta de compreensão na linguagem não está apenas voltada a área de linguagem, encontramos também em outras disciplinas, como é o caso da matemática. Tanto os erros de incompreensão de conceitos como os erros de caráter lógico devem chamar atenção do professor, por sua repercussão no desenvolvimento dos processos cognitivos. Como exemplo desse plano, temos a compreensão com palavras técnicas e as acepções científicas que trazem dificuldades aos alunos em níveis superiores.

- **Erros de organização da informação:** Após a obtenção da informação de entrada o aluno organiza os dados para resolução do problema. Segundo De la Torre (2007, p.118) “Os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que dispõe para dar com a resposta que lhe é pedida.” Esses tipos de erros podem vir a ocorrer quando os alunos analisam e sistematizam a informação que dispõem, quando ordenam em sequências ou fazem conexões com conhecimentos que já possuem.

Para o primeiro tipo de erros dessa categoria, temos os erros de análise e síntese, o qual está associado à capacidade que o sujeito possui em analisar o que está lendo, o que está tendo contato. Para De la Torre (2007), “Para organizar a informação, é preciso partir de algum critério; do contrário, o que se faz é “amontoá-la”, com a dificuldade que isso representa para sua posterior utilização” (Idem, p. 119). Portanto, é importante identificar as características relevantes e ter claro os passos que deve seguir para solucionar o problema proposto. Um exemplo que De la Torre (2007) propõe é quando um aluno diante de um problema matemático diz: ‘Eu não entendo’, esse está se referindo a não entender os passos necessários para chegar a sua solução.

Já os erros de ordenação, se dão pelo fato da má sequenciação das informações, nesse caso, não há uma boa conexão da informação desviando-se da meta fixada. Como exemplo, o autor apresenta que se pedimos para uma criança fazer a operação 3×9 , se a mesma não lembrar do resultado 27, poderá seguir por várias maneiras para tentar solucionar a operação pretendida, podendo perseguir um caminho não adequado.

Para o terceiro caso, temos os erros de conexão e interferências, que ocorrem quando o aluno utiliza o conhecimento que já possui, de forma errônea para solucionar um problema que está lhe sendo proposto. O exemplo proposto por De la Torre (2007) é, se mostrarmos dois triângulos retângulos invertidos nem todos os alunos os reconhecerão como triângulos retângulos, mesmo que esses alunos já possuam o conhecimento do que seria um triângulo retângulo. Pois, muitos dos erros e das falhas de aprendizagem ocorrem quando transpassamos conhecimentos adquiridos para situações diferentes.

- **Erros de execução:** São erros que se classificam como equívocos, ocorrem quando os alunos arriscam novas estratégias que não são familiares. Esses erros são identificados por De la Torre (2007) como erros mecânicos, erros operacionais e erros estratégicos, iremos discutir como funciona cada um.

Os erros mecânicos ocorrem muitas vezes pelo cansaço ou fadiga, costuma ser por pequenos detalhes como: a troca de sinais, omissão de letras, etc. Os erros operacionais ocorrem por conta do nervosismo, o aluno tenta lembrar algo, mas não consegue, temos exemplos, tais como: quando confundimos os sinais e em vez de multiplicar, somamos, ou ao contrário. Já no caso dos erros estratégicos, são os erros de procedimentos, o aluno comete um equívoco na estratégia escolhida para solucionar o problema, por exemplo, quando o aluno se estende numa prova que o professor tinha pedido que sintetizasse.

Com a análise de erros, é possível perceber os erros que acontecem nos três momentos (entrada, organização e execução), desse modo teremos contribuições relevantes para o professor e para o aluno, pois, assim como retrata De la Torre (2007, p.130), “[...] os erros de execução e de organização têm a ver principalmente com as aptidões pessoais, e os erros de entrada estão muito condicionados pela atuação do professor e pelo método empregado”.

Assim, tratamos de descrever o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), de De la Torre (2007), que embora não seja o único modo de caracterizar o erro, proporciona uma visão ampla e completa da tipologia do erro para análise, investigação e tratamento, a seguir apresentamos o caminho metodológico utilizado para a realização da pesquisa.

4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Tendo o objetivo de compreender como os licenciandos do 9º período de Matemática analisam os erros matemáticos cometidos por alunos do 1º período do curso de Matemática, na UFPE-CAA, o presente trabalho realizou um estudo qualitativo das correções dos licenciandos participantes da amostra pesquisada, ou seja, um estudo que segundo Minayo (2015) corresponde a um método de investigação científica focado no caráter subjetivo do objeto analisado, preocupando-se em compreender relações, valores, atitudes, crenças, hábitos e representações e a partir desse conjunto compreender e interpretar a realidade. Portanto, temos que “O pesquisador que trabalha com estratégias qualitativas atua com a matéria-prima das vivências, das experiências, da cotidianidade e também analisa as estruturas e as instituições, mas entendem-nas como ação humana objetivada” (Idem, p.24).

Ressaltamos que todos os participantes/colaboradores convidados para participar dessa pesquisa, foram informados sobre os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios desse estudo através do termo de consentimento livre e esclarecido anteriormente à sua participação conforme Resolução nº 510/2016, estabelecida pelo Conselho Nacional de Saúde, que aborda trabalhos envolvendo seres humanos (o termo encontra-se disponível nos anexos). Com o encerramento da pesquisa, nós, enquanto pesquisadores comprometidos com este estudo iniciamos o processo de armazenamento de todos e quaisquer dados coletados em local de uso exclusivo. Os dados serão mantidos armazenados, de modo sigiloso, por 05 anos após a realização desse estudo.

Para a produção de dados foram aplicados dois questionários. Referente ao instrumento utilizado, Vianna (2007), considera que o questionário por se tratar de um instrumento de “levantamento de informação” proporciona através de suas respostas dados ao pesquisador referente à população pesquisada. Um questionário pode ser composto de pergunta aberta, fechada ou mista. O questionário com pergunta aberta é caracterizado por os respondentes ficarem livres para responderem com suas próprias palavras ou cálculos, sem se limitarem a escolha entre um rol de alternativas. Já o questionário com pergunta fechada os respondentes optarão por uma das alternativas, ou por determinado número permitido de opções.

Nos questionários optamos por um cabeçalho que informa ao respondente, do que se trata a pesquisa e para qual sua finalidade, contém também um pedido para que se responda

da forma mais sincera e honesta (para que se preze a seriedade da análise dos dados) e por fim, é informado o anonimato do autor das respostas e análises.

Há duas amostragens de indivíduos participantes dessa pesquisa: a) O primeiro grupo foi formado por 40 (quarenta) estudantes do 1º período do curso de Matemática-Licenciatura, estes realizaram o questionário 1, com 4 (quatro) questões do conteúdo Equações polinomiais do 2º Grau. Este conteúdo foi escolhido por ser de fácil assimilação para os alunos, e serviu para fornecer os erros necessários a serem analisados no questionário 2; b) o segundo grupo foi formado por alunos do 9º período, do curso de Matemática-Licenciatura, num total de 4 (quatro) alunos, que voluntariamente se dispuseram a participar da pesquisa e analisaram e fizeram as correções das questões selecionadas, que compôs o questionário 2. O questionário 1 foi aplicado em 27/03/2018 e o questionário 2 em 16/04/2018.

4.1 Sobre os questionários

O questionário 1: Foi composto por 4 (quatro) questões matemáticas abertas, elaboradas pela autora da pesquisa, o qual foi aplicado à turma do 1º período do curso de Matemática-Licenciatura. Foi selecionado para elaboração das questões o conteúdo Equações Polinomiais do 2º Grau, conteúdo de fácil assimilação e frequentemente vivenciado pelos alunos na educação básica. Salientamos ainda, que no questionário 1, na questão 2 o enunciado possui um erro, que foi posto de propósito no intuito de averiguar se os licenciandos perceberiam e fariam uma autoavaliação ou se analisariam como um erro do aluno em sua resolução.

Já o questionário 2: Foi constituído por 10 (dez) resoluções que foram selecionadas levando-se em consideração os principais erros do questionário 1, os quais tiveram como prioridade os erros que abrangem as categorizações do MADE. Esse novo instrumento foi analisado por licenciandos do 9º período do curso de Matemática, que justificaram a forma utilizada para sua correção, e essa análise foi utilizada para a investigação ora empreendida, os licenciandos que voluntariamente participaram deveriam já ter cursado as disciplinas avaliação da aprendizagem e didática (critério de inclusão). E teriam que ter vivenciado também o estudo do Modelo de Análise Didática dos Erros.

4.2 Sobre os participantes da pesquisa

Para os indivíduos que participaram do questionário 1 houve uma conversa com a turma explicando os objetivos da pesquisa, para que por meio desta, os estudantes decidissem por participar desse estudo de forma voluntária, cabe destacar que foi apresentado um Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) para esses alunos e aqueles que aceitaram participar da pesquisa assinaram esse Termo.

Já para aplicação do questionário 2, foram convidados 4 (quatro) alunos do 9º período para participarem da pesquisa, explicando os seus objetivos, e aqueles que aceitaram participar assinaram também um Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE).

4.3 Sobre a análise das correções

Para a análise das correções foi utilizado o procedimento da análise de conteúdos a partir da perspectiva qualitativa, a qual, segundo Minayo (2015) destaca os seguintes procedimentos: categorização (classificação de elementos constitutivos de um conjunto), inferência (dedução lógica a partir de premissas já aceitas do conteúdo analisado), descrição (enumeração das características do texto, resumida após tratamento analítico) e interpretação (ir além do material da pesquisa interpretando seus dados). Esses procedimentos nem sempre seguem essa sequência. No entanto, Minayo (2015) apresenta uma sequência que costuma ocorrer:

- (a) decompor o material a ser analisado em partes (o que é parte vai depender da unidade de registro e da unidade de contexto que escolhemos);
- (b) distribuir as partes em categorias; (c) fazer uma descrição do resultado da categorização (expor os achados encontrados na análise); (d) fazer inferências dos resultados (lançando-se mão de premissas aceitas pelos pesquisadores); (e) interpretar os resultados obtidos com auxílio da fundamentação teórica adotada (Idem, p.88).

Desse modo, fica claro que o caminho a ser seguido vai depender muito dos propósitos da pesquisa, do objeto de estudo, da natureza do material disponível e da perspectiva teórica adotada, assim a sequência descrita acima foi a utilizada nessa pesquisa por disponibilizar uma maior clareza aos dados coletados nos questionários 1 e 2. Já que as respostas das questões abertas não seguem um mesmo padrão, assim é necessário que se adapte uma categorização para que a análise possa ser feita.

Para categorização utilizamos dos critérios do Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) de De la Torre (2007), relatado no item 3.3 dessa pesquisa. Ao analisar as respostas, o importante não é o acerto ou erro em si, mas o caminho que o estudante seguiu para chegar a determinado conhecimento, sendo assim verificamos se essa foi a visão ou não dos licenciandos que fazem parte da amostra do estudo, analisamos como os mesmos orientam uma atividade avaliativa, como lidam com os erros dos estudantes do 1º período.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A pesquisa tem como objetivos específicos identificar os erros matemáticos de alunos do 1º período de Matemática categorizando-os segundo o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE) e analisar as correções e as justificativas apresentadas por um grupo de licenciandos, do 9º período de matemática, em relação aos erros dos alunos do 1º período.

Para atingir esses objetivos foram realizados dois questionários. O questionário 1 foi composto por 4 (quatro) questões matemáticas abertas, esse foi aplicado à turma do 1º período do curso de Matemática-Licenciatura, já o questionário 2 foi constituído por 10 (dez) resoluções que foram selecionadas levando-se em consideração os principais erros do questionário 1, os quais tiveram como prioridade os erros que abrangem as categorizações do MADE e foram analisados e avaliados pelos licenciandos do 9º período (ambos os questionários encontram-se disponíveis no apêndices).

Após a aplicação do questionário 1 pudemos construir o questionário 2 categorizando cada uma de suas resoluções como possuindo ou Erro de Execução, ou Erro de Entrada ou Erro de Organização da Informação todos baseado no Modelo de De la Torre (2007). Em seguida, fomos a campo e convidamos quatro licenciandos do 9º período de matemática para fazer as correções dessas mesmas resoluções presentes no questionário 2.

Ao aplicar o segundo questionário junto aos licenciandos, foi repassada a seguinte instrução/informação que se trata de resoluções de alunos do 1º período de matemática, sendo assim, deveriam corrigir como se fossem professores dos mesmos. O que se buscava com essa prática não era observar se eles avaliam bem ou mal, mas observar a partir das correções realizadas pelos mesmos, indicadores sobre sua forma de avaliar, isto é, como eles corrigem, como analisam e orientam uma atividade avaliativa.

Tendo em vista que a análise dos erros se transforma em variáveis dependentes, à medida que nas correções e opiniões são condicionadas as vivências e características pessoais dos indivíduos participantes da pesquisa, ou seja, nem todos os licenciandos do 9º período de matemática definiriam os mesmos pesos aos erros, tampouco avaliam de mesma forma. Além de ter que o modo de avaliar faz parte da concepção docente, a sua subjetividade na avaliação (influência dos contextos de formação, vivência e relações de cada indivíduo), ou seja, cada professor mostra uma maneira de avaliar diferente que orienta como os alunos serão

avaliados. Portanto, podemos encontrar professores que adotam pontuações parciais e outros, correções mais severas, alguns atribuem comentários outros somente à pontuação final.

Dispondo de todos esses fatores, decidimos que os pontos que levaríamos em consideração nas correções dos licenciandos seriam os seguintes: a) interpretação dos erros dos alunos, ou seja, se o licenciando reconhece que tipo de erro o aluno cometeu; b) atitude avaliadora demonstrada pelo licenciando seja ela na atribuição de nota ou até mesmo como conduziu determinado erro (anotações ou comentários no questionário).

Por questão de ética garantimos o anonimato dos licenciandos participantes da pesquisa e os denominamos por: L1, L2, L3 e L4. Desenvolvemos um quadro para cada licenciando, apresentando como foi sua correção levando em conta os pontos que já discutimos que seria importante para nossa pesquisa.

Observamos nos quadros a seguir os tipos de erros segundo o MADE e as respostas das correções dos licenciandos com base no questionário 2:

Quadro 1: Respostas da correção do licenciando L1

Resoluções	Tipos de Erros segundo o MADE	Respostas da correção do licenciando L1
1	Erro de Execução	O aluno cometeu um Erro de Execução, quando não fez o jogo de sinal corretamente. Consideraria metade da pontuação.
2	Erro de Organização da Informação	O aluno trocou a ordem dos coeficientes, assim acabou por cometer um Erro de Entrada. Concederia 1/3 da pontuação.
3	Erro de Entrada	Seria um Erro de Entrada, pois o aluno teve uma má percepção do que seriam os coeficientes, o coeficiente é apenas o número que está acompanhado da variável e não os dois juntos. Concederia 1/3 da pontuação ofertada na questão.
4	Erro de Execução	O aluno acabou esquecendo-se de fazer a troca de sinais quando isolou um dos termos, o que caracteriza um Erro de Execução. Consideraria metade da questão.
5	Erro de Execução	Trata-se de um Erro de Execução, pois não sabemos se o aluno esqueceu o sinal de menos na fórmula ou se ele simplesmente não sabia que a fórmula possuía esse sinal. Contemplaria metade da pontuação.
6	Erro de Organização da Informação	Temos um Erro de Organização, o aluno chegou às raízes corretas, no entanto afirmou que não conseguiu responder. Contemplaria metade da pontuação da questão.
7	Erro de Organização da Informação	Refere-se ao um Erro de Organização, pois o aluno encontrou as raízes correta, porém deu a resposta com as raízes com sinais diferentes do que ele havia encontrado. Atribuiria metade da pontuação da questão.
8	Erro de Organização da Informação	A resposta do aluno está correta, considero uma forma bem interessante de chegar ao resultado esperado, o licenciando ainda trouxe a solução geral para questão, afirmando que isso iria ajudar o aluno em problemas futuros. O aluno receberia toda pontuação.

(Continua)

(Continuação)

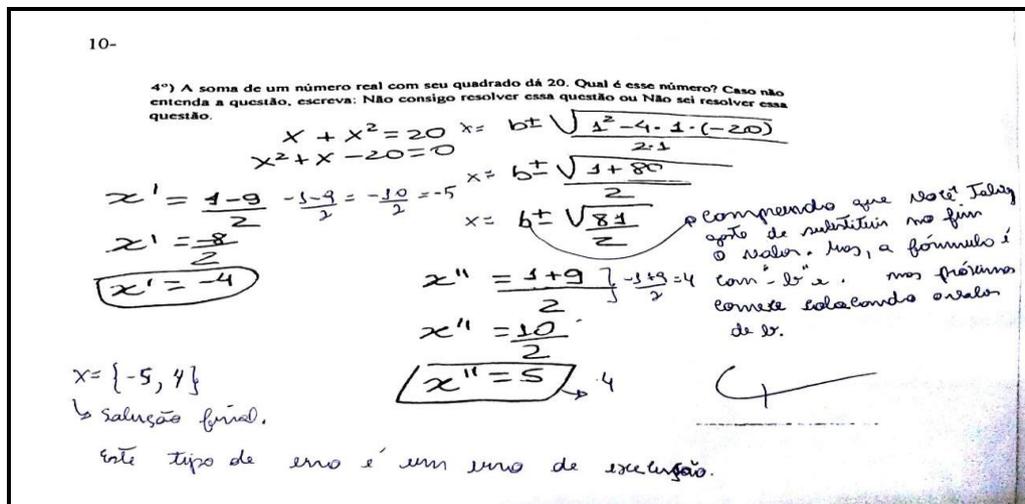
Resoluções	Tipos de Erros segundo o MADE	Respostas da correção do licenciando L1
9	Erro de Organização da informação	O aluno cometeu um Erro de Entrada, pois deveria ter notado que não daria para serem 18 pessoas pagando 19 reais já que 3 haviam desistindo. Concederia 1/3 da pontuação ofertada.
10	Erro de Execução	Estamos lidando com um Erro de Execução, o aluno não colocou o sinal de menos da fórmula. Atribuiria metade da pontuação da questão.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

O licenciando L1, nos trouxe indicadores que o mesmo vivenciou e está colocando em prática aprendizagens sobre o Modelo de Análise Didática dos Erros de De la Torre (2007), pois ao longo de sua correção foi retratando os tipos de erros que correspondia cada equívoco dos alunos. E além de buscar mostrar o erro, o mesmo também se preocupou em apresentar como seria a solução correta das questões, o que consideramos como um ponto bastante positivo, pois como defende Mercedes (2006), ao analisar os erros dos alunos devemos contribuir para reconstrução do conhecimento dos mesmos, pois é essencial que o professor utilize o erro como uma estratégia para ajudar seu aluno a chegar ao conhecimento pretendido, ou seja, ter o aluno como autor/ativo no processo de aprendizagem, regulando a aprendizagem durante o processo de construção.

O L1 em momento algum deixou de pontuar o esforço do aluno em tentar solucionar as questões, ele buscou sempre mostrar caminhos para que o estudante conseguisse enxergar em que estava seu erro e lhes forneceu a resposta correta. Observamos isso em sua correção da décima resolução, vejamos:

Figura 2: Recorte apresentado pelo licenciando L1



Fonte: A pesquisa, 2018.

Quadro 2: Respostas da correção do licenciando L2

Resoluções	Tipos de Erros segundo o MADE	Respostas da correção do licenciando L2
1	Erro de Execução	Consideraria metade da pontuação da questão, pois o aluno conseguiu desenvolver, errando apenas a regra de sinais.
2	Erro de Organização da Informação	Consideraria como errada, e mostraria a solução correta.
3	Erro de Entrada	Mostraria como se resolve a questão e colocaria como errada.
4	Erro de Execução	Colocaria o sinal de menos na raiz que o aluno esqueceu e consideraria a questão como correta.
5	Erro de Execução	Contemplaria toda pontuação da questão, pois o aluno conseguiu desenvolver os cálculos esquecendo apenas de um sinal.
6	Erro de Organização da Informação	A resposta do aluno está correta o erro se encontra no enunciado da questão.
7	Erro de Organização da Informação	A resposta do aluno está correta o erro se encontra no enunciado da questão.
8	Erro de Organização da Informação	Consideraria como certa, pois independente dos cálculos ele conseguiu chegar à resposta correta.
9	Erro de Organização da informação	A questão estaria totalmente errada, mostraria como resolver.
10	Erro de Execução	Atribuiria metade da pontuação da questão, pois o aluno conseguiu desenvolver os cálculos, trocando apenas os sinais.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

O licenciando L2, realizou as correções, porém em momento algum citou as categorias do MADE, ele deixou transparecer um pouco mais de rigor em suas correções, em algumas resoluções como: 2, 3 e 9 as considerou como totalmente erradas, não mostrando qual seria o erro, simplesmente apresentando a resposta correta para cada uma das questões. Seria essa a melhor forma de prosseguir? Segundo De la Torre (2007) não, pois o professor deve tentar entender o que foi que ocasionou determinado erro de seu aluno, corrigir indicando a solução correta não garante que seu aluno chegará no aprendizado pretendido.

Na correção das resoluções 6 e 7 o L2, conseguiu identificar o que pretendíamos que observasse, que o erro se encontrava no enunciado e não nas resoluções dos alunos, o que aponta para uma análise que coloca o professor no processo e não o reconhece apenas como um expectador dos erros e juiz. Quanto a resolução 8, considerou como correta independente de como o aluno conseguiu chegar a resposta, ponto que consideramos importantíssimo em

seu modo de avaliar, pois o mesmo não delimitou uma meta única de solução para determinada questão.

O L2 deixou transparecer que tem uma visão de que o erro é um desajuste na aprendizagem, que ele deve ser evitado a qualquer custo, que seu aluno precisa ser informado da resolução correta para as questões, para que não venham a errar mais. Entretanto, não apresenta comprometimento em como ajudar o aluno a trilhar novo percurso, parece-nos crer que apontar a resposta certa é suficiente para o aluno saia da condição de erro para a condição de acerto.

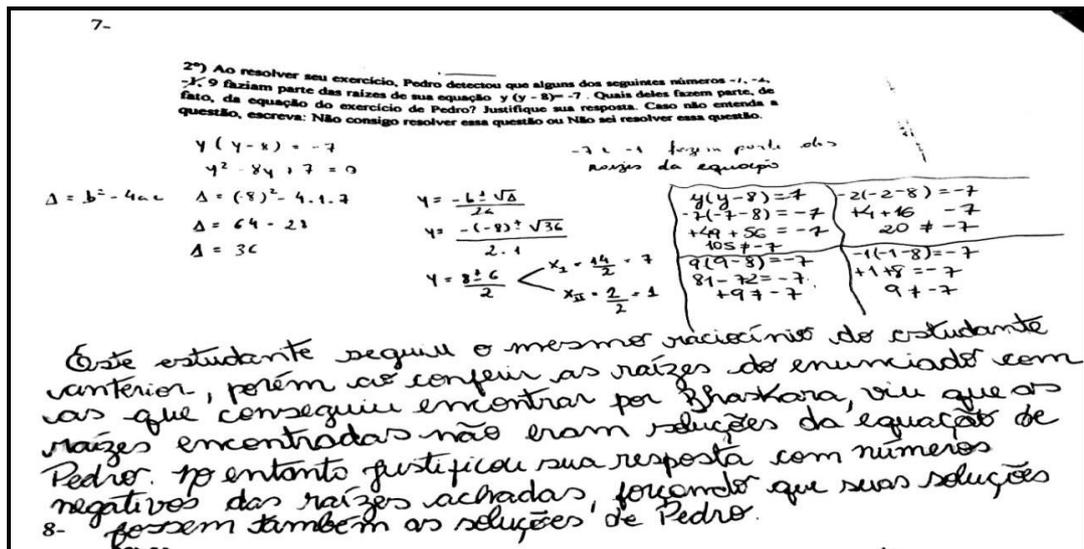
Quadro 3: Respostas da correção do licenciando L3

Resoluções	Tipos de Erros segundo o MADE	Respostas da correção do licenciando L3
1	Erro de Execução	O estudante conseguiu identificar os coeficientes a, b, c, porém ao fazer o produto de dois números negativos esqueceu-se de levar em conta os sinais. Concederia metade da pontuação.
2	Erro de Organização da Informação	O estudante se confundiu na identificação dos coeficientes. Passou despercebido na equação que não estão em ordem ($ax^2 + bx + c = 0$). Percebemos que ele saberia resolver por Bhaskara, assim lhe atribuiria metade da pontuação.
3	Erro de Entrada	Nesse caso o estudante não conseguiu separar os valores dos coeficientes das variáveis. O que gerou o erro de seus cálculos por estarem em função da variável x. Consideraria a questão totalmente errada.
4	Erro de Execução	O aluno conseguiu identificar os coeficientes a, b, c e tentou encontrar as raízes para equação isolando a incógnita, porém ao isolar o x em determinado ponto da resolução esqueceu-se de trocar o sinal. Iria atribuir-lhe 2/3 da pontuação da questão.
5	Erro de Execução	O estudante simplificou a equação, identificou os coeficientes, porém na fórmula de Bhaskara, esqueceu-se do sinal menos (-), resultando no valor equivocado das raízes. Como o estudante errou apenas um sinal, consideraria a questão como correta.
6	Erro de Organização da Informação	O estudante conseguiu identificar os coeficientes a, b, c aplicou na fórmula de Bhaskara a fim de verificar as raízes, porém não soube justificar o que foi feito. Neste caso, pediria explicações ao aluno e analisaria qual pontuação seria dada.
7	Erro de Organização da Informação	O estudante utilizou as raízes achadas com sinais trocados. Consideraria como incorreta, e mostraria como encontrar a solução.
8	Erro de Organização da Informação	A resposta do aluno está correta, independente do caminho que ele seguiu para encontrá-la.
9	Erro de Organização da informação	A resposta do estudante está incorreta, pois seu raciocínio não faz sentido com o que foi pedido.
10	Erro de Execução	Ao utilizar a fórmula de Bhaskara esqueceu o sinal de menos no valor de b. Atribuiria metade da pontuação da questão.

Já o licenciando L3, demonstrou segurança na análise e interpretação dos erros, em toda sua correção buscou pontuar o que o aluno estava fazendo corretamente e qual foi o erro que ele cometeu para comprometer sua resolução. O que vimos que, segundo Paias (2009) é de suma importância, pois ao analisar o erro o professor percebe qual foi as dificuldades do seu aluno e o orienta para que possa vir a acertar sem ser totalmente punido. Apesar de não citar a classificação do MADE, utiliza as justificativas da mesma para analisar os erros, a exemplo: “O estudante se confundiu na identificação dos coeficientes. Passou despercebido na equação que os coeficientes não estão em ordem ($ax^2 + bx + c = 0$)”.

Nas resoluções que o L3, julgou como incorreta teve a preocupação de mostrar para o aluno o erro e como seria sua possível solução, o que é indicado pelo MADE, vejamos um exemplo de suas correções:

Figura 3: Recorte apresentado pelo licenciando L3



Fonte: A pesquisa, 2018.

Em nenhum momento o L3, demonstrou saber com que categoria de erros do MADE o mesmo estaria lidando. Como foi retratado, o mesmo buscou enxergar o erro do aluno e lhe mostrar de forma clara por meio de anotações e finalizando com a solução que julgava correta, com essa forma de agir a avaliação deixa de servir apenas para quantificar, mas passa a servir também como um caminho para a aprendizagem do aluno.

Quadro 4: Respostas da correção do licenciando L4

Resoluções	Tipos de Erros segundo o MADE	Respostas da correção do licenciando L4
1	Erro de Execução	Esqueceu que o produto entre dois números negativos resulta em um número positivo. A pontuação para questão seria 0,5.
2	Erro de Organização da Informação	O aluno resolveu de forma correta utilizando os valores trocados dos coeficientes b e c. A pontuação para questão seria 0,7.
3	Erro de Entrada	Identificou os coeficientes a e b de forma errada, assim eu explicaria o erro e a pontuação seria 0,3.
4	Erro de Execução	Esqueceu-se do sinal negativo na fração 2/3. A pontuação seria 0,8.
5	Erro de Execução	Esqueceu o sinal negativo no coeficiente b na fórmula. Pontuação 0,8.
6	Erro de Organização da Informação	A resposta do aluno está correta o erro se encontra no enunciado da questão, sugiro que o enunciado seja refeito. Pontuação 1,0.
7	Erro de Organização da Informação	Resolveu de forma correta, porém, o enunciado deveria ser refeito. Pontuação 1,0.
8	Erro de Organização da Informação	A pontuação seria de acordo com alguns questionamentos que faria ao aluno, sendo eles: Por que dividiu por 6? Por que escolheu 9?.
9	Erro de Organização da informação	Mostraria como seria feita a questão e lhe atribuiria apenas 0,3 na pontuação pelo raciocínio que o mesmo chegou.
10	Erro de Execução	Esqueceu-se do sinal negativo de b na fórmula, alterando assim, o resultado final. Informar-lhe-ia as raízes corretas. Pontuação 0,8.

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

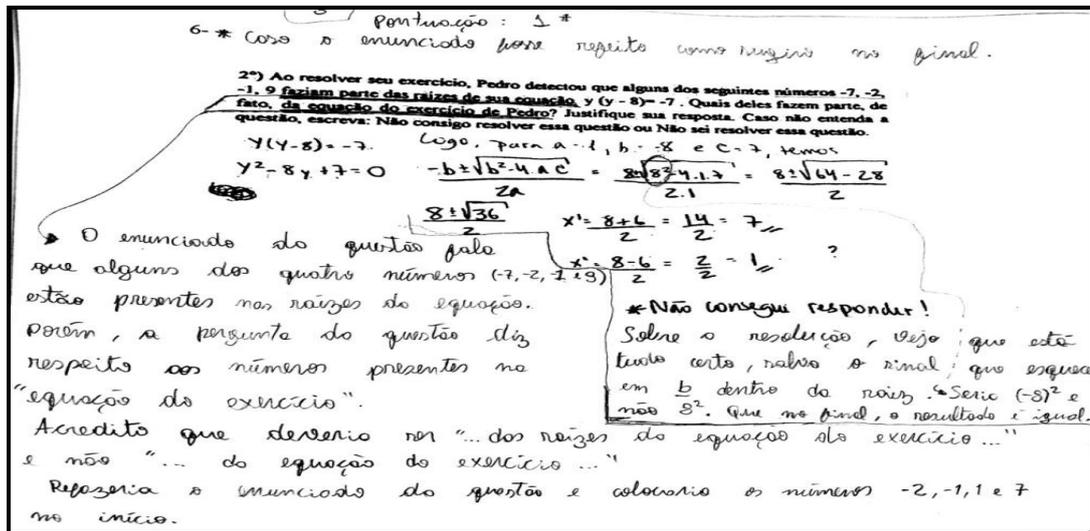
O licenciando L4, mostrou autoconfiança na sua interpretação dos erros, fez anotações bastante detalhadas sobre qual seria o erro que o aluno teria cometido, além de mostrar as soluções corretas para cada questão. No entanto, não retratou quais seriam as categorias de erros segundo o MADE, apesar de trazer as justificativas com base nas categorias que o MADE indica, a exemplo: “Esqueceu-se do sinal negativo” que estaria naquelas resoluções.

O L4 levou em consideração que cada questão valeria 1 ponto e em nenhuma das resoluções ele deixou de levar em conta o raciocínio do aluno, atribuiu sempre alguma pontuação pelo desempenho alcançado.

Na resolução 8, o L4 deixou em aberto se consideraria a questão, pois estava diferente do que foi estudado. Mostrou que iria investigar o que levou seu aluno aquele raciocínio.

Novamente na resolução 6, encontramos que o licenciando atribuiu que estaria correta e que o erro seria do enunciado, além de ter sugerido como o modificaria, o que nos indica que o erro também é um indicativo de autoavaliação docente. Vejamos:

Figura 4: Recorte apresentado pelo licenciando L4



Fonte: A pesquisa, 2018.

Diante do exposto, comprovamos que uma correção e forma de avaliar variam bastante de uma pessoa para outra, porém há alguns padrões e elementos demonstrados nas correções dos licenciandos que podem nos encaminhar ao entendimento de que há encaminhamentos para a consolidação de novas práticas, que buscam focalizar mais nas aprendizagens e menos nos resultados. Para finalizar nossa análise, elaboramos um quadro com a comparação das atitudes dos licenciandos da amostra de nossa pesquisa:

Quadro 5: Atitudes dos licenciandos nas correções

Correção/avaliação	L1	L2	L3	L4
Localiza os erros e informa para o aluno	X		X	X
Localiza os erros e os categoriza segundo o MADE	X			
Faz anotações de como prosseguir diante do erro	X		X	X
Dispõe apenas da solução correta para o aluno		X		
Atribui pontuações parciais e corrige o erro	X	X	X	X
Deixou em aberto se admite resoluções diferentes do que foi estudado				X
Deixou claro que aceita o uso de resoluções alternativas	X	X	X	
Identificou que o erro seria do enunciado da questão		X		X

Fonte: Elaborado pela autora, 2018.

Dessa forma, percebemos que a análise dos erros pelos licenciandos nos proporcionou várias observações e várias anotações para analisar como os mesmos compreendem e avaliam os erros. Vimos como é de suma importância as anotações dos licenciandos nas correções para que o aluno saiba onde está errando e possa conseguir acertar sem ser punido severamente.

Os licenciandos L1, L2, L3 e L4 mostraram ter teorias quando o assunto é análise de erros; L1, L3 e L4 buscam enxergar o erro cometido pelos alunos, lhes informam o erro e mostram o caminho correto a seguir. Já L2 busca informar as resoluções corretas ao aluno, ou seja, utiliza muito do critério do êxito, talvez ainda esteja alicerçado na crença que o acerto caracteriza que o aluno aprendeu.

Tivemos que licenciando L1, mostrou ter conhecimento sobre o Modelo de Análise Didática dos Erros de De la Torre (2007), categorizando sempre os erros que encontrou nas resoluções e fazendo as considerações necessárias. Identificamos ainda que os licenciandos

que fazem as anotações de como prosseguir diante de tais erros, costumam ser mais tolerantes nas correções.

Dispusemos também nos dados da pesquisa que os licenciandos L1, L2 e L3 aceitam o uso de resoluções alternativas, ou seja, que os alunos cheguem ao resultado esperado por meio de conteúdos diferentes dos que estão sendo estudados no momento. Já o L4 deixou em aberto se admitiria esses tipos de resoluções, abordou que iria investigar o que motivou seu aluno a usar caminhos diferentes do que ele havia lhes passado em suas aulas.

Nas resoluções que o erro se encontrava no enunciado, apenas o L2 e L4 conseguiu perceber e fazer uma autoavaliação docente, o L1 e L3 situaram que o erro seria do aluno.

Desse modo, encontramos que três dos quatro licenciandos da amostra da pesquisa denotam preocupação em advertir o aluno do erro, eles corrigem as resoluções mostrando os erros e as acompanham com anotações para que esses erros não permaneçam, ou seja, de fato estão utilizando os erros como instrumento de ensino para chegar na aprendizagem pretendida para seus alunos. E apenas um dos licenciandos utiliza o erro como desajuste do que foi ensinado, ou seja, como algo negativo que deve ser evitado informando a resposta correta ao seu aluno.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento desse presente trabalho possibilitou uma investigação buscando compreender como os licenciandos realizam a análise de erros e procedem com as suas correções e avaliações. Além disso, nos possibilitou uma pesquisa de campo a qual obtivemos dados consistentes que comprovaram nossos resultados, que de modo geral, concluímos que a maioria dos licenciandos se preocupa em identificar os erros dos alunos, não como meio de puní-los, mas como meio de alertá-los para que não permaneçam no erro, e assim, tenham uma aprendizagem significativa.

Durante o trabalho, foram pesquisadas diversas bibliografias que trouxeram as bases teóricas do erro, especialmente as considerações e modelo de De la Torre (2007), que defende que os erros constroem valiosos indicadores pedagógicos e os professores podem utilizá-los para reconstruir o conhecimento do aluno, e pelos dados que foram obtidos na pesquisa a maior parte dos licenciandos investigados concordam com essa visão.

Com a aplicação do questionário 1, que foi um dos instrumentos de nossa pesquisa, tivemos contato com erros que adentravam nas categorias do MADE, tornando possível que fossem feitas suas identificações e possíveis categorizações com base no Modelo de Análise Didática dos Erros de De la Torre (2007). Já com o questionário 2, pudemos efetivamente compreender como os licenciandos do 9º período do curso de Matemática-Licenciatura analisam os erros, e assim, tirar nossas próprias conclusões baseadas no referencial teórico sobre as atitudes de cada indivíduo participante, comprovando assim os objetivos de nossa investigação.

Compreendemos a partir de De la Torre (2007), que o erro possui duas considerações, sendo elas uma positiva e outra negativa. No entanto, ao realizarmos a pesquisa chegamos a conclusão que a maioria dos licenciandos apresentam uma opinião construtiva dos erros no processo de ensino aprendizagem, ou seja, tem o erro como meio de enxergar em que o aluno está sentindo dificuldade, onde está errando, para que assim possa informá-lo e ajudá-lo a superar esse obstáculo, apenas um dos licenciandos mostrou ter a visão negativa do erro. Portanto, na análise prevaleceu o caráter positivo da análise de erros.

Obtivemos também, com o decorrer da pesquisa a importância do modelo de análise utilizado no referencial, o Modelo de Análise Didática dos Erros de De la Torre (2007), que mesmo tendo sido utilizado de forma direta, por apenas um dos licenciandos que participou da

pesquisa, desencadeou uma análise importante para seleção das resoluções que fizeram parte do questionário 2, resoluções essas que nos trouxe dados relevantes.

Dada a importância da temática abordada, torna-se necessário que seja investigado como a análise de erros pode auxiliar na aprendizagem dos alunos, visto que a pesquisa aqui então foi voltada para a identificação e avaliação do erro.

Desse modo, concluímos que a análise de erros nos permite um universo de avaliações e investigações, as quais temos convicção que cada licenciando terá sua característica de como avaliará e conduzirá cada erro que se deparar a depender das experiências por ele vividas.

Queremos ainda salientar que com a conclusão desta pesquisa, foi possível enxergar com clareza as contribuições de ter componentes curriculares sobre avaliação e didática nos cursos de licenciatura, pois os resultados tiveram influência direta do estudo dessas disciplinas. Por fim, esperamos que este trabalho abordando a virtude do erro no processo de avaliação motivem novas pesquisas relacionadas ao tema, pois este tema é muito abrangente, e relevante nos processos de ensino e aprendizagem, sendo assim, pesquisas aprofundadas poderão trazer ainda mais contribuições.

REFERÊNCIAS

- AZEVEDO, D. S. **Análise de Erros Matemáticos** – Interpretação das respostas dos alunos. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2009. Disponível em:
 «<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/18221/000728054.pdf?sequence=1>». Acesso em: 20 maio 2017.
- CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- MERCEDES, M. S. **Dificuldades de Alunos do Ensino Médio em questões de Matemática do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Ciências e Matemática). PUCRS, 2006. Disponível em:
 «http://tede.pucrs.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=695». Acesso em: 16 jun. 2017.
- MINAYO, M. C. de S. (org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 34. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015. (Coleção temas sociais).
- OLIVEIRA, J. D. de. **Análise de erros em Matemática. IV Fórum das Licenciaturas/ VI Encontro do PIBID/ II Encontro PRODOCÊNCIA**. UNICENTRO. Irati, 2015.
- PAIAS, A. M. **Diagnóstico dos Erros sobre a Operação Potenciação aplicado a alunos dos Ensinos Fundamental e Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUCSP. São Paulo, 2009. Disponível em:
 «http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=148277». Acesso em: 15 jun. 2017.
- PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática no ensino de matemática elementar**. Tese (Doutorado em Educação: área de Didática). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1998.
- DE LA TORRE, S. **Aprender com os erros: O erro como estratégia de mudança**. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre, 2007.
- VIANNA, M. H. Metodologia da observação: validade e confiabilidade. In: VIANNA, M. H. **Pesquisa em Educação: a observação**, 1º Edição, Liber Livro Editora, 2007, p. 62-70.

APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO 1



UFPE - Universidade Federal de Pernambuco

CAA - Centro Acadêmico do Agreste

NFD - Núcleo de Formação Docente

Você está sendo convidado a participar de um estudo intitulado “**ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS: COMO ANALISAM OS ERROS OS DISCENTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**”, que está sendo desenvolvido por **JOICY LARIÇA GONÇALVES SANTOS**, aluna do Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura, da Universidade Federal de Pernambuco- Centro Acadêmico do Agreste; sob a orientação da Professora Dr^a. Kátia Silva Cunha.

Este estudo justifica-se sobre a importância do erro, através de sua análise e categorização para a intervenção docente tendo em vista os processos de aprendizagem. O objetivo geral deste estudo é **Compreender como os licenciandos do 9º período de Matemática analisam os erros matemáticos cometidos por alunos do 1º período do curso de Matemática, na UFPE-CAA.**

No entanto, se qualquer informação for divulgada em relatório ou publicação, isto será feito de forma sigilosa, para que a confidencialidade e privacidade dos seus participantes sejam mantidas conforme preconizado pela [Resolução nº 510/2016 - estabelecida pelo Conselho Nacional de Saúde](#), que aborda trabalhos envolvendo seres humanos. Isto significa que as informações fornecidas por você terão sua privacidade garantida pelos pesquisadores responsáveis. Os sujeitos da pesquisa não serão identificados em nenhum momento, mesmo quando os resultados desta pesquisa forem divulgados em qualquer forma.

É importante que os alunos justifiquem suas respostas e respondam da forma mais sincera e honesta (para que se preze a seriedade da análise dos dados).

Obrigada pela participação

Dados do Aluno (a)

Nome: _____

Período: _____ Idade: _____

Questionário

1º) Identifique os coeficientes a, b, c e calcule as soluções das equações polinomiais do 2º grau. Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

a) $5x^2 - 15 + 10x = 0$

b) $\frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} = 0$

2º) Ao resolver seu exercício, Pedro detectou que alguns dos seguintes números -7, -2, -1, 9 faziam parte das raízes de sua equação $y(y - 8) = -7$. Quais deles fazem parte, de fato, da equação do exercício de Pedro? Justifique sua resposta. Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

3º) Uma turma do 1º período do curso de Matemática, se reuniu para fazer um passeio, alugaram uma van por 342 reais, porém 3 alunos desistiram e os outros tiveram que completar o valor do aluguel pagando 19 reais a mais. Qual era a quantidade inicial de alunos dessa turma?. Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

4º) A soma de um número real com seu quadrado dá 20. Qual é esse número? Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

APÊNDICE B - QUESTIONÁRIO 2



UFPE - Universidade Federal de Pernambuco

CAA - Centro Acadêmico do Agreste

NFD - Núcleo de Formação Docente

Você está sendo convidado a participar de um estudo intitulado “**ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS: COMO ANALISAM OS ERROS OS DISCENTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**”, que está sendo desenvolvido por **JOICY LARIÇA GONÇALVES SANTOS**, aluna do Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura, da Universidade Federal de Pernambuco- Centro Acadêmico do Agreste; sob a orientação da Professora Dr^a. Kátia Silva Cunha.

Este estudo justifica-se sobre a importância do erro, através de sua análise e categorização para a intervenção docente tendo em vista os processos de aprendizagem. O objetivo geral deste estudo é **Compreender como os licenciandos do 9º período de Matemática analisam os erros matemáticos cometidos por alunos do 1º período do curso de Matemática, na UFPE-CAA.**

No entanto, se qualquer informação for divulgada em relatório ou publicação, isto será feito de forma sigilosa, para que a confidencialidade e privacidade dos seus participantes sejam mantidas conforme preconizado pela [Resolução nº 510/2016 - estabelecida pelo Conselho Nacional de Saúde](#), que aborda trabalhos envolvendo seres humanos. Isto significa que as informações fornecidas por você terão sua privacidade garantida pelos pesquisadores responsáveis. Os sujeitos da pesquisa não serão identificados em nenhum momento, mesmo quando os resultados desta pesquisa forem divulgados em qualquer forma.

É importante que os alunos justifiquem suas respostas e respondam da forma mais sincera e honesta (para que se preze a seriedade da análise dos dados).

Obrigada pela participação

Dados do Aluno (a)

Nome: _____

Período: _____

Idade: _____

1-

Questionário

1ª) Identifique os coeficientes a, b, c e calcule as soluções das equações polinomiais do 2º grau. Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

a) $5x^2 - 15 + 10x = 0$
 $a = 5$ $b = 10$ $c = -15$
 $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
 $\Delta = 10^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-15)$
 $\Delta = 100 - 30 \cdot (-15)$
 $\Delta = 100 - 300$
 $\Delta = -200$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{-200}}{2 \cdot 5}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{200}}{10}$$

$$x_1 = \frac{-10 + \sqrt{200}}{10} \Rightarrow -1 + \sqrt{200}$$

$$x_2 = \frac{-10 - \sqrt{200}}{10} \Rightarrow -1 - \sqrt{200}$$

2-

1ª) Identifique os coeficientes a, b, c e calcule as soluções das equações polinomiais do 2º grau. Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

Coeficiente a: 5

a) $5x^2 - 15 + 10x = 0$

Coeficiente b: -15

Coeficiente c: 10

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-15)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 10$$

$$\Delta = 225 - 200$$

$$\Delta = 25$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-15) \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 5}$$

$$x = \frac{15 \pm 5}{10} \begin{cases} x_1 = \frac{20}{10} = 2 \\ x_2 = \frac{10}{10} = 1 \end{cases}$$

3-

$$b) \frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} = 0 \quad \text{no Não sei resolver essa questão!}$$

$$a = x^2/2 \quad b = x/3 \quad c = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{x}{3}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{x^2}{2}\right) \cdot 0 \quad \sqrt{\frac{x^2}{3}} = \frac{x}{3}$$

$$\Delta = \frac{x^2}{9}$$

$$x' = \frac{-\frac{x}{3} + \frac{x}{3}}{\frac{2 \cdot \frac{x^2}{2}}{1 \cdot \frac{x^2}{2}}} = \frac{-\frac{x}{3} + \frac{x}{3}}{\frac{x^2}{2}}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

4-

$$b) \frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} = 0$$

$$A = \frac{1}{2}$$

$$B = \frac{1}{3}$$

$$C = 0$$

$$\frac{x^2}{2} = -\frac{x}{3} \quad x(3x+2) = 0$$

$$x' = 0$$

$$x^2 = \frac{2 \cdot x}{3} \quad x'' = 3x + 2 = 0$$

$$x^2 = \frac{-2x}{3} \quad x''' = x = \frac{2}{3}$$

$$3x^2 = -2x$$

$$3x^2 + 2x = 0$$

$$x = \left\{ 0, \frac{2}{3} \right\}$$

5-

$$b) \frac{x^2}{2} + \frac{x}{3} = 0 \quad 3x^2 + 2x = 0 \quad a=3 \quad b=2 \quad c=0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{2 \cdot 3} \quad x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 0}}{6} = \frac{2 \pm 2}{6} = \begin{matrix} x' = \frac{2+2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ x'' = \frac{2-2}{6} = \frac{0}{6} = 0 \end{matrix}$$

6-

2º) Ao resolver seu exercício, Pedro detectou que alguns dos seguintes números -7, -2, -1, 9 faziam parte das raízes de sua equação $y(y-8) = -7$. Quais deles fazem parte, de fato, da equação do exercício de Pedro? Justifique sua resposta. Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

$y(y-8) = -7$ Logo, para $a=1$, $b=-8$ e $c=7$, temos

$$y^2 - 8y + 7 = 0 \quad \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2}$$

$$\frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} \quad x' = \frac{8+6}{2} = \frac{14}{2} = 7 //$$

$$x'' = \frac{8-6}{2} = \frac{2}{2} = 1 //$$

* Não consegui responder!

7-

2º) Ao resolver seu exercício, Pedro detectou que alguns dos seguintes números -1 , -4 , -9 faziam parte das raízes de sua equação $y(y-8) = -7$. Quais deles fazem parte, de fato, da equação do exercício de Pedro? Justifique sua resposta. Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

$$y(y-8) = -7$$

$$y^2 - 8y + 7 = 0$$

-7 e -1 fazem parte das raízes da equação

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7$$

$$\Delta = 64 - 28$$

$$\Delta = 36$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-8) \pm \sqrt{36}}{2 \cdot 1}$$

$$y = \frac{8 \pm 6}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{14}{2} = 7 \\ x_{II} = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

8-

3º) Uma turma do 1º período do curso de Matemática, se reuniu para fazer um passeio, alugaram uma van por 342 reais, porém 3 alunos desistiram e os outros tiveram que completar o valor do aluguel pagando 19 reais a mais. Qual era a quantidade inicial de alunos dessa turma? Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

$$\begin{array}{r} 342 \\ 38 \overline{) 342} \\ \underline{72} \\ 10 \end{array} = \begin{array}{r} 38 \\ 19 \overline{) 342} \\ \underline{114} \\ 19 \end{array}$$

Valor inicial = R\$ 38,00

Quantidade inicial = 9 alunos

Como não lembro a fórmula, fui por tentativa e erro.

- Um número que dividido 342 e deu exato.
- multipliquei o resultado pelos alunos que não foram
- Dividi, se encontrasse 19 estava certo

9-

3º) Uma turma do 1º período do curso de Matemática, se reuniu para fazer um passeio. alugaram uma van por 342 reais, porém 3 alunos desistiram e os outros tiveram que completar o valor do aluguel pagando 19 reais a mais. Qual era a quantidade inicial de alunos dessa turma? Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

$$x = 342$$

$$x = 19$$

$$342 \div 19$$

$$18$$

- 18 pessoas pagando R\$ 19,00 = 342,00
 - 18 - 3 = 15 pessoas pagando R\$ 19,00 = 285,00
 - Diferença = R\$ 57,00
 - 3 pessoas a 19
- total = 18 pessoas //

10-

4º) A soma de um número real com seu quadrado dá 20. Qual é esse número? Caso não entenda a questão, escreva: Não consigo resolver essa questão ou Não sei resolver essa questão.

$$x + x^2 = 20$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot (-20)}$$

$$2 \pm$$

$$b \pm \sqrt{1 + 80}$$

$$2$$

$$b \pm \sqrt{81}$$

$$2$$

$$x' = \frac{1-9}{2}$$

$$x' = \frac{-8}{2}$$

$$x' = -4$$

$$x'' = \frac{1+9}{2}$$

$$x'' = \frac{10}{2}$$

$$x'' = 5$$

ANEXOS

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a),

Você está sendo convidado a participar de um estudo intitulado “**ANÁLISE DE ERROS MATEMÁTICOS: COMO ANALISAM OS ERROS OS DISCENTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**”, que está sendo desenvolvido por **JOICY LARIÇA GONÇALVES SANTOS**, aluna do Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura, sob a orientação da Professora Dr^a. Kátia Silva Cunha.

Este estudo justifica-se a refletir sobre a importância do erro, através de sua análise e categorização para a intervenção docente tendo em vista os processos de aprendizagem. A análise de erros ganha espaço de importância tanto para o ensino quanto na aprendizagem de matemática. Pois, os erros podem tornar uma estratégia de construção do conhecimento, na busca de solucionar dificuldades no processo de aprendizagem. O objetivo geral deste estudo é **Compreender como os licenciandos do 9º período de Matemática analisam os erros matemáticos cometidos por alunos do 1º período do curso de Matemática, na UFPE-CAA**. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa que possui caráter exploratório e analítico, com uma população definida através de critérios que contemplem os objetivos da pesquisa. O universo a ser estudado refere-se ao grupo de: a) O primeiro grupo é formado por 40 (quarenta) estudantes do 1º período do curso de Matemática-Licenciatura, estes realizaram o questionário 1, com quatro (4) questões do conteúdo Equações polinomiais do 2º Grau. Este conteúdo foi escolhido por ser de fácil assimilação para os alunos, e serviu para fornecer os erros necessários a serem analisados no questionário 2 ; b) o segundo grupo é formado por alunos do 9º período, do curso de Matemática-Licenciatura, num total de quatro alunos (4), que foram aqueles que corrigiram as resoluções selecionadas, que compõe o questionário 2. Assim, ao assinar este termo você estará de acordo em participar da pesquisa. No entanto, se qualquer informação for divulgada em relatório ou publicação, isto será feito de forma sigilosa, para que a confidencialidade e privacidade dos seus participantes sejam mantidas conforme preconizado pela Resolução nº 510/2016 - estabelecida pelo Conselho Nacional de Saúde, que aborda trabalhos envolvendo seres humanos. Isto significa que as informações fornecidas por você terão sua

privacidade garantida pelos pesquisadores responsáveis. Os sujeitos da pesquisa não serão identificados em nenhum momento, mesmo quando os resultados desta pesquisa forem divulgados em qualquer forma.

A pesquisa ocorrerá em seu local de estudo, em horário previamente agendado. Na ocasião disponibilizaremos um questionário para ser respondido para posterior análise. A pesquisa poderá causar constrangimento e /ou cansaço, a depender do tempo de duração. Os benefícios esperados não serão financeiros, e sim científicos, onde contribuirão para o fortalecimento de pesquisas no campo do Ensino apresentando uma proposta que evidencie no nosso contexto profissional a necessidade de preocupar-se com a formação docente. Por isso, você não receberá nenhum valor em dinheiro por sua participação no estudo, que deverá ser voluntária.

Assinatura do Participante

Assinatura do Pesquisador

Para maiores esclarecimentos sobre a pesquisa, a pesquisadora **JOICY LARIÇA GONÇALVES SANTOS** poderá ser encontrada no seguinte endereço: Rua José Chagas, 258, Bairro Santa Tereza, no município de Santa Cruz do Capibaribe, ou pelo contato (81) 99138-8828.

O responsável pela aplicação do questionário também tomará ciência deste termo que será assinado em duas vias, ficando uma de posse do pesquisador e a outra pelo participante da pesquisa.

Eu, _____ li o texto acima e compreendi a natureza e objetivo do estudo do qual fui convidado a participar. A explicação que recebi menciona a justificativa, objetivo, a forma de obtenção dos dados e os riscos e benefícios do estudo. Eu entendi que sou livre para interromper minha participação no estudo a qualquer momento sem justificar minha decisão. **Eu concordo voluntariamente em participar deste estudo.**

Assinatura do participante

Data: ____/____/____