

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

CIBELLE TAÍS DA SILVA FARIAS

**ANÁLISE DE UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO E  
APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DAS  
FERRAMENTAS TEÓRICAS DO ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO**

Caruaru

2018

CIBELLE TAÍS DA SILVA FARIAS

**ANÁLISE DE UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM  
DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DAS FERRAMENTAS TEÓRICAS DO  
ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado(a) ao Curso de Graduação em Matemática- Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a graduação em Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Ensino/ Matemática

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Caruaru

2018

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

F224a Farias, Cibelle Taís da Silva.  
Análise de um recurso didático para o ensino e aprendizagem do conceito de função por meio das ferramentas teóricas do enfoque ontossemiótico. / Cibelle Taís da Silva Farias. – 2018.  
52f.; il.: 30 cm.

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2018.  
Inclui Referências.

1. Funções. 2. Ensino e aprendizagem. 3. Material didático. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2018-428)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Formação Docente  
Curso de Matemática - Licenciatura

## ANÁLISE DE UM RECURSO DIDÁTICO PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE FUNÇÃO POR MEIO DAS FERRAMENTAS TEÓRICAS DO ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO

CIBELLE TAÍS DA SILVA FARIAS

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e **APROVADA** em 19 de dezembro de 2018.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. José Ivanildo Felisberto de Carvalho

(Orientador)

---

Prof. Cristiane de Arimatéa Rocha

(Examinadora Interna)

---

Prof. José Jefferson da Silva

(Examinador Externo)

## AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos vão para, o grande Pai Celeste, que me guiou e trilhou comigo em toda a trajetória acadêmica, me deu paciência e sabedoria para que eu pudesse fazer o meu melhor. Sou grata a minha família: minha mãe Aparecida, meu pai Hildo e minha irmã Sabrina, que são meu maior bem e que desde sempre me apoiam em cada decisão e que estão comigo para toda a vida.

Ao meu orientador, Prof. José Ivanildo F. de Carvalho, por ter aceito minha ideia de pesquisa, por ser paciente com minhas dúvidas, pelas orientações e sugestões que contribuíram para meu aprendizado.

Meu muito obrigada a cada pessoa que passou na minha vida e as que nela permaneceram, como os meus amigos de escola, que nem a distância separa nosso laço de irmandade: Camilla Brito, Fernanda Barbosa, Lucas Carvalho e Thiago Chagas.

Aos meus amigos e colegas da Universidade, que proporcionaram momentos de alegrias, de companheirismo e de extremo crescimento intelectual. Em especial, àqueles que conheci e os laços foram se fortificando ao longo do tempo. Agradeço a Diego Jonata por todo apoio durante a pesquisa.

A todos os meus professores do curso de Matemática-Licenciatura, que permitiram ampliar minha visão sobre o ensino e conhecer pessoas incríveis, as quais levarei como exemplo para minha vida, profissional e pessoal.

Foi uma jornada linda, de muito aprendizado, de muitas amizades e crescimento profissional e espiritual. A palavra que define esse trabalho é gratidão.

Muito obrigada!

## RESUMO

A Matemática continua sendo intitulada como uma matéria para poucos. Professores e alunos classificam como uma área complexa e difícil, um dos assuntos considerado de mais difícil compreensão é a Função. Sendo assim, realizamos pesquisas sobre o ensino e aprendizagem do conceito de Função. Escolhemos montar um recurso didático abordando a história do conceito de Função, com base na teoria da Gênese Instrumental de Rabardel (1995). Partindo disso o trabalho buscou investigar se o recurso didático é uma ferramenta satisfatória para a aprendizagem da história do conceito de Funções. Analisamos o recurso didático a partir do Critério de Idoneidade abordado por Godino e colaboradores (2008) na teoria do Enfoque Ontossemiótico (EOS), o mesmo é apresentado em seis facetas (Epistêmica, Cognitiva, Interacional, Mediacional, Emocional e Ecológica). Essa ferramenta se mostrou eficaz para análise e que é possível pensar neste recurso didático para o ensino de Matemática. Além de ser uma ferramenta que serve de orientação tanto para a avaliação de processos de ensino e aprendizagem, como também para práticas matemáticas, instituição, ação compartilhada e materiais. Concluímos que o recurso didático se caracteriza como um recurso idôneo, adequado para ensino e aprendizagem de Matemática.

**Palavras-chave:** Conceito de Função. Recurso didático. Enfoque Ontossemiótico. Critérios de Idoneidade Didática. Ensino e Aprendizagem.

## ABSTRACT

Mathematics continues to be titled as a subject for some. Teachers and students classify as a complex and difficult area, one of the subjects considered most difficult to understand is function. Thus, we carry out research on teaching and learning the concept of function. Choosing a didactic resource with a history of the concept of function, based on the theory of the Instrumental Genesis of Rabardel (1995). From this, the work sought to investigate the didactic resource as a satisfactory tool for learning the history of the concept of functions. We analyze the didactic resource based on the Appropriateness Criterion addressed by Godine and the collaborators (2008) in the Ontosemiotic Approach (EOS) theory, it presents in six facets (Epistemic, Cognitive, Interational, Mediational, Emotional and Ecological). This tool has become effective for analysis and can be used as a didactic resource for teaching math. In addition, it is a tool that serves both the evaluation of teaching and learning processes, as well as the achievement of mathematical subjects, contribution, shared action and materials. We conclude that the didactic resource is characterized as a suitable resource, suitable for teaching and learning Mathematics.

**Keywords:** Function Concept. Didactic resource. Ontosemiotic Approach. Didactic suitability criteria. Teaching and learning.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Mapeamento sobre o Ensino e Aprendizagem do conceito de Função .....	28
Quadro 2 –	Planejamento do recurso didático .....	35

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Modelo de Situações de Atividades Instrumentais .....	15
Figura 2 –	Componentes da Idoneidade Didática .....	17
Figura 3 –	Recurso didático (frente) .....	36
Figura 4 –	Recurso didático (verso) .....	37

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>13</b>
2.1	Objetivo Geral .....	13
2.2	Objetivos Específicos .....	13
<b>3</b>	<b>MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>14</b>
3.1	Do Artefato ao Instrumento .....	14
3.1	Enfoque Ontossemiótico (EOS): Critério da Idoneidade Didática .....	16
<b>4</b>	<b>ESTUDOS ANTECEDENTES .....</b>	<b>18</b>
4.1	Mapeamento de pesquisas sobre Ensino e Aprendizagem do conceito de Função .....	18
4.2	Importância e dificuldades do conceito de Função no meio educacional .....	23
<b>5</b>	<b>A TRAJETÓRIA DO CONCEITO DE FUNÇÃO .....</b>	<b>27</b>
<b>6</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>30</b>
<b>7</b>	<b>CONSTRUÇÃO DO RECURSO DIDÁTICO POR MEIO DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA .....</b>	<b>34</b>
<b>8</b>	<b>ANÁLISE DO RECURSO DIDÁTICO POR MEIO DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA .....</b>	<b>40</b>
<b>9</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>45</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>49</b>
	<b>APÊNDICE A – MOMENTO SÁBIO: HISTÓRIA DO CONCEITO DA FUNÇÃO .....</b>	<b>51</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A disciplina Matemática é uma das que os alunos mais temem e apresentam dificuldade, dificuldades essas que surgem por rotular como sendo um “bicho de sete cabeças”, pela metodologia aplicada pelo professor, pelos obstáculos encontrados na aprendizagem, ou até mesmo o recurso didático utilizado no processo de construção do conhecimento.

Ao perceberem a Matemática como algo difícil e não se acreditando capaz de aprendê-la, os estudantes, muitas vezes, desenvolvem crenças aversivas em relação à situação de aprendizagem, o que dificulta a compreensão do conteúdo e termina por reforçar sua postura inicial, gerando um círculo vicioso. (FERREIRA, 1998, p. 20).

Então surgem três indagações: De que maneira o professor pode trabalhar os conteúdos matemáticos buscando quebrar essa rotulação da Matemática? Qual recurso didático pode ser usado como suporte para o ensino e aprendizagem deste componente curricular? Como abordar o conteúdo para que o sujeito consiga compreender sua importância durante a formação escolar?

Em análises feitas em pesquisas de Lima e Pontes (2007), Barreto (2008) e Guerreiro (2009), foi possível identificar alguns obstáculos que os alunos apresentam no ato de compreender o conteúdo de Funções. Mediante esta situação, pensamos em algum meio estratégico que poderia melhorar o processo de ensino e aprendizagem deste assunto.

Durante observações realizadas no Estágio Supervisionado II, em uma Escola de Referência em Ensino Médio, foi notória a ausência em relação à abordagem da trajetória e descoberta da função, além de não haver relação ou ponte com aplicações que se enquadre na vida fora da instituição escolar.

Foi no ano de 2016 que surgiu a motivação inicial para a realização desta pesquisa, a partir da experiência em uma disciplina eletiva, a qual tinha por título: Instrumentos da Avaliação. Foram cinco meses desfrutando de aulas extraordinárias e que se contrapunham as metodologias tradicionais. Ao final de todas as aulas ficávamos conversando e trocando ideias a respeito das atividades propostas, pois as aulas nos despertavam curiosidades e inquietações.

No final da eletiva, uma das formas de avaliação foi expor o que seriam as Concepções de Avaliação, mas o grande desafio era trabalhar esse tema de forma que nos

deixassem livres, a vontade. Então surgiu proposta de construir ideias lúdicas no programa PowerPoint. O resultado foi uma arte que explicava resumidamente as Concepções de Avaliação. Nela continha o Momento Cordel, *Memes* da internet, Mapa Conceitual, Construções Lúdicas, entre outras ideias. Diante disso, indagamos: Mas será que esse recurso didático construído também é eficiente para compreender conceitos matemáticos?

Após essa experiência, buscamos algo que pudesse contribuir para nossa formação docente, traçando meios mais interativos para tornar a aula mais atrativa para os alunos. Em especial, escolhemos montar uma arte sobre a descoberta do conceito de função, pois ele é um dos conteúdos mais trabalhados no ensino médio e que contém aplicabilidades em diversas áreas. Inclusive os documentos oficiais os classifica como norteador dos demais conteúdos.

Nesse recurso didático podemos trabalhar a interdisciplinaridade e a contextualização de diversas formas, desde textos históricos até atividades aplicadas, para que o aluno consiga ter a Matemática inclusa no seu dia a dia e conseqüentemente compreender sua real função. Fato evidenciado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o qual relata que uma das competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática é “Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade” (BRASIL, 1998, p. 46), isto é imprescindível para que o aluno compreenda e desenvolva seu próprio conhecimento. Também nos revela que “A importância da história das Ciências e da Matemática, contudo, tem uma relevância para o aprendizado que transcende a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos”. (BRASIL, 1998, p. 54)

Em relação a Matemática e especificamente a área de Funções o PCN aborda que

Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 1998, p. 44)

Pensando nisso, nossa pesquisa se apoia em dois autores conhecidos no meio educacional, Rabardel (1995) e sua abordagem da Gênese Instrumental, isto é, a transformação do Artefato para o Instrumento; Godino (2008) e as ferramentas teóricas do Enfoque Ontossemiótico (EOS), podem ser percebidas como uma regra de correção que dá auxílio no modo de como construir ou utilizar o recurso didático de maneira eficiente. O

primeiro contribuiu para guiar a construção da arte com foco na transição do Artefato para o Instrumento e o segundo, foi utilizado na análise do recurso didático. Então surge a pergunta: Quais implicações advindas da proficiência do recurso didático no processo de ensino e aprendizagem da história do conceito de Função? É com base nele que desenvolvemos nosso trabalho.

Em linhas gerais, esse trabalho está organizado da seguinte maneira: no Capítulo 2 apresentamos o objetivo geral e específico da pesquisa, no Capítulo 3 se encontra nossa fundamentação teórica que consiste na diferença entre Artefato e Instrumento e como identificá-los diante dos diversos objetos educacionais, já que o produto construído passa por essa transição, essa temática será melhor abordada no capítulo seguinte e trazemos também o Enfoque Ontossemiótico (EOS) e os critérios de Adequação/Idoneidade Didática, abordado por Godino (2008); no Capítulo 4 expomos um mapeamento sobre pesquisas de Ensino e Aprendizagem do conceito de Função e também apresentamos a importância e dificuldades deste conceito no meio educacional; no Capítulo 5 há uma breve trajetória do conceito de Função; no Capítulo 6 se encontra a metodologia e os passos da pesquisa; o Capítulo 7 há a construção e explicação do recurso didático; o Capítulo 8 encontra-se a análise do recurso didático por meio dos critérios de Idoneidade; e por fim no Capítulo 9 apresentamos nossas considerações finais.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo Geral**

Investigar se o recurso didático é uma ferramenta satisfatória para a aprendizagem da história do conceito de Funções.

### **2.2 Objetivos específicos**

- 1) Mapear pesquisas de Ensino e Aprendizagem do conceito de Função e descrever a importância e dificuldades do conceito de Funções;
- 2) Construir o recurso didático envolvendo a história do conceito de Função, fundamentado na Gênese Instrumental;
- 3) Analisar o recurso didático construído, por meio dos critérios de Idoneidade Didática pertencente ao Enfoque Ontossemiótico.

### 3 MARCO TEÓRICO

Neste capítulo abordaremos duas teorias: a Gênese Instrumental e as Situações de Atividades Instrumentais desenvolvida por Rabardel (1995), as ferramentas teóricas do Enfoque Ontossemiótico e os critérios de Idoneidade Didática, desenvolvidos por Godino (2008).

#### 3.1 Do Artefato ao Instrumento

Com o passar das décadas, as metodologias aplicadas no ensino da Matemática e as ferramentas utilizadas não têm tornado a aprendizagem motivadora e muito menos faz aplicabilidades em relação ao cotidiano, de acordo com Boldt et al (2013). Quando a Matemática é trabalhada em conjunto com a realidade do educando ele consegue fazer conexão entre o conhecimento matemático e a realidade vivenciada em seu cotidiano, o que consequentemente irá favorecer o desencadear do raciocínio, ou seja, o desenvolvimento do raciocínio irá fluir.

A abordagem instrumental desenvolvida por Rabardel (1995) é de origem ergonômica cognitiva e didática profissional e tem como base fundamental a contribuição de ferramentas e atividades na aprendizagem, ou seja, o instrumento a serviço da construção do conhecimento. A partir disso distingue-se o artefato de instrumento. Mas existe diferença? Iremos descobrir a seguir.

O artefato é considerado uma “pedra bruta” a qual é voltada para vários fins. O instrumento é o resultado oriundo da lapidação e finalidade de uso da "pedra" pelo sujeito. Ou seja, “o artefato é um dispositivo material utilizado como meio de ação e um instrumento é construído pelo sujeito ao longo de um processo no qual um artefato transforma-se progressivamente em instrumento” (RABARDEL, 1995, *apud* NOGUEIRA FARIAS; FARIAS, 2007, p. 18)

A transformação do artefato para instrumento foi denominada por Rabardel (1995) de Gênese Instrumental. O recurso didático, por exemplo, pode ser considerado um objeto material com características de um artefato, pois, até então, o sujeito não tomou conhecimento da sua função, mas a partir do momento que o mesmo conhece sua função e executa atividades utilizando esse artefato, ele passa, agora, a ser um instrumento. Segundo Pereira (2016, p. 02) “[...] de acordo com esse autor é nessa evolução do artefato ao instrumento que

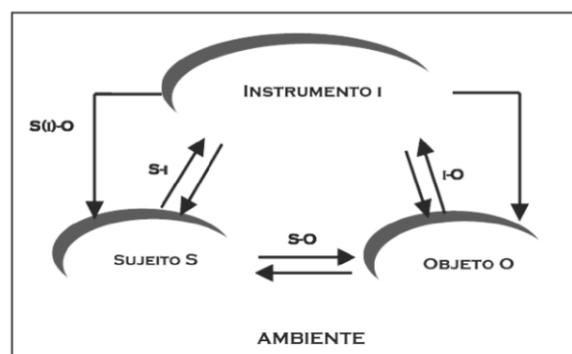
acontece a reorganização e modificação dos esquemas de utilização que possibilita o aprimoramento de conceitos matemáticos”.

O sujeito que irá transformar o artefato em instrumento, necessita desenvolver competências e habilidades para poder identificar ocasiões em que o instrumento se encaixa devidamente, e posteriormente saber realizar tarefas que envolva esse instrumento. Cavalcanti (2011) descreve que Rabardel e Verillon em sua pesquisa, apontam as formas de interação existente entre: (1) Sujeito e instrumento; (2) Instrumento e objeto sobre o qual permite agir; e (3) Sujeito-objeto, esta mediada pelo instrumento.

Para Rabardel (1995) a Gênese Instrumental apresenta duas concepções: a instrumentação e a instrumentalização. A instrumentação é considerada como uma orientação exclusiva para o sujeito; é também a relação do sujeito com o instrumento, utilizando este para explorar suas funções e propriedades. A instrumentalização é uma orientação exclusiva para o artefato; é a relação do sujeito com o objeto, relação esta mediada pelo instrumento; é também busca por novas funções e outras potencialidades para o uso do instrumento.

Rabardel (1995) também criou as Situações de Atividades Instrumentais, mais conhecida pela sigla SAI. Ela tem como objetivo expor as relações que há entre sujeito e objeto, e essas relações são mediadas pelo instrumento. A figura abaixo mostra o processo da Gênese Instrumental e a relação do sujeito e o objeto mediado pelo instrumento:

**Figura 1– Modelo de Situações de Atividades Instrumentais**



**Fonte:** Rabardel (1995, p. 65)

O modelo SAI apresenta as interações das atividades que podem ocorrer de cunho instrumental. São elas: sujeito-objeto [S-O], sujeito-instrumento [S-i], instrumento-objeto [i-O] e sujeito-objeto mediado pelo instrumento [S(i)-O].

### 3.2 Enfoque Ontossemiótico (EOS): Critérios da Idoneidade Didática

Em 1970 estudos e teorias são sugeridos, estas com o objetivo de detalhar e explicar os acontecimentos que tem relação com o processo de ensino e a aprendizagem da Matemática, assim como maneiras de como aperfeiçoá-lo.

O grupo de pesquisa Teoría y Metodología de Investigación Educación Matemática dirigido por Juan D. Godino, encontra-se desenvolvendo estudos sobre o tema Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). Os estudos sobre o Enfoque Ontossemiótico (EOS), teve início nos anos noventa com o grupo de pesquisa Teoría de la Educación Matemática (TEM) da Universidade de Granada (UGR). Mas o que é o EOS e qual o seu objetivo? Segundo Godino (2008) e seus colegas de pesquisa

O modelo ontológico e semiótico da cognição proporciona critérios para identificar os estados possíveis das trajetórias epistêmica e cognitiva e o emprego da “negociação de significados” como noção chave para a gestão das trajetórias didáticas. A aprendizagem matemática é concebida como o resultado dos padrões de interação entre os distintos componentes de tais trajetórias. (p. 11)

Sendo assim, nota-se que o EOS abrange, tanto os elementos do conhecimento e objetos matemáticos que estão sendo estudados, como o processo de ensino e aprendizagem. É uma teoria que aborda sobre o conhecimento e a instrução matemática.

O EOS procura traçar ferramentas teóricas a fim de investigar, em conjunto, o pensamento matemático, os objetos que relaciona com esse pensamento, as situações e fatores que contribuíram para o seu desenvolvimento. Uma das características dessa teoria é as facetas institucionais e pessoais que há no conhecimento matemático e o significado dos objetos matemáticos.

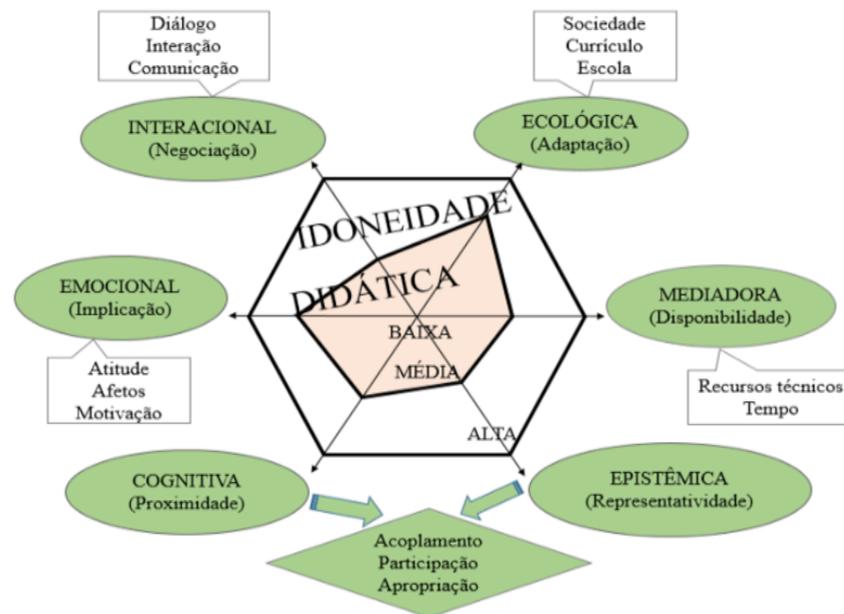
Este modelo trata de aportar ferramentas teóricas para analisar conjuntamente o pensamento matemático, os ostensivos que o acompanham, as situações e os fatores que condicionam seu desenvolvimento. Além disso, consideramos as facetas do conhecimento matemático que podem ajudar a confrontar e articular distintos enfoques de investigação sobre o ensino e a aprendizagem e avançar na direção de um modelo unificado da cognição e instrução matemática. (GODINO; BATANERO; FONT; 2008, p. 11)

A necessidade de desenvolver e analisar critérios que sejam capazes de melhorar e transformar o ensino e aprendizagem num processo mais “idôneo”, faz surgir a Idoneidade

Didática ou Adequação Didática. Ela deve ser compreendida como uma regra de correção que auxilia na forma de como construir ou utilizar um recurso didático de maneira eficiente.

São seis critérios que compõem o grupo de noções da Idoneidade Didática, e estes pertencem ao EOS: Idoneidade Epistêmica, Idoneidade Cognitiva, Idoneidade Afetiva, Idoneidade Interacional, Idoneidade Mediacional e Idoneidade Ecológica. A figura abaixo simplifica os critérios.

**Figura 2 – Componentes da Idoneidade Didática**



**Fonte:** Godino et al, 2008, p. 24

De acordo com Kaibe, Lemos e Pino-Fan (2017) é importante desenvolver e investigar critérios que possibilite ao processo de ensino e aprendizagem se tornar mais adequado, deste modo “a Idoneidade Didática pode ser utilizada como ferramenta de análise e reflexão, fornecendo critérios gerais de pertinência e relevância das ações dos educadores, do conhecimento posto em jogo, dos recursos utilizados, dos significados atribuídos pelos estudantes” (p. 537), isto acontece através da discussão das seis facetas ou dimensões que se encontram nos critérios de Idoneidade Didática, as quais serão abordadas detalhadamente no Capítulo 6.

## 4 ESTUDOS ANTECEDENTES

Apresentaremos, primeiramente, neste capítulo um mapeamento de pesquisas que tratam sobre o Ensino e Aprendizagem do conceito de Função e em seguida a importância e dificuldades perante esse assunto.

### 4.1 Mapeamento de pesquisas sobre Ensino e Aprendizagem do conceito de Função

Evidenciamos a seguir alguns estudos sobre o ensino e aprendizagem do conceito de função matemática. Buscamos investigar trabalhos que apresentassem metodologias para o ensino, análise de livros e resultados sobre esse conceito. A seguir, apresentamos um quadro com os trabalhos investigados, os quais foram escolhidos a partir de temas:

**Quadro 1 – Mapeamento sobre o Ensino e Aprendizagem do conceito de Função**

TEMA	CLASSIFICAÇÃO	TÍTULO	AUTOR(ES)	ANO
<b>Metodologia de ensino</b>	Artigo em revista	<b>Como ensinar o conceito de função?</b>	Graça Luzia Dominguez Santos Jonei Cerqueira Barbosa	2017
<b>Livros didáticos</b>	Comunicação científica	<b>O conceito de função nos livros didáticos de Matemática</b>	Florisval Santana Filho	2016
<b>Resultados de discentes e docentes</b>	Comunicação científica	<b>Obstáculos de ensino e aprendizagem para o conceito de funções nas pesquisas do ENEM (1987-2013)</b>	Lívia de Oliveira Vasconcelos	2016
	Relato de experiência	<b>As dificuldades apresentadas por alunos do 2<sup>a</sup> ano do Ensino Médio em relação ao conceito matemático de função</b>	Luciana de Lima Maria Gilvanise de Oliveira Pontes	2007
	Comunicação oral	<b>Conhecimento de professores na educação básica sobre o conceito de função</b>	Eleni Bisognin Vanilde Bisognin Helena Noronha Cury	2010

Fonte: O autor, 2018.

O trabalho das professoras Santos e Barbosa (2017, p. 27) apresenta “... subsídios para reflexões sobre o seu ensino, em referência tanto à seleção e ao sequenciamento de formas de comunicar o conceito de função, quanto à escolha de estratégias pedagógicas...”. O objetivo do trabalho foi realizar uma sondagem das diversas formas que existe para “comunicar” o conceito de função. Ideias e pensamentos foram dialogados com outros professores para descobrir maneiras de como apresentar o conceito de função durante o seu ensinamento. A seguir apresentamos as diferentes formas de “comunicações” para o ensino de função, elencadas pelas professoras:

- **Tabelas:** elas organizam dados de uma relação, intitulada como relação funcional, e esses dados devem ser organizados em linhas ou colunas, de maneira que os dados de entrada façam correspondência com os dados de saída e que estes estejam na mesma linha ou coluna. A tabela além de organizar os dados, auxilia na construção de gráficos. O resgate de algumas noções estudadas anteriormente, ajuda sim, para a construção do conceito de função.
- **Diagramas:** também intitulada como relação funcional, o ensino por diagramas é definido quando dois conjuntos, estes não podem ser vazios, se correspondem de forma que todo o elemento que pertença ao conjunto A faça correspondência com apenas um único elemento do conjunto B. Sendo assim, pode ser verificada se a relação é funcional ou não.
- **Gráficos:** esta “comunicação” acontece quando utiliza o plano cartesiano para identificar o subconjunto dos pontos  $(x, y)$ . Com os gráficos é possível visualizar informações de uma relação funcional, tal como a imagem, o sinal, os intervalos (crescimento e decrescimento), extremos, injetividade e o zero da função.
- **Máquina de transformação:** é quando se busca utilizar uma linguagem que se aproxima do cotidiano dos alunos. Essa “comunicação” oportuniza uma visão dinâmica para apresentar o conceito de função, por meio das “noções processo, transformação e mudança”. Um exemplo é a “função máquina”, em que o elemento que entrar e passar por ela é processado, transformado e modificado, com base em uma regra, e ao fim, irá gerar um elemento de saída.
- **Expressão algébrica:** esta, por sua vez, é quando há relação de variáveis dependentes e independentes em uma relação funcional, podendo ser expressada por leis ou fórmulas algébricas. Através das expressões algébricas, é possível distinguir os tipos

de relações funcionais, que são as funções afins, quadráticas, constantes, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas.

- **Generalização:** é apresentar em linguagem corrente ou com álgebra um enunciado geral que revele a dependência entre as variáveis, tomando alguns dados da relação. Um exemplo de relação funcional que seja expressa por generalização é as sequencias numéricas, estas podem ser trabalhadas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.
- **Definição:** é quando a linguagem matemática é utilizada com base em critérios para determinar se uma dada relação, apresentada por uma das formas citadas anteriormente, é identificada como uma relação funcional ou não. Os autores citam como exemplo a definição de função: *Uma função é uma relação entre dois conjuntos não vazios A e B, que a todo elemento de A, associa-se um único elemento de B.*

As autoras destacam que “Cada uma das formas de comunicar o conceito de função revela aspectos singulares do conceito que são pertinentes e, às vezes, específicos para certas situações funcionais” (p. 36).

A pesquisa de Santana Filho (2016) originada na Universidade Federal de Mato Grosso do Sul no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEumat) e teve como objetivo “...caracterizar o conceito de função nos livros didáticos de matemática, para o ensino médio” (p.1). Foram analisados trabalhos de livros aprovados pelo PNLD 2015. O autor tomou como referência para a sua metodologia a Análise de Conteúdo na concepção de Bardin (2011), já o referencial teórico traz as ideias de núcleo, de acordo com os fundamentos de Dormolen (1986).

A parte da análise foi concentrada em investigar os livros didáticos, eles buscaram evidenciar “características conceituais ou metodológicas” que aparecem nos textos dos livros, para que seja analisado o tipo de abordagem que os livros utilizam com o intuito de desenvolver o conceito de função. O mesmo também observou que algumas atividades abordam como os babilônicos organizavam os números em tabelas, então, ele ao fazer a análise constatou que esse método, contribuiu para que a construção da lei de formação.

Outra abordagem analisada mostra à forma que o autor comunica ao leitor a notação correta para utilizar quando for mencionada a função matemática. Observou também, em outro enunciado, que além do autor do livro definir o conceito de função, ele apresenta as incógnitas que devem ser usadas na variável dependente e independente. Em outro caso, o livro apresenta o conceito de função baseado na ideia de conjunto. Então, nos resultados,

observou-se que existem várias maneiras de enunciar e apresentar o conceito de função nos livros didáticos do Ensino Médio aprovado pelo PNLD.

Vasconcelos (2016) apresentou em seu trabalho um estudo feito em onze edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), do ano de 1987 até 2013, em que ela buscou identificar os obstáculos encontrados no processo de ensino e aprendizagem do conceito de função, baseando-se nos estudos de Karlson (1961) e Caraça (1984).

A autora constatou que nos trabalhos analisados, algumas abordagens eram constantes em relação ao conceito de função, como: “... (1) A importância do conceito de função; (2) A compreensão do conceito de função; (3) Obstáculos de ensino e aprendizagem do conceito de função e (4) Metodologias que contribuem para o conceito de função” (VASCONCELOS, p. 1). O foco da análise da autora está em apresentar os principais fatores que prejudicam o ensino e aprendizagem deste conceito.

É uma pesquisa de cunho qualitativo, que identificou durante a pesquisa três temas que podem ser um obstáculo para o entendimento do conceito de função, são eles: a redução dos significados do conceito de função; o ensino que utiliza apenas técnicas e algoritmos; e a maneira como o educador aprendeu e compreende o conceito de função, influencia a maneira como ele constrói e organiza sua prática de ensino. Além disso, a autora constatou que na maioria das vezes é mais valorizado os algoritmos e regras, e dão menos importância a construção do significado, ou seja, é uma prática ainda tradicional. Entretanto, ela também encontrou pesquisas que declaravam a importância e necessidade de compreender o conceito de função e que a prática adotada que levam os alunos a uma concepção estagnada do conceito, deve ser interrompida.

O trabalho de Lima e Pontes (2007) objetivou relatar as trocas que os discentes do 2º ano do Ensino Médio (hoje conhecida como a 2ª série do Ensino Médio) cometem ao conceituar função. Foi uma experiência realizada numa escola particular em Fortaleza, em 2006. Participaram 14 estudantes, todos já haviam vivenciado o estudo de função.

O estudo bibliográfico teve como base alguns autores, que serão citados mais adiante, para a realização da pesquisa sobre as dificuldades que os alunos apresentam diante do conteúdo de função. Os autores estudados foram: Artigue (1992), Oliveira (1997), Almeida e Scalon (2002), Moura e Moretti (2003), Bianchini e Puga (2004) e Braga (2006).

A pesquisa se deu através de um questionário elaborado para investigar o conhecimento dos alunos em relação à troca de conceitos de função e por consequência, as dificuldades desses estudantes. O primeiro momento do trabalho foi realizado com o propósito de investigar em pesquisas já realizadas com alunos do ensino Médio e Ensino Superior as dificuldades apresentadas sobre o conceito de função.

As autoras observaram que alunos do Ensino Médio e Superior fazem a relação do conceito de função ao conceito de equação, bem como apresentam dificuldades em interpretação e representação (tanto gráfica como algébrica), nas mudanças de representações, a construção e interpretação de tabelas também é um obstáculo, além deles focarem mais na representação algébrica do que em outros tipos de representações (tabelas, gráficos) e não conhecem o real conceito de função.

O segundo momento foi a aplicação do questionário. Lima e Pontes (2007) utilizaram os estudos de Dubisnky e Harel (1992) e Sierpinska (1992) para construir o questionário. Ao realizar toda a análise, elas notaram que os alunos dão mais ênfase às representações algébricas quando o assunto é o conceito de função. Para eles, função é letra, números. Os resultados mostraram que os alunos confundiram o conceito de variável, número e incógnita. Conceituaram função como ela se apresenta e não pelo seu significado.

Sendo assim, elas compararam os trabalhos que foram estudados anteriormente com os novos dados coletados e puderam verificar que há bastante semelhança, uma delas é o fato dos alunos relacionarem o conceito de função com o de equação, ter dificuldade em interpretar gráficos e sempre destacar as representações algébricas.

A pesquisa teve como produto final a apresentação dos resultados e análise do questionário para a direção do colégio, mostrando que seria viável intervir na metodologia do ensino do conceito de função, que por consequência essa intervenção resultará em uma melhor aprendizagem.

A pesquisa de Bisognin, E. (2010), Bisognin, V. (2010) e Cury (2010) foi realizada com professores em formação continuada, na qual foi aplicado um teste que envolvia o conceito e as representações das funções. Foi uma pesquisa qualitativa. Teve como objetivo avaliar de que maneira os professores que cursam mestrado em ensino de Matemática definem função e de que forma eles a identificam. Nesse estudo 13 professores participaram da pesquisa.

As autoras optaram por aplicar um teste utilizado por Clement (2001) durante sua investigação. Elas notaram que os professores que participaram dessa avaliação apresentaram dificuldades sobre o conceito de função e suas representações. Uma delas é quando o conceito é trabalhado em diversas situações, tirando o foco das equações algébricas. Para alguns, função sempre está relacionada com gráfico ou diagrama. A representação algébrica apareceu fortemente durante o teste, mesmo tendo questões que não precisava da álgebra para encontrar a solução. Outra dificuldade foi identificar outros tipos de representações.

Para expressar o conceito de função, eles faziam a relação “um para um”, a ideia funciona, mas é limitada. Chegaram à conclusão que os erros que os professores cometeram durante o teste, pode afetar a aprendizagem dos alunos e destacaram que é necessário discutir sobre o ensino das funções nos cursos tanto de formação inicial, como também de formação continuada para professores de Matemática.

Haja vista essas pesquisas na área do Ensino e Aprendizagem, apresentando abordagens desde o olhar do aluno, até a forma como o professor atua e deveria atuar, é que seguimos para a seção seguinte, apresentando a relevância e adversidades do conceito de Função.

#### **4.1 Importância e dificuldades do conceito de Função no meio educacional**

O conceito de função é apontado como um dos mais importantes na área da Matemática. O ato de contar já apresenta, mesmo que de forma simples, marcas deste conceito. Ele se torna ainda mais importante pela sua trajetória de descoberta, suas aplicações no cotidiano, como na engenharia, na tecnologia, nas previsões de fenômenos naturais, entre outras serventias e podem ser encontrados em gráficos, tabelas e expressões.

A noção de relação na matemática é um dos primeiros vestígios encontrados na antiguidade que está por trás do conceito de função, além de ser importante, é uma das formas de compreender o conceito intuitivo deste conteúdo. Ao ser trabalhado desta forma, o destaque dado a expressões e equações algébricas fica um pouco de lado. Assim, surge a ideia do que é função de forma construtiva e natural.

Recentemente tem-se questionado a disparidade entre os conteúdos que fazem parte da grande curricular. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 2002) apresentam diversos temas, em que estes viabilizam o desenvolvimento de competências e estas têm

como foco oferecer qualificação a humanidade e conhecimentos, sejam eles instrutivos ou não. O documento destaca uma harmonia científica e cultural, em que os conteúdos da matemática devem seguir e desenvolver durante todo o Ensino Médio. Estes conteúdos são divididos em grupos: 1) Álgebra: este grupo aborda especificamente números e funções; 2) Geometria e Medidas; e por fim, 3) Análise de Dados.

O primeiro grupo, Álgebra, aborda o conceito de função e recomenda o elo da função com a Álgebra, mas ressalta que o ponto central para a base deste conteúdo é enfatizar o conceito, as propriedades, as interpretações gráficas que o conteúdo apresenta e suas aplicações, e não colocar como foco principal as manipulações algébricas e a linguagem extremamente formal, visto que isso assusta o aluno no primeiro contato.

O conteúdo de funções é abordado na primeira série do Ensino Médio, onde os alunos irão conhecer funções polinomiais do primeiro grau e do segundo, funções exponenciais e logarítmicas e por fim, na segunda série do Ensino Médio, as funções trigonométricas. Barreto (2008) conta que o conteúdo de funções é trabalhado de forma independente e não há nenhuma ligação ou relação entre eles.

Segundo as análises feitas por Guerreiro (2009), em que ela observa o comportamento diante da aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo de função, afirma que

Uma das dificuldades prende-se com o facto de os alunos se desligarem do contexto dos problemas, procurando operações que lhes permitam obter respostas. Outra dificuldade é a interpretação dos gráficos de funções, no que diz respeito à obtenção de dados qualitativos. Contudo, a maior dificuldade que tenho verificado diz respeito ao processo de generalização dos valores numéricos e utilização de variáveis para a obtenção da expressão algébrica. Ainda relativamente à expressão algébrica, é também frequente a dificuldade no reconhecimento de equivalência entre expressões. Nestas situações, os alunos raramente recorrem a representações gráficas, tabulares ou verbais para resolver os problemas propostos. (GUERREIRO, 2009, p. 5)

Barreto (2008) também traz outra visão, segundo ele muitos alunos apresentam dificuldades em compreender o conceito de variável, não tem familiaridade com as expressões algébricas e não conseguem formular relações generalizadas por não achar necessário. Mas para alguns autores, o ensino das funções deveria acontecer por meio de representações numéricas, gráficas e contextualizadas, por estas serem mais intuitivas e os discentes poderem visualizar os dados. Os cálculos algébricos e os aspectos formais que o conteúdo trás, não deve ser descartado, mas sim deixado para um segundo momento, o que facilitará a compreensão do conteúdo.

Não podemos deixar de estudar as funções, pois elas são utilizadas em alguns momentos e tarefas do nosso dia a dia, isto aponta a importância delas serem estudadas na escola, pois é um instrumento indispensável para interpretar a realidade atual.

Por ser um conceito muito amplo, isto acaba sendo um dos motivos para surgir dificuldades em compreender este conteúdo. Ele aborda diferentes concepções e representações e isto faz com que o conceito possa assumir contextos distintos e compreendê-los nem sempre é uma tarefa fácil para os discentes que ainda estão estudando a sua origem, seu conceito e seu significado para a sociedade.

Ao se estudar funções, seu conceito pode ser compreendido como o estudo que relaciona grandezas e que estas variam. Elas apresentam várias formas de representações, como: gráficos, tabelas, regras matemáticas e modelos diferentes. Vale ressaltar que quanto mais planejada e estruturada forem essas representações, mais entendível será a informação a ser passada.

As representações não devem ser tratadas como um recurso completo e único para compreender ideias Matemáticas, ou seja, deve ser visto como um auxílio e complemento para a compreensão do conteúdo. Ler, interpretar, traduzir informações de representações é imprescindível para o estudo das funções e sua interpretação no dia a dia. Elaborar representações, também é um meio para refletir e compreender fenômenos sociais.

Tentar interligar a matemática a outras ciências é o que se chama de interdisciplinaridade, fenômeno recente, pouco trabalhado. De acordo com Fortes (2009) é uma temática empregada em sala de aula, no qual um tema é escolhido e este deve fazer ponte com outras disciplinas. É buscar e estudar as conexões que existem entre as áreas do conhecimento e ao uni-las criar algo inovador, além de “... abrir sabedorias, resgatar possibilidades e ultrapassar o pensar fragmentado. É a busca constante de investigação, na tentativa de superação do saber”. (p.7)

Barreto (2008, p. 5) acredita que o conceito de função pode ser facilmente compreendido se associado a descoberta histórica. Então, é de fundamental importância desenvolver de maneira entendível este conceito, saber representar, além de compreender a funcionalidade do conteúdo para o meio social, trazendo um significado para estudar este conteúdo.

É fundamental que o aluno compreenda a grandeza desse assunto e descubra a diversidade de formas de aprendê-lo. O capítulo seguinte relembra de forma breve o trajeto percorrido pelo descobrimento do conceito de Função.

## 5 A TRAJETÓRIA DO CONCEITO DE FUNÇÃO

A história do conceito da Função é bastante extensa, “...é resultado de mais de 4000 anos de estudos até sua formalização” (SOUZA, 2016, p.17) vem desde a antiguidade, do tempo da idade da Pedra, quando os homens primitivos precisavam fazer o controle dos animais e objetos.

Apesar de ter sido explicitado apenas a partir do século XVIII, ele é encontrado de forma implícita, muito antes. Acredita-se que tal conceito surgiu de forma intuitiva a partir da necessidade do homem de resolver problemas práticos do dia a dia onde havia dependência entre duas grandezas distintas (SOUZA, 2016, p.17)

Eles faziam isso através da contagem (MACIEL, 2011). Mas como era feita essa contagem? Para contagem pequenas (1 até 20) eles utilizavam as mãos e pés, para contagens maiores (mais de 20), a contagem era feita por meio de associação de pedras, cortes em bastão de madeira e ossos. Acontecia da seguinte forma: uma pedra para uma ovelha, duas pedras para duas ovelhas e assim sucessivamente, criando uma relação de dependência entre pedra e animal. Desse simples ato de contar começou a surgir o conceito de Função.

No período da Antiguidade os babilônicos faziam associações entre valores em tábuas que utilizavam como tabelas, na qual associavam a primeira tabela com a segunda, realizando alguma operação, como a multiplicação e assim obtinham o resultado (MACIEL, 2011).

Por meio das obras dos matemáticos gregos Cláudio Ptolomeu, Apolônio de Perga e Arquimedes eles desenvolveram uma obra intitulada Almagesto na qual encontravam-se tabelas trigonométricas utilizadas na astronomia.

Por volta do século XVII Galileu Galilei, de acordo com Maciel (2011), buscava por entender como os fenômenos da natureza ocorriam. Sendo assim ele inseriu variáveis de quantidade que poderiam ser mensuradas e os valores eram representados por gráficos. Vale ressaltar que ele não formalizou o conceito.

René Descartes, de acordo com Maciel (2011), foi um dos contribuintes para a criação da Geometria Analítica, ele desenvolveu a obra Discurso do Método, na qual se encontra o método de representação por meio de coordenadas. Então, surgiu Pierre de Fermat, que também contribuiu na história da Geometria Analítica. As ideias dele (Fermat) com as de Descartes contribuíram para o desenvolvimento e criação do Plano Cartesiano.

Newton foi “o primeiro matemático a mostrar que uma função poderia ser escrita como uma série de potência e foi ele quem produziu o termo ‘variável independente’” (MACIEL, 2011, p.14). Em 1667, James Gregoire, em sua obra “conceituou função sem utilizar a palavra propriamente dita” (p.14), para ele função era uma quantidade obtida por meio de outras quantidades pela sucessão de operações algébricas. Surge Johann Bernoulli, 1698, este utilizou a palavra função como sendo a solução de um problema, daí surgiu a necessidade de escrever as funções em fórmulas.

No século XVIII, segundo Maciel (2011) quem também contribuiu para o conceito de Função foi Leonhard Euler. Em sua obra que tem por título Introdução a Análise Infinitesimal, ele cita que uma função de quantidade variável é uma expressão algorítma composta por uma determinada quantidade de números ou constantes. Ele também introduziu a notação  $f(x)$  para representar uma Função.

No século XVIII, surge o Problema da Corda Vibrante, o qual determinava o formato de uma corda elástica, com o ponto inicial e ponto final, sendo esses fixos em um determinado tempo. Foi quando D’Alembert “publicou um trabalho sobre o problema das cordas vibrantes, onde demonstrou que o movimento das cordas era dado pela equação diferencial, conhecida como equação da onda” (MACIEL, 2011, p.16).

Euler também apresentou uma solução para este problema, a qual parecia com a de D’Alembert, mas não concordava com algumas considerações feitas por ele. Foi quando Bernoulli aparece com um terceiro ponto de vista. Em seus estudos, ele observou que a corda poderia vibrar de infinitas maneiras distintas e que qualquer vibração que possuísse infinitudes de vibrações poderia possuir uma frequência particular, de acordo com Maciel (2016). Mesmo com tantas ideias e tantas soluções, Euler e D’Alembert achavam que a resolução de Bernoulli era um absurdo. Então Lagrange vem contribuir dizendo que para ele uma Função representava uma operação. Como assim? Essa operação tinha valores conhecidos e ao serem efetuadas obtinham valores desconhecidos.

De acordo com Ponte (1990), Fourier apresentou um trabalho que tratava da propagação do calor em objetos metálicos. Ele considerou “... a temperatura de um corpo como uma função de duas variáveis, o tempo e o espaço” (PONTE, 1990, p.4). Em outra obra ele afirma que toda e “...qualquer função seria possível obter um desenvolvimento em série trigonométrica, num intervalo apropriado...” (p.4).

Como já haviam bastante contradições durante o século XVIII, era necessário formalizar e fundamentar a ideia de Função. Quem formalizou foi Bolzano, o qual apresentou definições sobre as funções contínuas, segundo o estudo de Maciel (2011).

Conforme Maciel (2011, p.19) Peter Gustav Dirichlet “demonstrou que nem todas as funções poderiam ser escritas como séries de Fourier”. O conceito ampliou-se para uma associação entre variáveis. Ele considerava a variável como símbolo para representar um elemento de um conjunto numérico. Para ele uma variável  $x$  tem uma associação com a variável  $y$  de modo que sempre se atribui um valor para  $x$ , então existe uma regra na qual apenas o valor do  $y$  era determinado, logo  $y$  era uma função da variável independente  $x$ .

Surgiu o movimento Matemática Moderna, neste período foi criado o Movimento Bourbaki, o qual objetivou fundamentar toda a Matemática na Teoria dos Conjuntos. Este movimento reformulou a definição que Dirichlet deu para a Função. “Uma função seria simplesmente uma correspondência entre duas variáveis, tal que a todo o valor da variável independente se associa um e um só valor da variável dependente” (PONTE, 1990, p.4).

É notório que o conceito de Função sofreu várias transformações durante toda a sua trajetória. O conceito foi sendo reformulado conforme as necessidades. Foram necessários muitos séculos para que chegasse ao modelo que o conceito possui hoje.

## 6 METODOLOGIA

No decorrer deste capítulo, iremos apresentar a metodologia utilizada durante esse trabalho. Buscando investigar se o recurso didático é uma ferramenta satisfatória para a aprendizagem da história do conceito de Funções. A pesquisa é de cunho exploratório e descritivo, pois visa proporcionar uma melhor compreensão do objeto, além de conhecer qual é a intensidade do objeto estudado, a partir das teorias utilizadas para fundamentar este trabalho. A abordagem será apresentada de forma qualitativa, pois esta é “um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação” (OLIVEIRA, 2014, p.37).

Construímos nosso próprio recurso didático e este desenvolve a história do conceito de Função com base na Gênese Instrumental de Rabardel (1995) que é a transição do Artefato para o Instrumento, também utilizamos algumas categorias elencadas por Mialhe e Silva (2008) como: conteúdo, organização, esquematização, linguagem, tipografia e formas, apresentadas no Capítulo 7. A pesquisa deste trabalho se estruturou da seguinte maneira:

❖ Primeiro momento:

Com o intuito de atender o primeiro objetivo específico da pesquisa, mapeamos pesquisas de Ensino e Aprendizagem do conceito de Função, o qual podemos encontrar no Quadro 1 e logo após descrevemos a importância e dificuldades do conceito de Função no meio educacional. Então:

- Referente à metodologia do ensino, temos o artigo da revista Educação Matemática Em revista, volume 22, no qual Santos e Barbosa (2017) abordam sobre as formas de “comunicação” do conceito de função.
- Para o estudo sobre os livros didáticos, estudamos Santana Filho (2016), ele apresenta como o conceito de função é apresentado nos livros de Matemática. Por fim, os resultados dos discentes e docentes.
- Vasconcelos (2016) fez uma análise de alguns artigos publicados no Encontro Nacional de Educação Matemática, em que ela buscou por obstáculos do ensino e da aprendizagem do conceito de função.
- Outra pesquisa estudada nesse tema, foi a de Lima e Pontes (2007), elas focaram somente nas dificuldades dos alunos.

- Bisognin, E. (2010), Bisognin, V. (2010) e Cury (2010) apresentam em sua pesquisa os conhecimentos dos educadores na educação básica.
- Por fim, pesquisamos por estudos que discutem a importância e dificuldade que são encontradas no conceito de Função. Buscamos averiguar o que o PCN aborda sobre as competências a serem desenvolvidas nesse assunto e como trabalhar esse assunto.

Diante disto Barreto (2008) informa “...que o estudo das funções feito na escola pode facilmente ser associado a esta noção histórica do conceito de função, estando vinculado, desta forma, às aplicações” (p.5). O outro tópico encontra-se um mapeamento de pesquisas que relatam sobre o ensino e aprendizagem do conceito de Função. Vasconcelos (2016) em sua pesquisa constatou três temas que podem ser considerados um obstáculo para compreender o conceito:

- A redução dos significados do conceito de função;
- O ensino que utiliza apenas técnicas e algoritmos;
- A maneira como o educador aprendeu e compreende o conceito de função, influencia a maneira como ele constrói e organiza sua prática de ensino.

Na pesquisa de Lima e Ponte (2007), uma das conclusões foi que alunos dão mais ênfase às representações algébricas e conceituam função como da forma que ela se apresenta, ou seja, por fórmulas, equações algébricas e não pelo seu significado, conceito.

❖ Segundo momento:

Teve como finalidade de construir o recurso didático envolvendo a história do conceito de Função. Seguimos os seguintes passos:

- Pesquisa sobre a trajetória do conceito de Função;
- Organização do conteúdo a ser trabalhado;
- Escolha do formato do recurso didático;
- Esquema dos elementos que iriam compor o recurso;
- Montagem;
- Finalização do recurso didático;
- Detalhamento do recurso didático, buscando apresentar o objetivo de cada elemento e momento, de forma que fosse possível o leitor compreender a importância da história do conceito Função.

Rabardel (1995) surge na pesquisa com o intuito de mostrar a transição do recurso de didático, ou seja, do momento em que ele é um Artefato e passa a ser Instrumento. E que “o sujeito deve incorporar um artefato dentro de um sistema, ele é apenas uma peça dentro do processo de construção da gênese e não todo o processo” (CAVALCANTI, 2011, p. 4). Portanto, buscamos caracterizar a ação do sujeito sob o artefato como um recurso didático para a aprendizagem e adequação na prática pedagógica, embasado nessa perspectiva teórica.

❖ Terceiro momento:

Tem como propósito analisar o recurso didático construído, por meio dos critérios de Idoneidade Didática pertencente ao Enfoque Ontossemiótico (EOS). Esta é uma ferramenta de investigação e reflexão, que pode desenvolver e analisar critérios, os quais procuram melhoria e transformação do ensino e aprendizagem. Então, isso leva a Idoneidade Didática, que foi abordada no Capítulo 3, em que esta propõe regras de aperfeiçoamento na construção ou utilização de um recurso didático, tornando-o eficiente. É uma correção que propõe critérios, os quais contribuem na atuação dos professores, no conhecimento proposto, nas ferramentas usadas, nas interpretações dos alunos, com base nas seis dimensões/facetadas elencadas por Godino (2008) e seus companheiros de pesquisa:

- **Idoneidade Epistêmica** - se refere ao grau de representação dos significados formais (pretendidos), em relação a um significado modelo (referência). É a análise da problematização, da contextualização e aplicações utilizadas para compor o objeto ou recurso didático. As formas de expressar o conteúdo, podendo ela ser verbal, com imagens e símbolos, também a linguagem utilizada se é clara e condiz com o nível do público leitor, são pontos que devem ser analisados.
- **Idoneidade Cognitiva** – ocorre quando os significados pessoais se aproximam do significado pretendido. A relação desses significados com a zona de desenvolvimento potencial dos estudantes é o que irá estabelecer o grau de idoneidade no processo de ensino e aprendizagem. Neste ponto se analisa se o recurso didático necessita de um conhecimento prévio, que talvez os estudantes ainda não tenham vivenciado ou que precisa ser reforçado. E também, como o recurso didático contribui para a aprendizagem do aluno e como ele pode auxiliar o estudante a desenvolver o conceito do conteúdo proposto.
- **Idoneidade Interacional** – o ensino e aprendizagem será mais eficaz se na trajetória didática a interação permita identificar e resolver discordância de significados, os

quais são discutidos por dois sujeitos. Nesta dimensão é analisado se o recurso didático proporciona a interação de professor-aluno e aluno-aluno e se oferece uma aprendizagem autônoma. É importante verificar se o recurso didático promove a interação entre esses sujeitos, se desperta a curiosidade. Verificar, também, se no decorrer do processo de ensino é possível fazer explorações sobre o estudo e construir novas ideias.

- **Idoneidade Mediacional** – este é o grau de disponibilidade de recursos materiais e temporais, os quais contribuem de forma satisfatória para a mediação do conhecimento, saindo do tradicional (lápiz, papel e quadro). Importa agora na análise se o recurso didático utilizado potencializa o estudo do conteúdo proposto. É necessário averiguar se a distribuição do tempo respeita a importância e o nível de dificuldade do conteúdo.
- **Idoneidade Emocional** – está relacionado com a necessidade, interesse e motivação do aluno durante o estudo. Levando em consideração o objeto matemático proposto e como ele está sendo utilizado. Neste ponto é analisado se as tarefas propostas foram interessantes para os estudantes e se a forma em que o conteúdo foi apresentado mostra ao aluno a sua importância no cotidiano.
- **Idoneidade Ecológica** – é quando o processo de estudo se adequa a sociedade, as necessidades dos alunos e da escola. Além de estabelecer uma adaptação curricular, proporcionar uma didática inovadora e promove a interdisciplinaridade. Nesta dimensão é realizada uma análise do recurso didático, em que busca verificar se ele contribui para a formação social, profissional e cultural, além do que é proposto pelo currículo.

De acordo com Godino (2008) e seus colegas de pesquisa “Essa análise ontológica e epistemológica é essencial para a Educação Matemática, uma vez que ela torna possível estudar os processos de ensino e aprendizagem de objetos difusos ou indefinidos” (p. 3). Diante do exposto, concordamos com os autores quando ressaltam que tanto as ideias, como as noções e instrumentos teóricos, os quais foram elaborados com base no EOS possibilita executar diversas maneiras de analisar os processos de estudo matemáticos, e cada análise auxilia com informações produtivas para a elaboração, efetivação e avaliação desses processos.

## 7 CONSTRUÇÃO DO RECURSO DIDÁTICO

O recurso didático criado tem o objetivo de introduzir a História da Matemática como um meio de compreender de que maneira o conceito estudado surgiu e, além disso, de construir um recurso que busque a motivação, interação, clareza e que mostre ao leitor/aluno a importância de estudar o conteúdo no cotidiano.

Para a criação, utilizamos como base algumas recomendações de Mialhe e Silva (2008) adaptadas para construir o recurso educacional dentro dos aspectos matemáticos. Seguimos algumas particularidades importantes para esse processo, segue as categorias aplicadas:

- Conteúdo do recurso didático;
- Organização do conteúdo no recurso didático;
- Esquema do recurso didático;
- Linguagem utilizada;
- Tipografia;
- Formas.

Também nos guiamos na perspectiva instrumental de Rabardel (1995), em que ele diz que é importante compreender o processo de construção da gênese do instrumento, para que fique clara a diferença que existe entre Artefato e Instrumento. Com base nos estudos das Situações de Atividades Instrumentais (SAI) procuramos estabelecer relações entre o sujeito leitor e o recurso didático, de forma que essas relações fossem mediadas pelo instrumento.

A escolha do conteúdo do recurso didático foi por ser um dos mais trabalhados nas aulas de Matemática (E. BISOGNIN, 2010, V. BISOGNIN, 2010, CURY, 2010), por seu conceito ser fundamental para a Matemática contemporânea (SANTOS, BARBOSA, 2017), além de ser um conteúdo que se apresenta no currículo de matemática, essencial para o Ensino Médio e Superior, tanto na área científica como tecnológica: Funções (NINOW, KAIBER, 2016).

É imprescindível que qualquer criação tenha um planejamento, então, com base em Mialhe e Silva (2008) adaptamos o quadro voltado para o cenário matemático e apresentamos o seguinte planejamento:

**Quadro 2- Planejamento do recurso didático**

<b>PROPOSTA</b>	Como existe carência em relação a História da Matemática nas salas de aula e conseqüentemente os alunos não conhecem a origem do conteúdo proposto para o estudo, é que pensamos em criar um recurso didático que levasse este conhecimento aos alunos.
<b>META</b>	É que os alunos conheçam o lado histórico da Matemática e que o recurso didático facilite a aprendizagem do conteúdo em questão.
<b>AUDIÊNCIA</b>	Alunos a partir do 9º ano do Ensino Fundamental e professores podem usufruir do recurso didático. É aconselhável que o mesmo seja explorado antes do estudo de definições, propriedades e fórmulas.
<b>OBJETIVOS</b>	Levar a História da Matemática como uma ferramenta facilitadora na aprendizagem em conjunto com o projeto de criação do recurso didático.

**Fonte:** O autor, 2018.

Levamos em consideração alguns aspectos importantes para a construção do projeto, como: apenas as informações importantes para o aluno foram expressas no recurso didático; Criação de um material prático; Explicação de esquemas e passo a passo da trajetória Matemática, isto facilita a comunicação; Utilizamos tópicos antes dos textos como estratégia de uma estrutura lógica para despertar nos alunos novas ideias e informações que estão contidas no recurso didático; Apresentamos informações aos alunos de modo que eles possam notar a importância do tema para a aprendizagem; Usamos exemplos de fácil compreensão; Inserimos atividades e resumos para proporcionar uma aprendizagem ativa e de fácil compreensão; As cores escolhidas foram para atrair a atenção do leitor, este é um dos elementos-chaves que incrementa e dá vida ao material; Optamos por um vocabulário de fácil entendimento inserindo palavras comumente usadas pelo público-alvo, trazendo o texto para perto do leitor; Procuramos sintetizar o recurso didático para proporcionar uma clara compreensão do conteúdo estudado; As fontes usadas foram escolhidas para deixar o texto nítido; Usamos imagens e figuras que agregassem significado ao conteúdo e auxiliasse no entendimento. Esses são aspectos que em conjunto contribuem para a construção do recurso didático.

O recurso didático é constituído de 9 seções, a qual denominamos como Momentos (M), e 9 Elementos (E). O Momento é uma seção do recurso didático que apresenta o conteúdo do conceito de Função e os Elementos são as partes que constituem o Momento,

cada um deles tem sua particularidade e significado para o aprendizado. Agora iremos tratar um pouco do corpo da arte, ou seja, o esquema do recurso didático. Como o conteúdo sobre a História do Conceito de Função é extenso, procuramos enfatizar as passagens mais relevantes para a descoberta deste conceito e interligamos elas usando a arte, seja por uma pergunta, seja por uma figura, um quadrinho, entre outras formas de expressar o conhecimento. A seguir, apresentaremos os Momentos e Elementos e suas intenções.

Figura 3 – Recurso didático (frente)

**Momento Sábio** | Ma temática

*História do conceito da Função*

Autora: Cibelle Tais da Silva Farias  
E-mail: cibellefarias23@hotmail.com

**M1** **QUANTOS GRANDES HOMENS CONTRIBUÍRAM PARA CONSTRUIR O CONHECIMENTO SOBRE A FUNÇÃO?**

**M2** **GOMO TUDO COMEÇOU...**  
Os **HOMENS PRIMITIVOS** precisavam controlar a quantidade de animais. Então estabeleceram uma relação de dependência entre pedras e os animais.

**M3** **Babilônicas**  
Utilizavam tábuas para contar.

**E1**

**E2**

**E3** O preço da gasolina aumentou de novo. Preciso revisar meus gastos...  

Nº DE LITROS	PREÇO A PAGAR (R\$)
1	4,58
2	9,16
3	13,77
50	229,50

 O preço a pagar depende do número de litros comprados.  

$$\text{Preço a pagar} = \text{Valor da gasolina} \times \text{Nº de litros comprados}$$

**M4** **SECULO XVII**  
 Considerou a função sendo qualquer potência de  $x$ .  
 Exemplo:  
 $f(x) = x^3$   
 $f(x) = x^2$   
 $f(x) = x^2$   
 As ideias de **Fermat + Descartes** juntas criaram o **PLANO CARTESIANO**.  
 Demonstrou que as funções poderiam ser escritas como uma série de potências.  
 Introduziu o termo **variável independente**.  
**O QUE É?**  
 Foi o primeiro a dar o **NOME FUNÇÃO** a uma quantidade geométrica que dependia de um ponto de uma curva, ou seja, depende de uma variável.  
 Criou os termos: **Constante**, **Variável**, **Parâmetro**.  
 Termo utilizado pelos cientistas.  
**REVOLUÇÃO CIENTÍFICA**  
 A revolução afetou a maneira como os cientistas viam o mundo, criando o **MÉTODO CIENTÍFICO**.  
 O estudo desse movimento gera uma função, mas **ele não formalizou o conceito**.  
 Demonstrou que o peso de um objeto não influencia sua velocidade em queda livre e o espaço percorrido em queda livre é diretamente proporcional ao quadrado do tempo levado para percorrer esse espaço.

**M5** **Vamos Construir**  
 1ª Desenhe duas retas perpendiculares.  
 2ª A reta horizontal é o eixo das abscissas (x) e a vertical ordenada (y).  
 3ª O ponto de interseção é conhecido como origem.  
 As retas se cortam, formando 4 regiões conhecidas como quadrantes, esses são enumerados de 1ª a 4ª.  
 anti-horária: 1º, 2º, 3º, 4º.  
 Parabéns, você acabou de construir um **PLANO CARTESIANO**!

Fonte: O autor, 2018.

A Figura 3 apresenta a frente do recurso didático e os elementos e momentos que a compuseram, a figura a seguir exibe o verso do recurso, com mais Elementos e Momentos utilizados para a construção do mesmo.

Figura 4 – Recurso didático (verso)

**SÉCULO XVII** E6

**M6** **Leonhard Euler**  
Considerou que uma função de quantidade variável é uma expressão algébrica composta por uma quantidade de números ou quantidade constante.  
Criou a notação  $f(x)$

**PROBLEMA DA CORDA VIBRANTE**  
Determinava o formato de uma corda elástica, com ponto inicial e final fixos em um determinado tempo.

**D'Alembert**  
Mostrou que o resultado era dado por um tipo de equação chamada de equação diferencial. Seu objetivo era com essa equação determinar a equação  $f(x)$ .

**Bernoulli**  
Percebeu que a corda poderia vibrar de infinitas maneiras diferentes.

**Lagrange**  
Para ele uma função representava operações com valores tidos como conhecidos e que ao serem realizados obtinham valores desconhecidos.

**Bolzano**  
Foi quem formalizou o conceito.

**Cauchy**  
Para ele é possível o valor de quantidades variáveis a partir do conhecimento de apenas uma delas, desde que possuí-se algum tipo de relação entre si.

**Fourier**  
Apresentou um trabalho que tratava da propagação do calor em sólidos metálicos. No trabalho ele afirma que toda função poderia ser expressa por uma função trigonométrica.

**Dirichlet**  
Demonstrou que nem todas as funções poderiam ser escritas como Fourier afirmava em seu trabalho. Para ele se uma variável  $x$  tem uma associação com uma variável  $y$  de modo que sempre se atribui valor para  $x$ , existe uma regra na qual apenas o valor do  $y$  era determinado, assim  $y$  era uma função da variável independente  $x$ .

**M7**

**M9** **MOMENTO CORDEL** *Autora: Cibelle Farias*

**Adivinhe**  
Estou presente em tudo que é canto  
Quer saber quem eu sou?  
Então vou debulhar...  
Invista na bolsa de valores que você vai me encontrar.

Ainda não adivinhou?  
Uma segunda pista vou te dar  
Agora no amor eu vou cutucar...  
Pense na pessoa que faz teu coração sacolejar  
Sentiu o tum tum?  
Pois é, também estou presente lá.

Agora corre! Pega o carro!  
Vai o amor encontrar...  
Não se preocupe com a velocidade que irá andar  
Pois só o tempo verso a distância que irá confirmar...  
Porque sabe de uma coisa?  
Também estou presente lá.

Ao encontrar o amor  
Use o violão para tocar uma canção  
Tenho certeza que vou lhe ajudar  
Na hora de fazer a amada se apaixonar.  
O toque dos teus dedos e as arranhadas improvisadas  
Irá produzir vibrações que fará ela se encantar  
E ao teus braços se entregar.  
Sabe por que?  
Porque também estou presente lá.

Então preste mais a atenção,  
pois é fato que já reprovai mais de um milhão  
e mesmo assim muitos ainda não tem noção  
que quem está falando aqui para você é a Função.

Para mudar sua visão  
basta o professor tomar uma simples decisão  
e mostrar no cotidiano a minha dimensão.  
Sabe por que?  
Porque da sua vida não saiu mais não.

**E7**

**Hora da Mágica**  
Escolha dois números quaisquer. Escolheu?  
Esses números são de valores conhecidos, pois você escolheu eles.  
Agora realize uma operação, como a soma, com esses valores.  
O resultado dessa operação é o valor desconhecido, pois você não sabia, mas acabou descobrindo quando realizou a operação.  
Gostou?

**E9**

**M8**

**Então surgiu o CONCEITO DE FUNÇÃO**

Tomamos dois conjuntos A e B. Variável  $x$  pertence ao conjunto A e  $y$  ao conjunto B.

3. Só é função se cada elemento de A se relaciona com apenas um único elemento de B.

4. Não é função se o elemento do conjunto A se relacionar mais de uma vez com o conjunto B.

2. A definição que Dirichlet deu para função foi reformulada.

O movimento tinha como objetivo fundamental toda a Matemática na teoria dos conjuntos.

5. Então surgiu o CONCEITO DE FUNÇÃO

A B  
1 → 5  
2 → 7  
É função

A B  
1 → 3  
2 → 4  
2 → 5  
Não é função

**E8**

**Movimento Bourbaki**

Fonte: O autor, 2018.

O recurso didático tem por título: Momento Sábio. Momento por ser algo breve, que não vai tomar muito tempo do leitor e Sábio vem da filosofia, de vasto conhecimento, então

nada mais convidativo que este título. Este é o E1 do material. Abaixo segue o conteúdo proposto: História do conceito da Função.

Inicia-se o texto do recurso didático no M1 com uma pergunta, a qual convida os leitores a refletirem sobre “Quantos grandes homens contribuíram para construir o conhecimento sobre Função?”, buscando despertar a curiosidade nos leitores em descobrir sobre a história da Função e os convidando para fazer essa descoberta no decorrer do recurso didático.

Em seguida, no M2, começa a busca pela descoberta da história da Função e os sujeitos responsáveis por construir esse conhecimento. As imagens neste trecho retratam o tempo primitivo, expondo a maneira como os primeiros indícios da ideia de Função, mesmo que implicitamente. Vale ressaltar que as imagens durante toda a arte, foram inseridas para complementar os textos e exemplificar as situações.

O M3 traz a importância dos Babilônicos para a história, revelando como eles contribuíram para a construção do conceito. O foco maior nesta seção é apresentar exemplos para esclarecer o que está sendo apresentado. Sendo assim, o E2 é o exemplo da tábua, mostrando como os Babilônicos faziam a relação dos números na antiguidade. Outro exemplo é apresentado no formato de história em quadrinho (E3), exemplo este que tem aplicabilidade nos dias atuais, para que os leitores observem a importância e utilidade em estudar o conteúdo de Função.

No M4, são apresentados cinco cientistas com suas contribuições para construir o conceito e um marco importante que influenciou nos pensamentos desses homens. No decorrer dos textos do Momento apresentado, encontramos o E4 e E5, o primeiro citado é um exemplo para explicar o texto anterior, já o outro Elemento é uma pergunta, para que durante a leitura do recurso, o aluno saia da zona de conforto e busque explorar o assunto, fazendo novas descobertas.

“Vamos construir” se encontra no M5, nele o leitor irá lembrar (caso tenha vivenciado) ou aprender (caso não tenha vivenciado) sobre o Plano Cartesiano. É uma simples tarefa, com passo a passo, para exercitar o conhecimento.

O E6, é destacado o século. A intenção de exibir o século é para o leitor “caminhar” por cada descoberta e não se perder no “tempo”. O Momento seguinte (M6) é mais uma descoberta, agora da notação da Função  $f(x)$ .

O “Problema da Corda Vibrante” se encontra no M7, abordando outro marco, importantíssimo para a construção do conceito de Função, traz uma abordagem interdisciplinar da Matemática com a Física, em que vários homens contribuíram para resolver esse problema.

O E7 é a “Hora da Mágica”. Um pequeno instante que o leitor irá interagir, seja essa interação entre professor e aluno ou entre os próprios alunos. Tem a intenção de mostrar que com a manipulação de números proposta por essa atividade, estaremos trabalhando com a Função.

Os últimos passos para o surgimento do conceito de Função por meio da Teoria dos Conjuntos são apresentados no M8, em que a figura da árvore representa a construção do conceito. Já o E8 traz um exemplo de Função e Não Função, para completar a ideia do conceito.

O Momento M9 encerra com o intitulado “Momento Cordel”, o qual objetiva apresentar de uma forma cantada e descontraída, convidando o leitor para adentrar nas profundezas da funcionalidade e aplicabilidade do conteúdo no cotidiano, mostrando a importância de aprendê-lo para o meio social.

A figura de uma caricatura no E9 é uma forma de deixar registrado o autor do recurso didático e também desta pesquisa, aproximando o leitor e o autor do recurso construído.

Após toda essa explanação de como foi subdividido o recurso didático, foi importante para ter uma melhor visualização dos Momentos e Elementos e compreender a intenção de cada um deles. A seguir, apresentaremos a análise deste recurso, em particular, de cada Momento e Elemento que compõe a arte.

## 8 ANÁLISE DO RECURSO DIDÁTICO POR MEIO DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA

Após esclarecer toda a criação, cada Momento e Elemento do recurso didático buscamos analisá-lo como artefato para o ensino e aprendizagem do conteúdo proposto. Esta análise se efetivou com a instrução das seis facetas do Enfoque Ontossemiótico de Godino (2008), elas “... podem ajudar a confrontar e articular distintos enfoques de investigação sobre o ensino e a aprendizagem e avançar na direção de um modelo unificado da cognição e instrução matemática” (KAIBER; LEMOS; PINO-FAN; p. 535)

Segundo Godino (2008), é imprescindível realizar uma análise ontológica e epistemológica para a Educação Matemática, dado que essa forma de avaliação possibilita “o estudo dos processos de ensino e aprendizagem de objetos difusos ou indefinidos” (p. 3).

A seguir, cada faceta será apresentada com a análise de cada Momento e Elemento do recurso didático.

- **Idoneidade Epistêmica**

A primeira faceta a ser analisada é a da Idoneidade Epistêmica, “se refere ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados (ou pretendidos), com relação ao significado de referência” (GODINO, 2008, p. 22), ou seja, tratam-se da problematização, contextualização e aplicações que compõe o recurso didático.

É notória a busca por um recurso didático que fosse diferente de todos que os alunos já tinham utilizado em seus estudos, esta foi a problemática principal. A contextualização foi um dos pontos mais trabalhados, pensando em facilitar a aprendizagem, como podemos observar desde o M2, até o M9, o “Momento cordel”.

Foi possível observar também que o conteúdo do recurso didático apresenta diversas expressões, a mais recorrente é a verbal, por meio dos pequenos textos. As imagens aparecem para conversar e complementar a expressão verbal e os símbolos aparecem para exemplificar e apresentar uma notação matemática.

O texto busca conversar com o leitor, com uma linguagem clara e de fácil entendimento. O documento PCN (BRASIL, 2000) aborda que “O conhecimento matemático formalizado precisa, necessariamente, ser transformado para se tornar passível de ser

ensinado/aprendido;”(p. 30). O recurso didático condiz com o público alvo, a partir do 9º ano do Ensino Fundamental, como foi instruído no tópico “Audiência” do Quadro 1.

Nota-se uma breve abordagem introdutória do conteúdo de função, em que fica claro que para introduzir este conceito, nada melhor do que começar com a história que o construiu.

- **Idoneidade Cognitiva**

Necessita de um conhecimento prévio. É interessante que os alunos já tenham visto noções básicas de Conjuntos, Coordenadas cartesianas e Produto cartesiano, pois compreenderão de maneira mais fácil alguns exemplos abordados, mas caso o aluno seja curioso, ele irá pesquisar as informações que lhe falta para completar o raciocínio.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais abordam que

É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas (BRASIL, 2000, p. 41)

Com esse recurso didático os estudantes podem aprender descobrindo a origem do conceito de Função e por meio da história chegar na definição dele. Pois ele começa apresentando desde o conceito mais simples, ou seja, as primeiras descobertas, como podemos ver no M1 e M2, até a definição que se encontra no M8. Além disso, aprendem um pouco sobre relação funcional (E2 e M3), relembram o que é um plano cartesiano (M5) e quando o recurso didático despertar a curiosidade, eles podem pesquisar sobre alguns termos citados, como: constante, variável, parâmetro (M4). Seguindo o que o recurso didático propõe, é possível compreender o processo da descoberta até chegar no conceito de Função.

Buscamos transformar a linguagem matemática em uma linguagem que se aproximasse do leitor para que a história contada, os exemplos e as curiosidades pudessem fazer sentido na vida do estudante.

- **Idoneidade Interacional**

O professor dentro da sala de aula pode trabalhar com o recurso didático de diversas maneiras, fazendo uma leitura dinâmica com os alunos (interação professor-aluno), fazendo o papel de mediador do conhecimento e pedir para os alunos criarem um teatro que mostre o decorrer da história com o intuito de incentivar o aprendizado do conteúdo, sanar as dúvidas,

compartilhar ideias e conhecimentos uns com os outros (interação aluno-aluno) durante a aplicação. Godino (2008), afirma que

(...) um processo de ensino e aprendizagem terá maior adequação, desde o ponto de vista interacional, se as configurações e trajetórias didáticas permitirem, por uma parte, identificar conflitos semióticos potenciais (que podem ser detectados *a priori*) e, por outra parte, resolver os conflitos que forem produzidos durante o processo de instrução (p. 23)

O recurso didático poderia facilitar para uma aprendizagem autônoma, por ser de fácil compreensão e apresentar uma história em que o leitor vai mergulhando em cada descoberta sobre o conceito, mas o leitor pode se confundir na ordem da leitura, isso poderá prejudicar na organização dos pensamentos e no aprendizado. Deveria ter mais datas, para facilitar a ordem cronológica dos fatos ou algum elemento que indicasse a ordem da leitura.

Como o recurso didático reporta ao tempo da antiguidade, onde foram encontrados os primeiros vestígios, isso faz com que o leitor fique curioso em saber como tudo começou, cada descoberta e como esse conceito chegou até os dias atuais.

É possível fazer exploração diante do conteúdo proposto, pois em uma parte do recurso didático é feita uma pergunta, em que o leitor sai da zona de conforto e tem a oportunidade de fazer novas buscas.

Também influencia na construção de ideias novas, pois como o recurso didático é apenas uma breve história do Conceito de Função, os alunos podem construir novas ideias sobre o assunto, por meio de pesquisas e descobertas.

- **Idoneidade Mediacional**

Contribui para a mediação do conhecimento. O professor pode ser a chave importante para que o recurso didático seja um facilitador durante o aprendizado. Segundo o PCN (BRASIL, 2000) os professores podem ser: organizador da aprendizagem, consultor da aprendizagem e mediador. Neste caso, o professor será um consultor da aprendizagem, pois irá fornecer “...informações necessárias, que o aluno não tem condições de obter sozinho. Nessa função, faz explanações, oferece materiais, textos, etc” (p. 31).

Potencializa o estudo do conteúdo, pois é importante que o estudante comece a compreender o conteúdo desde os primórdios, isso facilitará a compreensão das definições futuras.

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático (BRASIL, 2000, p. 34)

O fato de ser um recurso novo, também contribui para potencialização do aprendizado. Acreditamos que o recurso didático traz uma proposta inovadora, saindo do tradicional, podemos observar isso na arquitetura no mesmo, principalmente nos Momentos M3 e M9.

A distribuição do tempo dependerá do professor que irá utilizá-lo com os alunos. O recurso didático procurou respeitar a importância do conteúdo e o nível de dificuldade do mesmo, já que a história do assunto é extensa, pois foram muitos contribuintes para essa grande descoberta, o recurso didático foca nos principais fatos e os traz de forma concisa.

- **Idoneidade Emocional**

O conteúdo de função é um dos mais importantes na grade da Matemática, a partir dele, outras descobertas fizeram sentido. O ensino de Matemática deve

(...) garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2000, p.44)

Acreditamos que as tarefas são interessantes por envolver um momento de descontração e de participação dos alunos. Mas detectamos falhas em uma das atividades, foi o elemento E7 “Hora da Mágica” não teve ligação direta com os Momentos M7 e nem M8, pretendia-se com esse elemento exemplificar que através de operações com valores conhecidos, ao realizamos as operações obtemos valores desconhecidos, foi a representação que Lagrange, por volta do século XVII, utilizou para contribuir para o Problema da Corda Vibrante, apresentando sua forma de abordar função, mas infelizmente não ficou claro o objetivo dessa atividade. Deveria ser claro o objetivo da atividade, para que ela pudesse ter algum significado para o leitor.

Acreditamos que o recurso didático pode fazer os alunos se sentirem motivados, pois traz uma nova forma de abordagem, deixa os alunos a vontade para aprender e tirar dúvidas, além de fazer novas descobertas.

A forma em que o conteúdo foi apresentado mostra ao leitor a sua importância no cotidiano. Percebemos que foi a parte em que o recurso didático mais se importou em apresentar, para que o aluno compreendesse o seu significado nos dias atuais e soubesse aplicá-lo nas situações em que necessita desse conhecimento.

- **Idoneidade Ecológica**

Se adequa a sociedade, por apresentar exemplos e linguagem do cotidiano, considerando as necessidades dos alunos. Por ser um dos conteúdos mais importantes, é necessário abordá-lo de maneira que os estudantes vejam sua importância na aprendizagem. Então o PCN (BRASIL, 2000) afirma que “É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas”. (p. 41)

Se adequa as necessidades da escola, pois ele pode ser trabalhado no celular, no computador ou impresso, o que facilitará diante de algum imprevisto. Além disso proporciona uma didática inovadora, trazendo um novo recurso didático que permite a introdução de uma nova didática.

Promove a interdisciplinaridade entre Matemática e Física, fato observado no “Problema das Cordas Vibrantes”, no M7. Contribui também para a formação social, pois o conteúdo abordado é imprescindível para os futuros estudos e para algumas atividades do meio social.

De acordo com a análise realizada com base em cada critério de Idoneidade, notamos que mesmo sendo um recurso que necessita de ajustes, os quais foram apontados durante a análise de cada faceta, ele se classifica como um recurso didático idôneo, pois os critérios de Idoneidade propõem regras para o aperfeiçoamento de “objetos matemáticos” (expressão utilizada por Godino (2008, p. 19) para se referir a qualquer coisa que intervém de alguma forma em atividades matemáticas) tornando-o eficiente.

## 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É notória como a Matemática se encontra presente em muitas vertentes. Ensinar Matemática nos dias atuais ainda é considerado um desafio, por diversos motivos, um deles é o prejulgamento no que concerne a utilização de recursos didáticos diferentes, isto acaba influenciando na atuação do professor em sala e na aprendizagem dos alunos que estão cansados de vivenciar propostas que podem desmotivá-los. O objetivo deste trabalho foi investigar se o recurso didático é uma ferramenta satisfatória para a aprendizagem da história do conceito de Funções. Para esse fim, construímos um recurso didático, o qual tinha como conteúdo a história do conceito de Função, apresentando desde os vestígios encontrados na antiguidade, até a sua importância para a formação do sujeito.

Sabemos que todo recurso novo sofre resistências da sua utilização, seja por parte do professor ou por parte dos alunos, mas é necessário, para trazer ao campo da Educação Matemática mais oportunidades de aprendizagem e assim contribuir para um melhor ensino e aprendizagem.

Os estudos antecedentes nos trouxeram um olhar amplo das pesquisas recentes que abordam as dificuldades dos alunos e professores diante do conceito de Função e como anda o processo de ensino e aprendizagem, o que possibilitou delinear a forma que o assunto seria abordado e de que maneira ele poderia ser mais atrativo, diante dos estudos.

Escolhemos Rabardel (1995) para delinear o papel do recurso didático no ensino e na aprendizagem, pois em sua teoria ele descreve a distinção entre artefato e instrumento. Percebemos que durante a construção, nos primórdios das ideias, ele ainda era um artefato, pois os sujeitos que iriam utilizá-lo ainda não tinham conhecimento sobre a função do recurso didático, mas a partir do momento que os objetivos foram determinados, em que o sujeito identifica o que o recurso didático propõe e as metas para ser alcançadas, ele passa de artefato para instrumento, ou seja, quando aplicado na sala de aula, ele será definido como instrumento para a aprendizagem.

Após a explanação de toda construção do recurso didático, nos baseamos nas seis facetas presentes nos critérios de Idoneidade Didática pertencente ao EOS: Idoneidade Epistêmica, Cognitiva, Interacional, Mediacional, Emocional e Ecológica. A primeira tem como foco analisar a problemática, contextualização e aplicações. É notório que o recurso

trabalhou esses três pontos. Além de buscar por um recurso diferente que unisse a realidade do educando com o assunto e aplicações que fossem claras para os mesmos. Sempre buscando ter uma conversa com o leitor e respeitando o público alvo. Sendo assim, a primeira faceta foi cumprida em relação aos critérios que ela aborda.

A segunda faceta analisa o conhecimento prévio que o recurso didático apresentado necessita, especialmente, em relação ao assunto que se encontra neste recurso. Este faz a trajetória da descoberta do conceito de Função e há momentos que incentivam os alunos a pesquisar. O recurso é destinado a um público alvo específico, mas o conhecimento prévio depende de vários fatores, como a intensidade dos alunos em desenvolver a aprendizagem. Sendo assim, os alunos podem pesquisar, pois além do assunto se apresentar claro no recurso, ele deixa pistas de alguns termos que podem ser pesquisados, isso caracteriza a inserção da Idoneidade Cognitiva nesse recurso didático.

A Idoneidade Interacional se caracteriza por tratar de analisar a interação, e esta pode acontecer de duas formas, entre professor e alunos, neste caso o professor tomará o papel de mediador. A interação entre alunos também pode acontecer e é bastante valorosa, pois eles podem trocar ideias e compartilhar conhecimentos durante o momento da aprendizagem. Poderia ser um recurso que proporcionasse a aprendizagem autônoma, mas como pode ser o primeiro contato do aluno com o assunto e com o recurso, concluímos que não é a melhor forma de apresentar a história de um conceito. Além de notar por meio dos critérios de Idoneidade que seria interessante ter mais dados cronológicos, o que facilitaria na ordem da leitura. As perguntas são um meio de tornar o aluno agente da construção do seu próprio conhecimento, influenciando em novas ideias e despertando a curiosidade por novas descobertas. Então essa faceta está presente no nosso recurso, mesmo apresentando aspectos que necessitam de ajustes.

Já a Idoneidade Mediacional, se preocupa com a maneira e disponibilidade de trabalhar com o recurso. Notamos que o professor se apresenta como sujeito importante nesse processo de mediação do recurso didático com o assunto e com o aluno. Ele pode potencializar tanto o recurso como o conteúdo que se encontra nele. Por ser um recurso novo, contribui também para potencialização na hora da aprendizagem, pois motiva. A distribuição do tempo dependerá da forma que o professor pensa em utilizar o recurso didático e como a turma irá desenvolver diante de novos recursos e novas formas de apresentação do assunto. Esta faceta também foi encontrada no recurso.

O penúltimo é a Idoneidade Emocional, a qual aborda as tarefas que o recurso oferece. As tarefas foram simples, de dificuldade mínima, buscando mais pela interação e descontração dos alunos. O recurso possibilita a motivação dos alunos para que possam se sentir livres para fazer novas descobertas. O recurso também mostrou a importância do assunto abordado no cotidiano, para que o aluno compreendesse seu significado e que isto fizesse sentido no seu dia a dia. Desta forma, esta faceta se fez presente durante a construção do recurso.

Por último, mas não menos importante, a Idoneidade Ecológica. Ela busca analisar se o estudo se adequa a sociedade, como também analisa: a adaptação curricular, se existe didática inovadora e a interdisciplinaridade. Concluímos que o recurso apresenta uma linguagem que se aproxima da realidade do leitor, sempre mostrando a importância da aprendizagem da história do conceito de Função. Na escola, ele pode ser apresentado impresso, no computador, no celular, basta averiguar a melhor forma que os alunos irão se sentir mais à vontade para aprender. No recurso didático nota-se a presença da interdisciplinaridade entre a Matemática e a Física. O recurso também se importou com informações para a formação social do leitor. Esta também se fez presente durante o recurso didático construído.

Mesmo o recurso apresentando critérios que podem ser melhorados, pois esse é o objetivo da ferramenta EOS em conjunto com os critérios de Idoneidade Didática, buscando sempre uma melhor adequação, concluímos que mesmo diante ao que foi exposto, ele se caracteriza como um recurso didático idôneo, ou seja, que se adequa ao ensino e aprendizagem de Matemática.

Ressaltamos que somente este recurso didático não é suficiente para que o aluno desenvolva a aprendizagem sobre a história do conceito de Função, devemos considerar que os alunos não estão preparados para a recepção deste novo recurso e o professor desenvolve um papel muito importante neste momento de interação do aluno com o instrumento.

Criar um recurso didático necessita de bastante tempo, pois inclui ideias e conceitos que devem ser trabalhados de acordo com a realidade dos leitores, dos conhecimentos que os mesmos já carregam consigo sua cultura, isso tornará o recurso mais próximo da aceitação dos alunos.

Ao trabalharmos com o EOS, notamos que ele é uma ferramenta eficaz para outras análises, como análise de aulas, metodologias, atividades, materiais, planos de estudo, currículos, análise de documentos, entre outros, propondo critérios para melhoria e adequação, com a finalidade de qualificar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Esperamos que este trabalho venha fornecer reflexões tanto para professores atuantes, como para os futuros professores desta área, que eles possam repensar sobre os diversos recursos didáticos que podem ser vistos como um simples artefato, mas que com um olhar diferente possa o transformar em um instrumento e assim contribuir para o ensino e aprendizagem de diversos conteúdos da Matemática. E que outros recursos didáticos como esse serem, possam ser produzidos com outros conteúdos, pois na Matemática pouco se trabalha a história do conceito. Além disso, pensamos ser importante, a fim de complementar este trabalho, investigar como esse recurso didático que produzimos se comportaria diante sua instrumentalização em sala de aula?

Deste modo, torcemos “... que as discussões sobre o ensino e sobre a aprendizagem não se percam e possam ser enriquecidas a cada instante, pois buscar a melhoria desses processos também faz parte da carreira docente, se não for uma das principais engrenagens que perfazem este devir...” (VASCONCELOS, 2016, p. 72)

Possivelmente este fim da pesquisa é o início de um despertar para outra... Então, seguiremos!

## REFERÊNCIAS

- BARRETO, M. M. Tendências atuais sobre o ensino de função no ensino médio. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10451/4096>>. Acesso em 06 de Agosto de 2018.
- BISOGNIN, E. BISOGNIN, V. CURY, H. N. Conhecimento de professores na educação básica sobre o conceito de função. **Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM**, Salvador, ano 10, p. 11, Jul. 2010.
- BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio. Parte III, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. 1998.
- BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. PCNs+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília, 2002. p. 141
- BOLDT, A.; KACZMAREK, D.; BURAK, D.; BASSANI, I. Modelagem Matemática e possíveis aproximações com a teoria de Vygotsky. **Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM**, Curitiba, ano 11, p. 15, Jul. 2013.
- CAVALCANTI, Gutemberg. Vídeos de Matemática: artefato ou instrumento, qual seu lugar? **Conferência Interamericana De Educação Matemática**. Recife, ano 13, 2011.
- FERREIRA, A. C. **O desafio de ensinar - aprender matemática no noturno: um estudo das crenças de estudantes de uma escola pública de Belo Horizonte**. Campinas: [s.n.], 1998.
- FORTES, Clarissa Corrêa. Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. **Revista acadêmica Senac on-line**. 6 ed. set-nov, 2009.
- GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. Acta Scientiae: **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. Vol. 10 – nº 2 - Jul./Dez. p. 7-37, 2008.
- KAIBER, Carmen Teresa; LEMOS, Andrielly Viana; PINO-FAN, Luis R. Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 10, n. 23, 2017.
- MACIEL, P. R. C. **A construção do conceito de função através da História da Matemática**. Rio de Janeiro 2011. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca.
- NOGUEIRA FARIAS, V. L.; FARIAS, L. M. S. Construção de situações de aprendizagem em geometria plana utilizando o software cabri-geomètre: o deslocamento no ambiente

computacional cabri-geomètre. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte, ano 9, 2007.

OLIVEIRA, M. M. de. Como fazer pesquisa qualitativa. 6 ed. Petrópolis, RJ: Voses, 2014.  
PEREIRA, J. W.; SILVA, A. D. P. R. ; SANTANA, W. M. G . A abordagem instrumental e a apropriação do artefato tecnológico *apprenti géomètre 2* em uma situação proposta. **Encontro Nacional De Educação Matemática**, São Paulo, ano 12. p. 12, 2016.

PONTE, João Pedro da. O conceito de função no currículo de Matemática. **Educação e Matemática**, n. 15, p. 3-9, 1990.

RABARDEL, P. *Les hommes et les technologies*. Approche cognitive des instruments contemporains. Paris: A. Colin, 1995.

SANTANA FILHO, Florisval. O conceito de função nos livros didáticos de Matemática. **Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM**, São Paulo, ano 12. p. 11, jul 2016.

SANTOS, G. L. D.; BARBOSA, J. C. Como ensinar o conceito de função? **Educação Matemática em Revista**. Brasília, v. 22, n. 53, p. 27-37, 2017.

SOUZA, R. P. **A construção do conceito de função através de atividades baseadas em situações do dia a dia**. Campos dos Goytacazes, 2016. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas.

VASCONCELOS, D. M. **Onde ninguém jamais esteve: o ensino de trigonometria por meio de histórias em quadrinhos**. Recife: 2016. 98 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, Licenciatura em Matemática.

VASCONCELOS, L. O. **O conceito de função nas pesquisas dos encontros nacionais de Educação Matemática (1987-2013)**. São Paulo, 2015. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de São Carlos.

APÊNDICES A – MOMENTO SÁBIO: A HISTÓRIA DO CONCEITO DA FUNÇÃO

Ma  
temá  
tic

# Momento Sábio

## História do conceito da Função

Autora: Cibelle Tais da Silva Farias  
E-mail: cibellefarias23@hotmail.com

### QUANTOS GRANDES HOMENS CONTRIBUÍRAM PARA O CONSTRUIR O CONHECIMENTO SOBRE FUNÇÃO

AAAH! O preço da gasolina aumentou de novo. Preciso rever meus gastos...

Nº DE LITROS	PREÇO A PAGAR (R\$)
1	4,59
2	9,18
3	13,77
50	229,50

Preço a pagar = Valor da gasolina x Nº de litros comprados

Variável dependente                      Variável independente

### COMO TUDO COMEÇOU...

Os HOMENS PRIMITIVOS precisavam controlar a quantidade de animais. Então estabeleceram uma relação de dependência entre pedras e os animais.

Eles faziam uma relação entre duas colunas e a segunda coluna era resultado de uma operação utilizando as quantidades da primeira.

N	N²
1	1
2	4
3	9

### Babilônicos

Utilizavam tábuas para contar.

---

### Vamos Construir

- Desenhe duas retas perpendiculares
- A reta horizontal é a abscissa (x) e a vertical ordenada (y)
- O ponto de intersecção é conhecido como origem
- As retas se cortam, formando 4 regiões conhecidas como quadrantes, esses são enumerados de forma anti-horária: 1º, 2º, 3º, 4º

Parabéns, você acabou de construir um PLANO CARTESIANO!

## SÉCULO XVII

**REVOLUÇÃO CIENTÍFICA**

A revolução afetou a maneira como os cientistas viam o mundo, criando o MÉTODO CIENTÍFICO

Galileu Galilei

Demonstrou que o peso de um objeto não influencia sua velocidade em queda livre e o espaço percorrido em queda livre é diretamente proporcional ao quadrado do tempo levado para percorrer esse espaço.

O estudo desse movimento gera uma função, mas ele não formalizou o conceito.

René Descartes

Considerou a função sendo qualquer potência de x.

Exemplo:  
 $f(x) = x^n$   
 $f(x) = x^2$   
 $f(x) = x^3$

Para ele uma equação de duas variáveis poderia ser representada geometricamente por uma curva.

Pierre Fermat

As ideias de Fermat + Descartes juntas criaram o PLANO CARTESIANO

Demonstrou que as funções poderiam ser escritas como uma série de potências.

Introduzir o termo variável independente

O QUE É?

Foi o primeiro a dar o NOME FUNÇÃO a uma quantidade geométrica que dependia de um ponto de uma curva, ou seja, depende de uma variável.

Termo utilizado pelos cientistas

Criou os termos: Constante Variável Parâmetro

Isaac Newton

Leibniz

# SÉCULO XVII

**Leonhard Euler**

Considerou que uma função de quantidade variável é uma expressão algortima composta por uma quantidade de números ou quantidade constante.

Criou a notação  $f(x)$

## PROBLEMA DA CORDA VIBRANTE

Determinava o formato de uma corda elástica, com ponto inicial e final fixos em um determinado tempo

**D'Alembert**  
Mostrou que o resultado era dado por um tipo de equação chamada de equação diferencial. Seu objetivo era com essa equação determinar a equação  $f(x)$ .

**Bernoulli**  
Percebeu que a corda poderia vibrar de infinitas maneiras diferentes.

**Bolzano**  
Foi quem formalizou o conceito.

**Lagrange**  
Para ele uma função representava operações com valores tidos como conhecidos e que ao serem realizados obtinham valores desconhecidos.

**Fourier**  
Apresentou um trabalho que tratava da propagação do calor em sólidos metálicos. No trabalho ele afirma que toda função poderia ser expressa por uma função trigonométrica.

**Cauchy**  
Para ele é possível o valor de quantidades variáveis a partir do conhecimento de apenas uma delas, desde que possui-se algum tipo de relação entre si.

**Dirichlet**  
Demonstrou que nem todas as funções poderiam ser escritas como Fourier afirmava em seu trabalho. Para ele se uma variável  $x$  tem uma associação com uma variável  $y$  de modo que sempre se atribui valor para  $x$ , existe uma regra na qual apenas o valor do  $y$  era determinado, assim  $y$  era uma função da variável independente  $x$ .

### MOMENTO CORDEL

Autora: Cibelle Farias

#### Adivinhe

Estou presente em tudo que é canto  
Quer saber quem eu sou?  
Então vou debulhar...  
Invista na bolsa de valores que você vai me encontrar.

Ainda não adivinhou?  
Uma segunda pista vou te dar  
Agora no amor eu vou cutucar...  
Pense na pessoa que faz teu coração sacolejar  
Sentiu o tum tum?  
Pois é, também estou presente lá.

Agora corre! Pega o carro!  
Vai o amor encontrar...  
Não se preocupe com a velocidade que irá andar  
Pois só o tempo versos a distância que irá confirmar...  
Porque sabe de uma coisa?  
Também estou presente lá.

Ao encontrar o amor  
Use o violão para tocar uma canção  
Tenho certeza que vou lhe ajudar  
Na hora de fazer a amada se apaixonar.  
O toque dos teus dedos e as arranhadas improvisadas  
Irá produzir vibrações que fará ela se encantar  
E ao teus braços se entregar.  
Sabe por que?  
Porque também estou presente lá.

Então preste mais a atenção,  
pois é fato que já reprovei mais de um milhão  
e mesmo assim muitos ainda não tem noção  
que quem está falando aqui para você é a Função.

Para mudar sua visão  
basta o professor tomar uma simples decisão  
e mostrar no cotidiano a minha dimensão.  
Sabe por que?  
Porque da sua vida não sairei mais não.



### Hora da Mágica

Escolha dois números quaisquer. Escolheu?  
Esses números são de valores conhecidos, pois você escolheu eles.  
Agora realize uma operação, como a soma, com esses valores.  
O resultado dessa operação é o valor desconhecido, pois você não sabia, mas acabou descobrindo quando realizou a operação.  
Gostou?



### Movimento Bourbaki