



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

MARINALDO DOS SANTOS JÚNIOR

**AVALIAÇÃO DA SUBSTITUIÇÃO DA ARMADURA TRANSVERSAL MÍNIMA
POR FIBRAS DE AÇO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Caruaru

2021

MARINALDO DOS SANTOS JÚNIOR

**AVALIAÇÃO DA SUBSTITUIÇÃO DA ARMADURA TRANSVERSAL MÍNIMA
POR FIBRAS DE AÇO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientadora: Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Bono

Caruaru

2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecário – Raul César de Melo - CRB/4 - 1735

S237a Santos Júnior, Marinaldo dos.
Avaliação da substituição da armadura transversal mínima por fibras de aço em vigas de concreto armado / Marinaldo dos Santos Júnior. – 2021.
215 f. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Giuliana Furtado Franca Bono.
Coorientador: Gustavo Bono.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2021.
Inclui Referências.

1. Concreto Armado. 2. Vigas. 3. Cisalhamento. 4. Aço. I. Bono, Giuliana Furtado Franca (Orientadora). II. Bono, Gustavo (Coorientador). III. Título.

CDD 620 (23. ed.) UFPE (CAA 2021-224)

MARINALDO DOS SANTOS JÚNIOR

**AVALIAÇÃO DA SUBSTITUIÇÃO DA ARMADURA TRANSVERSAL MÍNIMA
POR FIBRAS DE AÇO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Estruturas e Materiais

Aprovada em: 17 / 09 / 2021.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Giuliana Furtado Franca Bono (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Gustavo Bono (Coorientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Charlei Marcelo Paliga (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pelotas (UFPEL)

Prof. Dr. Mauro de Vasconcellos Real (Examinador Externo)
Universidade Federal do Rio Grande (FURG)

À minha esposa e filha, que foram a força
para que este trabalho pudesse ser
concluído, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por toda graça e amor concedidos na minha vida, nos momentos mais difíceis, e especialmente para a conclusão dessa etapa.

À minha esposa, Iânua Melo, por todo amor e incentivo que tem me dado para a conclusão deste trabalho. A essa mulher todo o meu respeito, admiração e amor por ser quem é, e por toda dedicação à nossa família.

À minha filha, Heloísa Ainá, por, mesmo sem entender muito, me trazer um amor puro e verdadeiro, me dando forças todos os dias.

Aos meus pais, Marinaldo (Mazinho) e Edna, por terem me feito entender a importância da educação na vida de uma pessoa (principalmente no nosso país), por me incentivar e serem meu alicerce em todos os momentos.

À minha família, em especial ao meu irmão Eder (Bam) e ao meu sobrinho Théó, por todo amor compartilhado.

Ao meu avô, Esmerino Souto (*in memoriam*), por ter sido o precursor nas construções na nossa querida terrinha, Nova Palmeira-PB, e fonte de inspiração profissional.

Aos meus orientadores Profa. Dra. Giuliana Bono e Prof. Dr. Gustavo Bono, pela orientação, paciência e por se mostrarem sempre muito solícitos nos momentos que precisei.

Aos professores Prof. Dr. Marcos Antônio de Souza Simplício (UFCG), Profa. Dra. Tatiana Bittencourt Dumê (UFBA) e Prof. Dr. Milton Bezerra das Chagas Filho (UFCG), por todos os ensinamentos e apoio.

A todos os demais parentes e amigos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização deste trabalho. Em especial, queria agradecer aos laboratoristas Sr. Edvaldo e Francisco (UFCG), ao aluno Cássio (UFCG), aos amigos Erveton Victor, Mailson Queiroz, Leonardo Costa, Wellington (Leto), Adriano Eudes, Igor Ogata, Danielle Gouveia, Juan Felipe e Anderson, aos familiares Hugo Medeiros e Marcelo Carvalho.

RESUMO

O concreto é um material bastante utilizado na construção civil. Esse material está presente na maioria das grandes obras já realizadas no Brasil e no mundo. Assim, no âmbito da engenharia estrutural, vê-se a importância de se conhecer o concreto como material estrutural, frente às solicitações que lhes são impostas. Com o passar dos anos, novos materiais foram incorporados ao concreto de maneira a trazer melhorias às suas propriedades. Dentre esses materiais, pode-se citar a utilização de fibras inseridas em concreto, para incorporar ao mesmo, entre outras coisas, um comportamento menos frágil. Uma das fibras mais utilizadas para reforço do concreto são as fibras de aço, resultando no Concreto Reforçado com Fibras de Aço (CRFA). Dentro desse contexto, este trabalho avalia a possibilidade da substituição da armadura transversal mínima em vigas de concreto armado por fibras de aço. Para tanto, foram feitas comparações quanto à resistência ao cisalhamento em 240 ensaios experimentais de vigas de concretos reforçados com fibras de aço (CRFA) com formulações existentes na literatura e apresentadas em normas internacionais, para definir quais equações apresentam maior concordância com os dados experimentais. De posse dessa expressão, foi feito um estudo paramétrico, com análises estatísticas, para determinar a influência dos principais parâmetros (f_c , ρ , $\frac{a}{d}$, ρ_f e $\frac{l_f}{d_f}$) na resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA. Por fim, foram desenvolvidos ábacos e tabelas de dimensionamento de vigas de CRFA que determinam a quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima, obtida segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014). Os resultados mostraram que o modelo de Kwak *et al.* (2002) foi o que mais se aproximou dos resultados dos ensaios experimentais das vigas. Por sua vez, o parâmetro que mais influencia a resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, segundo o modelo de Kwak *et al.* (2002), é o volume da fibra de aço (V_f). Por fim, vale ressaltar que os ábacos e tabelas desenvolvidos facilitam e dão agilidade no dimensionamento de vigas de CRFA.

Palavras-chave: Fibras de Aço. Vigas. Concreto Armado. Cisalhamento.

ABSTRACT

Concrete is a material widely used in construction. This material is present in most of the great works already carried out in Brazil and the world. Thus, in the field of structural engineering, it is seen the importance of knowing concrete as a structural material, in face of the demands imposed on them. Over the years, new materials have been incorporated into the concrete to improve some of its properties. Among these materials, we can mention the use of fibers inside the concrete to give it, among other things, a less fragile behavior. One of the most used fibers for reinforcing concrete is steel fibers, resulting in Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC). Within this context, this work evaluates the possibility of replacing the minimum transverse reinforcement of reinforced concrete beams by steel fibers. For this purpose, comparisons were made regarding the shear strength of 240 experimental tests of SFRC beams with formulations from the literature and international standards to define which equations show greater agreement with the experimental data. With this expression, a parametric study was carried out with statistical analysis to determine the influence of the main parameters (f_c , ρ , $\frac{a}{d}$, ρ_f e $\frac{l_f}{d_f}$) on the shear strength in SFRC beams. Finally, it were developed abacuses and design tables of SFRC beams that determine the amount of steel fibers needed to replace the minimum transverse reinforcement obtained according to NBR 6118 (ABNT, 2014). The results showed that the model of Kwak *et al.* (2002) was the closest experimental tests on beams. The parameter that most influences shear strength in CRFA beams, according to the model by Kwak *et al.* (2002) is the steel fiber volume (V_f). Finally, it is worth mentioning that the developed abacuses and tables make it easier and faster to dimension CRFA beams.

Keywords: Steel Fiber. Beams. Reinforced Concrete. Shear.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Seções transversais padrões para as fibras de aço	27
Figura 2 -	Fibras de aço: soltas curtas (a), soltas longas (b) e longas coladas (c)	27
Figura 3 -	Exemplo de diferentes tipos de fibras de aço	28
Figura 4 -	Gráfico Tensão x deformação do agregado, do concreto e da argamassa	31
Figura 5 -	Esquema de concentração de tensões para um concreto sem reforço de fibras	33
Figura 6 -	Esquema de concentração de tensões para um concreto com reforço de fibras	33
Figura 7 -	Gráfico de curvas médias de cargas versus deslocamento obtidas em ensaios com diferentes teores de fibras	34
Figura 8 -	Compósitos reforçados com fibras em teores abaixo (A), acima (B) e igual (C) ao volume crítico de fibras durante os ensaios de tração na flexão	35
Figura 9 -	Fator de Tenacidade em função do consumo de diversos tipos de fibras	37
Figura 10 -	CRF onde há compatibilidade dimensional entre as fibras e agregado graúdo (A) e onde não há essa compatibilidade (B)	38
Figura 11 -	Possibilidade de distribuição das fibras	39
Figura 12 -	Interseção de uma fibra inclinada com a fissura	39
Figura 13 -	Relação entre o consumo de fibra de aço e o Fator de Tenacidade em corpos de prova com fibras de resistências diferentes	41
Figura 14 -	Curvas de carga por deslocamento para concretos com diferentes resistências para um mesmo tipo de fibra de aço	42
Figura 15 -	“Ouriço” formado na confecção do concreto	45
Figura 16 -	Força cortante última em relação à resistência à compressão do concreto em vigas de CRFA ensaiadas à flexão	47
Figura 17 -	Tensão de cisalhamento normalizada última em relação à taxa de armadura longitudinal em vigas de CRFA ensaiadas à flexão	48
Figura 18 -	Tensão de cisalhamento normalizada última em relação ao volume de fibras em vigas de CRFA ensaiadas à flexão	49
Figura 19 -	Tensões do modelo proposto por Dinh <i>et al.</i> (2011)	50

Figura 20 -	Comportamento resistente de uma viga biapoiada: a) armação da viga e diagramas de M e V; b) trajetórias das tensões principais de tração e compressão na viga não fissurada; c) surgimento das primeiras fissuras de flexão; d) tensões e deformações nos Estádios I e II; e) estado de fissuração pré-ruptura; f) tensões e deformações na ruptura	62
Figura 21 -	Viga segundo a analogia da treliça clássica de Ritter-Mörsch	64
Figura 22 -	Modos de ruptura de vigas de concreto armado com estribos: (a) Ruptura por força cortante-compressão, (b) Ruptura por força cortante-tração, (c) Ruptura por força cortante-flexão e (d) Ruptura por flexão da armadura longitudinal	66
Figura 23 -	Treliça clássica de Ritter-Mörsch com diagonais de tração à 90°	67
Figura 24 -	Viga biapoiada com duas cargas concentradas	72
Figura 25 -	Viga biapoiada com carga uniformemente distribuída	72
Figura 26 -	Ação de arcos em viga biapoiada com carga distribuída	73
Figura 27 -	Mecanismos resistentes da treliça	75
Figura 28 -	Distribuição de cada parâmetro da base de dados: (a) largura da viga, (b) altura da viga, (c) altura efetiva da viga, (d) comprimento da viga, (e) relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva da viga, (f) taxa de armadura longitudinal tracionada, (g) diâmetro máximo do agregado, (h) resistência à compressão do concreto, (i) volume de fibra de aço e (j) fator de forma da fibra	78
Figura 29 -	Influência de cada parâmetro da base de dados na resistência ao cisalhamento normalizada: (a) resistência à compressão do concreto, (b) taxa de armadura longitudinal tracionada, (c) relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva da viga, (d) diâmetro máximo do agregado, (e) volume de fibra de aço, (f) fator da fibra, (g) tipo de fibra e (h) fator de forma da fibra	95
Figura 30 -	Relação entre os valores experimentais e teóricos do esforço cortante último: (a) Singh e Jain (2014), (b) Sahoo e Sharma (2014), (c) Dinh <i>et al.</i> (2011), (d) Kwak <i>et al.</i> (2002), (e) Sharma (1986), (f) Sarveghadi <i>et al.</i> (2015), (g) Imam <i>et al.</i> (1997), (h) Arslan (2014), (i) DAfStB (2012), (j) fib (2012), (k) RILEM (2003), (l) <i>Regressão linear</i> e (m) <i>Regressão linear ponderada</i>	99

Figura 31 -	Relação entre os valores experimentais e teóricos do esforço cortante último – dados de todos os modelos	102
Figura 32 -	Comportamento da média e do coeficiente de variação da relação V_{u-exp}/V_{u-teo} , na aplicação dos testes estatísticos para cada grupo de vigas: (a) média, (b) coeficiente de variação	107
Figura 33 -	Gráfico <i>box-plot</i> das resistências ao cisalhamento experimental e teóricas de todos os modelos de previsão de vigas de CRFA	109
Figura 34 -	Quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA: (a) V1, (b) V2, (c) V3, (d) V4, (e) V5, (f) V6, (g) V7, (h) V8, (i) V9 e (j) V10	112
Figura 35 -	Influência de ρ e a/d em V_d e em V_f necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA: (a) $a/d = 5$, (b) $a/d = 10$	114
Figura 36 -	Influência de f_c , ρ e V_f em V_d e na quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA: (a) $\rho = 0,5\%$, (b) $\rho = 1,0\%$, (c) $\rho = 1,5\%$, (d) $\rho = 2,0\%$, (e) $\rho = 2,5\%$, (f) $\rho = 3,0\%$ e (g) $\rho = 3,5\%$	116
Figura 37 -	Curvas de relação de V_u com cada parâmetro em estudo: (a) f_c , (b) a/d , (c) ρ , (d) ρ_f , (e) l_f/d_f e (f) V_f	119
Figura 38 -	Detalhes da seção transversal da viga usada no exemplo	122
Figura 39 -	Ábaco B2.3 do Apêndice B para viga usada no exemplo	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -	Varição dos parâmetros das vigas avaliadas por Yakoub (2011)	47
Tabela 2 -	Limites dos parâmetros das vigas selecionadas por Sahoo e Sharma (2014)	52
Tabela 3 -	Intervalos de valores de cada parâmetro da base de dados	77
Tabela 4 -	Características dos grupos em função do tipo de fibra de aço utilizado e a relação a/d	86
Tabela 5 -	Seções transversais das 10 vigas estudadas	91
Tabela 6 -	Parâmetros adotados na análise	92
Tabela 7 -	Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para todo o conjunto de dados	97
Tabela 8 -	Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 1 (G1) ($a/d < 3$ e fibras com gancho nas extremidades - $\rho_f = 1,0$)	103
Tabela 9 -	Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 2 (G2) ($a/d < 3$ e fibras onduladas - $\rho_f = 0,75$)	104
Tabela 10 -	Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 3 (G3) ($a/d < 3$ e outros tipos de fibras - $\rho_f = 0,50$)	104
Tabela 11 -	Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 4 (G4) ($a/d \geq 3$ e fibras com gancho nas extremidades - $\rho_f = 1,0$)	105
Tabela 12 -	Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 5 (G5) ($a/d \geq 3$ e fibras onduladas - $\rho_f = 0,75$)	105
Tabela 13 -	Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 6 (G6) ($a/d \geq 3$ e outros tipos de fibras - $\rho_f = 0,50$)	106
Tabela 14 -	Aplicação do teste LSD de Fisher da resistência ao cisalhamento das vigas da base de dados	109
Tabela 15 -	Varição dos parâmetros no estudo paramétricos de f_c , V_f e ρ	115
Tabela 16 -	Análise dos parâmetros que mais influenciam no crescimento de V_u	120
Tabela 17 -	Dados da viga usada no exemplo	122

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Classificação e geometria das fibras de aço	30
Quadro 2 -	Fator de forma mínimo	30
Quadro 3 -	Tipos de fibras utilizadas no ensaio	37
Quadro 4 -	Modelos para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	-	Associação Brasileira de Norma Técnicas
ACI	-	American Concrete Institute
ASTM	-	American Society for Testing and Materials
CRC	-	Compósitos compactos reforçados
CRF	-	Concreto Reforçado com Fibras
CRFA	-	Concreto Reforçado com Fibras de Aço
Exp.	-	Experimental
IBRACON	-	Instituto Brasileiro do Concreto
LSD	-	Least Significant Difference
MEP	-	Programação multi-expressão
N.A.	-	Não aplicável
NBR	-	Normas Técnicas Brasileiras
RILEM	-	International Union of Laboratories and Experts in Construction Materials, Systems and Structures
RPC	-	Concreto de pós-reativos
SIFCON	-	Concreto com fibra infiltrado com nata de cimento
Teo.	-	Teórico
UFBA	-	Universidade Federal da Bahia
UFCG	-	Universidade Federal de Campina Grande

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

A_c	-	Área da seção de concreto
A_{ct}^f	-	Área efetiva $b \times d$, com d limitado a 1,5 m
A_s	-	Área de aço da armadura longitudinal tracionada
A'_s	-	Área de aço da armadura longitudinal comprimida
$A_{sw,min.}$	-	Área de aço da armadura mínima transversal
A_{sw}	-	Área de aço da armadura transversal
$C_{Rd,c}$	-	Fator de calibração para a resistência de projeto ao cisalhamento
$C.V.$	-	Coefficiente de variação
$D.P.$	-	Desvio padrão
D_f	-	Fator de eficiência das fibras
E_c	-	Módulo de elasticidade do concreto
$E_{médio}$	-	Erro médio absoluto
F	-	Fator da fibra
L	-	Comprimento da viga
LSD	-	Grandeza que representa a menor diferença significativa (<i>Least Significant Difference</i>) no teste de Fisher
M	-	Momento fletor
MS_{dentro}	-	Média dos quadrados de dentro dos grupos de dados
M_o	-	Valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção
$M_{sd,max}$	-	Momento fletor solicitante de cálculo máximo
M_{sd}	-	Momento fletor solicitante de cálculo
N_{sd}	-	Força longitudinal solicitante de cálculo
R	-	Coefficiente de correlação
R^2	-	Coefficiente de determinação
R_{cc}	-	Resultante dos esforços de compressão absorvidos pela armadura transversal
R_{st}	-	Resultante dos esforços de tração absorvidos pela armadura longitudinal

V	-	Força cortante
V_C	-	Parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça
V_C	-	Volume crítico de fibras
V_{C0}	-	Parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça, na flexão simples, na flexo-tração e na flexo-compressão, para o Modelo de Cálculo I
V_{CC}	-	Força cortante última promovida pelo concreto
V_d	-	Força cortante de projeto para a formulação de Kwak <i>et al.</i> (2002)
V_{FRC}	-	Força cortante última promovida pelas fibras
$V_{Rd,cf}$	-	Contribuição das fibras na resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras
$V_{Rd,ct}$	-	Contribuição do concreto na resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras
$V_{Rd,ct}^f$	-	Resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras
$V_{Rd,f}$	-	Resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras
$V_{Rd,fmin}$	-	Resistência mínima de projeto ao cisalhamento em vigas de CRFA
V_{Rd}	-	Resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras
V_{Rd1}	-	Força cortante resistente de cálculo
V_{Rd2}	-	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto
V_{Rd3}	-	Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal
$V_{Sd,min}$	-	Esforço cortante resistente de cálculo limite mínima
V_a	-	Parcela da força cortante transmitida pela ação de arco
V_{cd}	-	Contribuição do concreto na resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras
V_{cz}	-	Parcela da força cortante resistida pelo concreto comprimido
V_e	-	Parcela da força cortante resistida pelo engrenamento dos agregados
V_f	-	Volume ou teor de fibras
V_{fd}	-	Contribuição das fibras na resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras
V_r	-	Parcela da força cortante resistida pelo efeito de pino

V_{sd}	-	Esforço cortante solicitante de cálculo
V_{sw}	-	Parcela da força cortante resistida pela armadura transversal
V_u	-	Força cortante última
V_{u-exp}	-	Força cortante última experimental
V_{u-teo}	-	Força cortante última teórica
a	-	Vão de cisalhamento
a_θ	-	Proporção de fibras orientadas em um ângulo θ
b_f	-	Largura da flange
b_w	-	Largura da seção transversal da viga
c	-	Altura da linha neutra
d	-	Altura efetiva da viga
d_a	-	Diâmetro máximo do agregado graúdo
d_f	-	Diâmetro da fibra de aço
e	-	Fator adimensional que leva em consideração o efeito de arco
f_{Ftuk}	-	Valor característico da resistência residual última obtida segundo o ensaio padronizado pela norma EN 14651 (2007), para uma abertura de fissura de 1,5 mm
f_{R1}	-	Resistência à tração residual para abertura de fissura de 0,5 mm, conforme o ensaio padronizado pela EN 14651 (2007)
f_{R3}	-	Resistência à tração residual para abertura de fissura de 2,5 mm, conforme o ensaio padronizado pela EN 14651 (2007)
$f_{Rk,4}$	-	Resistência característica residual à flexão para o estado limite último, para um CMOD de 3,5 mm
f_c	-	Resistência à compressão do concreto
f_{cd}	-	Resistência de cálculo à compressão do concreto
$f_{cf1k,L2}^f$	-	Valor característico da resistência à flexão pós-fissuração para uma deflexão de 3,5 mm
f_{ck}	-	Resistência característica à compressão do concreto
f_{ct}	-	Resistência à tração do concreto
$f_{ctR,u}^f$	-	Resistência à tração uniaxial do CRFA
f_{ctd}	-	Resistência de cálculo à tração do concreto
$f_{ctk,inf}$	-	Resistência característica inferior à tração do concreto
f_{ctk}	-	Resistência característica à tração do concreto
f_{ctm}	-	Resistência média à tração do concreto

f_{cuf}	-	Resistência à compressão do cubo de concreto reforçado com fibra
f_f	-	Resistência à tração da fibra
f_{spfc}	-	Parcela de resistência à tração de concreto reforçado com fibra
f_y	-	Tensão de escoamento do aço
f_{yd}	-	Resistência de cálculo de escoamento do aço
f_{yk}	-	Resistência característica de escoamento do aço
f_{ywd}	-	Resistência de cálculo de escoamento do aço da armadura transversal
f_{ywk}	-	Resistência característica de escoamento do aço da armadura transversal
h	-	Altura da seção transversal da viga
h_f	-	Altura da flange
k	-	Fator de efeito de tamanho
k	-	Coefficiente para determinação da força cortante resistente de cálculo
k_F^f	-	Fator que considera a orientação das fibras
k_G^f	-	Fator de tamanho, que explica o fato de as fibras serem melhores distribuídas em elementos maiores
k_f	-	Fator que considera a contribuição dos flanges em seções T
l_c	-	Comprimento crítico da fibra
l_f	-	Comprimento da fibra
n	-	Parâmetro para efeito de geometria de seções flangeadas
n_i	-	Número de elementos dentro do conjunto de dados i
n_j	-	Número de elementos dentro do conjunto de dados j
s	-	Espaçamento dos estribos
$t_{1-\frac{\alpha}{2}; N-m}$	-	Teste t para o nível de significância α e $N - m$ graus de liberdade dentro dos grupos de dados

Letras gregas

α	-	Inclinação da armadura transversal
α	-	Inclinação da fissura diagonal crítica
α	-	Nível de significância

α_c^f	-	Fator que explica os efeitos de longo prazo
γ_c	-	Coeficiente de minoração da resistência do concreto
γ_{cf}	-	Coeficiente de minoração da resistência ao cisalhamento na formulação de Kwak <i>et al.</i> (2002)
γ_{ct}^f	-	Fator parcial para resistência à tração do concreto reforçado com fibras
γ_s	-	Coeficiente de minoração da resistência do aço
ε_c	-	Deformação no concreto submetido à compressão
ε_{cc}	-	Deformação no concreto submetido à compressão
ε_f	-	Deformação das fibras tracionadas
$\varepsilon_{fc,max}$	-	Deformação máxima do compósito na compressão
$\varepsilon_{fc,t}$	-	Deformação máxima do compósito na tração
ε_{mu}	-	Deformação última da matriz
ε_s	-	Deformação no aço
ε_y	-	Deformação da armadura tracionada
η_1	-	Fator de eficiência associado ao efeito da orientação da fibra
η_θ	-	Fator de eficiência de orientação das fibras
ν_u	-	Tensão de cisalhamento última
ρ	-	Taxa da armadura longitudinal de tração
ρ_f	-	Fator que leva em consideração o formato da fibra
ρ_{sw}	-	Taxa da armadura transversal
σ_c	-	Tensão no concreto
σ_I	-	Tensão na direção principal I
σ_{II}	-	Tensão na direção principal II
σ_{cp}	-	Tensão na seção de concreto
σ_{fu}	-	Tensão última das fibras
σ_s	-	Tensão no aço
σ_t	-	Tensão de tração
σ_x	-	Tensão normal na direção “x”
σ_y	-	Tensão normal na direção “y”
τ_{Rd}	-	Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento
τ_{Rd1}	-	Tensão convencional resistente para peças sem armadura transversal

τ_{fd}	-	Valor de projeto para a resistência de ligação entre fibras e matriz
τ_{xy}	-	Tensão de cisalhamento na direção “xy”
τ_{yx}	-	Tensão de cisalhamento na direção “yx”
ν_b	-	Tensão de aderência entre a fibra e a matriz
ϕ	-	Diâmetro da armadura longitudinal
ϕ_t	-	Diâmetro da armadura transversal
β	-	Fator de aderência
θ	-	Inclinação da diagonal comprimida do concreto
θ	-	Inclinação da fibra
λ	-	Fator de forma ou razão de aspecto da fibra de aço
τ	-	Resistência média da ligação interfacial entre as fibras e a matriz
τ	-	Tensão de aderência interfacial entre a fibra e a matriz
ψ	-	Fator que leva em consideração o tamanho máximo do agregado graúdo
ω	-	Taxa de reforço que inclui o efeito das fibras
$(\sigma_t)_{avg}$	-	Tensão média resistida pelas fibras que cruzam a fissura
\underline{Y}_i	-	Média do conjunto de dados i
\underline{Y}_j	-	Média do conjunto de dados j
$\frac{l_f}{d_f}$	-	Razão de aspecto da fibra
$\frac{\nu_u}{\sqrt{f_c}}$	-	Tensão de cisalhamento normalizada última pela raiz quadrada da resistência à compressão do concreto
$\frac{\nu_u}{\sqrt[3]{f_c}}$	-	Tensão de cisalhamento normalizada última pela raiz cúbica da resistência à compressão do concreto

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA	24
1.2	OBJETIVOS	25
1.2.1	Objetivo Geral	25
1.2.2	Objetivos Específicos	25
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	25
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	27
2.1	CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO	27
2.1.1	As fibras de aço	27
2.1.2	A matriz de concreto	31
2.1.3	A interação fibra-matriz	32
<i>2.1.3.1</i>	<i>Volume de fibras</i>	<i>34</i>
<i>2.1.3.2</i>	<i>Geometria das fibras</i>	<i>36</i>
<i>2.1.3.3</i>	<i>Orientação das fibras</i>	<i>38</i>
<i>2.1.3.4</i>	<i>Resistência das fibras e da matriz</i>	<i>40</i>
<i>2.1.3.5</i>	<i>Módulo de elasticidade das fibras e da matriz</i>	<i>42</i>
2.1.4	Considerações práticas	43
2.1.5	Resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA	45
<i>2.1.5.1</i>	<i>Influência de alguns parâmetros na resistência ao cisalhamento de vigas em CRFA</i>	<i>46</i>
<i>2.1.5.2</i>	<i>Formulações da literatura para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA</i>	<i>49</i>
<i>2.1.5.3</i>	<i>Formulações normativas para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA</i>	<i>56</i>
2.2	DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO AO ESFORÇO CORTANTE	60
2.2.1	Vigas com armadura transversal	61
<i>2.2.1.1</i>	<i>Modelo da treliça</i>	<i>63</i>

2.2.1.2	<i>Ruptura de vigas de concreto armado com estribos</i>	65
2.2.1.3	<i>Dimensionamento da armadura transversal segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)</i>	66
2.2.2	Vigas sem armadura transversal	69
2.2.2.1	<i>Modelo de cálculo</i>	70
2.2.2.2	<i>Ruptura das peças sem estribos</i>	72
2.2.3	Mecanismos resistentes	73
3	METODOLOGIA	76
3.1	ETAPA 1	76
3.1.1	Base de dados	73
3.1.2	Modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA	80
3.1.3	Comparação entre os modelos de previsão	87
3.2	ETAPA 2	88
3.2.1	Força cortante limite mínima segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)	88
3.2.2	Estudo paramétrico	91
3.2.3	Ábacos e tabelas de dimensionamento	92
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	94
4.1	ETAPA 1	94
4.1.1	Estudo dos parâmetros da base de dados	94
4.1.2	Resultados da comparação entre os modelos de previsão	96
4.2	ETAPA 2	111
4.2.1	Resultados do estudo paramétrico	111
4.2.2	Ábacos e tabelas de dimensionamento	121
5	CONCLUSÕES	125
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	126
	REFERÊNCIAS	128
	APÊNDICE A – BASE DE DADOS PARA VIGAS DE CRFA ROMPENDO AO CISALHAMENTO, COM ARMADURA LONGITUDINAL DE TRAÇÃO E SEM ESTRIBO	134

APÊNDICE B – ÁBACOS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO	142
APÊNDICE C – TABELAS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO	179

1 INTRODUÇÃO

A descoberta do concreto foi, e continua sendo, responsável pelo desenvolvimento das construções no mundo. O concreto é um material muito utilizado na construção civil e o material mais consumido no mundo, com exceção da água, segundo o IBRACON (2009). Por ser bastante utilizado, o concreto é um dos materiais de construção mais pesquisados, de maneira que há uma constante busca pela inovação na utilização do mesmo. Dessa forma, vê-se a importância de se conhecer o concreto, de forma mais profunda, como material estrutural.

Sabe-se que a utilização dos compósitos na construção civil data de muitos anos, por exemplo, no Egito antigo os tijolos eram construídos com a adição de palha. Com o passar dos anos foram sendo desenvolvidos outros materiais e métodos de construção que possibilitaram o desenvolvimento de canteiros de obras. Pode-se citar, por exemplo, a possível redução das seções das peças em concreto com a utilização de concretos mais resistentes. Ou ainda, a utilização de outros materiais no interior do concreto, de maneira a alterar suas propriedades.

Nas últimas décadas, surgiram novas tecnologias que aumentaram a possibilidade de utilização desses compósitos. Como exemplo, pode-se citar os plásticos reforçados com fibras de vidro e o fibrocimento (pasta de cimento reforçado com fibras de amianto). Esse último possibilitou a produção de componentes esbeltos, leves e baratos como as telhas e as caixas d'água (FIGUEIREDO, 2000). Outro exemplo, que tem sido muito empregado no Brasil, são as argamassas e concretos reforçado com fibras sintéticas (polipropileno e nylon). Esses materiais apresentam uma grande vantagem no controle de aberturas de fissuras. Em todos os casos, a interação entre as fibras e a matriz resulta no aumento da durabilidade do material.

Um material cuja utilização vem apresentando um crescimento considerável são os concretos reforçados com fibras de aço (CRFA). Esse material vem ganhando espaço no Brasil e sua utilização está concentrada nas aplicações de baixo consumo de fibras. Essas aplicações são associadas às obras de grande demanda social, como por exemplo, as obras de saneamento e de transportes, e tem sua principal aplicação nos pavimentos industriais, seguida pelo concreto projetado e pré-moldados. Porém, algumas barreiras ainda precisam ser ultrapassadas de maneira que haja uma maior aceitação desse material no campo da construção civil. Entre elas, pode-se citar a carência de normatização relacionada às fibras, à falta de embasamento técnico dos especialistas e a dificuldade de transferência dos resultados das pesquisas para o meio de produção (FIGUEIREDO, 2005).

A ação da fibra de aço no concreto é, entre outras, a de minimizar o comportamento frágil característico do concreto, que passa a apresentar uma resistência residual à tração mesmo após a fissuração, dada pela somatória de pequenas forças provenientes das fibras que trabalham como ponte de transferência de tensão ao longo da fissura (FIGUEIREDO, 2000).

De acordo com o que foi supracitado, pode-se dizer que o desenvolvimento desse tipo de pesquisa pode vir a trazer benefícios significativos ao cenário nacional atual da construção civil. Isso pelo fato de a utilização do CRFA poder vir a dispensar, em parte ou por completo, as armaduras convencionais (passivas) dos elementos em concreto, causando assim uma redução no consumo dos materiais, uma otimização nos processos construtivos e um aumento na produtividade.

1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

Por ser um material bastante utilizado na construção civil, o concreto é um dos materiais de construção mais pesquisados, de maneira que há uma constante busca pela inovação na utilização desse material. Assim como para o concreto armado convencional, a busca por novas tecnologias e conhecimento de novas técnicas construtivas é de elevada importância. Pesquisas como esta podem trazer benefícios para a construção civil, pela possibilidade de substituição das armaduras transversais em vigas de concreto armado.

No Brasil, o uso de fibras na construção civil é recente, datando do final da década 80 e início da década de 90, sendo a fibra de aço a mais utilizada (Concreto Reforçado com Fibra de Aço – CRFA). Normalmente, a fibra é utilizada com um baixo teor, de forma que os principais objetivos são o aumento da ductilidade, da tenacidade e do controle de fissuração. Assim, não se busca, nessas aplicações, um aumento da resistência do compósito (DUMÊT, 2003). A utilização do CRFA para melhoria da resistência à tração do compósito só é possível com elevados teores de fibras. Porém, para alguns casos, a utilização da fibra de aço aderida ao concreto pode ser muito interessante. Pode-se citar o caso da sua utilização em vigas de concreto onde os cálculos exigem apenas uma taxa mínima de armaduras transversais. Nesses casos, a fibra pode vir a suprir a ausência dos estribos, fazendo o papel dos mesmos. Segundo Lin *et al.* (1987) *apud* Furlan Junior (1995), essa substituição dos estribos pelas fibras “*é especialmente atraente em regiões de força cortante elevada e armadura muito densa, onde a facilidade de execução, o controle e a manutenção da integridade da peça na ruptura são os aspectos mais favoráveis*”.

Sendo assim, neste trabalho, estuda-se a possibilidade de aplicação da fibra de aço em vigas convencionais de concreto armado.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Avaliar a possibilidade de substituição da armadura transversal mínima por fibras de aço em vigas de concreto armado.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Identificar uma expressão analítica que melhor represente a resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA, comparando os resultados de ensaios experimentais com formulações normativas, formulações presentes na literatura e desenvolvidas neste trabalho.
- Verificar a influência dos parâmetros resistência à compressão do concreto (f_c), a taxa de armadura longitudinal de tração (ρ), o vão de cisalhamento ($\frac{a}{d}$), o tipo de fibra (ρ_f) e a razão de aspecto ($\frac{l_f}{d_f}$) na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA usando a equação analítica que melhor represente os resultados dos ensaios experimentais.
- Desenvolver ábacos e tabelas de dimensionamento de vigas de CRFA, que possibilitem definir as quantidades de fibras de aço necessárias para substituir a armadura transversal mínima, obtida segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014).

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Além do Capítulo 1, onde é apresentada uma introdução ao tema abordado, junto com a motivação, justificativa e os objetivos, o presente trabalho foi dividido em mais cinco capítulos, que estão descritos a seguir.

No Capítulo 2 é feita uma breve discussão sobre o concreto reforçado com fibras de aço, apresentando os aspectos gerais, as fibras de aço, a matriz de concreto, a interação fibra-matriz e o controle do concreto com fibras de aço. É apresentado ainda o dimensionamento ao esforço

cortante de vigas de concreto armado. Neste capítulo são abordados os procedimentos preconizados pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para tal dimensionamento, as considerações para vigas com e sem armadura transversal, os mecanismos resistentes para cada caso e como se dá a ação das fibras de aço no reforço ao cisalhamento de vigas de concreto.

No Capítulo 3, apresenta-se a metodologia realizada na pesquisa. Mostram-se as duas etapas em que foi desenvolvido esse trabalho, dando ênfase aos métodos e procedimentos adotados. No Capítulo 4 são apresentados os resultados e discussões relativos à presente pesquisa.

Por fim, no Capítulo 5 são feitas as considerações finais sobre os resultados encontrados e discutidos no Capítulo 4.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

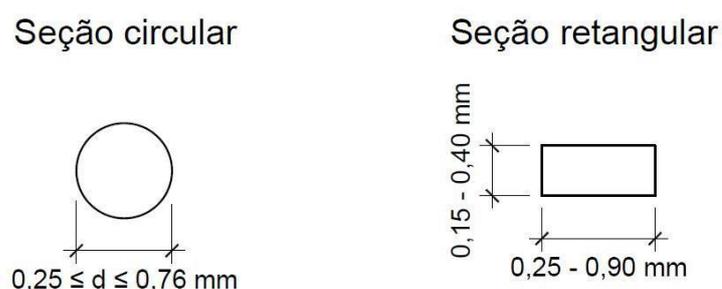
Nos itens que se seguem será apresentada a fundamentação teórica relacionada a este trabalho.

2.1 CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

2.1.1 As fibras de aço

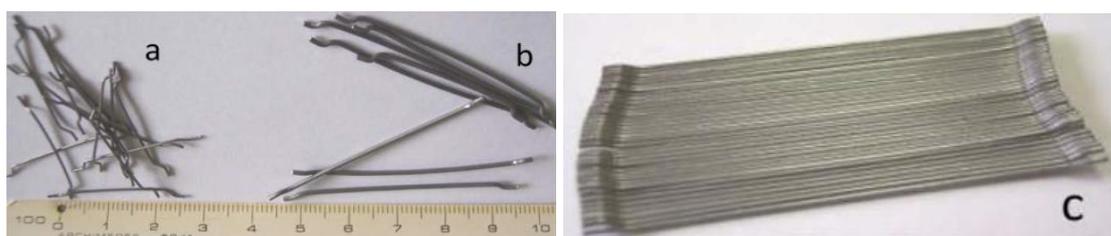
As fibras de aço são definidas como um elemento descontínuo onde o comprimento é bem maior do que a maior dimensão da seção transversal. A fibra de aço apresenta vários formatos, dimensões e tipos de aço (FIGUEIREDO, 2011). Por exemplo, as fibras de aço podem ter seção circular ou retangular. A Figura 1 mostra essas características de acordo com o ACI 544.1R (2006). Apesar de não existir uma padronização internacional quanto à fabricação das fibras de aço, o modo de fabricação, os tipos e a geometria não variam muito entre os países. De forma geral, as fibras de aço podem ser encontradas no mercado com comprimentos variados: podem ser curtas e longas ou longas coladas (ver Figura 2). Na Figura 3, apresenta-se alguns tipos de fibras de aço que podem ser encontradas no mercado.

Figura 1 - Seções transversais padrões para as fibras de aço.



Fonte: Adaptado da ACI 544.1R (2006).

Figura 2 - Fibras de aço: soltas curtas (a), soltas longas (b) e longas coladas (c).



Fonte: Figueiredo (2005).

Figura 3 - Exemplo de diferentes tipos de fibras de aço.



Fonte: Figueiredo (2005).

Com relação à normatização, no Brasil existe apenas uma especificação normativa para a confecção das fibras de aço, NBR 15530 – Fibras de aço para concreto – Especificação (ABNT, 2019). Essa norma não especifica o uso do compósito nem traz orientações práticas como a confecção de traços e procedimentos a serem adotados, como é o caso do ACI 544.3R (2006).

No Brasil, algumas normas técnicas abordam o tema do CRFA, sendo a maioria delas publicadas recentemente: NBR 15530 (ABNT, 2019) (Fibras de aço para concreto – Requisitos e métodos de ensaio), NBR 8890 (ABNT, 2020) (Tubo de concreto de seção circular para água pluvial e esgoto sanitário - Requisitos e métodos de ensaios), NBR 16935 (ABNT, 2021) (Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras – Procedimento), NBR 16938 (ABNT, 2021) (Concreto reforçado com fibras – Controle da qualidade), NBR 16939 (ABNT, 2021) (Concreto reforçado com fibras – Determinação das resistências à fissuração e residuais à tração por duplo puncionamento – Método de ensaio) e NBR 16940 (ABNT, 2021) (Concreto reforçado com fibras – Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) – Método de ensaio). Porém, em outros países as

fibras já são bastante empregadas, de maneira que várias normais internacionais abordam o tema: ACI 318 (2006), ACI 544.1R (2006), ACI 544.2R (2006), ACI 544.3R (2006), ACI 544.4R (2018), DAfStB (2012), Fib Model Code 2010 (2012) e RILEM (2003), entre outras.

A normatização brasileira relativa as fibras de aço - NBR 15530 (ABNT, 2019) - divide as mesmas em três tipos básicos:

- Tipo A: fibra de aço com ancoragens na extremidade;
- Tipo C: fibra de aço corrugada; e
- Tipo R: fibra de aço reta.

Divide as fibras ainda em classes que as associam ao tipo de aço que as originou:

- Classe I: fibra oriunda de arame trefilado a frio;
- Classe II: fibra oriunda de chapa laminada cortada a frio;
- Classe III: fibra oriunda de arame trefilado e escarificado.

O Quadro 1 apresenta, de forma sucinta, a classificação das fibras de aço segundo a NBR 15530 (ABNT, 2019).

Normalmente, a fibra de aço é definida por um parâmetro chamado fator de forma ou razão de aspecto (λ), que é a razão entre o comprimento (l_f) e o diâmetro (d_f) da fibra, sendo este último o diâmetro do círculo com área equivalente à sua seção transversal (Equação 1).

$$\lambda = \frac{l_f}{d_f} \quad (1)$$

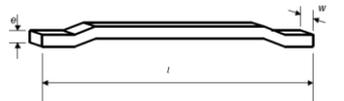
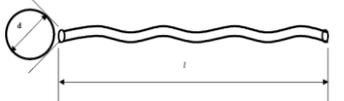
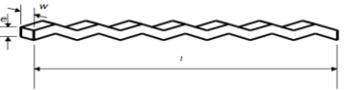
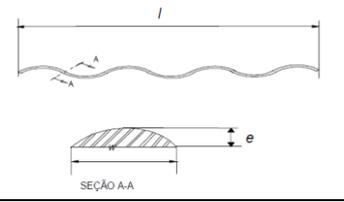
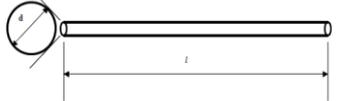
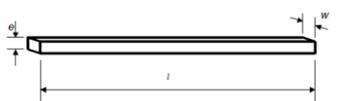
Sendo:

λ → Fator de forma ou razão de aspecto;

l_f → Comprimento da fibra (mm);

d_f → Diâmetro da fibra (mm).

Quadro 1 - Classificação e geometria das fibras de aço.

Tipo	Classe da fibra	Geometria
A	I	
	II	
C	I	
	II	
	III	
R	I	
	II	

Fonte: NBR 15530 (ABNT, 2019).

A NBR 15530 (ABNT, 2019) especifica ainda o fator de forma mínimo para cada classe da fibra e para o tipo de aço que a mesma foi produzida. O Quadro 2 apresenta esses valores mínimos.

Quadro 2 - Fator de forma mínimo.

Classe da fibra	Tipo de aço	Fator de forma mínimo (λ)
I	Fio de aço trefilado	30
II	Chapa de aço cortada	40
III	Fio de aço trefilado e escarificado	30

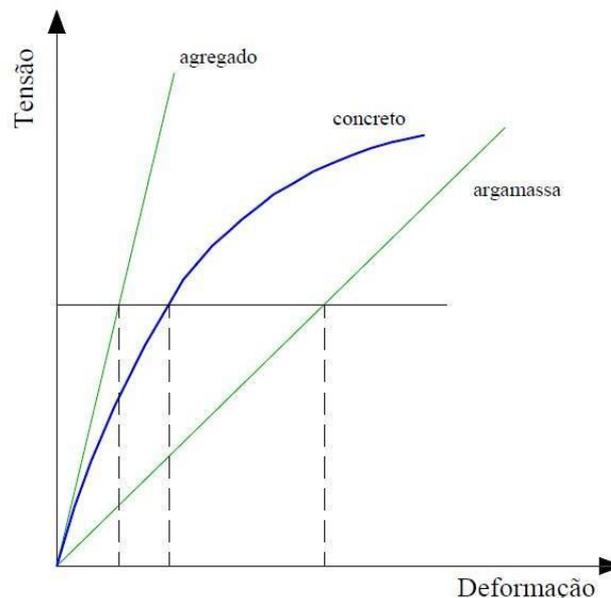
Fonte: NBR 15530 (ABNT, 2019).

2.1.2 A matriz de concreto

O concreto de cimento Portland, formado pela pasta de cimento e os agregados, é por si só um compósito. Sem dúvida, é o material mais utilizado na construção civil. Apresenta como principais vantagens a capacidade de ser utilizado na confecção de peças com inúmeras formas e com variadas propriedades em função dos seus componentes e proporções. No entanto, as grandes limitações do concreto são a baixa resistência à tração, quando comparada à sua resistência à compressão (relação na ordem de 10%), a ruptura frágil e a baixa capacidade de deformação (FIGUEIREDO, 2000).

No que diz respeito à baixa resistência à tração, isso pode ser explicado de forma simplificada, pela dificuldade que o concreto tem de interromper a propagação das fissuras, quando sofre esforço de tração. Assim, crescendo a fissura, diminui a área resistente, o que provoca um crescimento das tensões. Já para a baixa capacidade de deformação, vê-se que o compósito é mais deformável do que o agregado isolado. Isso acontece, pois, as deformações dependem da combinação e da interação dos constituintes e não apenas das propriedades de cada material isoladamente. A Figura 4 mostra essa diferença de deformabilidade.

Figura 4 - Gráfico Tensão x deformação do agregado, do concreto e da argamassa.



Fonte: Adaptado de Metha e Monteiro (1994) *apud* Miller (2008).

Devido à diferença nos módulos de elasticidade dos componentes e na resistência do compósito e dos constituintes (a resistência do compósito é menor do que a dos materiais

constituintes), na zona de transição entre o agregado graúdo e a pasta, surgem deformações que causam fissuras, mesmo antes da aplicação de cargas externas (METHA e MONTEIRO, 1994 *apud* MILLER, 2008). Quando a carga externa é introduzida, inicia-se um crescimento no número de fissuras no compósito e, posteriormente, um aumento nas fissuras já existentes. Com o aumento dessa carga, cessa-se a formação de novas fissuras e ocorre um aumento das fissuras existentes e conseqüentemente, união dessas fissuras. Por não existir nenhum mecanismo para “frear” esse processo, pela união entre as fissuras já existentes e aumento das mesmas, e não pelo aparecimento de novas fissuras, ocorre o processo de ruptura do compósito.

2.1.3 A interação fibra-matriz

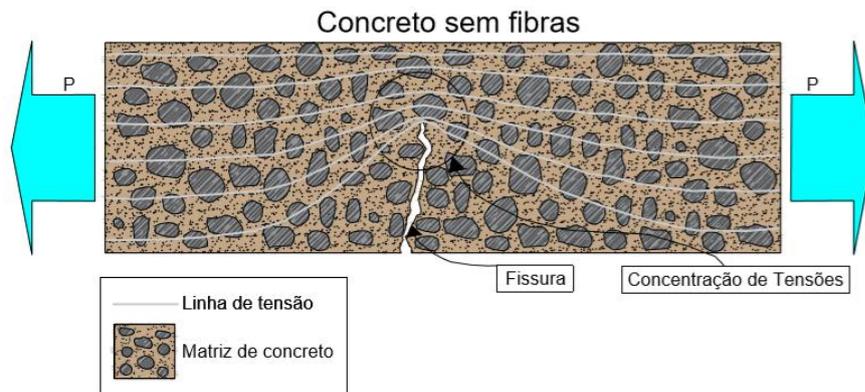
A seguir serão apresentadas quais as modificações apresentadas pelo concreto quando da adição de fibras ao mesmo. A alteração nas características do compósito depende, entre outras coisas, do volume de fibras, da geometria das fibras, da orientação das fibras, da resistência das fibras, da resistência da matriz e dos módulos de elasticidade da fibra e da matriz. Serão apresentados, também, quais as considerações práticas que devem ser observadas para o uso do concreto com fibras e as observações relacionadas ao cisalhamento, quando da adição de fibras ao concreto.

Uma das características mais interessantes do uso de fibras no concreto é o fato dessas fibras ficarem dispersas na matriz de maneira que oferecem reforço em toda a peça, e não apenas em uma parte da mesma. Isso é desejável em infraestruturas como os pavimentos (estruturas contínuas), onde as tensões de tração mudam de posição (mudam de faces) no decorrer do dia pela variação de temperatura no mesmo. Assim, a fibra, por estar espalhada em toda a peça, vai conseguir agir onde quer que a tensão de tração ocorra e inibir a propagação de fissuras. Já no caso de lajes convencionais apoiadas em vigas, ou mesmo de vigas, onde as tensões de tração são localizadas, a fibra pode se apresentar antieconômica, por não combater essas tensões de maneira eficiente. Parte das fibras estarão numa região de baixa tração ou mesmo de compressão, onde não seriam necessárias. Nesses casos, ela funcionaria apenas para controle de fissuração.

No concreto convencional, quando há a formação de fissuras, ocorre um desvio das linhas de tensão fazendo com que a fissura funcione como uma barreira à propagação de tensões e apareça uma concentração de tensão na extremidade das fissuras. Ilustra-se na Figura 5 esse comportamento, considerando uma carga P de tração direta e as linhas de tensão na cor cinza.

Com o aumento da fissura, o concreto se rompe abruptamente. O que caracteriza um comportamento frágil e impede a adoção de alguma resistência por parte do concreto.

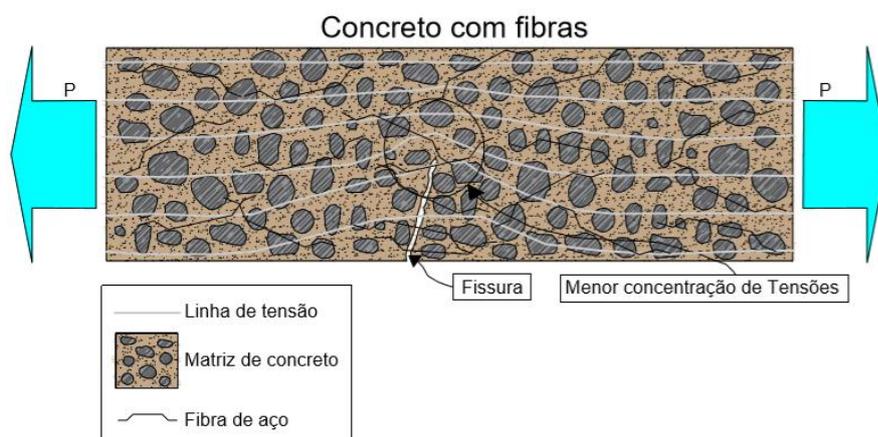
Figura 5 - Esquema de concentração de tensões para um concreto sem reforço de fibras.



Fonte: Adaptado de Figueiredo (2011).

Quando a fibra é adicionada ao concreto, a mesma funciona como ponte de transferência de tensões pelas fissuras, o que diminui a concentração de tensões (ver Figura 6). Com isso o concreto passa a ter um comportamento pseudo-dúctil ou não frágil, apresentando uma certa capacidade resistente após a fissuração. Esse fato já justifica o uso das fibras em estruturas convencionais de concreto, mesmo que seja apenas para um controle de fissuração.

Figura 6 - Esquema de concentração de tensões para um concreto com reforço de fibras.



Fonte: Adaptado de Figueiredo (2011).

Vale ressaltar que existe uma necessidade de atenção especial para a chamada 'zona de transição'. Essa zona fica nas proximidades da fibra em compósitos cimentícios e sua composição é considerada diferente da matriz. O comportamento mecânico do compósito

depende das características dessa zona, como tamanho e natureza, que dependem do tipo de fibra e podem variar com o tempo. Normalmente, a matriz é mais frágil nesta zona pelo aumento da porosidade, o que reduz a densidade e facilita a propagação das fissuras (BASTOS, 1999).

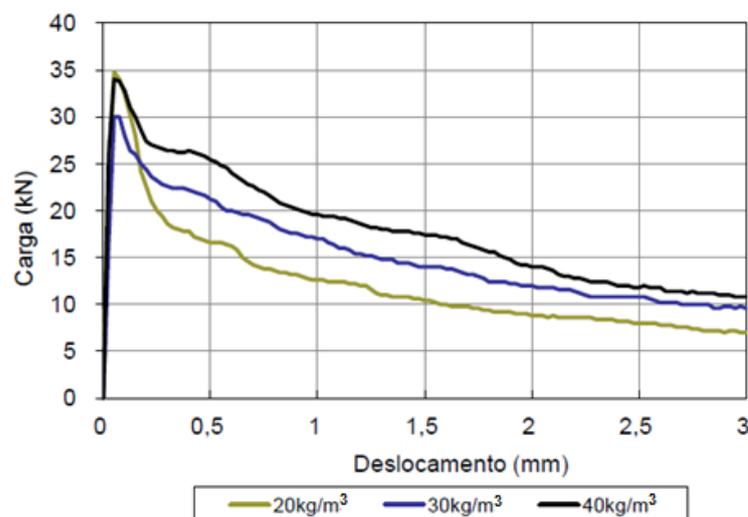
No decorrer dos anos, vários estudos foram desenvolvidos para se entender como a interação fibra-matriz pode alterar as características do compósito. Nos itens que se seguem será apresentado quais fatores podem influenciar na eficiência das fibras e da matriz e, consequentemente, no comportamento do material.

2.1.3.1 Volume de fibras

A contribuição da fibra no compósito consiste em trabalhar como ponte de transferência de tensão entre as fissuras, diminuindo a concentração de tensão (Figura 6). Assim, quanto maior for a quantidade de fibras ao redor das fissuras, maior será a atuação das mesmas como ponte de transferência.

O volume de fibras (V_f), ou teor de fibras, é o parâmetro que primeiro classifica os compósitos com fibras. A influência desse parâmetro já foi constatada por vários pesquisadores. Por exemplo, Figueiredo, Nunes e Tanesi (2000) apresentam um estudo de cargas médias por deslocamentos obtidos em ensaios com concretos com $f_{ck} = 20$ MPa e com diferentes teores de fibras (Figura 7).

Figura 7 - Gráfico de curvas médias de cargas versus deslocamento obtidas em ensaios com diferentes teores de fibras.



Fonte: Figueiredo, Nunes e Tanesi (2000).

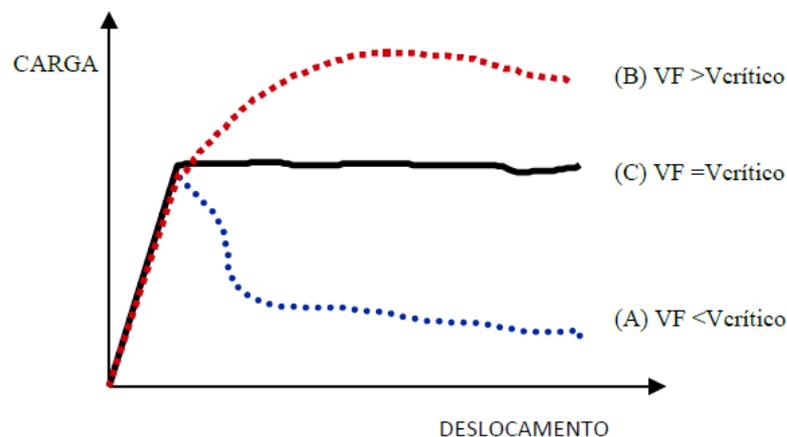
Na Figura 7, mostra-se que os compósitos apresentam um comportamento elástico inicial, independente do volume de fibras, ocorrendo quando a própria matriz trabalha antes da peça fissurar. Observa-se também que, quanto maior o teor de fibras, maior a carga resistida pelo concreto após a fissuração.

Naaman (2000) propôs uma divisão em duas classes para compósitos à base de cimentos reforçados com fibras:

- *Strain-softening*: quando há uma perda progressiva na resistência após a fissuração da matriz;
- *Strain-hardening*: quando há um ganho na resistência após a fissuração da matriz.

Dessa forma, surge a definição de Volume Crítico de fibras (V_C), que é o volume de fibras que mantém a mesma capacidade resistente para o compósito no trecho pós-fissurado. Abaixo do volume crítico, o compósito apresenta um comportamento de *Strain-softening* e acima desse volume um comportamento de *Strain-hardening*. Para que se tenha um ganho significativo na resistência do material, o volume de fibras tem que ser maior do que o volume crítico (Figura 8).

Figura 8 - Compósitos reforçados com fibras em teores abaixo (A), acima (B) e igual (C) ao volume crítico de fibras durante os ensaios de tração na flexão.



Fonte: Figueiredo (2000).

De uma forma geral, a utilização de fibras no concreto tem como principal função aumentar a ductilidade (comportamento pseudo-dúctil) e a tenacidade (capacidade de absorver energia antes de fraturar), além do controle de fissuras. Segundo Dumêt (2003), isso ocorre devido ao baixo teor de fibras de aço utilizado. Na prática, o que se observa são teores entre 30

e 80 kg/m³ (0,4% e 1%, aproximadamente), dependendo do tipo de peça. Vários estudos já foram desenvolvidos para se determinar o volume crítico de fibras, para variados tipos de fibras e da matriz cimentícia. Para melhor entendimento sobre o assunto, Figueiredo (2011) apresenta alguns desses estudos. Dumêt (2003) mostra que para o caso das fibras de aço, o volume crítico é em torno de 157 kg/m³ (2%), que é o limite usado na prática. A utilização desse volume elevado tem como consequência modificação na trabalhabilidade do material compósito. Para a maioria das análises, busca-se, com a adição das fibras, um aumento da ductilidade e tenacidade, e não da resistência dos elementos estruturais.

2.1.3.2 Geometria das fibras

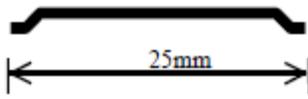
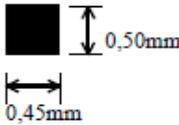
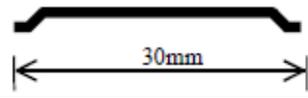
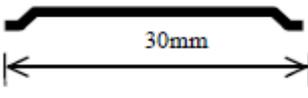
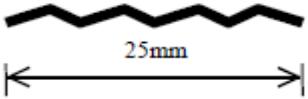
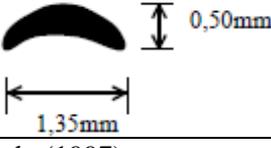
As fibras de aço podem apresentar variada geometria (forma, comprimento e seção transversal), portanto, assim como o teor de fibras, a geometria das fibras tem bastante influência no comportamento pós-fissuração do concreto. De maneira que, tanto o comprimento como a forma e a dimensão das seções transversal e longitudinal podem modificar esse comportamento.

Para melhor entendimento do comportamento pós-fissuração, deve-se introduzir o conceito de comprimento crítico (l_c), que é definido como o comprimento que causa a ruptura da fibra, e não seu arrancamento da matriz, quando da ação da força resistida pela fibra, conforme apresentado por Bentur e Mindess (2007). Se o comprimento da fibra for maior do que o comprimento crítico ($l_f > l_c$), a mesma se romperá, devido ao seu grande embutimento na matriz que provoca uma grande tensão de atrito resistente e, conseqüentemente, atinge a resistência à tração da fibra. Ao contrário, se a fibra for menor do que o comprimento crítico ($l_f < l_c$), a fibra será arrancada da matriz.

Outro fator que influencia no comportamento pós-fissuração do concreto reforçado com fibras de aço é a seção transversal da fibra. De modo geral, quanto maior a seção transversal, maior será a área de contato entre a fibra e a matriz e, conseqüentemente, maior será a carga suportada pela fibra durante o processo de arrancamento. Figueiredo (1997) realizou alguns ensaios com matriz de composição fixa e resistência média do concreto à compressão de 35 MPa. Utilizando fibras com comprimentos similares e seções transversais variáveis (Quadro 3), verificou-se que o fator de forma ou razão de aspecto (λ) apresentou bastante influência no comportamento pós-fissuração do compósito. Isso aconteceu pelo fato de as fibras serem dosadas em volume ou em massa por metro cúbico e não em quantidade, ou seja, não tem como

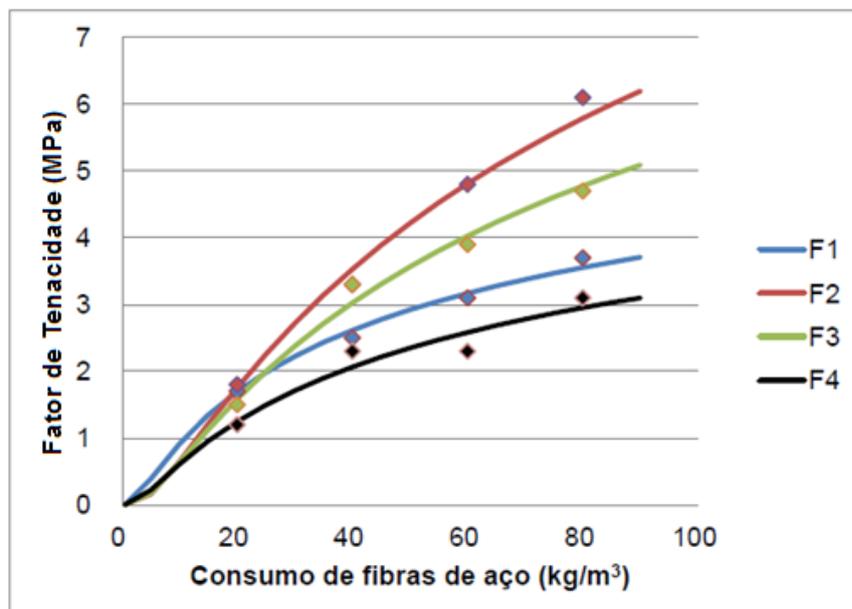
se prever quantas fibras estarão presentes na seção fissurada. As fibras com maior fator de forma, para um mesmo comprimento da fibra, estarão em maior número na seção de ruptura, conferindo ao compósito uma maior resistência pós-fissuração. Apresenta-se na Figura 9 os resultados desses ensaios, relacionando o Fator de Tenacidade e o consumo de fibras.

Quadro 3 - Tipos de fibras utilizadas no ensaio.

Fibra	Formato longitudinal	Seção transversal	Fator de forma
F1			46,7
F2			60,0
F3			46,2
F4			27,3

Fonte: Figueiredo (1997).

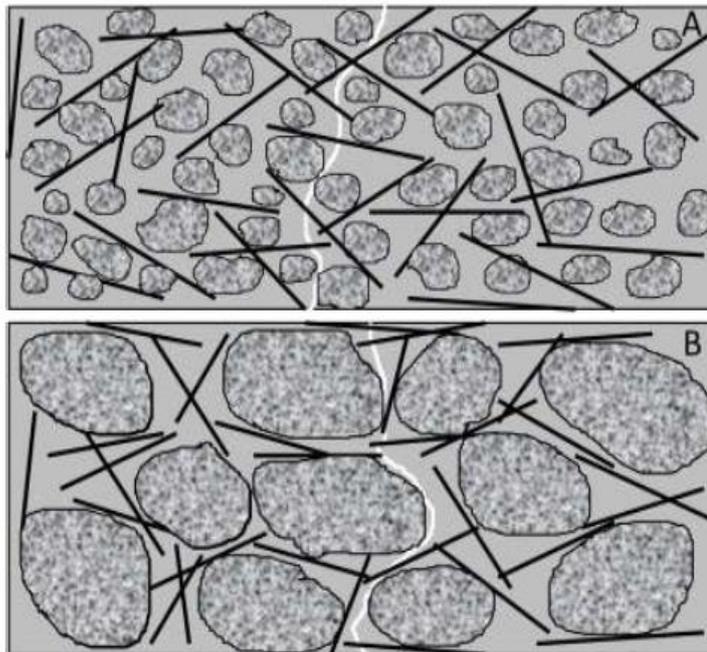
Figura 9 - Fator de Tenacidade em função do consumo de diversos tipos de fibras.



Fonte: Figueiredo (1997).

Dessa forma, para que se evite tratar simultaneamente de comprimento e seção transversal da fibra para avaliar o comportamento pós-fissuração do compósito, o fator de forma pode ser utilizado. Porém, o fator de forma não pode ser tomado como parâmetro absoluto, conforme já constatado em vários estudos. Com a variação do comprimento da fibra, a mesma irá conferir uma maior resistência pós-fissuração ao compósito devido ao seu maior embutimento. Assim, no que tange o comprimento da fibra, é recomendado que a mesma tenha o comprimento maior ou igual a duas vezes a dimensão característica do agregado utilizado no concreto. Conforme mostrado na Figura 10, para que as fibras interceptem uma maior quantidade de fissuras, deve haver compatibilidade dimensional entre estas e o agregado.

Figura 10 - CRF onde há compatibilidade dimensional entre as fibras e agregado graúdo (A) e onde não há essa compatibilidade (B).



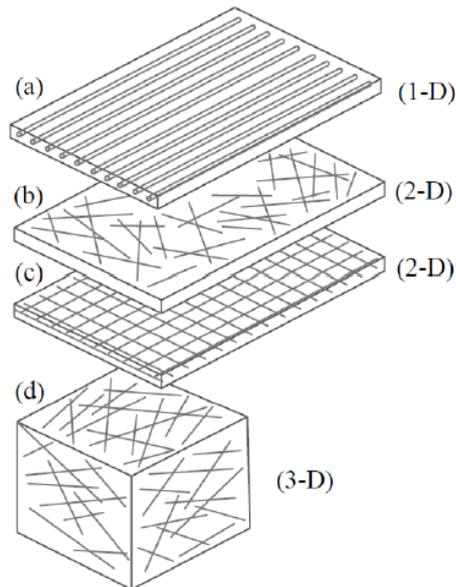
Fonte: Figueiredo (2000).

2.1.3.3 Orientação das fibras

De maneira geral, as fibras se encontram dispersas de forma aleatória na matriz de concreto. Isso traz vantagens e desvantagens ao compósito, dependendo do tipo de peça e dos esforços que ela sofre. Essa dispersão das fibras depende do tipo de fibra e da energia de compactação impressa a mesma quando da sua mistura à matriz de concreto. Segundo Bentur e Mindess (1990), as fibras podem estar distribuídas conforme mostrado na Figura 11. Elas

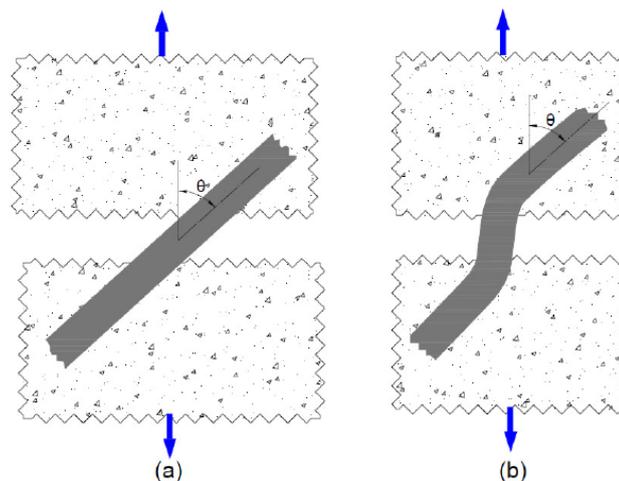
podem estar em sistemas de 1, 2 ou 3 dimensões - 1D (Figura 11a), 2D (Figura 11b e c) ou 3D (Figura 11d). Por alguns anos se entendeu que as fibras só suportavam cargas axiais, após a fissuração. Mas de acordo com Bentur e Mindess (1990), na região da fissuração, pode haver a flexão da fibra, conforme apresenta-se esquematicamente na Figura 12.

Figura 11 - Possibilidade de distribuição das fibras.



Fonte: Bentur e Mindess (1990).

Figura 12 - Interseção de uma fibra inclinada com a fissura.



Fonte: Bentur e Mindess (1990).

Bentur e Mindess (2007) definiram o fator de eficiência (η_θ), de acordo com a Equação 2. Esse fator varia de 0 a 1, e representa a eficiência de uma fibra inclinada em um ângulo θ em relação a uma fibra alinhada na direção do esforço.

$$\eta_{\theta} = \sum a_{\theta} \cos^4 \theta \quad (2)$$

Sendo:

η_{θ} → Fator de eficiência de orientação;

a_{θ} → Proporção de fibras orientadas em um ângulo θ .

Segundo Shah e Ouyang (1991), na distribuição aleatória em 3D (Figura 11), a fibra inclinada a 45° é a mais eficiente na contribuição à resistência do compósito na fase pós-fissuração. Isso ocorre pelo fato de ser nessa inclinação que a combinação da flexão da fibra e das forças de atrito que surgem serem mais intensas. A carga resistida pela fibra pode aumentar ou diminuir, a depender do tipo de fibra, do ângulo em que ela se encontra e da carga que lhe é imposta.

2.1.3.4 Resistência das fibras e da matriz

Quando da formação das fissuras no compósito, as tensões são transferidas para as fibras, de maneira que as mesmas funcionam como ponte de transferência de tensões entre a fibra e a matriz. Segundo Furlan Jr (1995), as fibras e a matriz se deformam conjuntamente, antes da fissuração. Como há diferença entre os módulos de elasticidades das duas partes, surgem tensões na interface. Dependendo da intensidade dessas tensões, a fibra pode ser arrancada ou se romper, caso a aderência entre a fibra e a matriz seja elevada. Esse comportamento depende das resistências da matriz e da fibra. A seguir será apresentado a influência dessas resistências na capacidade resistente pós-fissuração do compósito.

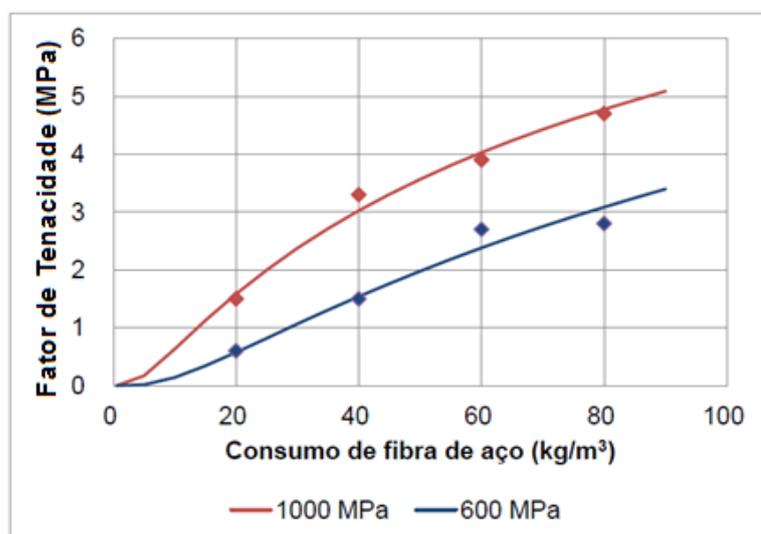
a) A influência da resistência das fibras

Quando a matriz transfere tensões para a fibra, após o início da fissuração, a resistência da fibra é acionada. Assim, quanto maior for essa resistência, maior será a capacidade resistente do compósito no estágio pós-fissuração. Figueiredo (1997) avaliou isso utilizando duas fibras de aço com geometria semelhante, mas com diferentes resistências. Como pode ser visto na Figura 13, após a fissuração, a capacidade resistente da fibra (expressa por meio do fator de

tenacidade) com maior resistência foi superior à da fibra com menor resistência, independente do teor de fibras.

Nesse estudo, o autor mostrou também que a diferença relativa de desempenho do compósito (para fibras de baixa e alta resistência) diminui com o aumento do teor de fibras. Com o aumento da quantidade de fibras na seção de ruptura, a tensão transferida da matriz será dividida para um maior número de fibras, o que fará com que cada fibra absorva uma tensão menor e, conseqüentemente, não chegue à ruptura. Logo, vê-se a relação entre a resistência da fibra e o teor da mesma na definição da capacidade resistente pós-fissuração, ou seja, para uma fibra de resistência baixa, deve-se aumentar o teor de fibra para que se tenha um comportamento mais dúctil do compósito.

Figura 13 - Relação entre o consumo de fibra de aço e o Fator de Tenacidade em corpos de prova com fibras de resistências diferentes.



Fonte: Figueiredo (1997).

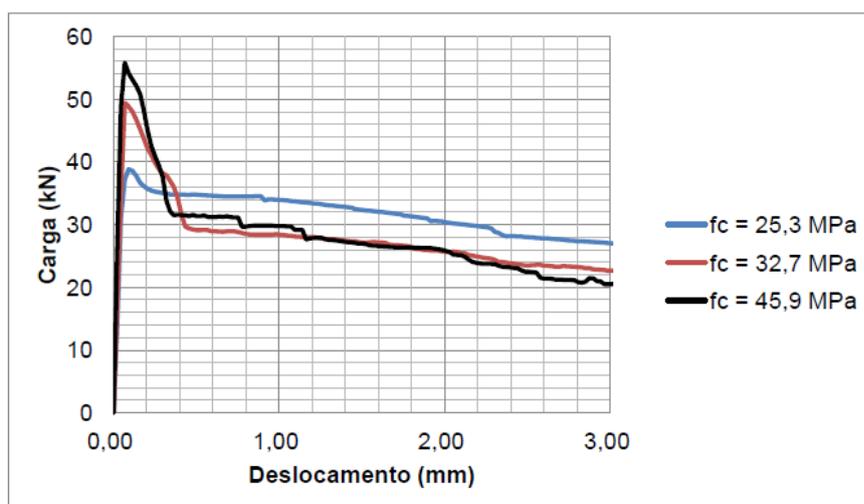
b) A influência da resistência da matriz

No caso da matriz, para um mesmo tipo de fibra, quanto menor for a sua resistência, maior será a sua capacidade de absorção de tensão na fase pós-fissuração (FIGUEIREDO, 2011). Isso pode ser explicado pelo fato de, quando se inicia a fissuração, a matriz transfere as tensões para as fibras de forma mais suave, culminando num posterior escorregamento da fibra com relação à matriz. E quanto maior for o teor de fibras mais essa transferência de tensões se

dará de forma mais suave, pelo aumento do número de fibras na seção de ruptura, diminuindo a probabilidade de rompimento dessas fibras.

Apresenta-se na Figura 14 um estudo elaborado por Figueiredo, Nunes e Tanesi (2000), em que foi utilizado uma mesma fibra de aço para matrizes com resistência diferentes. Como se pode ver, o comportamento pós-fissuração de matrizes de maior resistência ficou prejudicado. Porém, segundo Salvador (2013), para fibras de elevada resistência, o aumento na resistência da matriz irá provocar um aumento na capacidade resistente do compósito após a fissuração. Esse fenômeno se dá pelo aumento da aderência da matriz à fibra durante o arrancamento e por haver uma menor probabilidade de rompimento da fibra, dada à sua elevada resistência.

Figura 14 - Curvas de carga por deslocamento para concretos com diferentes resistências para um mesmo tipo de fibra de aço.



Fonte: Figueiredo, Nunes e Tanesi (2000).

2.1.3.5 Módulo de elasticidade das fibras e da matriz

Segundo Figueiredo (2011), para que as fibras apresentem um elevado nível de reforço é necessário que as mesmas tenham uma elevada resistência mecânica e um elevado módulo de elasticidade. O elevado módulo de elasticidade é necessário pois, quando a matriz rompe, a fibra ainda apresenta uma alta capacidade de deformação, mesmo para baixos teores de fibras.

Para que as fibras apresentem boa capacidade de reforço é necessário que (NAAMAN, 2000):

- Tenham maior resistência que a matriz (duas ou três ordens de magnitude);

- Tenham módulo de elasticidade maior que o da matriz (no mínimo, três vezes superior);
- O coeficiente de Poisson e a expansão térmica sejam equivalentes ao da matriz.

Porém, como o módulo de elasticidade do compósito é muito mais dependente do módulo de elasticidade da matriz, pelo seu maior volume, quanto maior for o módulo da matriz, maior deverá ser o volume de fibras para conferir ao compósito um comportamento elasto-plástico perfeito. Essa avaliação foi feita por Figueiredo (2011), e pode ser compreendida através da expressão abaixo para determinação do volume crítico de fibras.

$$V_c = \frac{\varepsilon_{mu} E_c}{\sigma_{fu} \eta_1} \quad (3)$$

Sendo:

V_c → Volume crítico de fibras, dado em porcentagem, em relação ao volume total do compósito;

ε_{mu} → Deformação última da matriz;

E_c → Módulo de elasticidade do compósito;

σ_{fu} → Tensão última das fibras;

η_1 → Fator de eficiência associado ao efeito da orientação da fibra.

Quanto maior o módulo de elasticidade do compósito, maior será o volume de fibras necessário, acarretando uma necessidade no aumento do volume crítico de fibras.

2.1.4 Considerações práticas

O uso do concreto reforçado com fibras vem crescendo no mundo inteiro. No Brasil, esse material tem sido utilizado principalmente em pavimentos, e concretos projetados e pré-moldados. Mas outros usos já foram experimentados ao redor do mundo. O ACI 544.3R (2006), por exemplo, cita o uso do CRFA em obras hidráulicas (canais, represas, etc), em concreto refratário, e em estruturas resistentes a explosões, entre outras.

A maioria desses usos está relacionada ao baixo consumo de fibras, muito embora algumas pesquisas já mostraram bons resultados na utilização de compósitos com altos teores de fibras (alguns casos chegando a 20% de fibras). Dumêt (2003) apresenta alguns desses tipos

de compósitos desenvolvidos em diversas pesquisas, onde um alto teor de fibra é utilizado na produção do compósito. Entre esses compósitos pode-se citar:

- RPC (concreto de pós-reativos);
- CRC (compósitos compactos reforçados);
- SIFCON (concreto com fibra infiltrada com nata de cimento).

Em todos esses compósitos, a proposta é substituir a armadura convencional passiva pelas fibras. Porém, o ACI 544.3R (2006) diz que *“quando utilizadas em aplicações estruturais, fibras de aço em concreto armado, só devem ser usadas em um papel complementar para inibir a fissuração, para melhorar a resistência ao impacto ou carga dinâmica, e para resistir à desintegração de material”*. Ou seja, as fibras de aço devem ser utilizadas para desempenhar um papel complementar ao desempenhado pelas barras de aço convencionais, e não para resistir aos esforços de tração e compressão impostos aos elementos da estrutura.

Dessa forma, a adição das fibras ao concreto é feita normalmente de maneira muito simples: ou se adicionam as fibras junto com os demais materiais do concreto na betoneira, ou se faz essa adição na saída do caminhão betoneira. Essa última forma de adição das fibras pode fazer com que se adicione uma quantidade de fibras elevada e de forma concentrada. E isso pode gerar alguns problemas ao compósito. Entre eles pode-se citar a formação dos chamados “ouriços”, que são aglomerados de fibras de aço, que dificultam o adensamento do concreto ou podem causar entupimento dos tubos, no caso de concreto jateado ou bombeado. Na Figura 15, mostra-se um exemplo de “ouriço” formado na confecção do concreto em betoneira.

Um dos maiores problemas com relação a essas questões práticas é que não existe uma normatização no Brasil para a definição da dosagem do compósito que deve ser utilizada de acordo com a aplicação. Existem recomendações de alguns fabricantes de fibras que indicam faixas de consumo de fibras, porém muitas vezes impraticáveis. Os teores de fibras próximos a 2% precisam de um controle de produção bastante rigoroso, para que se consiga uma condição de trabalhabilidade mínima. Apresenta-se na norma ASTM C1116 (2015) ampla informação e orientação sobre a produção do CRFA, mostrando alternativas que podem ser utilizadas para definição da dosagem do compósito.

Figura 15 - “Ouriço” formado na confecção do concreto.



Fonte: Autor (2021).

A adoção de dosagens de CRFA sem que haja um estudo mais aprofundado das respostas para os componentes (da matriz e da fibra) que serão utilizados, é uma prática indevida, porém bastante utilizada no mercado nacional. Apenas a conscientização, alicerçada em estudos científicos, pode vir a modificar essa mentalidade praticada no mercado atual.

2.1.5 Resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA

Estudos da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA vêm sendo desenvolvidos ao longo dos anos (Sharma (1986), Narayanan e Darwish (1987), Narayanan e Darwish (1988), Kwak, Suh e Hsu (1991), Swamy, Jones e Chiam (1993), Imam, Vandewalle e Mortelmans (1994), Furlan e de Hanai (1997), Kwak *et al.* (2002), Parra-Montesinos *et al.* (2006), Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010), Singh e Jain (2014), Sahoo e Sharma (2014), Sahoo, Bhagat e Reddy (2016), Arslan, Keskin e Ulusoy (2017)), com a intenção de compreender qual o papel das fibras de aço no aumento da resistência ao esforço cortante. Alguns autores relatam um ganho muito grande na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA, em comparação com vigas de concreto armado convencionais. Slater, Moni e Alam (2012) descrevem, por exemplo, um aumento de 258% nos estudos realizados por Adebar *et al.* (1997). Mas os mesmos autores citam um estudo de Shin *et al.* (1994) onde o ganho de resistência de vigas de CRFA foi abaixo

de 9%. Portanto, observa-se uma variabilidade no ganho de resistência ao cisalhamento promovido pelas fibras de aço, de acordo com vários resultados de ensaios de viga de CRFA.

De forma geral, as fibras de aço proporcionam um aumento na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA por sua distribuição aleatória no interior do concreto, fazendo com que haja um pequeno espaço entre as mesmas, transferindo as tensões de tração entre as fissuras, alterando o comportamento pós-fissuração do concreto e aumentando a ductilidade do material.

Nos estudos citados acima, e em vários outros, a influência de vários parâmetros (f_c , a/d , ρ , V_f , ρ_f , l_f/d_f) são analisados com relação ao comportamento da resistência cisalhante de vigas de CRFA. A seguir, serão tratados alguns desses parâmetros.

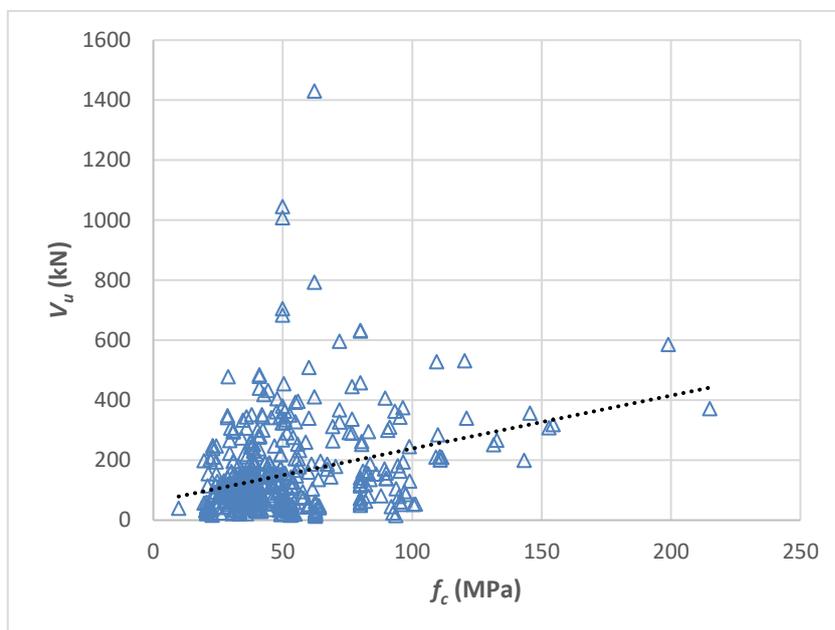
2.1.5.1 Influência de alguns parâmetros na resistência ao cisalhamento de vigas em CRFA

De acordo com Slater, Moni e Alam (2012), o ganho de resistência ao esforço cortante em vigas de CRFA, com o aumento da resistência à compressão (f_c), se dá pelo aumento da aderência entre as fibras e a matriz. Vários autores relataram esse ganho, conforme tratado no trabalho de Lantsoght (2019a), que constatou esse ganho de resistência ao cisalhamento, com o aumento da resistência à compressão do concreto, através da análise de um banco de dados com 488 ensaios experimentais de vigas de concreto com fibras de aço e sem armadura transversal. Como apresentado na Figura 16, há uma tendência de aumento da força cortante última, com o crescimento da resistência à compressão do concreto, em vigas de CRFA ensaiadas à flexão.

Kwak *et al.* (2002) realizaram ensaios com 12 vigas de concreto com fibras de aço e sem estribos. Nas vigas com taxa de fibras de aço (V_f) de 0,5%, os ganhos de resistência ao cisalhamento foram de aproximadamente 26%, 21,2% e 20,5%, para as vigas com relação a/d de 2, 3 e 4, respectivamente, utilizando concretos de 63,8 MPa e 30,8 MPa. Esses autores observaram que quanto menor a relação a/d , maior a resistência ao cisalhamento, consequência do aumento do efeito de arco.

Com relação à taxa de armadura longitudinal (ρ), Yakoub (2011) verificou um pequeno ganho na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço. Nesse trabalho, o autor analisou oito estudos, num total de 288 ensaios, com vigas de CRFA e com variações dos parâmetros apresentados na Tabela 1.

Figura 16 - Força cortante última em relação à resistência à compressão do concreto em vigas de CRFA ensaiadas à flexão.



Fonte: Adaptado de Lantsoght (2019a).

Tabela 1 - Variação dos parâmetros das vigas avaliadas por Yakoub (2011).

Parâmetro	Varição
ρ (%)	0,79 - 5,72
a/d	1,0 - 5,0
f_c (MPa)	20,6 - 110
V_f (%)	0,22 - 2,60

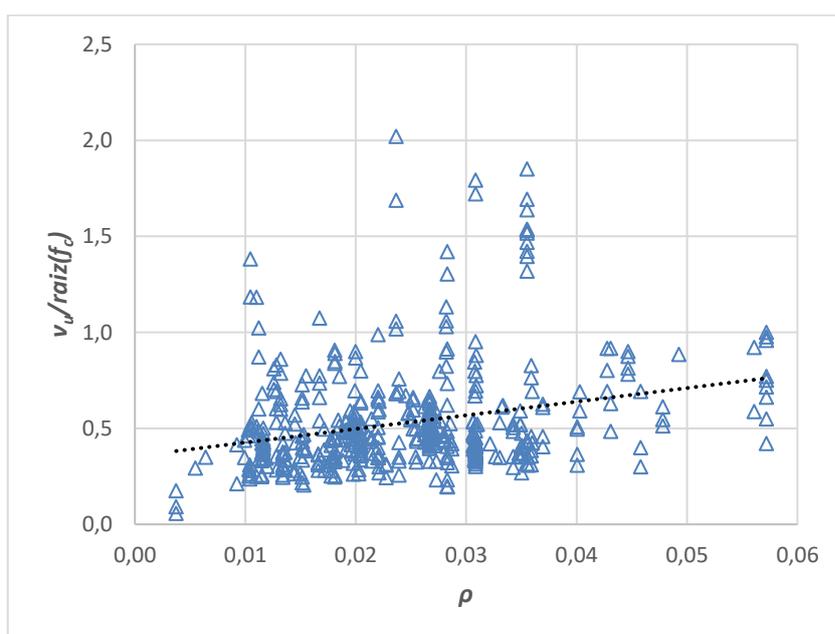
Fonte: Adaptado de Yakoub (2011).

Lantsoght (2019a) verificou comportamento semelhante ao analisar os ensaios de 448 vigas de CRFA. Na Figura 17, pode-se observar o pequeno aumento da tensão de cisalhamento normalizada última ($\frac{v_u}{\sqrt{f_c}}$) em relação a taxa de armadura longitudinal das vigas.

Já Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010) verificaram que a taxa de armadura longitudinal (ρ) não conferiu mudanças relevantes na resistência ao cisalhamento, ao analisarem oito vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, com ρ variando de 1,6% a 2,7%. A influência do volume de fibras de aço (V_f) na resistência ao cisalhamento em 28 vigas de CRFA também foi analisada por Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010). Os autores utilizaram a medida da tensão de cisalhamento normalizada última ($\frac{v_u}{\sqrt{f_c}}$) e observaram que houve um significativo aumento dessa medida quando o volume de fibras variou de 0% a 0,75%. Já para teores de fibras mais elevados, o ganho de resistência foi menor. Segundo esses autores, é

possível substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA quando o V_f for maior ou igual a 0,75%, para fibras de aço com gancho nas extremidades.

Figura 17 - Tensão de cisalhamento normalizada última em relação à taxa de armadura longitudinal em vigas de CRFA ensaiadas à flexão.

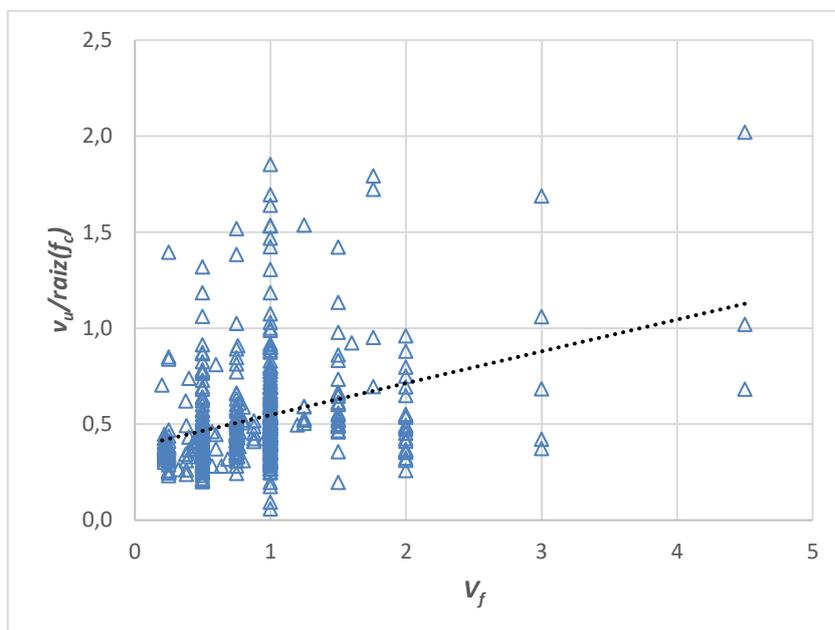


Fonte: Adaptado de Lantsoght (2019a).

Yakoub (2011) verificou também esse crescimento da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto com fibras, em um estudo com 218 vigas. Porém, assim como observado por Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010), os maiores crescimentos ocorreram para taxas baixas de fibras de aço (até 1,0%). Para volumes de fibras maiores, foram observados pequenos crescimentos ou, em alguns casos, redução da resistência ao cisalhamento.

Lantsoght (2019a) verificou que os maiores crescimentos da tensão de cisalhamento normalizada última ($\frac{v_u}{\sqrt{f_c}}$) ocorrem para baixos volumes de fibras de aço (Figura 18).

Figura 18 - Tensão de cisalhamento normalizada última em relação ao volume de fibras em vigas de CRFA ensaiadas à flexão.



Fonte: Adaptado de Lantsoght (2019a).

2.1.5.2 Formulações da literatura para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA

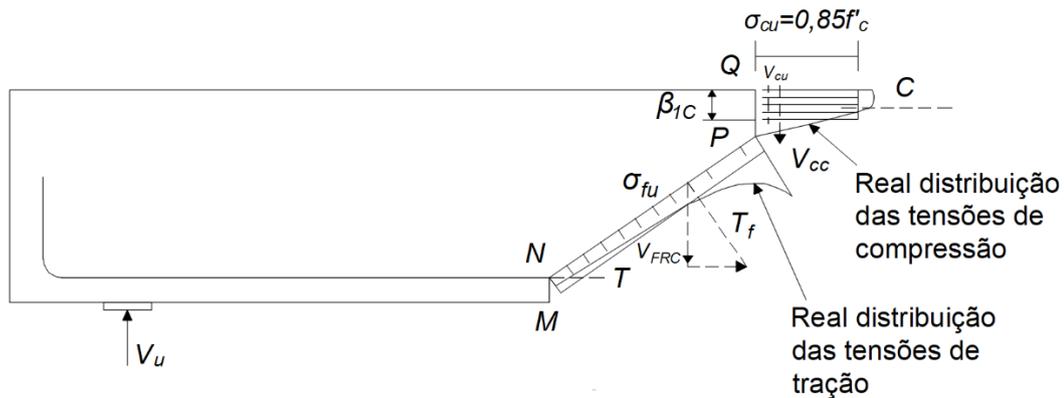
As formulações desenvolvidas até agora para se prever a resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço são, na sua grande maioria, equações empíricas ou semi-empíricas [Sharma (1986), Singh e Jain (2014), Sahoo e Sharma (2014), Arslan (2014) e Dinh *et al.* (2011)]. Além disso, algumas formulações se baseiam na mecânica do problema [Sarveghadi *et al.* (2015) e Imam *et al.* (1997)]. Mas de uma maneira geral, os modelos usam como principais parâmetros, para prever a resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, as resistências à compressão e tração do concreto (f_c e f_{ct}), a relação a/d , a taxa de armadura longitudinal (ρ), o volume de fibras (V_f) e os parâmetros relacionados ao tipo de fibra de aço utilizado, como o que considera o formato da fibra de aço (ρ_f) e o fator de forma (l_f/d_f), dado pela relação entre o comprimento e o diâmetro da mesma.

As formulações para a definição do esforço cortante máximo em vigas de CRFA foram classificadas em dois tipos por Sahoo e Sharma (2014). Os autores consideraram que os modelos do Tipo 1 são os que levam em consideração a contribuição do concreto e da fibra de forma independente na previsão da resistência ao cisalhamento. E os modelos do Tipo 2 são os que consideram a modificação do material na sua resistência ao cisalhamento, à flexão e à tração

com a adição das fibras. Neste item serão tratados os modelos que foram usados neste trabalho para a previsão da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço.

Um modelo do Tipo 1 para previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras de aço foi desenvolvido por Dinh *et al.* (2011). Esse modelo baseou-se em ensaios realizados em 28 vigas, sem estribo e com três tipos de fibras de aço, com gancho nas extremidades, com teores de fibra variando entre 0,75% e 1,50%. No modelo pressupõe-se que o cisalhamento em vigas de CRFA seja resistido pela tensão de cisalhamento carregada na zona de compressão e a tensão transferida através de fissuras diagonais por fibras de aço. Conforme apresentado na Figura 19, a fissura diagonal é idealizada (MNP) abaixo do concreto comprimido (PQ) e é considerada uma distribuição de tração uniforme, com a mesma resultante de tração da curva NP.

Figura 19 - Tensões do modelo proposto por Dinh *et al.* (2011).



Fonte: Adaptado de Dinh *et al.* (2011).

Com base na Figura 19, a força cortante última para vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, proposta por Dinh *et al.* (2011), é dada pelas Equações de 4 a 7.

$$V_u = V_{CC} + V_{FRC} \quad (4)$$

$$V_{CC} = 0,13 A_s f_y \quad (5)$$

$$V_{FRC} = (\sigma_t)_{avg} b_w (d - c) \cot \alpha \quad (6)$$

$$(\sigma_t)_{avg} = 0,8 \cdot 1,5 \cdot \left(\frac{V_f}{0,0075} \right)^{1/4} \quad (7)$$

Sendo:

V_u → Força cortante última para vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, em kN;

V_{CC} → Força cortante última promovida pelo concreto, em kN;

V_{FRC} → Força cortante última promovida pelas fibras, em kN;

A_s → Área da armadura longitudinal de tração;

f_y → Tensão de escoamento da armadura longitudinal de tração;

$(\sigma_t)_{avg}$ → Tensão média resistida pelas fibras que cruzam a fissura. Segundo Dinh *et al.* (2011), esse valor é obtido através do ensaio normatizado pela ASTM C1609 (2015), com o uso da resistência à flexão no deslocamento vertical $\frac{l_f}{24}$, onde l_f é o comprimento da fibra. Se esse valor não estiver disponível pode ser obtido através da Equação 7;

b_w → Largura da viga;

d → Altura útil da viga;

c → Altura da linha neutra, em mm;

Sendo:

$$c = \frac{A_s f_y}{k_1 k_3 f_c b_w} \quad (8)$$

$$k_1 k_3 = 0,85 \beta_1 \quad (9)$$

$$\beta_1 = \begin{cases} 0,85 \rightarrow \text{Se } f_c \leq 27,6 \text{ MPa} \\ 0,65 \rightarrow \text{Se } f_c \geq 55,1 \text{ MPa} \\ \text{Interpolar} \rightarrow \text{Se } 27,6 \text{ MPa} < f_c < 55,1 \text{ MPa} \end{cases} \quad (10)$$

α → Inclinação da fissura diagonal crítica. Para simplificação deve ser adotado $\alpha = 45^\circ$;

V_f → Volume de fibras.

Esse modelo se limita a vigas de concreto reforçado com fibras de aço do tipo com ganchos nas extremidades e limitada às seguintes características:

- Comprimento (l_f) entre 30 mm e 60 mm;
- Fator de forma ($\frac{l_f}{d_f}$) entre 55 e 100;
- Concreto com resistência mínima à tração de 1,030 MPa; e
- V_f entre 0,50% e 1,5%.

Baseado no modelo de Dinh *et al.* (2011), Singh e Jain (2014) desenvolveram um modelo para a previsão da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA, sem armadura transversal e com altura limitada a 500 mm. A expressão desenvolvida por Singh e Jain (2014) é semelhante à anterior, mas difere na parcela resistida pelas fibras de aço. Essa formulação é dada pelas Equações de 11 a 14.

$$V_u = V_{CC} + V_{FRC} \quad (11)$$

$$V_{CC} = 0,13 A_s f_y \quad (12)$$

$$V_{FRC} = 0,5 \tau D_f \frac{l_f}{d_f} b_w (d - c) \cot \alpha \quad (13)$$

$$\tau = \begin{cases} 0,85 \sqrt{f_c} \rightarrow \text{Para fibras com gancho nas extremidades} \\ 0,75 \sqrt{f_c} \rightarrow \text{Para fibras corrugadas} \end{cases} \quad (14)$$

Sendo:

τ → Resistência média da ligação interfacial entre as fibras e a matriz, em MPa;

D_f → Fator de eficiência das fibras: 1 para fibras com gancho nas extremidades e 0,75 para as fibras corrugadas;

α → Inclinação da fissura diagonal crítica. Para simplificação deve ser adotado $\alpha = 30^\circ$.

Outro modelo de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA foi desenvolvido por Sahoo e Sharma (2014). Esse modelo levou em consideração os resultados de 84 ensaios de vigas sem fibras, sem armadura transversal e com diferentes taxas de fibras de aço. Os ensaios selecionados pelos autores tinham os parâmetros e limites apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Limites dos parâmetros das vigas selecionadas por Sahoo e Sharma (2014).

Parâmetro	Varição
ρ (%)	1,20 – 4,50
a/d	< 2,50
f_c (MPa)	20 – 60
V_f (%) (com ganchos)	0,0 – 1,50
l_f/d_f	55 – 100

Fonte: Adaptado de Sahoo e Sharma (2014).

Sahoo e Sharma (2014) propuseram duas equações, com base no método de ajuste de curvas, para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para duas categorias: $d < 300$ mm e $d \geq 300$ mm. As formulações propostas por Sahoo e Sharma (2014) estão limitadas a: $V_f \leq 1,5\%$ e $f_c < 60$ MPa. As Equações 15 e 16 descrevem esse modelo.

$$V_u = (0,251 + 0,173V_f + 0,069V_f^2) \sqrt{f_c} b_w d \rightarrow \text{Para } d < 300 \text{ mm} \quad (15)$$

$$V_u = (0,202 + 0,377V_f - 0,113V_f^2) \sqrt{f_c} b_w d \rightarrow \text{Para } d \geq 300 \text{ mm} \quad (16)$$

Sendo:

f_c → Resistência à compressão do concreto.

Um modelo empírico, baseado nos resultados de ensaio com 139 vigas de concreto reforçado com fibras de aço, foi proposto por Kwak *et al.* (2002). Esse modelo leva em consideração os principais parâmetros das vigas de CRFA, sendo que a previsão da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA está descrito nas equações de 17 a 21.

$$V_u = \left[3,7 e f_{spfc}^{2/3} \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} + 0,8 v_b \right] b_w d \quad (17)$$

$$f_{spfc} = \frac{f_{cuf}}{(20 - \sqrt{F})} + 0,7 + \sqrt{F} \quad (18)$$

$$e = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{Para } \frac{a}{d} > 3,4 \\ 3,4 \times \frac{d}{a} \rightarrow \text{Para } \frac{a}{d} \leq 3,4 \end{cases} \quad (19)$$

$$v_b = 0,41 \tau F \quad (20)$$

$$F = \left(\frac{l_f}{d_f} \right) V_f \beta \quad (21)$$

Sendo:

e → Fator adimensional que leva em consideração o efeito de arco;

f_{spfc} → Parcela de resistência à tração de concreto reforçado com fibra;

f_{cuf} → Resistência à compressão do cubo de concreto reforçado com fibra;

a → Vão de cisalhamento. Distância entre a carga e o suporte;

ρ → Taxa de armadura longitudinal;

v_b → Tensão de aderência entre a fibra e a matriz;

τ → Tensão de aderência interfacial entre a fibra e a matriz. Na ausência desse dado, pode ser adotado 4,15 MPa;

F → Fator da fibra;

β → Fator de aderência. Para fibras recortadas e com ganchos nas extremidades $\beta = 1$, para fibras corrugadas (onduladas) $\beta = 0,75$ e para fibras circulares $\beta = 0,5$.

Como pode ser visto pelas equações acima, o modelo de previsão da resistência ao cisalhamento proposto por Kwak *et al.* (2002) leva em consideração os principais parâmetros relacionados à geometria da viga, ao material da matriz de concreto, à fibra de aço utilizada e à interação entre a matriz e a fibra, e não necessita de ensaios prévios. Os autores não fixaram os limites do modelo.

Após a análise de sete vigas, com e sem armaduras transversais e fibras de aço do tipo com ganchos nas extremidades, e com base nos trabalhos de Batson *et al.* (1972b) e Williamson e Knab (1975), Sharma (1986) desenvolveu um modelo bastante conhecido na literatura para a previsão da resistência ao cortante em vigas de CRFA. Esse modelo considera que a influência de diferentes tipos e quantidades de fibras é prevista por meio de sua influência no parâmetro f_{ct} . O modelo Sharma (1986) está descrito pela Equação 22.

$$V_u = \left[\frac{2}{3} f_{ct} \left(\frac{d}{a} \right)^{0,25} \right] b_w d \quad (22)$$

Sendo:

f_{ct} → Resistência à tração do concreto. Caso esse valor não esteja disponível, adotar igual a $0,80 \sqrt{f_c}$, em MPa.

Sarveghadi *et al.* (2015) também desenvolveram um modelo para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçadas com fibras de aço. Esse modelo foi desenvolvido a partir de um banco de dados com 208 ensaios de vigas de CRFA. O modelo de Sarveghadi *et al.* (2015) é descrito pelas equações de 23 a 25.

$$V_u = \left[\rho + \frac{\rho}{v_b} + \frac{1}{d} \left(\frac{\rho f_t (\rho + 2) \left(f_t \frac{a}{d} - \frac{3}{v_b} \right)}{\frac{a}{d}} + f_t \right) + v_b \right] b_w d \quad (23)$$

$$f_t = 0,79 \sqrt{f_c} \quad (24)$$

$$v_b = 0,41 \tau F \quad (25)$$

Sendo:

f_t → Resistência à tração da mistura de concreto;

f_c → Resistência à compressão do concreto.

Levando em consideração o efeito combinado de flexão e cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência, sem reforço transversal e com fibras de aço, Imam *et al.* (1997) desenvolveram um modelo de previsão do esforço cortante máximo com base na mecânica da fratura. Esse modelo é apresentado nas Equações de 26 a 28.

$$V_u = \left[0,6 \psi \sqrt[3]{\omega} \times \left((f_c)^{0,44} + 275 \sqrt{\frac{\omega}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right) \right] b_w d \quad (26)$$

$$\psi = \frac{1 + \sqrt{\frac{5,08}{d_a}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}} \quad (27)$$

$$\omega = \rho(1 + 4F) \quad (28)$$

Sendo:

ψ → Fator que leva em consideração o tamanho máximo do agregado graúdo;

d_a → Diâmetro máximo do agregado graúdo;

ω → Taxa de reforço que inclui o efeito das fibras.

Como se pode ver nas equações acima, o modelo desenvolvido por Imam *et al.* (1997) é o único apresentado neste trabalho que leva em consideração o diâmetro máximo do agregado graúdo.

Arslan (2014) propôs um modelo para vigas esbeltas baseado na equação de Zsutty (1971), que prevê a resistência ao cisalhamento para vigas de concreto, com a adição da determinação da altura da zona de compressão “ c ”, proposta por Zararis e Papadakis (2001). Segundo Lantsoght (2019a), este método para determinação de “ c ” ignora a contribuição das fibras no equilíbrio horizontal e de momento da seção transversal. A equação proposta foi comparada com os resultados de ensaios em 170 vigas de CRFA sem estribos, e verificou-se que a mesma mostra boa concordância em relação aos resultados dos ensaios realizados por outros autores. As Equações 29 e 30 descrevem o modelo proposto por Arslan (2014).

$$V_u = \left[\left(0,2 (f_c)^{2/3} \frac{c}{d} + \sqrt{\rho (1 + 4F) f_c} \right)^3 \sqrt{\frac{3}{a} \frac{d}{d}} \right] b_w d \quad (29)$$

$$\left(\frac{c}{d} \right)^2 + \left(\frac{600 \rho}{f_c} \right) \left(\frac{c}{d} \right) - \frac{600 \rho}{f_c} = 0 \quad (30)$$

Sendo:

$c \rightarrow$ Altura da zona de compressão.

2.1.5.3 *Formulações normativas para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA*

Nessa seção serão apresentadas as formulações normativas de três normas internacionais, relativas à resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço: a norma alemã DAfStB (2012), o Fib Model Code 2010 (2012) e o código modelo da RILEM (2003). As expressões dessas normas são baseadas nas equações do Eurocode 2 EN 1992-1-1 (2005). Porém, foi adicionado o termo relativo à contribuição das fibras de aço.

O código alemão DAfStB (2012) prevê uma expressão (Equação 31) para o caso de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, sem armadura transversal, mas com armadura longitudinal. Nessa expressão as parcelas do concreto e das fibras de aço, para a determinação da resistência ao cisalhamento, são consideradas separadamente.

$$V_{Rd,ct}^f = V_{Rd,ct} + V_{Rd,cf} \quad (31)$$

$$V_{Rd,ct} = \frac{C_{Rd,c}}{\gamma_c} k (100 \rho f_{ck})^{1/3} b_w d \quad (32)$$

$$V_{Rd,cf} = \frac{\alpha_c^f f_{ctR,u}^f b_w h}{\gamma_{ct}^f} \quad (33)$$

$$f_{ctR,u}^f = k_F^f k_G^f 0,37 f_{cf1k,L2}^f \quad (34)$$

$$k_G^f = 1,0 + 0,5 A_{ct}^f \leq 1,7 \quad (35)$$

$$A_{ct}^f = b_w \text{ m\u00edn. } (d; 1,5m) \quad (36)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200mm}{d}} \quad (37)$$

Sendo:

$V_{Rd,ct}^f$ → Resist\u00eancia de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto refor\u00e7ado com fibras, segundo a diretriz alem\u00e3;

$V_{Rd,ct}$ → Contribui\u00e7\u00e3o do concreto na resist\u00eancia de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto refor\u00e7ado com fibras, segundo a diretriz alem\u00e3;

$V_{Rd,cf}$ → Contribui\u00e7\u00e3o das fibras na resist\u00eancia de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto refor\u00e7ado com fibras, segundo a diretriz alem\u00e3;

$C_{Rd,c}$ → Fator de calibra\u00e7\u00e3o para a resist\u00eancia de projeto ao cisalhamento, igual a 0,15;

γ_c → Fator de seguran\u00e7a para o concreto, igual a 1,5;

k → Fator de efeito de tamanho, $k \leq 2$;

f_{ck} → Resist\u00eancia caracter\u00edstica do concreto;

α_c^f → Fator que explica os efeitos de longo prazo, igual a 0,85;

$f_{ctR,u}^f$ → Resist\u00eancia \u00e0 tra\u00e7\u00e3o uniaxial do CRFA;

γ_{ct}^f → Fator parcial para resist\u00eancia \u00e0 tra\u00e7\u00e3o do concreto refor\u00e7ado com fibras, igual a 1,25;

k_F^f → Fator que considera a orienta\u00e7\u00e3o das fibras, igual a 0,5;

k_G^f → Fator de tamanho, que explica o fato de as fibras serem melhores distribu\u00eddas em elementos maiores;

$f_{cf1k,L2}^f$ → Valor caracter\u00edstico da resist\u00eancia \u00e0 flex\u00e3o p\u00f3s-fissura\u00e7\u00e3o para uma deflex\u00e3o de 3,5 mm;

A_{ct}^f → \u00c1rea efetiva $b \times d$, com d limitado a 1,5 m.

Como pode ser visto na Equação 31, diferente das expressões previstas na literatura e citadas no item anterior, para a determinação da parcela das fibras de aço, na obtenção da resistência ao cisalhamento, é necessário a realização de um ensaio de prisma, de onde se extrai do valor da resistência à flexão pós-fissuração para uma deflexão central de 3,5 mm ($f_{cf1k,L2}^f$). Esse ensaio deve ser realizado com pelo menos seis corpos de prova prismáticos, medindo 150 x 150 x 700 mm, com vão de ensaio de 600 mm, no esquema de ensaio a quatro pontos. E as cargas e deflexões associadas devem ser medidas até uma deflexão do corpo de prova de 3,5 mm em etapas de 0,01 mm e registradas graficamente, seguindo as orientações do Apêndice O da norma DAfStB (2012).

A expressão fornecida pelo código modelo da RILEM (2003) é muito semelhante ao da norma alemã, com pequenas diferenças, principalmente, na definição da parcela da resistência ao cisalhamento relativa às fibras de aço. As equações de 38 a 43 mostram a formulação do código modelo da RILEM (2003).

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{fd} \quad (38)$$

$$V_{cd} = 0,12 k (100 \rho f_{ck})^{1/3} b_w d \quad (39)$$

$$V_{fd} = 0,7 k_f k \tau_{fd} b_w h \quad (40)$$

$$k_f = 1,0 + n \left(\frac{h_f}{b_w} \right) \left(\frac{h_f}{d} \right) \leq 1,5 \quad (41)$$

$$n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq 3 \text{ e } n \leq \frac{3b_w}{h_f} \quad (42)$$

$$\tau_{fd} = 0,12 f_{Rk,A} \quad (43)$$

Sendo:

V_{Rd} → Resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras, segundo o código modelo da RILEM (2003);

V_{cd} → Contribuição do concreto na resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras, segundo o código modelo da RILEM (2003);

V_{fd} → Contribuição das fibras na resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras, segundo o código modelo da RILEM (2003);

k_f → Fator que considera a contribuição dos flanges em seções T, igual a 1 para seções retangulares;

τ_{fd} → Valor de projeto para a resistência de ligação entre fibras e matriz, segundo o código modelo da RILEM (2003);

$f_{Rk,4}$ → Resistência característica residual à flexão para o estado limite último, para um CMOD de 3,5 mm;

n → Parâmetro para efeito de geometria de seções flangeadas;

h_f → Altura da flange;

b_f → Largura da flange.

Como se pode observar nas equações 40 e 43, assim como para a norma alemã, o valor da resistência residual $f_{Rk,4}$ só é possível obter com a realização de um ensaio de flexão em prisma de concreto com fibras de aço.

A diretriz da Fib Model Code 2010 (2010) tem uma formulação bem parecida com as normas alemã DAfStB (2012) e o código modelo da RILEM (2003). Porém, reúne em uma única formulação as parcelas do concreto e das fibras na resistência ao esforço cortante em vigas de concreto. Essa norma orienta sobre a dispensa da armadura transversal mínima se a condição da Equação 44 for satisfeita.

$$f_{Ftuk} \geq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{20} \quad (44)$$

Sendo:

f_{Ftuk} → Valor característico da resistência residual última obtida segundo o ensaio padronizado pela norma EN 14651 (2007), para uma abertura de fissura de 1,5 mm.

As formulações da Fib Model Code 2010 (2012), para vigas de concreto reforçado com fibras de aço, sem armadura de cisalhamento, com armadura longitudinal de tração e sem força axial, estão apresentadas nas equações de 45 a 47.

$$V_{Rd,f} = \frac{C_{Rd,c}}{\gamma_c} k \left(100 \rho \left(1 + 7,5 \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right)^{1/3} b_w d \quad (45)$$

$$f_{Ftuk} = 0,06 f_{R1} + 0,3 f_{R3} \quad (46)$$

$$f_{ctk} = 0,3 (f_{ck})^{2/3}, \text{ para } f_{ck} \leq 50MPa \quad (47)$$

Sendo:

$V_{Rd,f}$ → Resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras, segundo a Fib Model Code 2010 (2012);

f_{ctk} → Resistência característica à tração do concreto;

f_{R1} → Resistência à tração residual para abertura de fissura de 0,5 mm, conforme o ensaio padronizado pela EN 14651 (2007);

f_{R3} → Resistência à tração residual para abertura de fissura de 2,5 mm, conforme o ensaio padronizado pela EN 14651 (2007);

$C_{Rd,c}$ → Fator de calibração para a resistência de projeto ao cisalhamento, igual a 0,18.

Como pode-se observar na expressão que define a resistência de projeto ao cisalhamento em vigas de CRFA, segundo a Fib Model Code 2010 (2012) (Equação 45), a parcela da resistência ao esforço cortante, relativa às fibras de aço, é dada por: $7,5 \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}}$. O valor de f_{Ftuk} é obtido (Equação 46), assim como para as normas DAfStB (2012) e RILEM (2003), com a realização de um ensaio de flexão de prismas, de onde se obtêm os valores de f_{R1} e f_{R3} , para uma deflexão do prisma de 0,5 mm e 2,5 mm, respectivamente.

O Fib Model Code 2010 (2012) preconiza ainda que o valor de $V_{Rd,f}$ deve ser maior ou igual a $V_{Rd,fmin}$, que representa a resistência mínima de projeto ao cisalhamento em vigas de CRFA, dada pela Equação 48.

$$V_{Rd,fmin} = (0,035 k^{3/2} f_{ck}^{1/2}) b_w d \quad (48)$$

Apesar da existência de formulações normativas, como as citadas nesse item, alguns autores (Lantsoght (2019a), Sahoo e Sharma (2014)) enfatizam que existe a necessidade de mais pesquisas para se entender melhor o comportamento de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço frente às solicitações transversais.

2.2 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO AO ESFORÇO CORTANTE

Neste item apresentam-se as principais características de vigas de concreto armado, com e sem armaduras transversais, submetidas aos esforços de cisalhamento. Serão tratados os

modelos de cálculo mais utilizados, a forma de ruptura dessas peças quando submetidas ao esforço cortante e os mecanismos resistentes.

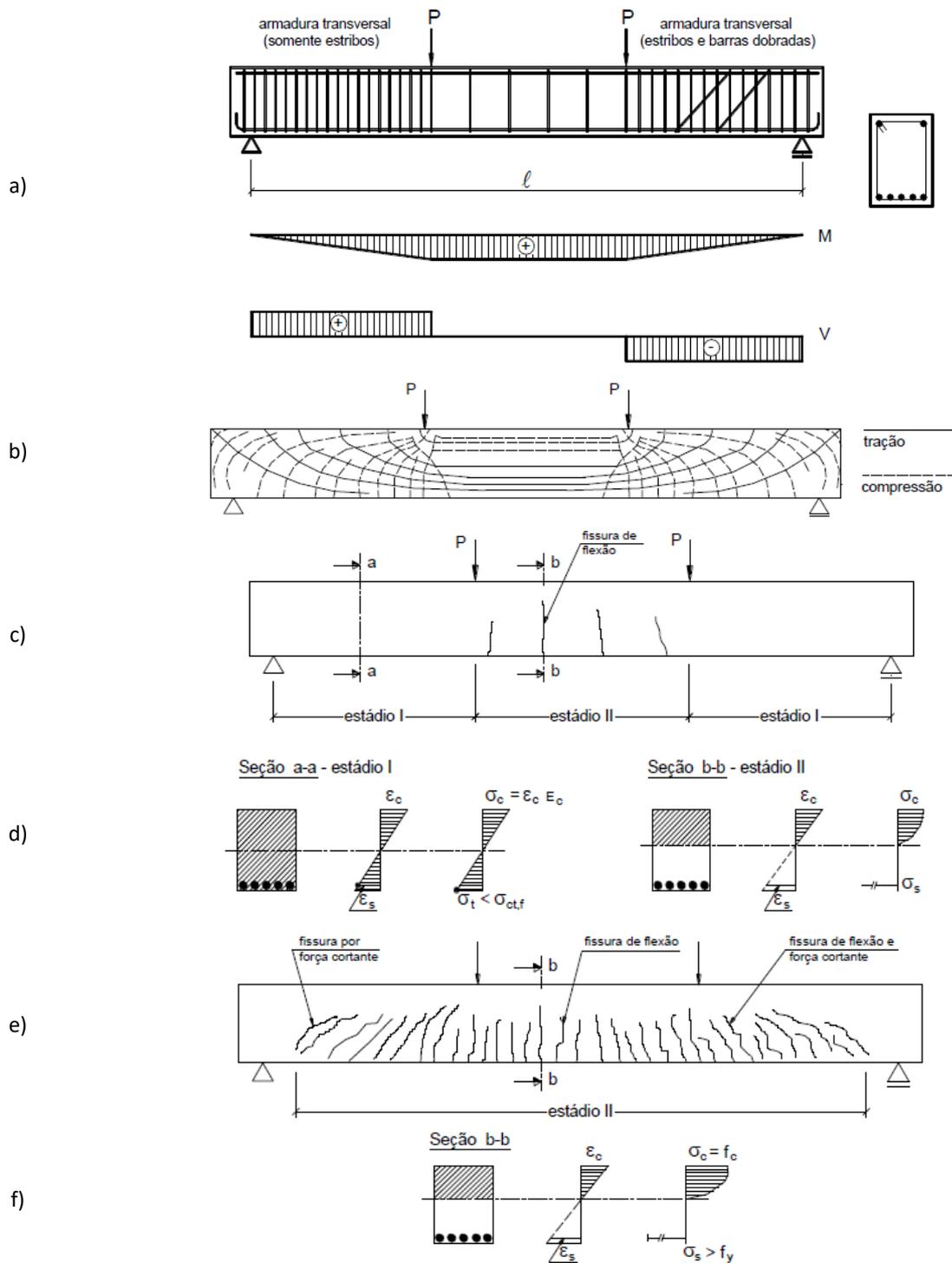
2.2.1 Vigas com armadura transversal

A análise de elementos de concreto armado submetidos aos esforços de cisalhamento tem sido objeto de várias pesquisas ao decorrer de anos, no sentido de se buscar métodos cada vez mais precisos para o dimensionamento dos elementos de concreto submetidos ao esforço cortante.

Na Figura 20a, apresenta-se uma viga biapoiada com duas cargas iguais P , armaduras longitudinais, com armaduras superiores e inferiores, e armaduras transversais compostas com estribos e barras dobradas. Devido à posição das cargas, a viga tem um trecho central, entre as cargas, com flexão pura, desprezando-se os efeitos do peso próprio da viga. Fazendo as cargas iguais à P aumentarem progressivamente até atingir a ruptura, consegue-se avaliar o desenvolvimento das tensões e a fissuração na viga. A Figura 20b apresenta as trajetórias principais de tração e compressão a que a viga está submetida quando o valor da carga P ainda é considerado baixo, com a viga ainda não fissurada (Estádio I). O que se observa inicialmente é que no trecho de flexão pura, as trajetórias de tensões de tração e compressão são paralelas ao eixo longitudinal da peça, e nos demais trechos essas trajetórias são inclinadas, devido a presença das forças cortantes. Nos trechos da extremidade da viga, observa-se também que as tensões são aproximadamente perpendiculares entre si.

Provocando o aumento progressivo das cargas P , num determinado instante, a resistência à tração do concreto é superada, surgindo a primeira fissura. Essa fissura ocorre aproximadamente no meio da peça (seção b-b) e é conhecida como “*fissura de flexão*”. Continuando o aumento das cargas P , novas fissuras vão surgindo e as fissuras existentes vão aumentando o seu tamanho e a sua abertura. Conforme Figura 20c, nesse momento, tem-se seções no Estádio I e no Estádio II. A Figura 20d mostra as tensões e deformações nas seções a-a e b-b, nos Estádios I e II, respectivamente. Como pode ser visto, no Estádio I (seção a-a), a máxima tensão de tração ainda não superou a resistência à tração do concreto, de maneira que a Lei de Hooke ainda pode ser observada. O contrário acontece na seção b-b, onde a resistência à tração do concreto já foi superada e toda tensão de tração na peça é aplicada na armadura.

Figura 20 - Comportamento resistente de uma viga biapoiada: a) armação da viga e diagramas de M e V; b) trajetórias das tensões principais de tração e compressão na viga não fissurada; c) surgimento das primeiras fissuras de flexão; d) tensões e deformações nos Estádios I e II; e) estado de fissuração pré-ruptura; f) tensões e deformações na ruptura.



Fonte: Bastos (2015).

Aumentando ainda mais as cargas P , as fissuras começam a se inclinarem devido à inclinação das tensões principais. Isso se dá nos locais mais distantes do centro da viga, devido à influência das forças cortantes. Essas fissuras são chamadas de "fissuras *de flexão e esforço cortante*". Mais próximo aos apoios, com a redução da influência dos momentos fletores, surgem as chamadas "fissuras *por esforço cortante*". Nesse momento, quase toda a peça está submetida ao Estádio II (Figura 20e). A Figura 20f mostra as tensões e deformações da seção b-b, para o caso da peça já muito fissurada, com a presença de fissuras próximas à face superior comprimida.

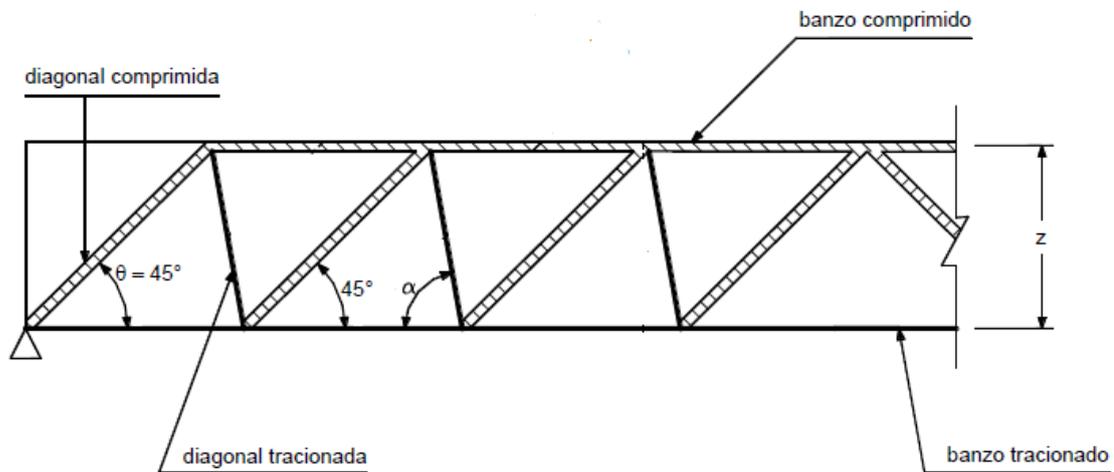
Como pode ser visto na Figura 20a e Figura 20b, as armaduras de cisalhamento serão mais otimizadas se as mesmas estiverem com uma inclinação de aproximadamente 45° . Nesse caso, as mesmas estariam formando um ângulo de 90° com as fissuras. Devido à sua inclinação, as barras dobradas já cumprem esse papel. No caso dos estribos, por uma questão construtiva, os mesmos são colocados na vertical, de maneira que são menos eficientes se comparados com as barras dobradas.

2.2.1.1 *Modelo da treliça*

O alemão Ritter, em 1899, propôs uma analogia entre a viga de concreto e uma treliça. Segundo ele, cada barra da treliça representa uma parte de uma viga simples (ver Figura 21): o concreto comprimido pela flexão é o banzo superior, a armadura longitudinal de tração é o banzo inferior, o concreto comprimido entre as fissuras (bielas de compressão) são as diagonais inclinadas à 45° e os estribos são as diagonais tracionadas inclinadas com ângulo α . Essa analogia ficou conhecida como "treliça clássica".

Segundo Bastos (2015), sobre essa analogia, Lobo Carneiro escreveu: "A *chamada treliça clássica de Ritter-Mörsch foi uma das concepções mais fecundas na história do concreto armado. Há mais de meio século tem sido a base do dimensionamento das armaduras transversais – estribos e barras inclinadas – das vigas de concreto armado, e está muito longe de ser abandonada ou considerada superada. As pesquisas sugerem apenas modificações ou complementações na teoria, mantendo no entanto o seu aspecto fundamental: a analogia entre a viga de concreto armado, depois de fissurada, e a treliça*".

Figura 21 - Viga segundo a analogia da treliça clássica de Ritter-Mörsch.



Fonte: Bastos (2015).

Esse modelo clássico admite que nenhuma tensão é transferida entre as fissuras, que os banzos são paralelos entre si, que os nós da treliça são rotulados (treliça isostática), que a armadura de cisalhamento - representada pelas diagonais inclinadas do ângulo α - tem inclinação entre 45° e 90° (esse último para simular os estribos verticais) e que as bielas de compressão são paralelas às fissuras inclinadas. Porém, Mörsch, em 1902, propôs alguns melhoramentos ao modelo de Ritter. Entre eles, que o exposto acima não é sempre verdade e que as imperfeições desses mecanismos resultam em:

- ângulo da tensão principal de compressão na alma menor que o ângulo de inclinação das fissuras, portanto as fissuras não estão a 45° ;
- treliça hiperestática;
- banzos não paralelos, devido ao arqueamento do banzo comprimido nas regiões de apoio;
- componente vertical da força ao longo da fissura que contribui para a resistência à força cortante. Sendo esse mecanismo resistente chamado no ACI 318 (2006) como “*contribuição do concreto*” (V_c).

A treliça clássica considera ainda que não existe resistência à tração por parte do concreto e que as diagonais de compressão se mantêm inclinadas à 45° mesmo após a viga fissurada.

Com base em inúmeras pesquisas, verificou-se que a inclinação das fissuras é inferior a 45° e, assim, as bielas de compressão têm também inclinações menores. Algumas pesquisas obtiveram ângulos de 30° ou até menores para as bielas de compressão. Essas mudanças

dependem, principalmente, da quantidade da armadura transversal e da relação entre as larguras da alma e da mesa, em seções T e I. Por não levar em conta esses fatores, a treliça clássica de Ritter-Mörsch é considerada conservadora e obtém valores elevados para armadura transversal.

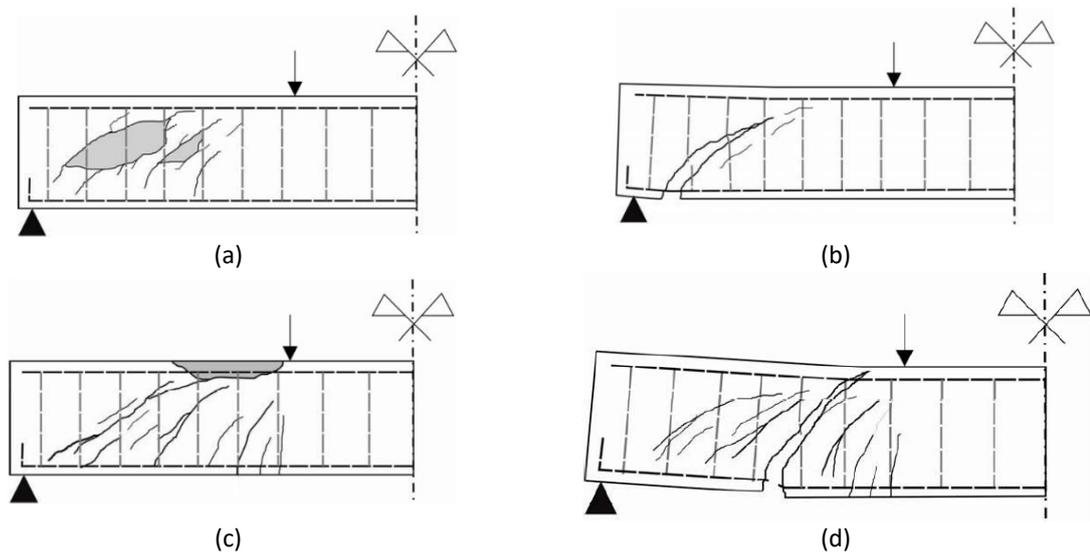
Para que essas considerações fossem feitas, surgiu na década de 1960, a chamada “treliça generalizada”, que leva em consideração que as diagonais comprimidas têm ângulos menores do que 45° ($\theta < 45^\circ$). Nesse modelo de “treliça generalizada” o ângulo θ é uma incógnita no problema, sendo dependente de diversos fatores.

2.2.1.2 Ruptura de vigas de concreto armado com estribos

Os modos de ruptura nas peças de concreto armado, solicitadas a esforços de cisalhamento, devem ser evitados, pois essas rupturas ocorrem de maneira frágil. Segundo Fusco (2008), os modos de ruptura nas peças de concreto armado submetidas aos esforços cortantes são os seguintes:

- **Ruptura por força cortante-compressão:** Corresponde a ruína das bielas diagonais de concreto por compressão (Figura 22a). Para se evitar esse tipo de ruína, deve-se limitar as tensões tangenciais atuantes nessas diagonais comprimidas.
- **Ruptura por força cortante-tração:** Ocorre quando é atingida a resistência à tração da armadura transversal (f_{ywd}) (Figura 22b). Esse modo de ruptura é evitado pelo emprego de uma quantidade adequada de armadura transversal.
- **Ruptura por força cortante-flexão:** É devido a interação da força cortante com o momento fletor, principalmente, próximo às cargas concentradas elevadas. Ocorre o aumento das fissuras inclinadas, entre o apoio e a carga, de maneira que essas fissuras cheguem ao banzo comprimido da peça (Figura 22c). Com o adequado dimensionamento e arranjo das armaduras longitudinais de flexão, esse modo de ruptura pode ser evitado, com a diminuição da fissuração diagonal.
- **Ruptura por flexão da armadura longitudinal:** O apoio das bielas diagonais do concreto no banzo tracionado sobre as armaduras longitudinais de flexão pode gerar tensões excessivas nessas armaduras, provocando deslocamento excessivo entre as fissuras. Isso acontece pela ancoragem deficiente entre os estribos e as armaduras longitudinais ou pelo espaçamento excessivo dos estribos (Figura 22d). Um arranjo adequado dos estribos e das armaduras longitudinais pode evitar esse modo de ruptura.

Figura 22 - Modos de ruptura de vigas de concreto armado com estribos: (a) Ruptura por força cortante-compressão, (b) Ruptura por força cortante-tração, (c) Ruptura por força cortante-flexão e (d) Ruptura por flexão da armadura longitudinal.



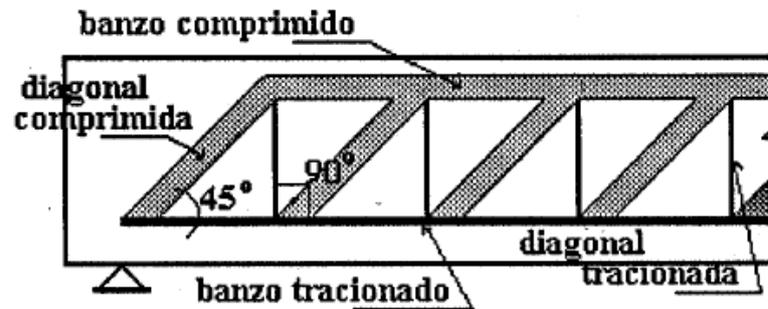
Fonte: Barros (2009).

2.2.1.3 Dimensionamento da armadura transversal segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), item 17.4, as prescrições sobre esforços cortantes aplicam-se a elementos lineares em concreto armado ou protendido, submetidos a forças cortantes, eventualmente combinadas com outros esforços solicitantes. No item 17.4.1.1.3, esta norma preconiza que a armadura transversal (A_{sw}) pode ser constituída por estribos (fechados na região de apoio das diagonais, envolvendo a armadura longitudinal) ou pela composição de estribos e barras dobradas. Porém, quando forem utilizadas barras dobradas, essas não podem suportar mais do que 60% do esforço total resistido pela armadura. A inclinação das armaduras transversais deve estar situada entre os ângulos $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, de acordo com o item 17.4.1.1.5. Estão fora dessa análise elementos de volume, lajes, vigas-parede e consolos curtos, que são tratados em outras seções desta norma.

São admitidos dois modelos de cálculo que pressupõem a analogia com modelo em treliça, de banzos paralelos, associado aos mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural e associados a uma componente adicional V_c . Para melhor entendimento da analogia de treliça ver Figura 23, com o exemplo da treliça clássica de Ritter-Mörsch com diagonais de tração à 90° .

Figura 23 - Treliça clássica de Ritter-Mörsch com diagonais de tração à 90°.



Fonte: Dumêt (2012).

Ainda segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a armadura transversal de cisalhamento é obrigatória. No item 17.4.1.1.1, essa norma limita, inferiormente, a armadura transversal constituída por estribos com taxa geométrica conforme Equação 49:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w s \sen \alpha} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (49)$$

Sendo:

A_{sw} → Área da seção transversal dos estribos;

s → Espaçamento dos estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural;

α → Inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;

b_w → Largura média da alma, medida ao longo da altura útil da seção, respeitada a restrição indicada no item 17.4.1.1.2 dessa mesma norma;

f_{ywk} → Resistência ao escoamento do aço da armadura transversal;

$f_{ctm} = 0,3 (f_{ck})^{\frac{2}{3}}$ → Resistência à tração média do concreto.

Para atender à resistência da peça segundo item 17.4.2.1, a seção transversal deve satisfazer as seguintes desigualdades:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (50)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd3} = V_C + V_{sw} \quad (51)$$

Sendo:

V_{sd} → Força cortante solicitante de cálculo, na seção;

V_{Rd2} → Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;

$V_{Rd3} = V_C + V_{sw}$ → Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_C é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

A NBR 6118 (ABNT, 2014) admite dois modelos para o cálculo dos esforços cortantes. A seguir será apresentado, resumidamente, o modelo de Cálculo I, que foi o modelo utilizado nesta pesquisa.

Esse modelo admite:

- diagonais de compressão inclinadas à $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural;
- parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares V_C com valor constante, independente de V_{sd} .

Para verificação da compressão da diagonal do concreto, a seguinte expressão deve ser usada:

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_{cd} b_w d \quad (52)$$

Sendo:

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) e f_{ck} \text{ em MPa.} \quad (53)$$

Para a determinação da armadura transversal, usa-se a Equação 51, sendo:

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s}\right) 0,9 d f_{ywd} (\sen \alpha + \cos \alpha) \quad (54)$$

$$V_C = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{nos elementos estruturais tracionados quando a linha} \\ \quad \text{neutra se situa fora da seção;} \\ V_{C0} \rightarrow \text{na flexão simples e na flexo - tração com linha} \\ \quad \text{neutra cortando a seção;} \\ V_{C0} \left(1 + \frac{M_o}{M_{sd,máx}}\right) \leq 2 V_{C0} \rightarrow \text{na flexo - compressão.} \end{cases} \quad (55)$$

$$V_{C0} = 0,6 f_{ctd} b_w d \quad (56)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (57)$$

Sendo:

M_o → Valor do momento fletor que anula a tensão normal de compressão na borda da seção (tracionada por $M_{sd,max}$), provocada pelas forças normais de diversas origens concomitantes com V_{sd} . Sendo essa tensão calculada com valores de γ_s e γ_p iguais a 1,0 e 0,9, respectivamente. Os momentos correspondentes a essas forças normais não devem ser considerados no cálculo dessa tensão pois são considerados em M_{sd} . Devem ser considerados apenas os momentos isostáticos de protensão;

$M_{sd,max}$ → Momento fletor de cálculo máximo no trecho em análise que pode ser considerado como o de maior valor no semi tramo analisado. Para esse cálculo não se consideram os momentos isostáticos de protensão, apenas os hiperestáticos.

Segundo o item 18.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o espaçamento mínimo entre estribos, medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, deve ser suficiente para permitir a passagem do vibrador, garantindo um bom adensamento da massa. O espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

$$V_{sd} = \begin{cases} \leq 0,67 V_{Rd2} \rightarrow s \leq 0,6d \leq 30 \text{ cm} \\ > 0,67 V_{Rd2} \rightarrow s \leq 0,3d \leq 20 \text{ cm} \end{cases} \quad (58)$$

2.2.2 Vigas sem armadura transversal

Para se eliminar o risco de colapso sem aviso prévio das estruturas de concreto, gerado pelas tensões de tração decorrentes da presença do cisalhamento, a NBR 6118 (ABNT, 2014) exige a presença de armaduras transversais, mesmo que em uma quantidade mínima ($A_{sw,min}$). Essa norma dispensa o uso da armadura transversal apenas nos casos de lajes, se forem respeitadas limitações quanto à força cortante de cálculo (V_{sd}).

Nos itens que seguem, serão tratados alguns modelos de cálculo preconizados pela literatura e como se dá a ruptura de peças sem armaduras transversais (estribos).

2.2.2.1 Modelo de cálculo

Conforme citado anteriormente, para elementos sem armaduras transversais, a NBR 6118 (ABNT, 2014) trata apenas do caso de lajes com força cortante de cálculo limitada por um certo valor. Outras normas internacionais consideram também o caso de vigas, limitando à força cortante máxima ao valor da força que provoca a fissura diagonal crítica ou através de expressões empíricas que consideram a ruptura conjunta por cisalhamento-flexão. Esses procedimentos, assim como no caso do procedimento da NBR 6118 (ABNT, 2014), consideram a resistência ao cisalhamento dessas peças baseada em alguns critérios. Entre eles: a resistência do concreto, a taxa de armadura longitudinal e a seção transversal da peça (FURLAN JR, 1995).

O desenvolvimento de modelos de resistência ao cisalhamento, de peças sem armaduras transversais, vem ocorrendo ao longo dos anos. Furlan Jr (1995) apresenta uma discussão bastante abrangente sobre diversos modelos empregados para a determinação da resistência ao cisalhamento de peças de concreto sem armaduras transversais.

De modo geral, esses modelos consideram os mecanismos resistentes nas peças sem armaduras transversais e estudam a influência ou não desses mecanismos na resistência ao cisalhamento da peça. O item 2.2.3 trata desses mecanismos, para peças com e sem armaduras transversais.

Os modelos desenvolvidos mais recentemente consideram os conceitos da Mecânica da Fratura para se estudar o comportamento de vigas sem armaduras de cisalhamento. Alguns autores estudam os conceitos da Mecânica da Fratura com a aplicação do Método dos Elementos Finitos. Porém, esses modelos apresentam algumas inconsistências, como a não consideração do efeito de pino e do engrenamento dos agregados na zona das fissuras, na transferência de forças.

Fusco (2008) apresenta uma análise de várias pesquisas experimentais realizadas por 19 grupos de pesquisadores ao longo da segunda metade do século XX, que buscaram entender a resistência aos esforços cortantes de peças sem armaduras de cisalhamento. Segundo o autor, essa resistência pode ser escrita como:

$$V_{Rd1} = \tau_{Rd1} b_w d \quad (59)$$

Sendo:

b_w → Largura da alma;

d → Altura útil da peça;

τ_{Rd1} → Tensão resistente para peças sem armadura transversal.

O autor apresenta os resultados desses estudos com bases nos seguintes parâmetros:

Taxa de armadura de tração (ρ):

O estudo da resistência ao cisalhamento apenas é relevante para peças de concreto armado sem armadura transversal com taxa de armadura de tração abaixo de um certo limite. Para valores da taxa de armadura de tração (ρ) acima de 2%, a resistência ao cisalhamento da peça não mais aumenta significativamente.

Altura útil da peça (d):

À medida que aumenta a altura útil da peça, a resistência ao cisalhamento decresce. Apenas as peças de concreto armado sem armadura transversal com, no máximo, 60 cm de altura útil apresentam significativa influência na resistência ao cisalhamento. Isso se dá pelo fato de a armadura de flexão não conseguir controlar de forma eficaz as fissuras devido à flexão, quando essas armaduras ficam distantes dos trechos mais altos da peça, impossibilitando o controle das fissuras, que aumentam mais rapidamente.

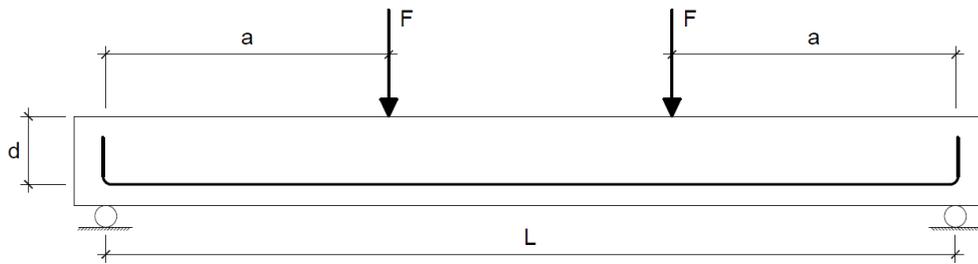
Distância relativa da carga ao apoio (a/d):

Considerando a como a distância da carga concentrada ao apoio, conforme a Figura 24, resultados experimentais mostraram que:

- a) Para cargas aplicadas próximos aos apoios ($a/d < 3$), a resistência ao cisalhamento aumenta pela transferência da carga ao apoio, através das bielas de compressão, devido à redução da força cortante efetiva.
- b) Para a relação $a/d > 3$ (cargas aplicadas longe do apoio), as peças estudadas não mais apresentaram um aumento da resistência aos esforços cisalhantes devido ao arqueamento dos esforços. Dependendo apenas do engrenamento dos agregados e da resistência do concreto à tração.
- c) Para cargas uniformemente distribuídas, considerando a a metade da distância do vão (Figura 25), as peças apresentaram boa resistência aos esforços de cisalhamento para

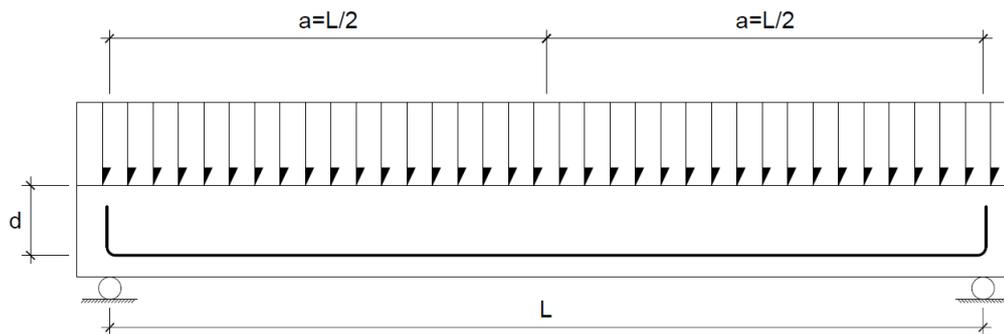
valores bem maiores da relação a/d do que o caso anterior. Segundo Fusco (2008), para cargas uniformemente distribuídas, a resistência aos esforços cisalhantes foi cerca de 50% maior do que para o caso de cargas concentradas.

Figura 24 - Viga biapoiada com duas cargas concentradas.



Fonte: Adaptado de Fusco (2008).

Figura 25 - Viga biapoiada com carga uniformemente distribuída.



Fonte: Adaptado de Fusco (2008).

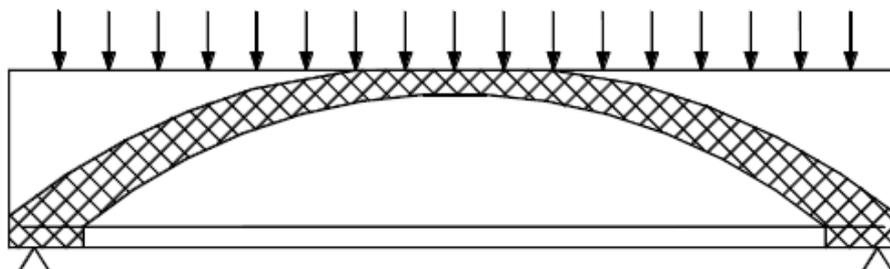
2.2.2.2 Ruptura das peças sem estribos

As peças de concreto armado devem ser dimensionadas de maneira que o colapso não seja decorrente da baixa resistência à tração do concreto. Assim, a fissuração que é resultante da baixa resistência à tração no concreto, não deve provocar o colapso da peça. Para se evitar esse colapso, a armadura transversal é exigida.

A dispensa da armadura transversal só se dá no caso de lajes, quando o esforço atuante de cisalhamento é menor do que o esforço resistente de cisalhamento, ou de pequenas vigas. Nesse último caso, essa dispensa é possível quando a altura relativa ao vão é grande o suficiente

para que as cargas externas sejam transmitidas diretamente aos apoios pelo arqueamento dos esforços. A Figura 26 mostra esse funcionamento.

Figura 26 - Ação de arcos em viga biapoiada com carga distribuída.



Fonte: Bastos (2015).

Nas peças onde não iniciou a fissuração, ou seja, onde as tensões principais de tração não ultrapassaram a resistência à tração do concreto, as tensões cisalhantes são resistidas pelo concreto. Segundo Fusco (2008), para vigas bi-apoiadas com duas cargas concentradas, até se atingir cerca de 90% da carga última, a viga apresenta esse comportamento e as fissuras de flexão não são influenciadas pela força cortante. Porém, com o aparecimento da primeira fissura de cisalhamento (fissura inclinada), também chamada de fissura crítica, ocorre a ruptura imediata da peça, caso a mesma não disponha de armadura transversal.

2.2.3 Mecanismos resistentes

Uma viga de concreto armado passa a funcionar como treliça após o início das fissuras de flexão, provocadas pelos momentos fletores. A partir desse momento, e com o aumento do carregamento, ocorre a transferência de forças cortantes através de diversos mecanismos que contribuem para a resistência da peça aos esforços cisalhantes, conforme mencionado em Bastos (2015).

- **Ação de arco (V_a)**

Ocorre uma inclinação do banzo comprimido em direção aos apoios, formando um arco (Figura 27). Com isso, a tração na alma da viga diminui pela absorção de parte da força cortante por parte da biela inclinada que se forma.

- **Concreto comprimido e não fissurado (V_{cz})**

A região não fissurada do concreto proporciona uma certa resistência à força cortante. Em vigas retangulares, onde essa região é reduzida, a contribuição é pequena. Porém, em vigas de seção T ou I, ocorre uma maior contribuição do banzo comprimido.

- **Transferência entre as fissuras inclinadas (V_e)**

Devido a rugosidade entre as fissuras e ao engrenamento dos agregados graúdos, a interface entre as fissuras proporciona uma boa resistência aos esforços cisalhantes. Algumas pesquisas indicam até 50% da força cortante total sendo resistida por esse mecanismo.

- **Ação de pino da armadura longitudinal (V_r)**

Esse mecanismo de resistência ocorre em vários tipos de aplicações práticas de estruturas de concreto armado. É um mecanismo mais eficiente em elementos com grande quantidade de armaduras transversais, onde a armadura longitudinal está presa pela armadura transversal.

- **Tensões residuais de tração**

As fissuras quando são formadas, pelo esgotamento da resistência à tração do concreto, possuem pequenas aberturas, de maneira que não ocorre a separação completa entre as duas superfícies. Assim, ainda ocorre transferência de forças de tração entre essas fissuras. Porém, essa transferência só vai ser significativa se as fissuras estiverem entre 0,05 e 0,15 mm. Para aberturas maiores, praticamente não existe transferência de forças de tração.

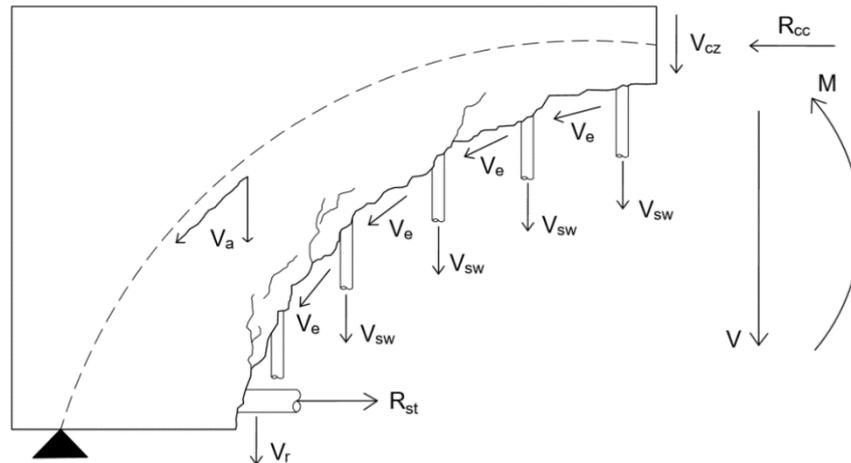
- **Armaduras longitudinais e transversais**

A tensão no estribo é igual à do concreto que o envolve até a formação das fissuras inclinadas de cisalhamento. Como a tensão de tração que causa fissuras no concreto é pequena, até a formação das fissuras inclinadas, as tensões nos estribos também são pequenas. Dessa forma, o estribo só começa a atuar quando surgem essas fissuras inclinadas. Ele vai funcionar como ponte de transferência de tensão entre as fissuras, impedindo que essas aumentem de tamanho.

Como mostrado na Figura 27, V_{sw} é a força de tração na armadura transversal, R_{st} é a resultante dos esforços de tração na armadura longitudinal e R_{cc} é a resultante dos esforços de

compressão no concreto. Além desses, V e M são o esforço cortante e o momento fletor que atuam na seção transversal, respectivamente.

Figura 27 - Mecanismos resistentes da treliça.



Fonte: Adaptado de Barros (2009).

No caso das peças sem armaduras transversais, não se tem o modelo de treliça, mas o de viga. Assim, dois modelos de mecanismos resistentes são admitidos: no primeiro é admitido a cooperação máxima do concreto entre as fissuras e no segundo essa cooperação é mínima. No primeiro modelo, admite-se que os mecanismos resistentes aos esforços de cisalhamento são V_{cz} , V_e , V_r e R_{st} . Já no segundo modelo, admite-se que todo o esforço de cisalhamento é transmitido pelo banzo comprimido da peça (V_{cz}), e que os trechos entre fissuras tenham o comportamento de consolos engastados no banzo comprimido, permitindo uma variação da força de tração na armadura de flexão ao longo desses trechos (FUSCO, 2008).

3 METODOLOGIA

Nesta seção serão apresentados os procedimentos que foram realizados para o desenvolvimento dessa pesquisa. Esse trabalho foi dividido em duas etapas: Na primeira, foi montada uma base de dados com experimentos de vigas de CRFA, realizados por vários autores, que possui dados das vigas ensaiadas e da resistência ao cisalhamento das mesmas. Depois, foram aplicados modelos teóricos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras de aço para essa base de dados. Os resultados da aplicação desses modelos foram comparados com os dados experimentais, da base de dados, para saber qual modelo melhor se aproxima dos resultados dos ensaios. Na segunda etapa, foram realizados estudos paramétricos, com a aplicação de métodos estatísticos, para saber qual variável do problema mais influencia na resistência ao esforço cortante de vigas de CRFA. Por fim, foram desenvolvidos ábacos e tabelas para o dimensionamento ao cisalhamento de vigas de CRFA. Nos itens que seguem serão explicadas cada etapa desenvolvida para esse trabalho.

3.1 ETAPA 1

3.1.1 Base de dados

Os modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA foram inseridos em uma base de dados experimental. As informações utilizadas nesse trabalho foram retiradas de um banco de dados com 488 ensaios em vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, realizados por vários pesquisadores, em vigas com diferentes formatos de seção transversal. Esses ensaios mediram a resistência ao cisalhamento das vigas de concreto, armadas longitudinalmente e sem armaduras transversais. Adotou-se, principalmente, os dados de domínio público elaborados por Lantsoght (2019b). Maiores informações sobre esse banco de dados são encontradas em Lantsoght (2019a) e Lantsoght (2019b).

Desse banco de dados foram selecionadas as vigas de seção transversal retangular e cujo concreto apresenta resistência à compressão de no máximo 50 MPa. A escolha da seção transversal retangular foi feita por ser a mais comumente utilizada em projetos de vigas. O limite da resistência à compressão do concreto foi adotado para se enquadrar ao Grupo 1 de resistência da NBR 6118 (ABNT, 2014). As referências escolhidas do banco de dados de Lantsoght (2019b) são as seguintes: Singh e Jain (2014), Sahoo e Sharma (2014), Shoaib, Lubell e Bindiganavile (2015), Arslan *et al.* (2017), Parra-Montesinos *et al.* (2006), Rosenbusch

e Teutsch (2003), Cucchiara *et al.* (2004), Lim e Oh (1999), Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010), Minelli e Plizzari (2013), Lim *et al.* (1987), Mansur *et al.* (1986), Zarrinpour e Chao (2017), Narayanan e Darwish (1988), Adebar *et al.* (1997), Greenough e Nehdi (2008), Kang *et al.* (2012), Dupont e Vandewalle (2003), Batson *et al.* (1972a), Zhao *et al.* (2018), Jindal (1984), Kwak, Suh e Hsu (1991), Hwang *et al.* (2013), Gali e Subramaniam (2017), Shoaib, Lubell e Bindiganavile (2014), Shoaib (2012) e Abdul-Zaher *et al.* (2016). Também foram incluídos os ensaios de Vitor (2017), totalizando 240 vigas de CRFA. O Apêndice A apresenta uma tabela com a base de dados utilizada nesta pesquisa.

Na Tabela 3 mostram-se os intervalos de valores de cada parâmetro da base de dados e na Figura 28 apresenta-se a distribuição dos parâmetros mais importantes.

Tabela 3 - Intervalos de valores de cada parâmetro da base de dados.

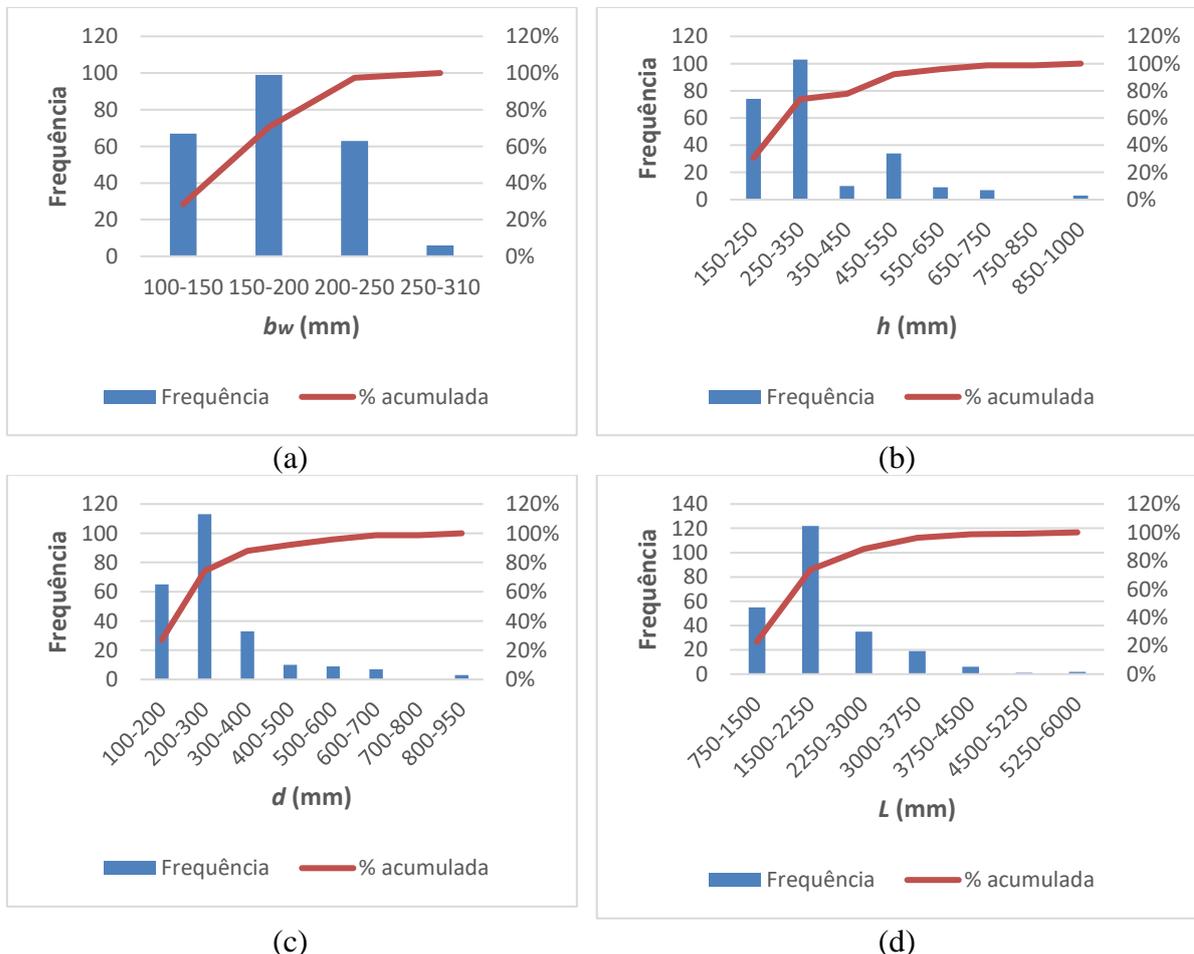
Parâmetro	Mínimo	Máximo
b_w (mm)	100	310
h (mm)	152	1000
d (mm)	127	923
L (mm)	762	5538
a/d	0,58	5
ρ (%)	0,99	4,10
d_a (mm)	2	22
f_c (MPa)	9,77	49,9
V_f (%)	0,20	3,00
l_f (mm)	7,05	60
d_f (mm)	0,15	1,11
l_f/d_f	25	101,6
f_f (MPa)	700	4913

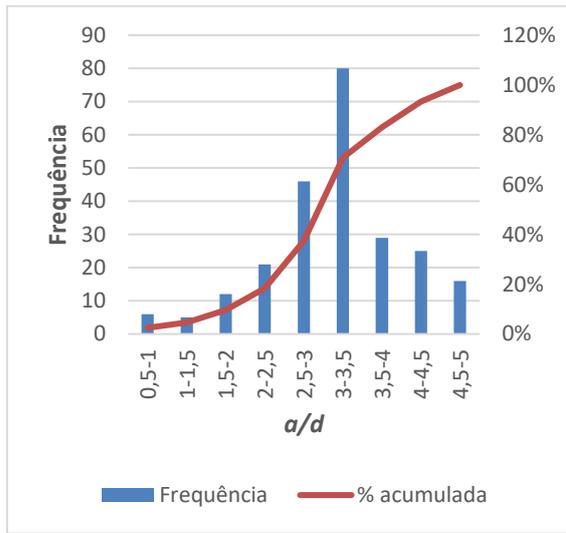
Fonte: Autor (2021).

Observando a Tabela 3, percebe-se que os valores dos parâmetros se adequam aos valores adotados na prática. Na Figura 28, mostra-se a distribuição de cada parâmetro, por exemplo, os parâmetros geométricos de b_w , h , d e L têm seus valores concentrados entre 100 e 200 mm, até 350 mm, entre 100 e 300 mm e até 2250 mm, respectivamente (Figura 28a, b, c e d). A relação entre a distância de aplicação da carga ao apoio (vão de cisalhamento) e a altura útil da viga (a/d) tem seu valor concentrado em torno de 3,5 (Figura 28e). Normalmente, este valor é bastante utilizado, pois valores menores incrementam a resistência ao cisalhamento provocado pelo efeito arco (FUSCO, 2008). A taxa de armadura longitudinal de tração está relativamente

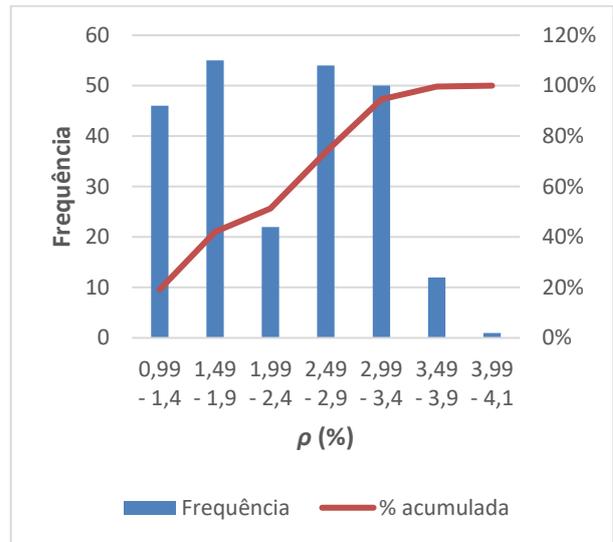
bem distribuída (Figura 28f), observando-se valores altos, o que é comum para esse tipo de ensaio, pois busca-se a ruína da viga por cisalhamento e não por flexão. Na Figura 28h, mostra-se que a resistência à compressão do concreto está distribuída entre 20 e 50 MPa, e tem sua maior concentração entre 30 e 35 MPa. Apesar de terem sido considerados ensaios com um volume de fibra de até 3%, a maioria dos ensaios não utilizou mais do que 1,5% (Figura 28i), pois acima disso, existe uma maior dificuldade em moldar e trabalhar com o concreto, uma vez que uma das características da mistura com fibra é a dificuldade trazida na trabalhabilidade. A maioria das fibras de aço utilizadas nos ensaios apresentam uma razão de aspecto entre 50 e 75, conforme apresenta-se na Figura 28j. Os tipos de fibras mais empregados na base de dados são com gancho nas extremidades (67%) e ondulada (18,75%).

Figura 28 - Distribuição de cada parâmetro da base de dados: (a) largura da viga, (b) altura da viga, (c) altura efetiva da viga, (d) comprimento da viga, (e) relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva da viga, (f) taxa de armadura longitudinal tracionada, (g) diâmetro máximo do agregado, (h) resistência à compressão do concreto, (i) volume de fibra de aço e (j) fator de forma da fibra.

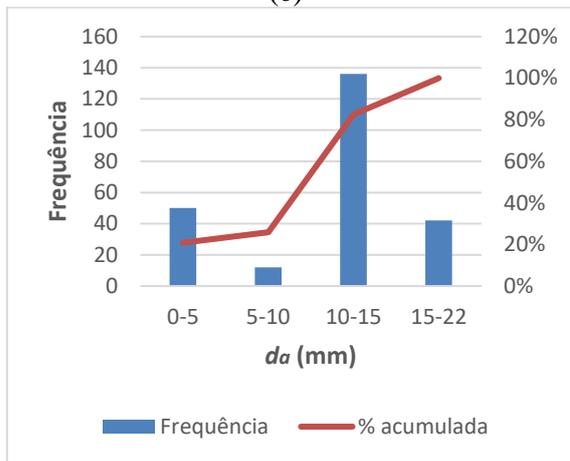




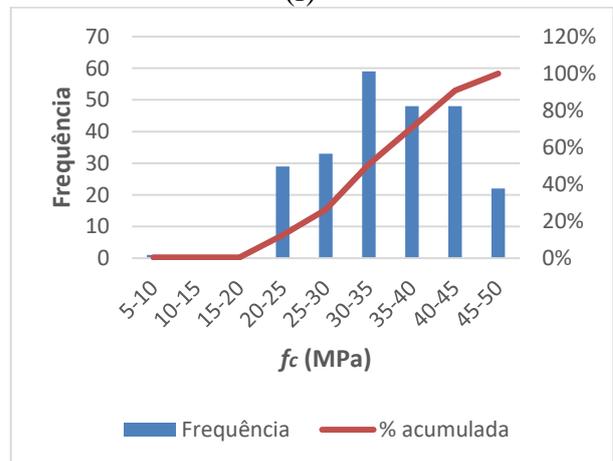
(e)



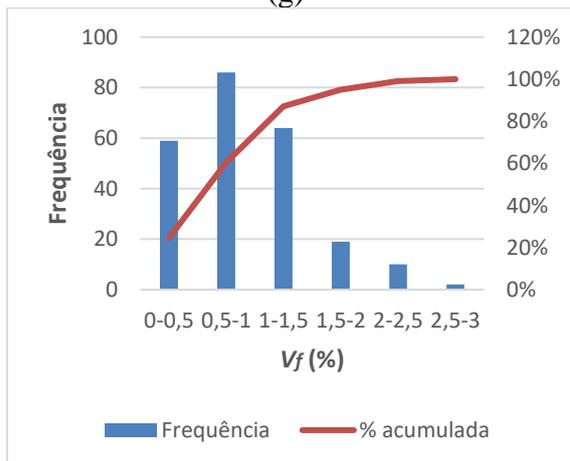
(f)



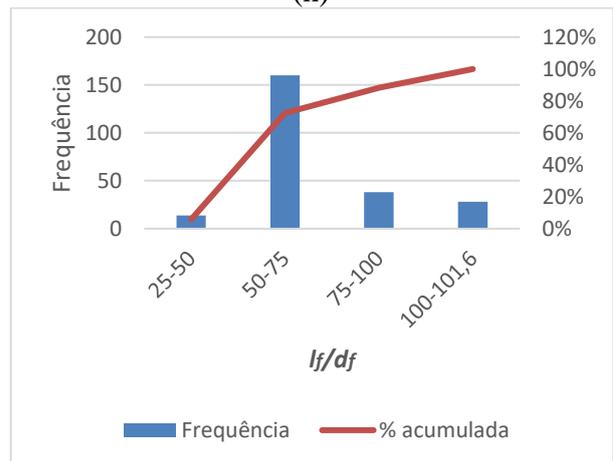
(g)



(h)



(i)



(j)

Fonte: Autor (2021).

No item 4 será apresentado e discutido, utilizando gráficos, a influência dos principais parâmetros na resistência ao cisalhamento das vigas de CRFA, da base de dados montada para esse trabalho.

3.1.2 Modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA

Ao longo dos últimos 60 anos, vários modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA foram propostos. A grande maioria deles são modelos empíricos, normalmente, desenvolvidos a partir de um conjunto de dados experimentais, de maneira que esses modelos têm uma boa aplicabilidade para os dados que foram tomados como base.

No Quadro 4, mostram-se os modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras de aço que foram selecionados para o presente trabalho, sendo oito modelos propostos por diversos autores (Singh e Jain (2014), Sahoo e Sharma (2014), Dinh *et al.* (2011), Kwak *et al.* (2002), Sharma (1986), Sarveghadi *et al.* (2015), Imam *et al.* (1997) e Arslan (2014) - modelos 1 a 8), três normas internacionais (DAfStB (2012), fib (2012) e RILEM (2003) - modelos 9 a 11) e foram desenvolvidos dois modelos com base em regressão linear (modelos 12 e 13). Esses modelos, com exceção dos modelos 12 e 13, foram discutidos nos itens 2.1.5.2 e 2.1.5.3.

No modelo proposto por Singh e Jain (2014), o valor de D_f foi considerado igual a 1 para fibras com gancho nas extremidades e a 0,75 para as demais, uma vez que o modelo não faz distinção entre outros formatos de fibras. Da mesma forma, o valor de τ foi considerado igual a $0,85 \times \sqrt{f_c}$ para fibras com gancho nas extremidades e a $0,75 \times \sqrt{f_c}$ para os demais tipos de fibras. O valor de c foi obtido de acordo com o estabelecido no modelo de Dinh *et al.* (2011).

No modelo de previsão de Kwak *et al.* (2002), o valor de f_{cuf} foi adotado como $\frac{f_c}{0,85}$, conforme orientado por Lantsoght (2019a). O valor de β foi tomado igual ao fator que leva em consideração o tipo de fibra de aço utilizado (ρ_f), em todos os modelos que levam em consideração o valor de F . O fator ρ_f tem os valores 1, 0,75 e 0,5 para fibras com gancho nas extremidades, onduladas e outros tipos de fibras, respectivamente.

Quadro 4 - Modelos para a previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA.

Modelo 1 - Singh e Jain (2014)
$V_u = V_{CC} + V_{FRC}$ $V_{CC} = 0,13 A_s f_y$ $V_{FRC} = 0,5 \tau D_f l_f/d_f b_w (d - c) \cot \alpha$ $\tau = \begin{cases} 0,85 \sqrt{f_c} \rightarrow \text{Para fibras com gancho nas extremidades} \\ 0,75 \sqrt{f_c} \rightarrow \text{Para fibras corrugadas} \end{cases}$
Modelo 2 - Sahoo e Sharma (2014)
$V_u = (0,251 + 0,173V_f + 0,069V_f^2) \sqrt{f_c} b_w d$ <p style="text-align: center;">(Para $d < 300$ mm)</p> $V_u = (0,202 + 0,377V_f - 0,113V_f^2) \sqrt{f_c} b_w d$ <p style="text-align: center;">(Para $d \geq 300$ mm)</p>
Modelo 3 - Dinh et al. (2011)
$V_u = V_{CC} + V_{FRC}$ $V_{CC} = 0,13 A_s f_y$ $V_{FRC} = (\sigma_t)_{avg} b_w (d - c) \cot \alpha$ $c = \frac{A_s f_y}{k_1 k_3 f_c b_w}$ $k_1 k_3 = 0,85 \beta_1$ $\beta_1 = \begin{cases} 0,85 \rightarrow \text{Se } f_c \leq 27,6 \text{ MPa} \\ 0,65 \rightarrow \text{Se } f_c \geq 55,1 \text{ MPa} \\ \text{Interpolar} \rightarrow \text{Se } 27,6 \text{ MPa} < f_c < 55,1 \text{ MPa} \end{cases}$
Modelo 4 - Kwak et al. (2002)
$V_u = \left[3,7 e f_{spfc}^{2/3} \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} + 0,8 v_b \right] b_w d$ $f_{spfc} = \frac{f_{cuf}}{(20 - \sqrt{F})} + 0,7 + \sqrt{F}$ $e = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{Para } \frac{a}{d} > 3,4 \\ 3,4 \times \frac{d}{a} \rightarrow \text{Para } \frac{a}{d} \leq 3,4 \end{cases}$ $v_b = 0,41 \tau F$ $F = \left(\frac{l_f}{d_f} \right) V_f \beta$
Modelo 5 - Sharma (1986)
$V_u = \left[\frac{2}{3} f_{ct} \left(\frac{d}{a} \right)^{0,25} \right] b_w d$

Modelo 6 - Sarveghadi et al. (2015)
$V_u = \left[\rho + \frac{\rho}{v_b} + \frac{1}{\frac{a}{d}} \left(\frac{\rho f_t (\rho + 2) \left(f_t \frac{a}{d} - \frac{3}{v_b} \right)}{\frac{a}{d}} + f_t \right) + v_b \right] b_w d$ $f_t = 0,79 \sqrt{f_c}$
Modelo 7 - Imam et al. (1997)
$V_u = \left[0,6 \psi \sqrt[3]{\omega} \left((f_c)^{0,44} + 275 \times \sqrt{\frac{\omega}{\left(\frac{a}{d}\right)^5}} \right) \right] b_w d$ $\psi = \frac{1 + \sqrt{\frac{5,08}{d_a}}}{\sqrt{1 + \frac{d}{25d_a}}}$ $\omega = \rho (1 + 4F)$
Modelo 8 - Arslan (2014)
$V_u = \left[\left(0,2 (f_c)^{2/3} \frac{c}{d} + \sqrt{\rho (1 + 4F) f_c} \right)^3 \sqrt{\frac{3}{\frac{a}{d}}} \right] b_w d$ $\left(\frac{c}{d} \right)^2 + \left(\frac{600 \rho}{f_c} \right) \left(\frac{c}{d} \right) - \frac{600 \rho}{f_c} = 0$
Modelo 9 - DafStB (2012)
$V_{Rd,ct}^f = V_{Rd,ct} + V_{Rd,cf}$ $V_{Rd,ct} = \frac{C_{Rd,c}}{\gamma_c} k (100 \rho f_{ck})^{1/3} b_w d$ $V_{Rd,cf} = \frac{\alpha_c^f f_{ctR,u}^f b_w h}{\gamma_{ct}^f}$ $f_{ctR,u}^f = k_F^f k_G^f 0,37 f_{cfIk,L2}^f$ $k_G^f = 1,0 + 0,5 A_{ct}^f \leq 1,7$ $A_{ct}^f = b_w \text{ m\u00edn. } (d; 1,5m)$ $k = 1 + \sqrt{\frac{200mm}{d}}$
Modelo 10 - Fib Model Code 2010 (2012)
$V_{Rd,f} = \frac{C_{Rd,c}}{\gamma_c} k \left(100 \rho \left(1 + 7,5 \frac{f_{Ftuk}}{f_{ctk}} \right) f_{ck} \right)^{1/3} b_w d$ $f_{Ftuk} = 0,06 f_{R1} + 0,3 f_{R3}$ $f_{ctk} = 0,3 (f_{ck})^{2/3}, \text{ para } f_{ck} \leq 50MPa$

Modelo 11 - RILEM (2003)
$V_{Rd} = V_{cd} + V_{fd}$ $V_{cd} = 0,12 k(100 \rho f_{ck})^{1/3} b_w d$ $V_{fd} = 0,7 k_f k \tau_{fd} b_w h$ $k_f = 1,0 + n \left(\frac{h_f}{b_w} \right) \left(\frac{h_f}{d} \right) \leq 1,5$ $n = \frac{b_f - b_w}{h_f} \leq 3 \text{ e } n \leq \frac{3b_w}{h_f}$ $\tau_{fd} = 0,12 f_{Rk,4}$
Modelo 12 - Regressão linear
$V_u = \left(1,001 + 14,551 \rho - 0,208 \frac{a}{d} - 0,233 \rho_f - 0,051 V_f - 0,093 d_f \right. \\ \left. + 0,219 \times F \right) \sqrt{f_c} b_w d$
Modelo 13 - Regressão linear ponderada
$V_u = 474,41 + 2157,81 \rho - 83,49 \frac{a}{d} + 1,61 f_c + 2,073 l_f - 70,72 V_f - 32,46 d_f \\ - 1,94 \frac{l_f}{d_f} - 0,162 f_f + 106,07 F$ <p style="text-align: center;">(Para fibra com gancho e $a/d < 3,0$)</p> $V_u = -245,20 - 59,79 \frac{a}{d} + 3,90 f_c + 33,17 V_f + 0,218 f_f$ <p style="text-align: center;">(Para fibra ondulada e $a/d < 3,0$)</p> $V_u = 59,97 - 3769,81 \rho - 6,36 \frac{a}{d} + 8,99 f_c + 1,44 l_f - 6,89 V_f - 162,24 d_f \\ - 1,48 \frac{l_f}{d_f} - 0,024 f_f + 147,81 F$ <p style="text-align: center;">(Para outros tipos de fibra e $a/d < 3,0$)</p> $V_u = 907,90 - 6032,88 \rho - 154,46 \frac{a}{d} + 4,26 f_c + 2,13 \times l_f - 91,87 V_f - 199,69 d_f \\ - 1,43 \frac{l_f}{d_f} - 0,074 f_f + 143,22 F$ <p style="text-align: center;">(Para fibra com gancho e $a/d \geq 3,0$)</p> $V_u = 694,72 - 7,79 \frac{a}{d} + 1,54 f_c + 2,07 l_f - 12,97 V_f - 1,13 \frac{l_f}{d_f} - 0,605 f_f$ <p style="text-align: center;">(Para fibra ondulada e $a/d \geq 3,0$)</p>

$$V_u = -2344,49 + 37569,49 \rho - 3,96 \frac{a}{d} - 3,82 f_c - 83,88 l_f - 92,22 V_f + 5043,99 d_f + 20,78 \frac{l_f}{d_f} + 0,081 f_f + 432,59 F$$

(Para outros tipos de fibra e $a/d \geq 3,0$)

Fonte: Autor (2021).

No modelo de Imam *et al.* (1997), considerou-se o diâmetro máximo do agregado graúdo (d_a), como igual à média ponderada entre os agregados graúdos utilizados para os ensaios das vigas realizados por Vitor (2017). Como Vitor (2017) usou 25% de agregado graúdo com diâmetro máximo de 12,5 mm e 75% com diâmetro máximo de 19 mm, fez-se essa média ponderada, obtendo o valor de d_a igual a 17,375 mm.

Além dos modelos previstos na literatura, adotou-se os modelos de três normas internacionais: a norma alemã DAfStB (2012), o Fib Model Code 2010 (2012) e o código modelo da RILEM (2003). Conforme tratado no item 2.1.5.3, as normas preveem a realização de ensaios de prismas para a determinação da parcela das fibras de aço, na obtenção da resistência ao cisalhamento. Sendo assim, para se conseguir aplicar tais formulações, uma vez que esses dados não estão disponíveis na base de dados utilizada nesse trabalho, foram adotadas algumas considerações, conforme orientado por Lantsoght (2019a). A limitação no valor da taxa de armadura longitudinal de tração em 2% ($\rho \leq 2\%$), prevista nas formulações das normas internacionais, foi removida para poderem ser aplicadas a base de dados, que apresentam também vigas super armadas longitudinalmente.

As orientações de Lantsoght (2019a), para aplicações dos códigos internacionais são as seguintes:

- Para a norma alemã DAfStB (2012):
 - Os valores de γ_c e γ_{ct}^f foram adotados iguais a 1, pois, para se fazer uma comparação entre os modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, os coeficientes de segurança não devem influenciar;
 - O valor de $f_{cfIk,L2}^f$ foi adotado igual ao valor de f_{spfc} , segundo a expressão proposta por Thomas e Ramaswamy (2007) (Equação 60).

$$f_{spfc} = 0,63 \sqrt{f_{cuf}} + 0,288 F \sqrt{f_{cuf}} + 0,052 F \quad (60)$$

Sendo f_{cu_f} igual a $\frac{f_c}{0,85}$, conforme adotado no modelo de Kwak *et al.* (2002).

- Para o modelo da RILEM (2003):
 - O valor de $f_{Rk,4}$ foi adotado igual a f_{spfc} , calculado conforme expressão de Thomas e Ramaswamy (2007) (Equação 60).
- Para o Fib Model Code 2010 (2012):
 - O valor de f_{Ftuk} foi adotado igual a $f_{ctR,u}^f$, calculado de acordo com a norma alemã DAfStB (2012) (Equação 34).

O modelo de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA da NBR 16935 (ABNT, 2021) não foi utilizado nesse trabalho, pois, o modelo da norma nacional é idêntico ao Fib Model Code 2010 (2012), em relação a resistência ao esforço cortante.

O primeiro modelo de *regressão linear* desenvolvido nesta pesquisa (modelo 12 do Quadro 4) foi gerado a partir da base de dados, levando em consideração todos os parâmetros mostrados na tabela do Apêndice A (largura da seção transversal da viga - b , altura da seção transversal da viga - h , altura útil da seção transversal da viga - d , vão de ensaio da viga - L , vão de cisalhamento - a , taxa de armadura longitudinal - ρ , relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da seção transversal da viga - a/d , diâmetro máximo do agregado graúdo - da , resistência à compressão do concreto - f_c , formato das fibras - ρ_f , comprimento da fibra - l_f , volume de fibras - V_f , diâmetro da fibra - d_f , fator de forma - l_f/d_f , resistência ao escoamento da fibra - f_f , e o fator da fibra - F) e considerando a tensão de cisalhamento normalizada $\frac{v_u}{\sqrt{f_c}}$ (última coluna da tabela do Apêndice A) ao invés do esforço cortante último V_u (antepenúltima coluna da tabela do Apêndice A) como variável dependente (sendo $v_u = \frac{V_u}{b_w d}$). Após um estudo preliminar, constatou-se que alguns parâmetros (b , h , d , L , a , da , f_c , l_f , l_f/d_f e f_f), tinham pouca influência no valor da tensão de cisalhamento normalizada. Daí, procedeu-se a retirada de tais parâmetros e a *regressão linear* foi refeita. Assim, chegou-se à equação apresentada no Quadro 6. A tensão de cisalhamento normalizada $\frac{v_u}{\sqrt{f_c}}$ é um fator bastante utilizado por pesquisadores, pois permite a comparação da resistência ao cisalhamento em ensaios de vigas de CRFA sem precisar levar em consideração a resistência à compressão do concreto ao qual as vigas foram

moldadas. Segundo Lantsoght (2019a), a tensão de cisalhamento normalizada pela raiz quadrada da resistência à compressão do concreto ($\frac{v_u}{\sqrt{f_c}}$) é mais adequada, para efeito de comparação, do que a tensão de cisalhamento normalizada pela raiz cúbica da resistência à compressão do concreto ($\frac{v_u}{\sqrt[3]{f_c}}$), como preferem alguns pesquisadores.

Para o desenvolvimento das equações relativas à chamada *Regressão linear ponderada* (modelo 13) dividiu-se a base de dados em seis grupos. Esses grupos variaram de acordo com o tipo de fibra de aço utilizado e a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da seção transversal da viga a/d . Metodologia semelhante foi adotada por Slater *et al.* (2011) e Islam e Alam (2013). Segundo esses autores, essa divisão é interessante pois, normalmente, a faixa de valores de resistência nos resultados de ensaios experimentais é muito grande, o que provoca muita disparidade na comparação com modelos de previsão. Na Tabela 4, mostram-se as características dos grupos adotados para a aplicação do modelo de *Regressão linear ponderada*. Pode-se observar que a maioria dos dados estão nos grupos de fibras de aço com gancho nas extremidades (G1 e G4), pois esse tipo de fibra é a mais utilizada em trabalhos experimentais e para fins práticos.

Tabela 4 - Características dos grupos em função do tipo de fibra de aço utilizado e a relação a/d .

Grupos	a/d	Tipos de fibras	Quantidade de vigas
G1	< 3,0	com gancho	68 (28,33%)
G2		ondulada	10 (4,17%)
G3		outros tipos	12 (5,0%)
G4	≥ 3,0	com gancho	93 (38,75%)
G5		ondulada	31 (12,92%)
G6		outros tipos	26 (10,83%)

Fonte: Autor (2021).

Após a classificação dos dados em grupos, uma regressão linear foi aplicada para cada grupo e as equações obtidas estão apresentadas no Quadro 4. Percebe-se que algumas equações não apresentam todos os parâmetros, devido a que vários deles apresentaram baixa ou nenhuma influência no resultado da resistência ao cisalhamento das vigas de CRFA. A retirada de alguns parâmetros com pouca influência também foi realizada no modelo 12, conforme tratado anteriormente.

3.1.3 Comparação entre os modelos de previsão

Todos os modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçadas com fibras de aço, apresentados no Quadro 6, foram aplicados à base de dados e as previsões foram comparadas com os resultados experimentais. Essa aplicação foi realizada de duas maneiras: a todo o conjunto da base de dados e, separadamente, aos grupos de vigas apresentados na Tabela 4.

Para a comparação entre os modelos de previsão, empregou-se alguns testes estatísticos. Inicialmente, calculou-se a relação entre a resistência ao cisalhamento experimental e a resistência obtida nos modelos de previsão $\left(\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}\right)$, com seus valores médios, máximos e mínimos. Depois aplicaram-se os testes de desvio padrão (*D.P.*) e coeficiente de variação (*C.V.*) para a relação $\left(\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}\right)$. Considerou-se, também, o *erro médio absoluto* ($E_{médio}$), o coeficiente de correlação (*R*) e o coeficiente de determinação (R^2) entre os valores de V_{u-teo} e V_{u-exp} . Por fim, calculou-se os valores máximos e mínimos da resistência ao cisalhamento com cada modelo (V_{u-teo}). Os dados da aplicação dos modelos foram plotados em gráficos de nuvem de pontos que relacionam a resistência experimental ao cisalhamento das vigas de CRFA, com a obtida através dos modelos. Em seguida, foi aplicado o teste de hipótese LSD de Fisher e desenvolvido um gráfico *box-plot* para, numericamente e visualmente, se verificar a semelhança entre os dados teóricos de cada modelo em relação aos dados experimentais.

O teste de hipótese LSD de Fisher é conhecido como o teste da menor diferença significativa (*Least Significant Difference*). Ele faz uma comparação entre as médias de cada conjunto de dados, através da variância. Nesse teste, consegue-se fazer essa comparação de forma simultânea para todos os pares de dados, ou seja, ele compara os dados experimentais com todos os dados teóricos, dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, de forma simultânea. De forma resumida, o teste LSD de Fisher compara a grandeza LSD com o módulo da diferença observada entre um par de médias amostrais. Assim, se $|\underline{Y}_i - \underline{Y}_j| > LSD$ conclui-se que as médias das amostras analisadas são diferentes, do contrário, as médias são consideradas semelhantes. Ou ainda, se o módulo da diferença entre as médias amostrais dos dois conjuntos de dados for menor que a grandeza LSD, esses conjuntos de dados são considerados semelhantes, se não, considera-se conjuntos diferentes (PINHEIRO *et al.*, 2012). A grandeza LSD é dada pela Equação 61.

$$LSD = t_{1-\frac{\alpha}{2}; N-m} \sqrt{MS_{dentro} \left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (61)$$

Sendo:

LSD → Grandeza que representa a menor diferença significativa (*Least Significant Difference*) no teste de Fisher;

$t_{1-\frac{\alpha}{2}; N-m}$ → Teste t para o nível de significância α e $N - m$ graus de liberdade dentro dos grupos de dados, calculado segundo a aplicação de um teste ANOVA (Análise de Variância);

MS_{dentro} → Média dos quadrados de dentro dos grupos de dados, calculado segundo a aplicação de um teste ANOVA;

n_i → Número de elementos dentro do conjunto de dados i ;

n_j → Número de elementos dentro do conjunto de dados j ;

\bar{Y}_i → Média do conjunto de dados i ;

\bar{Y}_j → Média do conjunto de dados j .

Após a aplicação dos testes e métodos estatísticos, para se fazer a comparação entre os modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, escolheu-se o modelo que mais se aproximou dos dados experimentais. Esse foi usado para o desenvolvimento de toda a Etapa 2.

3.2 ETAPA 2

3.2.1 Força cortante limite mínima segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

Para analisar a possibilidade da substituição da armadura transversal mínima por fibras de aço em vigas de concreto armado, inicialmente precisa-se definir qual é a força cortante limite mínima. Com base nas expressões da NBR 6118 (ABNT, 2014), que definem o dimensionamento ao esforço cortante em vigas de concreto armado, seguindo o Modelo de Cálculo I, Bastos (2015) apresentou equações um pouco mais simples com o objetivo de automatizar o dimensionamento das armaduras transversais para as vigas de concreto armado. A seguir será apresentada a demonstração da equação de Bastos (2015) (Equação 67) para a força cortante resistente de cálculo limite mínima:

Considerando a seguinte igualdade:

$$\frac{V_{sw,mín}}{s} = \frac{V_{sw}}{s} \quad (62)$$

E adotando os termos de cada lado da igualdade da equação acima, conforme Equações 63 e 64 abaixo, considerando estribos verticais:

$$\frac{V_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9 d f_{ywd}} \quad (63)$$

$$\frac{V_{sw,mín}}{s} = \rho_{sw,mín} b_w \quad (64)$$

Aplicando as Equações 63 e 64 na Equação 62, e considerando $V_{sw} = V_{sw,mín}$, tem-se:

$$V_{sw,mín} = \rho_{sw,mín} b_w 0,9 d f_{ywd} \quad (64)$$

Sendo a taxa de armadura mínima dada pela Equação 49 e replicada abaixo, e considerando $f_{ywd} = \frac{f_{ywk}}{1,15}$, obtém-se a equação 65:

$$\rho_{sw,mín} \geq 0,2 \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} = 0,2 \frac{0,3 \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{f_{ywk}}$$

$$V_{sw,mín} = 0,0047 b_w d \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (65)$$

Fazendo $V_c = V_{c0}$ na Equação 51, tem-se:

$$V_{sd,mín} = V_{c0} + V_{sw,mín} \quad (66)$$

Substituindo as Equações de V_{c0} e $V_{sd,min}$, Equações 56 e 65, respectivamente, na Equação 66, tem-se:

$$V_{sd,min} = b_w d \sqrt[3]{f_{ck}^2 \left(\frac{0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,3}{1,4 \cdot 10} + 0,0047 \right)} \quad (66)$$

Ou ainda, operando as constantes, tem-se a força cortante resistente de cálculo limite mínima, conforme Equação 67.

$$V_{sd,min} = 0,0137 b_w d \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (67)$$

A força cortante solicitante de cálculo (V_{sd}) deve se comparada com a força cortante resistente de cálculo limite mínima ($V_{sd,min}$), de maneira que:

- Se $V_{sd} \leq V_{sd,min}$ → utiliza-se a armadura transversal mínima;
- Se $V_{sd} > V_{sd,min}$ → calcula-se a armadura transversal para V_{sd} .

Assim, analisando a Equação 67, percebe-se que os únicos fatores que influenciam na definição de uma viga necessitar apenas de armadura transversal mínima é sua seção transversal útil (b_w e d) e a resistência à compressão do concreto (f_{ck}). A partir dessa expressão, se pôde definir o limite da força cortante para cada viga em estudo e saber qual o esforço cortante resistente mínimo que as vigas de CRFA precisam atingir.

Para a realização do estudo apresentado no item seguinte (3.2.2) e desenvolvimento da etapa apresentada no item 3.1.3, a Equação 67 foi comparada com a formulação de Kwak *et al.* (2002) (Equações de 17 a 21). Porém, como a expressão de Kwak *et al.* (2002) foi desenvolvida para se obter a força cortante última em vigas de concreto sem estribo, com fibras de aço e armadas longitudinalmente, adotou-se o fator de segurança $\gamma_{cf} = 1,40$, para se obter a formulação de Kwak *et al.* (2002) para o caso de projeto. A Equação 68 mostra essa formulação.

$$V_d = \frac{1}{\gamma_{cf}} \left[3,7 e f_{spfc}^{2/3} \left(\rho \frac{d}{a} \right)^{1/3} + 0,8 v_b \right] b_w d \quad (68)$$

3.2.2 Estudo paramétrico

Com o modelo escolhido na Etapa 1, e na busca de analisar quais parâmetros são importantes na definição da quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de concreto armado, foi realizado um estudo com 10 vigas de seções transversais retangulares distintas (Tabela 5), variando a taxa de armadura longitudinal de tração (ρ), e mantendo fixa a resistência à compressão do concreto (f_c) e a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da viga (a/d). Nesse estudo, também foram fixados os parâmetros relativos ao tipo de fibra ($\rho_f = 1$ e $\frac{l_f}{d_f} = 30$), ou seja, considerou-se que a fibra de aço é do tipo com gancho nas extremidades e que a relação entre o seu comprimento e diâmetro é de 30.

Em seguida, considerou-se uma viga com seção transversal retangular constante, além do f_c , ρ_f e $\frac{l_f}{d_f}$ constantes, para se entender a influência do parâmetro a/d na resistência ao cisalhamento das vigas e do volume de fibras de aço necessárias para substituir a armadura transversal mínima. Depois foi feita uma avaliação da resistência à compressão do concreto (f_c), do volume de fibras (V_f) e da taxa de armadura longitudinal tracionada (ρ) no comportamento da resistência ao cisalhamento de cálculo (V_d) em comparação com a força cortante resistente de cálculo limite mínima ($V_{Sd,min}$), em vigas de CRFA. Essa análise considerou uma viga com a relação a/d igual a 8 e utilizou gráficos para melhor visualização e comparação dos resultados.

Tabela 5 - Seções transversais das 10 vigas estudadas.

Vigas	b_w (cm)	h (cm)
V1	12	25
V2	12	30
V3	12	35
V4	15	30
V5	15	35
V6	15	40
V7	20	40
V8	20	45
V9	20	50
V10	20	60

Fonte: Autor (2021).

Por fim, nesse estudo paramétrico, realizou-se uma simulação com um total de 9072 vigas distintas e foi analisado o crescimento na força cortante última, provocado pela alteração dos parâmetros, de maneira a entender qual parâmetro (f_c , a/d , ρ , ρ_f , L_f/d_f e V_f) mais influencia o comportamento da resistência ao cisalhamento último em vigas de CRFA (V_u). A Tabela 6 mostra a variação dos parâmetros adotados nesta análise.

Tabela 6 - Parâmetros adotados na análise.

f_c (MPa)	a/d	ρ (%)	ρ_f	L_f/d_f	V_f (%)
20	3	1	0,5	35	0,25
25	4	2	0,75	60	0,5
30	5	3	1	80	0,75
35	6	4			1,0
40	7				1,25
45	8				1,5
50					

Fonte: Autor (2021).

3.2.3 Ábacos e tabelas de dimensionamento

Com o intuito de facilitar a determinação da quantidade de fibras de aço (volume de fibras - V_f) necessária para promover a substituição da armadura transversal mínima, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), por fibras de aço em vigas de concreto armado foram desenvolvidos ábacos e tabelas. Para uma viga de concreto armado dimensionada com taxa mínima de armadura transversal, seguindo as prescrições da NBR 6118 (ABNT, 2014), os ábacos e tabelas determinam o volume de fibra de aço necessário para dispensar a armadura transversal mínima.

Os ábacos e as tabelas relacionam a relação a/d e a taxa de armadura longitudinal de tração (ρ) e consideram taxas de volumes de fibras de aço de 0,25%, 0,50%, 0,75%, 1,0%, 1,25% e 1,50%. Esses percentuais de fibras foram escolhidos por serem volumes normalmente empregados na prática. Define-se o limite de $V_f = 1,50\%$, pois acima desse valor, a trabalhabilidade do concreto fica comprometida e entende-se que, caso fosse necessária uma grande quantidade de fibras de aço (acima de 1,50%) para a dispensa da armadura transversal

mínima, seria conveniente buscar outra solução, como manter a armadura transversal ou mesmo alterar as dimensões da viga.

Os ábacos e tabelas foram desenvolvidos para os seguintes intervalos de valores, $3,5 \leq a/d \leq 12,0$ e $0 \leq \rho \leq 4\%$. Os limites foram definidos com o intuito de reproduzir casos que se aproximem de situações práticas. Por sua vez, a NBR 6118 (ABNT, 2014) limita o valor da taxa de armadura longitudinal ($A_s + A'_s$) em 4%, de forma que a taxa de armadura longitudinal de tração (ρ) fica abaixo dos 4%. Foram consideradas vigas com resistência à compressão do concreto variando entre $20 \text{ MPa} \leq f_c \leq 50 \text{ MPa}$, a cada 5 MPa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os resultados dos estudos desenvolvidos neste trabalho, levando-se em consideração as duas etapas.

4.1 ETAPA 1

4.1.1 Estudo dos parâmetros da base de dados

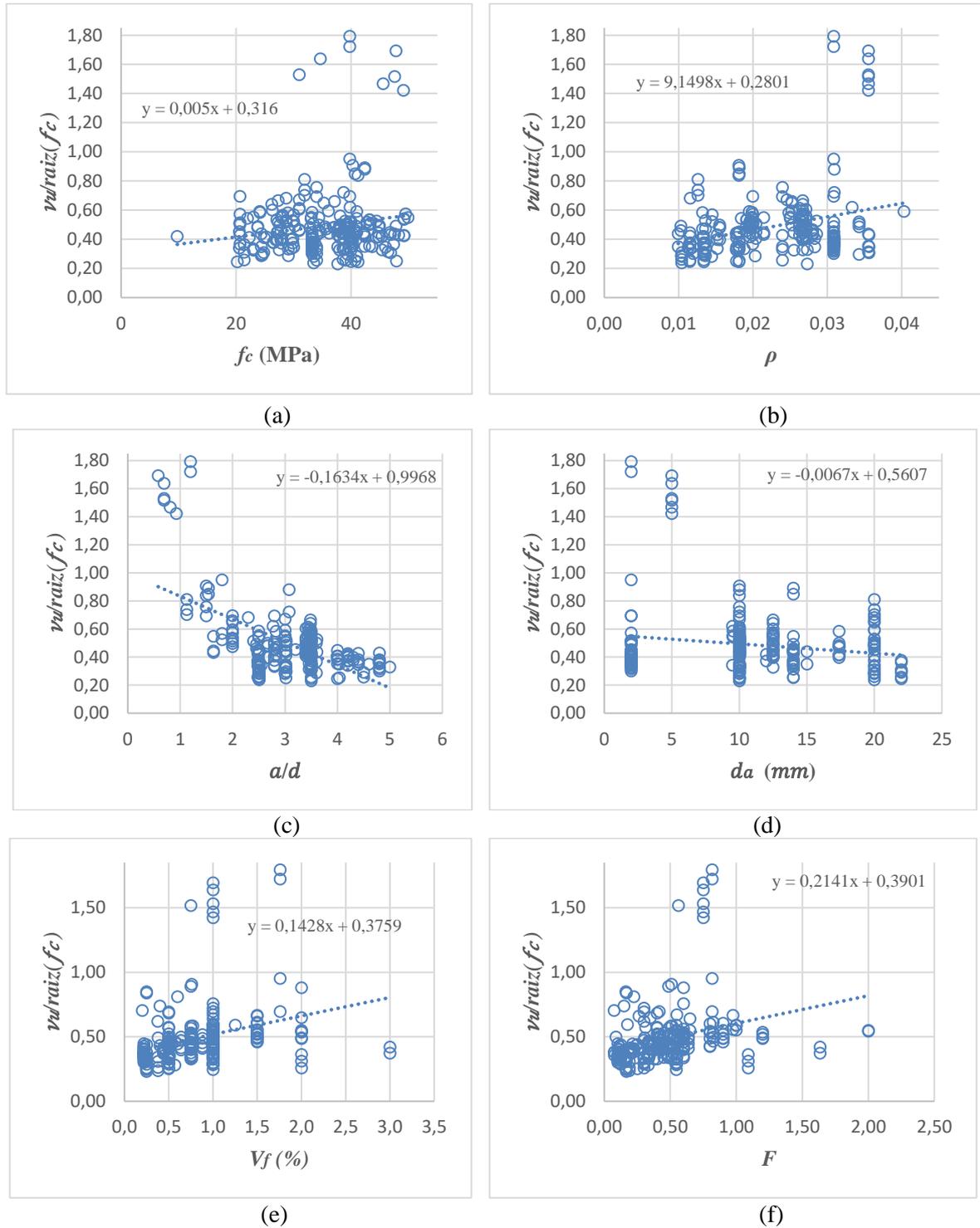
Inicialmente, foram avaliados os parâmetros da base de dados utilizada neste trabalho. Na análise da resistência ao cisalhamento, foram utilizadas tensões de cisalhamento normalizadas pela raiz quadrada da resistência à compressão. Mostram-se na Figura 29, as influências dos principais parâmetros na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA.

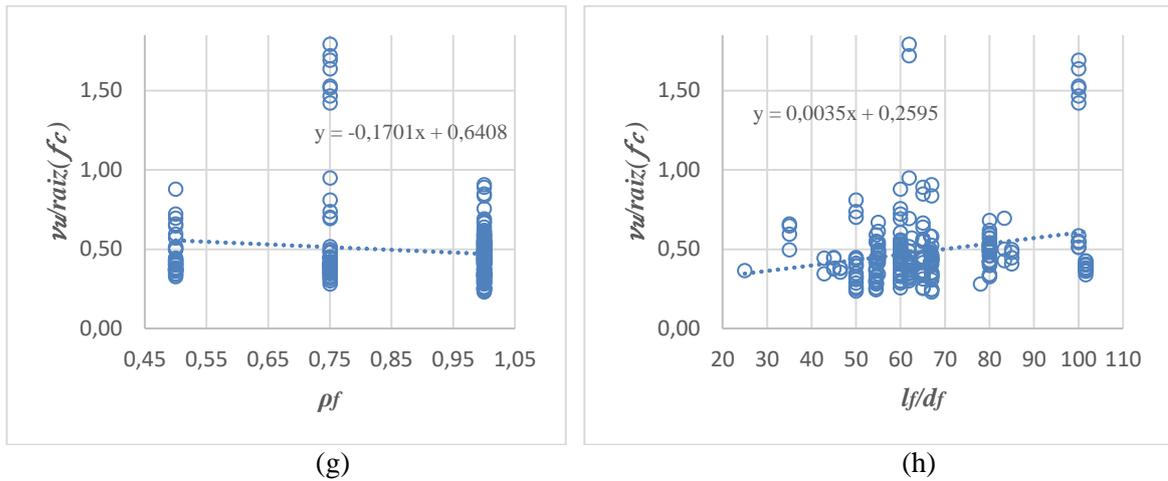
Como pode ser visto nessa figura, com o aumento nos valores dos parâmetros f_c , ρ , V_f , F e l_f/d_f , há uma tendência de crescimento da tensão de cisalhamento normalizada das vigas de CRFA. Já os parâmetros a/d , d_a e ρ_f tendem a reduzir a resistência ao cisalhamento das vigas quando seus valores são aumentados. Comportamento semelhante foi observado por Lantsoght (2019a), na avaliação dos dados de ensaios de um conjunto de 488 ensaios de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, e por outros autores (Vitor (2017), Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010) e Titello (2020)) com dados de ensaios experimentais ou numéricos, em vigas de CRFA, sem estribo.

É consenso que o aumento nos valores de parâmetros como a resistência à compressão do concreto (f_c), a taxa de armadura longitudinal de tração (ρ), o volume de fibras (V_f), e a razão de aspecto das fibras (l_f/d_f) provoca um aumento na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Da mesma forma, o crescimento no valor do fator das fibras (F) tende a provocar o aumento na resistência ao esforço cortante de vigas de CRFA. Isso pode ser explicado pelo fato de o fator das fibras ser um parâmetro que depende do volume, do tipo e da razão de aspecto das fibras (Equação 21).

Figura 29 - Influência de cada parâmetro da base de dados na resistência ao cisalhamento normalizada:

(a) resistência à compressão do concreto, (b) taxa de armadura longitudinal tracionada, (c) relação entre o vão de cisalhamento e a altura efetiva da viga, (d) diâmetro máximo do agregado, (e) volume de fibra de aço, (f) fator da fibra, (g) tipo de fibra e (h) fator de forma da fibra.





Fonte: Autor (2021).

A redução na tensão de cisalhamento normalizada ocorrida com o aumento da relação a/d já era esperada (Figura 29c), pois, para uma viga com a altura da seção transversal constante, valores de a/d maiores implicam em uma viga de vão maior, o que aumenta o esforço de cisalhamento no elemento. O aumento da resistência ao cisalhamento, com o aumento dos valores de ρ_f é normalmente observado, pois, valores elevados de ρ_f implica em fibras com maior aderência com a mistura de concreto (como ocorre com as fibras com ganchos nas extremidades, por exemplo), que, conseqüentemente, provoca uma maior dificuldade de arrancamento da fibra do interior do volume de concreto e um aumento na resistência ao cisalhamento. Porém, na Figura 29g observa-se uma pequena redução na tensão de cisalhamento normalizada com o aumento de ρ_f . Acredita-se que isso tenha ocorrido devido à grande quantidade de fibras com gancho nas extremidades ($\rho_f = 1,0$), aproximadamente, 2/3 do total, encontrada na base de dados adotada nesta pesquisa. Esta concentração de um tipo de fibra de aço na base de dados pode ter modificado o resultado desta análise.

4.1.2 Resultados da comparação entre os modelos de previsão

Na Tabela 7, apresenta-se um resumo da aplicação dos testes estatísticos para o conjunto de vigas da base de dados.

Diferentes autores empregaram critérios distintos para definir qual o melhor modelo de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA. Por exemplo, Vitor (2017) e Islam e Alam (2013) usaram a média da relação entre os valores experimentais e teóricos do esforço cortante de ruptura das vigas ($\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$). Por sua vez, Islam e Alam (2013) utilizaram o desvio

padrão, o coeficiente de variação, o *erro médio absoluto* e o coeficiente de determinação, para uma análise mais detalhada. Já Lantsoght (2019a) usou a medida do coeficiente de variação (*C.V.*). Neste trabalho, será priorizado o coeficiente de variação na escolha do modelo que mais se aproxima dos valores experimentais da resistência ao cisalhamento das vigas ensaiadas, mas também serão analisados outros testes, conforme discutido no item 3.1.3.

Tabela 7 - Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para todo o conjunto de dados.

Modelo	$\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$			D.P.	C.V.	Emédio	R	R ²	V _{u-teo}	
	Méd.	Máx.	Mín.						Máx. (kN)	Mín. (kN)
Singh e Jain (2014)	1,26	4,41	0,37	0,59	46,7	27,2	0,812	0,6591	783,87	16,51
Sahoo e Sharma (2014)	2,06	8,23	0,95	1,13	54,7	43,8	0,791	0,6255	364,82	14,60
Dinh <i>et al.</i> (2011)	1,46	5,38	0,65	0,63	43,4	27,7	0,829	0,6876	543,70	21,30
Kwak <i>et al.</i> (2002)	1,04	1,87	0,33	0,26	24,9	23,0	0,895	0,8011	840,35	16,62
Sharma (1986)	1,17	3,52	0,54	0,42	36,4	21,7	0,831	0,6903	718,51	20,81
Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	1,05	1,80	0,34	0,28	26,7	23,1	0,915	0,8367	809,09	16,66
Imam <i>et al.</i> (1997)	1,01	1,91	0,09	0,32	31,3	43,2	0,507	0,2571	4592,48	18,68
Arslan (2014)	1,14	2,43	0,63	0,29	25,9	17,5	0,897	0,8039	722,18	18,85
DAfStB (2012)	1,35	4,42	0,65	0,62	45,9	23,4	0,827	0,6838	559,96	21,12
fib (2012)	1,37	4,49	0,66	0,63	46,0	25,1	0,828	0,6855	479,62	22,87
RILEM (2003)	1,66	5,54	0,76	0,77	46,2	33,2	0,832	0,6918	398,76	17,56
<i>Regressão linear</i>	1,05	6,46	0,46	0,45	43,5	22,6	0,895	0,8007	806,69	6,57
<i>Regressão linear ponderada</i>	1,01	2,44	-3,63	0,47	46,6	33,4	0,801	0,6424	375,75	-9,64

Fonte: Autor (2021).

Analisando a Tabela 7, verifica-se que o modelo com o menor coeficiente de variação (*C.V.*) é o modelo de Kwak *et al.* (2002) (24,9%). Mas observando as médias da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, verifica-se que os modelos de Imam *et al.* (1997) e da *Regressão linear ponderada*, desenvolvido neste trabalho, apresentam os melhores valores (mais próximos à unidade), muito embora o modelo de Kwak *et al.* (2002) também apresenta uma boa média (1,04). O modelo de Imam *et al.* (1997) apresenta um valor mínimo para a relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ muito baixo (0,09), reflexo do valor máximo do cortante último (V_{u-teo}) (4592,48 kN). Esse valor ocorreu para as vigas dos ensaios realizados por Narayanan e Darwish (1988), já que apresenta relação *a/d* muito baixa, influenciando no valor de V_{u-teo} para esse modelo. Lantsoght (2019a) determinou que o

modelo de Kwak *et al.* (2002) apresentou as melhores aproximações para os valores da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, analisando um total de 488 ensaios e utilizando como parâmetro o coeficiente de variação (*C.V.*). Quando analisadas apenas vigas de seção transversal retangular, a autora determinou que o modelo de Arslan (2014) era o mais eficiente.

Os modelos de Arslan (2014) e Sarveghadi *et al.* (2015) apresentam o segundo e terceiro melhor coeficiente de variação (*C.V.*), respectivamente, além de médias da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ muito boas. O modelo de Sarveghadi *et al.* (2015) tem o melhor R^2 (0,8367). Os valores de R^2 refletem o quanto os valores teóricos (V_{u-teo}) do esforço cortante último são similares aos valores experimentais (V_{u-exp}) de cada modelo. Por exemplo, os resultados do modelo de Sarveghadi *et al.* (2015) se assemelham em 83,67% dos dados experimentais. Assim, quanto mais próximo de 1,0, mais o modelo reflete os valores experimentais dos ensaios. Observando o valor de R^2 , verifica-se que o modelo de Arslan (2014) reflete 80,39% dos dados experimentais, muito próximo do modelo Kwak *et al.* (2002) com 80,11%. O modelo de Imam *et al.* (1997), apesar de apresentar a melhor média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, tem o menor valor para R^2 (0,2571).

O modelo de Sahoo e Sharma (2014) tem o maior coeficiente de variação (*C.V.*), e também o maior valor da média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, seguido pelos modelos das normas internacionais, apresentados por Dinh *et al.* (2011) e o de Singh e Jain (2014). Vitor (2017) observou essa mesma disparidade para o modelo de Sahoo e Sharma (2014) na previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, com os dados experimentais de Dinh *et al.* (2011), Singh e Jain (2014) e Sahoo e Sharma (2014).

Os modelos com maiores valores da média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ são os mais conservadores. Entre eles estão os modelos das normas internacionais, onde foram aplicados com coeficientes de segurança iguais a 1,0, conforme discutido no item 3.1.2. Já os modelos com alto valor no coeficiente de variação (*C.V.*) apresentam uma maior disparidade nos valores teóricos do esforço cortante último (V_{u-teo}) em relação aos valores experimentais (V_{u-exp}).

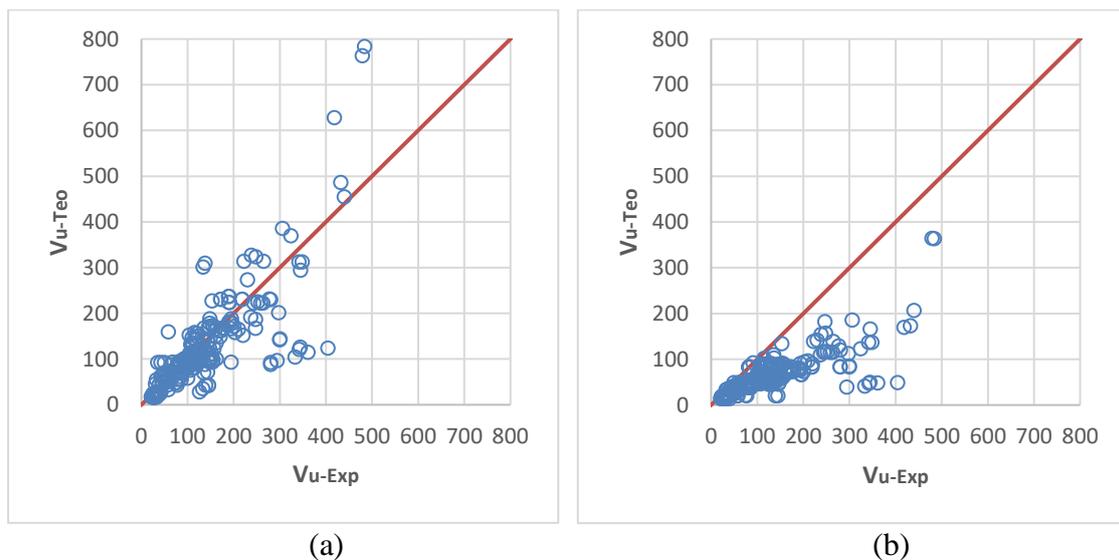
Os modelos de regressão linear desenvolvidos neste trabalho apresentaram valores da média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ muito bons. O modelo de *Regressão linear* (modelo 12) apresentou ainda ótimos valores do *erro médio absoluto* ($E_{médio}$) e R^2 . Os valores negativos obtidos para a relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ e para esforço cortante último (V_{u-teo}), nos seus valores mínimos, no modelo de

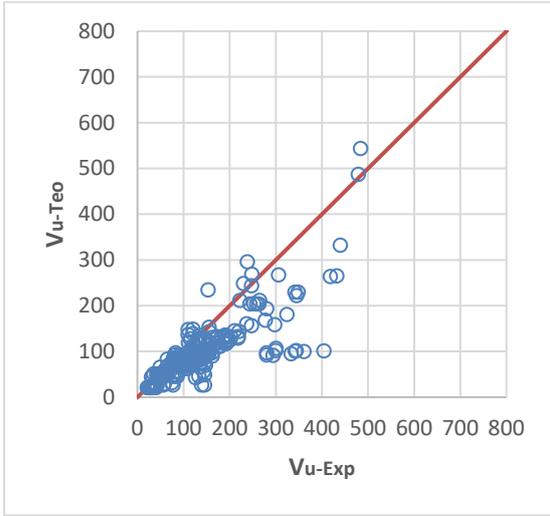
Regressão linear ponderada (modelo 13), resultam da aplicação das equações de regressão, para esse modelo, que pode, em alguns casos, obter valores negativos de V_{u-teo} .

O *erro médio absoluto* ($E_{médio}$) é outra medida que pode ser utilizada para analisar o modelo com menor disparidade em relação aos dados experimentais. Com essa medida, o modelo de Arslan (2014) tem o menor valor do *erro médio absoluto* ($E_{médio}$), seguido pelos modelos de Sharma (1986), *Regressão linear* e Kwak *et al.* (2002), respectivamente.

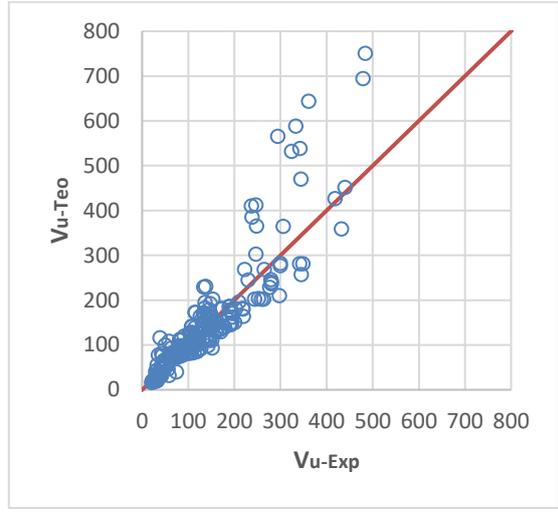
Na Figura 30, mostra-se para cada modelo os valores de V_{u-teo} e V_{u-exp} . Como pode ser visto nos gráficos, os modelos de Kwak *et al.* (2002), Sarveghadi *et al.* (2015) e Arslan (2014) apresentam a nuvem de pontos próxima da função identidade (reta), sendo os modelos com melhores valores de desvio padrão ($D.P.$), coeficiente de variação ($C.V.$), *erro médio absoluto* ($E_{médio}$), coeficiente de correlação (R) e coeficiente de determinação (R^2). Ao contrário, os modelos de Singh e Jain (2014), Sahoo e Sharma (2014), Dinh *et al.* (2011), Sharma (1986), Imam *et al.* (1997), das normas internacionais DAfStB (2012), Fib (2012) e RILEM (2003), e os modelos de regressão linear são os que apresentam menor concentração na nuvem de pontos.

Figura 30 - Relação entre os valores experimentais e teóricos do esforço cortante último: (a) Singh e Jain (2014), (b) Sahoo e Sharma (2014), (c) Dinh *et al.* (2011), (d) Kwak *et al.* (2002), (e) Sharma (1986), (f) Sarveghadi *et al.* (2015), (g) Imam *et al.* (1997), (h) Arslan (2014), (i) DAfStB (2012), (j) fib (2012), (k) RILEM (2003), (l) *Regressão linear* e (m) *Regressão linear ponderada*.

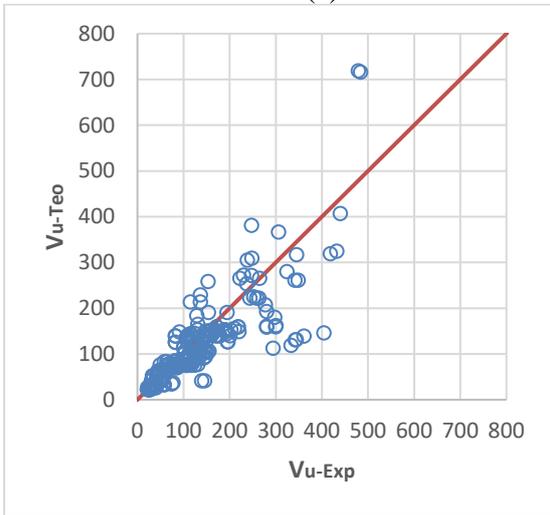




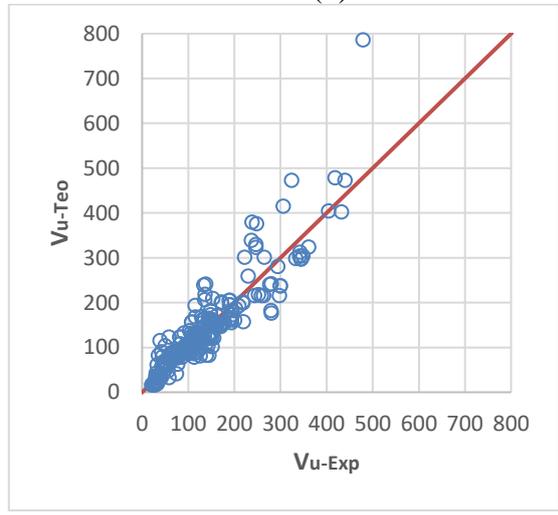
(c)



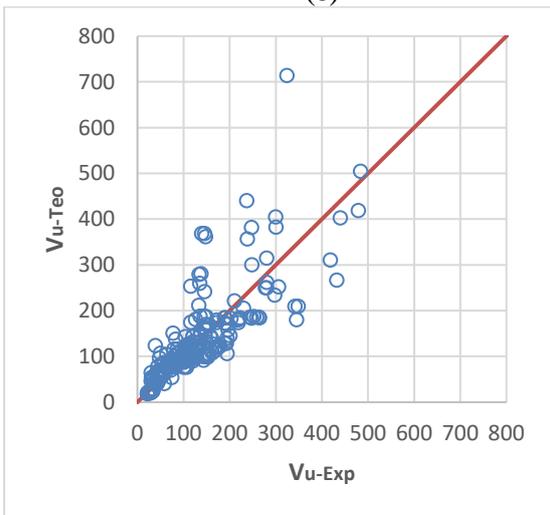
(d)



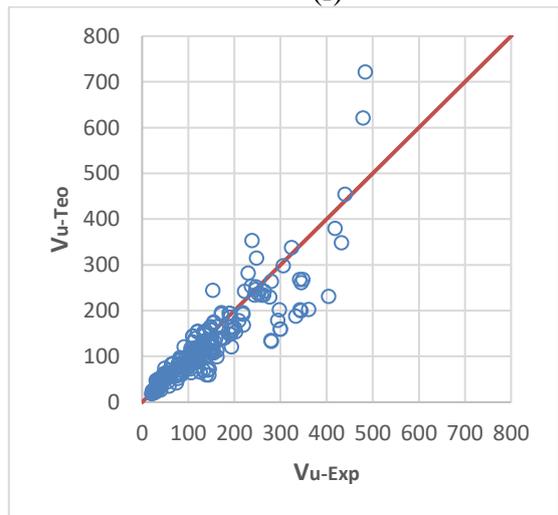
(e)



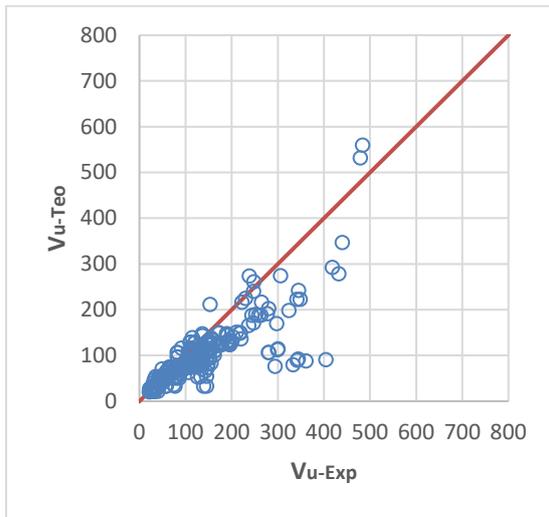
(f)



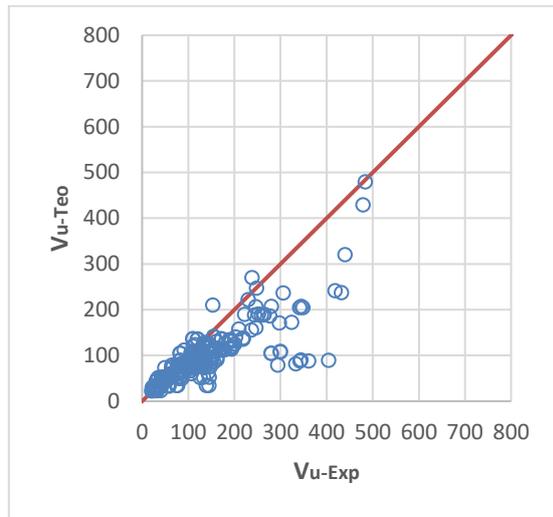
(g)



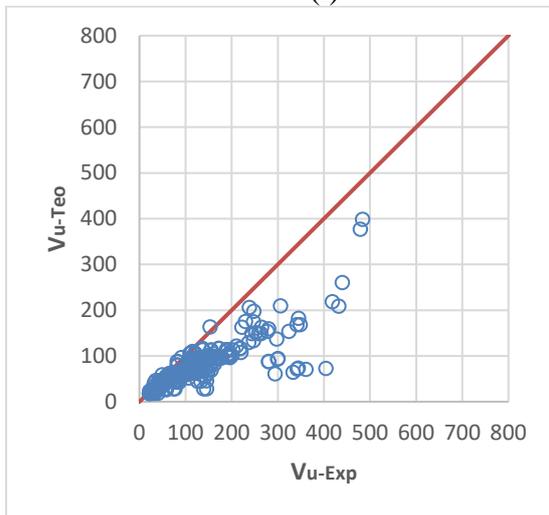
(h)



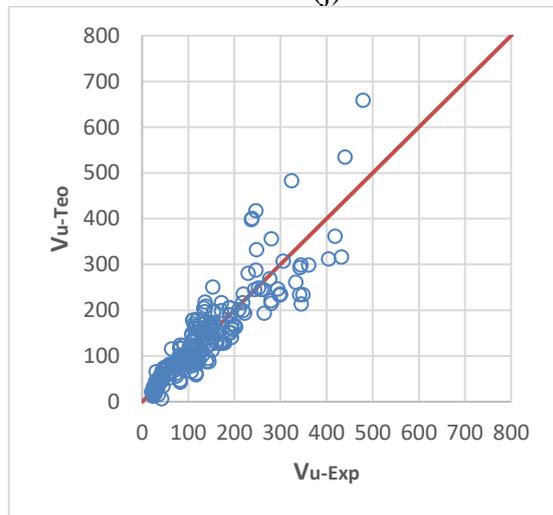
(i)



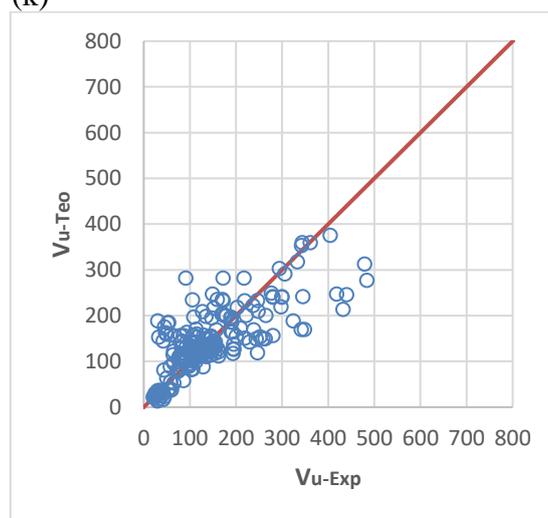
(j)



(k)



(l)

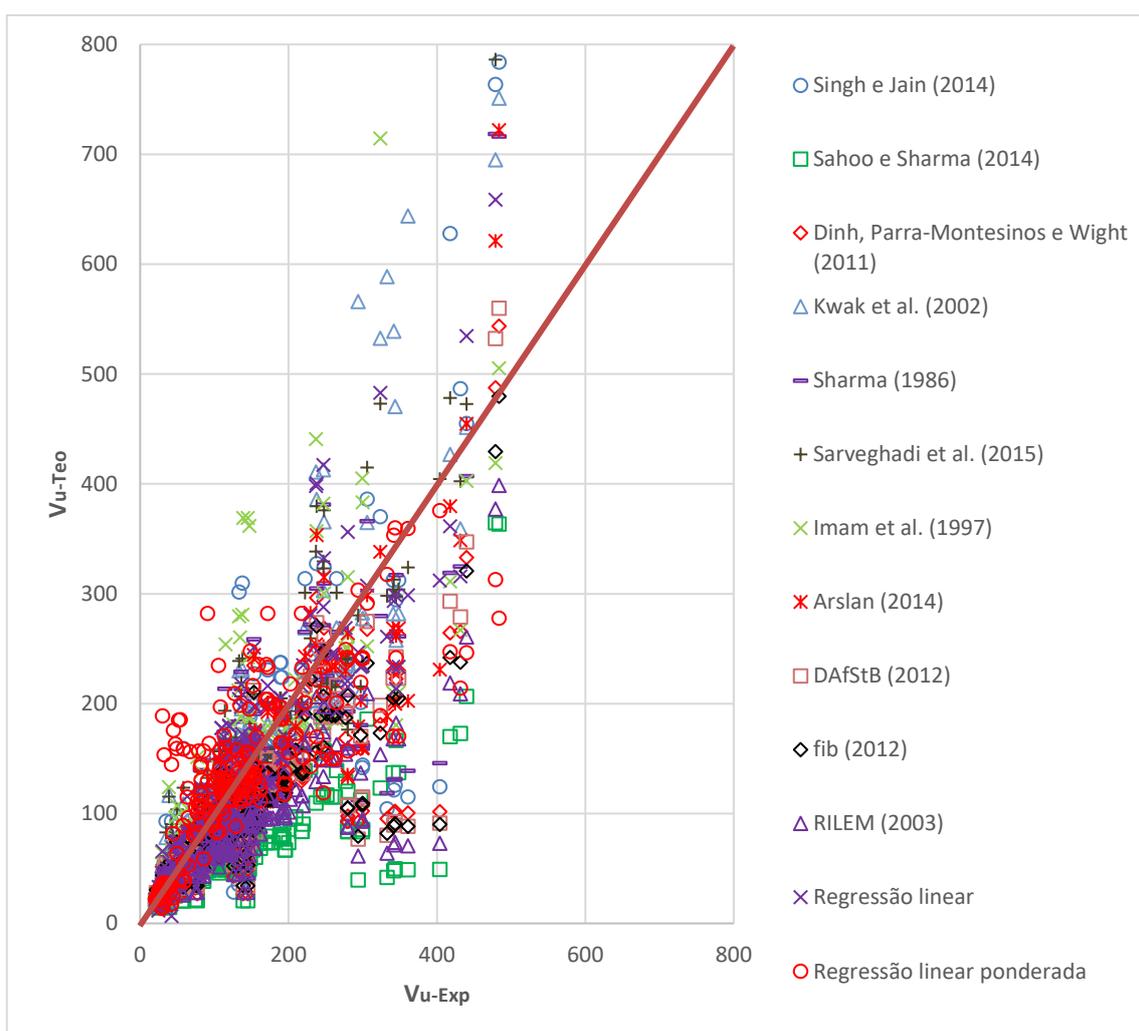


(m)

Fonte: Autor (2021).

Na Figura 31, mostra-se a nuvem de pontos do esforço cortante último teórico em relação ao experimental, de cada modelo, em um único gráfico. Observa-se neste gráfico o quão grande é a variabilidade nos resultados da resistência ao cisalhamento de vigas em CRFA, em modelos diferentes. Essa variabilidade também foi constatada por vários pesquisadores.

Figura 31 - Relação entre os valores experimentais e teóricos do esforço cortante último – dados de todos os modelos.



Fonte: Autor (2021).

Nas Tabelas 8 a 13, apresenta-se a aplicação dos mesmos testes da Tabela 7, mas agora para cada grupo de vigas separadamente. Analisando as tabelas, pôde-se observar que os modelos que apresentaram os melhores resultados na análise feita para todo o conjunto de vigas da base de dados (Kwak *et al.* (2002), Sarveghadi *et al.* (2015) e Arslan (2014)) mantiveram esses bons resultados na análise para cada grupo de vigas. Isso ocorreu, na maioria dos casos, para todos os testes apresentados nas tabelas. Algumas exceções foram observadas, como o

caso do elevado valor do coeficiente de variação no modelo de Kwak *et al.* (2002), para o grupo de vigas G2 (39%), ou altos valores da média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ para o modelo de Arslan (2014), nos grupos de vigas G2 e G3 (1,78 e 1,42, respectivamente). Porém, de uma maneira geral, esses modelos foram os que apresentaram melhores desempenho.

Tabela 8 - Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 1 (G1) ($a/d < 3$ e fibras com gancho nas extremidades - $\rho_f = 1,0$).

Modelo	$\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$			D.P.	C.V.	E _{médio}	R	R ²	V _{u-teo}	
	Méd.	Máx.	Mín.						(%)	Mín.
Singh e Jain (2014)	1,24	3,16	0,44	0,49	39,3	26,7	0,576	0,3313	370,12	44,80
Sahoo e Sharma (2014)	1,88	3,60	0,99	0,58	31,0	42,2	0,712	0,5067	182,45	24,03
Dinh <i>et al.</i> (2011)	1,50	3,02	0,90	0,47	31,5	28,7	0,738	0,5454	244,15	32,26
Kwak <i>et al.</i> (2002)	0,89	1,45	0,33	0,21	24,0	26,7	0,847	0,7177	532,67	58,92
Sharma (1986)	1,06	1,88	0,54	0,30	28,6	22,3	0,735	0,5398	381,31	39,77
Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	0,89	1,59	0,34	0,23	26,3	27,8	0,809	0,6541	472,96	63,66
Imam <i>et al.</i> (1997)	0,92	1,82	0,31	0,30	33,1	35,9	0,777	0,6032	714,61	56,34
Arslan (2014)	1,18	2,10	0,77	0,31	26,0	17,9	0,822	0,6757	338,22	47,78
DAfStB (2012)	1,36	2,65	0,82	0,42	31,0	24,5	0,753	0,5671	240,33	42,23
fib (2012)	1,42	2,78	0,85	0,44	30,7	26,7	0,774	0,5995	206,86	43,30
RILEM (2003)	1,65	3,22	0,99	0,52	31,3	34,6	0,764	0,5835	174,41	36,21
Regressão linear	0,93	1,62	0,55	0,23	25,1	24,4	0,838	0,7020	483,04	53,30
Regressão linear ponderada	1,03	2,08	0,50	0,35	33,6	29,1	0,771	0,5942	242,12	23,30

Fonte: Autor (2021).

Da mesma forma, os modelos com piores desempenho na observação de todo o conjunto de vigas da base de dados (Tabela 7), continuaram a apresentar baixo desempenho, em relação aos testes estatísticos aplicados para cada conjunto de vigas. Os três primeiros modelos (modelos 1, 2 e 3) e as normas internacionais apresentaram os piores valores para a média e o coeficiente de variação da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, assim como para os demais testes.

Tabela 9 - Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 2 (G2) ($a/d < 3$ e fibras onduladas - $\rho_f = 0,75$).

Modelo	$\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$			D.P.	C.V.	$E_{médio}$	R	R^2	V_{u-teo}	
	Méd.	Máx.	Mín.						Máx. (kN)	Mín. (kN)
Singh e Jain (2014)	2,79	3,38	1,31	0,69	24,8	60,8	0,968	0,9372	125,93	42,96
Sahoo e Sharma (2014)	6,54	8,23	2,73	1,81	27,7	82,8	0,968	0,9376	49,75	20,56
Dinh <i>et al.</i> (2011)	3,65	5,38	2,08	0,99	27,2	70,7	0,968	0,9377	102,09	26,95
Kwak <i>et al.</i> (2002)	0,82	1,26	0,48	0,32	39,0	50,9	0,966	0,9326	840,35	46,90
Sharma (1986)	2,67	3,52	1,68	0,54	20,2	60,9	0,986	0,9714	145,80	33,36
Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	1,24	1,76	1,00	0,26	21,3	16,6	0,988	0,9753	404,35	47,39
Imam <i>et al.</i> (1997)	0,30	0,82	0,09	0,23	79,3	454,6	0,879	0,7729	4592,48	68,40
Arslan (2014)	1,78	2,43	1,25	0,36	19,9	42,0	0,987	0,9746	231,14	44,99
DAfStB (2012)	3,65	4,42	1,67	0,92	25,1	69,9	0,971	0,9429	92,33	33,62
fib (2012)	3,61	4,49	1,63	0,92	25,6	69,5	0,971	0,9424	90,72	34,45
RILEM (2003)	4,49	5,54	2,00	1,16	25,9	75,4	0,971	0,9428	73,77	28,15
Regressão linear	1,25	1,66	0,93	0,23	18,5	19,0	0,985	0,9711	311,98	60,21
Regressão linear ponderada	1,02	1,38	0,77	0,15	14,9	8,9	0,992	0,9845	375,75	40,75

Fonte: Autor (2021).

Tabela 10 - Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 3 (G3) ($a/d < 3$ e outros tipos de fibras - $\rho_f = 0,50$).

Modelo	$\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$			D.P.	C.V.	$E_{médio}$	R	R^2	V_{u-teo}	
	Méd.	Máx.	Mín.						Máx. (kN)	Mín. (kN)
Singh e Jain (2014)	2,00	4,41	0,95	1,17	58,5	38,0	0,662	0,4387	144,01	22,08
Sahoo e Sharma (2014)	2,39	3,20	1,33	0,51	21,5	56,0	0,815	0,6649	102,80	14,60
Dinh <i>et al.</i> (2011)	1,81	2,94	1,01	0,69	38,0	38,2	0,760	0,5769	135,11	21,63
Kwak <i>et al.</i> (2002)	0,88	1,08	0,70	0,13	14,7	18,2	0,942	0,8882	195,28	34,59
Sharma (1986)	1,29	1,56	0,64	0,25	19,7	27,3	0,786	0,6182	213,45	24,75
Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	1,13	1,55	0,62	0,26	22,6	21,5	0,817	0,6678	218,79	31,01
Imam <i>et al.</i> (1997)	0,73	0,93	0,46	0,15	21,2	43,2	0,915	0,8365	242,01	46,56
Arslan (2014)	1,42	2,00	0,91	0,35	24,8	27,4	0,849	0,7201	150,19	25,50
DAfStB (2012)	1,76	2,64	0,95	0,51	28,8	39,3	0,763	0,5828	143,60	21,78
fib (2012)	1,74	2,75	1,09	0,55	31,3	37,8	0,797	0,6350	125,48	23,29
RILEM (2003)	2,13	3,18	1,20	0,60	28,3	49,4	0,780	0,6092	113,33	18,15
Regressão linear	0,84	1,15	0,63	0,17	20,3	26,5	0,898	0,8065	217,76	41,06
Regressão linear ponderada	1,33	2,19	1,04	0,38	28,8	20,2	0,998	0,9969	142,88	13,48

Fonte: Autor (2021).

Tabela 11 - Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 4 (G4) ($a/d \geq 3$ e fibras com gancho nas extremidades - $\rho_f = 1,0$).

Modelo	$\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$			D.P.	C.V.	$E_{médio}$	R	R^2	V_{u-teo}	
	Méd.	Máx.	Mín.						Máx. (kN)	Mín. (kN)
Singh e Jain (2014)	0,94	1,48	0,37	0,21	22,8	23,1	0,910	0,8273	783,87	46,16
Sahoo e Sharma (2014)	1,92	2,93	0,95	0,51	26,8	43,6	0,872	0,7599	364,82	25,09
Dinh <i>et al.</i> (2011)	1,23	1,87	0,65	0,30	24,0	24,0	0,891	0,7939	543,70	44,78
Kwak <i>et al.</i> (2002)	1,04	1,63	0,45	0,23	21,8	19,4	0,901	0,8111	751,12	43,33
Sharma (1986)	1,12	1,71	0,59	0,28	24,6	23,6	0,881	0,7765	718,51	39,89
Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	0,97	1,49	0,42	0,21	21,6	20,5	0,903	0,8146	809,09	43,00
Imam <i>et al.</i> (1997)	1,09	1,91	0,49	0,27	25,1	21,0	0,898	0,8067	505,18	43,12
Arslan (2014)	1,02	1,47	0,63	0,21	20,1	18,0	0,914	0,8345	722,18	45,90
DAfStB (2012)	1,20	1,75	0,65	0,27	22,3	23,1	0,908	0,8251	559,96	40,99
fib (2012)	1,25	1,82	0,66	0,30	24,1	25,0	0,902	0,8140	479,62	43,94
RILEM (2003)	1,52	2,17	0,76	0,36	23,5	32,3	0,912	0,8325	398,76	33,98
Regressão linear	1,14	6,46	0,46	0,65	56,7	24,8	0,875	0,7650	806,69	6,57
Regressão linear ponderada	0,96	2,44	-3,63	0,67	70,0	57,7	0,551	0,3037	312,96	-9,64

Fonte: Autor (2021).

Tabela 12 - Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 5 (G5) ($a/d \geq 3$ e fibras onduladas - $\rho_f = 0,75$).

Modelo	$\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$			D.P.	C.V.	$E_{médio}$	R	R^2	V_{u-teo}	
	Méd.	Máx.	Mín.						Máx. (kN)	Mín. (kN)
Singh e Jain (2014)	1,36	1,92	0,86	0,28	20,8	25,7	0,989	0,9773	112,42	16,51
Sahoo e Sharma (2014)	1,59	2,05	1,20	0,21	13,5	36,1	0,986	0,9714	58,89	18,58
Dinh <i>et al.</i> (2011)	1,26	1,68	0,92	0,19	15,2	20,1	0,980	0,9603	93,25	21,30
Kwak <i>et al.</i> (2002)	1,22	1,55	0,88	0,15	12,3	17,9	0,985	0,9697	100,07	19,53
Sharma (1986)	1,06	1,32	0,84	0,12	10,9	9,0	0,988	0,9762	90,95	26,37
Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	1,28	1,68	0,85	0,23	17,7	20,6	0,986	0,9715	107,28	17,09
Imam <i>et al.</i> (1997)	1,09	1,37	0,80	0,15	14,0	13,1	0,981	0,9615	109,33	20,97
Arslan (2014)	1,04	1,25	0,88	0,09	8,5	7,2	0,990	0,9806	106,53	24,44
DAfStB (2012)	1,05	1,32	0,79	0,13	12,8	10,6	0,987	0,9740	89,60	27,92
fib (2012)	0,99	1,26	0,73	0,15	15,0	12,4	0,983	0,9666	89,11	30,60
RILEM (2003)	1,27	1,59	0,96	0,17	13,2	20,3	0,987	0,9749	72,88	23,20
Regressão linear	1,06	1,58	0,71	0,25	23,6	22,9	0,981	0,9632	119,58	15,40
Regressão linear ponderada	1,02	1,19	0,85	0,08	8,3	6,8	0,991	0,9821	106,48	21,15

Fonte: Autor (2021).

Tabela 13 - Parâmetros estatísticos dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, para o grupo 6 (G6) ($a/d \geq 3$ e outros tipos de fibras - $\rho_f = 0,50$).

Modelo	$\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$			D.P.	C.V.	$E_{médio}$	R	R^2	V_{u-teo}	
	Méd.	Máx.	Mín.						Máx. (kN)	Mín. (kN)
Singh e Jain (2014)	1,40	1,74	1,01	0,17	11,8	27,3	0,993	0,9867	108,50	18,21
Sahoo e Sharma (2014)	1,68	3,46	1,28	0,47	27,8	37,7	0,961	0,9226	90,69	14,60
Dinh <i>et al.</i> (2011)	1,39	2,31	0,97	0,25	18,3	26,5	0,979	0,9593	99,13	21,30
Kwak <i>et al.</i> (2002)	1,34	1,87	1,09	0,18	13,3	24,1	0,983	0,9667	112,27	16,62
Sharma (1986)	1,11	2,19	0,80	0,28	25,4	11,0	0,963	0,9270	145,44	20,81
Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	1,39	1,80	1,03	0,20	14,6	26,4	0,985	0,9693	122,21	16,66
Imam <i>et al.</i> (1997)	1,24	1,49	1,06	0,12	9,4	19,0	0,994	0,9872	104,34	18,68
Arslan (2014)	1,17	1,76	0,96	0,19	15,9	13,2	0,980	0,9608	113,18	18,85
DAfStB (2012)	1,14	2,07	0,89	0,26	23,2	11,3	0,969	0,9385	112,76	21,12
fib (2012)	1,09	2,13	0,82	0,30	27,7	13,8	0,964	0,9296	109,63	22,87
RILEM (2003)	1,38	2,63	1,08	0,35	25,4	24,5	0,966	0,9330	93,05	17,56
Regressão linear	1,00	2,09	0,76	0,27	26,6	15,9	0,974	0,9484	160,74	11,71
Regressão linear ponderada	0,98	1,09	0,83	0,06	5,9	5,2	0,996	0,9912	151,71	22,06

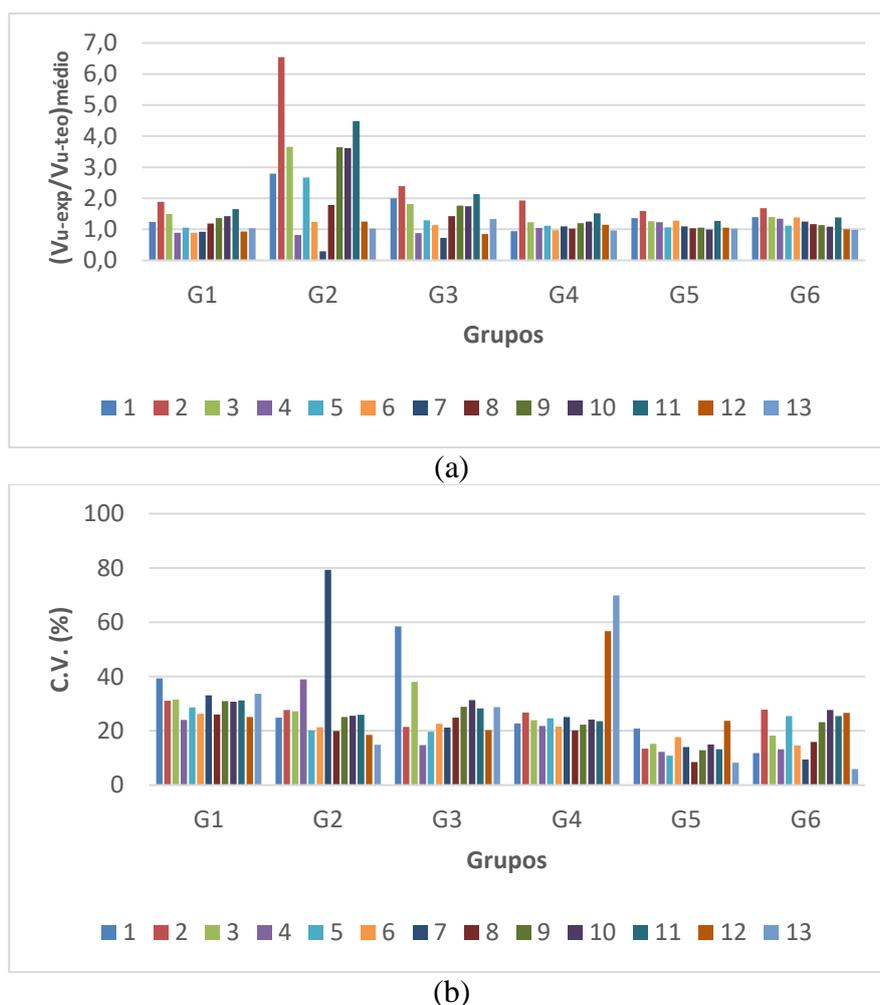
Fonte: Autor (2021).

O modelo de *Regressão linear ponderada* foi o que apresentou melhores médias na maioria dos grupos de vigas, mas teve uma média com valor muito alto no grupo G3 (1,33). Esse bom resultado na média para esse modelo de *Regressão linear ponderada* já era esperado, uma vez que o modelo foi gerado a partir de dados desses grupos, separadamente. Porém, analisando os coeficientes de variação (C.V.), esse modelo apresentou valores baixos, como para os grupos G2, G5 e G6, e valores muito altos, principalmente para o grupo G4 (70,0%).

Na Figura 32, apresenta-se o comportamento da média e do coeficiente de variação da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, para todos os modelos. Os modelos nessa figura são apresentados como números, conforme Quadro 4. Como pode ser observado, houve uma considerável variação nos valores da média e do coeficiente de variação. Porém, fazendo-se uma análise mais aprofundada em todos os grupos de vigas, e aplicando um *ranking* para os modelos, verificou-se que os modelos de Kwak *et al.* (2002) e de Arslan (2014), modelos 4 e 8, respectivamente, foram os que apresentaram os melhores resultados na média e no coeficiente de variação da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$. O modelo *Regressão linear ponderada* também apresentou bons resultados na média e no coeficiente de variação, quando analisados todos os grupos de vigas, apesar desse modelo ter

resultado em coeficientes de variação com valores bem elevados, como discutido anteriormente.

Figura 32 - Comportamento da média e do coeficiente de variação da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, na aplicação dos testes estatísticos para cada grupo de vigas: (a) média, (b) coeficiente de variação.



Fonte: Autor (2021).

Outra observação importante a ser feita é que os grupos G2 e G3 têm as menores quantidades de vigas (10 e 12, respectivamente), de forma que essa quantidade reduzida de dados pode ter levado a valores não tão bons no coeficiente de variação e na média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$. Isso é observado na Figura 32, onde se vê que o coeficiente de variação e a média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ são os piores para esses dois grupos.

Após as avaliações dos parâmetros estatísticos (Tabelas 7 até 13), foi aplicado o teste LSD de Fisher nos resultados da resistência ao cisalhamento das vigas da base de dados

(V_{u-teo}), obtida na aplicação dos modelos de previsão, comparando esses resultados com os valores experimentais da resistência ao cisalhamento das vigas da base de dados (V_{u-exp}). Conforme discutido no item 3.1.3, o teste LSD de Fisher compara o valor da grandeza LSD com o módulo da diferença das médias da resistência ao cisalhamento dos dados experimentais com os dados teóricos de cada modelo, usando a medida do esforço cortante último (V_u). Caso a diferença das médias seja menor do que a grandeza LSD, considera-se que o modelo analisado tem os dados de resistência ao cisalhamento semelhantes aos dados experimentais. Como pode ser visto na Tabela 14, os dados dos modelos de Sahoo e Sharma (2014), de Dinh *et al.* (2011), de Imam *et al.* (1997) e das três normas internacionais (DAfStB (2012), fib (2012) e RILEM (2003)) diferem dos dados experimentais da resistência ao cisalhamento das vigas de CRFA. Esse resultado reflete e reafirma a variação observada pelo coeficiente de variação ($C.V.$), para esses modelos, na aplicação dos testes mostrados nas de Tabelas 7 a 13. Mostra, ainda, o fato de o valor da diferença das médias experimentais e teóricas do modelo de *Regressão linear ponderada* ($|Y_i - Y_j|$) ter sido o menor (0,44), uma vez que se observou que esse modelo foi o que apresentou o melhor resultado da média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, tanto quando analisados todo o conjunto de vigas como quando analisados cada grupo de vigas separadamente, na maioria dos casos.

Na análise de todo o conjunto de vigas da base de dados, verificou-se que o modelo de Imam *et al.* (1997) resultou na melhor média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, juntamente com o modelo de *Regressão linear ponderada*. Esse dado pode parecer conflitante com o fato de o modelo de Imam *et al.* (1997) ter sido um dos que apresentaram dados divergentes em relação aos dados experimentais da resistência ao cisalhamento das vigas de CRFA, na aplicação do teste LSD de Fisher (Tabela 14), uma vez que esse teste faz uma comparação das médias dos modelos teóricos com os dados experimentais. Porém, é importante lembrar que esse teste compara a média dos dois conjuntos de dados, através da variância. Essa divergência nos dados do modelo de Imam *et al.* (1997) pode ser explicada de duas formas: pelo coeficiente de variação desse modelo ter sido muito alto (31,3%), quando aplicado a todo o conjunto de vigas da base de dados, e pelo gráfico *box-plot* da Figura 33. Nesse gráfico, pode-se observar que o modelo de Imam *et al.* (1997) apresenta a média, representada por um “X”, muito distante da média dos dados experimentais (primeira caixa de gráfico – linha vermelha). Também, é o único onde a média está fora do terceiro quartil dos dados. Isso ocorreu por causa dos valores muito discrepantes desse modelo, como mostrado na Tabela 7.

Tabela 14 - Aplicação do teste LSD de Fisher da resistência ao cisalhamento das vigas da base de dados.

$$MS_{dentro} = 21293,97$$

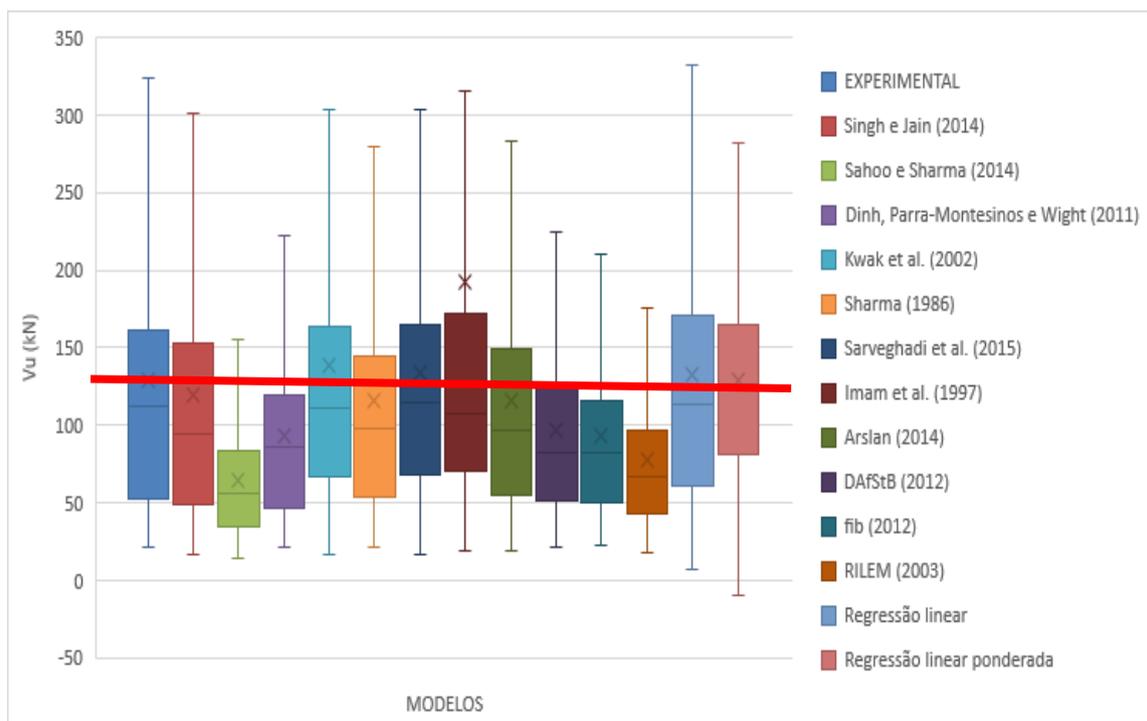
$$t_{0,975; 3346} = 1,9607$$

$$\alpha = 0,05$$

Combinações dos modelos	LSD	$ \bar{Y}_i - \bar{Y}_j $	Conclusão
Exp. / Singh e Jain (2014)	26,12	10,33	Dados semelhantes
Exp. / Sahoo e Sharma (2014)	26,12	64,80	Dados diferem
Exp. / Dinh <i>et al.</i> (2011)	26,12	36,55	Dados diferem
Exp. / Kwak <i>et al.</i> (2002)	26,12	11,00	Dados semelhantes
Exp. / Sharma (1986)	26,12	13,96	Dados semelhantes
Exp. / Sarveghadi <i>et al.</i> (2015)	26,12	4,82	Dados semelhantes
Exp. / Imam <i>et al.</i> (1997)	26,12	62,87	Dados diferem
Exp. / Arslan (2014)	26,12	13,39	Dados semelhantes
Exp. / DAfStB (2012)	26,12	55,55	Dados diferem
Exp. / fib (2012)	26,12	62,43	Dados diferem
Exp. / RILEM (2003)	26,12	51,31	Dados diferem
Exp. / Regressão linear	26,12	3,39	Dados semelhantes
Exp. / Regressão linear ponderada	26,12	0,44	Dados semelhantes

Fonte: Autor (2021).

Figura 33 - Gráfico *box-plot* das resistências ao cisalhamento experimental e teóricas de todos os modelos de previsão de vigas de CRFA.



Fonte: Autor (2021).

Na Figura 33 mostra-se, ainda, que os modelos que apresentaram dados diferentes dos dados experimentais, no teste LSD de Fisher, são os mesmos cujas médias diferem bastante da média dos dados experimentais, no gráfico *box-plot*. Vale ressaltar que os modelos de regressão desenvolvidos neste trabalho apresentam média muito próxima da média dos dados experimentais de resistência ao cisalhamento das vigas em CRFA, uma vez que o “X” das caixas desses modelos estão sob a linha vermelha no gráfico *box-plot*. Isso reafirma os ótimos valores da média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$ para esses modelos. A distância dos “X” de todos os modelos em relação à linha vermelha, no gráfico *box-plot*, reflete o valor da diferença das médias experimentais e teóricas ($|\underline{Y}_i - \underline{Y}_j|$), apresentado na Tabela 14. Assim, com a aplicação do teste LSD de Fisher e observando o gráfico *box-plot* da Figura 33, conclui-se que os modelos de regressão linear, de Sarveghadi *et al.* (2015) e de Kwak *et al.* (2002) são os que melhor representam os dados experimentais da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA da base de dados usada neste trabalho.

Após a análise estatística dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento das vigas de concreto reforçado com fibras de aço, em comparação aos dados experimentais, constatou-se que os modelos de Kwak *et al.* (2002), Sarveghadi *et al.* (2015) e Arslan (2014) foram os que apresentaram os melhores resultados na previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA. O modelo de Kwak *et al.* (2002) foi o que apresentou o menor valor do coeficiente de variação (C.V.). Esse modelo foi escolhido para o desenvolvimento dos estudos paramétricos e a elaboração dos ábacos e tabelas de dimensionamento por ser mais facilmente empregado, uma vez que os parâmetros de análises (f_c , a/d , ρ , ρ_f , l_f/d_f e V_f) estão diretamente relacionados com o esforço cortante último (V_u), conforme apresentado nas Equações 17 a 21.

É importante ressaltar que muitos autores (Dinh *et al.* (2011), Singh e Jain (2014), Sahoo e Sharma (2014), Vitor (2017), Lantsoght (2019a)) convergem na opinião de que mais pesquisas precisam ser realizadas para melhor entendimento do comportamento ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço. Lantsoght (2019a), por exemplo, ao constatar uma grande variabilidade nos resultados dos modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, em relação a resultados de ensaios experimentais, menciona que nenhum método atualmente disponível descreve perfeitamente o comportamento de vigas de CRFA rompendo ao cisalhamento, uma vez que não conseguem descrever a influência da adição das fibras de aço nos mecanismos de transmissão do

cisalhamento: capacidade na zona de compressão, intertravamento de agregado, ação de pino, tensão residual, a contribuição das fibras através da fissura e ação de arco.

4.2 ETAPA 2

4.2.1 Resultados do estudo paramétrico

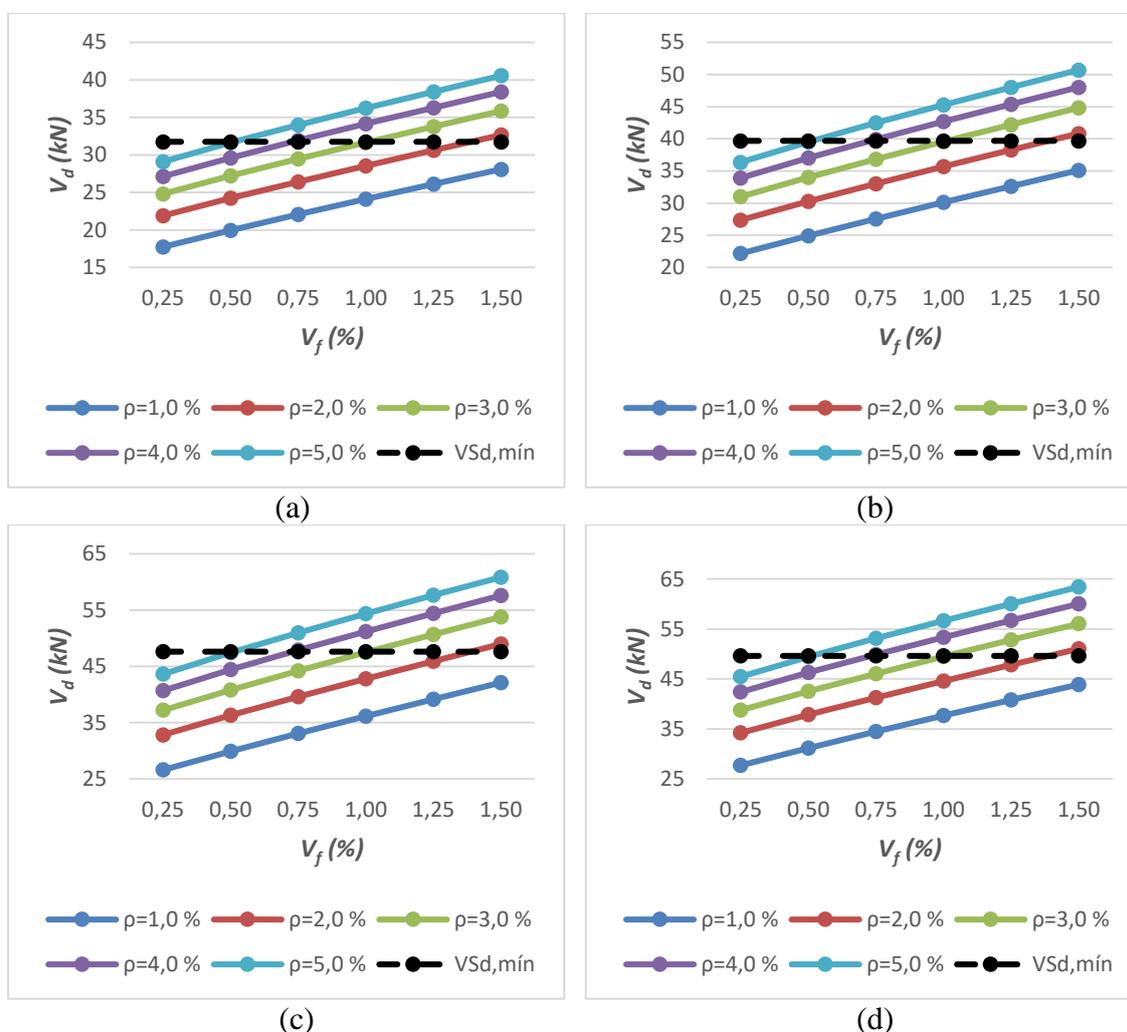
Inicialmente, planejou-se realizar um estudo paramétrico nas vigas de CRFA, avaliando os seguintes parâmetros: f_c , a/d , ρ , ρ_f , L_f/d_f e V_f . Porém, percebeu-se que variando a relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da viga a/d , estariam sendo consideradas vigas de comprimentos diferentes, para uma mesma seção transversal, além de aumentar bastante a quantidade de simulações, o que inviabilizaria o estudo. Sendo assim, optou-se por não fazer comparações entre vigas com a/d diferentes. Dessa forma, utilizando o modelo de Kwak *et al.* (2002), Equação 68, e comparando-o com a força cortante limite mínima apresentada por Bastos (2015), Equação 67, foram analisadas 10 vigas com seções transversais distintas (Tabela 5), buscando verificar a influência de alguns parâmetros na quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de concreto armado, obtidas segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014). Considerando o concreto com resistência à compressão (f_c) igual a 30 MPa, relação entre o vão de cisalhamento e a altura útil da viga (a/d) igual a 5,0, $\rho_f = 1$ e $\frac{L_f}{d_f} = 30$, na Figura 34 apresentam-se os gráficos com o esforço cortante de cálculo obtido em cada simulação (V_d) e a curva da força cortante limite mínima ($V_{Sd,mín}$).

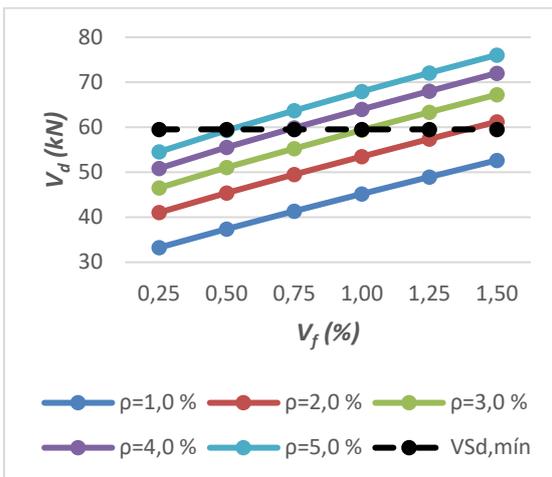
Nos gráficos da Figura 34, pode-se concluir que, quando uma das curvas coloridas para uma determinada taxa de armadura longitudinal de tração (ρ), ultrapassa a curva relativa à força cortante limite mínima $V_{Sd,mín}$ (curva preta e tracejada), aquele é o volume de fibra de aço necessário para substituir a armadura transversal mínima daquela viga. Observando esses gráficos, percebe-se também que o esforço cortante de cálculo (V_d) cresce à medida que crescem o volume de fibras (V_f) e a taxa de armadura longitudinal de tração (ρ).

Comparando esses gráficos, constata-se que apesar das alterações no esforço cortante último e na força cortante limite mínima, provocadas pela alteração nas dimensões das seções transversais das vigas (b_w e h), a solução para a quantidade de fibras de aço necessárias para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA não muda. Independente da seção transversal da viga, as quantidades de fibras de aço são sempre as mesmas, para as simulações que levam o esforço cortante de cálculo ficar acima da curva da força cortante limite mínima,

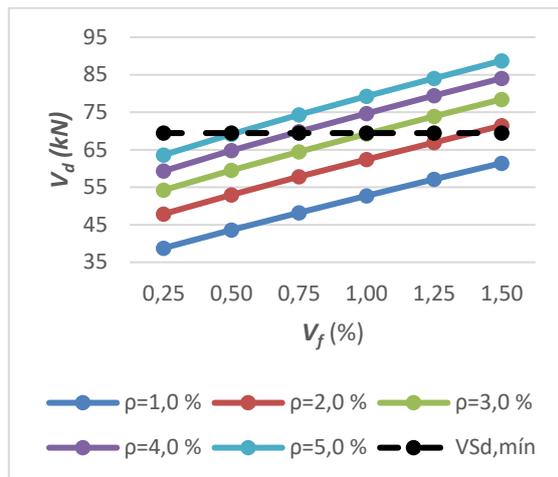
para uma mesma taxa de armadura longitudinal de tração (ρ). Dessa forma, sugere-se que as dimensões da seção transversal da viga não têm influência na definição do volume de fibras que substitui a armadura transversal mínima. Isso pode ser justificado, observando a Equação 68 de Kwak *et al.* (2002) e a Equação 67 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Nessas equações, os parâmetros relativos à seção transversal útil das vigas (b_w e d) são diretamente proporcionais ao esforço cortante V_d , para a equação de Kwak *et al.* (2002), e $V_{Sd,mín}$, para a equação da NBR 6118 (ABNT, 2014), de maneira que, quando comparadas, esses termos se anulam.

Figura 34 - Quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA: (a) V1, (b) V2, (c) V3, (d) V4, (e) V5, (f) V6, (g) V7, (h) V8, (i) V9 e (j) V10.

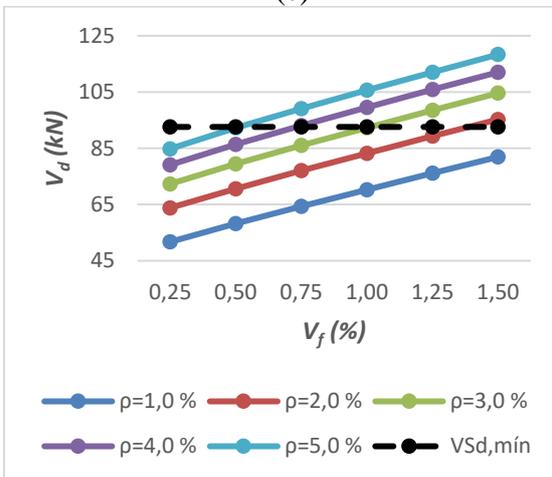




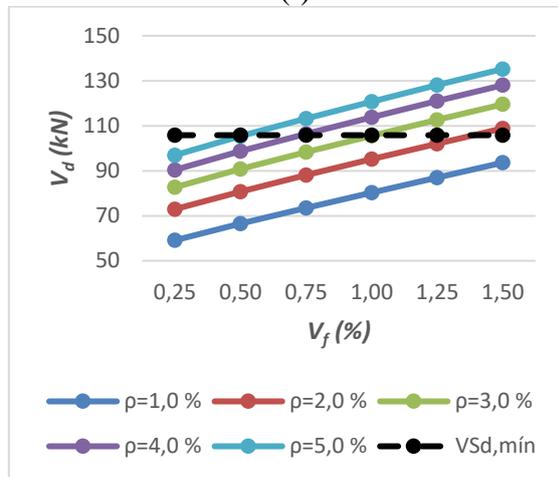
(e)



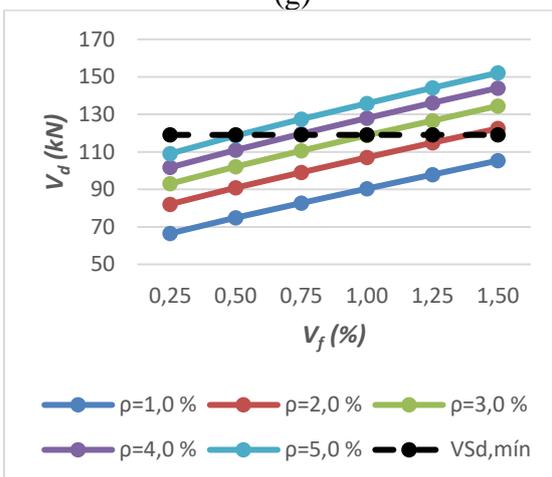
(f)



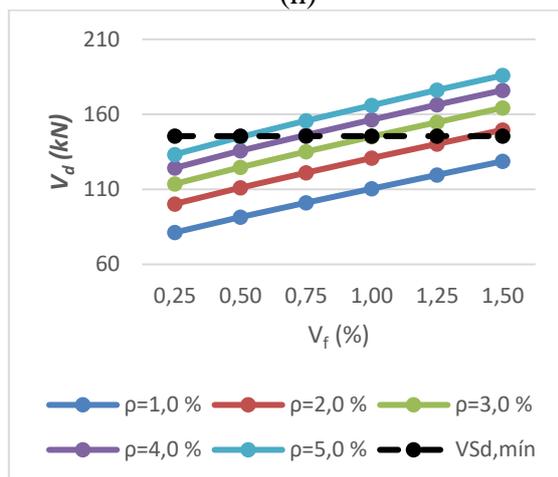
(g)



(h)



(i)



(j)

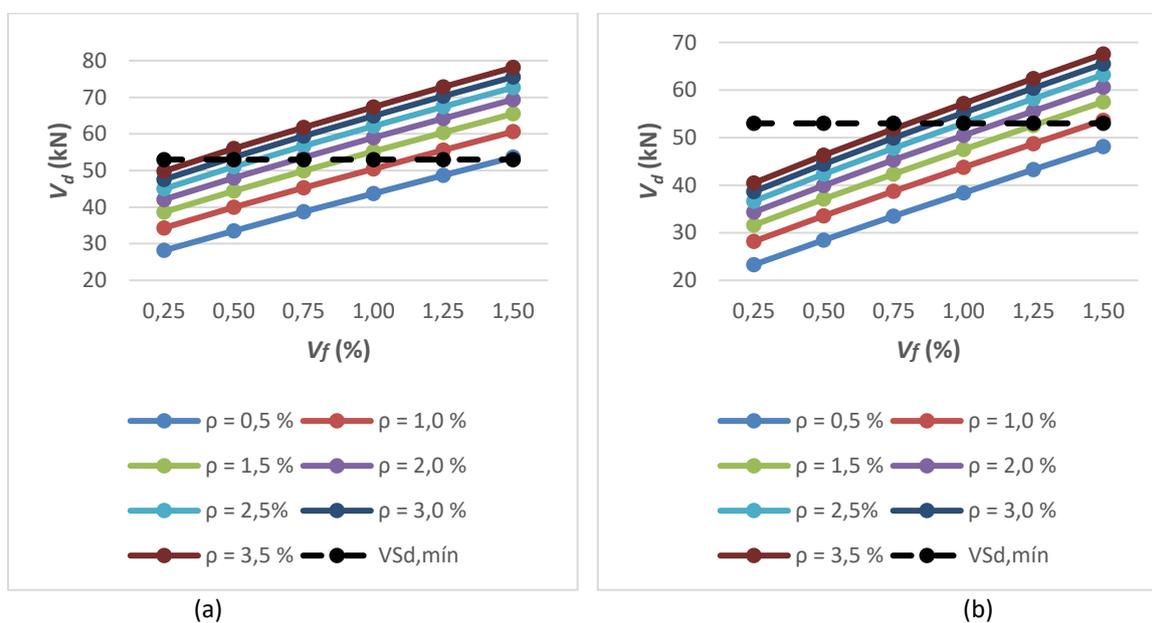
Fonte: Autor (2021).

Com base na conclusão do parágrafo anterior, foi realizada uma segunda simulação considerando uma seção transversal constante ($b_w = 15 \text{ cm}$, $h = 40 \text{ cm}$ e $d = 35 \text{ cm}$), $f_c =$

20 MPa, $\rho_f = 1$, $\frac{L_f}{d_f} = 35$ e os parâmetros variáveis: a/d (5 e 10) e ρ (0,5%, 1,0%, 1,5%, 2,0%, 2,5%, 3,0% e 3,5%).

Os gráficos da Figura 35 mostram essas simulações, onde se vê que, além da influência da taxa de armadura longitudinal de tração (ρ), vista na simulação anterior, a relação a/d influencia na definição da quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima de uma viga. O aumento da relação a/d reduz o esforço cortante resistente de cálculo (V_d) e implica na necessidade de mais fibras de aço para substituir armadura transversal mínima da viga. Por exemplo, considerando uma viga com 1,5% de taxa de armadura longitudinal de tração e $a/d = 5,0$, observa-se no gráfico da Figura 35a que é necessário 1,0% de volume de fibras de aço para substituir a armadura transversal mínima. Mas há a necessidade de se colocar 1,5% de volume de fibras de aço, se essa viga tem uma relação $a/d = 10$, considerando a mesma taxa de armadura longitudinal, de acordo com o gráfico da Figura 35b.

Figura 35 - Influência de ρ e a/d em V_d e em V_f necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA: (a) $a/d = 5$, (b) $a/d = 10$.



Fonte: Autor (2021).

Para entender a influência de parâmetros, como a resistência à compressão do concreto (f_c), o volume de fibras (V_f) e a taxa de armadura longitudinal tracionada (ρ), no comportamento da resistência ao cisalhamento, considerando a medida do esforço cortante de

cálculo (V_d) de vigas de CRFA, em comparação com a força cortante resistente de cálculo limite mínima ($V_{sd,min}$), desenvolveram-se gráficos que relacionam esses parâmetros, para uma viga com relação $a/d = 5,0$. Não se levou em consideração a seção transversal da viga, pois, como discutido anteriormente, esses parâmetros (b_w e d) não influenciam nesse tipo de análise. Esses gráficos foram gerados levando-se em consideração a variação dos parâmetros mostrada na Tabela 15 (item 3.2.2). Essa análise considerou os valores de ρ até 3,5%, pois a NBR 6118 (ABNT, 2014) preconiza que a taxa de armadura longitudinal máxima (tração + compressão – $A_s + A'_s$) deve ser de 4,0%. Na Figura 36, mostram-se os gráficos gerados para essa avaliação.

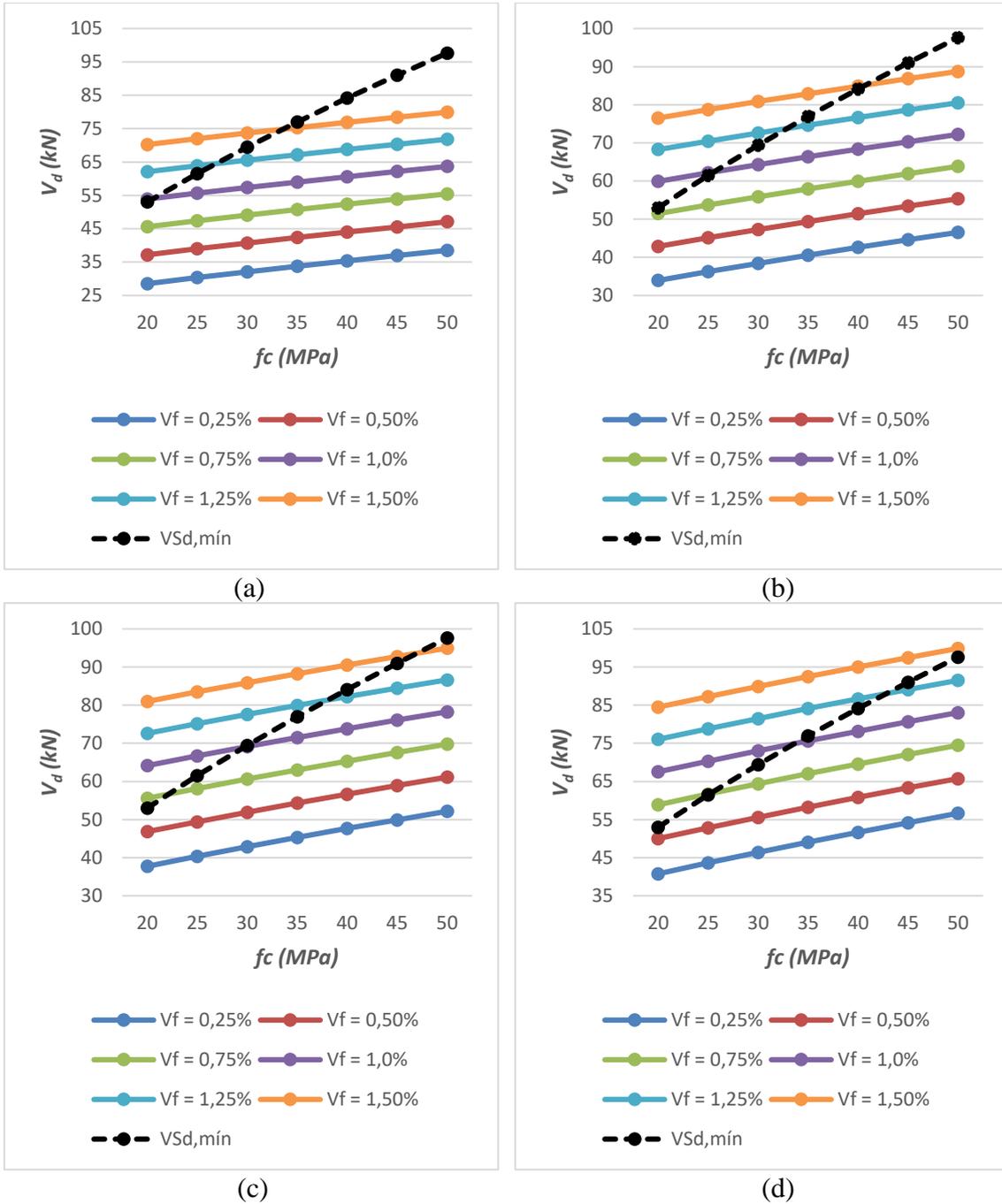
Tabela 15 - Variação dos parâmetros no estudo paramétricos de f_c , V_f e ρ .

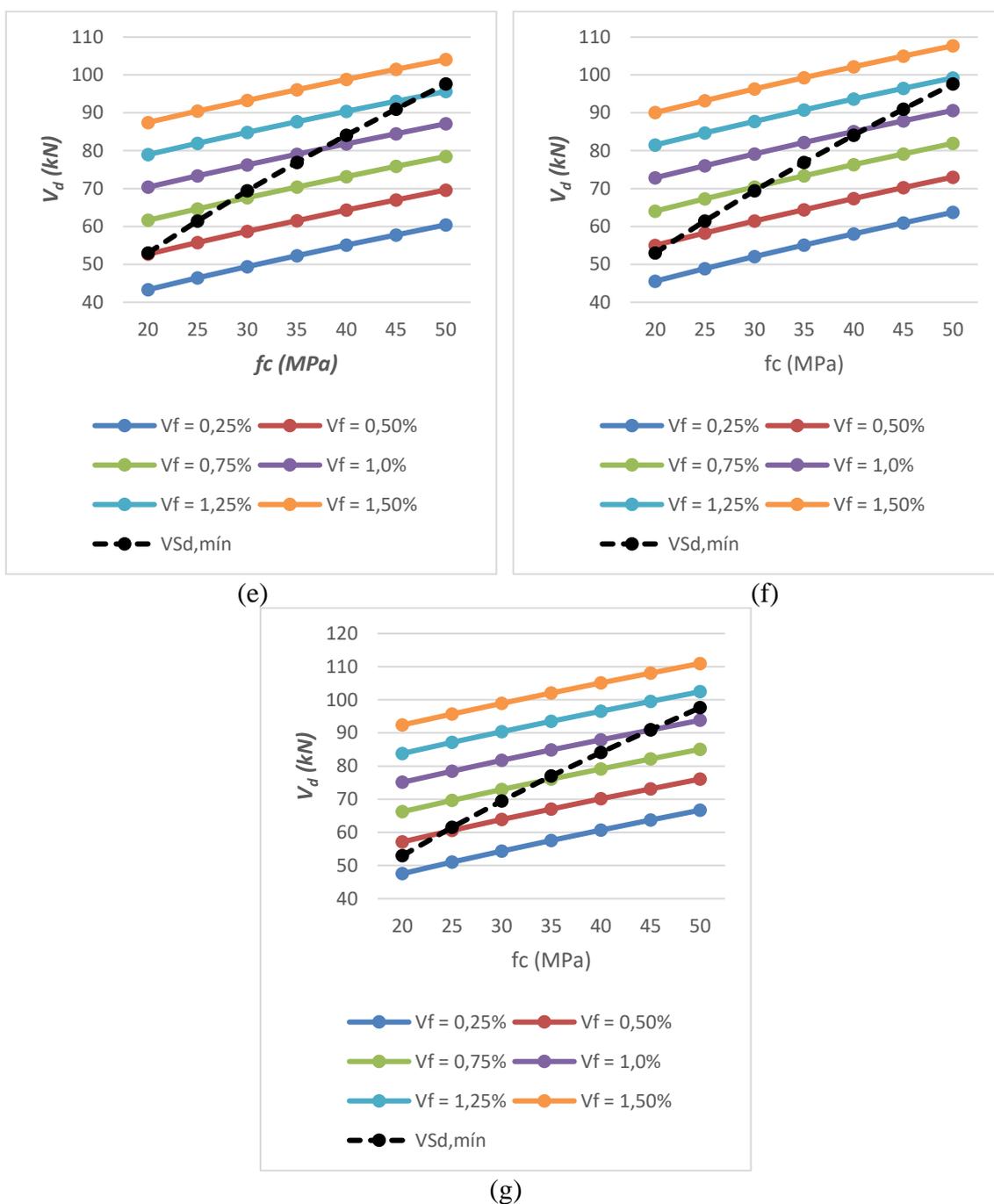
f_c (MPa)	V_f (%)	ρ (%)
20	0,25	0,5
25	0,5	1,0
30	0,75	1,5
35	1,0	2,0
40	1,25	2,5
45	1,5	3,0
50		3,5

Fonte: Autor (2021).

Observando a Figura 36 pode-se constatar que, conforme verificado nas análises anteriores e com base na equação do modelo de Kwak *et al.* (2002), com o aumento dos parâmetros f_c , ρ e V_f , elevam-se os valores do esforço cortante de cálculo (V_d). Porém, esse aumento nem sempre é observado em ensaios experimentais. Vitor (2017), por exemplo, constatou uma redução de até 11,25% na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA, com f_c de 40 MPa, ρ de 1,32% e V_f passando de 0,67% para 0,77%, quando utilizada a medida da tensão de cisalhamento normalizada ($\frac{v_u}{\sqrt{f_c}}$). A autora observou ainda uma queda de 17,29% no valor da tensão de cisalhamento normalizada, quando mantidos constantes a resistência à compressão do concreto $f_c = 20MPa$ e o teor de fibras de aço $V_f = 0,77\%$. A taxa de armadura longitudinal de tração (ρ) passou de 1,32% para 1,55%.

Figura 36 - Influência de f_c , ρ e V_f em V_d e na quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA: (a) $\rho = 0,5\%$, (b) $\rho = 1,0\%$, (c) $\rho = 1,5\%$, (d) $\rho = 2,0\%$, (e) $\rho = 2,5\%$, (f) $\rho = 3,0\%$ e (g) $\rho = 3,5\%$.





(g)
Fonte: Autor (2021).

O aumento da taxa da armadura longitudinal tracionada (ρ) provoca uma redução no volume de fibras necessária para substituir a armadura transversal mínima. Porém, elevando-se a resistência à compressão do concreto (f_c), há necessidade de uma quantidade maior de fibras de aço para substituir a armadura transversal mínima.

A redução da quantidade de fibras de aço com o aumento da armadura longitudinal de tração foi constatado em vários trabalhos experimentais. Esse comportamento foi mostrado no

item 4.1.1 deste trabalho, sendo justificado pela influência do efeito de pino provocado pelas armaduras longitudinais. O aumento de ρ traz alguns inconvenientes práticos, como a dificuldade no adensamento do concreto, mas pode ser uma solução viável quando a quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima for elevada.

A redução de V_f com o aumento de ρ é mostrada nos gráficos da Figura 36. Com a sucessão dos gráficos (que se traduz em um aumento de ρ), a curva que representa a força cortante resistente de cálculo limite mínima ($V_{sd,min}$), tende a baixar em relação às demais curvas, resultando em uma maior quantidade de possibilidades de utilizar volumes de fibras de aço mais baixos.

Com a necessidade de aumento na quantidade de fibras de aço para substituir a armadura transversal mínima, quando aumenta-se a resistência à compressão do concreto (f_c), pode-se sugerir que essa alternativa não levará à uma solução econômica, uma vez que aumentará o custo desse concreto mais resistente e o preço das fibras, com o aumento da quantidade. Assim, o ideal é buscar uma solução razoável entre a quantidade de armadura longitudinal de tração e de fibras de aço. Lembrando que essas análises foram feitas levando-se em consideração um único tipo de fibra de aço, de maneira que a alteração no tipo da fibra de aço (alterando assim ρ_f e $\frac{L_f}{d_f}$) pode trazer uma solução ainda mais eficiente e econômica.

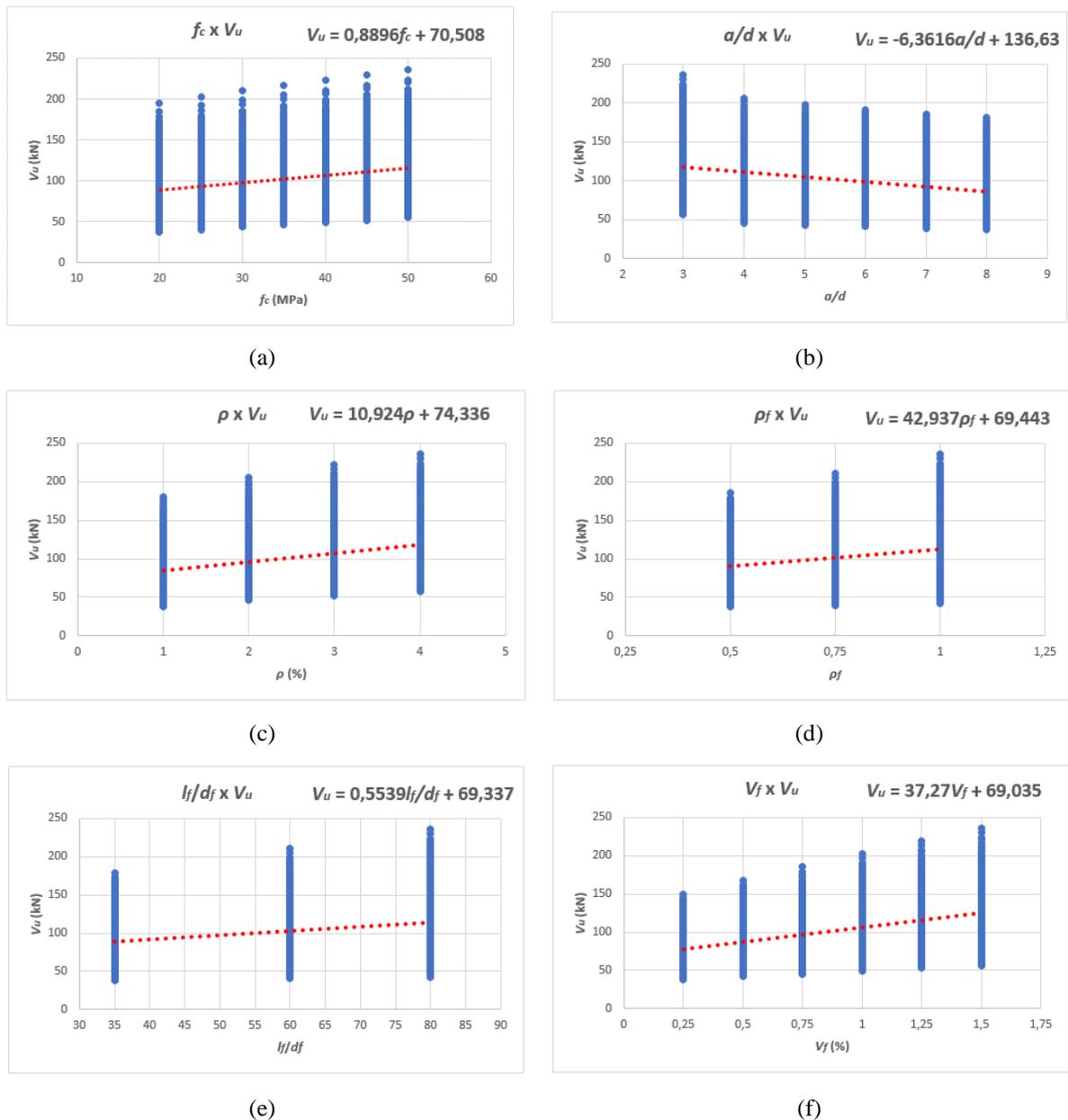
Por fim, nesse estudo paramétrico, foi feita uma análise mais completa em relação aos parâmetros que influenciam no valor da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto, usando a equação do modelo de Kwak *et al.* (2002). Para isso, foram substituídos nessa equação os valores de cada parâmetro mostrados no **Erro! Fonte de referência não encontrada.** Esses valores foram escolhidos pois abrangem uma grande quantidade de vigas de CRFA que podem ser consideradas em situações reais. A aplicação desse conjunto de valores para cada parâmetro resultou em 9072 simulações.

Após a aplicação dos parâmetros apresentados na Tabela 6 (item 3.2.2), na Equação de Kwak *et al.* (2002) (Equação 68), traçou-se gráficos da relação entre o esforço cortante último (V_u) e cada parâmetro em estudo. Em seguida, definiu-se curvas de tendência lineares e obteve-se a equação de cada curva, conforme apresentado na Figura 37.

Com a equação de tendência linear de cada parâmetro em estudo, em relação ao esforço cortante último, substituiu-se os valores máximos e mínimos de cada parâmetro em suas respectivas equações de tendência. Assim, definiu-se os valores dos esforços cortantes últimos máximos e mínimos, $V_{u-máx.}$ e $V_{u-mín.}$, respectivamente. De posse desses valores, calculou-se o

crescimento do esforço cortante último (V_u), pela diferença entre os valores máximos e mínimos, obtendo-se os valores da diferença de ΔV_u , conforme apresentado na Tabela 16.

Figura 37 – Curvas de relação de V_u com cada parâmetro em estudo: (a) f_c , (b) a/d , (c) ρ , (d) ρ_f , (e) l_f/d_f e (f) V_f .



Fonte: Autor (2021).

Como pode ser visto nessa última coluna da Tabela 16, os parâmetros que mais influenciam no valor da força de cisalhamento última (V_u) e, conseqüentemente, na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA são, nessa ordem: V_f , ρ , a/d , f_c , l_f/d_f e ρ_f .

O crescimento da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA com o aumento de V_f , ρ e f_c , e com a redução de a/d , foi observado através de ensaios experimentais em diversos estudos (Victor (2017), Dinh, Parra-Montesinos e Wight (2010), Yakoub (2011), Amin e Foster (2016) *apud* Victor (2017) e Sahoo e Sharma (2014)), conforme já citado anteriormente, e nos estudos paramétricos realizados neste trabalho. Os próprios autores da equação utilizada nessa regressão linear (Kwak *et al.* (2002)), em um ensaio com 12 vigas de concreto reforçado com fibras de aço e sem estribos, mostraram que houve crescimento na resistência ao cisalhamento com a aumento de f_c , V_f , ρ e redução de a/d . Sahoo e Sharma (2014) observaram em seus ensaios que o volume de fibras (V_f) tem mais influência na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA do que a taxa de armadura longitudinal de tração (ρ).

Tabela 16 – Análise dos parâmetros que mais influenciam no crescimento de V_u .

Parâmetro	$V_{u-mín.}$ (kN)	$V_{u-máx.}$ (kN)	ΔV_u (kN)	Posição
f_c	88,3	115,0	26,7	4°
a/d	117,5	85,7	31,8	3°
ρ	85,3	118,0	32,8	2°
ρ_f	90,9	112,4	21,5	6°
l_f/d_f	88,7	113,6	24,9	5°
V_f	78,4	124,9	46,6	1°

Fonte: Autor (2021).

A relação a/d é o único parâmetro que influencia negativamente o valor da força de cisalhamento última (V_u), ou seja, quanto maior o valor da relação a/d , menor o valor da força de cisalhamento última (V_u) e, conseqüentemente, da resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA. Isso é facilmente observado na curva de tendência linear mostrada na Figura 37b. Essa relação inversa entre a/d e V_u já era esperado, pois, o aumento da relação a/d , para uma seção transversal retangular constante, implica no aumento do comprimento da viga, provocando uma redução na resistência ao cisalhamento da mesma. Lembrando que essa análise não é sobre o parâmetro que mais influencia na definição da quantidade de fibras (V_f) a ser inserida na viga, mas sobre o parâmetro que mais influencia no valor da força de cisalhamento última (V_u), e, conseqüentemente, na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA, segundo a expressão de Kwak *et al.* (2002).

Os resultados dessa análise mostraram uma pequena influência do tipo de fibra (ρ_f) na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA. Na equação do modelo de Kwak *et al.* (2002),

o parâmetro ρ_f aparece em três fatores, assim como V_f e l_f/d_f , e pela própria natureza dos valores de ρ_f , já se esperava que quanto maior fosse o seu valor, maior seria a resistência ao cisalhamento das vigas simuladas, como mostra a curva de tendência linear para esse parâmetro (Figura 37d). Em ensaios de vigas com fibras com gancho nas extremidades e onduladas, para concretos de resistência normal e de alta resistência, Singh e Jain (2014) observaram um crescimento de até 46% e 34%, respectivamente, no valor da tensão de cisalhamento normalizada, quando comparadas às fibras de aço com 30 mm e 60 mm de comprimento. Com as influências de ρ_f e V_f na resistência ao cisalhamento de vigas de concreto reforçado com fibras de aço, observa-se que o fator de fibra (F) e, portanto, a fibra de aço em si, se mostra bastante influente no ganho de resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA.

4.2.2 Ábacos e tabelas de dimensionamento

Finalmente, com o intuito de tornar mais prático o processo do uso de fibras de aço em substituição à armadura transversal mínima em vigas de concreto armado, quando essas armaduras forem dimensionadas segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), foram desenvolvidos ábacos e tabelas de dimensionamento. Os ábacos e tabelas foram desenvolvidos tomando como base a equação 48 de Kwak *et al.* (2002). O termo relativo à taxa da armadura longitudinal de tração (ρ) ficou escrito em função da relação a/d , para os teores de fibras de aço (V_f) considerados nesta pesquisa, ou seja, valores de 0,25% à 1,50% com incrementos de 0,25%. Foram elaborados ábacos e tabelas para as resistências à compressão do concreto (f_c), de 20 MPa à 50 MPa com incrementos de 5 MPa e levando-se em consideração os parâmetros relativos ao tipo de fibra de aço utilizada ($\rho_f = 0,50, 0,75$ e $1,0$ e $l_f/d_f = 35, 60$ e 80). Os ábacos estão presentes no Apêndice B e as tabelas no Apêndice C.

Os ábacos e as tabelas foram desenvolvidos sem levar em consideração diretamente as dimensões da seção transversal da viga e seu comprimento, pois constatou-se que esses parâmetros não têm influência na definição do teor de fibras de aço necessário para substituir a armadura transversal mínima em vigas de concreto armado, uma vez que eles se anulam no processo de dedução da equação. Os únicos parâmetros que são levados em consideração são o vão de cisalhamento (a) e a altura útil da viga (d), na relação a/d . Para melhor identificar qual ábaco ou tabela usar, no início dos Apêndices B e C foi inserida uma tabela que os identifica (Tabelas B1 e C1), com base nos dados de resistência à compressão do concreto da viga (f_c) e com os parâmetros da fibra de aço (ρ_f e l_f/d_f).

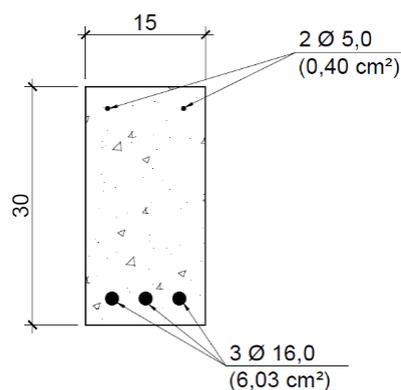
A seguir, mostra-se uma aplicação dos ábacos de dimensionamento desenvolvidos. Para isso, considera-se uma viga com seção transversal (b_w e h), altura útil (d) e comprimento (L), conforme apresentado na Tabela 17, moldada com concreto de resistência à compressão $f_c = 30 \text{ MPa}$ e armada longitudinalmente com 3 barras de 16,0 mm na parte inferior (tracionada) e 2 barras de 5,0 mm na parte superior (comprimida). Na Figura 38, mostram-se os detalhes da seção transversal da viga.

Tabela 17 - Dados da viga usada no exemplo.

b_w (cm)	h (cm)	d (cm)	L (cm)
15	30	25	350

Fonte: Autor (2021).

Figura 38 - Detalhes da seção transversal da viga usada no exemplo.



Fonte: Autor (2021).

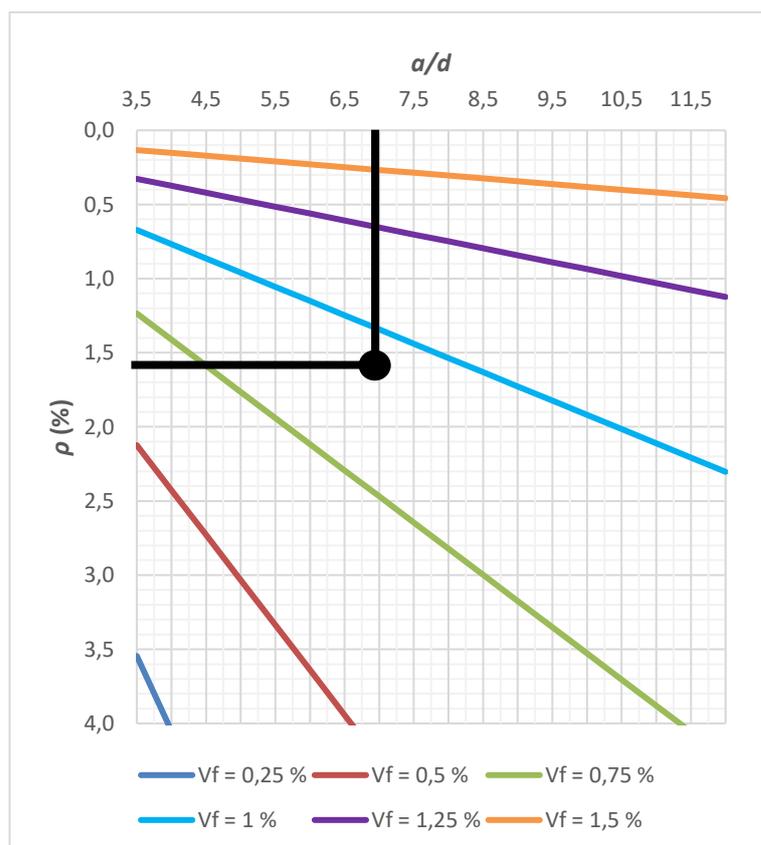
Com os dados da Tabela 17, considerando o vão de cisalhamento igual à $a = \frac{L}{2} = 175 \text{ cm}$ (carga uniformemente distribuída e o vão de cisalhamento (a) igual a metade do vão da viga), relação a/d igual a 7,0, armadura longitudinal de tração igual a ($3\Phi 16$, mm), taxa de armadura longitudinal de tração (ρ) igual a 1,61%, armadura transversal igual à armadura mínima ($A_{sw,min}$), foi usado algum ábaco do Apêndice B para saber qual o teor de fibra de aço necessário para substituir a armadura transversal mínima da viga. Para fazer a escolha desse ábaco, precisa-se definir o tipo de fibra de aço a ser utilizada, ou seja, precisa-se definir os valores de ρ_f e l_f/d_f . Para esse exemplo, foi considerada uma fibra com gancho nas pontas ($\rho_f = 1,0$), relação $l_f/d_f = 60$ e resistência à compressão do concreto $f_c = 30 \text{ MPa}$. Com

esses dados e com base na Tabela B1 do Apêndice B, o ábaco a ser utilizado foi o B2.3. Esse gráfico foi replicado na Figura 39.

A Figura 39 mostra o ponto indicando o cruzamento dos dados de a/d e ρ para esse exemplo. O ponto de interseção dos parâmetros a/d e ρ ficou entre duas retas que representam 0,75% e 1,0% de volume de fibras de aço. Nesse caso, pode fazer uma interpolação linear para definir a quantidade de fibras de aço ou adotar a quantidade de fibras de aço relativa à curva superior, ou seja, para esse exemplo, 1,0%.

Se o ponto ficasse acima da última curva ($V_f = 1,50\%$), significaria que seria necessário utilizar um teor de fibra de aço acima de 1,50%, sendo melhor buscar outras alternativas. Não recomenda-se a utilização de grandes quantidades de fibras de aço, para evitar problemas no comportamento associado à trabalhabilidade do concreto.

Figura 39 - Ábaco B2.3 do Apêndice B para viga usada no exemplo.



Fonte: Autor (2021).

Alguns ábacos não apresentam todas as curvas. Isso significa que o volume de fibra (V_f) relativo àquela curva não é solução para as condições adotadas naquele ábaco. O caso mais

extremo acontece para o ábaco B7.7 (que é correspondente a Tabela C7.7), onde nenhuma das curvas aparecem nesse ábaco. Isso significa que, para os valores de $\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 50 \text{ MPa}$, nem a maior quantidade de fibra de aço adotada para a elaboração dos ábacos e tabelas ($V_f = 1,50\%$) é suficiente para substituir a armadura transversal mínima, calculada segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), independente das condições dos parâmetros a/d e ρ . A justificativa disso é que os valores de ρ_f e l_f/d_f dizem respeito a uma fibra reta e curta, ou seja, de pouca aderência e baixa capacidade de transferência das tensões de tração através das fissuras.

Na definição do volume de fibras de aço com o uso das tabelas, o procedimento é similar. O que muda é que as tabelas consideram valores de a/d e ρ com valores discretos, ou seja, só é possível usar as tabelas se o valor de a/d estiver entre 3,5 e 12, variando a cada 0,5, e se o valor de ρ esteja entre 0,5 e 4, também variando a cada 0,5. Para os casos em que o teor de fibras de aço supera o valor máximo adotado neste trabalho ($V_f = 1,50\%$), colocou-se nas tabelas o termo N.A. (não se aplica).

Como se pôde perceber, de posse dos dados da viga e considerando que se obteve armadura transversal mínima no dimensionamento da mesma, segundo os procedimentos normativos da NBR 6118 (ABNT, 2014), o procedimento, com a utilização dos ábacos e das tabelas dos Apêndices B e C, para definir a quantidade (teor) de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima é muito simples.

5 CONCLUSÕES

Esse trabalho teve como objetivo avaliar a possibilidade de substituição da armadura transversal mínima em vigas de concreto armado por fibras de aço, quando essa armadura transversal for dimensionada conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014).

Nesse contexto, buscou-se analisar e comparar alguns modelos de previsão da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA, propostos na literatura e nas normas internacionais. Através da análise estatística selecionou-se o modelo que apresentou maior concordância com os ensaios experimentais. Posteriormente, foram desenvolvidos ábacos e tabelas para definir, de forma simples e prática, o teor de fibras de aço necessário para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA, quando essa armadura for dimensionada de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

Com os resultados obtidos neste trabalho pode-se chegar às seguintes conclusões:

- Observou-se uma grande variabilidade nos resultados dos ensaios experimentais relativos à resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA, quando analisada a base de dados com 240 vigas.
- A maioria das fibras de aço da base de dados é do tipo com gancho nas extremidades. O volume de fibras empregado na base de dados varia entre 0,5% e 1,50%. Isso se dá por ser um intervalo prático para o emprego no combate ao esforço de cisalhamento em vigas de CRFA.
- Houve uma tendência de crescimento da resistência ao cisalhamento das vigas agrupadas na base de dados, conforme aumentam os parâmetros f_c , ρ , V_f e F , e uma tendência de redução dessa resistência quando aumenta o parâmetro a/d .
- Os modelos de previsão da resistência ao cisalhamento em vigas de concreto reforçado com fibras de aço são, na grande maioria, modelos empíricos, obtidos da análise de dados experimentais. Na aplicação desses modelos à base de dados com 240 vigas, utilizada nesta pesquisa, houve uma grande variabilidade entre os dados experimentais e teóricos dos modelos da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA.
- Houve também uma grande variabilidade nos resultados dos testes estatísticos, quando comparados os modelos de previsão da resistência ao cisalhamento das vigas. O modelo de Kwak *et al.* (2002) apresentou o melhor coeficiente de variação. Mas os modelos de Sarveghadi *et al.* (2015) e Arslan (2014) também se mostraram muito eficientes nesta análise. Quando as vigas da base de dados foram separadas em grupos, os modelos de

Kwak *et al.* (2002) e Arslan (2014) se mostraram os mais eficientes. Os modelos das normas internacionais se apresentaram bastante conservadores, com algumas poucas exceções, quando do emprego dos modelos em alguns grupos de vigas da base de dados. Os modelos de regressão linear desenvolvidos nesta pesquisa apresentaram uma boa média da relação $\frac{V_{u-exp}}{V_{u-teo}}$, mas valores muito altos no coeficiente de variação (C.V.).

- No estudo paramétrico, os ábacos e as tabelas de dimensionamento, desenvolvidos com o modelo de Kwak *et al.* (2002), mostraram que:
 - As dimensões da seção transversal retangular da viga não têm influência na definição da quantidade de fibras de aço necessárias para substituir a armadura transversal mínima;
 - A redução da relação a/d resulta em uma menor quantidade de fibras de aço necessárias para substituir as armaduras transversais mínimas em vigas de concreto armado;
 - O crescimento dos parâmetros ρ , ρ_f e $\frac{L_f}{d_f}$ provoca um aumento na resistência ao cisalhamento em vigas de CRFA (V_u) e uma menor quantidade de fibras de aço (V_f) serão necessárias para substituir a armadura transversal mínima;
 - O aumento da resistência à compressão do concreto (f_c) leva a necessidade de uma maior quantidade de fibras de aço; e
 - Os parâmetros que mais influenciam na resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA são V_f , ρ e a/d .
- A definição da quantidade de fibras de aço necessária para substituir a armadura transversal mínima em vigas de CRFA, quando essas vigas foram dimensionadas de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizando ábacos e tabelas se mostrou muito simples e prática, o que pode facilitar seu emprego em vigas de estruturas convencionais.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se para trabalhos futuros:

- Aplicar mais modelos de previsão da resistência ao cisalhamento de vigas de CRFA.
- Utilizar uma base de dados maior, que contenha uma maior variabilidade do tipo de fibra de aço empregada.

- Estudar a possibilidade da substituição da armadura transversal mínima em vigas de CRFA por fibras de outros materiais.
- Estudar a redução da armadura transversal em vigas de concreto por fibras de aço, ou de outros materiais.
- Estudar a eficiência das fibras de aço, em conjunto com armaduras convencionais reduzidas, para suportar os esforços combinados de flexão e cisalhamento.
- Estudar a relação a/d para vigas com carregamentos distribuídos e/ou concentrados.

REFERÊNCIAS

- ABDUL-ZAHER, A. S.; ABDUL-HAFEZ, L. M.; TAWFIC, Y. R.; HAMMED, O. **Shear behavior of fiber reinforced concrete beams**. Journal Eng. Sci. Assiut Univ., 2016.
- ADEBAR, P.; MINDESS, S.; PIERRE, D. S.; OLUND, B. **Shear Tests of Fiber Concrete Beams without Stirrups**. ACI Structural Journal, 1997.
- ADEBAR, P.; MINDESS, S.; ST.-PIERRE, D.; OLUND, B. **Shear tests of fiber concrete beams without stirrups**. ACI Structural Journal, 1997.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.1R - **State-of-the-art report on fiber reinforced concrete**. Farmington Hills, 2006.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.2R - **Measurement of Properties of Fiber Reinforced Concrete – Manual of Concrete Practice**, 2006.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.3R - **Guide for specifying, proportioning, mixing, placing, and finishing steel fiber reinforced concrete**. Farmington Hills, 2006.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 544.4R - **Design considerations for steel fiber reinforced concrete**. Farmington Hills, 2018.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete**. ACI 318, 2006.
- ARSLAN, G. **Shear strength of Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC) slender beams**. KSCE Journal Civ. Eng., 2014.
- ARSLAN, G.; KESKIN, R.S.O.; ULUSOY, S. **An experimental study on the shear strength of SFRC beams without stirrups**. Journal Theor. Appl. Mech., 2017.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 15530 - **Fibras de aço para concreto – Especificação**. - Rio de Janeiro, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16935 - **Projeto de estruturas de concreto reforçado com fibras – Procedimento**. - Rio de Janeiro, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16938 - **Concreto reforçado com fibras - Controle da qualidade**. - Rio de Janeiro, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16939 - **Concreto reforçado com fibras - Determinação das resistências à fissuração e residuais à tração por duplo punção - Método de ensaio**. - Rio de Janeiro, 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 16940 - **Concreto reforçado com fibras - Determinação das resistências à tração na flexão (limite de proporcionalidade e resistências residuais) - Método de ensaio**. - Rio de Janeiro, 2021.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 - **Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. - Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8890 - **Tubo de Concreto Armado de Seção Circular para Esgoto Sanitário**. - Rio de Janeiro, 2020.

ASTM C 1116 - **Standard specification for fiber-reinforced concrete**, ASTM International. West Conshohocken, PA, 2015.

BARROS, A. R. - **Avaliação do comportamento de vigas de concreto auto-adensável reforçado com fibras de aço**. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Alagoas. Área: Estruturas. Maceió, 2009.

BASTOS, P. S. S. - **Análise experimental de dormentes de concreto protendido reforçados com fibras de aço**. Tese de Doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo. Área: Engenharia de Estruturas. São Carlos, 1999.

BASTOS, P. S. S. - **Dimensionamento de vigas de concreto armado à força cortante** - Notas de aula da disciplina 2323-Estruturas de Concreto II, Bauru, São Paulo, 2015.

BATSON, G.; BALL, C.; BAILEY, L.; LANDERS, E.; HOOKS, J. **Flexural Fatigue Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams**. ACI Journal Proceedings, V. 69, No. 11, 1972b.

BATSON, G.; JENKINS, E.; SPATNEY, R. **Steel Fibers as Shear Reinforcement in Beams**. ACI Journal Proceedings, 1972a.

BENTUR, A.; MINDESS, S. - **Fibre reinforced cementitious composites**. Essex, Inglaterra. Elsevier Science Publishers LTD, 1990.

BENTUR, A.; MINDESS, S. - **Fibre reinforced cementitious composites**. United Kingdom: Elsevier, 2007.

CEN, **Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1 General Rules and Rules for Buildings**. NEN-EN 1992-1-1:2005; Comité Européen de Normalisation: Brussels, Belgium, 2005.

CUCCHIARA, C.; LA MENDOLA, L.; PAPIA, M. **Effectiveness of stirrups and steel fibres as shear reinforcement**. Cem. Concr. Compos, 2004.

DAfStB-**Richtlinie Stahlfaserbeton**. DAfStB: Berlin, Germany, 2012.

DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. K. **Shear Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement**. ACI Structural Journal. 2010.

DINH, H. H.; PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. K. **Shear Strength Model for Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrup Reinforcement**. Journal Struct. Eng., 2011.

DUMÊT, T. B. **Aderência de cordoalhas em concretos de alta resistência com e sem fibras de aço**. Tese de Doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo. Área: Engenharia de Estruturas. São Carlos, 2003.

DUMÊT, T. B. **Estruturas de concreto armado I** - Notas de aula da disciplina ENG 118 - Estruturas de Concreto Armado I, Salvador, Bahia, 2012.

DUPONT, D.; VANDEWALLE, L. **Shear Capacity of Concrete Beams Containing Longitudinal Reinforcement and Steel Fibers**. ACI Spec. Publ., 2003.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, **Test Method for Metallic Fibered Concrete – Measuring the Flexural Tensile Strength (Limit of Proportionality (LOP), Residual)**. EN 14651, 2005.

fib. **Model Code 2010: Final Draft**; International Federation for Structural Concrete: Lausanne, Switzerland, 2012.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto com fibras de aço**. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Construção Civil, BT/PCC/260. São Paulo: EPUSP, 2000.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto com fibras**. In: Isaia, Geraldo Cechella. (Org.) Concreto. Ensino, Pesquisa e Realizações. IBRACON. V2, Capítulo 39. São Paulo, 2005.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto reforçado com fibras**. Tese de Livre-Docência - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia da Construção Civil. São Paulo, 2011.

FIGUEIREDO, A. D. **Parâmetros de controle e dosagem do concreto projetado com fibras de aço**. Tese de Doutorado. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.

FIGUEIREDO, A. D.; NUNES, N. L.; TANESI, J. **Mix design analysis on steel fiber reinforced concrete**. In: Fifth International Rilem Symposium on Fibre – Reinforced Concretes (FRC). Fibre-Reinforced Concretes (FRC) – BIFIB'2000. Proceedings. RILEM Publications S.A.R.L., Lyon, 2000.

FURLAN JR, S. **Vigas de concreto com taxas reduzidas de armadura de cisalhamento: influência do emprego de fibras curtas e pretensão**. Tese de Doutorado – Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo. São Carlos, 1995.

FURLAN, S.; de HANAI, J. B. **Shear behaviour of fiber reinforced concrete beams**. Cem. Concr. Compos., 1997.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: Solicitações Transversais**. PINI, São Paulo, 2008.

GALI, S.; SUBRAMANIAM, K. V. L. **Shear behavior of steel fiber reinforced concrete using full-field displacements from digital image correlation**. MATEC Web Conf., 2017.

GREENOUGH, T.; NEHDI, M. **Shear Behavior of Fiber-Reinforced Self-Consolidating Concrete Slender Beams**. ACI Mater. Journal, 2008.

HWANG, J. H.; LEE, D. H.; KIM, K. S.; JU, H.; SEO, S. Y. **Evaluation of shear performance of steel fibre reinforced concrete beams using a modified smeared-truss model**. Mag. Concr. Res., 2013.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F. **Shear Capacity of Steel Fiber High-Strength Concrete Beams**. ACI Spec. Publ. High Perform. Concr., 1994.

IMAM, M.; VANDEWALLE, L.; MORTELMANS, F.; VAN GEMERT, D. **Shear domain of fibre-reinforced high-strength concrete beams**. Eng. Struct., 1997.

ISLAM, M. S.; ALAM, S. **Principal Component and Multiple Regression Analysis for Steel Fiber Reinforced Concrete (SFRC) Beams**. Internat. Journal of Concrete Struct. and Mater., 2013.

JINDAL, R. L. **Shear and Moment Capacities of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams**. ACI Spec. Publ., 1984.

KANG, T. H. K.; KIM, W.; MASSONE, L. M.; GALLEGUILLOS, T. A. **Shear-Flexure Coupling Behavior of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams**. ACI Structural Journal, 2012.

KWAK, K. H.; SUH, J.; HSU, C. T. T. **Shear-Fatigue Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams**. ACI Structural Journal, 1991.

KWAK, Y. K.; EBERHARD, M. O.; KIM, W. S.; KIM, J. **Shear Strength of Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups**. ACI Structural Journal. 2002.

LANTSOGHT, E. O. L. **Database of Experiments on SFRC Beams without Stirrups Failing in Shear**. 1.0 ed.; Zenodo: Geneva, Switzerland, 2019b.

LANTSOGHT, E. O. L. **Database of Shear Experiments on Steel Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrups**. Materials, 2019a.

LIM, D. H.; OH, B. H. **Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fibre reinforced concrete beams**. Eng. Struct., 1999.

LIM, T. Y.; PARAMASIVAM, P.; LEE, S. L. **Shear and moment capacity of reinforced steel fiber concrete beams**. Magazine of Concrete Research, v 39, n 140, 1987.

MANSUR, M. A.; ONG, K. C. G.; PARAMASIVAM, P. **Shear Strength of Fibrous Concrete Beams Without Stirrups**. Journal Struct. Eng., 1986.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. PINI, São Paulo, 1994.

MILLER, K. P. **Estudo da fluência em vigas de concreto reforçado com fibras de aço, com aplicação de conceitos da mecânica da fratura**. Dissertação de Mestrado – Escola de Engenharia de São Paulo. Área: Engenharia de Estruturas. São Carlos, 2008.

MINELLI, F.; PLIZZARI, G.A. **On the Effectiveness of Steel Fibers as Shear Reinforcement**. ACI Structural Journal, 2013.

NAAMAN, A. E. **Fiber reinforcements for concrete: looking back, looking ahead**. In: RILEM Proceedings, PRO 15, RILEM Publications SARL., 2000.

NARAYANAN, R.; DARWISH, I. Y. S. **Use of steel fibers as shear reinforcement**. ACI Materials Structural Journal, Detroit, 1987.

NARAYANAN, R.; DARWISH, I. Y. S. **Fiber Concrete Deep Beams in Shear**. ACI Structural Journal, 1988.

PARRA-MONTESINOS, G. J.; WIGHT, J. K.; DINH, H. H.; LIBBRECHT, A.; PADILLA, C. **Shear Strength of Fiber Reinforced Concrete Beams without Stirrups**. University of Michigan: Ann Arbor, MI, USA, 2006.

PINHEIRO, J. I. D.; CARVAJAL, S. S. R.; CUNHA, S. B.; GOMES, G. C. **Probabilidade e estatística**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

REVISTA CONCRETO E CONSTRUÇÕES. **Concreto: Material construtivo mais consumido no mundo**. IBRACON, março 2009. Ano XXXVII/ n°53. São Paulo.

RILEM TC 162-TDF. **σ - ϵ -Design Method**. Mater. Struct., 2003.

ROSENBUSCH, J.; TEUTSCH, M. **Trial Beams in Shear Brite/Euram Project 97-4163 Final Report Sub Task 4.2**. Technical University of Braunschweig: Braunschweig, Germany, 2003.

SAHOO, D. R.; BHAGAT, S.; REDDY, T. C. V. **Experimental study on shear-span to effective-depth ratio of steel fiber reinforced concrete T-beams**. Mater. Struct., 2016.

SAHOO, D. R.; SHARMA, A. **Effect of Steel Fiber Content on Behavior of Concrete Beams with and without Stirrups**. ACI Structural Journal, 2014.

SALVADOR, R. P. **Análise Comparativa de métodos de ensaio para caracterização do comportamento mecânico de concretos reforçados com fibras**. Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Área: Engenharia de Construção Civil e Urbana. São Paulo, 2013.

SARVEGHADI, M.; GANDOMI, A. H.; BOLANDI, H.; ALAVI, A. H. **Development of prediction models for shear strength of SFRCB using a machine learning approach**. Neural Comput. Appl., 2015.

SHAH, S. P.; OUYANG, C. **Mechanical behavior of fiber-reinforced cement-based composites**. Journal of the American Ceramic Society. V. 14, n 11, 1991.

SHARMA, A. K. **Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams**. ACI Journal Proceedings, 1986.

SHIN, S. W.; OH, J. G.; GHOSH, S. K. **Shear behavior of laboratory-sized high strength concrete beams reinforced with bars and steel fibers**. ACI, 1994.

SHOAIB, A. **Shear in Steel Fiber Reinforced Concrete without Stirrups**. Ph.D. Thesis, University of Alberta, Edmonton, AB, Canada, 2012.

SHOAIB, A.; LUBELL, A. S.; BINDIGANAVILE, V. S. **Shear response of lightweight steel fiber reinforced concrete members without stirrups**. Mater. Struct., 2015.

SHOAIB, A.; LUBELL, A. S.; BINDIGANAVILE, V. S. **Size Effect in Shear for Steel Fiber-Reinforced Concrete Members without Stirrups**. ACI Structural Journal, 2014.

SINGH, B.; JAIN, K. **An appraisal of steel fibers as minimum shear reinforcement in concrete beams**. ACI Structural Journal, 2014.

SLATER, E.; MONI, M.; ALAM, M. S. **Predicting the shear strength of steel fiber reinforced concrete beams**. Construction and Building Materials, Oxford, n. 26, 2012.

SWAMY, R. N.; JONES, R.; CHIAM, A. T. P. **Influence of Steel fibers on the Shear Resistance of Lightweight Concrete I-Beams**. ACI Structural Journal, 1993.

THOMAS, J.; RAMASWAMY, A. **Mechanical Properties of Steel Fiber-Reinforced Concrete**. J. Mater. Civ. Eng., 2007.

TITELLO, E. P. **Análise da confiabilidade de vigas de concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais**. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2020.

VITOR, P. C. P. **Resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado sem armadura transversal reforçadas com fibras de aço**. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2017.

WILLIAMSON, G. R.; KNAB, L. I. **Full Scale Fibre Concrete Beam Tests, Fibre Reinforced Cement and Concrete**. RILEM Symposium, Construction Press, Lancaster, 1975.

YAKOUB, H. E. **Shear Stress Prediction: Steel Fiber-Reinforced Concrete Beams without Stirrups**. ACI Structural Journal, 2011.

ZARARIS, P. D.; PAPADAKIS, G. C. **Diagonal shear failure and size effect in RC beams without web reinforcement**. J. Struct. Eng. ASCE, 2001.

ZARRINPOUR, M. R.; CHAO, S. H. **Shear Strength Enhancement Mechanisms of Steel Fiber-Reinforced Concrete Slender Beams**. ACI Structural Journal, 2017.

ZHAO, J.; LIANG, J.; CHU, L.; SHEN, F. **Experimental Study on Shear Behavior of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams with High-Strength Reinforcement**. Materials, 2018.

ZSUTTY, T. **Shear Strength Prediction for Separate Categories of Simple Beam Tests**. ACI Journal Proceedings, 1971.

**APÊNDICE A – BASE DE DADOS PARA VIGAS DE CRFA ROMPENDO AO CISALHAMENTO, COM ARMADURA
LONGITUDINAL DE TRAÇÃO E SEM ESTRIBO**

Referência	Ident.	Geometria				Armação			Mistura de Concreto		Tipo de Fibra	Fibras					Capacidade				
		b _w	h	d	L	a/d	ρ	f _y	d _a	f _c		ρ _f	l _f	d _f	l _f /d _f	V _f	f _f	P _u	V _u	v _u	v _u /raiz(f _c)
		(mm)	(mm)	(mm)	(mm)		(MPa)	(mm)	(MPa)			(mm)	(mm)		(%)	(MPa)	(kN)	(kN)	(MPa)		
Singh e Jain (2014)	D-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	28,1	CG	1	35	0,55	65	0,75	1100	279	112,95	3,00	0,57
	D-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	25,3	CG	1	35	0,55	65	0,75	1100	196	79,07	2,10	0,42
	E-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,9	CG	1	35	0,55	65	1	1100	270	109,19	2,90	0,55
	E-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	26,2	CG	1	35	0,55	65	1	1100	305	123,49	3,28	0,64
	F-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	28,1	CG	1	35	0,55	65	1,5	1100	274	111,07	2,95	0,56
	F-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,3	CG	1	35	0,55	65	1,5	1100	323	131,02	3,48	0,67
	G-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,5	CG	1	60	0,75	80	0,5	1050	160	64,76	1,72	0,33
	G-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	24,9	CG	1	60	0,75	80	0,5	1050	191	77,18	2,05	0,41
	H-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,8	CG	1	60	0,75	80	0,75	1050	225	91,11	2,42	0,46
	H-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,3	CG	1	60	0,75	80	0,75	1050	252	101,66	2,70	0,52
	I-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	26,3	CG	1	60	0,75	80	1	1050	287	115,96	3,08	0,60
	I-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,1	CG	1	60	0,75	80	1	1050	259	104,67	2,78	0,53
	AA-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	47,8	CG	1	60	0,75	80	0,5	1050	316	127,63	3,39	0,49
	AA-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	49,5	CG	1	60	0,75	80	0,5	1050	376	152,11	4,04	0,57
	R-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,8	O	0,75	30	0,6	50	1	1025	194	78,69	2,09	0,40
	R-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,2	O	0,75	30	0,6	50	1	1025	192	77,94	2,07	0,40
	U-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,6	O	0,75	60	0,7	85	1	1050	244	98,64	2,62	0,50
	U-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	27,9	O	0,75	60	0,7	85	1	1050	201	81,32	2,16	0,41
	W-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	34,7	O	0,75	30	0,6	50	1	1025	246	99,40	2,64	0,45
	W-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	36,2	O	0,75	30	0,6	50	1	1025	247	100,15	2,66	0,44
Z-I	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	37,0	O	0,75	60	0,7	85	1	1050	272	110,31	2,93	0,48	
Z-II	150	300	251	1470	3,5	0,0267	565	12,5	38,3	O	0,75	60	0,7	85	1	1050	257	103,91	2,76	0,45	
Sahoo e Sharma	M-25-0.50	150	300	261	1800	2,3	0,0116	415	20,0	28,7	CG	1	60	0,75	80	0,5	1100	286	143,04	3,65	0,68
	M20-S-0.75	150	300	261	1800	3,4	0,0195	415	20,0	32,9	CG	1	60	0,75	80	0,75	1100	218	108,46	2,77	0,48

(2014)	M20-S-1	150	300	261	1800	3,4	0,0195	415	20,0	23,8	CG	1	60	0,75	80	1	1100	192	93,21	2,38	0,49
	M20-S-1.25	150	300	261	1800	3,4	0,0195	415	20,0	24,1	CG	1	60	0,75	80	1,25	1100	208	113,59	2,90	0,59
Shoaib, Lubell e Bindiganavile (2015)	L31	310	308	258	1548	3,0	0,0184	404	10,0	22,0	CG	1	30	0,5	55	1	1100	405	202,50	2,55	0,54
	L32	310	308	258	1548	3,0	0,0245	404	10,0	31,0	CG	1	30	0,5	55	1	1100	595	297,50	3,74	0,67
	L62	300	600	550	3300	3,0	0,0119	404	10,0	30,0	CG	1	30	0,5	55	1	1100	612	306,00	1,89	0,34
Arslan <i>et al.</i> (2017)	A2.5F1.0A	150	230	200	1000	2,5	0,0134	420	22,0	33,7	CG	1	30	0,55	55	1	1100	130	65,00	2,18	0,38
	A2.5F1.0b	150	230	200	1000	2,5	0,0134	420	22,0	24,5	CG	1	30	0,55	55	1	1100	88	44,00	1,48	0,30
	A2.5F2.0	150	230	200	1000	2,5	0,0134	420	22,0	21,4	CG	1	30	0,55	55	2	1100	100	50,00	1,68	0,36
	A2.5F3.0	150	230	200	1000	2,5	0,0134	420	12,0	9,8	CG	1	30	0,55	55	3	1100	78	39,00	1,31	0,42
	A3.5F1.0	150	230	200	1400	3,5	0,0134	420	22,0	20,2	CG	1	30	0,55	55	1	1100	65	32,50	1,10	0,25
	A3.5F2.0	150	230	200	1400	3,5	0,0134	420	22,0	21,4	CG	1	30	0,55	55	2	1100	85	42,50	1,44	0,31
	A3.5F3.0	150	230	200	1400	3,5	0,0134	420	12,0	27,9	CG	1	30	0,55	55	3	1100	117	58,50	1,97	0,37
	A4.5F1.0	150	230	200	1800	4,5	0,0134	420	22,0	24,5	CG	1	30	0,55	55	1	1100	85	42,50	1,44	0,29
Parra- Montesinos <i>et al.</i> (2006)	11	152	457,2	381	2966,2	3,4	0,0271	410	10,0	49,2	CG	1	60	0,508	80	1	1100	344	172,00	2,97	0,42
	7	152	457,2	381	2966,2	3,4	0,0271	410	10,0	31,0	CG	1	30	0,508	60	1,5	1100	297	148,25	2,56	0,46
	10	152	457,2	381	2966,2	3,4	0,0271	410	10,0	44,9	CG	1	30	0,508	60	1,5	1100	378	188,79	3,26	0,49
	9	152	457,2	381	2966,2	3,4	0,0271	410	10,0	44,9	CG	1	30	0,508	60	1,5	1100	380	189,95	3,28	0,49
	12	152	457,2	381	2966,2	3,4	0,0271	410	10,0	49,2	CG	1	60	0,508	80	1	1100	435	217,75	3,76	0,54
	8	152	457,2	381	2966,2	3,4	0,0271	410	10,0	31,0	CG	1	30	0,508	60	1,5	1100	390	195,16	3,37	0,61
	4	152	457,2	381	3017	3,5	0,0271	410	10,0	38,1	CG	1	30	0,508	60	1	1100	293	146,52	2,53	0,41
	3	152	457,2	381	3017	3,5	0,0271	410	10,0	38,1	CG	1	30	0,508	60	1	1100	401	200,38	3,46	0,56
	1	152	457,2	381	3017	3,5	0,0197	410	10,0	38,1	CG	1	30	0,508	60	1	1100	351	175,47	3,03	0,49
	2	152	457,2	381	3017	3,5	0,0197	410	10,0	38,1	CG	1	30	0,508	60	1	1100	358	178,95	3,09	0,50
Rosenbusch e Teutsch (2003)	2.2/2	200	300	260	1152,6	1,5	0,0181	500	10,0	41,2	CG	1	60	0,889	67	0,25	1100	560	279,76	5,38	0,84
	2.2/3	200	300	260	1152,6	1,5	0,0181	500	10,0	40,3	CG	1	60	0,889	67	0,76	1100	599	299,52	5,76	0,91
	2.4/2	200	300	260	1650,5	2,5	0,0181	500	10,0	40,0	CG	1	60	0,889	67	0,25	1100	215	107,64	2,07	0,33
	2.4/3	200	300	260	1650,5	2,5	0,0181	500	10,0	38,7	CG	1	60	0,889	67	0,76	1100	288	144,04	2,77	0,45
	2.3/2	200	300	260	1650,5	2,5	0,0115	500	10,0	40,0	CG	1	60	0,889	67	0,25	1100	163	81,64	1,57	0,25
	2.3/3	200	300	260	1650,5	2,5	0,0115	500	10,0	38,7	CG	1	60	0,889	67	0,76	1100	214	107,12	2,06	0,33
	T15*100- SFRC-2	200	500	460	3448,8	3,4	0,0280	500	10,0	37,7	CG	1	60	0,889	67	0,5	1100	488	243,80	2,65	0,43
	T23*50- SFRC-2	200	500	460	3448,8	3,4	0,0280	500	10,0	38,8	CG	1	60	0,889	67	0,5	1100	504	252,08	2,74	0,44
	T15*75- SFRC-2	200	500	460	3448,8	3,4	0,0280	500	10,0	37,7	CG	1	60	0,889	67	0,5	1100	517	258,52	2,81	0,46

	T15*50-SFRC-1	200	500	460	3448,8	3,4	0,0280	500	10,0	37,7	CG	1	60	0,889	67	0,5	1100	526	263,12	2,86	0,47
	1.2/2	200	300	260	2148,3	3,5	0,0356	500	10,0	46,9	CG	1	60	0,889	67	0,25	1100	219	109,72	2,11	0,31
	1.2/3	200	300	260	2148,3	3,5	0,0356	500	10,0	43,7	CG	1	60	0,889	67	0,51	1100	240	120,12	2,31	0,35
	1.2/4	200	300	260	2148,3	3,5	0,0356	500	10,0	48,3	CG	1	60	0,889	67	0,76	1100	310	154,96	2,98	0,43
	20*30-SFRC-1	200	300	260	2168,6	3,5	0,0283	500	10,0	37,7	CG	1	60	0,889	67	0,5	1100	222	110,76	2,13	0,35
	20*30-SFRC-2	200	300	260	2168,6	3,5	0,0283	500	10,0	38,8	CG	1	60	0,889	67	0,5	1100	263	131,56	2,53	0,41
	20*60-SFRC-1	200	600	540	4129,5	3,5	0,0273	500	10,0	37,7	CG	1	60	0,889	67	0,25	1100	307	153,36	1,42	0,23
	20*60-SFRC-2	200	600	560	4129,5	3,5	0,0273	500	10,0	38,8	CG	1	60	0,889	67	0,5	1100	459	229,60	2,05	0,33
	2.6/2	200	300	260	2453,1	4,0	0,0181	500	10,0	41,2	CG	1	60	0,889	67	0,25	1100	164	82,16	1,58	0,25
	2.6/3	200	300	260	2453,1	4,0	0,0181	500	10,0	40,3	CG	1	60	0,889	67	0,76	1100	234	117,00	2,25	0,35
Cucchiara <i>et al.</i> (2004)	A10	150	250	219	2300	2,8	0,0191	610	10,0	40,9	CG	1	30	0,5	60	1	1115	193	96,38	2,93	0,46
	A20	150	250	219	2300	2,8	0,0191	610	10,0	40,9	CG	1	30	0,5	60	2	1115	207	103,31	3,15	0,49
	B10	150	250	219	2300	2,0	0,0191	610	10,0	43,2	CG	1	30	0,5	60	1	1115	230	115,07	3,50	0,53
	B20	150	250	219	2300	2,0	0,0191	610	10,0	43,2	CG	1	30	0,5	60	2	1115	231	115,50	3,52	0,53
Lim e Oh (1999)	S0.00V1	100	180	130	1300	3,1	0,0309	420	10,0	38,7	RL	0,50	42	0,7	60	1	1303	117	58,37	4,49	0,72
	S0.00V2	100	180	130	1300	3,1	0,0309	420	10,0	42,4	RL	0,50	42	0,7	60	2	1303	149	74,49	5,73	0,88
Dinh <i>et al.</i> (2010)	B18-1a	152	455	381	2136	3,4	0,0196	496	10,0	44,8	CG	1	30	0,54	55	0,75	1100	441	170,54	2,98	0,44
	B18-1b	152	455	381	2136	3,4	0,0196	496	10,0	44,8	CG	1	30	0,54	55	0,75	1100	413	159,71	2,79	0,42
	B18-2a	152	455	381	2136	3,4	0,0196	496	10,0	38,1	CG	1	30	0,54	55	1	1100	437	168,99	2,95	0,48
	B18-2b	152	455	381	2136	3,4	0,0196	496	10,0	38,1	CG	1	30	0,54	55	1	1100	445	172,08	3,00	0,49
	B18-3a	152	455	381	2136	3,4	0,0263	448	10,0	31,0	CG	1	30	0,54	55	1,5	1100	384	148,49	2,60	0,47
	B18-3b	152	455	381	2136	3,4	0,0263	448	10,0	31,0	CG	1	30	0,54	55	1,5	1100	507	196,06	3,42	0,61
	B18-3c	152	455	381	2136	3,4	0,0263	448	10,0	44,9	CG	1	30	0,54	55	1,5	1100	494	191,03	3,33	0,50
	B18-3d	152	455	381	2136	3,4	0,0263	448	10,0	44,9	CG	1	30	0,54	55	1,5	1100	490	189,49	3,30	0,49
	B18-5a	152	455	381	2136	3,4	0,0263	448	10,0	49,2	CG	1	60	0,75	80	1	1100	445	172,08	3,00	0,43
	B18-5b	152	455	381	2136	3,4	0,0263	448	10,0	49,2	CG	1	60	0,75	80	1	1100	565	218,49	3,80	0,54
	B18-7a	152	455	381	2136	3,4	0,0196	496	10,0	43,3	CG	1	30	0,375	80	0,75	2300	498	192,58	3,36	0,51
	B18-7b	152	455	381	2136	3,4	0,0196	496	10,0	43,3	CG	1	30	0,375	80	0,75	2300	490	189,49	3,30	0,50
	B27-2a	205	685	610	3558	3,5	0,0196	455	10,0	28,7	CG	1	60	0,75	80	0,75	1100	872	348,51	2,84	0,53
	B27-2b	205	685	610	3558	3,5	0,0196	455	10,0	28,7	CG	1	60	0,75	80	0,75	1100	854	341,31	2,78	0,52
	B27-3b	205	685	610	3558	3,5	0,0152	448	10,0	42,3	CG	1	30	0,54	55	0,75	1100	863	344,91	2,81	0,43

	B27-4a	205	685	610	3558	3,5	0,0152	448	10,0	29,6	CG	1	60	0,75	80	0,75	1100	663	264,98	2,17	0,40
	B27-4b	205	685	610	3558	3,5	0,0152	448	10,0	29,6	CG	1	60	0,75	80	0,75	1100	556	222,21	1,83	0,34
	B27-5	205	685	610	3558	3,5	0,0196	455	10,0	44,4	CG	1	30	0,54	55	1,5	1100	1081	432,04	3,50	0,53
	B27-6	205	685	610	3558	3,5	0,0196	455	10,0	42,8	CG	1	60	0,75	80	1,5	1100	1046	418,05	3,39	0,52
Minelli e Plizzari (2013)	NSC1-FRC1	200	480	435	4350	2,5	0,0104	512	20	24,8	CG	1	30	0,6	50	0,38	1100	258	129,00	1,54	0,31
	NSC2-FRC1	200	480	435	4350	2,5	0,0104	512	20	33,5	CG	1	50	1	50	0,38	1100	229	114,50	1,38	0,24
	NSC2-FRC2	200	480	435	4350	2,5	0,0104	512	20	33,5	CG + R	0,75	24	0,73	78	0,57	1333	273	136,50	1,63	0,28
	NSC3-FRC	200	480	435	4350	2,5	0,0104	512	20	38,6	CG	1	30	0,6	50	0,38	1100	272	136,00	1,62	0,26
	NSC4-FRC- 500-1	200	500	455	2280	2,5	0,0099	550	15	24,4	CG	1	50	1	50	0,25	1100	388	194,00	2,16	0,44
	NSC4-FRC- 500-2	200	500	455	2280	2,5	0,0099	550	15	24,4	CG	1	50	1	50	0,25	1100	308	154,00	1,72	0,35
	NSC4-FRC- 1000	200	1000	910	4550	2,5	0,0104	530	20	24,4	CG	1	50	1	50	0,25	1100	494	247,00	1,42	0,29
Lim <i>et al.</i> (1987)	2/0.5/2.5	152	254	221	2100	2,5	0,0120	448	10	34,0	CG	1	30	0,5	60	0,5	1130	116	58,00	1,76	0,30
	4/1.0/1.5	152	254	221	1600	1,5	0,0239	448	10	34,0	CG	1	30	0,5	60	1	1130	295	147,50	4,41	0,76
	4/1.0/2.5	152	254	221	2100	2,5	0,0239	448	10	34,0	CG	1	30	0,5	60	1	1130	165	82,60	2,49	0,43
	4/1.0/3.5	152	254	221	2100	3,5	0,0239	448	10	34,0	CG	1	30	0,5	60	1	1130	135	67,40	2,04	0,35
	4/0.5/1.5	152	254	221	1600	1,5	0,0239	448	10	34,0	CG	1	30	0,5	60	0,5	1130	270	135,00	4,04	0,69
	4/0.5/2.5	152	254	221	2100	2,5	0,0239	448	10	34,0	CG	1	30	0,5	60	0,5	1130	127	63,70	1,93	0,33
	4/0.5/3.5	152	254	221	2100	3,5	0,0239	448	10	34,0	CG	1	30	0,5	60	0,5	1130	99	49,40	1,50	0,26
Mansur <i>et al.</i> (1986)	B1	150	225	197	504	2,0	0,0136	462	20	29,1	CG	1	30	0,5	60	0,5	1260	150	75,00	2,56	0,47
	B2	150	225	197	505,6	2,8	0,0136	462	20	29,1	CG	1	30	0,5	60	0,5	1260	105	52,50	1,80	0,33
	B3	150	225	197	507,2	3,6	0,0136	462	20	29,1	CG	1	30	0,5	60	0,5	1260	90	45,00	1,55	0,29
	C1	150	225	197	504	2,0	0,0136	462	20	29,9	CG	1	30	0,5	60	0,75	1260	170	85,00	2,89	0,53
	C2	150	225	197	505,6	2,8	0,0136	462	20	29,9	CG	1	30	0,5	60	0,75	1260	120	60,00	2,05	0,38
	C6	150	225	197	505,6	2,8	0,0204	462	20	29,9	CG	1	30	0,5	60	0,75	1260	130	65,00	2,22	0,41
	E2	150	225	197	505,6	2,8	0,0136	462	20	20,6	CG	1	30	0,5	60	0,75	1260	90	45,00	1,55	0,34
	E3	150	225	197	505,6	2,8	0,0204	462	20	20,6	CG	1	30	0,5	60	0,75	1260	120	60,00	2,05	0,45
	F3	150	225	197	505,6	2,8	0,0204	462	20	33,4	CG	1	30	0,5	60	0,75	1260	172	86,00	2,93	0,51
Zarrinpour e Chao (2017)	SFRC12W6	152	305	254	1778	3,5	0,0248	420	10	29,0	CG	1	51	0,76	67	0,75	1096	240	120,00	3,13	0,58
	SFRC18a	152	457	394	2844,8	3,6	0,0286	420	10	39,0	CG	1	51	0,76	67	0,75	1096	322	161,00	2,73	0,44
	SFRC18b	152	457	394	2844,8	3,6	0,0286	420	10	39,0	CG	1	51	0,76	67	0,75	1096	388	194,00	3,28	0,53
Narayanan e Darwish	D4	100	400	345	1000	0,7	0,0355	550	5	47,6	O	0,75	30	0,3	100	0,75	2000	722	361,00	10,46	1,52
	D8	100	400	345	1000	0,6	0,0355	550	5	47,8	O	0,75	30	0,3	100	1	2000	808	404,00	11,71	1,69

(1988)	D9	100	400	345	1000	0,8	0,0355	550	5	45,6	O	0,75	30	0,3	100	1	2000	684	342,00	9,91	1,47
	D10	100	400	345	1000	0,9	0,0355	550	5	49,1	O	0,75	30	0,3	100	1	2000	688	344,00	9,97	1,42
	D11	100	400	345	1000	0,7	0,0355	550	5	31,0	O	0,75	30	0,3	100	1	2000	588	294,00	8,52	1,53
	D12	100	400	345	1000	0,7	0,0355	550	5	34,7	O	0,75	30	0,3	100	1	2000	666	333,00	9,65	1,64
Adebar <i>et al.</i> (1997)	FC3	150	610	560	1500	1,6	0,0214	420	14	49,9	CG	1	30	0,5	60	1,5	1200	324	324,00	3,88	0,55
	FC10	150	610	560	1500	1,6	0,0214	420	14	46,9	CG	1	50	0,5	60	0,4	1200	247	247,00	2,96	0,43
	FC11	150	610	560	1500	1,6	0,0214	420	14	40,8	CG	1	50	0,5	60	0,6	1200	237	237,00	2,84	0,44
Greenough e Nehdi (2008)	S-HE-50-0.5	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	47,9	CG	1	50	1	50	0,5	1100	182	90,85	1,74	0,25
	S-HE-50-0.75	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	38,0	CG	1	50	1	50	0,75	1100	211	105,60	2,02	0,33
	S-HE-50-1.0	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	42,2	CG	1	50	1	50	1	1100	298	148,90	2,84	0,44
	S-FE-50-0.5	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	45,4	EC	0,50	50	1	50	0,5	1100	231	115,45	2,21	0,33
	S-FE-50-0.75	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	44,4	EC	0,50	50	1	50	0,75	1100	288	144,10	2,75	0,41
	S-FE-50-1.0	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	40,3	EC	0,50	50	1	50	1	1100	294	146,75	2,80	0,44
	S-FE-30-0.75	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	46,0	EC	0,50	30	0,7	43	0,75	1100	246	122,90	2,35	0,35
S-FE-30-1.0	200	300	265	2000	3,0	0,0178	400	10	42,2	EC	0,50	30	0,7	43	1	1100	303	151,35	2,88	0,44	
Kang <i>et al.</i> (2012)	FNB-50-1	200	355	310	3560	2,5	0,0113	449	9,5	39,8	CG	1	60	0,75	80	0,375	1100	261	130,65	2,16	0,34
	FNB-50-3	200	355	285	3560	2,8	0,0333	503	9,5	39,8	CG	1	60	0,75	80	0,375	1100	440	219,75	3,91	0,62
Dupont e Vandewalle (2003)	2	200	300	260	1800	3,5	0,0355	560	14	46,4	CG	1	60	0,92	65	0,25	1100	220	110,00	2,14	0,31
	3	200	300	260	1800	3,5	0,0355	560	14	43,2	CG	1	60	0,92	65	0,5	1100	240	120,00	2,33	0,36
	4	200	300	260	1800	3,5	0,0355	560	14	47,6	CG	1	60	0,92	65	0,75	1100	310	155,00	3,01	0,44
	14	200	300	260	2300	1,5	0,0181	560	14	40,7	CG	1	60	0,92	65	0,25	1100	560	280,00	5,42	0,85
	15	200	300	260	2300	1,5	0,0181	560	14	42,4	CG	1	60	0,92	65	0,75	1100	600	300,00	5,80	0,89
	17	200	300	262	2300	2,5	0,0115	560	14	39,1	CG	1	60	0,92	65	0,25	1100	165	82,50	1,61	0,26
	18	200	300	262	2300	2,5	0,0115	560	14	38,6	CG	1	60	0,92	65	0,75	1100	216	108,00	2,09	0,34
	20	200	300	260	2300	2,5	0,0181	560	14	39,1	CG	1	60	0,92	65	0,25	1100	216	108,00	2,11	0,34
	21	200	300	260	2300	2,5	0,0181	560	14	38,6	CG	1	60	0,92	65	0,75	1100	288	144,00	2,80	0,45
	23	200	300	260	2300	4,0	0,0181	560	14	40,7	CG	1	60	0,92	65	0,25	1100	165	82,50	1,62	0,25
	24	200	300	260	2300	4,0	0,0181	560	14	42,4	CG	1	60	0,92	65	0,75	1100	234	117,00	2,28	0,35
	26	200	300	262	2300	2,5	0,0115	560	14	26,5	CG	1	50	1,11	45	0,25	1100	200	100,00	1,94	0,38
	27	200	300	262	2300	2,5	0,0115	560	14	27,2	CG	1	50	1,11	45	0,75	1100	240	120,00	2,32	0,45
	29	200	300	260	2300	2,5	0,0181	560	14	26,5	CG	1	50	1,11	45	0,25	1100	200	100,00	1,96	0,38
	30	200	300	260	2300	2,5	0,0181	560	14	27,2	CG	1	50	1,11	45	0,75	1100	240	120,00	2,34	0,45
	31	200	300	262	2300	2,5	0,0115	560	14	47,4	CG	1	60	0,92	65	0,5	1100	260	130,00	2,51	0,37
32	200	300	260	2300	2,5	0,0181	560	14	46,8	CG	1	60	0,92	65	0,5	1100	315	157,50	3,06	0,45	
33	200	300	262	2300	2,5	0,0115	560	14	45,4	CG	1	50	0,63	80	0,5	1100	295	147,50	2,85	0,42	
	41	200	350	305	3250	2,5	0,0103	560	14	34,4	CG	1	60	0,75	80	0,57	1100	324	162,00	2,70	0,46

	43	200	350	305	3250	2,5	0,0103	560	14	30,2	CG	1	60	0,75	80	0,38	1100	324	162,00	2,70	0,49
Batson <i>et al.</i> (1972a)	H1	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	A	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	56	27,87	2,17	0,38
	H2	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	A	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	55	27,42	2,14	0,37
	H3	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	A	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	54	26,89	2,10	0,36
	I1	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	19,1	0,41	46	0,22	1100	56	28,13	2,19	0,38
	I2	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	19,1	0,41	46	0,22	1100	56	28,13	2,19	0,38
	I3	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	19,1	0,41	46	0,22	1100	53	26,36	2,06	0,36
	A2	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	53	26,72	2,08	0,36
	B3	101	152	127	1828,8	4,4	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	63	31,58	2,46	0,43
	C1	101	152	127	1828,8	4,2	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	63	31,49	2,46	0,43
	C2	101	152	127	1828,8	4,2	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	56	27,87	2,17	0,38
	C3	101	152	127	1828,8	4,2	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	50	25,12	1,96	0,34
	D2	101	152	127	1828,8	4,3	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	59	29,55	2,30	0,40
	D3	101	152	127	1828,8	4,3	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	56	27,95	2,18	0,38
	E3	101	152	127	1828,8	4,2	0,0309	276	2	40,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,44	1100	66	32,91	2,57	0,40
	F1	101	152	127	1828,8	4,0	0,0309	276	2	40,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,44	1100	66	33,08	2,58	0,41
	F2	101	152	127	1828,8	4,0	0,0309	276	2	40,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,44	1100	62	31,14	2,43	0,38
	F3	101	152	127	1828,8	4,0	0,0309	276	2	40,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,44	1100	66	33,08	2,58	0,41
	G1	101	152	127	1828,8	4,4	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	57	28,31	2,21	0,38
	G3	101	152	127	1828,8	4,4	0,0309	276	2	33,2	C	0,50	25,4	0,25	102	0,22	1100	54	26,89	2,10	0,36
	L1	101	152	127	1828,8	4,0	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	60	30,08	2,34	0,41
	L2	101	152	127	1828,8	4,0	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	60	30,17	2,35	0,41
	L3	101	152	127	1828,8	4,0	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	66	33,08	2,58	0,45
	M1	101	152	127	1828,8	4,6	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	52	25,83	2,01	0,35
	M2	101	152	127	1828,8	4,4	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	54	27,07	2,11	0,37
	M3	101	152	127	1828,8	4,4	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	51	25,65	2,00	0,35
	N1	101	152	127	1828,8	5,0	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	49	24,33	1,90	0,33
	N2	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	45	22,28	1,74	0,30
	O1	101	152	127	1828,8	4,0	0,0309	276	2	40,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,44	1100	63	31,40	2,45	0,39
	P1	101	152	127	1828,8	4,2	0,0309	276	2	40,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,44	1100	67	33,70	2,63	0,41
	P2	101	152	127	1828,8	4,2	0,0309	276	2	40,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,44	1100	60	30,08	2,34	0,37
	P3	101	152	127	1828,8	4,2	0,0309	276	2	40,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,44	1100	65	32,47	2,53	0,40
	R1	101	152	127	1828,8	3,2	0,0309	276	2	39,7	O	0,75	25,4	0,41	62	0,88	1100	73	36,62	2,86	0,45
R2	101	152	127	1828,8	3,4	0,0309	276	2	39,7	O	0,75	25,4	0,41	62	0,88	1100	68	34,23	2,67	0,42	
S1	101	152	127	1828,8	3,4	0,0309	276	2	39,7	O	0,75	25,4	0,41	62	0,88	1100	66	33,08	2,58	0,41	
S2	101	152	127	1828,8	3,4	0,0309	276	2	39,7	O	0,75	25,4	0,41	62	0,88	1100	84	41,84	3,26	0,52	

	S3	101	152	127	1828,8	3,4	0,0309	276	2	39,7	O	0,75	25,4	0,41	62	0,88	1100	79	39,45	3,08	0,49
	U1	101	152	127	1828,8	2,8	0,0309	276	2	39,8	O	0,75	25,4	0,41	62	1,76	1100	112	56,17	4,38	0,69
	V2	101	152	127	1828,8	1,8	0,0309	276	2	39,8	O	0,75	25,4	0,41	62	1,76	1100	154	76,96	6,00	0,95
	W1	101	152	127	1828,8	1,2	0,0309	276	2	39,8	O	0,75	25,4	0,41	62	1,76	1100	290	145,08	11,31	1,79
	W2	101	152	127	1828,8	1,2	0,0309	276	2	39,8	O	0,75	25,4	0,41	62	1,76	1100	279	139,33	10,86	1,72
	X1	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	48	24,24	1,89	0,33
	X2	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	47	23,35	1,82	0,32
	X3	101	152	127	1828,8	4,8	0,0309	276	2	33,2	O	0,75	25,4	0,41	62	0,22	1100	52	26,01	2,03	0,35
<i>zhao et al.</i> (2018)	S0005	150	300	259,5	2100	2,0	0,0252	568	20	34,5	F	0,50	32,2	0,92	35	0,5	700	225	112,54	2,92	0,50
	S0010	150	300	259,5	2100	2,0	0,0252	568	20	36,1	F	0,50	32,2	0,92	35	1	700	276	138,06	3,58	0,60
	S0015	150	300	259,5	2100	2,0	0,0252	568	20	37,1	F	0,50	32,2	0,92	35	1,5	700	311	155,45	4,02	0,66
	S0020	150	300	259,5	2100	2,0	0,0252	568	20	35,3	F	0,50	32,2	0,92	35	2	700	298	148,81	3,85	0,65
Jindal (1984)	C1	100	152,6	127	1524	3,6	0,0199	475	2	20,7	AR	0,50	7,1	0,282	25	1	4913	42	20,92	1,67	0,37
	G1	100	152,6	127	762	2,0	0,0199	475	2	20,7	AL	0,50	25	0,25	100	1	2350	59	29,50	2,33	0,51
	G2	100	152,6	127	762	2,4	0,0199	475	2	20,7	AL	0,50	25	0,25	100	1	2350	59	29,50	2,33	0,51
	H1	100	152,6	127	762	2,0	0,0199	475	2	20,7	AL	0,50	12,5	0,15	83	1	2350	80	40,05	3,16	0,70
	H3	100	152,6	127	1524	3,6	0,0199	475	2	20,7	AL	0,50	12,5	0,15	83	1	2350	57	28,70	2,28	0,50
	H4	100	152,6	127	1524	4,8	0,0199	475	2	20,7	AL	0,50	12,5	0,15	83	1	2350	49	24,48	1,95	0,43
	J1	100	152,6	127	762	2,0	0,0199	475	2	20,7	AL	0,50	25	0,4	63	1	2350	66	32,93	2,60	0,57
Kwak, Suh e Hsu (1991)	IAS1	152,4	304,8	282,6	1524	2,5	0,0199	303	9,53	33,1	CG	1	50,8	0,508	100	1	1100	271	135,73	3,17	0,55
	IAS2	152,4	304,8	282,6	1524	2,5	0,0199	303	9,53	33,2	CG	1	50,8	0,508	100	1	1100	289	144,63	3,38	0,59
	IBS1	152,4	304,8	282,6	1524	2,5	0,0199	303	9,53	33,0	CG	1	50,8	0,508	100	2	1100	267	133,50	3,12	0,54
	IBS2	152,4	304,8	282,6	1524	2,5	0,0199	303	9,53	34,4	CG	1	50,8	0,508	100	2	1100	276	137,95	3,22	0,55
<i>Hwang et al.</i> (2013)	S-35-0.5	100	200	165,5	1500	3,0	0,0343	540	10	39,4	CG	1	30	0,5	60	0,5	1200	61	30,50	1,87	0,30
	S-35-1.0	100	200	165,5	1500	3,0	0,0343	540	10	39,2	CG	1	30	0,5	60	1	1200	104	52,00	3,16	0,51
	S-35-1.5	100	200	165,5	1500	3,0	0,0343	540	10	40,0	CG	1	30	0,5	60	1,5	1200	108	54,00	3,29	0,52
	S-35-2.0	100	200	165,5	1500	3,0	0,0343	540	10	35,5	CG	1	30	0,5	60	2	1200	95	47,50	2,89	0,49
Gali e Subramaniam (2017)	SFRC_0.5_1	125	250	222	1200	1,8	0,0145	500	10	30,0	CG	1	60	0,75	80	0,5	1225	158	79,00	2,86	0,52
	SFRC_0.5_2	125	250	222	1200	1,8	0,0145	500	10	30,0	CG	1	60	0,75	80	0,5	1225	172	86,00	3,12	0,57
Shoaib, Lubell e Bindiganavile (2014)	N31	310	308	258	1548	3,0	0,0250	404	10	23,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	420	210,00	2,65	0,55
	N32	310	308	240	1440	3,0	0,0403	404	10	41,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	560	280,00	3,79	0,59
Shoaib (2012)	H31	310	308	258	1548	3,0	0,0250	404	10	41,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	554	277,00	3,49	0,54
	N61	300	600	531	3186	3,0	0,0188	404	10	23,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	496	248,00	1,60	0,33
	N62	300	600	523	3138	3,0	0,0255	449	10	23,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	476	238,00	1,56	0,33

	H62	300	600	523	3138	3,0	0,0255	404	10	41,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	880	440,00	2,85	0,44
	N10-1	300	1000	923	5538	3,0	0,0144	404	10	41,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	958	479,00	1,80	0,28
	N10-2	300	1000	920	5520	3,0	0,0203	415	10	41,0	CG	1	30	0,55	55	1	1100	968	484,00	1,83	0,29
Abdul-Zaher <i>et al.</i> (2016)	B2	120	300	266	1100	1,1	0,0126	420	20	31,9	CO	0,75	50	1	50	0,2	834	174	126,21	3,97	0,70
	B3	120	300	266	1100	1,1	0,0126	420	20	31,9	CO	0,75	50	1	50	0,4	834	182	132,68	4,17	0,74
	B4	120	300	266	1100	1,1	0,0126	420	20	31,9	CO	0,75	50	1	50	0,6	834	200	145,63	4,58	0,81
Victor (2017)	V3-S20A-0.64	150	300	247,5	2000	2,8	0,0132	603,6	17,375	22,3	CG	1	60	0,90	66,7	0,64	1160	145	72,50	1,95	0,41
	V4-S20B-0.64	150	300	262	2000	2,7	0,0155	584,3	17,375	26,9	CG	1	60	0,90	66,7	0,64	1160	162	81,00	2,06	0,40
	V5-S20A-0.77	150	300	247,5	2000	2,8	0,0132	603,6	17,375	24,2	CG	1	60	0,90	66,7	0,77	1160	213	106,50	2,87	0,58
	V6-S20B-0.77	150	300	262	2000	2,7	0,0155	584,3	17,375	23,8	CG	1	60	0,90	66,7	0,77	1160	185	92,50	2,35	0,48
	V9-S40A-0.64	150	300	247,5	2000	2,8	0,0132	603,6	17,375	35,7	CG	1	60	0,90	66,7	0,64	1160	209	104,50	2,81	0,47
	V10-S40B-0.64	150	300	262	2000	2,7	0,0155	584,3	17,375	39,4	CG	1	60	0,90	66,7	0,64	1160	246	123,00	3,13	0,50
	V11-S40A-0.77	150	300	247,5	2000	2,8	0,0132	603,6	17,375	42,4	CG	1	60	0,90	66,7	0,77	1160	202	101,00	2,72	0,42
V12-S40B-0.77	150	300	262	2000	2,7	0,0155	584,3	17,375	37,1	CG	1	60	0,90	66,7	0,77	1160	230	115,00	2,93	0,48	

Legenda:

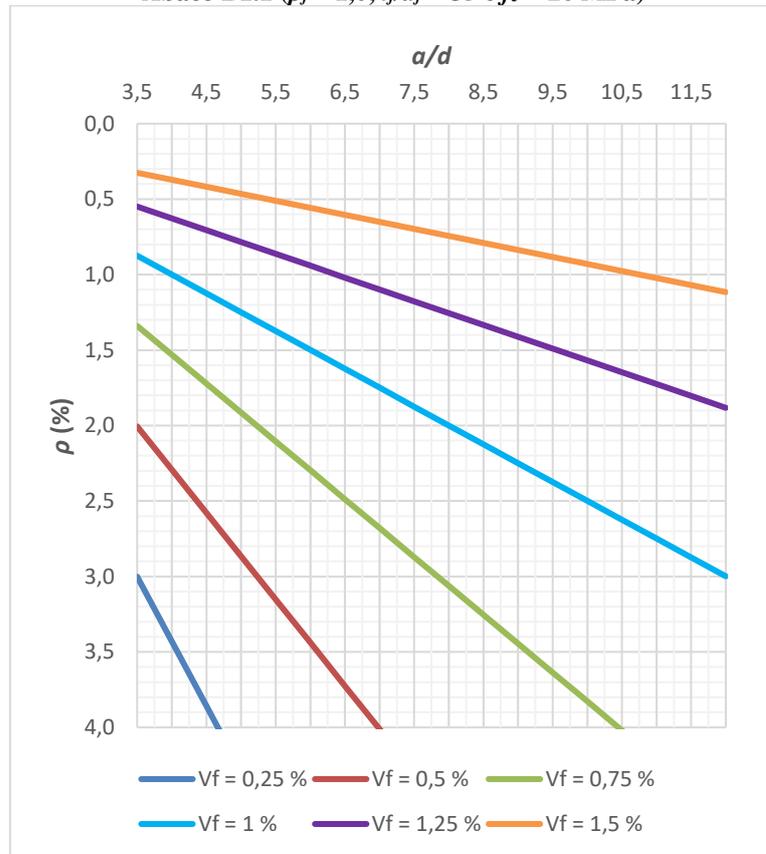
- CG - com gancho nas extremidades
- O - ondulada
- RL - reta e lisa
- CG + R - com grancho + reta
- EC - extremidade chata
- C - circular
- F - fresada
- AR - aço carbono reta
- AL - aço de alta resistência revestido de latão
- CO - corrugada
- A - achatada

APÊNDICE B – ÁBACOS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO

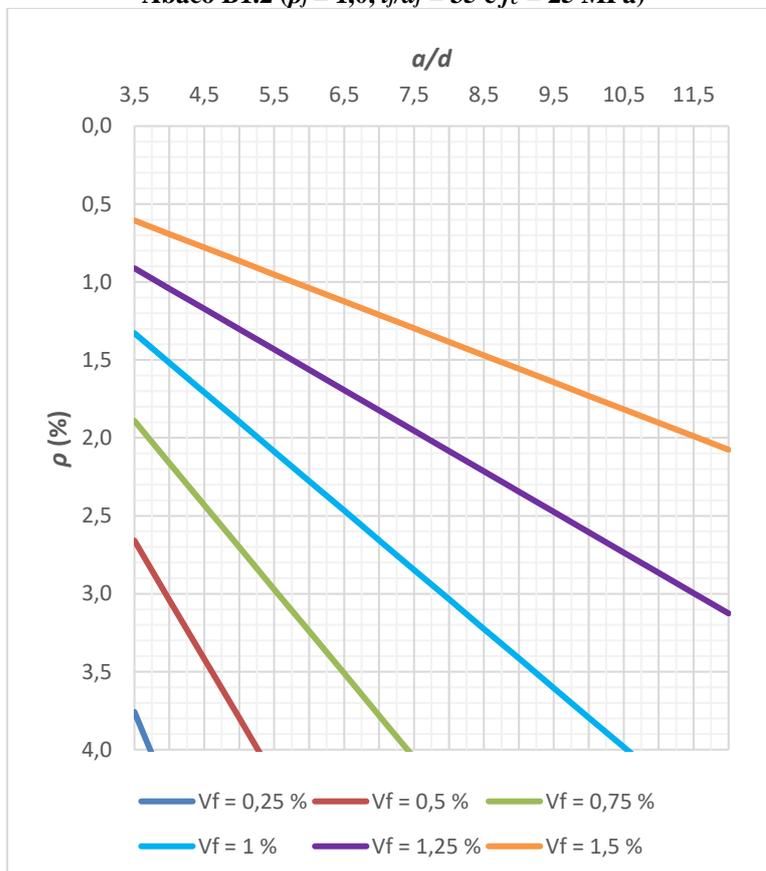
Tabela B1 - Identificação dos ábacos.

Ábaco	ρ_f	l_f/d_f	f_c (MPa)	Ábaco	ρ_f	l_f/d_f	f_c (MPa)	Ábaco	ρ_f	l_f/d_f	f_c (MPa)
B1.1			20	B4.1			20	B7.1			20
B1.2			25	B4.2			25	B7.2			25
B1.3			30	B4.3			30	B7.3			30
B1.4		35	35	B4.4		35	35	B7.4		35	35
B1.5			40	B4.5			40	B7.5			40
B1.6			45	B4.6			45	B7.6			45
B1.7			50	B4.7			50	B7.7			50
B2.1			20	B5.1			20	B8.1			20
B2.2			25	B5.2			25	B8.2			25
B2.3			30	B5.3			30	B8.3			30
B2.4	1,0	60	35	B5.4	0,75	60	35	B8.4	0,5	60	35
B2.5			40	B5.5			40	B8.5			40
B2.6			45	B5.6			45	B8.6			45
B2.7			50	B5.7			50	B8.7			50
B3.1			20	B6.1			20	B9.1			20
B3.2			25	B6.2			25	B9.2			25
B3.3			30	B6.3			30	B9.3			30
B3.4		80	35	B6.4		80	35	B9.4		80	35
B3.5			40	B6.5			40	B9.5			40
B3.6			45	B6.6			45	B9.6			45
B3.7			50	B6.7			50	B9.7			50

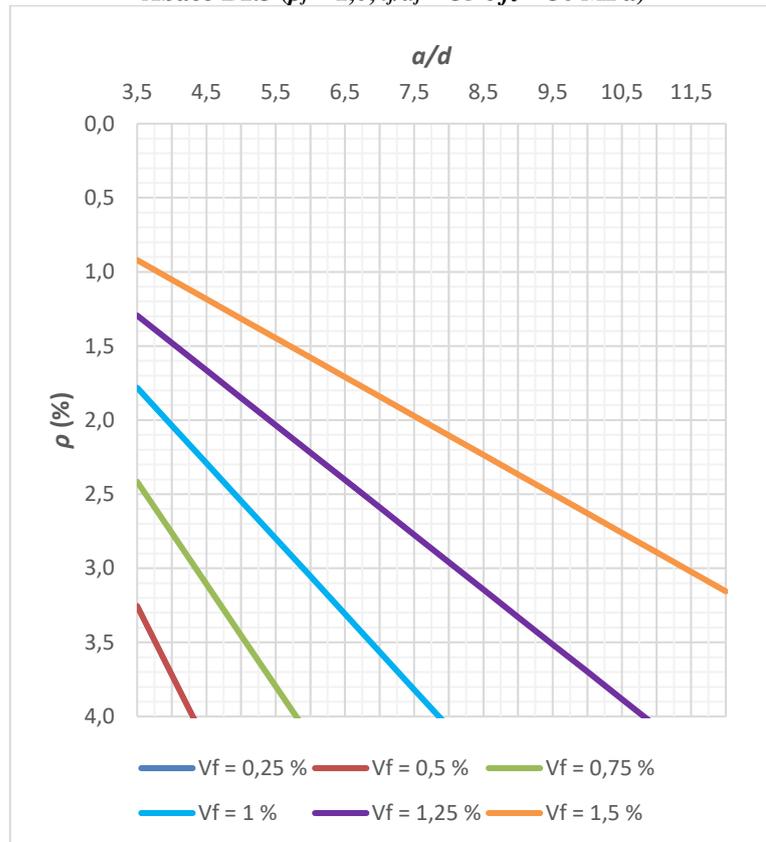
Ábaco B1.1 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 20$ MPa)



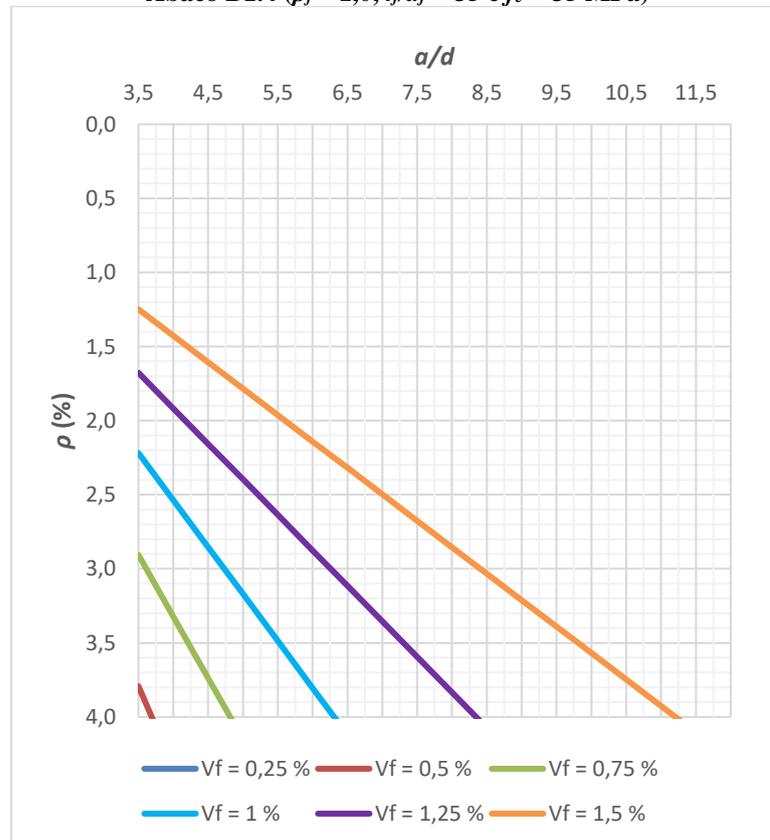
Ábaco B1.2 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 25$ MPa)



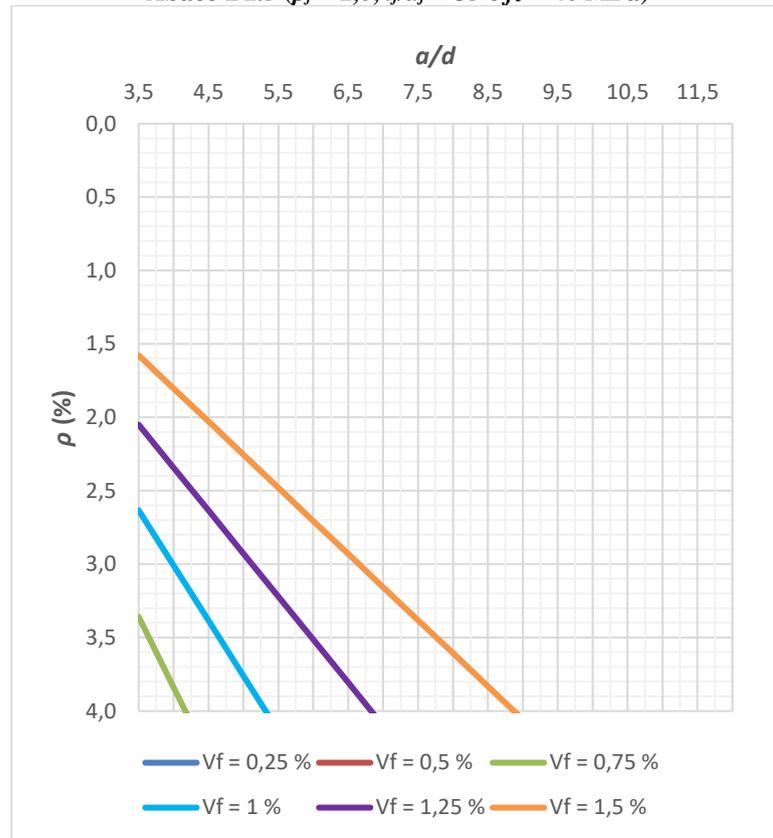
Ábaco B1.3 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 30$ MPa)



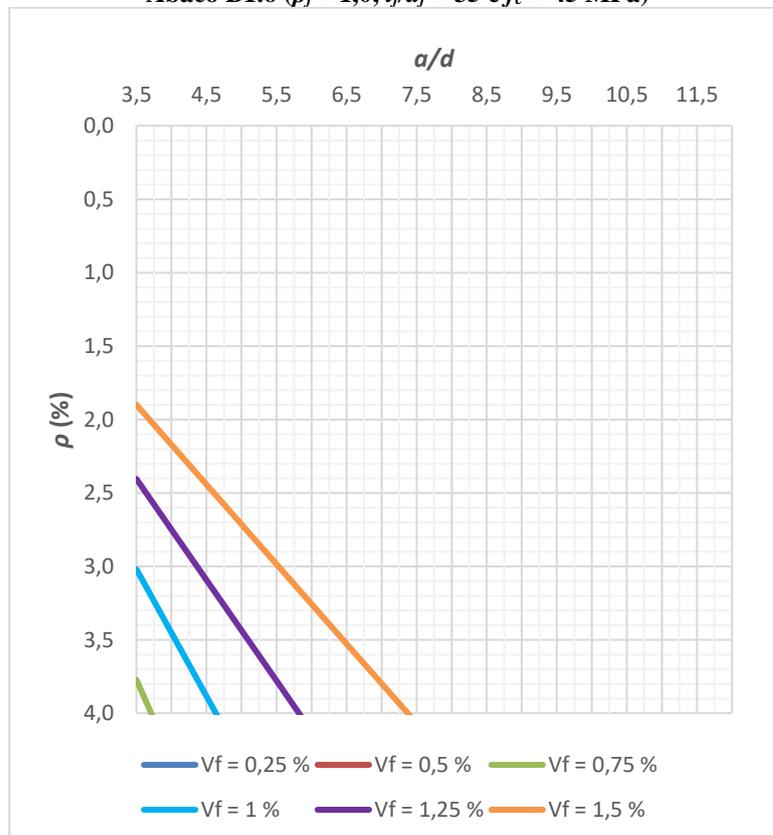
Ábaco B1.4 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 35$ MPa)

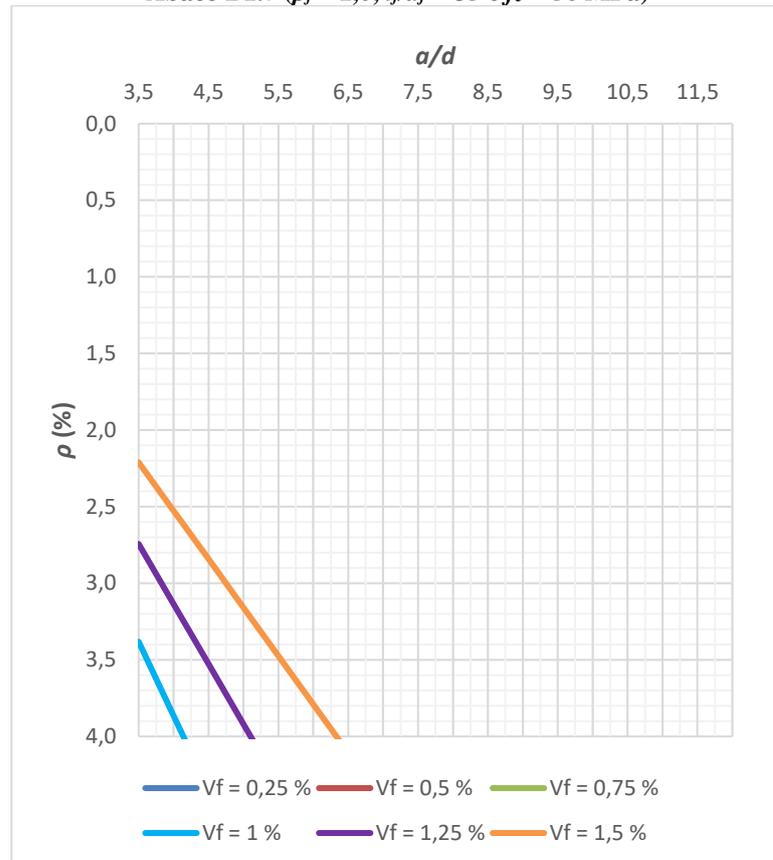


Ábaco B1.5 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 40$ MPa)

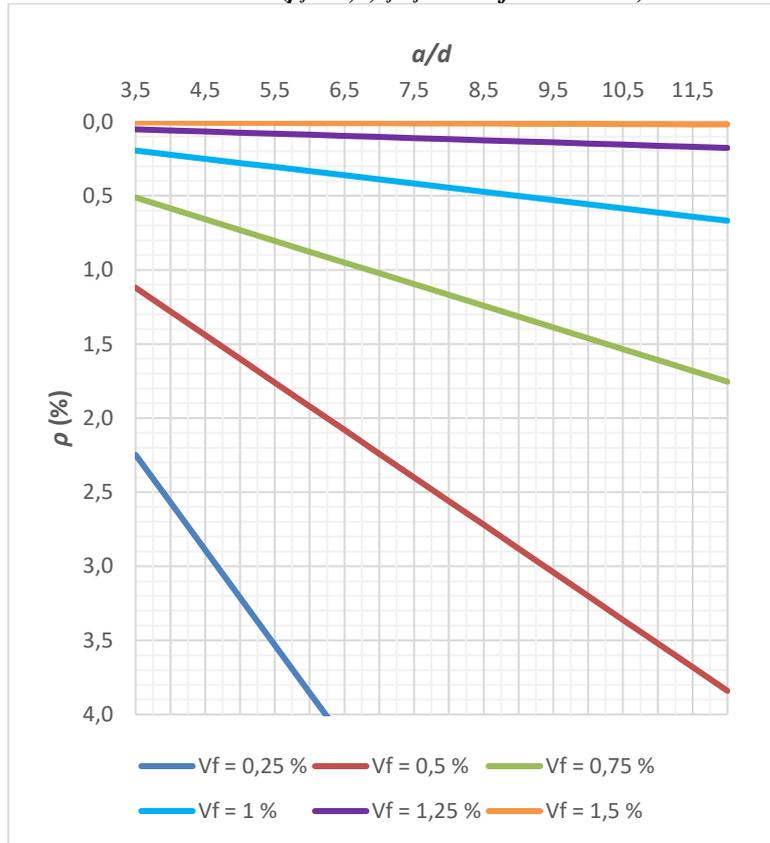


Ábaco B1.6 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 45$ MPa)

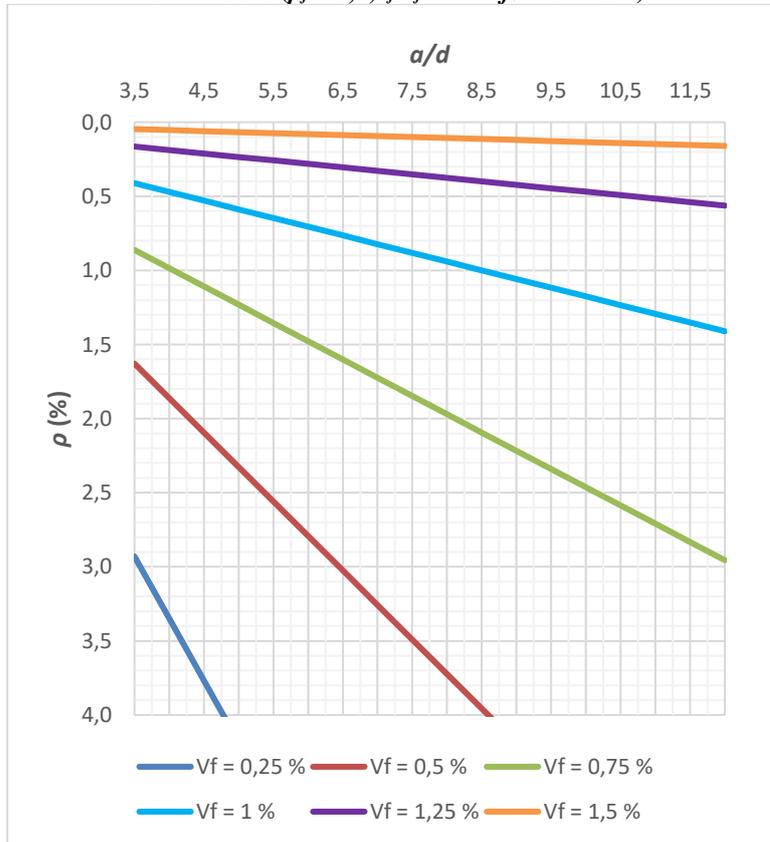


Ábaco B1.7 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 50$ MPa)

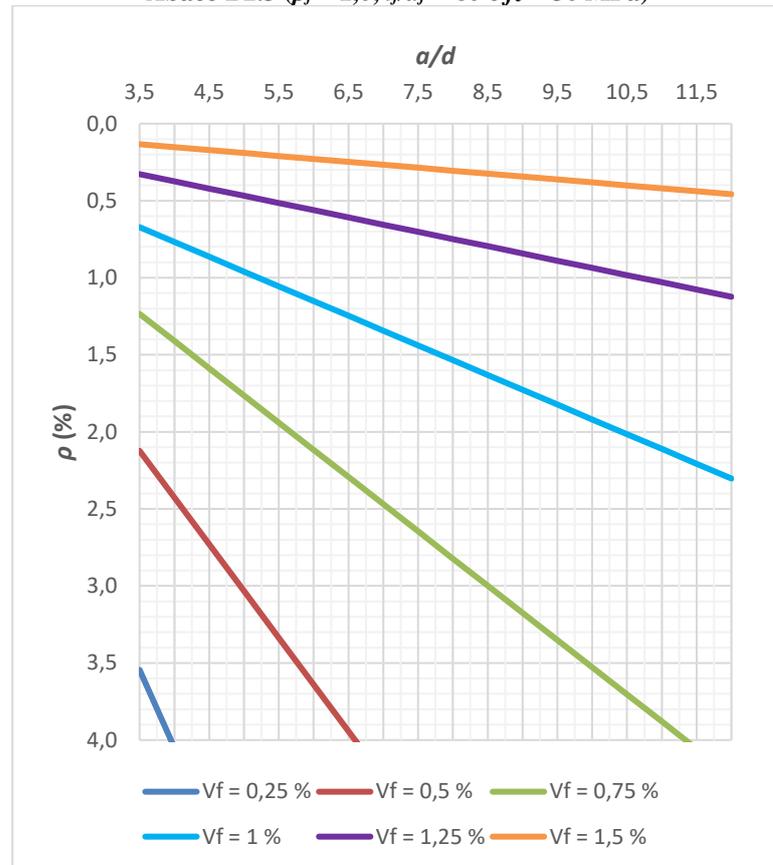
Ábaco B2.1 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 20$ MPa)



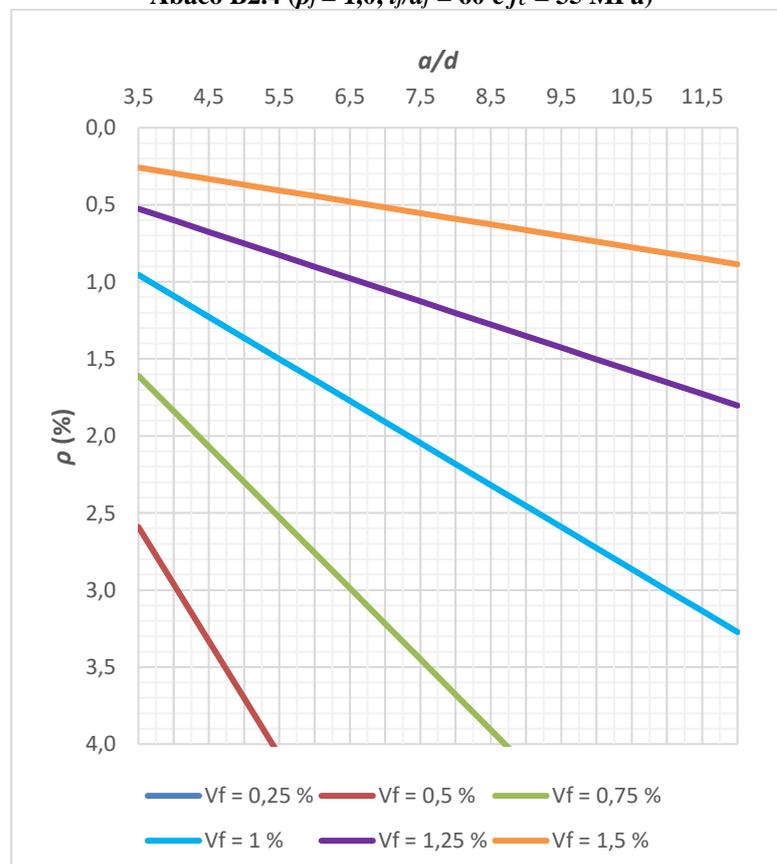
Ábaco B2.2 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 25$ MPa)



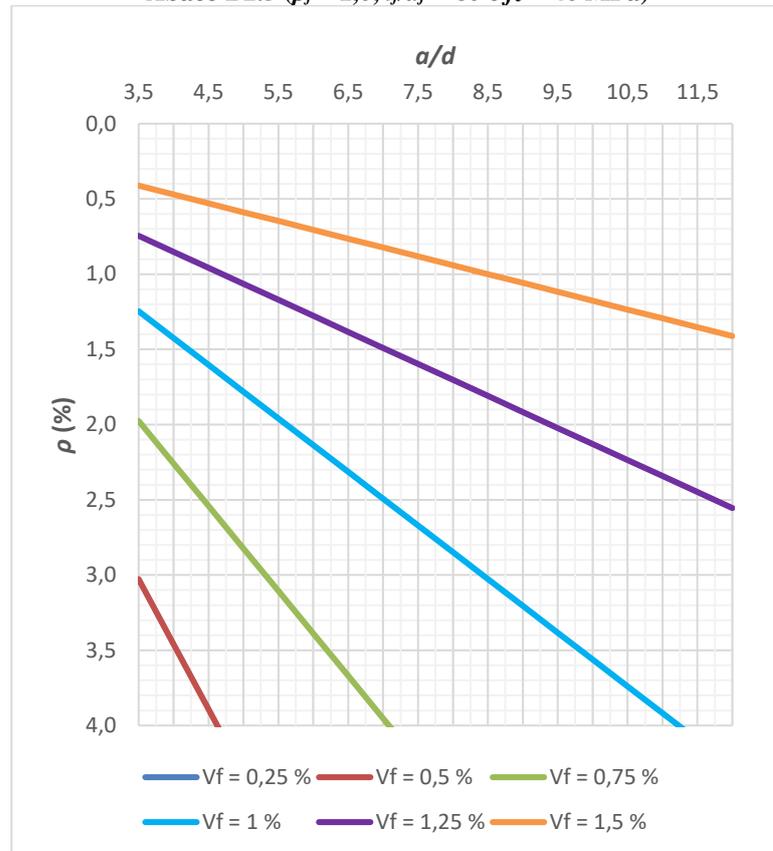
Ábaco B2.3 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 30$ MPa)



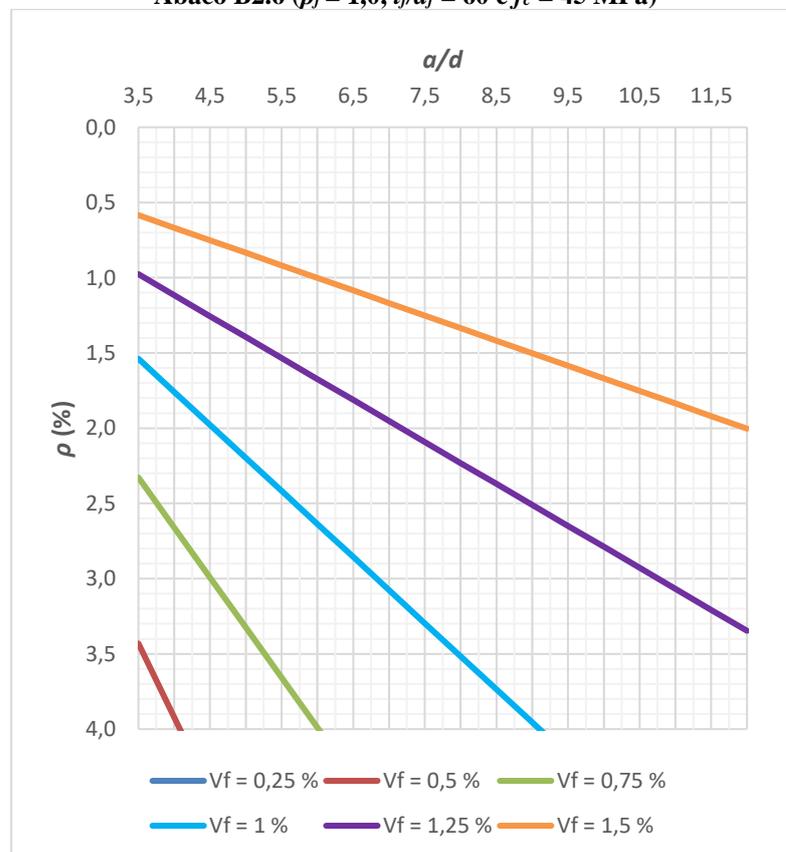
Ábaco B2.4 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 35$ MPa)

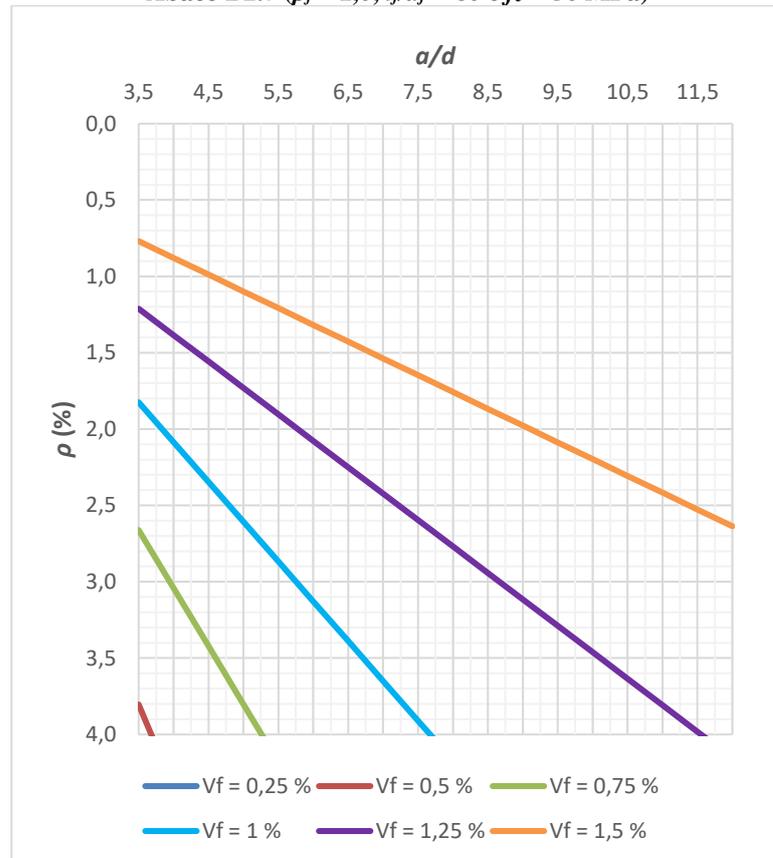


Ábaco B2.5 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 40$ MPa)

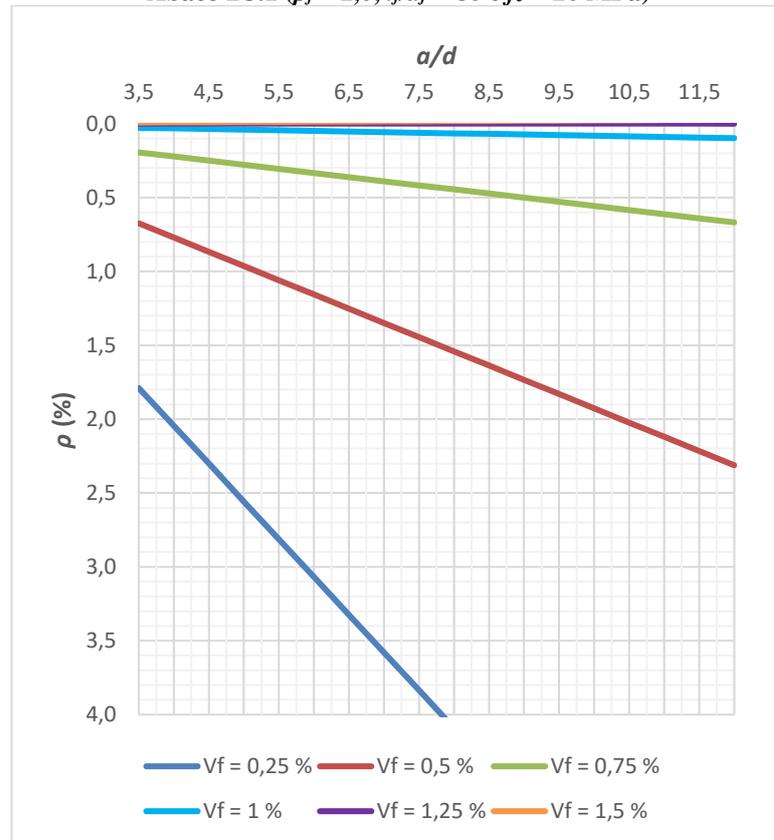


Ábaco B2.6 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 45$ MPa)

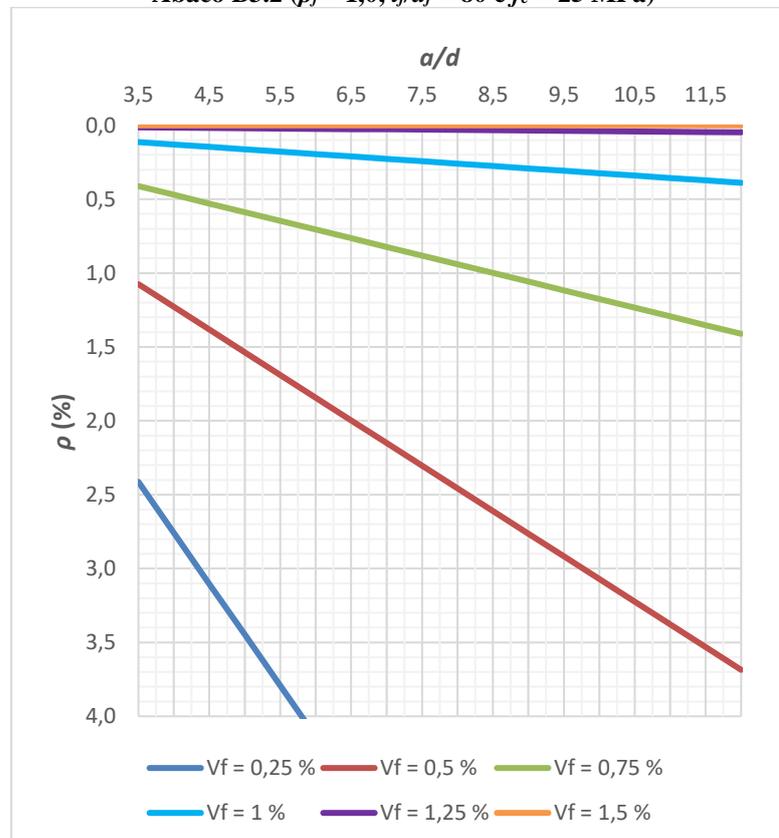


Ábaco B2.7 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 50$ MPa)

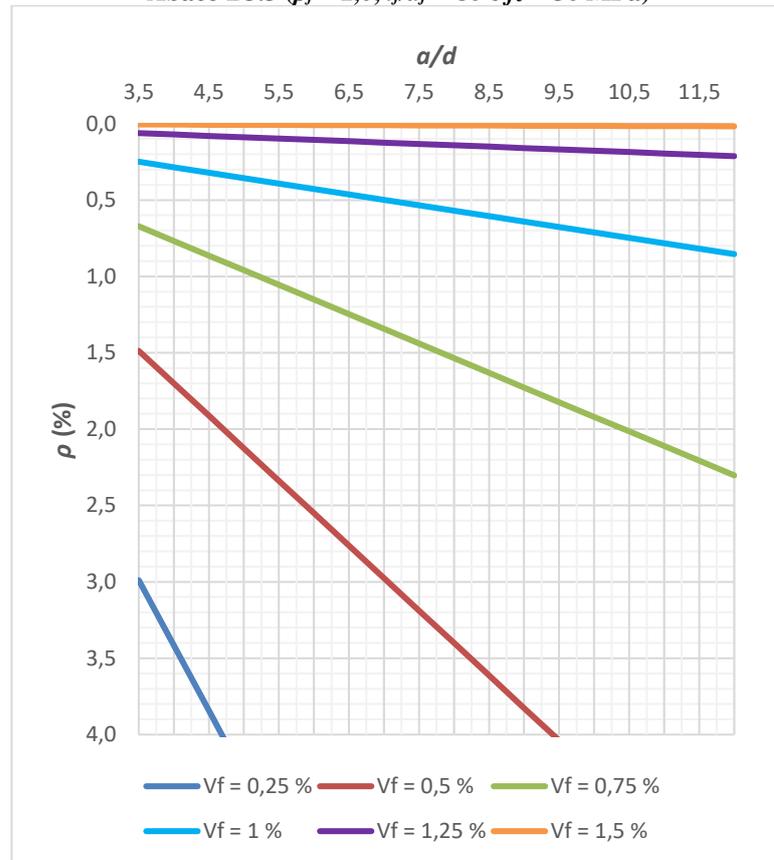
Ábaco B3.1 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 20$ MPa)



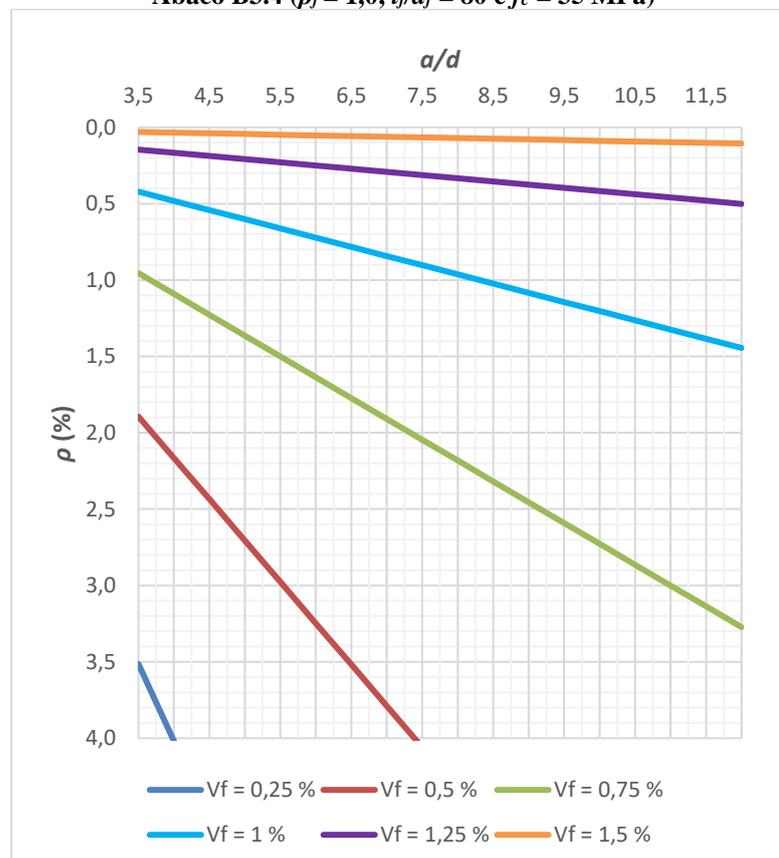
Ábaco B3.2 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 25$ MPa)



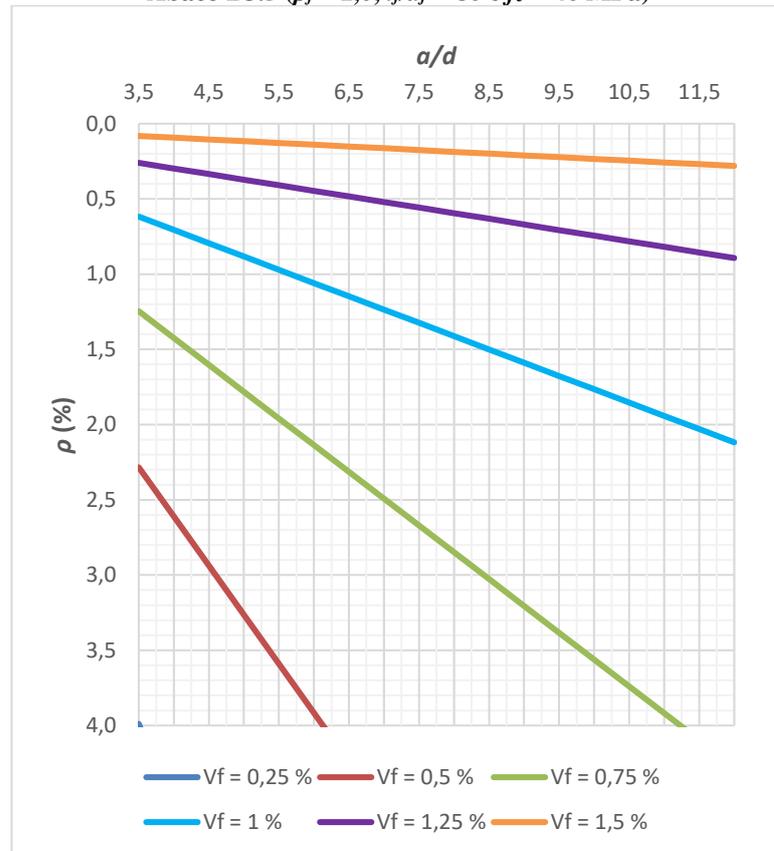
Ábaco B3.3 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 30$ MPa)



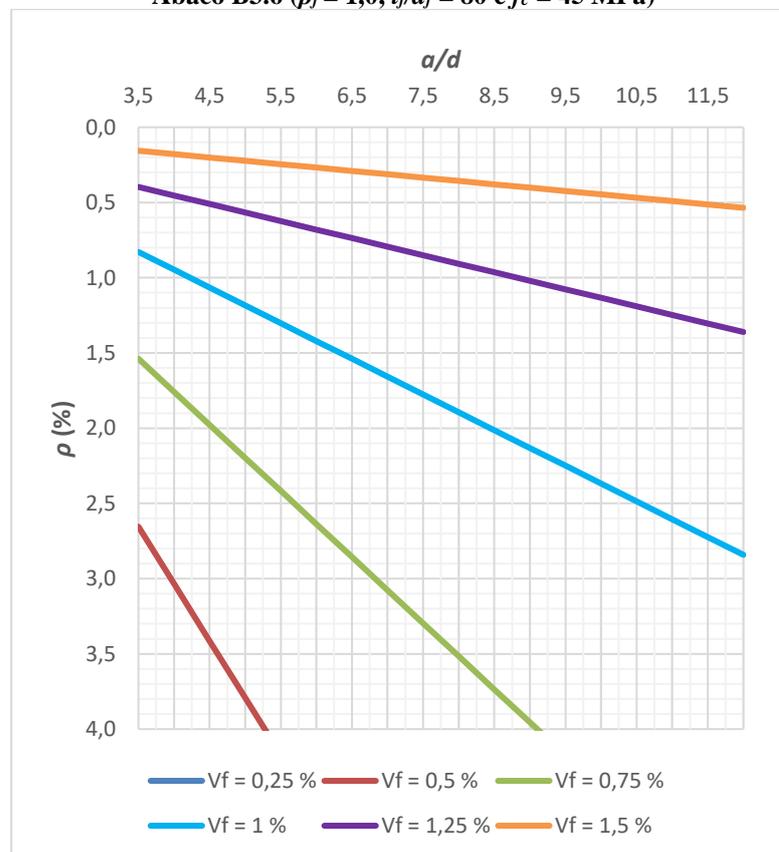
Ábaco B3.4 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 35$ MPa)

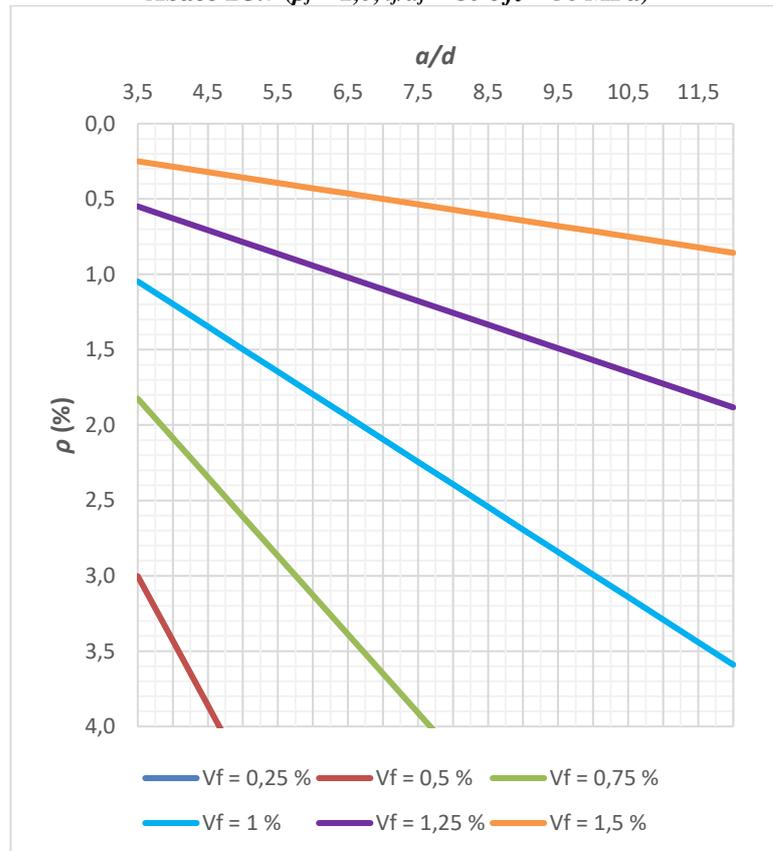


Ábaco B3.5 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 40$ MPa)

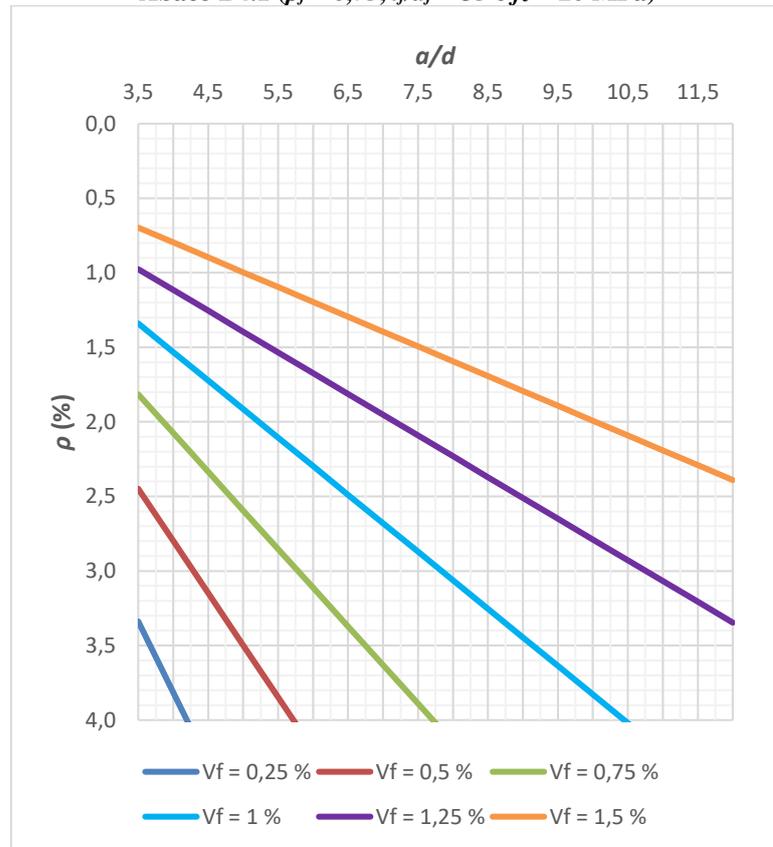


Ábaco B3.6 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 45$ MPa)

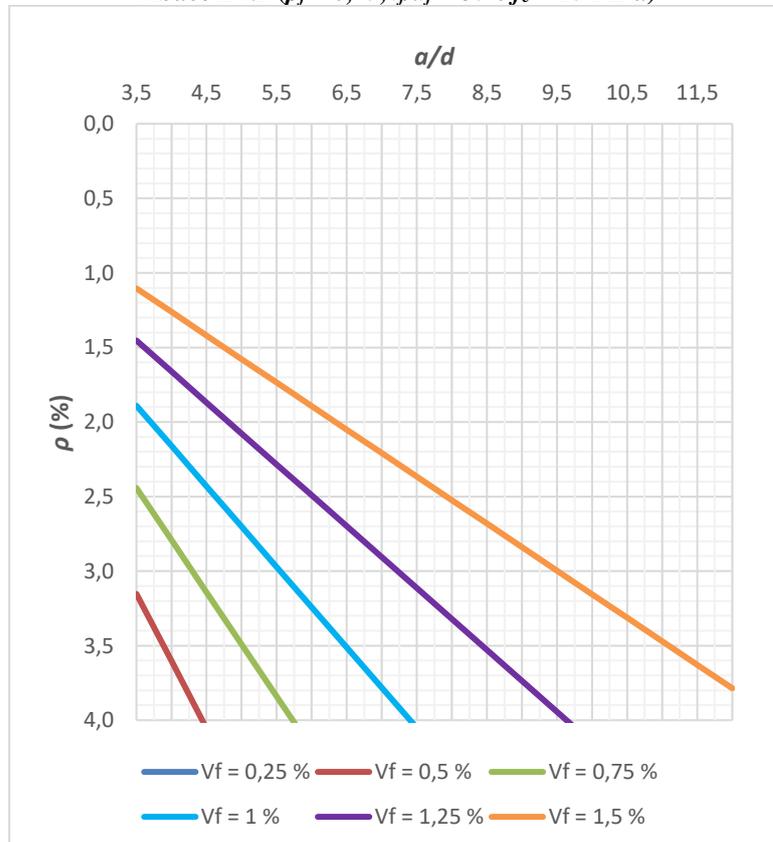


Ábaco B3.7 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 50$ MPa)

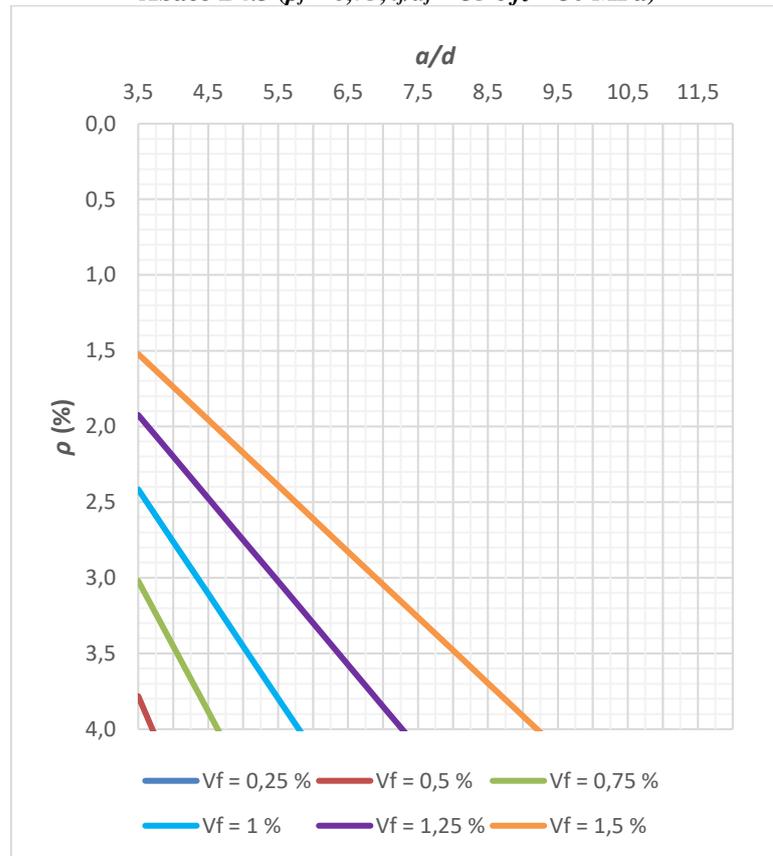
Ábaco B4.1 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 20$ MPa)



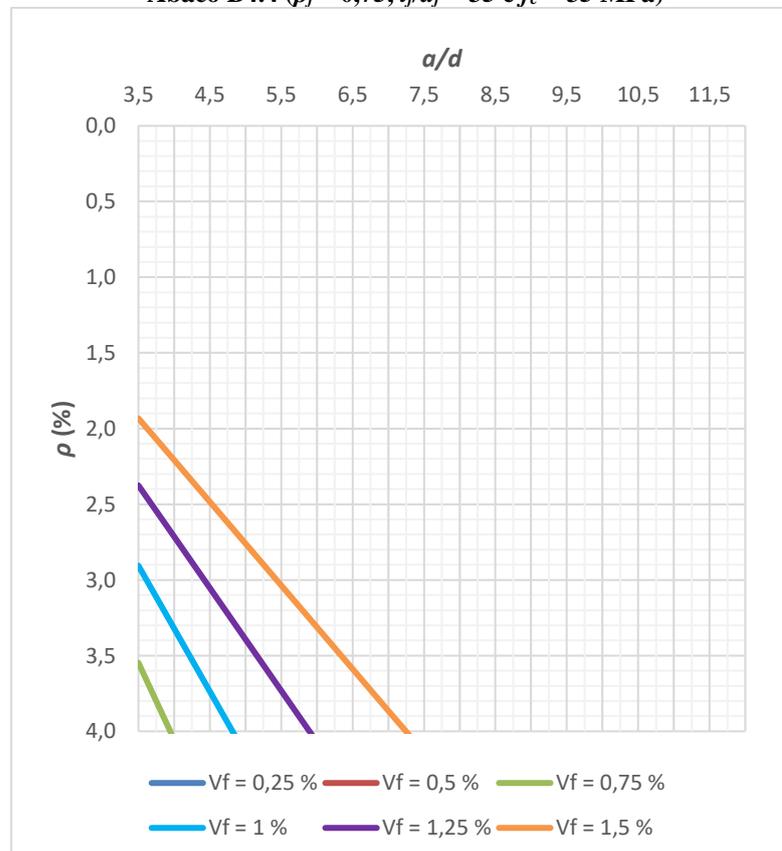
Ábaco B4.2 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 25$ MPa)



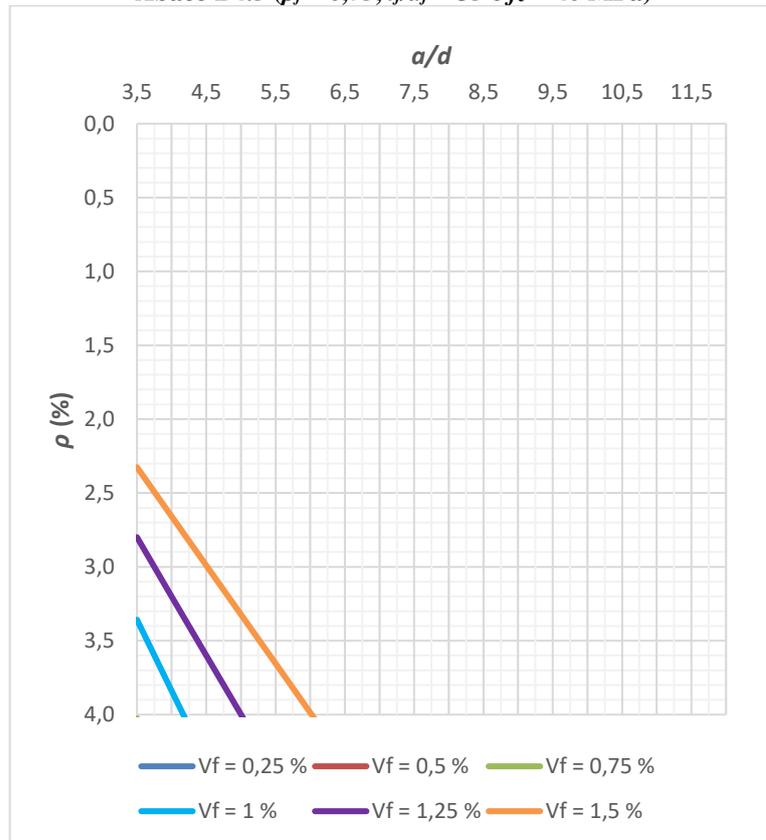
Ábaco B4.3 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 30$ MPa)



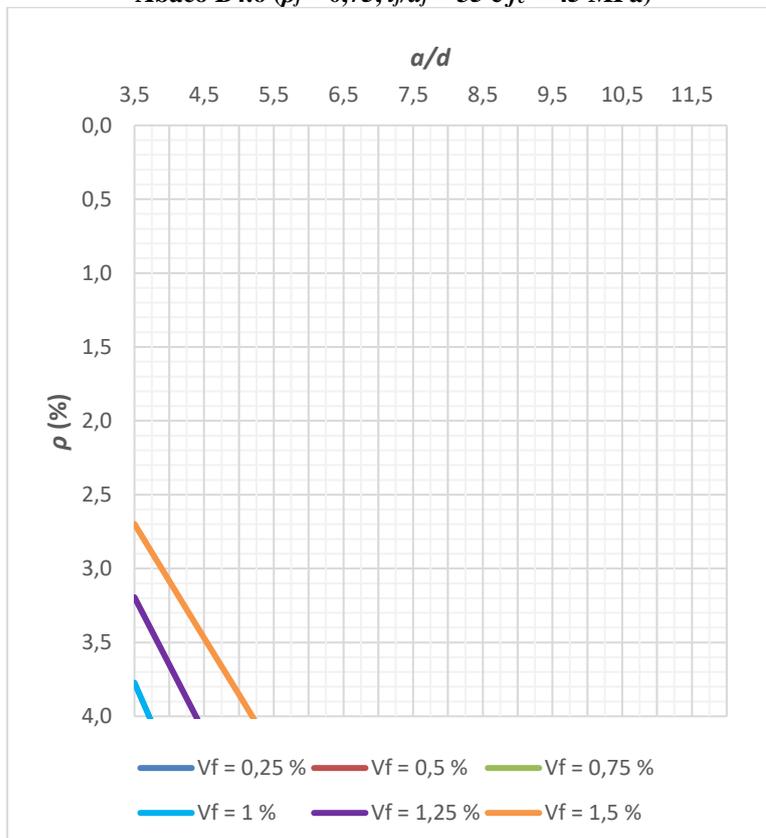
Ábaco B4.4 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 35$ MPa)

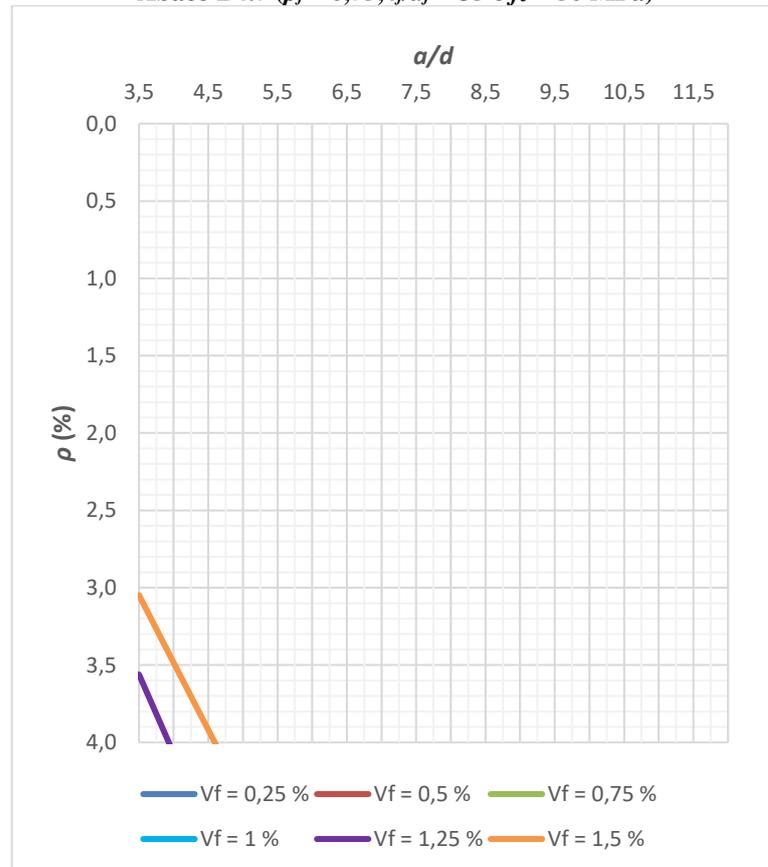


Ábaco B4.5 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 40$ MPa)

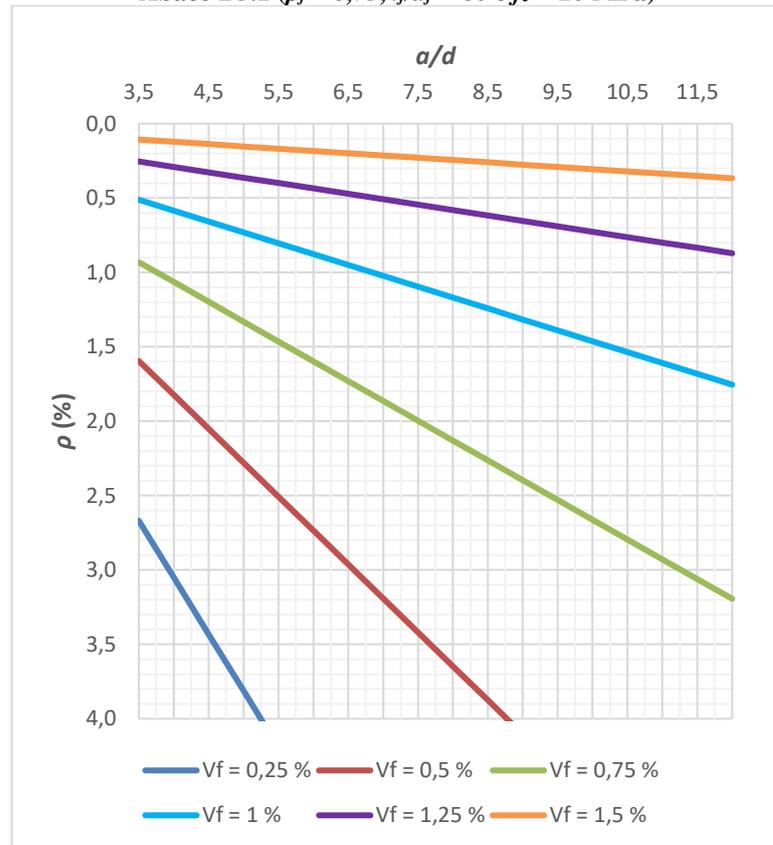


Ábaco B4.6 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 45$ MPa)

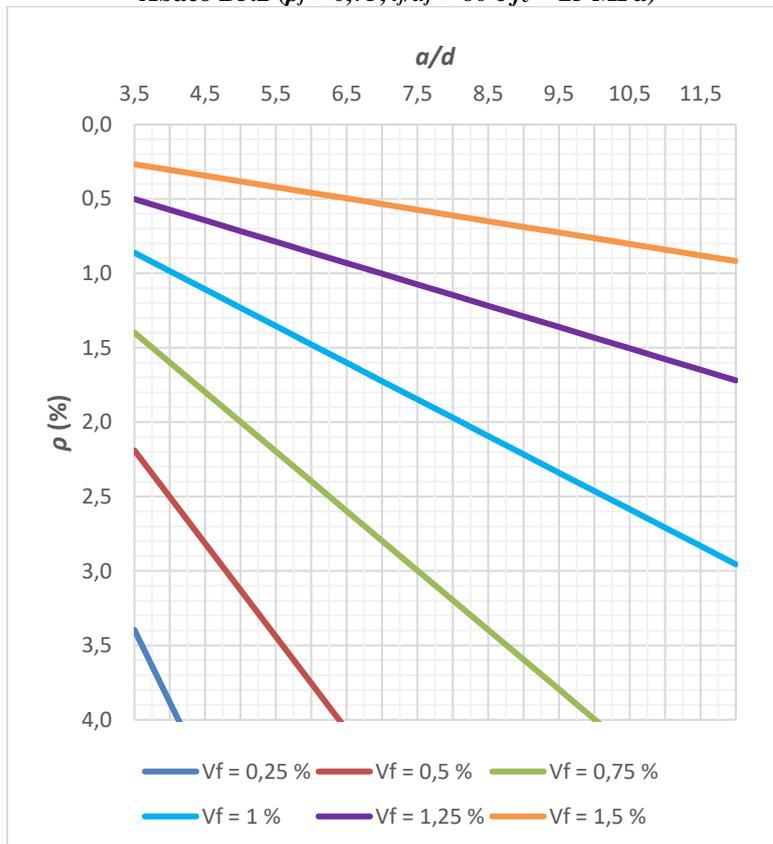


Ábaco B4.7 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 50$ MPa)

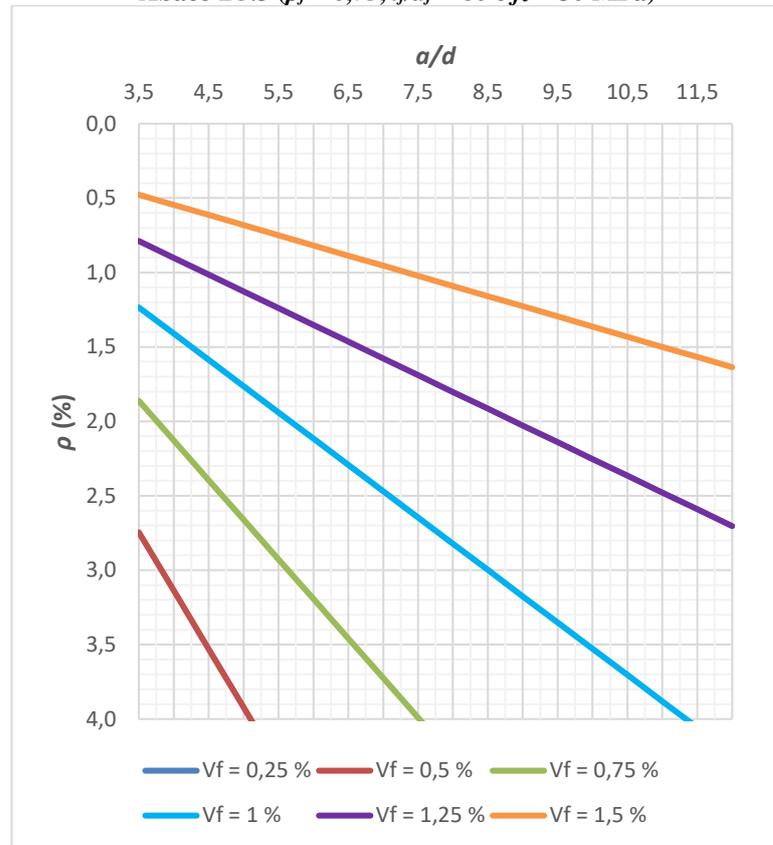
Ábaco B5.1 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 20$ MPa)



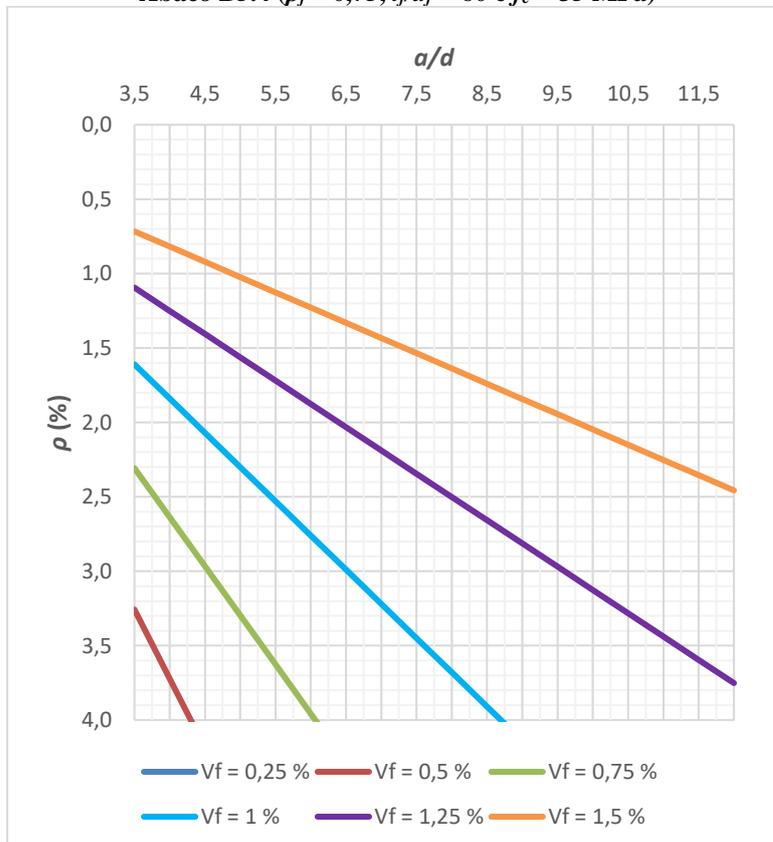
Ábaco B5.2 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 25$ MPa)



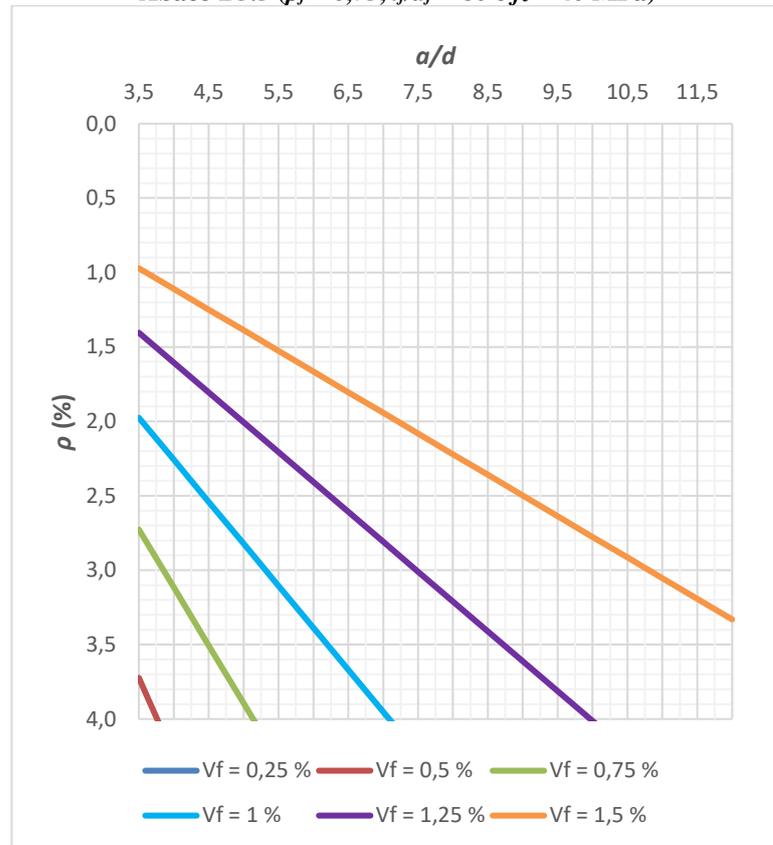
Ábaco B5.3 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 30$ MPa)



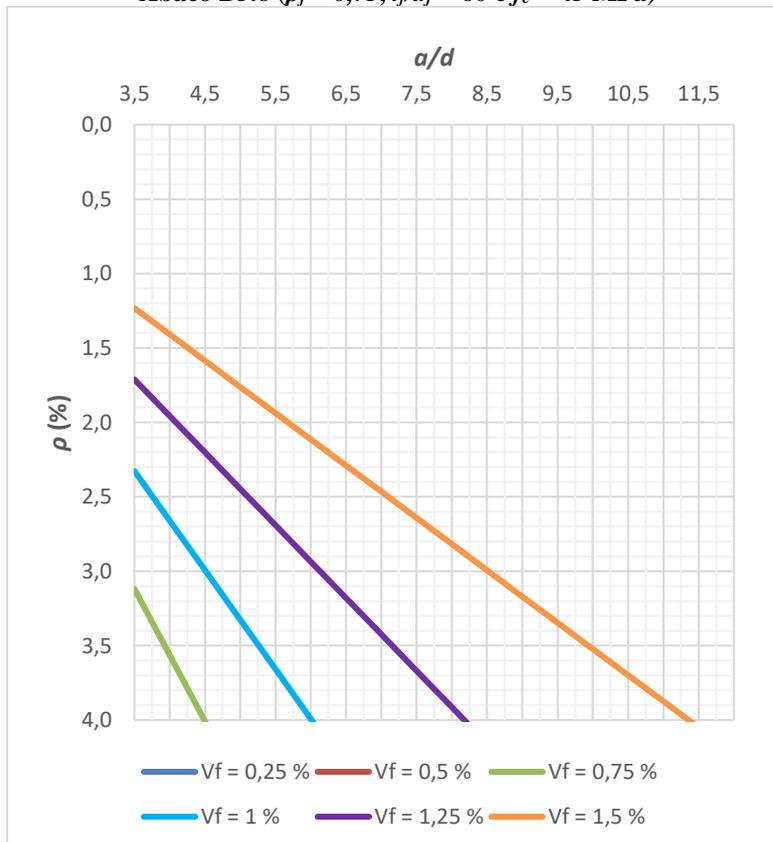
Ábaco B5.4 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 35$ MPa)

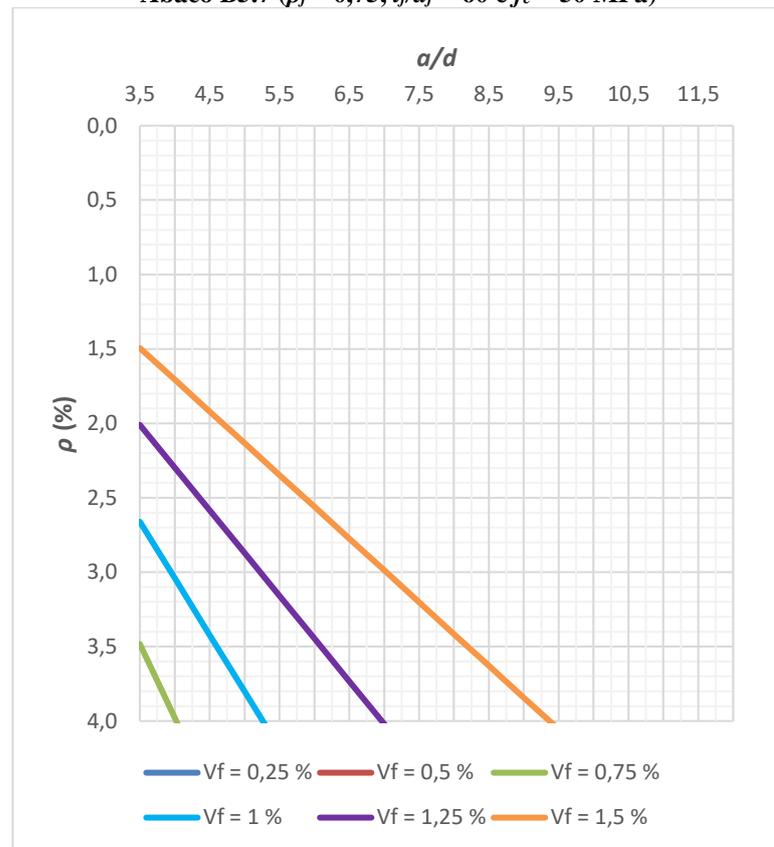


Ábaco B5.5 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 40$ MPa)

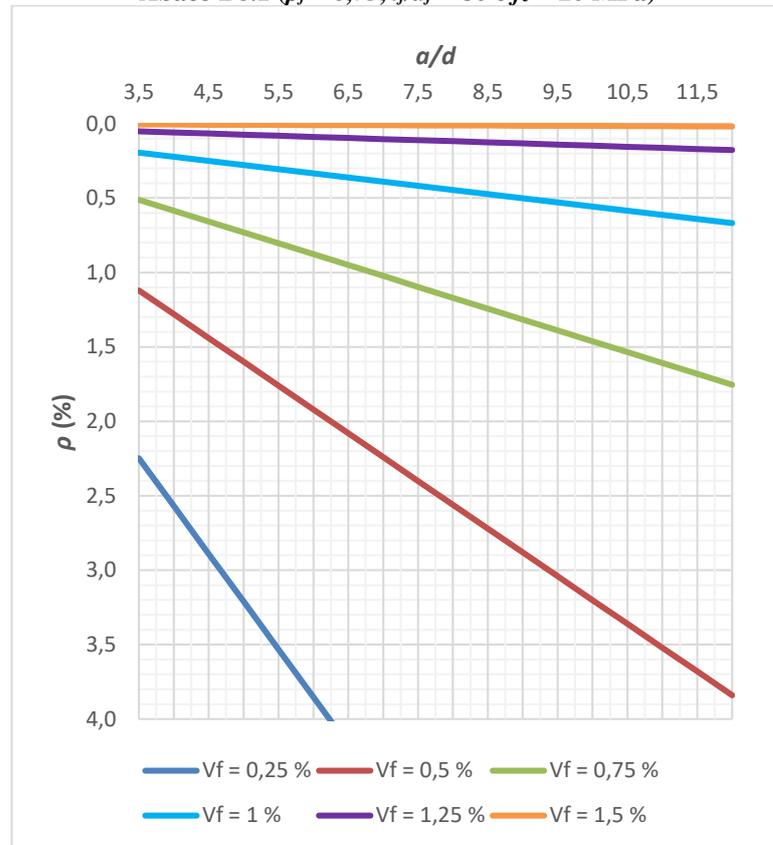


Ábaco B5.6 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 45$ MPa)

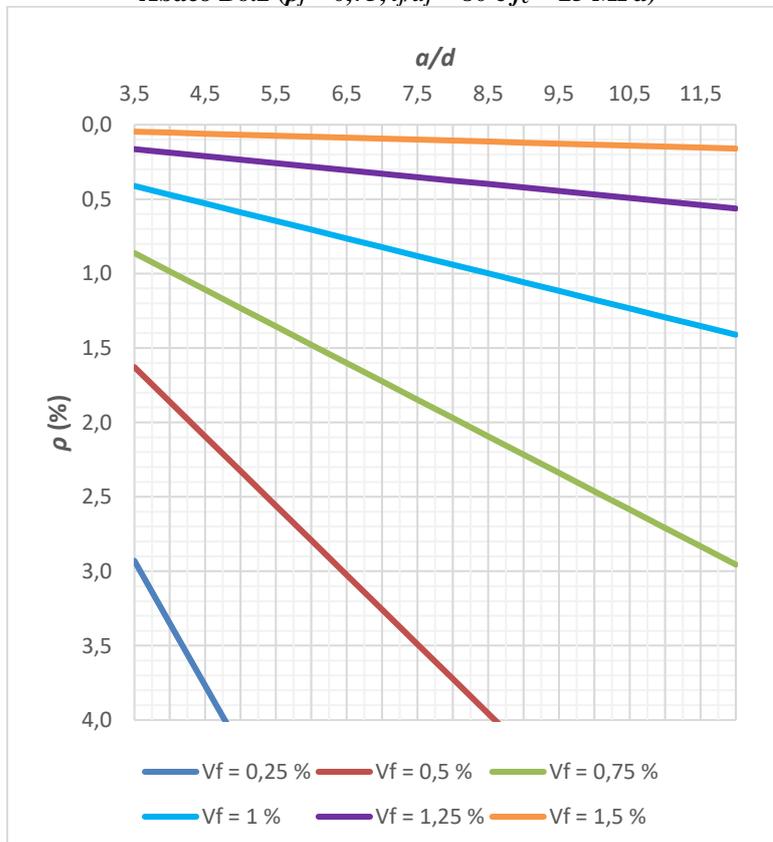


Ábaco B5.7 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 50$ MPa)

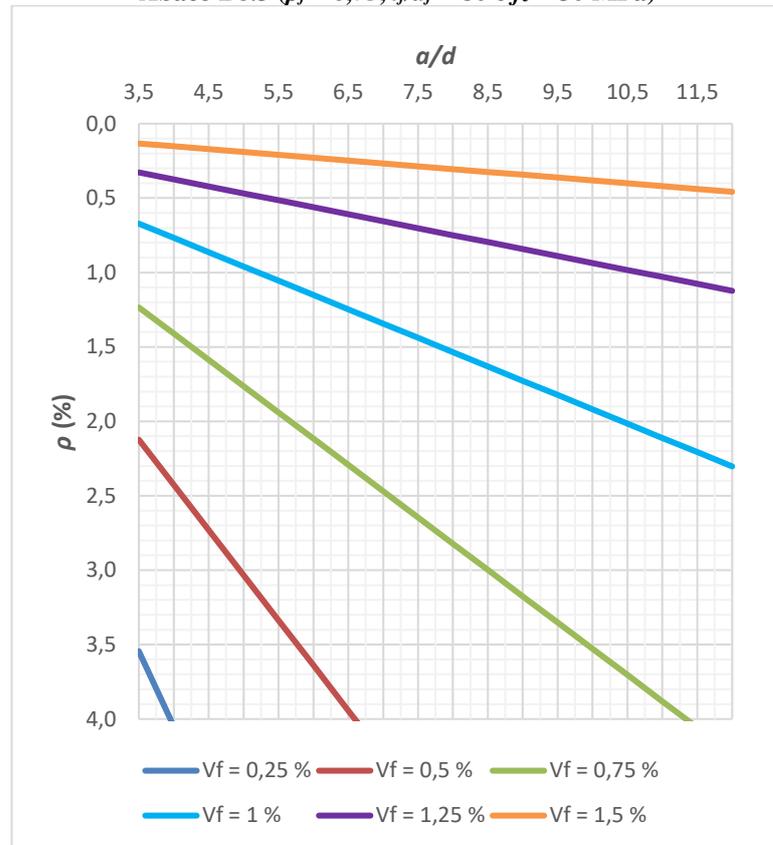
Ábaco B6.1 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 20$ MPa)



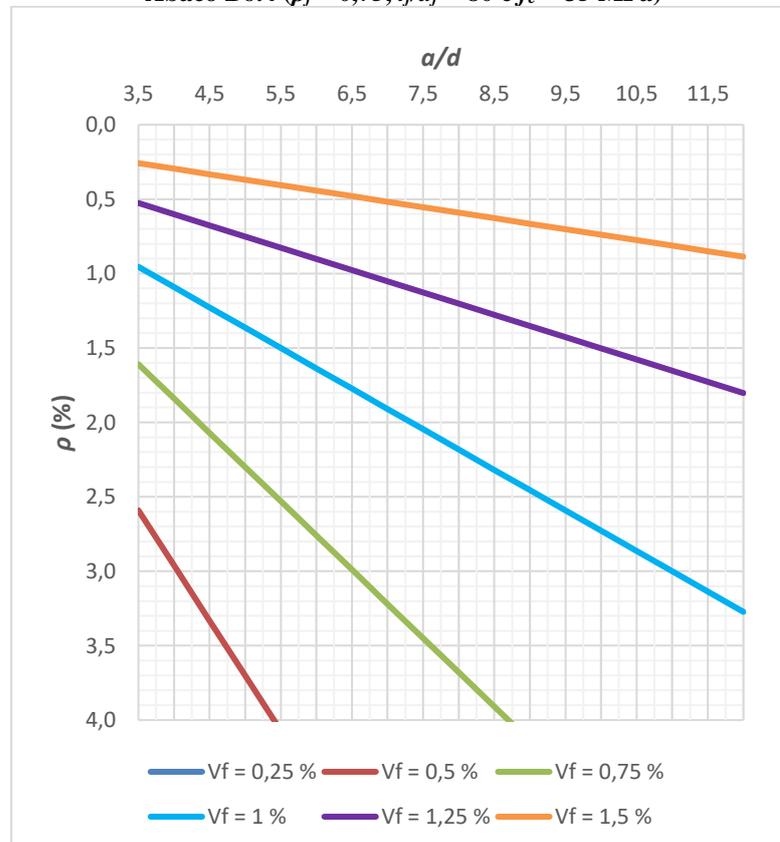
Ábaco B6.2 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 25$ MPa)



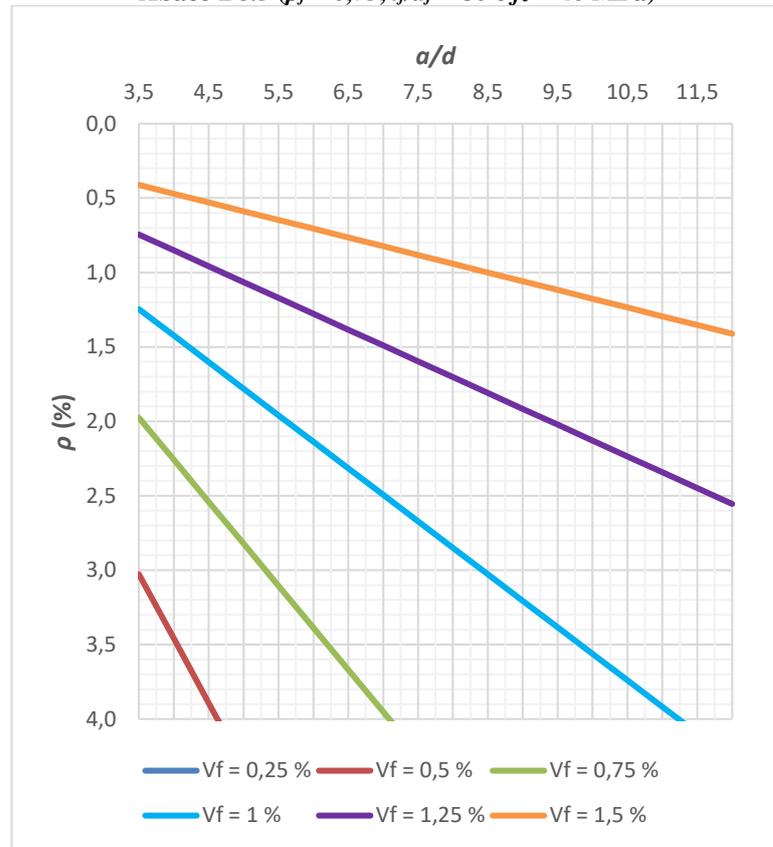
Ábaco B6.3 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 30$ MPa)



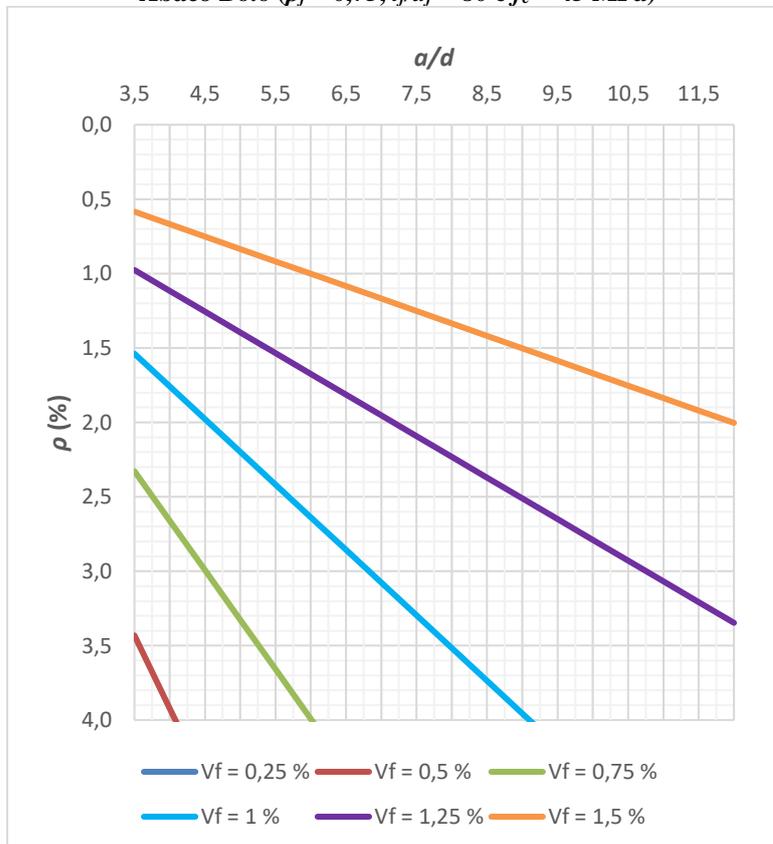
Ábaco B6.4 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 35$ MPa)

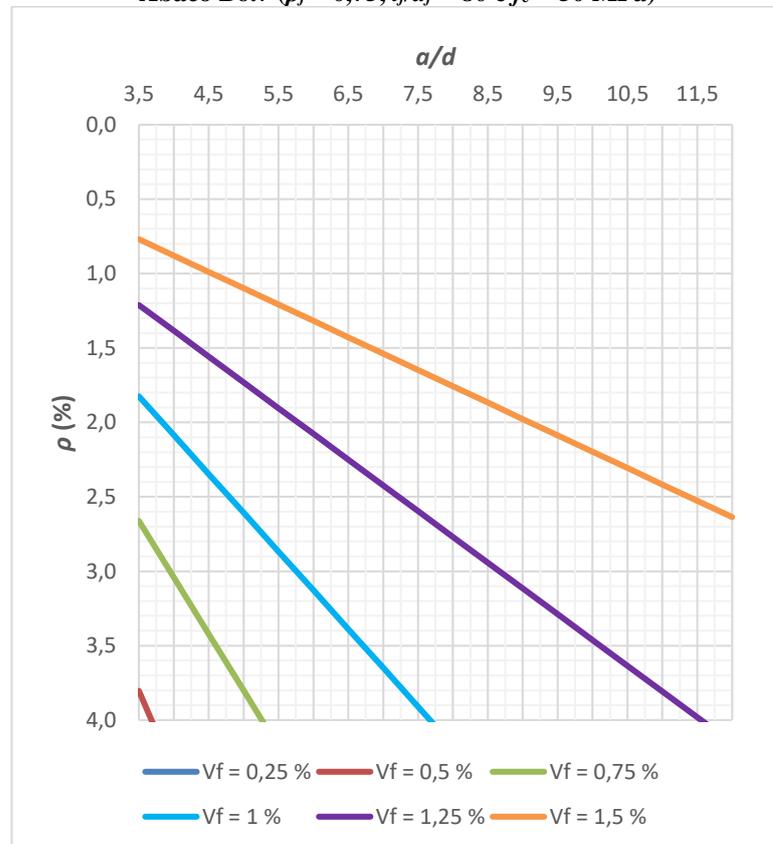


Ábaco B6.5 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 40$ MPa)

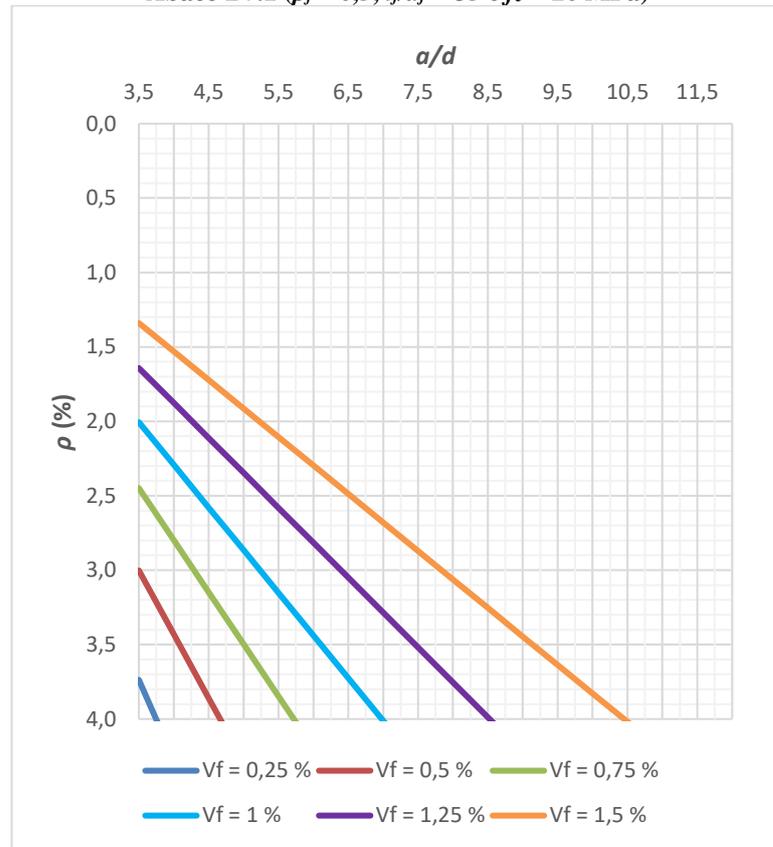


Ábaco B6.6 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 45$ MPa)

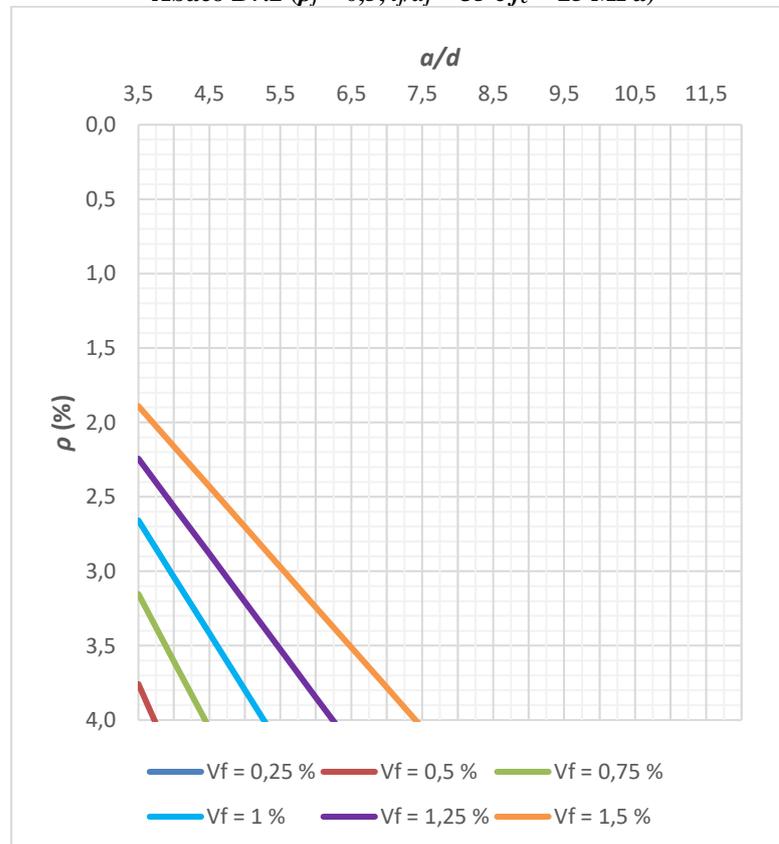


Ábaco B6.7 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 50$ MPa)

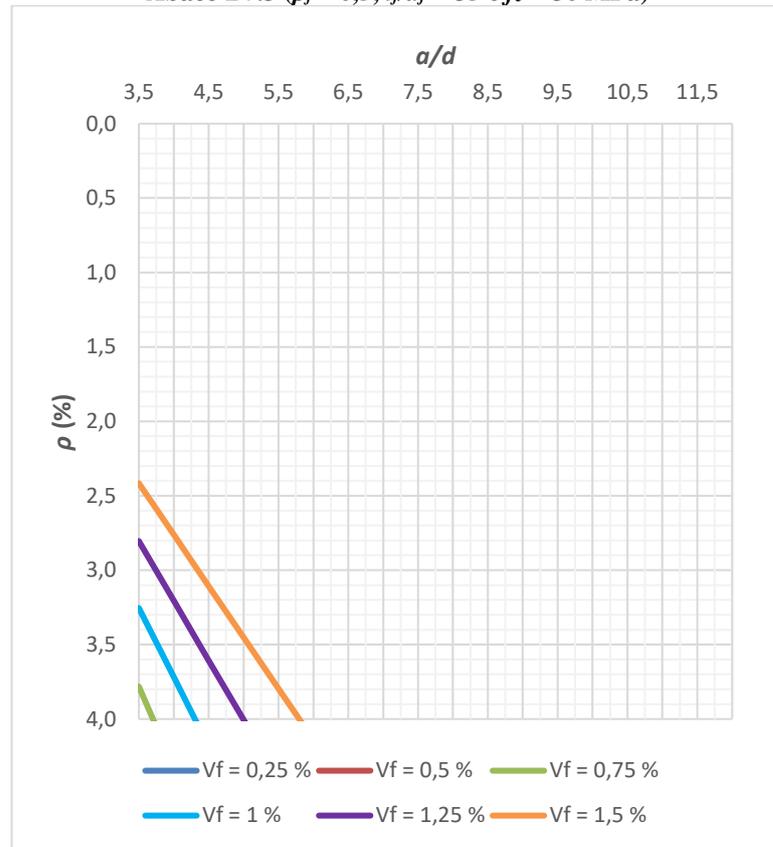
Ábaco B7.1 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 20$ MPa)



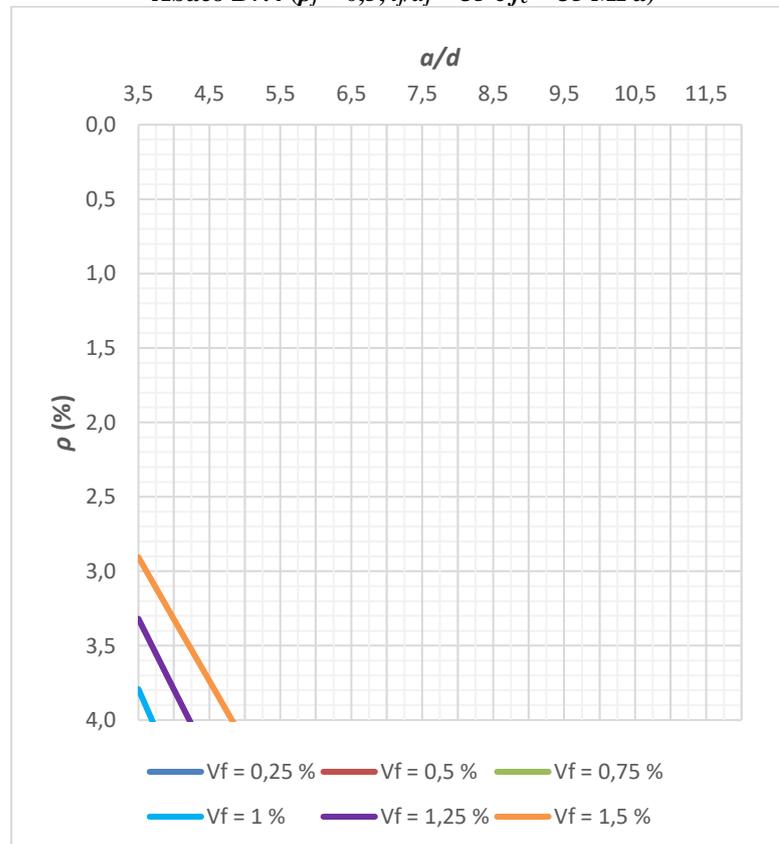
Ábaco B7.2 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 25$ MPa)



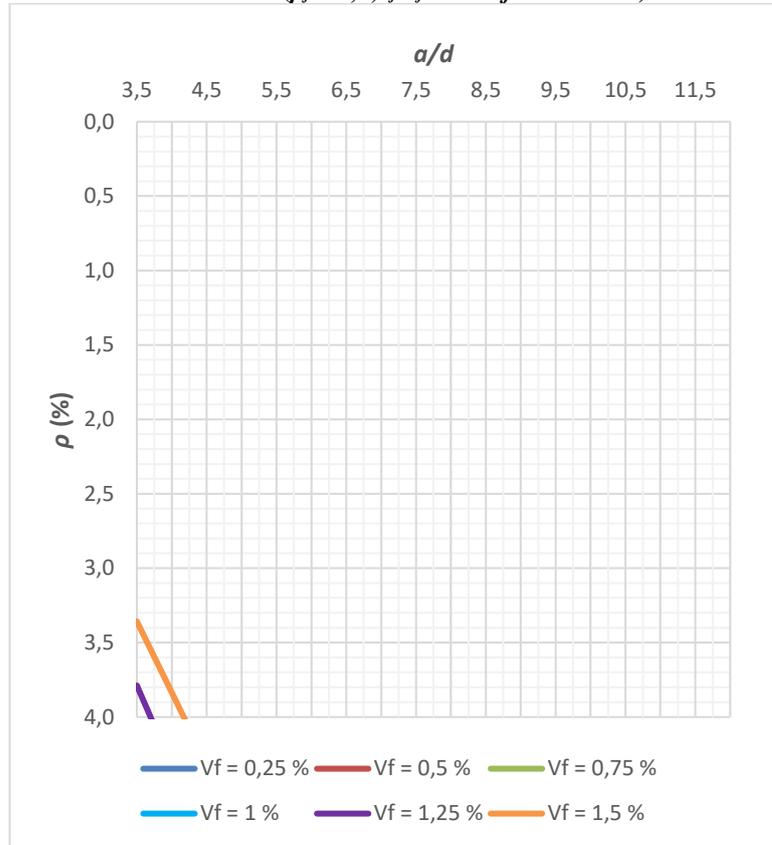
Ábaco B7.3 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 30$ MPa)



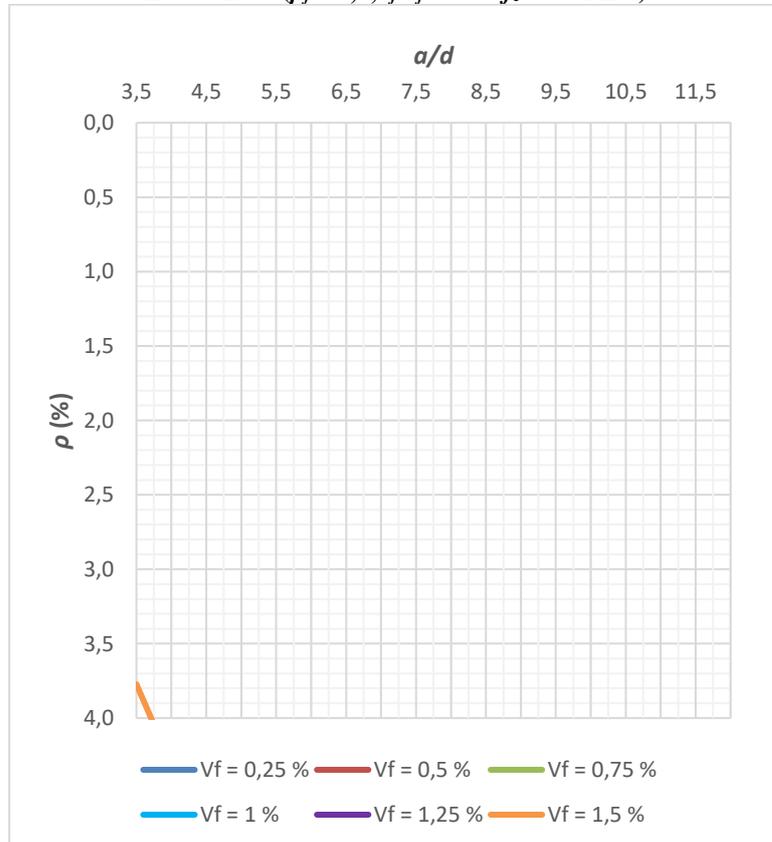
Ábaco B7.4 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 35$ MPa)

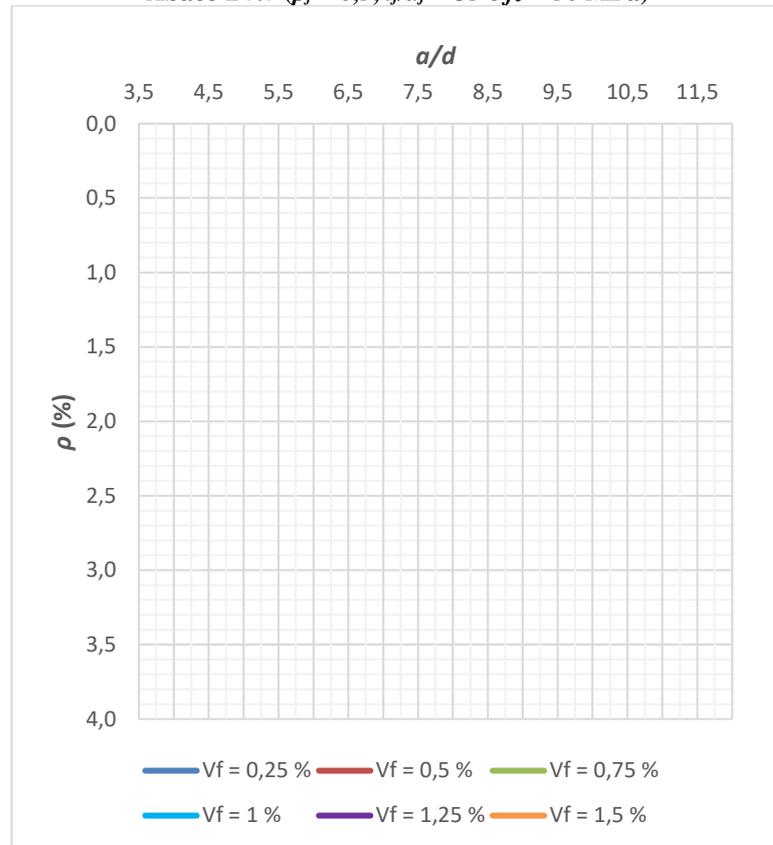


Ábaco B7.5 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 40$ MPa)

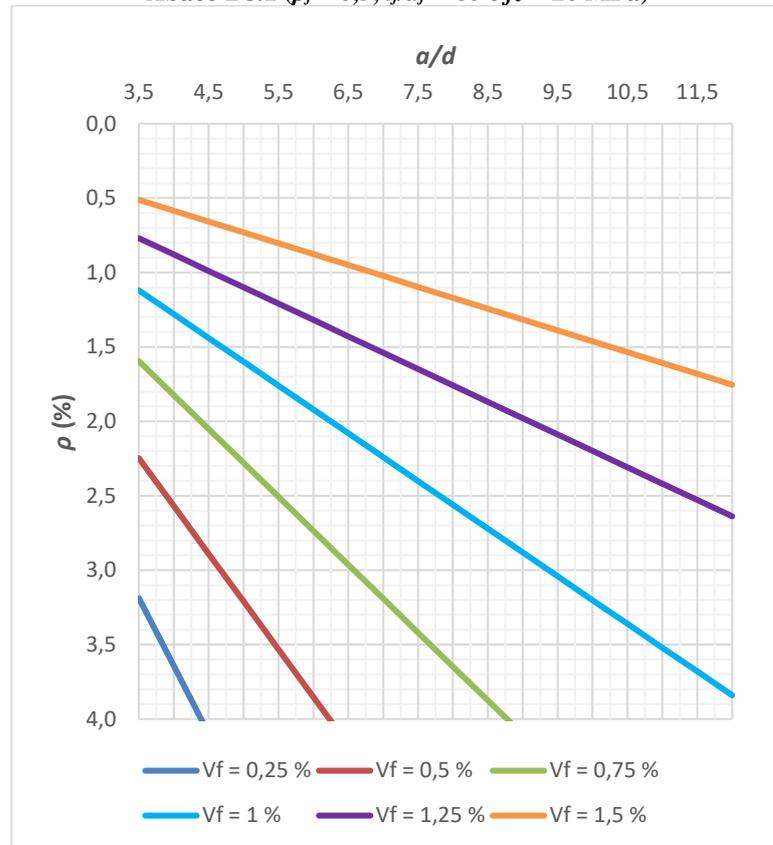


Ábaco B7.6 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 45$ MPa)

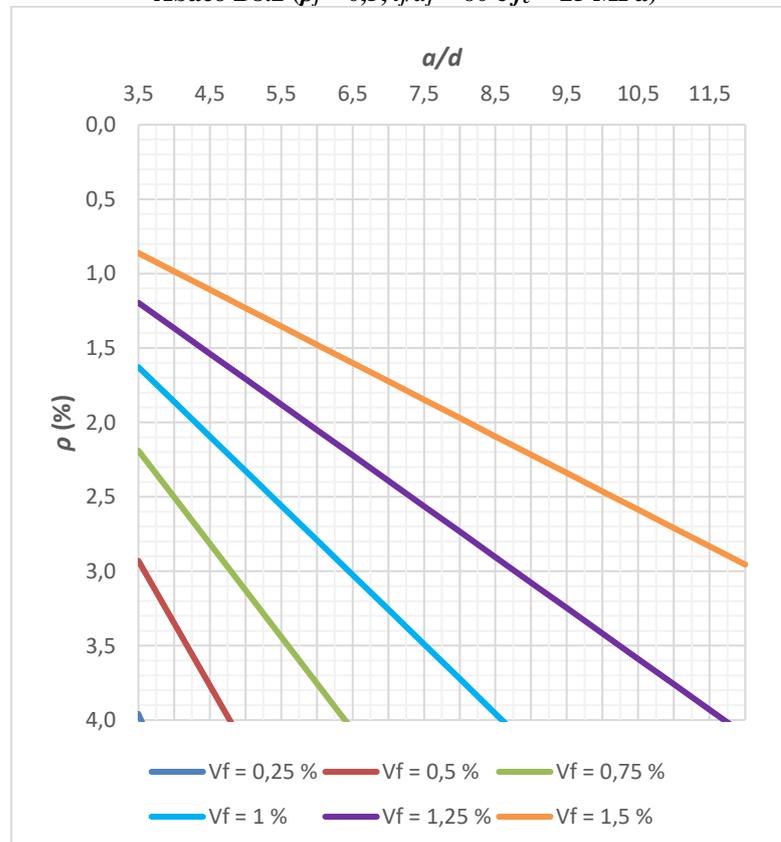


Ábaco B7.7 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 50$ MPa)

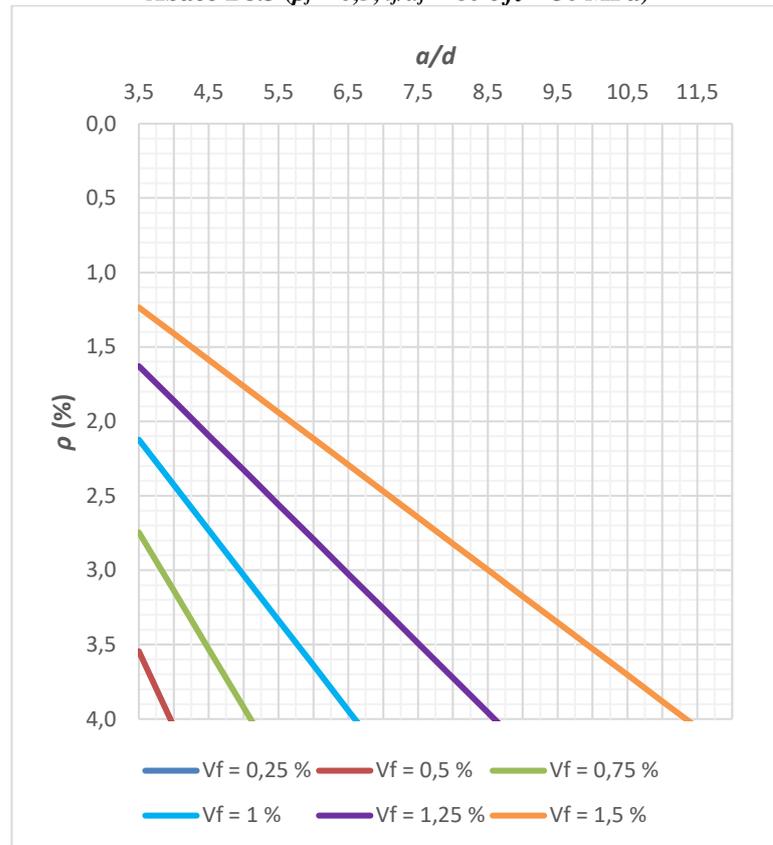
Ábaco B8.1 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 20$ MPa)



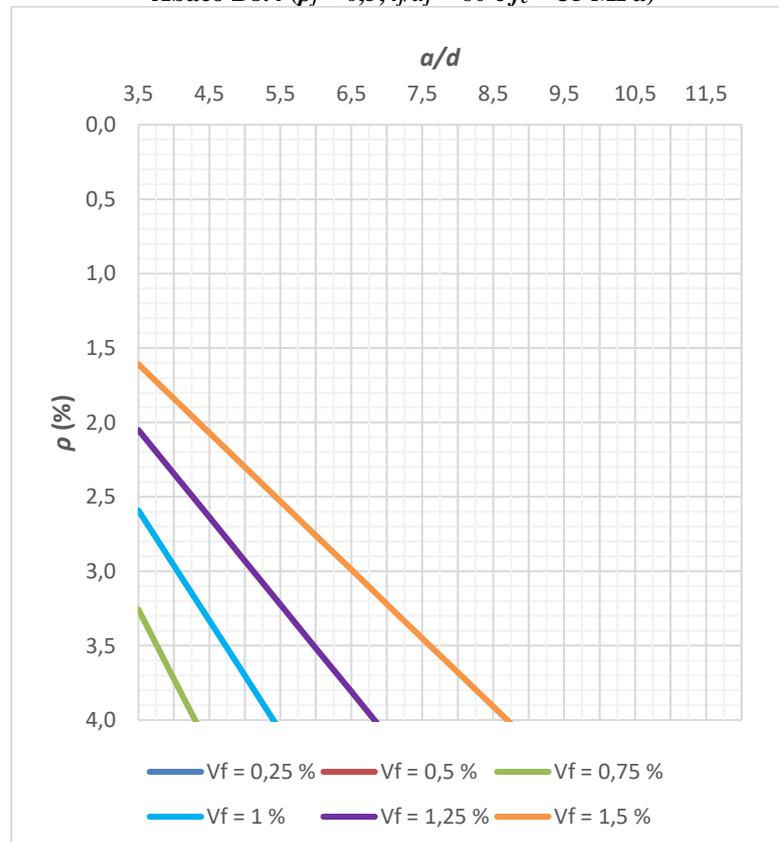
Ábaco B8.2 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 25$ MPa)



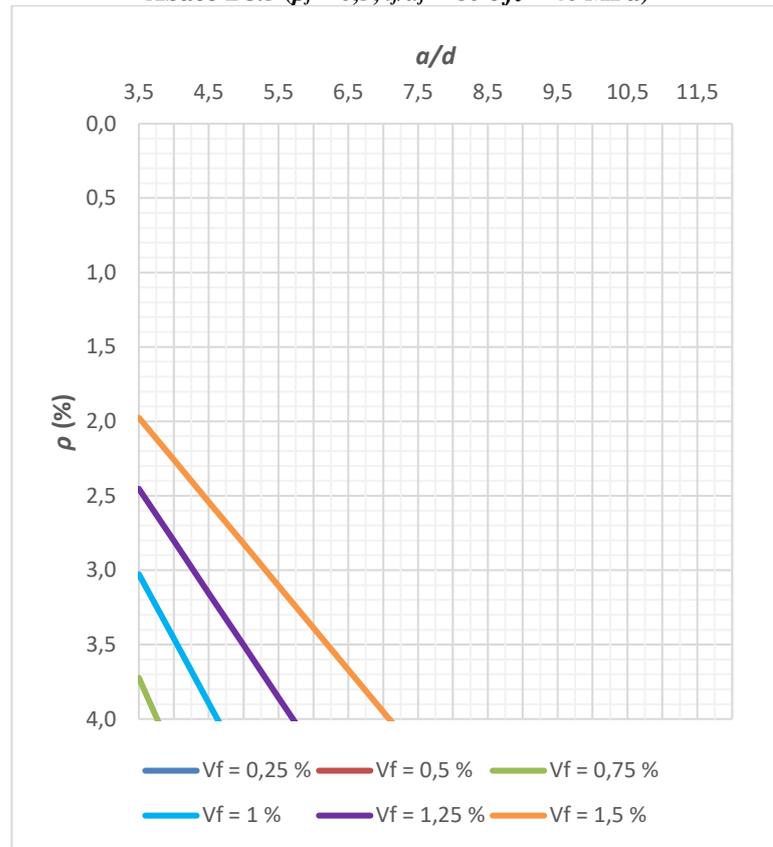
Ábaco B8.3 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 30$ MPa)



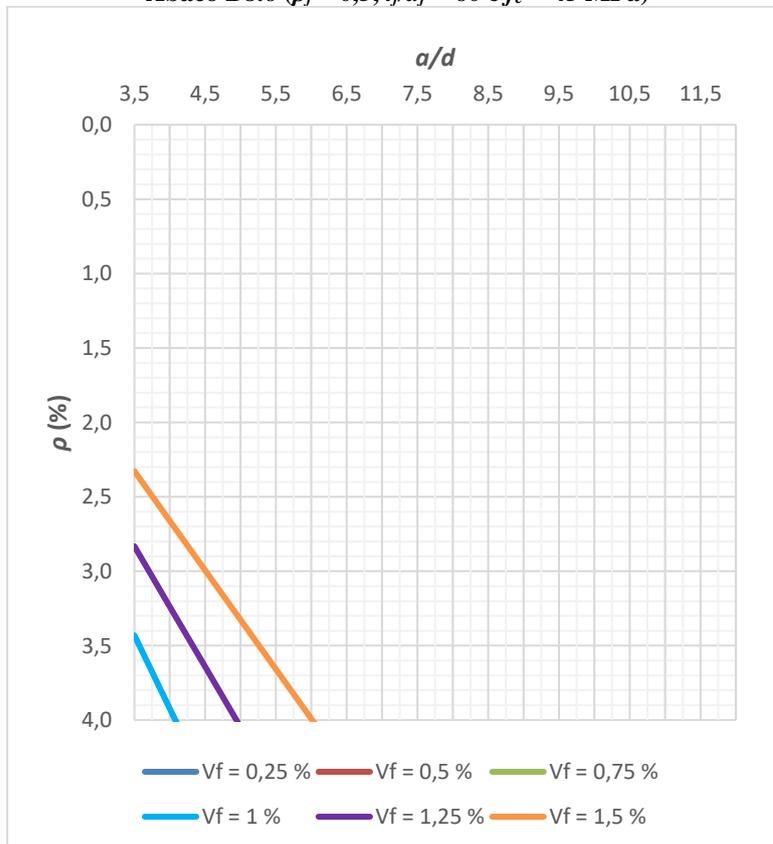
Ábaco B8.4 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 35$ MPa)

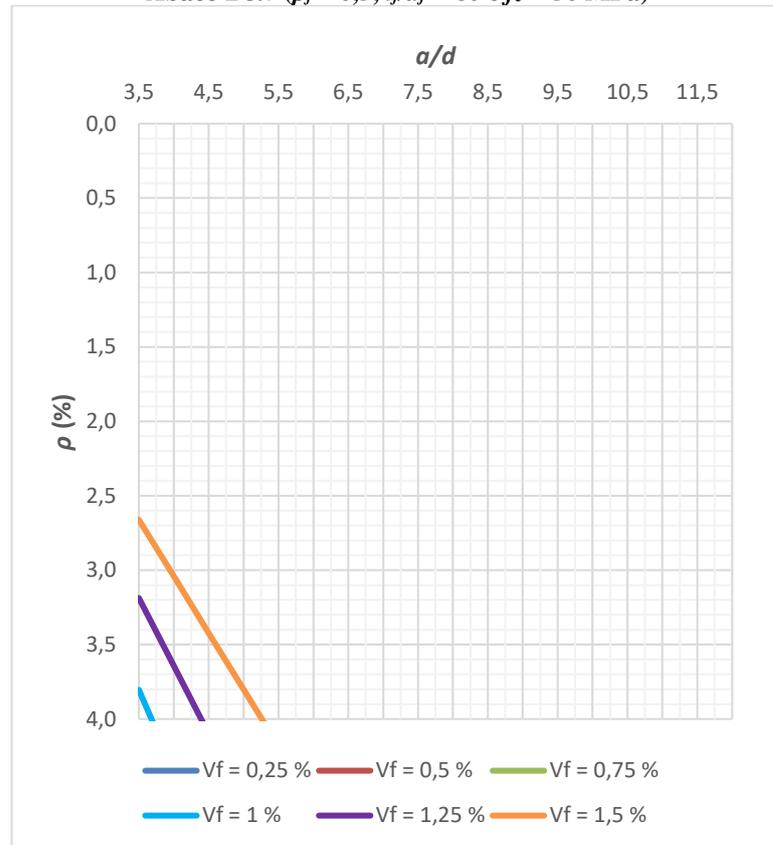


Ábaco B8.5 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 40$ MPa)

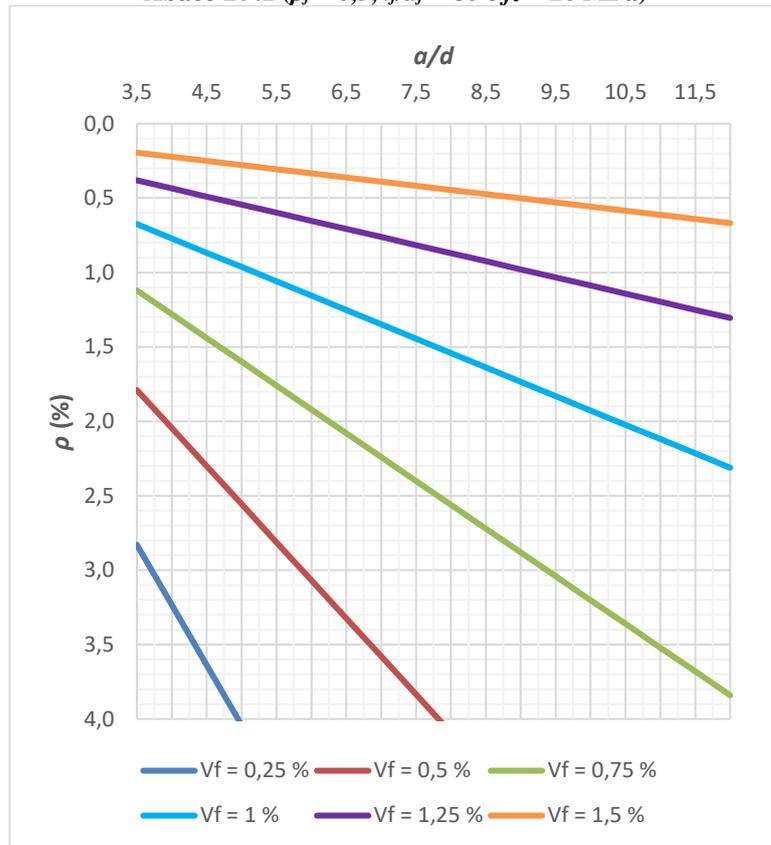


Ábaco B8.6 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 45$ MPa)

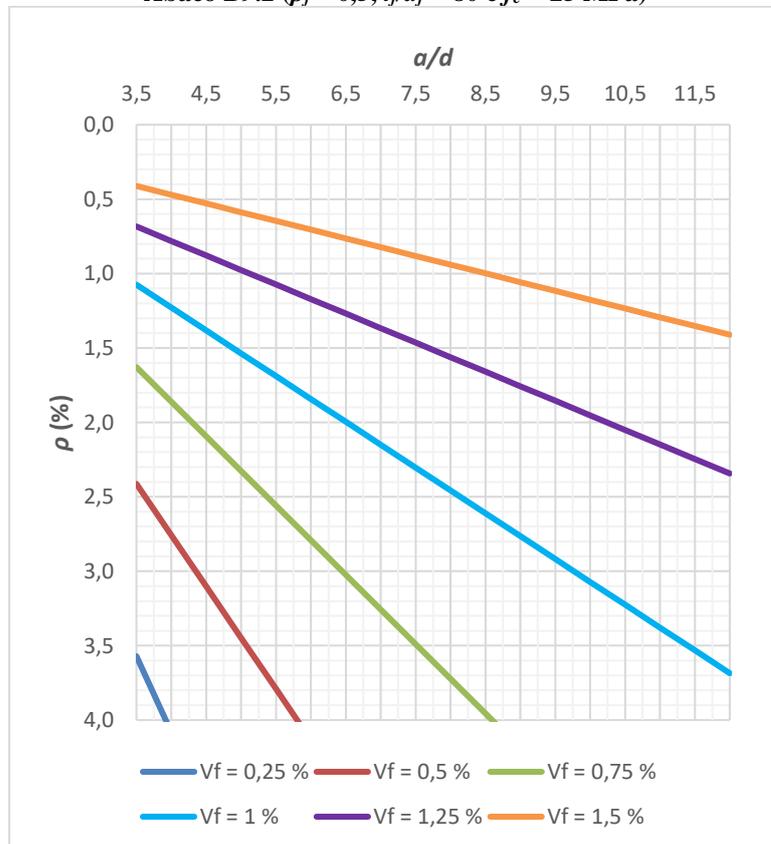


Ábaco B8.7 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 50$ MPa)

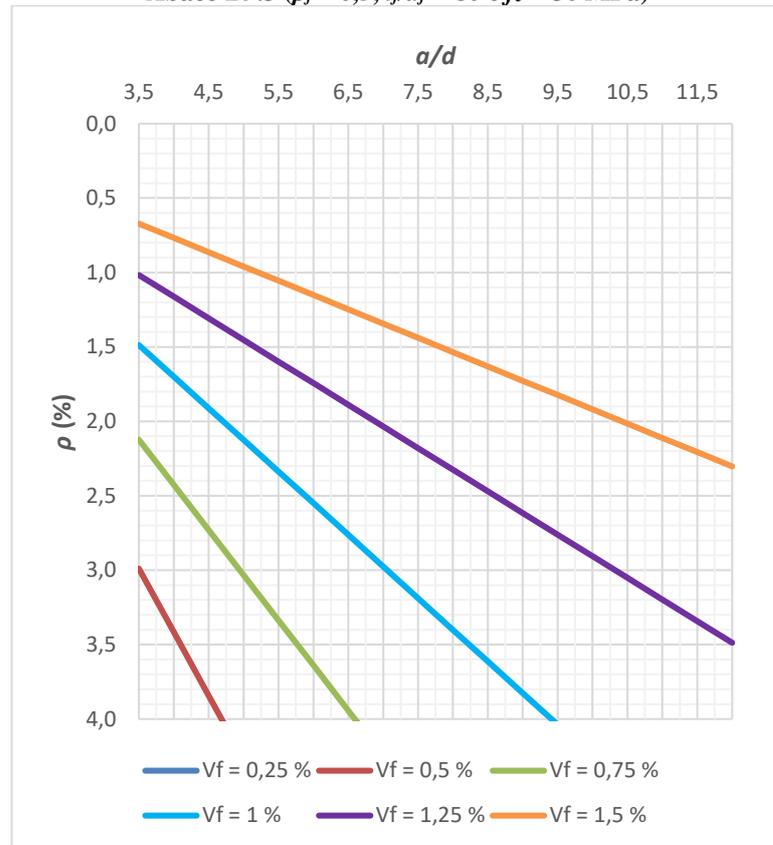
Ábaco B9.1 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 20$ MPa)



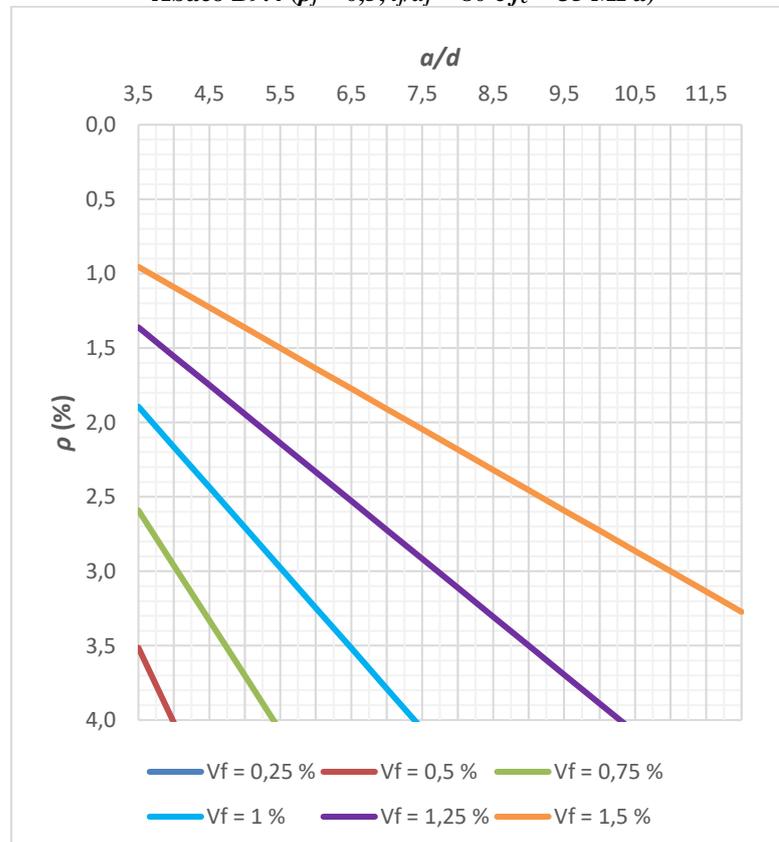
Ábaco B9.2 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 25$ MPa)



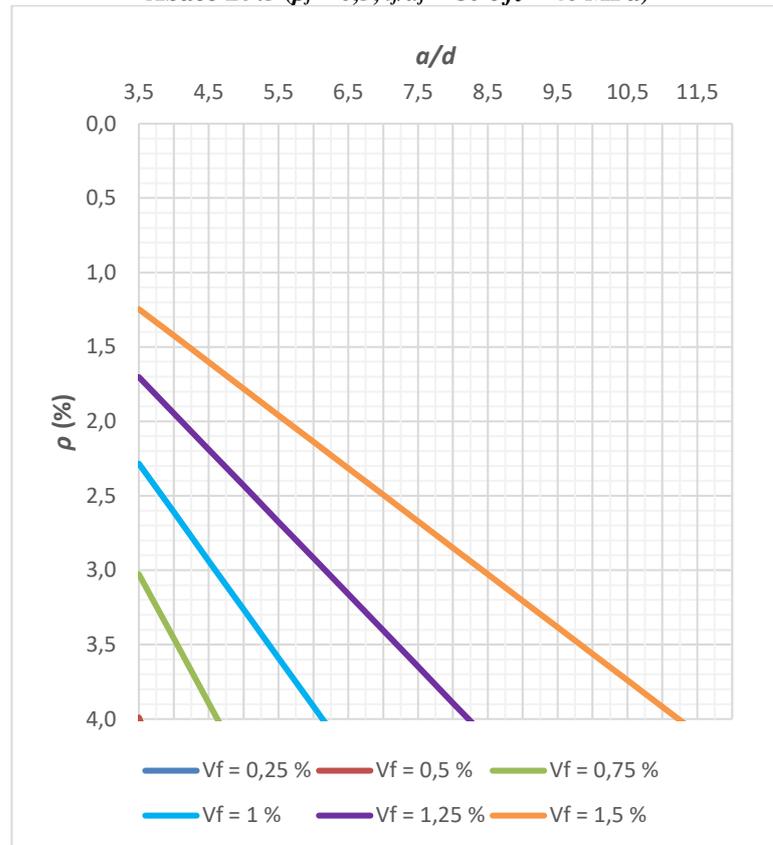
Ábaco B9.3 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 30$ MPa)



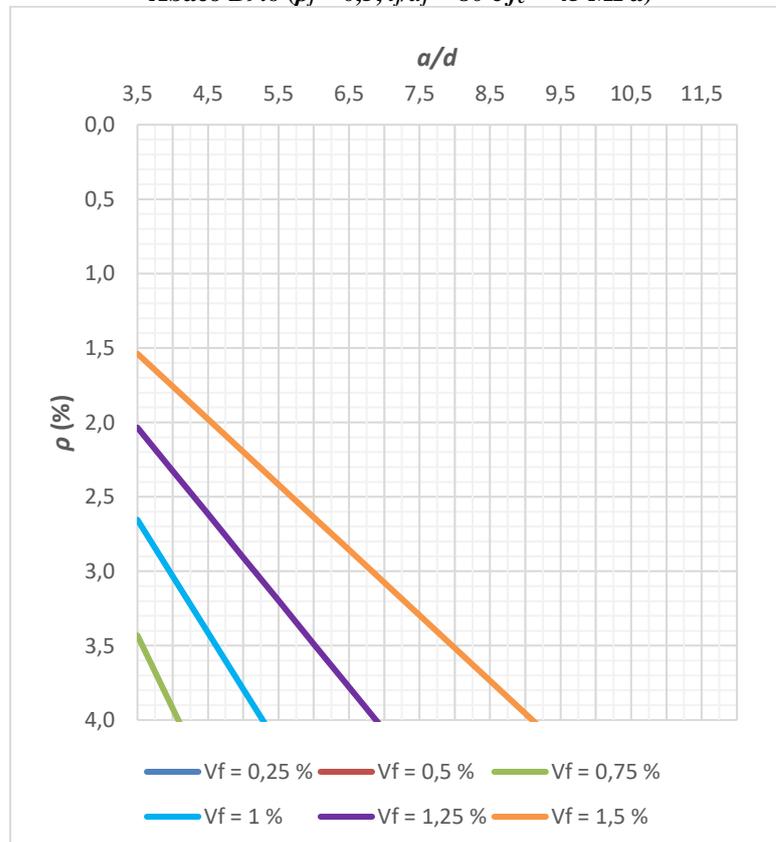
Ábaco B9.4 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 35$ MPa)

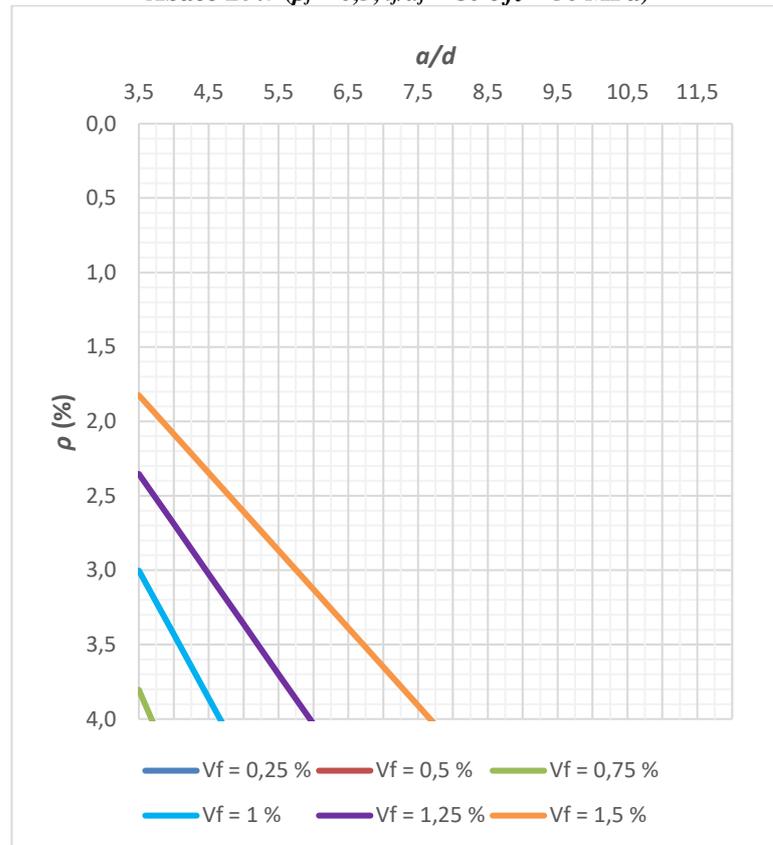


Ábaco B9.5 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 40$ MPa)



Ábaco B9.6 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 45$ MPa)



Ábaco B9.7 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 50$ MPa)

APÊNDICE C – TABELAS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO REFORÇADAS COM FIBRAS DE AÇO

Tabela C1 - Identificação das tabelas.

Tabela	ρ_f	l_f/d_f	f_c (MPa)	Tabela	ρ_f	l_f/d_f	f_c (MPa)	Tabela	ρ_f	l_f/d_f	f_c (MPa)
C1.1			20	C4.1			20	C7.1			20
C1.2			25	C4.2			25	C7.2			25
C1.3			30	C4.3			30	C7.3			30
C1.4		35	35	C4.4		35	35	C7.4		35	35
C1.5			40	C4.5			40	C7.5			40
C1.6			45	C4.6			45	C7.6			45
C1.7			50	C4.7			50	C7.7			50
C2.1			20	C5.1			20	C8.1			20
C2.2			25	C5.2			25	C8.2			25
C2.3			30	C5.3			30	C8.3			30
C2.4	1,0	60	35	C5.4	0,75	60	35	C8.4	0,5	60	35
C2.5			40	C5.5			40	C8.5			40
C2.6			45	C5.6			45	C8.6			45
C2.7			50	C5.7			50	C8.7			50
C3.1			20	C6.1			20	C9.1			20
C3.2			25	C6.2			25	C9.2			25
C3.3			30	C6.3			30	C9.3			30
C3.4		80	35	C6.4		80	35	C9.4		80	35
C3.5			40	C6.5			40	C9.5			40
C3.6			45	C6.6			45	C9.6			45
C3.7			50	C6.7			50	C9.7			50

Legenda:

N.A. – Não Aplicável

Tabela C1.1 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 20$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25
4,0	1,50	1,00	1,00	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25
4,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25
5,0	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
5,5	N.A.	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
6,0	N.A.	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
6,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
7,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
8,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
9,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
9,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
10,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
10,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
11,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
11,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
12,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00

Tabela C1.2 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 35$ e $f_c = 25$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
5,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
6,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
7,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
7,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
8,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
8,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25

Tabela C2.1 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 20$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,00	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25
4,0	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,5	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
5,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
5,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
6,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
6,5	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
7,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
7,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
8,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
8,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
9,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
9,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
10,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
10,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
11,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
11,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
12,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50

Tabela C2.2 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 25$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
4,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
5,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
5,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
7,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
7,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
8,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
8,5	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
9,0	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
9,5	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
10,0	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
10,5	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
11,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
11,5	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
12,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75

Tabela C2.3 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 30$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
4,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
4,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
5,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
5,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
6,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
6,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
7,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
7,5	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
9,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
9,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
10,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75
10,5	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
11,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
11,5	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
12,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela C2.4 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 35$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,0	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
5,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
5,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
7,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
8,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
8,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
9,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
9,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
10,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
10,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
11,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
11,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
12,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00

Tabela C2.5 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 40$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
4,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,5	N.A.	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
5,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
6,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
6,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
7,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
8,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
8,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
9,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
9,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
10,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
10,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
11,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
11,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,25
12,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25

Tabela C2.6 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 45$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,25	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
4,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
6,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
7,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
7,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
8,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
8,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25

Tabela C2.7 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 50$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
4,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
5,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
6,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
7,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
7,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
8,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
8,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50

Tabela C3.1 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 20$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
4,0	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25
4,5	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25
5,0	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
5,5	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
6,0	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
6,5	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
7,0	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
7,5	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
8,0	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
8,5	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
9,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
9,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
10,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
10,5	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
11,0	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
11,5	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
12,0	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50

Tabela C3.2 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 25$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25
4,0	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,5	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
5,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
5,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
6,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
6,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
7,0	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
7,5	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
8,0	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
8,5	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
9,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
9,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
10,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
10,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
11,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
11,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
12,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50

Tabela C3.3 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 30$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
4,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
5,0	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
5,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
6,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
7,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
7,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
8,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
8,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
9,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
9,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
10,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
10,5	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
11,0	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
11,5	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
12,0	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75

Tabela C3.4 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 35$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
4,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
4,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
5,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
5,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
6,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
7,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
7,5	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
8,0	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
8,5	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
9,0	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
9,5	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
10,0	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
10,5	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
11,0	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
11,5	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
12,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75

Tabela C3.5 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 40$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
4,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
5,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
5,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
6,0	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
6,5	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
7,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
7,5	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
9,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
9,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
10,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75
10,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75
11,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75
11,5	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
12,0	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela C3.6 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 45$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
4,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
5,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
5,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
6,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
7,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
7,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
8,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75
8,5	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
9,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
9,5	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
10,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
10,5	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
11,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
11,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
12,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00

Tabela C3.7 ($\rho_f = 1,0$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 50$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
4,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
5,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
5,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
6,5	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
7,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
8,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
8,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
9,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
9,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
10,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
10,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
11,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
11,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
12,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,25	1,00

Tabela C5.1 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 20$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,25	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,0	1,25	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
4,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25
5,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
5,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
7,0	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
7,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
8,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
8,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
9,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
9,5	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
10,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
10,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
11,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
11,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
12,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75

Tabela C5.2 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 25$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25
4,0	1,50	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25
4,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
5,0	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
5,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
6,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
6,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
7,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
8,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
9,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
9,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
10,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
10,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
11,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
11,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
12,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00

Tabela C5.3 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 30$ MPa)

a/d	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,0	N.A.	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
5,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
6,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
7,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
7,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
8,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
8,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
9,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
9,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
10,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
10,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
11,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25

Tabela C5.4 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 35$ MPa)

a/d	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
4,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75
5,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
6,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00
7,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
7,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
8,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
8,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25

Tabela C6.1 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 20$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,00	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25	0,25
4,0	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,5	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
5,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
5,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
6,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50	0,25
6,5	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
7,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
7,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
8,0	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
8,5	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
9,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
9,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
10,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
10,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
11,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
11,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
12,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50

Tabela C6.2 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 25$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,0	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25	0,25
4,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
5,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
5,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
7,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
7,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
8,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,50
8,5	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
9,0	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
9,5	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
10,0	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
10,5	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
11,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
11,5	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
12,0	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75

Tabela C6.3 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 30$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
4,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,50
4,5	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
5,0	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
5,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
6,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
6,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
7,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75
7,5	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
9,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
9,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
10,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00	0,75
10,5	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
11,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
11,5	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
12,0	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela C6.4 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 35$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,0	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
5,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
5,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
7,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
8,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
8,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
9,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,00
9,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
10,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
10,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
11,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
11,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
12,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00

Tabela C6.5 ($\rho_f = 0,75, l_f/d_f = 80$ e $f_c = 40$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
4,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,5	N.A.	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
5,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
6,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
6,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
7,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
8,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
8,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
9,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
9,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
10,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
10,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
11,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
11,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,25
12,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25

Tabela C6.6 ($\rho_f = 0,75, l_f/d_f = 80$ e $f_c = 45$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,25	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
4,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
6,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
7,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
7,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
8,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
8,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	3,00	1,50	1,50	1,25	1,25

Tabela C6.7 ($\rho_f = 0,75$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 50$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
4,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
5,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
6,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
7,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
7,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
8,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
8,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25	1,25
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50

Tabela C8.1 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 20$ MPa)

a/d	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,25	1,00	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25
4,0	N.A.	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25
4,5	N.A.	1,25	1,00	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
5,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
6,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
6,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75
7,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
7,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
8,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
8,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
9,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
9,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
10,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00

Tabela C8.2 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 60$ e $f_c = 25$ MPa)

a/d	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,50	0,25
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,50	0,50
4,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50
5,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	0,75	0,75
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75
6,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
7,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
7,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00
8,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
8,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50

Tabela C9.1 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 20$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,25	1,00	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25	0,25
4,0	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,25	0,25
4,5	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
5,0	1,50	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
5,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
6,0	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50	0,50
6,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
7,0	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
7,5	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75	0,50
8,0	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
8,5	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
9,0	N.A.	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
9,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
10,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
10,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
11,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
11,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
12,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75

Tabela C9.2 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 25$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	1,50	1,25	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50	0,25
4,0	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50	0,50
4,5	N.A.	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
5,0	N.A.	1,25	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
5,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
6,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,75
6,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75	0,75
7,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
7,5	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
8,0	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00	0,75
8,5	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
9,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
9,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00
10,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00	1,00
10,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
11,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
11,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
12,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00

Tabela C9.3 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 30$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,50	1,00	1,00	0,75	0,50	0,50	0,50
4,0	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,50	0,50
4,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
5,0	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
6,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
6,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
7,0	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00
7,5	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
8,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
8,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25	1,00
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25

Tabela C9.4 ($\rho_f = 0,5$, $l_f/d_f = 80$ e $f_c = 35$ MPa)

<i>a/d</i>	ρ (%)							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
3,5	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75	0,50
4,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	0,75	0,75	0,75
4,5	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	0,75	0,75
5,0	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00	0,75
5,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,00	1,00	1,00
6,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,00	1,00
6,5	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
7,0	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25	1,00
7,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,25	1,25	1,25
8,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
8,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
9,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25	1,25
9,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25
10,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,25
10,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50	1,50
11,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50
11,5	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50
12,0	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	N.A.	1,50	1,50

