UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

ANÁLISE DE ERROS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

TATIANA CÁSSIA PEREIRA DA SILVA

CARUARU

2017

TATIANA CÁSSIA PEREIRA DA SILVA

ANÁLISE DE ERROS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Licenciado.

Orientador: Profº. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa.
Coorientadora: Profª. Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos.

CARUARU

2017

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Marcela Porfírio CRB/4 - 1878

S586a Silva, Tatiana Cássia Pereira da.
Análise de erros e resolução de problemas envolvendo função polinomial do 2º grau. / Tatiana Cássia Pereira da Silva. – 2017.
46f. ; il.: 30 cm.

Orientador: Edelweis José Tavares Barbosa.
Coorientadora: Maria Lucivânia Souza dos Santos.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino médio. 3. Polinômios. I. Barbosa, Edelweis José Tavares (Orientador). II. Santos, Maria Lucivânia Souza dos (Coorientadora). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-281)

TATIANA CÁSSIA PEREIRA DA SILVA

ANÁLISE DE ERROS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Licenciado.

Aprovado em: 01/12/2017

BANCA EXAMINADORA

Edelweis José Tavares Barbosa
Profº. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Paulo Roberto Câmara de Sousa
Profº. Me. Paulo Roberto Câmara de Sousa (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Maria Lucivânia Souza dos Santos
Profª. Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus e a Sta Terezinha por terem me dado saúde, fé, coragem e força para superar as dificuldades, permitindo a realização de mais uma conquista em minha vida.

Aos meus avós paternos, Manoel (in memorian) e Tereza, por todo amor, paciência, ensinamentos, incentivo e apoio incondicional.

Aos meus pais, Gilson e Nilza, pelo carinho e dedicação, e por não medirem esforços para que pudesse conquistar meus objetivos.

Aos meus irmãos, Maria das Dores, Gilson e Wilson e aos meus tios Guiomar e Gildo, por toda colaboração e por estarem presentes em todos os momentos dessa jornada.

Ao meu namorado Cid Júnior, por todo companheirismo, dedicação e apoio nos momentos que necessitei ao longo dessa trajetória.

Ao meu orientador Dr. Edelweis José Tavares Barbosa e a minha Coorientadora Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos, por toda paciência, acompanhamento e dedicação para que essa monografia se tornasse realidade.

Aos meus professores, do ensino infantil ao ensino superior, onde a participação de cada um em minha vida escolar me tornou mais forte e confiante para seguir em frente.

Aos professores, Wagner Bezerra e Michel Benício, que me acolheram com carinho e dedicação em suas turmas, para que pudesse realizar meus estágios.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada de todo coração.

“Feliz aquele que transfere o que sabe e aprende o que ensina.”

(Cora Coralina)

RESUMO

A resolução de problemas pode ser um ponto de partida tanto para estimular a curiosidade como para aproximar o estudante do próprio cotidiano, fazendo-o perceber que as funções polinomiais do 2º grau estão presentes dentro e fora da sala de aula, tornando dessa forma o aprendizado mais eficaz. Além disso, verifica-se que os erros cometidos no processo de resolução tendem a afastar o estudante de determinados conteúdos, dificultando, assim, a sua aprendizagem. Diante disso, este trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que buscou investigar as estratégias utilizadas por estudantes do ensino médio na interpretação e resolução de problemas que envolvem função polinomial do 2º grau, bem como, categorizar os tipos de erros cometidos pelos estudantes. Utilizou-se como referencial teórico as perspectivas de resolução de problemas de George Polya (1995) e a análise didática de erros de Saturnino de La Torre (2007). A pesquisa tem cunho qualitativo e quantitativo e foi realizada com estudantes de uma escola pública localizada na cidade de Cumaru-PE. A análise dos resultados apontou que os estudantes apresentam dificuldades em questões mais elaboradas, onde necessitariam de mais atenção à investigação do problema, buscaram resolver as situações-problema de forma direta, o que gerou diversos tipos de erros no processo de resolução.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Análise Didática de Erros. Ensino Médio. Função Polinomial do 2º Grau.

ABSTRACT

Problem solving can be a starting point both to stimulate curiosity and to bring the student closer to everyday life, making him realize that the polynomial functions of the second degree are present inside and outside the classroom, thus making learning more efficient. In addition, it turns out that errors made in the resolution process tend to keep the student from certain content, thus hindering their learning. This paper presents the results of a research that sought to investigate the strategies used by high school students in the interpretation and resolution of problems involving polynomial function of the second grade, as well as to categorize the types of errors committed by the students. It was used as theoretical reference the perspectives of problem solving of George Polya (1995) and the didactic analysis of errors of Sarturnino de La Torre (2007). The research is qualitative and quantitative, and was carried out with students from a public school located in the city of Cumaru-PE. The analysis of the results showed that the students present difficulties in more elaborate questions, where they would need more attention to the investigation of the problem, they sought to solve the situations-problem in a direct way, which generated several types of errors in the resolution process.

Keywords: Troubleshooting. Didactic Analysis of Errors. High school. Polynomial function of the 2nd Degree.

LISTA DE SIGLAS

SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

RN – Rio Grande do Norte

PR – Paraná

UFPB – Universidade Federal da Paraíba

IMLNA – Improving Mathematics Learning in Numbers and Algebra (Melhorando a Aprendizagem de Matemática em Números e Álgebra)

FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia

MADE – Modelo de Análise Didática de Erros

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Em decorrência da globalização, que exige sujeitos mais bem capacitados, especialmente em Linguagem e Matemática, o interesse e a dedicação pela Matemática, tanto por parte dos estudantes quanto por parte dos professores vem cada vez mais se tornando um fator preocupante. Pois, embora haja um incentivo e uma preocupação em potencializar o seu ensino, para muitos, a Matemática ainda é encarada de maneira traumatizante, visto que, envolve a solução de inúmeros cálculos e apresenta regras e fórmulas que não parecem fazer sentido, sendo vista assim, como apenas mais uma disciplina sem aplicação na vida cotidiana.

Isso ocorre, em parte, pela dificuldade que o professor encontra no planejamento de aulas que estimulem os estudantes a interpretar e resolver problemas. É através da resolução e problemas que o estudante se desenvolve e constrói paulatinamente sua própria estrutura cognitiva em relação ao pensar matemático. No entanto, na maioria dos casos, os professores optam pela aplicação de exercícios que são mais rápidos e diretos, o que não propicia o pensar matemático do estudante, uma vez que esses exercícios são geralmente aplicações diretas de regras e fórmulas conhecidas. Isso gera mais dificuldade, pois não desenvolve o arsenal cognitivo necessário à resolução de situações reais ou abstratas, no seu dia a dia ou no seu percurso escolar subsequente.

Devido a essas dificuldades, principalmente na interpretação e na resolução de problemas matemáticos, os estudantes se sentem desestimulados ao ponto de serem reprovados, ou de permanecerem nas escolas várias etapas de sua caminhada escolar tentando reverter essa defasagem na aprendizagem, com isso agravando ainda mais tal situação.

Além das repetidas reprovações que tendem a ocorrer em Matemática, às dificuldades já mencionadas são refletidas, inclusive, nas avaliações nacionais, como as provas do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Segundo dados do SAEB (BRASIL, 2004) o desempenho em Matemática na 8ª série (9º ano) no ano de 2003, não foi satisfatório, pois apenas 3,3% dos estudantes se encontravam em um nível adequado de aprendizado compatível com a série. Se forem analisados dados mais recentes, poderá se chegar à mesma conclusão, embora tenha melhorado um pouco, o desempenho em Matemática nessas avaliações ainda está muito distante do que se é esperado, em comparação com outros países.

Assim, existe a necessidade de explorar a oralidade e a interpretação acerca dos conteúdos matemáticos, estimulando desta forma, a resolução de problemas, que é fundamental para o desenvolvimento mental do estudante, além de valorizar os conhecimentos informais, uma vez que, são pontos de partida para que o mesmo explore, organize, assim como, exponha seus próprios pensamentos e estabeleça relações com a linguagem matemática, seja ela abstrata ou simbólica.

Também é importante ressaltar o valor positivo que o erro pode assumir na aprendizagem da matemática, uma vez que a partir dele é possível caminhar na direção de uma aprendizagem com mais significado, pois analisando os próprios erros e buscando novas estratégias de resolução o estudante pode construir um conhecimento matemático mais sólido.

Diante dos elementos exposto até aqui, surge o seguinte questionamento, que buscamos responder no decorrer da pesquisa: "*Quais as principais dificuldades na interpretação e resolução de problemas envolvendo função polinomial do 2º grau e quais as estratégias utilizadas e os erros cometidos na resolução desses problemas?*".

Na tentativa de responder esse questionamento acerca das dificuldades e os tipos de erros cometidos no processo de resolução de um problema, bem como, apontar as estratégias utilizadas pelos estudantes, apresentamos os objetivos da pesquisa.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Investigar as dificuldades na interpretação e resolução de problemas envolvendo função polinomial do 2º grau, bem como as estratégias utilizadas e os erros cometidos na resolução dos mesmos.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Apontar as dificuldades de estudantes do ensino médio na interpretação e na resolução de problemas envolvendo função polinomial do 2º grau;
- Investigar as estratégias utilizadas por estudantes do ensino médio na resolução dos problemas envolvendo função polinomial do 2º grau;
- Identificar e categorizar os possíveis erros cometidos pelos estudantes na resolução dos problemas envolvendo função polinomial do 2º grau.

Para a operacionalização dos objetivos expostos, utilizamos como referencial teórico-metodológico a perspectiva de resolução de problemas de George Polya (1995) e a Análise Didática de Erros de Saturnino de La Torre (2007), analisando todo o processo de resolução de três problemas que envolvem função polinomial do 2º grau por estudantes do ensino médio de uma escola pública da rede estadual de ensino, no município de Cumaru – PE.

A análise dos resultados apontou que os estudantes apresentam dificuldades em questões mais elaboradas, pois necessitariam de uma interpretação mais atenta aos mínimos detalhes, onde a preocupação da maioria foi sempre em encontrar um valor numérico como resposta, ou em resolver a situação-problema com uma resolução direta. Entende-se assim, que a utilização das duas ferramentas que serão discutidas ao longo do trabalho, resolução de problemas e análise didática de erros, pode permitir ao estudante a superação dos seus erros, levando-o a um processo de ensino e aprendizagem com mais significado, pautado na resolução de problemas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Resolução Problemas na Perspectiva de George Polya

A resolução de problemas pode contribuir para minimizar as dificuldades encontradas na aprendizagem da matemática, pois sugere ao estudante um processo de aprendizagem e construção do conhecimento matemático, que se dá de maneira prazerosa. O estudante gosta de ser desafiado, e a resolução de problemas oferece isso a ele, a busca de estratégias, as tentativas e os erros, a descoberta. Polya (1995) enfatiza essa ideia ao afirmar que "encontrar a solução de um problema constitui uma descoberta. Se o problema não for difícil, a descoberta não será memorável, mas não deixará de ser uma descoberta" (p. 64).

Mas, é preciso destacar que nem toda atividade proposta pode ser considerada um problema, muitas vezes são apenas exercícios, e estes são diferentes. Os exercícios não oferecem a possibilidade do estudante investigar, explorar novos conceitos, quase sempre você consegue resolvê-lo aplicando uma regra ou fórmula pronta, diferentemente de um problema. Para Dante (1991):

> É preciso fazer uma distinção entre o que é um exercício e o que é um problema. Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. Situação-problema ou problema-processo é a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução. (DANTE, 1991, p. 48).

Desta forma, exercício é apenas um treinamento, uma aplicação de fórmulas, enquanto, os problemas requerem observação, investigação, construção de caminhos e estratégias de resolução.

Para Beatriz D'Ambrosio, resolução de problemas é:

> [...] uma metodologia de ensino em que o professor propõe ao aluno situações problema caracterizadas por investigação e exploração de novos conceitos. Essa proposta, mais atual, visa à construção de conceitos matemáticos pelo aluno através de situações que estimulam a sua curiosidade matemática. Através de suas experiências com problemas de naturezas diferentes o aluno interpreta o fenômeno matemático e procura explicá-lo dentro de sua concepção da matemática envolvida. O processo de formalização é lento e surge da necessidade de uma nova forma de comunicação pelo aluno. Nesse processo o aluno envolve-se com o "fazer" matemática no sentido de criar hipóteses e conjecturas e investigá-los a partir da situação problema proposta. (D'Ambrosio, B. S.)

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Brasil (1998), pode-se entender que para resolver um problema faz-se necessário que o estudante elabore um ou vários procedimentos de resolução (como por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses, etc.), compare seus resultados com os de outros estudantes e em seguida, valide seus procedimentos.

Com base nesse argumento, resolver um dado problema, não se resume em dar um resultado correto, aplicando procedimentos adequados, é necessário desenvolver habilidades, analisar os resultados obtidos, testar seus efeitos, comparar caminhos diferentes, para finalmente obter o resultado. Desta forma, enfatizar o hábito da problematização e a busca de respostas por caminhos diferentes vão criando nos estudantes o prazer em aprender, nesse sentido, Pozo e Echeverría (1998), afirmam que,

> Em função de seus valores formadores do desenvolvimento de estratégias de pensamento e raciocínio, a Matemática é o idioma das ciências e tecnologias. Nesse sentido, aprender a resolver problemas matemáticos e a analisar como os especialistas e os não especialistas resolvem esse tipo de tarefas pode contribuir para um aumento do conhecimento científico e tecnológico de maneira geral. A complexidade do mundo atual faz com que esse tipo de conhecimento seja uma ferramenta muito útil para analisar certas tarefas mais ou menos cotidianas como, por exemplo, pedir um empréstimo, analisar os resultados eleitorais, jogar na Loteria Esportiva ou tomar decisões no âmbito do consumo diário. (POZO; ECHEVERRÍA, 1998, p. 45).

No quadro abaixo, podem ser conferidas as principais diferenças e características entre exercício e problema.

Quadro 1. Características de exercícios e problemas.

Exercício	**Problema**
1. Ao ler um exercício, vê-se imediatamente em que consiste a questão e qual o meio de resolvê-la.	1. Diante de um problema não se sabe à primeira vista, como atacá-lo e resolvê-lo; as vezes, nem se quer se vê com clareza em que consiste o problema.
2. O objetivo que o professor persegue quando propõe um exercício é que o aluno aplique de forma mecânica conhecimentos de algoritmos já adquiridos e fáceis de aplicar.	2. O objetivo que o professor persegue ao propor um problema é que o aluno busque, investigue, utilize a intuição, aprofunde o conjunto de conhecimentos e experiências anteriores e elabore uma estratégia de resolução.
3. Em geral, a resolução de um exercício exige pouco tempo e este pode ser previsto de antemão.	3. Em geral, a resolução de um problema exige um tempo que é impossível prever.
4. A resolução de um exercício não costuma envolver os afetos.	4. A resolução de um problema supõe um forte investimento de energia e afeto. Ao longo da resolução, é normal experimentar sentimentos de ansiedade, de confiança, de frustração, de entusiasmo, de alegria, etc.
5. Em geral, os exercícios são questões fechadas.	5. Os problemas estão abertos a possíveis variantes e generalizações a novos problemas.
6. Os exercícios são abundantes nos livros didáticos.	6. Os problemas costumam ser escassos nos livros didáticos.

Fonte: Adaptado de Callejo e Vila (2004, p. 74)

De acordo com o esquema de Polya (1995), são quatro as etapas principais necessárias à resolução de um problema. São elas:

- Compreender o problema;
- Elaborar um plano;
- Executar o plano;
- Fazer o retrospecto ou verificação.

Essas etapas não são fixas e infalíveis e para que haja o pleno desenvolvimento das mesmas, é necessário que o estudante tenha desenvolvido bem a leitura, no decorrer da sua trajetória escolar. De uma forma geral, verifica-se a necessidade da leitura para o desenvolvimento cognitivo e da capacidade de compreensão dos problemas matemáticos. A leitura é, assim, o ponto de partida no processo de ensino e aprendizagem, possibilitando uma discussão mais aprofundada em relação aos conteúdos e metodologias específicas a serem trabalhadas para oferecer melhores condições à formação dos próprios estudantes. Se não houver uma adequada preparação não haverá condição de produzir uma transformação no desenvolvimento cognitivo lógico-matemático do estudante.

2.2 Dificuldades na Interpretação e Resolução de Problemas

A partir de um estudo de caso realizado por Azevedo e Ponte (2006), as representações gráficas de funções têm sido o foco de diversos estudos. Por exemplo, um estudo realizado por Ponte (1984) com estudantes e futuros professores do ensino secundário sugere que a interpretação de gráficos cartesianos e a relação das representações gráficas e simbólicas de funções podem ser fonte de muitas dificuldades para os estudantes.

Segundo uma pesquisa-ação ocorrida em três escolas do ensino privado na cidade de Natal – RN, no ano de 2002, foram identificadas as dificuldades dos estudantes de uma 5ª série do Ensino Fundamental em resolução de problemas matemáticos, onde foram apresentadas alternativas como propostas de possíveis soluções para a superação da problemática em questão, porém no decorrer do trabalho ficou claramente evidenciado que a aprendizagem é um processo complexo, pois consiste em um conjunto de aspectos agindo simultaneamente (aspectos cognitivos, afetivos e psicomotores), onde os mesmos são de extrema importância para o desenvolvimento humano e são necessários a todos os seres humanos desde o nascimento. No entanto, após a aplicação de um questionário e tendo comprovado que existem inúmeras dificuldades por parte dos estudantes, foi necessário desenvolver ações preventivas, como por exemplo, propor conteúdos adequados ao estágio de desenvolvimento, professores preparados profissionalmente, inclusive possibilitando a atualização constante dos mesmos, entre outras.

Ao analisar os dados da pesquisa, constatou-se que as dificuldades em resolução de problemas estão centradas na carência de habilidades e competências na interpretação, na análise e também em sínteses textuais. No entanto, o domínio de técnicas, algoritmos e operações matemáticas foram em sua maioria realizada satisfatoriamente, apesar de não seguir as etapas propostas por Polya, principalmente no que se refere à análise e interpretação expressas dos resultados alcançados.

A partir de uma pesquisa bibliográfica e exploratória realizada por Silva (2011), ficou constatada uma visão didática das dificuldades enfrentadas pelos estudantes na resolução de problemas na área de Matemática, associando à defasagem nos mecanismos de interpretação da leitura e estabelecendo uma relação entre a leitura interpretativa na resolução de problemas, apontando sua importância e os problemas que poderão ser evidenciados na falta de estruturas cognitivas para a leitura complexa. Desta forma, conclui-se que para que a aprendizagem lógico-matemática aconteça é necessário que a leitura se estabeleça como um elo de enunciação implicando na compreensão do problema, pois a leitura dos enunciados e a interpretação proposta de cada problema pede uma solução que depende da compreensão correta do enunciado, assim como, para a escolha do tipo da operação que se aplica em cada situação. De acordo com a apresentação dos resultados de um estudo de caso realizado com estudantes do Ensino Médio do Colégio Estadual João Manoel Mondrone de Medianeira – PR e professores da Rede Pública Estadual do Paraná, sob ambos os pontos de vista, verifica-se inúmeras dificuldades encontradas no ensino e aprendizagem dos conteúdos de análise combinatória, probabilidades e estatística, no que se refere à leitura e interpretação de dados, gráficos estatísticos, etc., e enunciados gerais relacionados a tais conteúdos, com isso ocorrendo à elaboração de alternativas metodológicas que visassem minimizar tais dificuldades.

Assim, a utilização das tendências metodológicas em Educação Matemática, materiais de apoio dinâmicos e contextualizados, assim como, práticas de leitura, escrita matemática e trabalhos do campo com a participação dos estudantes em todo processo ajudam a diminuir os problemas de ensino e aprendizagem da Matemática que temos enfrentado em nossas práticas pedagógicas atualmente. Vale ressaltar, que não é tarefa fácil, requer tempo, plena dedicação e persistência, visto que é necessário inovar uma prática de ensino na qual todos estão acostumados e traçar aos poucos uma nova perspectiva de ensino, focando procedimentos que viabilizem a resolução de problemas.

Portanto, no decorrer de um Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura Plena em Pedagogia na Universidade Federal da Paraíba (UFPB), ao analisar as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal da cidade de João Pessoa ao trabalharem com a resolução de problemas matemáticos, foi possível diagnosticar alguns mitos sobre o ensino de problemas matemáticos na sala de aula, incorporados tanto pelos estudantes como pela professora, como cita Pozo (1998), a partir do que foi proposto por Schoenfeld (1992):

> Os problemas matemáticos têm uma e somente uma resposta correta; Existe somente uma forma correta de resolver um problema matemático e, normalmente, o correto é seguir a última regra demonstrada em aula pelo professor; Os estudantes "normais" não são capazes de entender Matemática somente podem esperar memorizá-lo e aplicar mecanicamente aquilo que aprenderam sem entender; Os estudantes que entenderam Matemática devem ser capazes de resolver qualquer problema em cinco minutos ou menos; A Matemática ensinada na escola não tem nada a ver com o mundo real; As regras formais da Matemática são irrelevantes para os processos de descobrimento e de invenção. (POZO, 1998, p. 46).

Além disso, constataram concepções atrasadas sobre fórmulas, onde os estudantes estavam acostumados com apenas um caminho para obter o resultado, com isso, limitando seus próprios conhecimentos. Desta forma, foi identificado durante toda a pesquisa, que o processo de ensino e aprendizagem dos problemas matemáticos é longo e requer dedicação e muita paciência.

2.3 Dificuldades na Resolução de Problemas Algébricos

Em virtude dos fatos mencionados, através de caso realizado no âmbito do Projecto IMLNA – Improving Mathematics Learning in Numbers and Algebra, apoiado pela FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia ao abrigo do contrato PTDC/CED/65448/2006 que procurou compreender os processos de raciocínio usados por um estudante do 10º ano do ensino secundário em relação à resolução de problemas e em atividades de exploração e de investigação, com o auxílio da calculadora gráfica, numa unidade de ensino sobre o tópico Funções, ficou evidente no que se refere à compreensão das diferentes representações de funções que o estudante apresentou certa facilidade, sendo assim, as dificuldades maiores foram na conversão da representação gráfica para a representação algébrica indiciando as dificuldades na resolução com expressões algébricas, bem como, no seu significado.

Dessa forma, as dificuldades na manipulação algébrica como também, na sua ligação com outras representações, vão de encontro ao que se refere Kaput (1989) sobre as dificuldades dos estudantes na aprendizagem da álgebra. Nesta etapa do estudo, o estudante apresenta dificuldades na ligação e na representação algébrica com outras formas de representar funções parecendo que esta forma de representação se encontra compartimentada (na terminologia de Duval, 2002), da mesma maneira que ocorre no estudo de Elia et AL (2006).

De acordo com os teóricos mencionados acima, Kaput (1989), defende que o conhecimento matemático é constituído, a partir da tradução entre sistemas de representações matemáticas, sendo primordial que haja um conhecimento sólido sobre cada forma de representação, pois as dificuldades na álgebra estão vinculadas nos procedimentos envolvendo os símbolos algébricos e na ligação deste com outras representações. Já Duval (2006) considera ser impossível entender e aprender as noções matemáticas sem recorrer às representações, já que o funcionamento da mente humana é inseparável de uma variedade de registros semióticos de representações. Sendo assim, num estudo realizado por Elia, Panaoura, Eracleous e Gagatsis (2006), os mesmos afirmam que as dificuldades estão na definição própria do conceito de função, assim como, na resolução de problemas envolvendo funções e conversões e entre diversos modos de representações. Desta forma, os mesmos interpretam estes resultados focando que os estudantes enxergam nas diferentes representações de uma função objetos matemáticos distintos e autônomos e não diferentes modos de expressar o mesmo objeto, daí confirmam o fenômeno da compartimentação.

Os resultados sugerem que os problemas contextualizados e as discussões e reflexões sobre as diferentes atividades contribuem para uma aprendizagem com significado das Funções e as atividades de exploração e investigação contribuem para desenvolver capacidades como a identificação de regularidades e a formulação, teste e justificação de conjecturas. Os relatórios escritos e as apresentações orais contribuem para o desenvolvimento da capacidade de comunicar matematicamente e de justificar processos, permitindo o desenvolvimento do pensamento intuitivo e ampliação do campo de estratégias dos estudantes. Este estudo recomenda que a resolução de problemas e a realização de atividades de caráter investigativo, com o auxílio da calculadora gráfica, contribuam para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes.

Diante disso, recomenda-se que os professores estimulem seus estudantes e que trabalhem visando o desenvolvimento de habilidades de leitura, desta forma, desencadeando a capacidade de criar estratégias de solução e de verificação dos resultados obtidos, pois o importante é que os estudantes aprendam a identificar os componentes do problema, ou seja, o que realmente está sendo pedido e não busquem apenas formas mecânicas de solução. Como afirma Pozo (1998, p.49), “é possível considerar a existência de um problema em função do grau de novidade que a tarefa representa para um determinado aluno". Ainda sobre a resolução de problemas, os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que:

> No processo de ensino aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégias para resolvê – las. (BRASIL, 1998, p. 40).

Em suma, é necessário que os estudantes aprendam a compreender conceitos, assim como, procedimentos matemáticos, utilizando formas de raciocínio, como intuição, dedução, indução, analogia e estimativa, (PCNs,1998), visto que a aprendizagem é resultado de um processo intelectual do estudante e acontece de maneiras distintas: na observação, na formulação de perguntas e hipóteses, no confronto e na integração com os conhecimentos já adquiridos. Além disso, para que os estudantes possam desenvolver as habilidades de resolução de problemas, as situações propostas devem ser desafiantes, inovadoras, criativas e dinâmicas, pois cada passo é essencial para a construção do seu próprio conhecimento.

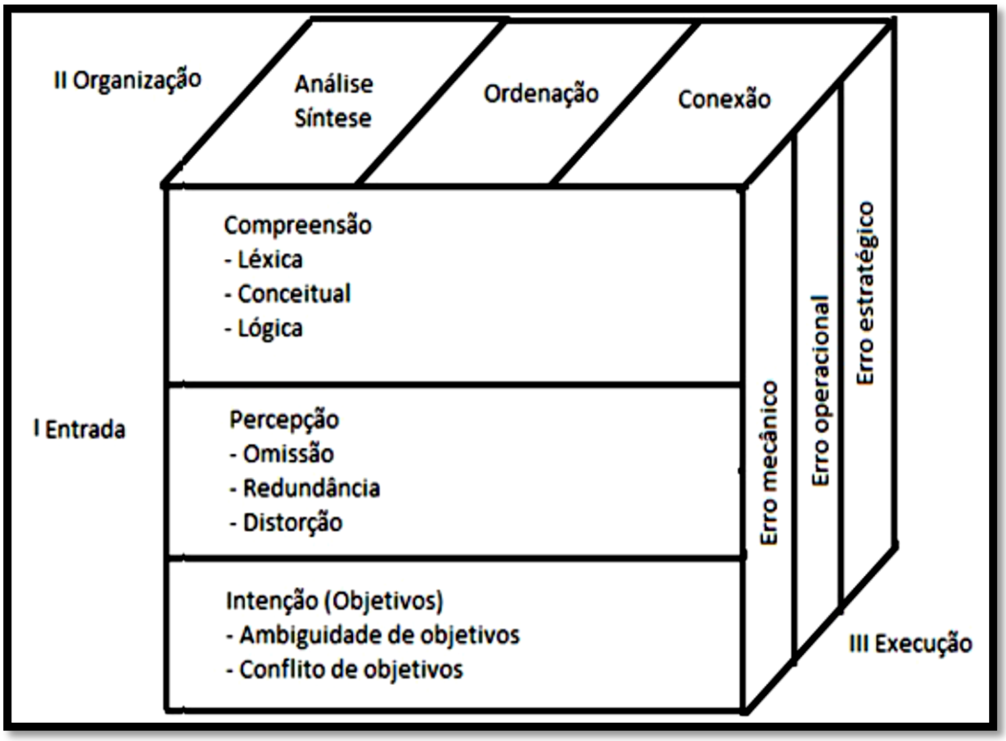
2.4 Análise Didática de Erros Proposta por Saturnino de La Torre

Analisar e refletir sobre os erros cometidos pelos estudantes, se torna algo que exige trabalho, embora seja, uma reflexão de suma importância sobre o que levou o estudante a cometer tais equívocos e como se pode corrigi-los de maneira a evitá-los no futuro, assim como, o estudante vai se tornando independente e seguro diante das novas situações-problema que for se deparando.

No entanto, o erro deve ser visto tanto pelo professor, quanto pelos estudantes como ponto de partida para se atingir os objetivos traçados, pois nem sempre o acerto significa um conhecimento total sobre algo. Segundo De La Torre (2007), o erro é apontado de forma binária: a forma negativa (efeito destrutivo e deturpativo) e a forma positiva (construtivo e criativo). Desta forma, o erro apresenta um efeito destrutivo em sua forma negativa, já em sua forma positiva o mesmo é visto como um estímulo motivador para sua própria evolução. E além do mais, De La Torre (2007) ressalta que o erro pode está atrelado a duas situações: resultado e processo, onde o erro visto como resultado apresenta significado negativo ocasionando um efeito destrutivo ou deturpativo, quando visto como processo pode apresentar um efeito construtivo e criativo, onde essa criatividade está associada aos próprios estudantes, onde serão capazes de enxergar seus erros e utilizá-los como apoio visando sua própria evolução. Entretanto, o mesmo autor afirma que o erro não pode ser desprezível, e que o professor pode criar situações diferenciadas para trabalhar tais erros, ajudando assim, os estudantes a superarem tais dificuldades. Assim sendo, De La Torre (2007), propõe um

Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE – QUADRO 2), formado por três momentos, como qualquer procedimento sistêmico, sendo eles: entrada, organização e execução, como veremos a seguir**.**

Quadro 2: Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE



Fonte: DE LA TORRE, 2007, p. 108.

- **Entrada** – trata-se do momento de interpretação, e costuma ser o momento onde é apresentado o maior número de erros, pois se refere a uma interpretação atenciosa, em relação aos dados apresentados (informações inadequadas ou insuficientes) em algum dos planos: intenção, percepção e compreensão - e o que é necessário ser apresentado depois de todo processo resolutivo.
- **Organização** – é o segundo passo após o processamento das informações de entrada, se trata do momento em que o estudante está organizando as informações obtidas anteriormente, ou seja, os processos cognitivos do estudante entram em cena. Esses erros ocorrem de acordo com a associação da análise e síntese da informação obtida, bem como, com a ordenação das informações e a sua conexão com o próprio conhecimento.

- **Execução** – trata-se do momento de resolução, onde tais erros são frequentemente realizados pelos estudantes que se arriscam a percorrer novos caminhos em busca da solução de uma situação-problema, se tornando mais comum com estudantes hiperativos, onde De La Torre (2007) classifica tais erros como mecânicos, operacionais e estratégicos.

> Entre as didáticas especiais que mais atenção prestaram à análise dos erros estão o estudo das línguas (em particular a segunda língua) e a matemática. Enquanto as primeiras focalizam sua atenção nos erros de execução, a matemática atende aos erros de raciocínio, de compreensão e de organização biológica da informação. (DE LA TORRE, 2007, p. 128).

Portanto, o professor pode utilizar essa estratégia didática não apenas em Matemática, mas em qualquer disciplina e em diferentes níveis de ensino, pois o erro quando identificado e trabalhado de maneira correta se torna eficaz no processo educacional.

3 METODOLOGIA

3.1 Tipo de Pesquisa

A presente pesquisa tem uma abordagem qualitativa e quantitativa, pelo seu caráter exploratório e por ser realizada dentro da escola, lócus do ensino do tema apresentado.

A pesquisa qualitativa difere quanto à forma, ao método e aos objetivos. Godoy (1995) enumera características fundamentais capazes de identificar tal pesquisa, são elas: “o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental; o caráter descritivo; o significado que as pessoas dão as coisas e a sua vida como preocupação de investigador; enfoque indutivo.” (p. 62).

Assim sendo, a pesquisa qualitativa tem a pretensão de verificar a relação entre a realidade e o objeto de estudo, obtendo desta forma muitas interpretações de uma análise indutiva por parte do próprio pesquisador. Segundo Richardson (1989), a pesquisa quantitativa, caracteriza-se pela quantificação nas modalidades de coleta de informações, como no tratamento das mesmas, através das próprias técnicas estatísticas.

3.2 Sujeitos Participantes

A investigação contou com a participação de uma turma do 3º ano do Ensino Médio, composta por 40 estudantes, de uma escola da Rede Estadual de Ensino, localizada na cidade de Cumaru - PE. No dia da aplicação, estavam presentes apenas 28 estudantes. A escolha da turma justifica-se pela autonomia e segurança dos estudantes, pois os mesmos vivenciaram o conteúdo desde os anos anteriores, pretendendo-se desta forma identificar as dificuldades, assim como, às estratégias utilizadas pelos mesmos, tanto na interpretação como na resolução de uma sequência didática proposta.

3.3 Coleta de Dados

Dentro da multiplicidade de técnicas de coleta de dados que pode se encontrar na literatura, utilizou-se a observação direta intensiva da aplicação de uma sequência didática envolvendo problemas sobre função polinomial do 2º grau (Ver anexo 1).

A observação direta intensiva visa examinar os fatos ou fenômenos que se pretende estudar, podendo ser sistemática, assistemática, participante, não participante, individual ou coletiva. Dessa forma, a pesquisa se deu através de observação direta não participante.

4 ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÃO

Este tópico tem como função detalhar, bem como, organizar os dados obtidos, a fim de que haja uma melhor compreensão do tema em estudo. Desta maneira, foram aplicadas e analisadas três situações-problema. Na primeira parte do capítulo, tem-se a análise das respostas dos estudantes de acordo com as quatro etapas de resolução de George Polya (1995), na segunda parte tem-se a categorização dos erros segundo Saturnino De La Torre (2007), e por fim, tem-se uma discussão sobre a importância da análise das respostas dos estudantes tendo como base as perspectivas de Polya (1995) e De La Torre (2007).

4.1 Classificação das situações-problema de acordo com os procedimentos de George Polya

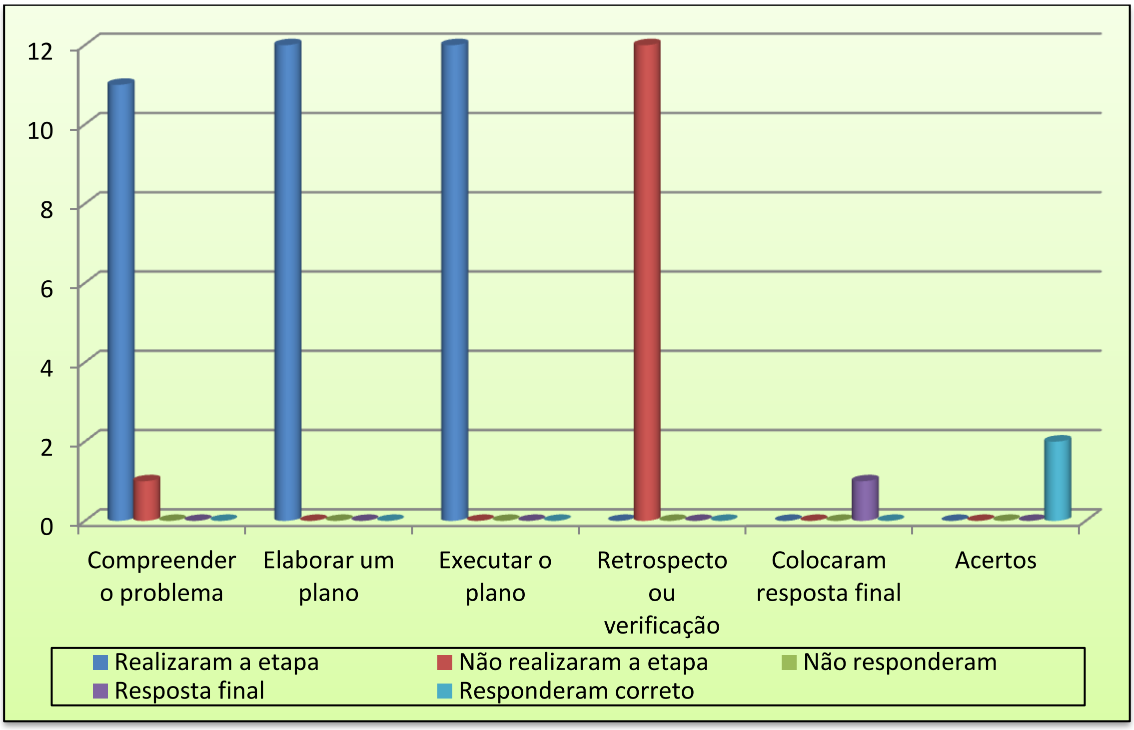
De acordo com as quatro etapas de resolução de problemas estabelecidas por George Polya, se tornou evidente que os estudantes apresentam dificuldades em segui-las, pois os mesmos procuram caminhos mais fáceis, mais curtos e até mesmo mais práticos para solucionarem as determinadas situações-problema, não estabelecendo uma conexão no processo de resolução das mesmas. E além do mais, apresentaram dificuldades na interpretação, pois não focaram na pergunta de cada situação, mas sim, se preocuparam em obter apenas um resultado final da maneira que acharam viável para cada situação-problema.

Sendo assim, analisaremos separadamente as situações-problema aplicadas.

4.1.1 Problema 1

A primeira situação-problema se trata de uma situação considerada simples, pois a função foi apresentada no enunciado da questão, em que os estudantes iriam apenas analisar as variáveis e realizar as substituições necessárias. No entanto, ocorreram diversos erros como esquecimento de sinais nas operações, nas substituições e nas unidades de medida, onde identificamos que os estudantes não realizaram as etapas estabelecidas por Polya, pois foram erros que se os mesmos tivessem apresentado mais atenção teriam detectado-os na quarta etapa (retrospecto ou verificação), então ficou claro que os estudantes mesmo realizando a quarta etapa, não tiveram atenção adequada, capaz de identificar os determinados erros, com isso chegando à resposta final errada. Vejamos:

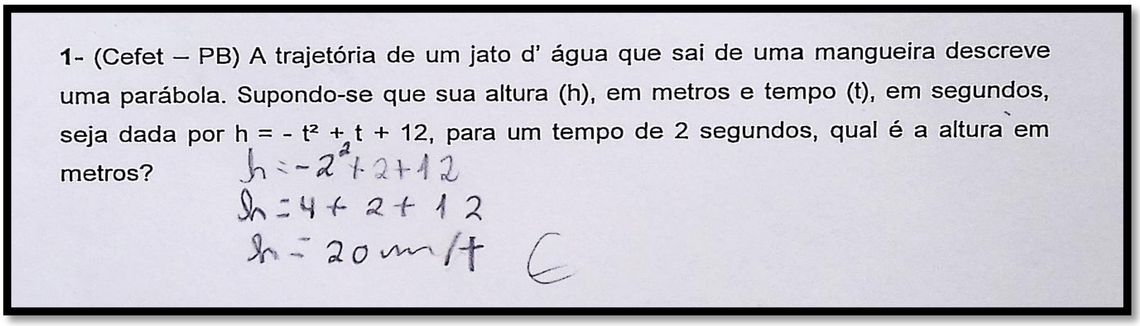
Gráfico 1. Análise do Problema 1 (Polya)



Fonte: Da pesquisa (2017)

De acordo com o gráfico 1, constata-se que 01 estudante não compreendeu a situação-problema, 11 estudantes compreenderam a mesma, 12 estudantes elaboraram um plano, executaram o plano, mas não realizaram a última etapa, ou seja, o retrospecto ou a verificação. E além do mais, 02 estudantes acertaram a questão, ou seja, identificamos que seguiram as etapas estabelecidas por Polya, e apenas 01 estudante apresentou uma resposta, sem nenhuma estratégia de resolução, sem nenhuma justificativa da tal resposta final. Assim sendo, os estudantes se equivocaram em diversos momentos da resolução, apresentaram estratégias diferenciadas, embora que por falta de atenção cometeram alguns erros, levando os mesmos a se equivocarem na resolução da questão.

Figura 1. Problema 1 (Estudante 7)


1- (Cefet – PB) A trajetória de um jato d' água que sai de uma mangueira descreve uma parábola. Supondo-se que sua altura (h), em metros e tempo (t), em segundos, seja dada por h = - t² + t + 12, para um tempo de 2 segundos, qual é a altura em metros?

$h = -2^2 + 2 + 12$

$h = 4 + 2 + 12$

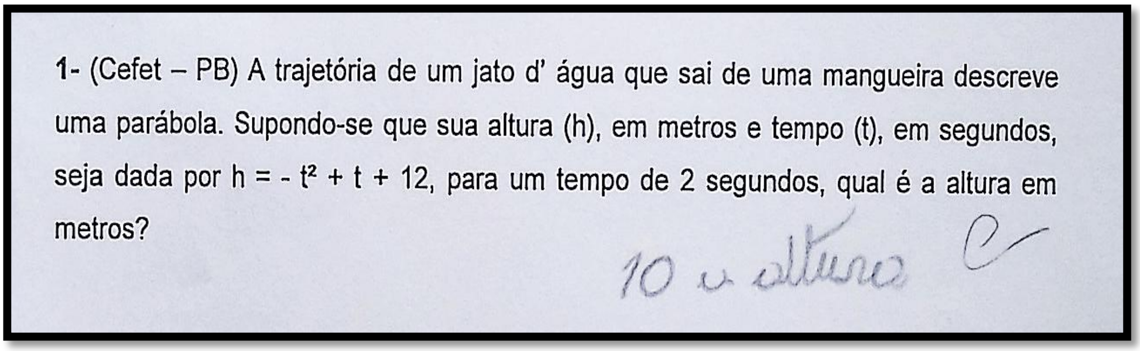
$h = 20 m/t$

C

Fonte: Da pesquisa (2017)

Como observamos, o estudante 7 compreendeu a situação-problema, reescreveu a função, substituiu a variável t adequadamente, mas não considerou o sinal do termo t^2, como também errou na adição, e além do mais, se equivocou na unidade de medida da resposta. Desta maneira, fica evidente que ao realizar a quarta etapa estabelecida por Polya, ou seja, o retrospecto ou verificação, o determinado estudante não teve atenção adequada, pois os erros são nítidos.

Figura 2. Problema 1 (Estudante 13)


1- (Cefet – PB) A trajetória de um jato d' água que sai de uma mangueira descreve uma parábola. Supondo-se que sua altura (h), em metros e tempo (t), em segundos, seja dada por $h = - t^2 + t + 12$, para um tempo de 2 segundos, qual é a altura em metros?

10 a altura

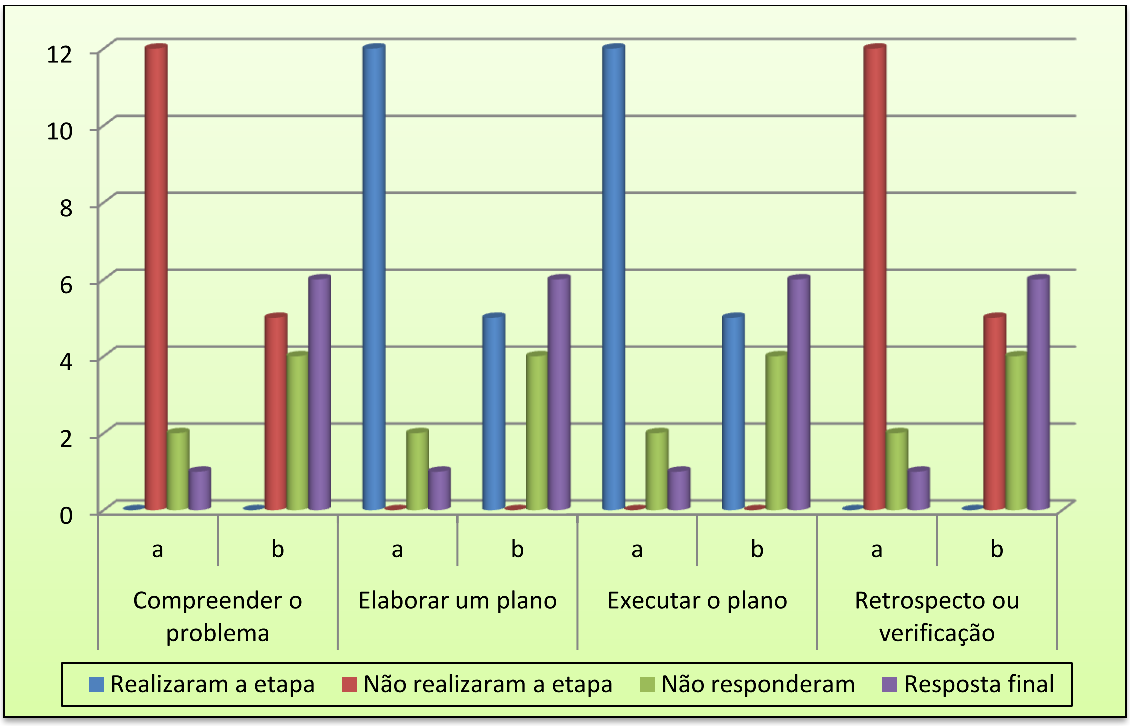
Fonte: Da pesquisa (2017)

Outra situação que nos chamou atenção foi a do estudante 13, pois o mesmo inseriu apenas a resposta final, acrescentando a unidade de medida altura e não metros como havia sido pedido na questão, com isso não podemos afirmar nada a respeito dessa resposta.

4.1.2 Problema 2

A segunda situação-problema é composta pelas letras A e B, onde os estudantes se equivocaram na compreensão da mesma, pois a mesma traz as informações, e os estudantes tem que organizar a função obedecendo aos dados da questão (letra A) e de acordo com a função apresentada, os mesmos teriam que identificar um intervalo de tempo que obedecesse a função estabelecida (letra B). Desta forma, na letra A, os estudantes não conseguiram organizar a função com as informações apresentadas, onde também não conseguiram identificar a variável dependente e a variável independente, pois os mesmos desenvolveram uma resolução até que chegasse a um resultado final. Já na letra B, os estudantes não estabeleceram uma relação com a letra A, onde era apenas analisar a variável independente e organizar o intervalo pedido, ou seja, foi uma questão que relacionava as duas letras, e os estudantes trataram de situações diferentes, com isso não conseguiram resolver a situação-problema. Eis as situações a seguir.

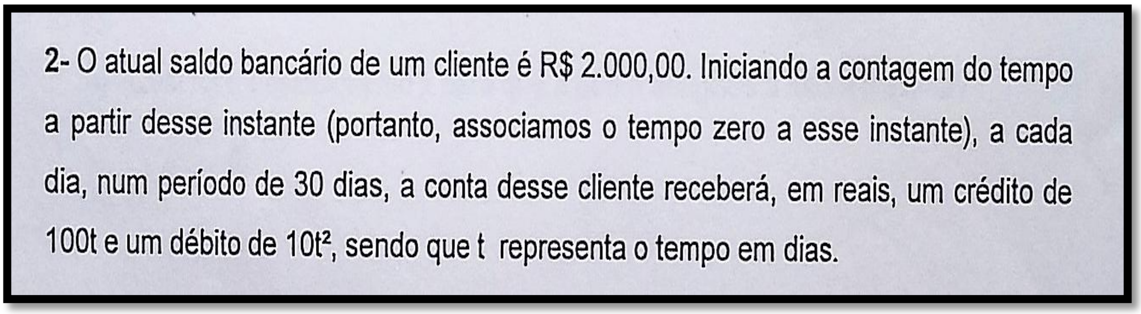
Gráfico 2. Análise do Problema 2 (Polya)



Fonte: Da pesquisa (2017)

De acordo com a letra A, constatamos que 12 estudantes não compreenderam a situação-problema, 02 estudantes não responderam a situação-problema e 01 estudante inseriu apenas a resposta final. Assim sendo, 12 estudantes elaboraram um plano, 12 estudantes executaram o plano, onde os 12 estudantes não fizeram o retrospecto ou verificação, pois ao realizar esta última etapa com atenção perceberiam que a compreensão inicial apresentou equívocos. Desta maneira, os estudantes apresentaram dificuldades em organizar a função com os dados estabelecidos, como também apresentaram dificuldades nas variáveis apresentadas no problema 2 (Figura 3).

Figura 3. Problema 2

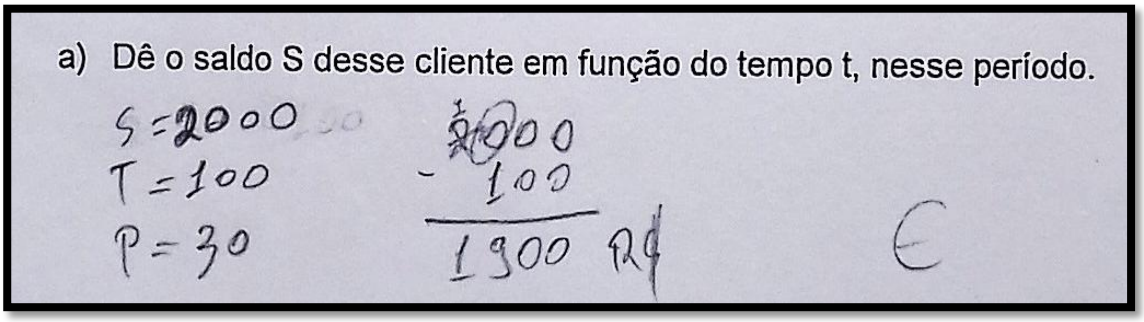


2- O atual saldo bancário de um cliente é R$ 2.000,00. Iniciando a contagem do tempo a partir desse instante (portanto, associamos o tempo zero a esse instante), a cada dia, num período de 30 dias, a conta desse cliente receberá, em reais, um crédito de 100t e um débito de $10t^2$, sendo que t representa o tempo em dias.

Fonte: Da pesquisa (2017)

Como vemos a seguir (Figura 4), o estudante 15, associou o atual saldo bancário a S, mas não associou que estava sendo pedido um saldo S em função do tempo t, onde na parte de um crédito de 100 t o mesmo relacionou t = 100, como também na parte de um período de 30 dias, ele associou p = 30, e em seguida, o mesmo realizou uma subtração do saldo atual em relação ao valor de t. Sendo assim, constata-se que esse estudante não compreendeu a situação-problema, com isso não conseguiu resolvê-la.

Figura 4 Problema 2.a (Estudante 15)

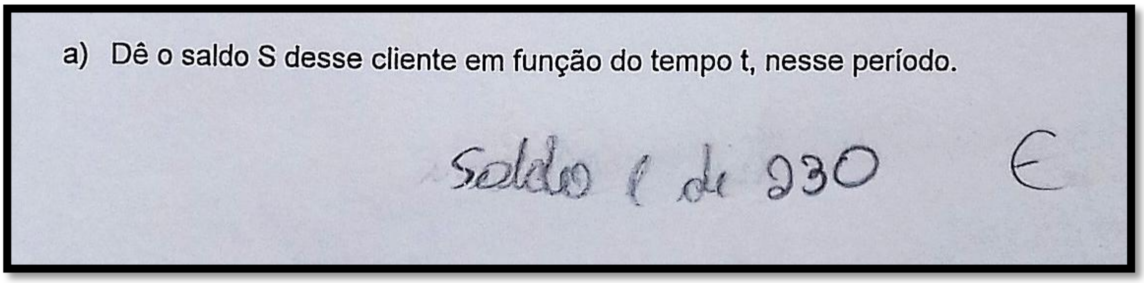


Fonte: Da pesquisa (2017)

O que nos chamou atenção nessa questão foi à preocupação que os estudantes apresentaram em chegar a um resultado final, ou seja, não foram atentos o suficiente para perceberem a relação entre as duas variáveis.

O estudante 13 inseriu apenas uma resposta numérica, não apresentando nenhuma estratégia de resolução, o que nos impede de fazer qualquer análise.

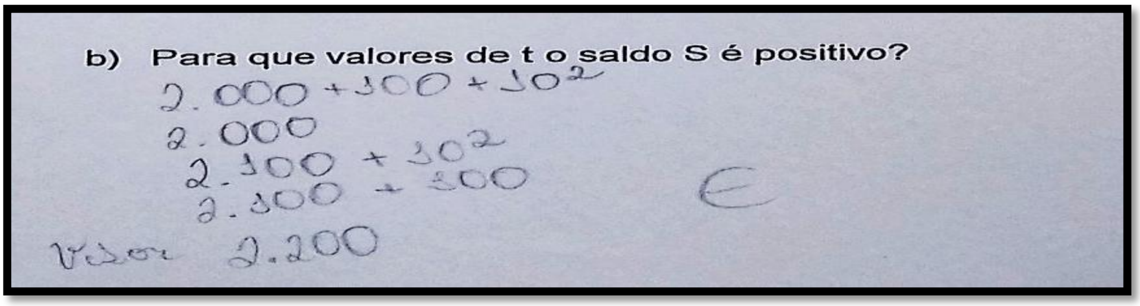
Figura 5. Problema 2.a (Estudante 13)



Fonte: Da pesquisa (2017)

De acordo com a letra B, constatamos que 05 estudantes não compreenderam a situação-problema, 04 estudantes não responderam e 06 estudantes inseriram apenas a resposta final. Assim, 05 estudantes elaboraram um plano, 05 estudantes executaram o plano, mas não realizaram o retrospecto ou verificação, pois se torna visível que os estudantes por não terem compreendido a função estabelecida na letra A, consequentemente apresentaram dificuldades em analisar os valores de t em que o saldo é positivo. Como veremos a seguir,

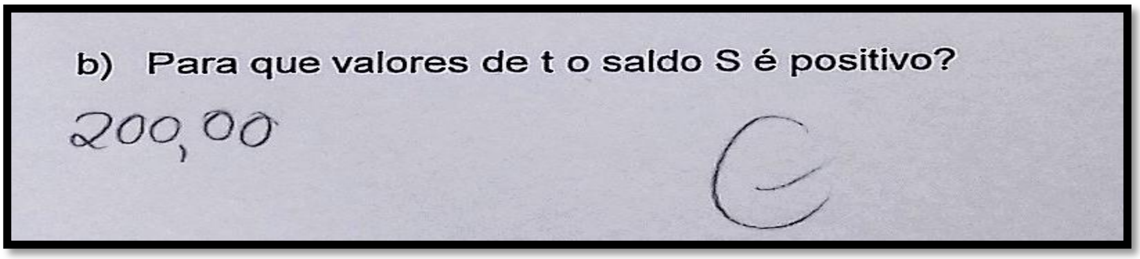
Figura 6. Problema 2.b (Estudante 3)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Percebe-se que o estudante 3 adicionou alguns dados da questão, onde não aparece nenhuma variável, então o mesmo não estabeleceu uma relação com a função pedida na letra A, ou melhor, ele não conseguiu entender a relação das duas variáveis estabelecidas na situação-problema.

Figura 7. Problema 2.b (Estudante 10)



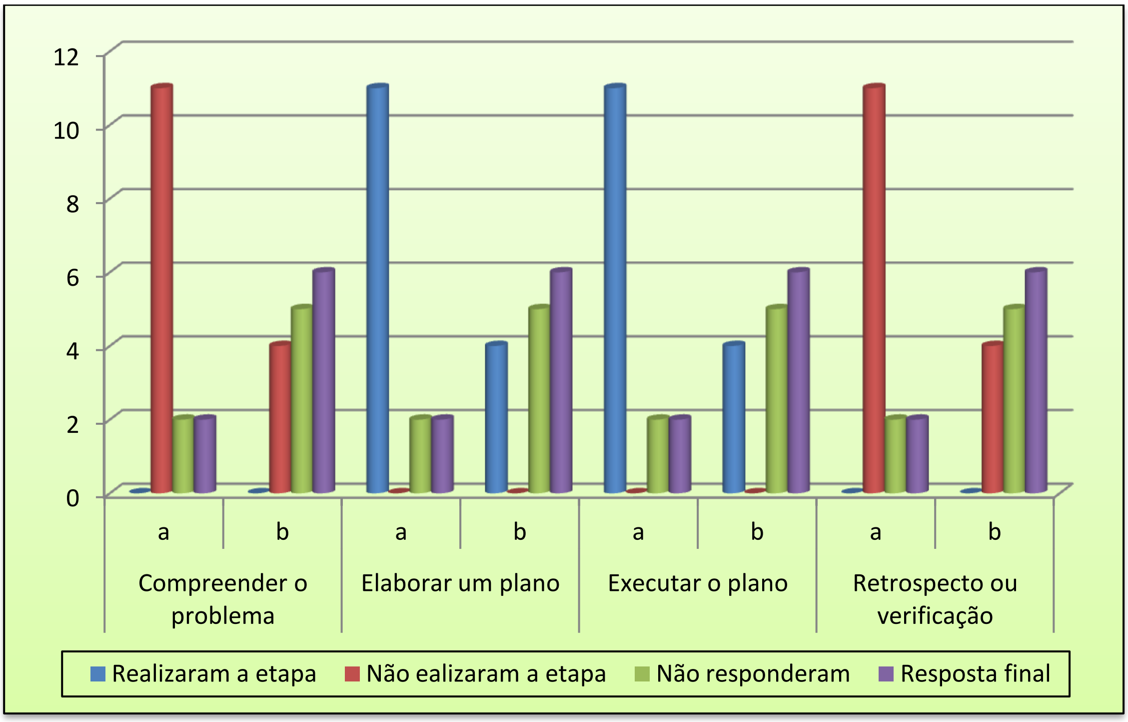
Fonte: Da pesquisa (2017)

Já o estudante 10 inseriu apenas a resposta final, nos impedindo de concluir algo sobre a sua resolução, pois não apresentou nenhuma estratégia.

4.1.3 Problema 3

A terceira situação-problema também é composta pelas letras A e B, onde também ocorreram muitos equívocos na resolução da mesma, embora que a função foi dada na situação, mas os estudantes não associaram a altura máxima com as coordenadas do vértice da parábola (letra A). Já a letra B dependia da letra A, pois se trata da abscissa do vértice da parábola, ou seja, o deslocamento para que se atingisse uma altura máxima, então os estudantes não conseguiram identificar a interseção com o eixo Ox, para em seguida calcular o vértice da parábola, com isso não encontrando a solução correta. Vejamos a seguir:

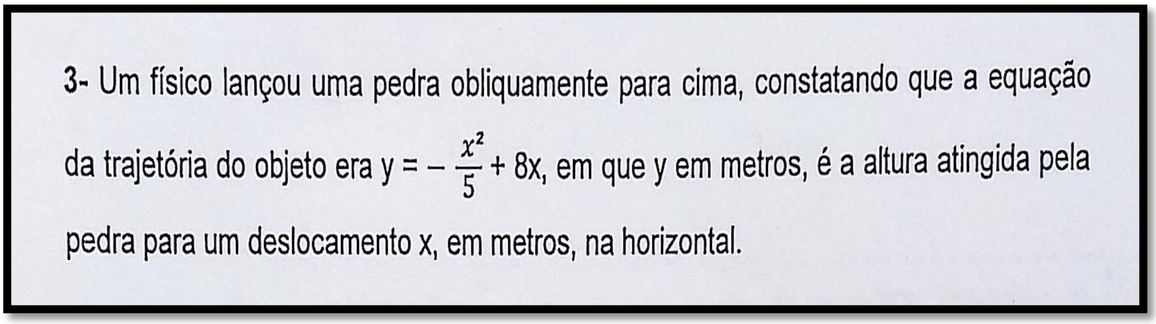
Gráfico 3. Análise do Problema 3 (Polya)



Fonte: Da pesquisa (2017)

De acordo com a letra A, constatamos que 11 estudantes não compreenderam a situação-problema, 11 estudantes elaboraram e executaram o plano, mas não realizaram o retrospecto ou verificação, onde os estudantes não associaram a palavra altura aos vértices da parábola, com isso desenvolveram o cálculo manuseando a própria função, em alguns casos, calculando o m.m.c., excluindo o expoente 2 do x² e mantendo apenas o x, ou seja, trabalharam com a função sem levar em consideração as coordenadas do vértice (Xv, Yv).

Figura 8. Problema 3

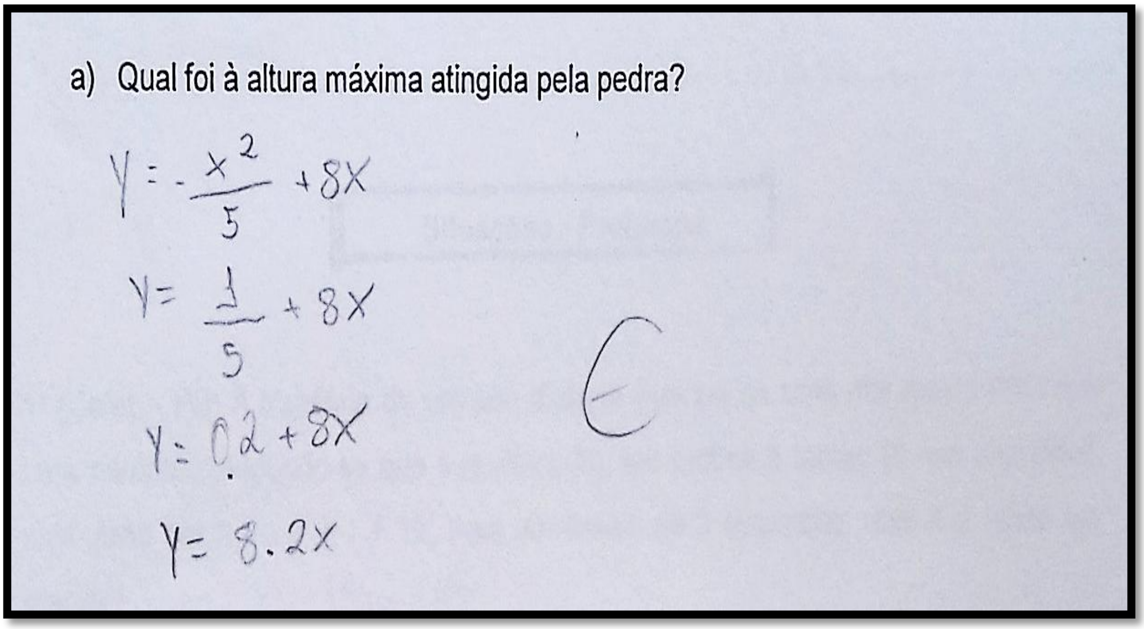


3- Um físico lançou uma pedra obliquamente para cima, constatando que a equação da trajetória do objeto era $y = -\frac{x^2}{5} + 8x$, em que y em metros, é a altura atingida pela pedra para um deslocamento x, em metros, na horizontal.

Fonte: Da pesquisa (2017)

Como veremos a seguir na figura 9, o estudante 3 desconsiderou o – x² e reescreveu a fração 1/5 + 8x, em seguida dividiu a fração, mas não inseriu a vírgula e no final considerou o 02 como sendo 2x e 8x como sendo 8. Com isso podemos constatar que o mesmo não compreendeu a situação-problema, embora tenha elaborado um plano, tenha executado o plano, mas não realizou o retrospecto ou a verificação com uma atenção maior para tais operações.

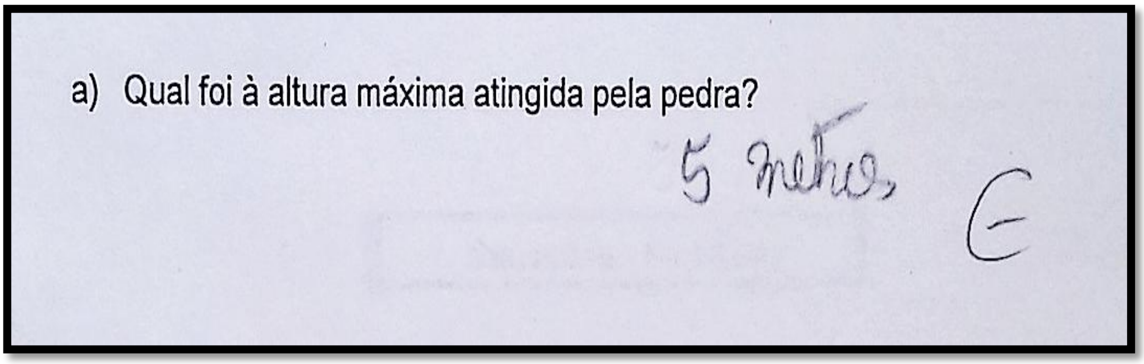
Figura 9. Problema 3.a (Estudante 3)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Observa-se que o estudante 13 (figura 10), trouxe como resultado apenas uma resposta final, na qual não podemos afirmar nada a respeito.

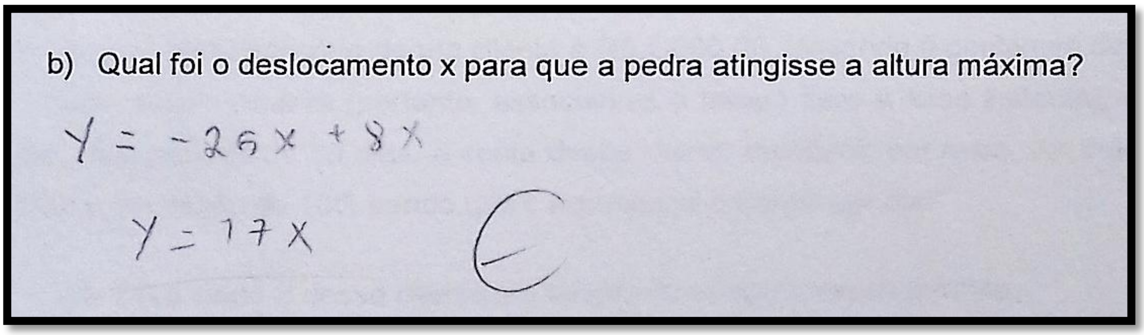
Figura 10. Problema 3.a (Estudante 13)



Fonte: Da pesquisa (2017)

De acordo com a letra B, constatamos que 04 estudantes não compreenderam a situação-problema, 04 estudantes elaboraram e executaram o plano, mas não realizaram o retrospecto ou verificação, onde os mesmos não levaram em consideração que o deslocamento é dado de acordo com a abscissa do vértice da parábola. Como veremos a seguir na figura 11.

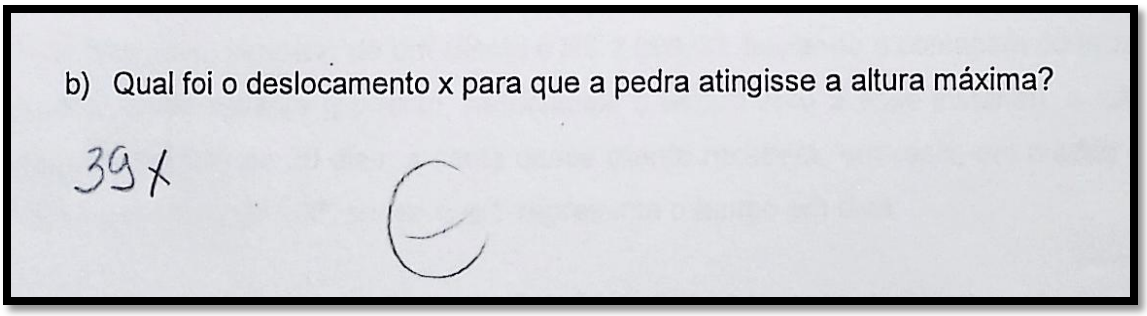
Figura 11. Problema 3.b (Estudante 6)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Como observamos, o estudante 6 considerou – $x^2/5$ como sendo – 25x e adicionou ao restante da função, chegando ao resultado de 17x, onde o mesmo não considerou nem o sinal do maior termo, nos afirmando que o mesmo não compreendeu a letra A, então consequentemente não compreenderia a letra B.

Figura 12. Problema 3.b (Estudante 10)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Como estamos vendo, o estudante 10 apresentou apenas a resposta final, nos levando a não afirmar nada sobre tal resposta.

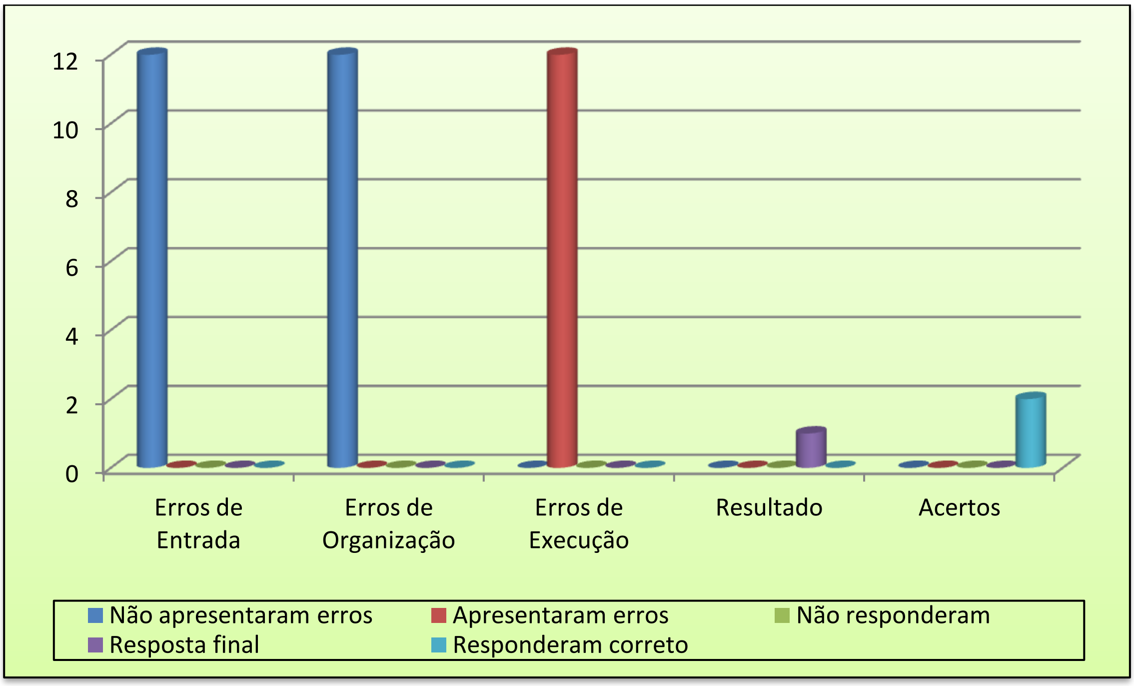
4.2 Categorização dos erros de acordo com De La Torre (2007)

De acordo com o Modelo de Análise Didática de Erros – MADE, identificamos, analisamos e categorizamos os erros cometidos pelos estudantes, onde constatamos dificuldades desde a interpretação até a resolução das situações-problema. Como veremos cada questão a seguir.

4.2.1 Problema 1

Na primeira situação-problema, ocorreram erros que podemos classificá-los como erros simples, onde os estudantes por falta de atenção, nervosismo ou até mesmo esquecimento, acabaram cometendo-os. Vejamos as situações abaixo:

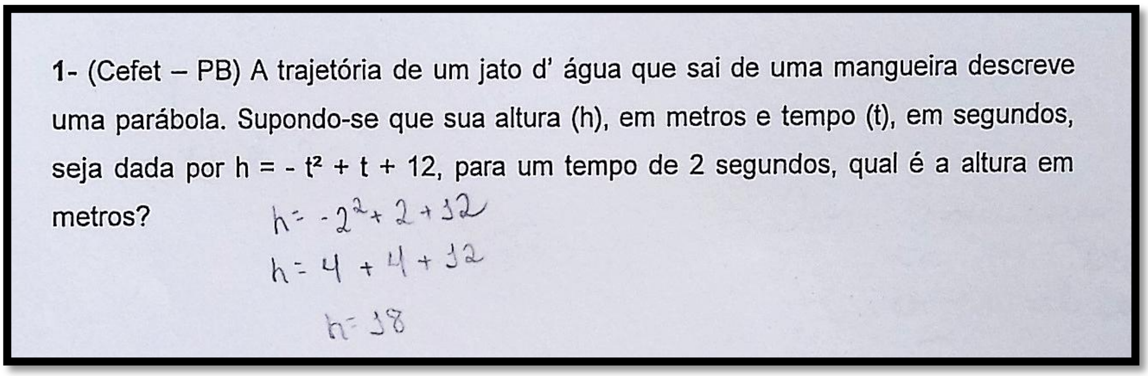
Gráfico 4. Análise do Problema 1 (De La Torre)



Fonte: Da pesquisa (2017)

De acordo com a questão 1, identificamos 12 erros de execução, sendo os mesmos classificados como mecânicos, operacionais ou estratégicos, e até mesmo ocorreram mais de um tipo de erro na mesma situação-problema. Constataram-se alguns erros de esquecimentos de sinais, troca de sinais, erros operacionais e erros de estratégias, levando o estudante a não solucionar a situação-problema apresentada.

Figura 13. Problema 1 (Estudante 3)



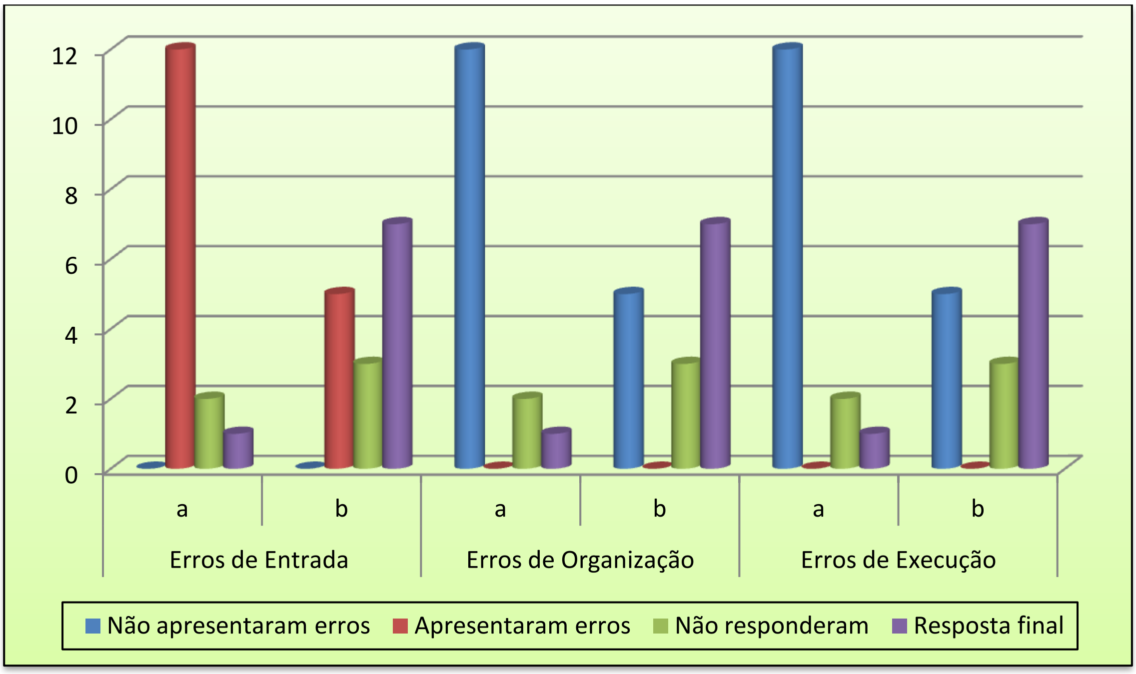
Fonte: Da pesquisa (2017)

Como estamos observando na resolução acima, o estudante não repetiu o sinal da potência 2^2, cometendo assim, um erro de execução classificado como erro mecânico, e ao efetuar a operação de adição, o mesmo apresentou equívocos na adição, cometendo outro erro de execução, classificado como erro operacional.

4.2.2 Problema 2

A segunda situação-problema é composta pelas letras A e B, havendo uma relação entre ambas, onde os estudantes não enxergaram tal relação e não conseguiram solucioná-la corretamente. Então, temos:

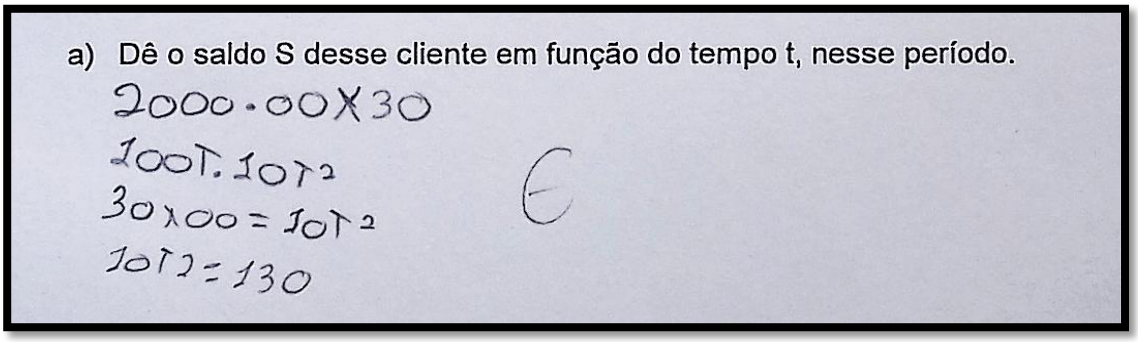
Gráfico 5. Análise do Problema 2 (De La Torre)



Fonte: Da pesquisa (2017)

De acordo com a letra A, identificamos no gráfico acima 12 erros de entrada, com isso nos levando a categorizá-los como erros de compreensão e erros de percepção - omissão da informação - sobrecarga da informação. Sendo assim, muitos estudantes não compreenderam a situação-problema, pois acabaram não fazendo uso das informações apresentadas na questão.

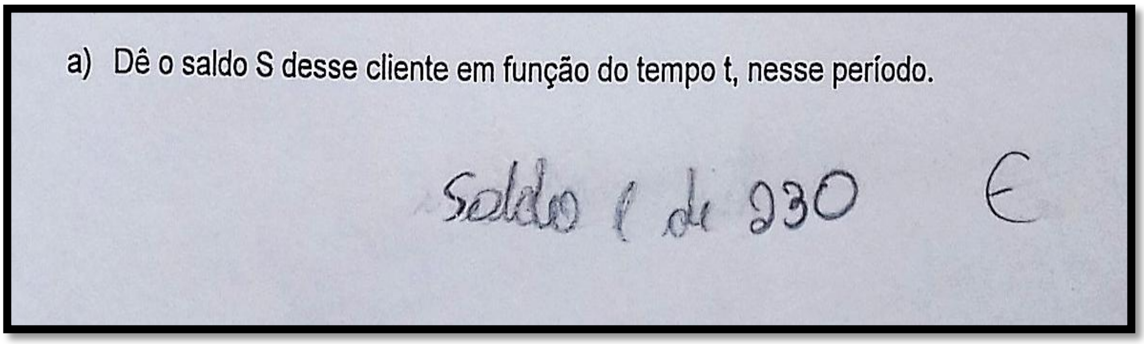
Figura 14. Problema 2.a (Estudante 4)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Observa-se que o estudante 4 foi utilizando os dados da questão de uma maneira desorganizada, onde para o mesmo necessitaria utilizar todos os dados e obter um resultado final, com isso constatamos uma sobrecarga de informação, levando o estudante a não conseguir assimilá-las adequadamente.

Figura 15. Problema 2.a (Estudante 13)

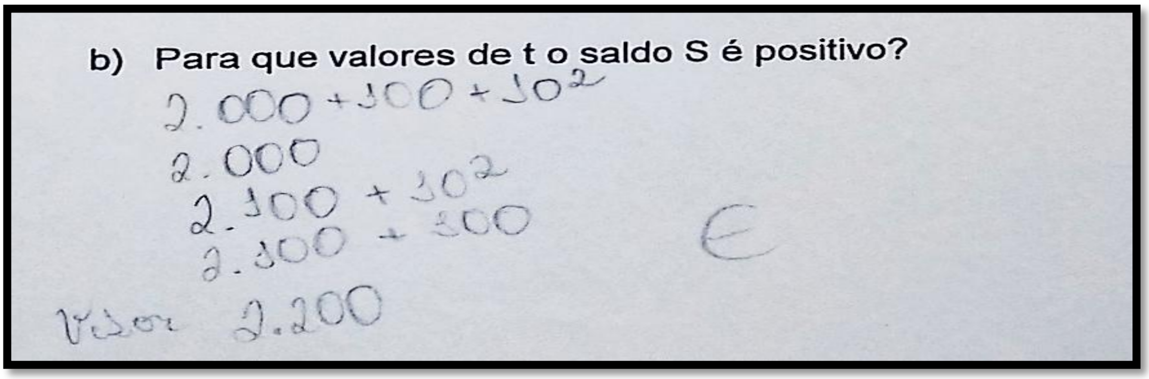


Fonte: Da pesquisa (2017)

O estudante 13 colocou apenas a resposta final, onde não podemos identificar o tipo de erro presente na situação, nos levando a acreditar que toda pergunta para os estudantes implica em resultado numérico.

De acordo com a letra B, identificamos 5 erros de entrada, onde os classificamos como erros de entrada (compreensão, percepção - omissão da informação - sobrecarga da informação, e percepção - distorção), pois os estudantes não estabeleceram uma relação com a função estabelecida no item anterior, assim como, não associaram a variável t o tempo em dias. Vejamos a seguir:

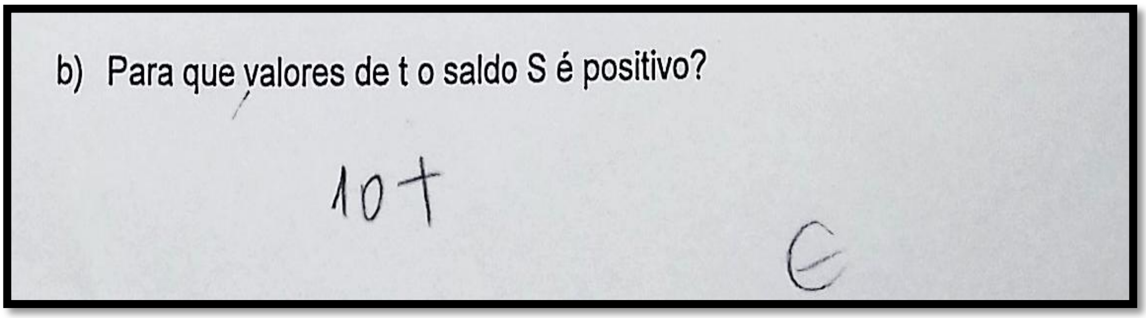
Figura 16. Problema 2.b (Estudante 3)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Como estamos vendo, o estudante 3, eliminou as variáveis e trabalhou apenas com os valores numéricos, o mesmo não associou a situação a um determinado intervalo de tempo em dias, mas sim, se preocupou em encontrar um resultado numérico, nos levando a acreditar que o mesmo se sentiu mais a vontade ao trabalhar com os valores numéricos conhecidos.

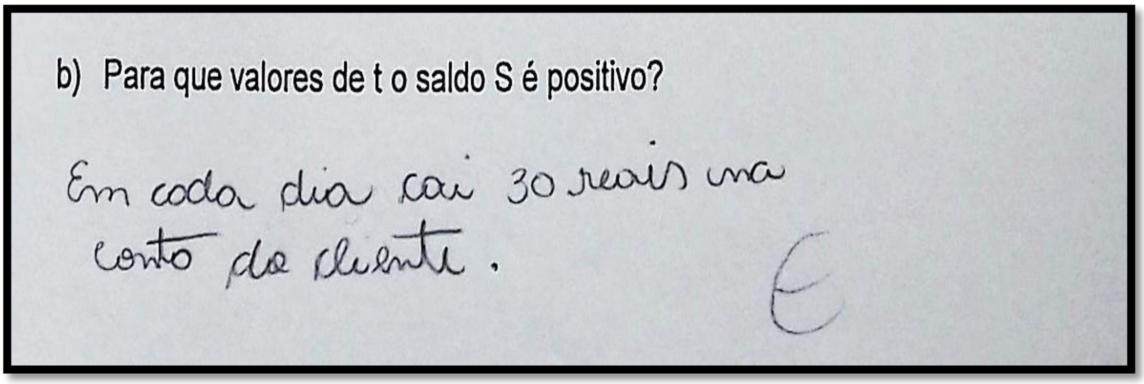
Figura 17. Problema 2.b (Estudante 1)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Deparamo-nos também com a situação do estudante 1, apenas com a resposta final da situação-problema, onde não podemos analisar e afirmar nada diante de determinadas situações.

Figura 18. Problema 2.b (Estudante 8)



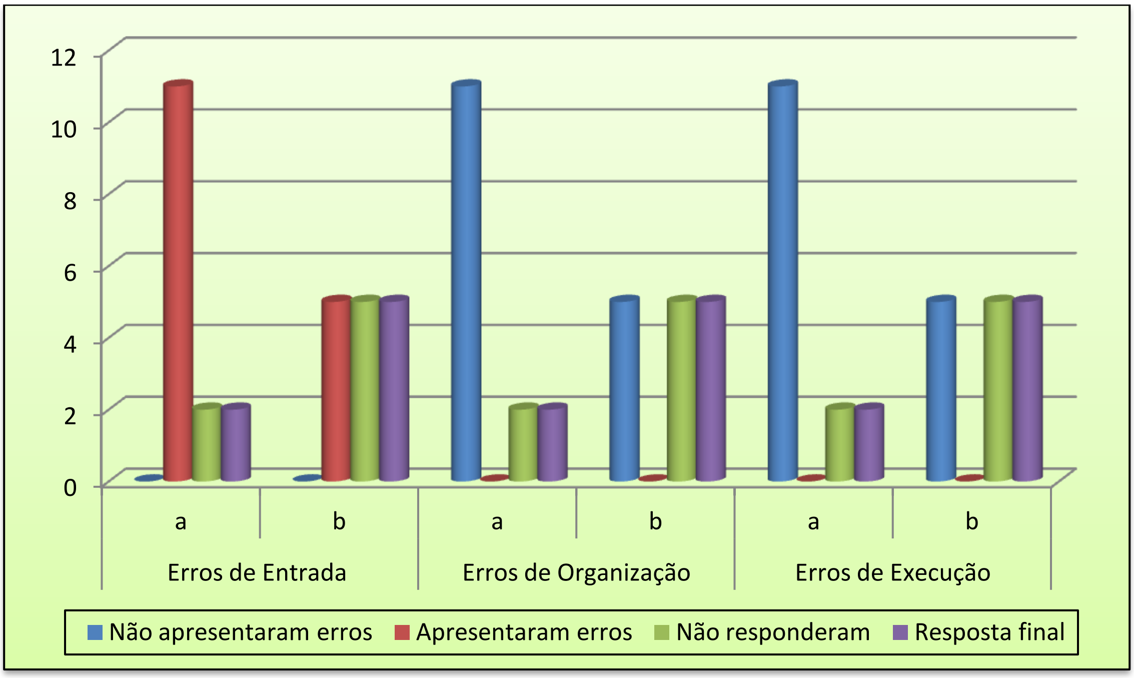
Fonte: Da pesquisa (2017)

Outra situação foi a do estudante 8, pois o mesmo produziu uma resposta por escrito, associando o período de dias ao valor de crédito da conta do cliente.

4.2.3 Problema 3

A terceira situação-problema também é composta pelas letras A e B, onde os estudantes não conseguiram solucioná-la, pois não identificaram algo em comum nas duas letras, desta forma, não interpretaram adequadamente a letra A e consequentemente também erraram a letra B. Analisaremos cada situação abaixo.

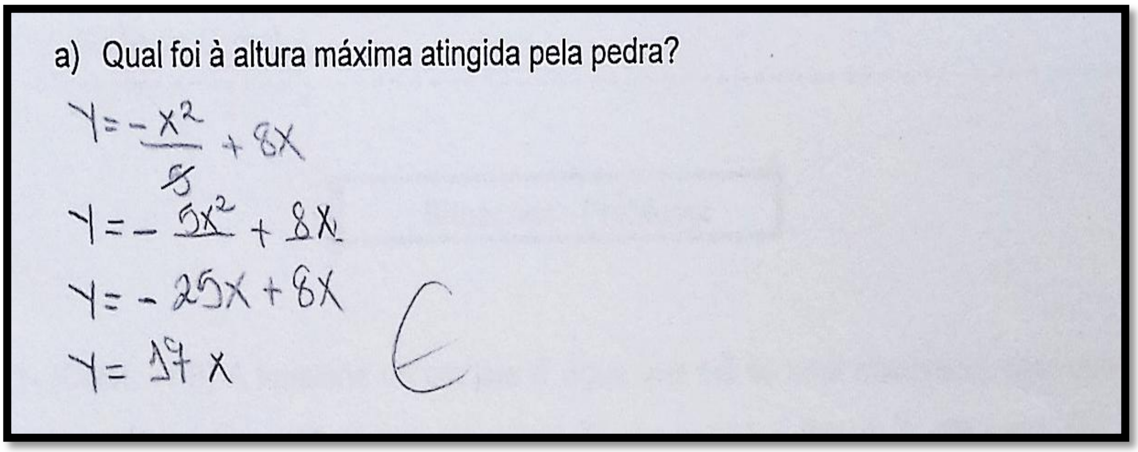
Gráfico 6. Problema 3 (De La Torre)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Como estamos vendo no gráfico acima, de acordo com a letra A, ocorreram 11 erros de entrada, ocorreram muitos equívocos em sua resolução, onde foram constatados erros de entrada classificados como (compreensão, percepção - omissão da informação – insuficiência perceptiva ou análise e percepção - distorção), dificultando desta forma, a resolução correta, pois os estudantes apresentaram dificuldades na interpretação da situação-problema, não compreendendo o que estava sendo pedido, onde não associaram a altura máxima com a interseção com o eixo Ox, para em seguida calcular as coordenadas do vértice.

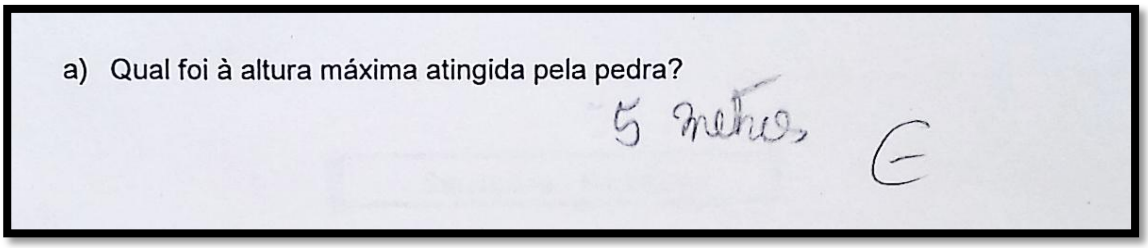
Figura 19. Problema 3.a (Estudante 5)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Como estamos observando, o estudante 5, não conseguiu enxergar, que necessitaria calcular a interseção com o eixo Ox, e em seguida calcular as coordenadas do vértice, onde o mesmo trabalhou com a função dada na situação, eliminando o denominador e reescrevendo-o no numerador da fração, onde eliminou o expoente 2 e efetuou a operação normalmente, esquecendo de repetir o sinal do termo maior.

Figura 20. Problema 3.a (Estudante 13)

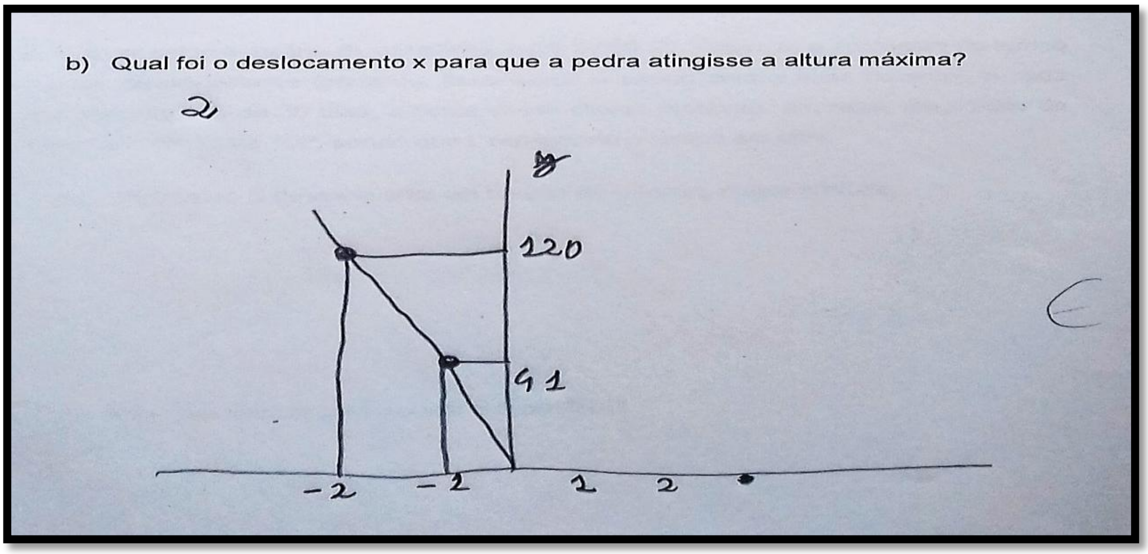


Fonte: Da pesquisa (2017)

Observa-se que o estudante 13 apresentou apenas a resposta final, onde não podemos fazer nenhuma análise da sua resposta.

De acordo com a letra B, podemos constatar 5 erros de entrada, onde os estudantes não associaram que o deslocamento x apresenta uma relação com o vértice da parábola, assim, para responder a letra B depende da interpretação e da resolução da letra A, onde constatamos também erros de entrada classificados como (compreensão, percepção - omissão da informação – insuficiência perceptiva ou análise e percepção - distorção), levando - os a não responderem adequadamente a questão. Assim temos:

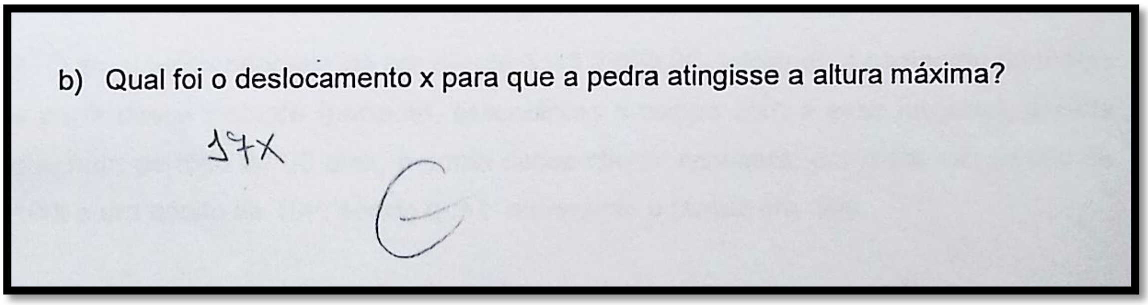
Figura 21. Problema 3.b (Estudante 14)



Fonte: Da pesquisa (2017)

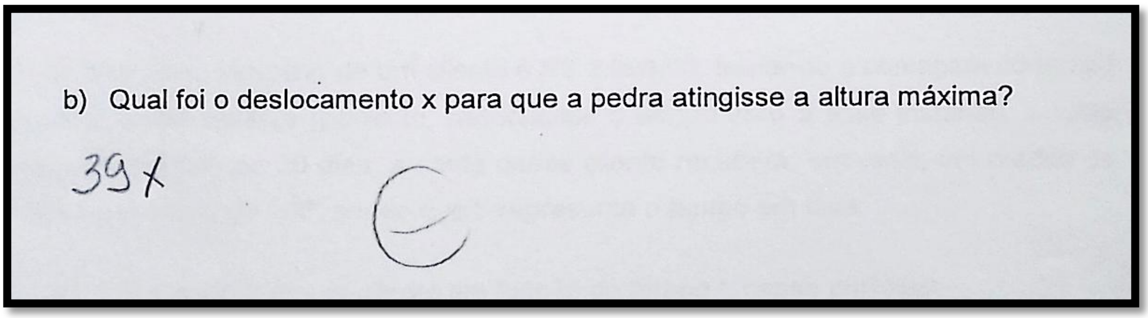
Constata-se que o estudante 14 considerou a parte gráfica da questão, embora que o mesmo não associou a função apresentada a uma parábola, trabalhando as coordenadas em função do primeiro grau.

Figura 22. Problema 3.b (Estudante 5)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Figura 23. Problema 3.b (Estudante 10)



Fonte: Da pesquisa (2017)

Alguns estudantes, como o estudante 5 e o estudante 10 (figuras 22 e 23) apresentaram apenas a resposta final, nos impedindo de realizar a análise.

4.3 Relações entre Resolução de Problemas e Análise de Erros

Em consequência da análise realizada, constata-se que na questão 1, considerada a mais simples, os estudantes compreenderam a situação-problema, elaboraram um plano e o executaram, mas se realizaram o retrospecto ou verificação, não foram atentos o suficiente para identificarem os erros cometidos, classificados como erros de execução. Na questão 2 tivemos letras A e B, onde apresentam uma dependência e os estudantes não fizeram uma relação entre as mesmas, com isso, os mesmos não compreenderam a situação-problema implicando em erros de entrada (compreensão e percepção), não conseguindo assim, solucionar a questão corretamente. Já na questão 3, composta também por A e B, os estudantes também não identificaram uma dependência entre ambas, não compreendendo a mesma e apresentando erros de entrada (compreensão e percepção).

Sendo assim, podemos afirmar que os estudantes apresentaram dificuldades nas questões mais elaboradas, onde necessitariam de uma interpretação mais atenta aos mínimos detalhes, onde a preocupação da maioria foi sempre em encontrar um valor numérico como resposta, ou em resolver a situação-problema com uma resolução direta.

A análise mostrou, ainda, que as quatro etapas estabelecidas por Polya (1995) podem ser relacionadas à categorização de erros descrita por De La Torre (2007), como vemos no organograma a seguir.

Organograma 1. Relação entre etapas de Polya e Categorização de De La Torre.

Fonte: Da pesquisa (2017)

Desta maneira, podemos afirmar que a maioria dos estudantes se equivocaram desde a compreensão da situação-problema, ocasionando erros de entrada (compreensão, percepção, intenção), bem como, na execução do plano ocasionando erros de execução (mecânico, operacional, estratégico), onde os mesmos mesmo fazendo o retrospecto ou verificação dos resultados, não conseguiram identificar nem os erros mais simples (erros de execução) nem os mais complexos (erros de entrada).

Entende-se assim, que a utilização dessas duas ferramentas, resolução de problemas e análise didática de erros, pode permitir ao estudante a superação dos seus erros, levando-o a um processo de ensino e aprendizagem com mais significado, pautado na resolução de problemas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em virtude dos fatos mencionados, é evidente que a matemática é uma ciência que permite analisar os processos da mente, implicando em todo processo de raciocínio, onde a mesma se utiliza em diversas áreas, embora que quando se trata da matemática escolar as situações começam a mudar um pouco de direção, onde os estudantes se sentem saturados e desmotivados diante das situações escolares diárias, gerando assim, problemas sérios diante da realidade escolar em que vivemos. Sendo assim, um dos maiores desafios dos professores atualmente é relacionar os conteúdos matemáticos com a realidade, fazendo com que os estudantes compreendam a matemática de maneira satisfatória. No entanto, constata-se que os mesmos apresentam sérias dificuldades quando se trata de situações-problema, pois estão habituados com cálculos diretos e práticos, sem nenhuma necessidade de pensar, de criar estratégias, de fazer associações entre outras situações, o que os impedem de se apropriarem da matemática de maneira relevante.

Entretanto, as dificuldades em resolução de problemas estão centradas na carência de habilidades e competências na interpretação, na análise, nas estratégias, nas associações com outras situações estudadas, bem como, nas sínteses textuais, onde o professor deve focar em todo processo resolutivo e utilizar o erro como um método de aprendizagem, pois a partir da identificação do mesmo, o professor será capaz de fazer um feedback de todo o processo e poderá utilizar outras estratégias de ensino buscando a autonomia e a satisfação dos estudantes diante da disciplina.

Desta forma, é necessário que haja estímulos significativos por parte de toda equipe escolar, bem como, pelo próprio professor, fazendo com que os estudantes se sintam a vontade diante da disciplina, e dos conteúdos abordados, onde se percebe que a exploração tanto da oralidade, quanto da interpretação a respeito dos conteúdos matemáticos se tornam indispensáveis para o desenvolvimento mental dos estudantes, além de levar em consideração os conhecimentos prévios, visto que, são fundamentais para que os mesmos façam relações diante das novas situações que se depararem, pois o ambiente escolar deve ser um lugar atrativo, onde o estudante esteja disposto a pensar e a elaborar diferentes maneiras de resolução, usufruindo da própria criatividade.

Em suma, os professores devem trabalhar as situações-problema, enfatizando as aplicações reais, bem como, deve ter todo um cuidado diante do erro, pois os erros devem ser vistos e considerados de maneira construtiva e como fonte de aprendizagem, se tornando base para as estruturas cognitivas dos estudantes, visando e garantindo, uma aprendizagem significativa e eficaz.

REFERÊNCIAS

AZEVEDO, Armindo; PONTE, Pedro. **Raciocínio na aprendizagem das funções: um estudo de caso**. IMLNA – Improving Mathematics Learning in Numbers and Algebra, apoiado pela FTC – Fundação para a Ciência e Tecnologia ao abrigo do contrato PTDC/CED/65448/2006.

AZÊVEDO, Félix; RÊGO, Gaudêncio. **Dificuldades enfrentadas por alunos do 3º ano do ensino fundamental** – João Pessoa, 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. **Saeb - Sistema de Nacional de Educação Básica**. Primeiros resultados do SAEB2003. Brasília: INEP, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Ensino de 5° a 8° séries. Brasília-DF: MEC, 1998.

BUSS, Margaret Leonidis. **Dificuldades na leitura e interpretação de problemas relativos ao cálculo de probabilidades e estatística**. Colégio estadual João Manoel Mondrone de Medianeira - Paraná. www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/831-4.pdf.

CALLEJO, Maria L.; VILA, Antoni. **Matemáticas para aprender a pensar: El papel de las creencias en la resolución de problemas**. Madri: Narcea, S.A. de Ediciones, 2004.

CARAÇA, Bento de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. 9a edição. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora, 1989.

CARVALHO, Luis Liceu. **Dificuldades em resolução de problemas matemáticos Na 5ª série do Ensino Fundamental** – Natal (2002). www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/doc/comunica26.pdf.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19. Disponível http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Beatriz.pdf . Acesso em : 10 Nov. 2008.

DANTE, Luiz R. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.** Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DANTE, Luiz R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2ªed. São Paulo: Ática, 1991.

DUVAL, Raymond. **The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics.** Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, *1*(2), 1-16, 2002.

DUVAL, Raymond. **The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics**. Educational Studies in Mathematics, 61, 103-131, 2006..

ELIA, I.; PANAOURA, A.; ERACLEOUS, A.,; GAGATSIS, A.. **Relations between secondary pupils' conceptions about functions and problem solving in different**

representations. International Journal of Science and Mathematics Education, 5, 33-556, 2007.

GODOY, Arilda S., **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**, In Revista de Administração de Empresas, V. 35, N.2, Mar./Abr. 1995a, p.57-63.

KAPUT, J. J. (1989). **Linking representations in the symbol systems of algebra**. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), **Research issues in the learning and teaching of algebra** (pp. 167-194). Reston, VA: NCTM, 1989.

NCTM. **Princípios e normas para a Matemática escolar**. Lisboa: APM, 2007.

PAIVA, Manoel. **Matemática**. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2005.

PEREIRA, A. L. Motivação para a disciplina MAT 450 – **Seminário de Resolução de Problema**. Artigo. São Paulo, IME-USP, agosto de 2001, 17p.

POLYA, George. Trad. e adap. Heitor Lisboa de Araújo. **A arte de resolver Problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1995.

PONTE, João Pedro da. **Functional reasoning and the interpretation of Cartesian graphs**. (Doctoral dissertation, University of Georgia). Lisboa: APM, 1984.

POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M.D. P. P. **Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

POZO, Juan Ignacio. **A Solução de Problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática, Ciência, Linguagem e Tecnologia.** 1ª ed. São Paulo: Scipione, 2011.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa social:** métodos e técnicas. São Paulo: Atlas,1989.

SILVA, Marcelo Alberto. **Problemas de interpretação na leitura e sua relação com a matemática na resolução de problemas**, 2011.

TORRE, S. Aprender com os erros**: o erro como estratégia de mudança.** Porto Alegre: Artmed, 2007. 240 p.

APÊNDICE A – QUESTIÓNARIO

EREM Manoel Gonçalves de Lima

Cumaru, __________ de ______________________ de 2017

Aluno (a): ____

Série: ______________ Turma: _____________ Turno: ______________

Questionário

1- (Cefet – PB) A trajetória de um jato d' água que sai de uma mangueira descreve uma parábola. Supondo-se que sua altura (h), em metros e tempo (t), em segundos, seja dada por $h = - t^2 + t + 12$, para um tempo de 2 segundos, qual é a altura em metros?

2- O atual saldo bancário de um cliente é R$ 2.000,00. Iniciando a contagem do tempo a partir desse instante (portanto, associamos o tempo zero a esse instante), a cada dia, num período de 30 dias, a conta desse cliente receberá, em reais, um crédito de 100t e um débito de $10t^2$, sendo que t representa o tempo em dias.

a) Dê o saldo S desse cliente em função do tempo t, nesse período.

b) Para que valores de t o saldo S é positivo?

3- Um físico lançou uma pedra obliquamente para cima, constatando que a equação da trajetória do objeto era $y = -\frac{x^2}{5} + 8x$, em que y em metros, é a altura atingida pela pedra para um deslocamento x, em metros, na horizontal.

a) Qual foi à altura máxima atingida pela pedra?

b) Qual foi o deslocamento x para que a pedra atingisse a altura máxima?