UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

ELTON TORRES DA SILVA

Área e Perímetro: Identificando concepções em alunos do 9° ano em uma escola do município de Caruaru

CARUARU, 2017

ELTON TORRES DA SILVA

Área e Perímetro: Identificando concepções em alunos do 9° ano em uma escola do município de Caruaru

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Licenciado em Matemática

Área de Concentração: Ensino (Matemática)
Orientador(a): Valdir Bezerra dos Santos Junior
Coorientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha

CARUARU, 2017

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Marcela Porfírio CRB/4 - 1878

S586a Silva, Elton Torres da.
Área e perímetro : identificando concepções em alunos do 9° ano em uma escola do município de Caruaru. / Elton Torres da Silva. – 2017.
110f. ; il. : 30 cm.

Orientador: Valdir Bezerra dos Santos Junior.
Coorientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental. 3. Geometria plana. I. Santos Junior, Valdir Bezerra dos (Orientador). II. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Coorientadora). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-279)

ELTON TORRES DA SILVA

ÁREA E PERÍMETRO: IDENTIFICANDO CONCEPÇÕES EM ALUNOS DO 9º ANO EM UMA ESCOLA DO MUNICÍPIO DE CARUARU

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA - Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e APROVADO em 24 de outubro de 2017.

Banca Examinadora:

____

Profº. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profº. Cristiane de Arimatéa Rocha (Coorientador(a))
Universidade Federal de Pernambuco

____

Profº. Simone Moura Queiroz (Examinador(a) Interno(a))
Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO

Motivados por experiências vivenciadas em nossa formação enquanto licenciando de Matemática, propomos como objetivo deste trabalho identificar concepções numéricas e concepções geométricas demonstradas por alunos de 9° ano na resolução de atividades relacionadas aos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas. Para a coleta de dados utilizamos um conjunto de atividades elaborado a partir dos trabalhos de Ferreira (2010) e Henriques (2011) e que foi aplicado a uma turma de 26 alunos do 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Caruaru. A análise dos dados foi fundamentada na abordagem de área e de perímetro como grandezas refletindo no trabalho de Douady e Perrin-Glorian (1988) e no conhecimento dos teoremas-em-ação ligados às “situações que dão sentido ao conceito de área” instituídos por Baltar (1996), revela a mobilização de concepções numéricas e concepções geométricas concentradas na confusão ou não dissociação entre área e perímetro, na representação das medidas de área e perímetro apenas por um número e na utilização de fórmula em contexto em que ela não se enquadra.

Palavras-chave: Área e perímetro. Concepções numéricas e concepções geométricas. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Motivated by experiences in our formation while graduating in Mathematics, we propose as objective of this work to identify numerical conceptions and geometric conceptions demonstrated by students of 9th grade in the resolution of activities related to the contents of area and perimeter of flat figures. In order to collect data, we used a set of activities based on the works of Ferreira (2010) and Henriques (2011) and applied to a class of 26 students from the 9th grade of Elementary School of a public school of the municipal network of Caruaru. The analysis of the data based on the area and perimeter approach as magnitudes reflected in the work of Douady and Perrin-Glorian (1988) and the knowledge of the theorems-in-action linked to "situations that give meaning to the concept of area" instituted by Baltar (1996), reveals the mobilization of numerical conceptions and geometric conceptions concentrated in the confusion or non-dissociation between area and perimeter, in the representation of the area and perimeter measures only by a number and in the use of formula in context in which it does not fit.

Keywords: Area and perimeter. Numerical conceptions and geometric conceptions. Elementary School.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), atualmente há uma organização em relação aos currículos de Matemática para o ensino fundamental o qual estes devem contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria), o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra, e da Geometria e de outros campos do conhecimento) e o estudo do tratamento das informações (que permite interligações entre a Estatística, a Combinatória, a Probabilidade e as informações presentes no cotidiano).

Sendo assim, os PCN organizam os conteúdos da Matemática em blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Destes blocos interessa-nos o bloco das Grandezas e Medidas, que segundo os PCN é um bloco de conteúdos que:

> [...] caracteriza-se por sua forte relevância social devido a seu caráter prático e utilitário, e pela possibilidade de variadas conexões com outras áreas do conhecimento. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano. (BRASIL, 1998, p. 51-52)

De fato, os objetos do conhecimento (os conteúdos) presentes no bloco das Grandezas e Medidas possuem certas conexões com outras áreas do conhecimento (Aritmética, Álgebra, Geometria, etc.) assim como diversas formas de aplicabilidade nessas áreas. Além do mais, as grandezas e medidas estão muito presentes no nosso cotidiano e seu conhecimento é indispensável, seja numa tarefa de medir a altura de uma pessoa, ou calcular a área de um terreno, ou calcular a quantidade de água em um reservatório, etc.

Exemplificando essa presença das grandezas e medidas no nosso cotidiano, Gomes e Araújo (2012, p. 8-9) nos dizem que:

> Uma criança, mesmo desconhecendo o valor de uma nota ou moeda, sabe que o dinheiro serve para obtermos alguma coisa em “troca”; um engenheiro, ao construir a planta de casa trabalha as grandezas geométricas como área, perímetro e ângulos; nos comércios de modo geral são usados continuamente massa (peso) e o próprio dinheiro na compra e venda de produtos. As grandezas e medidas fazem-se presentes em nossos lares nas mais variadas tarefas do dia a dia, seja na conta de energia, telefone e água entre outras que pagamos mensalmente, nos utensílios domésticos que a dona de casa usa para cozinhar alimentos, preparar sucos e bolos.

Isso mostra o quão primordial é a presença e o trabalho com as grandezas e medidas no nosso dia-a-dia e em atividades tão comuns, e sempre foi assim, desde as primeiras civilizações, como explica Godoi e Guirado (2009, p. 3)

> Quando o homem começou a construir habitações e a desenvolver a agricultura, precisou criar meios de efetuar medições e começaram a usar como referência partes do corpo, surgindo, assim, as primeiras medidas de comprimento: a polegada, o palmo, o pé, a jarda, a braça e o passo. Algumas dessas medidas (a polegada, o pé e a jarda) continuam sendo empregadas até hoje.

Esses mesmos autores discorrem explicando que como essas medidas eram distintas, surgiram confusões que levaram os egípcios a fixar uma medida padrão, inicialmente com barras de pedra de mesmo comprimento (cúbito-padrão). Estas posteriormente foram substituídas por barras de madeiras, mais leves e fáceis de transportar, que deram lugar as cordas espaçadas com nós, cada espaço equivalente a 5 cúbitos, desenvolvidas a partir da necessidade de medir as terras férteis às margens do Rio Nilo.

Ainda segundo Godoi e Guirado (2009, p. 4) só no século XVIII ocorreu uma padronização das medidas:

> A padronização das medidas aconteceu durante a Revolução francesa. Em 1790, a Academia de Ciências de Paris criou uma comissão, que incluíam matemáticos e destes trabalhos resultou o metro, um padrão único para medir comprimentos.

Pois bem, procuramos mostrar um pouco da presença das grandezas e medidas no nosso dia-a-dia, a importância de se ter conhecimento sobre estas, e nos pegamos falando brevemente da evolução histórica das grandezas e medidas. Mas afinal, o que são grandezas e medidas?

Por tudo que foi considerado, podemos dizer que grandeza são coisas que podem ser medidas, por exemplo: comprimento, massa, área, etc. Enquanto isso, medida de acordo com Barbosa (2002 apud TEIXERA, 2014, p. 6) "[...] é um número, nos casos mais simples, significando 'o número de vezes que a unidade cabe na grandeza a medir'". Ou seja, medir envolve uma comparação de uma grandeza a partir de uma quantidade da mesma grandeza que conhecemos por unidade. Para entender melhor, uma atividade de medir a área de um quadrado a partir de quadradinhos de medida $1m^2$, se traduz evidentemente em comparar o quadrado a partir desses quadradinhos, que neste caso são as unidades de medida da grandeza área.

Então, medir é comparar. Essa ideia inclusive é muito reforçada nos livros didáticos, assim como mostra uma análise feita por Barros (2006), onde ele buscou observar que sentido algumas coleções de livros didáticos adotavam para expressar “medir”. Como resultado observou que os livros didáticos focam o ato de medir como “comparar duas grandezas de mesmo tipo”, “comparar com uma unidade da grandeza”; o que para o autor corrobora com as escolhas teóricas adotadas já que o mesmo concorda com o posicionamento de Bellemain e Lima (2004) quando colocam que “a medição de área de uma figura plana consiste na atribuição de significado preciso à indagação intuitiva: Quantas vezes a superfície unitária cabe na figura?” (apud BARROS, 2006, p. 107).

Diante das variadas formas de grandeza, interessa-nos considerar no seguimento da nossa pesquisa as denominadas grandezas geométricas, mais especificamente, a área e o perímetro, considerando o estudo dessas grandezas através dos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas.

O interesse em pesquisar sobre área e perímetro de figuras planas parte de experiências no Ensino Fundamental e Médio com o conteúdo, onde víamos que no ensino e na aprendizagem desses conteúdos os nossos professores sempre privilegiavam o trabalho com fórmulas para calcular as medidas de área e de perímetro, num processo marcado pela memorização dessas fórmulas e pela resolução de muitos exercícios. Tal forma de abordar o conteúdo em destaque é vista como uma possível geradora de dificuldades nos alunos, assim como reconhecem os Parâmetros Curriculares da Educação Básica de Pernambuco:

> A apresentação de fórmulas e sua aplicação em uma série exaustiva de problemas é um procedimento que se tem mostrado ineficaz e gerador de obstáculos futuros, como, por exemplo, a confusão entre perímetro e área (PERNAMBUCO, 2012, p. 69).

O fato é que a simples apresentação das fórmulas sem, por exemplo, deduzi-las junto com o aluno, sem explicar um sentido para a sua utilização e a resolução exaustiva de exercícios baseados apenas na aplicação dessas fórmulas, não contribui para uma aprendizagem eficiente desses conteúdos e consequentemente pode levar os alunos a construir concepções muitas vezes tendenciosas ou errôneas relacionadas a área e o perímetro.

Na disciplina de Metodologia do Ensino da Matemática 3 oferecida pelo curso de Matemática Licenciatura da UFPE-CAA[1], tivemos a oportunidade de refletir acerca desses e outros problemas e também debatermos algumas das realidades que permeiam o ensino de tais conceitos na Educação Básica, o que contribui para aumentar o nosso interesse em trabalhar com os conteúdos de área e de perímetro de figuras planas com foco no Ensino Fundamental.

Outro elemento que nos motivou foi um minicurso na III SMAT[2] da Universidade de Pernambuco - Campus Petrolina de tema "Explorando o conceito de área como grandeza geométrica: um estudo por meio do ApprentiGéomètre2[3]" ministrado por Anderson Douglas[4], que teve como objetivo trabalhar os conceitos de área como grandeza geométrica por meio de tarefas de comparação de áreas com o uso deste software. Esse minicurso foi importante, pois reforçou a ideia de que o ensino de área está além do cálculo de sua medida e que os professores podem trabalhar situações diferenciadas que desenvolvam nos alunos conhecimentos de área voltados também para o quadro geométrico e o quadro das grandezas. No capítulo 3 damos destaque ao que entendemos por quadro geométrico e das grandezas.

Diante das experiências vivenciadas em nossa formação enquanto licenciando de matemática questionamo-nos: "Quais são as concepções relacionadas aos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas que podemos encontrar em alguns alunos do 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Caruaru?" Em concordância com a pergunta de pesquisa e a temática abordada tomamos como objetivo principal da pesquisa: identificar concepções numéricas e concepções geométricas demonstradas por alguns alunos de 9° ano na resolução de atividades relacionadas aos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas.

Para contemplar esse objetivo pretendemos recorrer a um conjunto de atividades (denominaremos por *Teste*) elaborado a partir de produções nessa área. A escolha das atividades parte da consideração da abordagem de área e de perímetro como grandezas, refletindo nas ideias de Douady e Perrin-Glorian (1988) e de essas estarem inclusas na

[1] Universidade Federal de Pernambuco - Centro Acadêmico do Agreste.
[2] Semana Acadêmica de Matemática.
[3] Software de Geometria Dinâmica desenvolvido pelo CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) que possibilita a composição e decomposição de figuras planas.
[4] Anderson D. P. R Silva: Mestrando em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC/UFPE). Atualmente participa dos grupos de pesquisas LEMATEC (Laboratório de Educação Matemática e Tecnologia-UFPE) e do Pró-Grandezas.

classificação das “situações que dão sentido ao conceito de área”, instituída por Baltar (1996).

Para dar suporte ao nosso objetivo geral temos como objetivos específicos: Identificar os conhecimentos sobre área e perímetro mobilizados pelos alunos na resolução de atividades relacionadas a essas grandezas; Analisar os procedimentos de resolução utilizados por alunos do 9° ano em atividades de comparação, produção e medida relativas às grandezas área e perímetro, de acordo com abordagem de quadro e mudança de quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1988); Identificar teoremas-em-ação mobilizados por alunos de 9° ano na resolução de atividades de comparação, de medida e de produção envolvendo área e perímetro como grandezas.

Para nortear nossas discussões faremos uma revisão da literatura no capítulo seguinte, o capítulo 2, terá como foco o cenário de pesquisa para o ensino e aprendizagem de área e de perímetro de figuras planas. Nos propomos a destacar através de pesquisas alguns avanços e dificuldades no tratamento dos conteúdos em destaque.

No capítulo 3 tratamos da fundamentação teórica deste trabalho. Nele abordaremos as noções de quadro, mudança de quadros e jogo de quadros, consideradas como fundamentais para o entendimento da abordagem do conceito de área como grandeza, e a extensão dessa abordagem para o perímetro. Discutimos um pouco sobre essa abordagem dos conceitos de área e de perímetro como grandezas, que refletem nas considerações de Douady e Perrin-Glorian (1988). E fechamos esse capítulo com algumas considerações sobre o significado de concepção e sobre o que seriam as concepções numéricas e concepções geométricas.

No capítulo 4, correspondente a metodologia do nosso trabalho, apresentamos as suas características, os participantes envolvidos e o instrumento de coleta de dados escolhido. Na sequência, chegando ao capítulo 5, passamos a apresentar a análise e discussão dos resultados obtidos a partir das observações feitas após a aplicação do instrumento de coleta de dados.

Finalizamos com as considerações finais, recomendações e possíveis encaminhamentos em trabalhos futuros.

2 ALGUMAS PESQUISAS SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁREA E DE PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

As pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de área e de perímetro de figuras planas nos mais variados contextos têm indicado certas dificuldades relacionadas ao trabalho com esses conteúdos algumas advindas principalmente de abordagens com foco em atividades voltadas para procedimentos numéricos e principalmente no trabalho com as medidas ou aplicação de fórmulas. Por outro lado, estas mesmas pesquisas também tem experimentado novas abordagens a partir de situações diferenciadas e motivadoras com o objetivo de encontrar caminhos para superar tais dificuldades.

Sendo assim, pretendemos neste capítulo apresentar algumas considerações de trabalhos presentes na nossa literatura com relação à abordagem dos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas, destacando as dificuldades mobilizadas pelos sujeitos estudados, assim como alguns avanços observados com escolha de certas formas de se abordar esses conteúdos. A exposição dos trabalhos reforçam a necessidade de explorar a temática que envolve o ensino e aprendizagem de área e perímetro de figuras planas.

Iniciamos tratando trabalhos que abordam a análise do livro didático, que é uma ferramenta de orientação fundamental para o professor no processo de ensino e aprendizagem. Verificamos alguns resultados de análises dessa ferramenta segundo os trabalhos de Silva e Bellemain (2011), Santos e Câmera dos Santos (2013), Santos, Pereira Filho e Luna (2016).

Silva e Bellemain (2011) apresentam um trabalho que teve como objetivo "analisar de modo transversal o tratamento de comprimento, perímetro e área nos livros didáticos (LD) de matemática do 6º ano aprovados no Programa Nacional do Livro Didático - PNLD/2008" (p. 1). Escolhendo concentrar este trabalho em alguns indícios da ênfase dada às grandezas geométricas nos livros didáticos e no foco escolhido para o trabalho com esses conteúdos, esses autores observaram uma forte tendência em focar medidas e unidades, onde segundo eles isso pode levar ao desenvolvimento de concepções numéricas:

> Quando um LD[5] traz para os seus leitores apenas situações voltadas para o número como: conversão de unidades de medida, aplicação de fórmulas para o cálculo da área de figuras planas, etc. pode-se levar os alunos a desenvolver concepções numéricas, segundo as quais comprimento, perímetro e área são apenas números. (SILVA; BELLEMAIN, 2011, p. 9)

[5] Livro Didático.

No mesmo sentindo Santos e Câmara dos Santos (2013) buscaram "analisar as praxeologias matemática e didática nos livros didáticos de matemática adotados em escolas públicas do Estado de Pernambuco" (p. 7722), em relação ao conceito de área de figuras geométricas planas. Fundamentados na abordagem do conceito de área enquanto grandeza autônoma proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989) e na Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard (1992), os autores se dispuseram a analisar os tipos de atividades propostas em dois livros (L1[6] e L2[7]), buscando caracterizar a organização matemática (tarefa, técnica, tecnologia e teoria), e identificar a concepção de área adotada em cada tarefa (numérica, geométrica e grandeza), assim como as situações que dão significado ao conceito (comparação, medida e produção).

Os principais resultados apontam que: quanto à organização matemática, o L2 apresenta mais tipos de tarefas que o L1; a concepção de área que predomina nos dois livros é a numérica; em ambos os livros há uma presença forte de situações de medidas; e no L1 as fórmulas de diversas figuras (retângulo, quadrado, triângulo, paralelogramo e trapézio) são deduzidas e apresentadas, enquanto que no L2, as fórmulas do retângulo e do quadrado são simplesmente apresentadas ao aluno (SANTOS; CÂMARA DOS SANTOS, 2013).

De forma semelhante ao trabalho anterior, Santos, Pereira Filho e Luna (2016) buscaram analisar o tipo de abordagem (numérica, geométrica, grandezas e algébrica-funcional) nas atividades de um livro didático no capítulo dedicado à área de figuras planas. Para isso partiu da consideração da abordagem do conceito de área como grandeza geométrica proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989) e da inclusão do quadro algébrico-funcional (caracterizado, segundo os autores, pelo uso de fórmulas na busca da medida das áreas de figuras planas) nessa abordagem, de acordo com Bellemain e Lima (2002).

Após a análise dos dados percebeu-se que a maioria das atividades propostas pelo livro pertence aos quadros numérico e algébrico funcional. Outra observação é que não há foco suficientemente na articulação entre os quadros, o que segundo os autores pode conduzir o estudante a concluir que área se resume ao cálculo numérico com aplicação de fórmulas (SANTOS, PEREIRA FILHO e LUNA, 2013).

---

[6] A Conquista da Matemática, dos autores José Ruy Giovani Jr e Benedicto Castrucci , 2009, editora FTD.
[7] Projeto Araribá da editora Moderna, 2008.

Através das considerações feitas nesses trabalhos, podemos ver que há uma predominância nos livros didáticos em abordar os conteúdos de área e de perímetro de figuras planas com foco em atividades voltadas para o quadro numérico, principalmente no trabalho com as medidas ou aplicação de fórmulas, o que pode gerar no aluno uma concepção numérica de que área e perímetro são apenas números. Tal constatação justifica nosso trabalho a medida que buscamos identificar se as concepções dos estudantes estão restritas a um ou outro quadro.

Por outro lado, alguns autores como Facco (2003), Duarte (2004), Ferreira (2010), Centenaro (2010) e Pessoa et al (2010) se dispuseram a experimentar situações que pudessem ajudar os alunos na superação das dificuldades em torno do tratamento dos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas. Todos esses autores trabalharam basicamente com a elaboração e aplicação de sequências didáticas que tratam da construção do conceito de área como grandeza e do estudo de relações entre área e perímetro. Uns apontam avanços a partir da utilização de estratégias de resolução como ladrilhamento e decomposição e composição de figuras, outros evidenciam algumas dificuldades como a não dissociação entre área e perímetro, ou entre a grandeza área e sua medida.

Facco (2003) após analisar alguns livros didáticos de 5ª série do ensino fundamental, verificou que neles ocorrem um número reduzido de atividades relacionadas ao estudo do conceito de área em figuras planas, e, sem aprofundamento de conhecimentos, introduzem fórmulas para o cálculo de área. Tendo isso em vista, essa autora apresenta uma proposta de ensino do conceito de área e uma reflexão sobre a aprendizagem desse conteúdo, por meio da elaboração, aplicação e discussão de uma sequência de atividades, envolvendo a decomposição e composição de figuras planas, à luz das teorias de Douady (1986,1987) e Douady e Perrin-Glorian (1983, 1989) com o jogo de quadros e a dialética ferramenta-objeto e, de Duval (1988, 1993, 1994, 1995), com o processo de apreensões e as representações semióticas de figura.

Como resultado dessa proposta de ensino, Facco (2003) percebeu um progresso nos alunos quanto à diferenciação entre perímetro e área, à execução do cálculo de medida de área e à compreensão de área como uma grandeza autônoma, graças aos processos de decomposição e composição das figuras viabilizados nas atividades.

Com relação também ao procedimento de decomposição e composição de figuras planas, Ferreira (2010) percebeu um avanço dos alunos no tratamento de problemas relacionados a invariância da área por decomposição e composição. Além disso, a autora destaca outros progressos dos alunos com relação a possibilidade de ladrilhamento com malha quadriculada em figuras poligonais ou não-poligonais e com relação a mudança de unidade.

Ainda sobre o trabalho de Ferreira (2010), ela procurou investigar a construção do conceito de área como grandeza e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais. A metodologia desse trabalho está composta de quatro estudos que se complementam: análise da abordagem dos conceitos de área e perímetro nos PCN do ensino fundamental e em duas coleções de livros didáticos; elaboração e aplicação de uma sondagem; a elaboração e aplicação de uma sequência didática; aplicação de um teste e entrevista.

O primeiro estudo revelou que nas coleções analisadas são enfatizadas as situações de medição e as figuras, em sua maioria, são poligonais. A partir dessa constatação, a autora propõe para os outros estudos, investigar situações que rompem com essa tendência. Nos demais estudos observaram-se dificuldades como: tendência dos alunos em atribuir um valor numérico, mesmo quando não é necessário; dificuldade em compreender que a área de uma figura possui medidas diferentes quando são utilizadas unidades de medida de área diferentes; confusão entre área e perímetro sob vários pontos de vista[8]; dificuldade em dissociar área e perímetro e indícios de concepção numérica (FERREIRA, 2010).

Outras dificuldades são destacadas por Centenaro (2010). De acordo com essa autora, dois aspectos têm sido comumente observados: o primeiro, apontado pelos PCN, nos diz que é comum os alunos confundirem as noções de área e de perímetro ou estabelecerem relações não verdadeiras entre elas; o segundo, baseado em resultados de trabalhos publicados, aponta que os alunos aprendem mecanicamente as fórmulas, e dessa forma costumam aplicá-las também de forma mecânica, obtendo resultados sobre os quais eles não têm nenhum tipo de crítica e controle, onde acabam esquecendo os mesmos rapidamente.

Com intenção de contornar essa situação, Centenaro (2010) propõe a elaboração e aplicação de uma sequência didática baseada nos pressupostos da teoria de Engenharia Didática de Artigue (1996) que vise o aprendizado dos conceitos de perímetro e área de maneira significativa e motivadora, de tal forma que esses conceitos não sejam

[8] Pontos de vista aqui são classificações instituídas por Baltar (1996) para caracterizar as dificuldades em distinguir a área do perímetro (Cf. FERREIRA, 2010, p. 16)

memorizados e sim incorporados aos conhecimentos do aluno. A autora aponta ainda que os dados obtidos com a realização desse trabalho validaram as hipóteses de que o estudo de perímetro e área de figuras poligonais torna-se mais fácil quando se faz uso de ladrilhamento, composição e decomposição de figuras; de que é necessária uma sequência de atividades que trabalhe detalhadamente a diferença entre os conceitos de perímetro e área; e que a generalização e o uso de fórmulas são favorecidos por trabalhos empíricos realizados inicialmente (CENTENARO, 2010).

Já Duarte (2004) percebeu mais um problema voltado para o trabalho com o conteúdo de área de figuras planas: a dificuldade da dissociação da grandeza área da medida dessa grandeza. Através dos dados obtidos, uma das principais observações feitas pelo autor é que nas atividades de medida de área, especificamente nas situações envolvendo a mudança de unidades e a invariância da área, percebeu-se por parte dos alunos uma dificuldade de dissociação da grandeza área da medida dessa grandeza, onde por exemplo, os alunos chegavam a afirmar que "Mudando a unidade de medida, muda-se a área da figura" (DUARTE, 2004).

Neste trabalho, Duarte (2004) buscou apresentar um estudo realizado no âmbito de um curso de mestrado em Educação da UFPE que teve como objetivo: "Estudar procedimentos e invariantes operatórios (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação) mobilizados por alunos de 5ª série, do 3º ciclo do ensino fundamental, na resolução de situações significativas para a construção do conceito de área como grandeza" (p. 2).

A metodologia utilizada na pesquisa baseou-se na Engenharia Didática (pré-teste; análise a priori das atividades do experimento; aplicação do experimento e análise dos resultados), e a escolha das situações partiram da consideração do trabalho de Baltar (1996), que relaciona três tipos básicos de situações que dão sentido ao conceito de área: as situações de comparação de superfícies, as situações de medida de superfícies e as situações de produção de superfícies (DUARTE, 2004).

Da mesma forma, Pessoa et al (2010) propôs uma sequência de atividades baseada na classificação das situações que dão sentido ao conceito de área enquanto grandeza dos estudos de Baltar (1996), com o objetivo de que tais atividades "favoreçam a compreensão da dissociação entre área e perímetro, numa turma de alunos do Ciclo III/2º ano do Ensino Fundamental (7º Ano), de uma escola da rede pública municipal do Recife" (p. 1).

Dentre os principais resultados, Pessoa et al (2010) apontam dificuldades relacionadas: as unidades de medidas, como a "não utilização de unidade de medida"; a representação e a compreensão de números decimais; ao uso da régua, como erro na utilização do instrumento (de acordo com os autores, alguns alunos começaram a medir do início da régua ou a partir do número do 1).

Diferente dos trabalhos anteriormente descritos, Brito (2003) e Teixeira (2004) realizaram investigações voltadas para o trabalho com as grandezas comprimento e perímetro, ambos optaram por aplicar testes com seis à sete atividades, afim de identificar concepções ou investigar conhecimentos-em-ação mobilizados pelos alunos na resolução dessas atividades, sem deixar de destacar também algumas dificuldades observadas.

Teixeira (2004) propôs um estudo diagnóstico, a partir de um conjunto de sete atividades envolvendo situações de comparação e de produção, procurando identificar as concepções de alunos de um Curso de Pedagogia (2° e 8° período) sobre os conceitos de comprimento e perímetro, observando as estratégias adotadas e os instrumentos utilizados por eles na resolução dessas atividades.

A análise dos resultados indicou que os alunos apresentaram concepções situadas nos quadros: geométrico e da grandeza. Principalmente, quando trabalharam com figuras fechadas, onde foi observado que eles recorreram a percepção visual global das figuras, predominando a estratégia de comparar as figuras pelas formas e não por seus comprimentos. Outro fato observado é que a grandeza comprimento é mais bem compreendida pelos alunos investigados quando estão em jogo apenas figuras retilíneas, do que quando se exploram situações envolvendo figuras curvilíneas (TEIXEIRA, 2004).

Brito (2003) traz uma pesquisa que teve como objetivo geral investigar os conhecimentos-em-ação mobilizados por alunos de 2º ciclo do Ensino Fundamental na resolução de situações-problema, envolvendo comprimento no ambiente papel e lápis e com uso de materiais manipulativos. Sendo assim, a metodologia da pesquisa consistiu em um estudo exploratório, baseado na aplicação de um teste diagnóstico, em uma turma de 35 alunos de 4ª série do Ensino Fundamental, constando de situações-problemas por escrito e apresentadas em dois momentos: no primeiro, a aplicação foi realizada no ambiente papel e lápis; e no segundo momento os alunos usaram materiais manipulativos para resolução das situações propostas.

Nas análises das situações propostas observaram-se erros dos alunos influenciados por efeitos de projeção como a “projeção horizontal”, a “projeção vertical” e o “espaço ocupado”, dificuldade dos mesmos nas dissociações entre contorno e forma (caso em que consideram o aspecto forma ao invés de se basearem na condição da congruência por sobreposição para se ter contornos iguais) e perímetro e contorno, assim como confusões entre perímetro e contorno e perímetro e área.

Com base nos trabalhos expostos anteriormente, podemos dizer que a importância do nosso trabalho dar-se pelo fato de que reuniremos duas abordagens que influenciaram fortemente essas pesquisas, que são a abordagem do conceito de área como grandeza proposta por Douady e Perrin-Glorian (1988) e a classificação das situações que dão sentido ao conceito de área de acordo com Baltar (1996). O desenvolvimento de uma sequência didática, assim como fizeram alguns autores, poderia ser muito eficaz para esse tipo de abordagem, no entanto não nos dispusemos a tal tarefa, optando apenas por realizar um teste (um conjunto de atividades) elaborado também partir de trabalhos da nossa literatura.

De tal forma continuamos no capítulo seguinte com uma discussão sobre os conceitos de área e de perímetro como grandezas, apresentando os quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1988) para a abordagem de área como grandeza, e as situações que dão sentido aos conceitos de área e os teoremas-em-ação ligados a essa classificação, ambos propostos por Baltar (1996). Trazemos também algumas considerações sobre o significado de concepção e sobre o que seriam as concepções numéricas e as concepções geométricas, elementos importantes nas análises que serão propostas nesse trabalho.

3 NOÇÕES DE QUADRO, ÁREA E PERÍMETRO COMO GRANDEZAS E AS CONCEPÇÕES NUMÉRICAS E CONCEPÇÕES GEOMÉTRICAS

Nesse capítulo apresentaremos o nosso suporte teórica que está dividido em quatro partes: a primeira, trata de algumas considerações sobre as noções de quadros, mudanças de quadros e jogo de quadros, que são de compreensão necessária para abordagem do conceito de área como grandeza proposta por Douady e Perrin-Glorian (1988), que envolve a diferenciação e a articulação entre quadros; a segunda, traz alguns argumentos com relação ao conceito de área como grandeza, com destaque para a apresentação dos quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1988), das situações que dão sentido aos conceitos de área e dos teoremas-em-ação ligados a essa classificação instituídos por Baltar (1996); na terceira parte são apresentadas considerações sobre o conceito de perímetro como grandeza com suporte teórico nos trabalhos de Barbosa (2002) e Brito (2003); e a quarta, expõe algumas considerações com relação ao significado de concepção e ao que seriam as concepções numéricas e as concepções geométricas.

3.1 Quadros, Mudança de Quadros e Jogo de Quadros

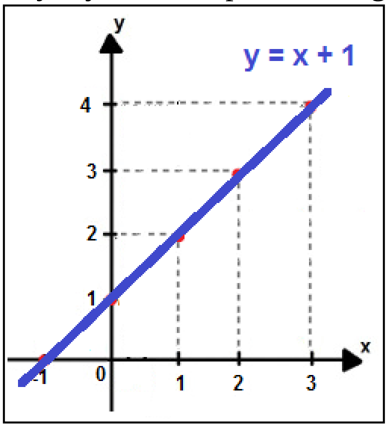
Este subcapítulo trata de exibir algumas considerações sobre as noções de Quadros, Mudança de Quadros e Jogo de Quadros propostas de acordo com Almouloud (2007) a partir do trabalho de Régine Douady (1986). Estas noções serão levadas em consideração nas atividades propostas para a coleta de dados e também serão tomadas como ferramentas para a análise dos dados obtidos.

Com relação a noção de quadro, Douady (1993 apud ALMOULOUD, 2007, p. 64) afirma que um quadro:

> […] é constituído de ferramentas de uma parte da matemática, de relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e de imagens mentais associadas a essas ferramentas e relações. Dois quadros podem ter os mesmos objetos e ser diferentes por causa das imagens mentais e da problemática desenvolvida.

Percebemos nessa conceituação, que a problemática desenvolvida e as imagens mentais são fundamentais na diferenciação entre possíveis quadros compostos pelos mesmos objetos. Da mesma forma, podemos considerar que um objeto apresentado em diferentes quadros, possuirá relações e formulações diferentes para cada quadro, o que consequentemente estabelece imagens mentais também distintas pelo sujeito na compreensão desse objeto. Por exemplo, a função f(x)= x+1 no quadro algébrico é uma função y = x +1 de grau 1 que tem raiz igual a (-1); já no quadro geométrico, considerando o domínio e a imagem no conjunto dos reais, é uma reta que representada graficamente corta o eixo das abscissas (eixo x) no ponto (-1), como na figura abaixo; portanto (-1) é a raiz da função.

Figura 1 - Função y= x + 1 representada graficamente



Fonte: http://brasilescola.uol.com.br/matematica/como-construir-grafico-uma-funcao.htm . Acesso em: 02-06-2017

Isso nos conduz até a noção de mudança de quadro e a percebê-la também como uma mudança de ponto de vista, assim como pontua Martins (2006, p. 29): “A mudança de quadro permite a mudança de ponto de vista o que pode facilitar a compreensão e a resolução do problema”.

Refletindo as ideias de Douady (1992), Teixeira (2015, p. 33) entende que, “uma mudança de quadro é uma passagem de um quadro para outro com o propósito de obter formulações diferentes para um problema”. Ainda segundo o mesmo, “Uma mudança de quadro se faz necessária quando existe uma grande dificuldade para resolver um problema ou para demonstrar um resultado em um determinado quadro no qual o conceito ou o problema está sendo apresentado” (p.34). Em outras palavras, a mudança de quadro é necessária quando o estudante já não dispõe de recursos naquele quadro para solucionar um determinado problema, é como dizer que o aluno não possui neste primeiro quadro as ferramentas[9] e objetos[10] que os conduzam na solução, precisando migrar para outros quadros.

[9] De acordo com Douady (1984, p. 10, tradução nossa), “Dizemos que uma ferramenta é uma ferramenta adequada se intervém em um problema que justifica a utilização do conceito de que ela procede.”

[10] “Por objeto, entendemos o conceito matemático, considerado objeto cultural tendo o seu lugar em um edifício maior, que é o saber sábio em um determinado momento, socialmente reconhecido.” (DOUADY, 1984, p. 10, tradução nossa)

É ai que somos envolvidos pela na noção de “Jogo de quadros”. De acordo com Teixeira (2015, p. 34),

> Esse ‘Jogo de Quadros’ consiste em mudanças de quadro provocadas por iniciativa do professor em certas situações as quais permitem fazer avançar o aluno na resolução do problema. Trata-se do desenvolvimento de um procedimento no qual se transfere o problema de um quadro para outro, interpretam-se as correspondências entre os elementos dos 2 (dois) quadros, resolve-se o problema, e finalmente volta-se com a solução do problema para o quadro de partida.

Isto quer dizer que o “Jogo de Quadros” pode acontecer sobre a influencia do professor, que deve viabilizar esse processo partindo de situações-problemas que envolvam os alunos na buscar por soluções, que serão possíveis desde que o estudante realize uma mudança de quadro adequada, interpretando as correspondências entre os elementos (ferramentas e objetos) dos dois ou mais quadros e finalizando esse processo com a volta ao quadro de partida com a solução do problema.

Pretendemos, com o conhecimento das noções de quadro, mudança de quadros e jogo de quadros apresentadas nesse capítulo, trabalhar questões que essencialmente abordem a diferenciação e a articulação entre quadros. Nossa intenção também é envolver tais noções na análise dos dados estando atento para os procedimentos de resolução utilizados pelos sujeitos da nossa pesquisa.

A seguir iniciaremos as discussões sobre os conceitos de área e de perímetro como grandezas. Partiremos da apresentação de alguns significados para as palavras “Área” e “Perímetro” presentes em dicionários online e seguindo prestaremos nossas conclusões com relação a estes significados, escolhendo também por evidenciar a forma como conceituamos essas grandezas.

Um ponto importante dessa próxima seção será a consideração do conceito de área e de perímetro como grandezas, refletindo nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1988) e da classificação das “situações que dão sentido ao conceito de área” proposta por Baltar (1996).

3.2 Conceito de Área como Grandeza

Se tratando particularmente do conceito de área, de acordo com Teles (2007, p. 32), “cotidianamente ouvimos expressões do tipo: ‘Minha mãe está lavando roupas na área de serviço’; ‘Gravei o arquivo na área de trabalho’; ‘Cuidado! Esta é uma área de risco'". No entanto, como podemos perceber isso mostra a variedade com que usamos a palavra área no dia-a-dia e que ela pode assumir significados distintos.

Falando em significados vamos apresentar três significados para a palavra "Área" extraídos de dicionários on-line:

Quadro 1 - Significados para a palavra "Área"

Significados para a palavra "Área"	
Fonte	**Significado**
DICIO, 2017	Geometria. Valor da medida de uma superfície (geométrica ou não): área do terreno; área do triângulo. Geometria. Extensão que, num plano ou superfície curva, é limitada por uma linha fechada; a medida dessa extensão.
MICHAELIS, 2017	1 Superfície plana com limites espaciais mais ou menos circunscritos; espaço, extensão, território.[...] 4 MAT Medida de uma superfície limitada (como a de uma figura geométrica plana) ou ilimitada, mas finita (como a da esfera), expressa em uma unidade convencionada.
PRIBERAM, 2017	7. [Geometria] Medida da superfície de uma figura geométrica.

Fonte: O autor (2017).

Não é nossa intenção discutir qual dos três significados apresenta de maneira clara o que seria "Área", queremos apenas destacar que nestes significados a palavra "Área" sempre está relacionada à superfície e à sua medida, e estas são as palavras-chave para o conceito de área que traremos para este trabalho.

Assim sendo, representaremos o conceito de área de figuras planas como a medida de uma superfície plana dada pela relação número e unidade de medida, ou seja, quando falamos em área de figuras planas nos referimos a medida de uma superfície plana a partir de uma unidade de medida, onde obtemos como resultado um número acompanhado da unidade de medida (indicando quantas unidades cabem na superfície dada). Consideraremos também a proposta do conceito de área enquanto grandeza[11], de acordo com Douady e Perrin-Glorian (1988).

Douady e Perrin-Glorian (1988) apresentam um trabalho que teve como objetivo o estudo da construção da noção de área entre os estudantes de 9 a 11 anos na França. Neste trabalho podemos constar que foram observadas em estudantes de diferentes níveis de escolaridade as seguintes dificuldades ou erros em torno do conceito de área:

[11] Lembrando que consideramos grandeza inicialmente como as coisas que pode ser medidas, por exemplo: comprimento, massa, área, etc. Medir é comparar.

> * A superfície unitária sendo uma superfície com uma certa forma, a medida de uma superfície S é dependente da possibilidade de pavimentar de forma eficaz S com esta forma;
> * A área está ligado à superfície e não se dissocia das outras características desta superfície;
> * Estendemos as fórmulas para situações onde elas não são válidas. (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1988, p. 6-7, tradução nossa)

Da primeira dificuldade entendemos que se uma superfície não puder ser totalmente ladrilhada, acreditam não ser possível encontrar a medida de sua área. Na segunda, acreditam, por exemplo, que se o perímetro de uma figura aumenta a sua área também aumenta, ou que duas figuras planas diferentes, porém com mesma área possuem o mesmo perímetro. Enquanto na terceira dificuldade, por exemplo, utilizam o produto dos lados de um triângulo para obter a área do mesmo, como um processo semelhante ao que fazem para obter a área de um retângulo.

A partir dessas constatações e com o intuito de reduzir essas dificuldades, as autoras francesas “propõem uma abordagem do conceito de área de figuras planas como grandeza, o que corresponde a distinguir três quadros: o geométrico, o das grandezas e o numérico” (SILVA; BELLEMAIN, 2011, p. 3). Só para reforçar, vimos na seção anterior que quadro “é constituído de ferramentas de uma parte da matemática, de relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diferentes e de imagens mentais associadas a essas ferramentas e relações (DOUADY, 1993 apud ALMOULOUD, 2007, p. 64)”.

Falando sobre estes quadros propostos para a abordagem do conceito de área como grandeza, Bellemain e Lima (2001, p. 22) os retratam da seguinte forma:

> *quadro geométrico*: constituído por superfícies planas [por exemplo, triângulos, quadriláteros, círculos, contornos irregulares, etc.]
> *quadro numérico*: consistindo nas medidas das superfícies, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos [por exemplo, 1; 5; 13,5; etc.].
> *quadro das grandezas*: contexto próprio da noção de área, que integra os dois primeiros e é caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área [as grandezas são representadas por um número e unidade de medida, como por exemplo, 1 cm^2; 5 m^2; etc].

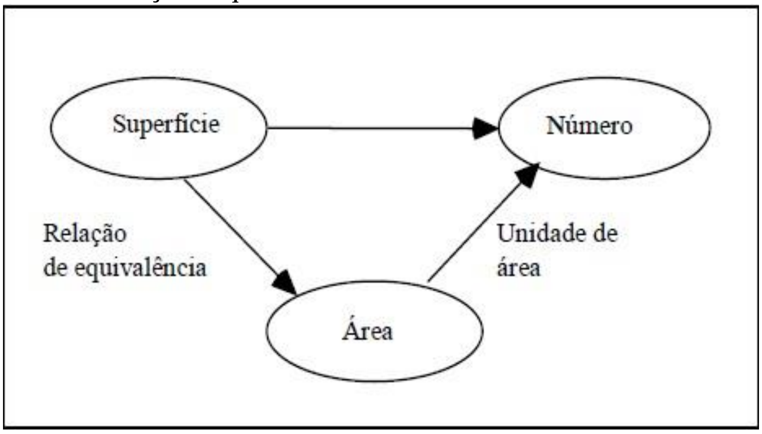
Levando em consideração a existência desses quadros e as dificuldades pontuadas anteriormente, as autoras francesas apresentam duas hipóteses didáticas fundamentais para o seu trabalho:

> (1) O desenvolvimento no ensino do conceito de área enquanto grandeza permite aos alunos estabelecer as relações necessárias entre os dois quadros (geométrico e numérico).
> (2) Uma identificação muito cedo entre grandezas e números favorece o amálgama das diferentes grandezas (aqui comprimentos e áreas) (DOUADY;PERRIN-GLORIAN, 1998, p. 7-9, tradução nossa)

Em outras palavras, o trabalho do conceito de área como grandeza contribui no estabelecimento de articulações entre os quadros geométricos e numéricos, o que consequentemente estabelece uma construção mais consistente do conhecimento deste conceito pelo estudante. Isso claro, longe de uma abordagem focada, por exemplo, no quadro numérico, o que pode levar o aluno a representar as medidas de área e perímetro apenas por um número, ou muitas vezes a confundir área e perímetro, calculando ambas da mesma forma.

Influenciados pelo trabalho de Douady e Perrin-Glorian (1988), Bellemain e Lima (2001), esquematizaram as relações entre os quadros geométrico, numérico e das grandezas da seguinte forma:

Quadro 2 - Mudança de quadros de acordo com Bellemain e Lima (2001)



Fonte: Bellemain e Lima (2001, p. 29).

Como podemos observar o diagrama aponta duas relações existentes entre as mudanças de quadro: a Relação de equivalência e a Unidade de área. Para Ferreira (2014, p.5)

> A relação de equivalência possibilita a passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas por meio das classes de equivalência de superfícies que possuem a mesma área e, permitindo a comparação entre elas (maior, menor ou igual). A passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico é expressa pela unidade de medida adotada; escolhida uma unidade, podemos verificar quantas vezes essa unidade cabe em uma determinada superfície e o par (número, unidade de medida) será o modo de expressarmos a área desta superfície.

Na relação de equivalência, que é marcada pela passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas, cabe a tarefa de comparar as superfícies segundo as quais uma em relação a outra é maior, menor ou igual. Imaginemos duas superfícies planas S_1

e S_2, a relação de equivalência acontece quando realiza-se uma tarefa de comparação de áreas cabendo a nós perceber se a área de S_1 em relação a S_2 é menor ($S_1 < S_2$), maior ($S_1 > S_2$) ou igual ($S_1 = S_2$). Situações como decomposição e composição através da sobreposição das figuras são ideias para esse tipo de comparação.

Quanto a passagem do quadro das grandezas para o quadro numérico, representado pelo objeto “Unidade de área”, ela acontece a partir da escolha de uma unidade de medida, seguida pela tarefa de perceber quantas vezes essa unidade cabe em uma determinada superfície. Podemos citar como exemplo dessa passagem as atividades de ladrilhamento. Como sabemos em atividades desse tipo é determinado uma unidade de medida e medindo uma certa superfície a partir dela será obtido um par (número, unidade de medida) que representará a área da superfície plana tomada. Vale ressaltar que na elaboração de atividades desse tipo deve-se ter toda uma cautela para que a unidade de medida seja equivalente a um divisor da medida de área da figura dada, para que assim as unidades se encaixem sem sobrar nem faltar espaços.

Inspirado nas ideias de Douady e Perrin-Glorian (1988), de acordo com Facco e Almouloud (2004, p. 3),

> Baltar (1996, p.22) preconiza que quando se define uma aplicação medida entre superfícies planas e números, é necessário antes de construir a área como grandeza autônoma, deixar claro para o aluno as diferenças existentes entre área e perímetro.

Isto quer dizer que a abordagem de área como grandeza, que pode ocorrer por meio da explicitação das diferenças entre área e perímetro, deve ser anterior à uma abordagem focada em “medir área” ou até mesmo na utilização de fórmulas sem entender o sentido delas, o que é comum no ensino desses conteúdos.

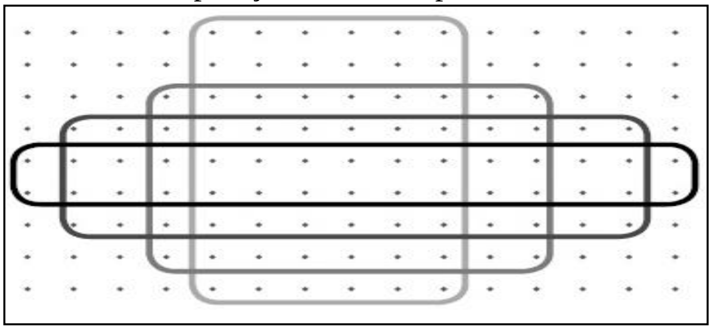
A fim de evidenciar uma maneira de trabalhar esse tipo de abordagem, Baltar (1996) propõe uma classificação para as denominadas “situações que dão sentido ao conceito de área”, são elas: situações de comparação de áreas, situações de medida de área e situações de produção de superfícies. Santos e Câmara dos Santos (2013) explicam como ocorrem essas situações em relação à abordagem de quadros proposta por Douady e Perrin-Glorian (1988):

> Nas situações de comparação, destacam-se o quadro das grandezas, pois, “quando comparamos duas superfícies somos conduzidos a decidir se elas pertencem ou não a uma mesma classe de equivalência” (BELLEMAIN & LIMA, 2002, p. 45). As situações de medidas de área estão situadas no quadro numérico, na passagem do quadro das grandezas ao número por meio da escolha de uma unidade. Nas situações de produções de superfícies, o quadro geométrico ganha evidência, considerando a produção de um objeto

> geométrico (superfície), ainda que a intervenção dos quadros numéricos e das grandezas seja tão importante quanto o do geométrico. (p. 7724)

Nas situações de comparação, podemos citar como exemplo uma atividade proposta por Perrotta (2001) que tinha como objetivo "a construção, pelos alunos, de áreas diferentes com perímetros iguais e a observação da independência da conservação do perímetro em relação à conservação de área." (PERROTTA e PERROTTA, 2005, p. 86). Essa atividade foi realizada sob uma tábua com pregos e 4 barbantes com mesmo comprimento (Figura 2), e assim, os alunos teriam que por os barbantes sobre os pregos de maneira que fossem obtidas áreas diferentes porém com o mesmo perímetro, já que os barbantes tinham a mesma medida. É evidente que através dessa atividade, os alunos podem comparar as áreas obtidas e também perceber que figuras planas de mesmo perímetro podem ter áreas distintas (ou vice-versa).

Figura 2 - Representação da atividade proposta por Perrotta (2001) no trabalho de comparação de áreas e perímetros



Fonte: Perrotta; Perrotta (2005, p.86).

As situações de medida, como vimos, estão situadas no quadro numérico, e é marcada pela passagem da grandeza ao número, o que consequentemente leva-nos à representar um resultado de uma medida de área como um par (número, unidade de medida). Sabemos que estas situações são as mais comuns, vimos, por exemplo, no capítulo 2 que de acordo com alguns autores os livros didáticos abordam com mais frequência atividades de medir e aplicar fórmulas.

Nas situações de produção, o foco está na produção de um objeto geométrico, uma superfície, logo, podemos ter várias possibilidades de resposta para um mesmo problema. Levando isso em conta, Ferreira (2010, p. 33) aponta que:

> As situações de produção estão divididas em três subclasses: produção de uma superfície de mesma área que uma superfície dada, produção de uma superfície de área maior ou menor que uma superfície dada, e produção de superfícies de área dada.

Disto, entendemos que considerando essas subclasses, será possível solicitar ao estudante maneiras específicas de produção, o que nos dá um controle sobre o quantitativo de respostas para as situações de produção.

Segundo Facco (2003), Baltar (1996) apresenta também uma lista de teoremas-em-ação[12] ligados à essas “situações que dão sentido ao conceito de área” de figuras planas (p. 26-28). Os teoremas-em-ação segundo Baltar (1996) são os seguintes:

Quadro 3 - Teoremas-em-ação propostos por Baltar (1996)

Teorema-em-ação sobre a definição de área
TC1: A área é o espaço ocupado por uma superfície.
TC2: A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície.
TC3: A área é o número obtido pela aplicação de uma fórmula.
TC4: A área é uma propriedade da superfície invariante por certas operações (uma grandeza).
Teorema-em-ação para todo o tipo de superfícies
T1: Se S e S’ são superfícies quase disjuntas, A(S ∪ S’) = A(S) + A(S’) (verdadeiro).
T2: A(f(S)) = A(S),; onde f é uma isometria e S uma superfície (verdadeiro).
T3: Duas superfícies equidecomponíveis têm a mesma área (verdadeiro).
T3’: O “recorte–colagem” conserva a área (verdadeiro).
T4: Uma unidade sendo escolhida, duas superfícies de mesma medida têm mesma área (verdadeiro).
T5: Se duas superfícies S e S’ são constituídas dos mesmos pedaços (equidecomponíveis) diferentemente colocados, de modo que S’ seja mais “compacto” que S, então A(S)>A (S’) (falso).
T6: Duas superfícies que têm os mesmos lados possuem mesma área (falso).
T7: Duas superfícies de mesma área têm o mesmo perímetro (falso).
T8: Duas superfícies de mesmo perímetro têm mesma área (falso).
T9: A área e o perímetro de uma superfície variam no mesmo sentido (falso).
Teorema-em-ação para superfícies usuais
T11: Dois retângulos de mesma área são idênticos (falso).
T12: Dois triângulos (ou paralelogramos) de mesma base e mesma altura têm mesma área (verdadeiro).
T13: Dois paralelogramos de mesmos lados têm mesma área (falso).
T14: A medida da área de um retângulo é o produto das medidas de seus dois lados (falso).
T15: A área de um paralelogramo é o produto das medidas de seus lados (falso).
T16: A área de um triângulo é o produto das medidas de seus lados (falso).
T17: A área de um quadrado é proporcional ao comprimento de seu lado (por conseqüência se o lado do quadrado dobrar, sua área também dobrará) (falso).
T18: Dois retângulos de mesma área têm mesmo perímetro (falso).
T19: Dois retângulos de mesmo perímetro têm mesma área (falso).
T20: A área e o perímetro de um retângulo variam no mesmo sentido (falso).

Fonte: Baltar (1996 apud FACCO, 2003, p. 26-28).

Há um quarto bloco de teoremas-em-ação denominado por “Teorema-em-ação sobre as deformações do paralelogramo”, porém não vimos a necessidade de incluí-los aqui dado que não pretendemos focar no trabalho com paralelogramos.

[12]Facco (2003, p. 26) nos traz que “Segundo ALMOULOUD (1997, p.28) teorema-em-ação designa as propriedades tomadas e utilizadas pelo aprendiz, em situação de solução de problema, sem que ele esteja necessariamente capaz de as explicar ou as justificar.”

Especificamente se tratando desses teoremas-em-ação apresentados é importante ter conhecimento sobre eles, pois possivelmente estes podem ser considerados pelos alunos como ferramentas (mesmo que de maneira implícita) na resolução das questões que serão propostas como instrumento de coleta de dados.

Para o seguimento deste trabalho, levaremos em consideração a abordagem do conceito de área como grandeza para as questões que serão trabalhadas, assim como exploraremos nelas as "situações que dão sentido ao conceito de área", de acordo com Baltar (1996). Na análise dos dados pretendemos estar atentos para os procedimentos de resolução utilizados pelos participantes e para possíveis utilizações dos teoremas-em-ação como ferramentas de resolução.

3.3 Conceito de Perímetro como Grandeza

Antes de falar da nossa concepção com relação ao conceito de perímetro traremos alguns significados de dicionários online, assim como fizemos anteriormente com a palavra "Área". Vejamos:

Quadro 4 - Significados para a palavra "Perímetro"

Significados para a palavra "Perímetro"	
Fonte:	**Significado**
DICIO, 2017	s.m. Matemática Linha de contorno de uma figura geométrica. Soma dos lados de um polígono. Contorno de qualquer espaço.
MICHAELIS, 2017	1 Contorno ou limite de uma figura plana. 2 GEOM Medida do limite ou do contorno de uma figura plana. 3 GEOM Soma dos comprimentos das linhas que formam um polígono. 4 Linha delimitadora de uma área ou região.
PRIBERAM, 2017	1. [Geometria] Contorno de figura plana.

Fonte: O autor (2017).

Mais uma vez, sem a intenção de discutir qual dos significados melhor representou a palavra "Perímetro", nos deteremos a destacar que de acordo com o que foi apresentado, podemos observar que perímetro está relacionado as palavras "contorno", "limite", "comprimento" e a medida desses entes geométricos. Antemão, consideraremos o conceito de "perímetro de figuras planas" como sendo a medida do contorno de uma determinada figura plana. Levaremos em conta também a abordagem do conceito de perímetro como grandeza, apoiada nos trabalhos de Barbosa (2002) e Brito (2003), que tiveram influencias também em Douady e Perrin-Glorian (1988).

De acordo com Brito (2003, p. 30), Barbosa (2002, p. 30) explica que o conceito de perímetro é

> uma instância da grandeza comprimento, por sua vez, participante do campo conceitual da grandeza área. Essas duas grandezas, juntamente com o volume e o ângulo, formam o que chamamos de grandezas geométricas, inseridas dentro de um campo maior, denominado de grandezas.

Em outras palavras, perímetro é uma medida particular da grandeza comprimento, grandeza essa que integra o campo conceitual[13] da grandeza área; área juntamente com comprimento e também o volume e o ângulo, formam as chamadas grandezas geométrica, que consequentemente estão inseridas no campo maior que é o campo das grandezas.

Considerando que o comprimento é uma grandeza, para Barbosa (2002 apud BRITO, 2003, p. 34, grifo do autor), *"perímetro é um caso particular da grandeza comprimento, diferenciando-se do objeto geométrico, em si, que é uma linha fechada".* Ou seja, se uma linha é fechada, o comprimento desta é chamado de perímetro, portanto, uma grandeza.

Reforçando o que foi dito, segundo Barbosa (2002 apud TEIXEIRA, 2004, p. 71),

> [...] perímetro de uma curva fechada é o seu comprimento [...] no caso de uma curva fechada, que é o contorno de uma região plana, diremos que o perímetro desse contorno é o perímetro da região, ou seja, o comprimento do contorno da região. [...] Perímetro de uma figura geométrica plana pode ser tomado como o comprimento da linha ou como o comprimento do contorno da região plana definida pela linha.

Neste caso, observamos que Barbosa (2002) é muito preciso em utilizar "comprimento da linha" ou "comprimento do contorno da região plana definida pela linha" para representar o conceito de perímetro, já que muito são os casos em que professores ou até mesmo livros didáticos consideram o perímetro como "a soma da medida dos lados de um polígono" ou "a soma dos lados", o que é um equívoco, porque de tal maneira o que poderíamos afirmar, por exemplo, sobre o perímetro de uma circunferência?

Em concordância com este questionamento, Melo (2009, p. 33) se posiciona de tal maneira: "Esta conceituação [a soma da medida dos lados de um polígono] carrega consigo uma ideia errônea ou mesmo incompleta do termo tratado, pois dessa forma não poderíamos calcular o perímetro de figuras curvas e outras mais.".

---

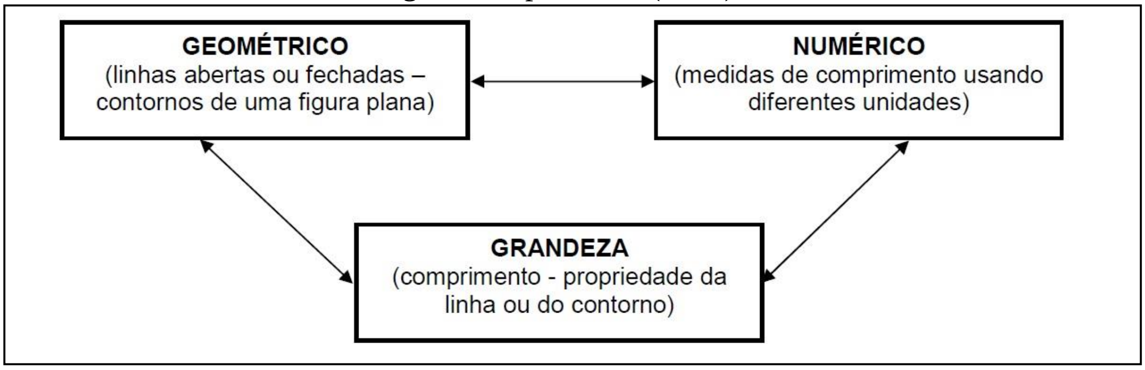
[13] Cf. Vergnaud (1993).

Se tratando dos quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1988), Perrot et al (1998) cita-os de uma outra maneira, incluindo elementos relacionados a grandeza comprimento. Segundo Perrot et al (1998 apud TEIXEIRA, 2004, p. 56):

> O *quadro geométrico*, constituído pelas linhas e superfícies. O *quadro das grandezas*, comprimentos e áreas: com processos de comparação bem escolhidos, nem sempre numéricos, se pode realizar classes de equivalência de linhas, de superfícies; com processos operatórios adequados sobre linhas, superfícies, se pode induzir uma lei interna sobre as grandezas. O *quadro numérico*, consistindo nas medidas dos comprimentos das linhas e da área das superfícies, que pertencem ao conjunto de números reais não negativos: linhas ou superfícies pertencendo à mesma classe, tendo mesma grandeza, têm também a mesma medida, qualquer que seja a unidade escolhida.

No mesmo sentido, Brito (2003) propôs uma adaptação inspirada na abordagem de quadros proposto por Douady e Perrin-Glorian (1988) e voltada para a consideração de comprimento como uma grandeza. Tal adaptação está representada no diagrama a seguir:

Quadro 5 - Adaptação da abordagem de quadros para o conceito de Comprimento como grandeza por Brito (2003)



Fonte: Brito (2003, p. 34).

Observando o quadro anterior, vemos que no quadro geométrico estão as linhas abertas ou fechadas (as fechadas, neste caso, são ditas como contornos, seja a figura poligonal ou não). No quadro da grandeza encontra-se o comprimento, tido como uma propriedade da linha ou do contorno, ou seja, o comprimento é uma grandeza que representa a medida da linha ou do contorno. Por fim, no quadro numérico estão os números positivos que representam e quantificam as medidas de comprimento a partir das diferentes unidades utilizadas.

Para a sequência da nossa pesquisa, consideraremos o perímetro como grandeza de acordo com os trabalhos de Barbosa (2002) e Brito (2003), pretendendo, da mesma forma como para área, envolver essa grandeza nas atividades que serão propostas, utilizando-se também de situações de comparação, de medida e de produção, ou seja, estendendo as “situações que dão sentido ao conceito de área” proposta por Baltar (1996) para a grandeza perímetro.

3.4 As Concepções Numéricas e as Concepções Geométricas

Dado o interesse de identificar as concepções numéricas e geométricas relacionadas à área e ao perímetro de figuras planas advindas de alguns alunos, discutiremos nesse bloco o significado da palavra “concepção” e as considerações da pesquisa de Douady e Perrin-Glorian (1988) com relação as concepções numéricas e concepções geométricas que foram percebidas na análise de erro dos estudantes por elas investigados.

Primeiramente, com relação ao significado da palavra “Concepção” escolhemos dois significados de dicionários online:

Quadro 6 - Significados para a palavra “Concepção”

Significados para a palavra “Concepção”	
Fonte:	**Significado**
DICIO, 2017	Maneira pessoal de entender algo; expressão de uma opinião. Conhecimento sobre algo; ideia: uma concepção original da vida.
MICHAELIS, 2017	3 Operação mental para a elaboração de ideias e conceitos. [...] 6 Ponto de vista; noção, opinião.

Fonte: O autor (2017).

Dos dois significados apresentados, vemos que a palavra “concepção” está relacionada com a opinião de cada pessoa, com o seu ponto de vista ou entendimento com relação à um determinado objeto, ou em outras palavras, concepções são manifestações pessoais de compreensão sobre um objeto.

Schoenfeld (1992) define concepção como “compreensões e sentimentos individuais que moldam as formas como cada um conceitualiza e se envolve no comportamento matemático” (apud IGNACIO, 2006, p. 30). Já Ferreira (2010) considera que:

> As concepções dos alunos são construídas a partir das situações que lhes são apresentadas, tanto na sua vida escolar, quanto nas suas experiências fora da escola. Essas concepções podem estar defasadas dos conceitos oficiais, sendo necessário identificar os conhecimentos prévios dos alunos, suas concepções, errôneas ou não, para construir situações que possibilitem uma ampliação e se tornem mais complexas, na abordagem de um conceito. (p.27)

Resumindo o que foi colocado pelos dois autores: as concepções são estabelecidas a partir das situações que os alunos vivenciam (na escola ou não), essas podem influenciar na maneira que o aluno conceitua e no modo como ele se envolve com um objeto.

No entanto, essa forma como são estabelecidas as concepções podem implicar numa construção de um conhecimento defasado do conceito oficial do objeto, donde, faz-se necessário intervir de modo a identificar tais concepções nos alunos e consequentemente construir situações que contribuam para uma ampliação das mesmas para que se aproximem do conceito oficial do objeto em questão.

Se tratando das concepções numéricas e concepções geométricas, estas foram apontadas pelas pesquisadoras Douady e Perrin-Glorian (1988), a partir da análise de erros de estudantes franceses. Para essas autoras, os erros na resolução de problemas que envolvem o conceito de área decorrem do desenvolvimento pelos alunos de uma "concepção forma" relacionada com o quadro geométrico, ou "concepção número" ligada ao quadro numérico, ou ambas, mas independentemente um do outro.

De acordo com Teixeira (2004):

> As concepções geométricas caracterizam-se como aquelas em que os alunos confundem área e superfície, perímetro e contorno, enquanto que nas concepções numéricas, os alunos apenas consideram os aspectos concernentes ao cálculo, ou seja, as medidas de comprimentos de uma figura.(p. 55)

Em outras palavras, nas concepções geométricas, os alunos costumam confundir área e superfície (assim como perímetro e contorno) acreditando, por exemplo, que uma mudança no formato da figura altera a sua área (por exemplo, acreditam que perímetro e contorno são a mesma coisa, mas como sabemos perímetro é uma grandeza e o contorno é uma linha fechada. E ainda, mais precisamente, perímetro é a medida do contorno de uma figura).

Nas concepções numéricas os alunos focam nos elementos pertinentes para o cálculo (principalmente utilizando fórmulas e nas medidas de comprimento) e associam muitas vezes área ou perímetro apenas a um número, sem considerar a unidade de medida.

Na nossa investigação, pretendemos usar esse conhecimento das concepções numéricas e concepções geométricas propostas por Douady e Perrin-Glorian (1988) para investigar a maneira como essas concepções são demostradas por alunos do 9° ano do Ensino Fundamental na resolução de algumas atividades.

No capítulo a seguir esclareceremos a nossa metodologia, apontando o tipo de abordagem, suas características e a nossa proposta de investigação.

4 METODOLOGIA

A nossa pesquisa tem natureza qualitativa e justifica-se diante da presença de 4 características básicas apontados por Godoy (1995) que a compõem e a identificam de tal maneira:

1) *A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental*: escolhemos uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal da cidade de Caruaru para aplicarmos um teste com relação a temática de área e de perímetro de figuras planas e assim realizar a coleta de dados. Posteriormente nos conduziremos nas análises dos dados apoiados na concepção de Godoy (1995, p. 62) segundo o qual "...o pesquisador deve aprender a usar sua própria pessoa como o instrumento mais confiável de observação, seleção, análise e interpretação dos dados.".
2) *A pesquisa qualitativa é descritiva*: As questões que compõem o teste possuem espaços para as construções e para as justificativas dos participantes, consequentemente pretendemos com a observação dos dados obtidos, organizar tais dados, em alguns momentos estabelecendo categorias, descrevendo-os e os analisando.
3) *O significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são as preocupações essenciais do investigador*: a ideia é nos colocarmos na posição dos nossos investigados, buscando "compreender os fenômenos que estão sendo estudados a partir da perspectiva dos participantes" (GODOY, 1995, p. 63), ou seja, procurando compreender os pontos de vistas, as concepções dos investigados.
4) *Pesquisadores utilizam o enfoque indutivo na análise de seus dados*: Não pretendemos estabelecer hipóteses e realizar uma análise a priori do nosso instrumento de coleta de dados, pois aceitamos que ao longo das observações e análises dos dados nos será imposta formas com as quais poderemos organizar nossa análise.

Como colocamos anteriormente, recorremos a um conjunto de atividades (chamaremos de Teste) como instrumento para a coleta de dados. Tal instrumento aborda os conteúdos de área e de perímetro de figuras planas, com o objetivo principal de identificar as concepções numéricas e as concepções geométricas demonstradas por alunos de 9° ano do Ensino Fundamental relacionadas aos conceitos de área e de perímetro como grandeza. Portanto, os alunos de 9° Ano assumem o papel de participantes da pesquisa investigados com o auxílio do instrumento de coleta de dados a qual denominamos “Teste”.

Pelo fato de se tratar de uma investigação voltada para um grupo especifico de alunos e que busca compreender como eles lidam com a resolução de algumas atividades, estamos diante de uma pesquisa qualitativa do tipo “estudo de casos”.

Segundo Godoy (1995, p. 25), “o estudo de caso se caracteriza como um tipo de pesquisa cujo objeto é uma unidade que se analisa profundamente. Visa ao exame detalhado de um ambiente, de um simples sujeito ou de uma situação em particular.” No nosso caso, os alunos do 9° ano são a unidade a ser analisada, e a situação em particular examinada será a forma como os mesmos procedem na resolução de um conjunto de atividades sobre os conteúdos de área e de perímetro de figuras planas.

A escolha pelo 9° Ano do Ensino Fundamental justifica-se pelo fato deste possuírem uma “bagagem” das series anteriores com relação ao tratamento do assunto de área e de perímetro de figuras planas e por estes terem uma maturidade maior para encarar as questões e para construir justificativas.

Por tudo isso, para além do nosso objetivo geral, pretendemos também identificar os conhecimentos que os alunos trazem consigo com relação à área e ao perímetro de figuras, analisar os procedimentos de resolução utilizados pelos alunos, e pontuar possíveis dificuldades dos mesmos na resolução das atividades.

De tal forma fica evidente nosso interesse principal em investigar os processos, ou seja, as formas como os sujeitos envolvidos lidam com as situações propostas e se estes mobilizam alguns conhecimentos ou dificuldades na resolução de atividades que envolvem área e perímetro.

Participaram do teste 26 alunos de uma turma de 9° Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal da cidade de Caruaru, em Pernambuco. A participação dos alunos foi voluntária, apenas solicitamos a assinatura pelos seus responsáveis de um termo de consentimento livre e esclarecido (Anexo A), para autorizar a participação dos menores de idade e a utilização dos dados exclusivamente para fins desta pesquisa acadêmica. O teste foi aplicado pelo professor de Matemática da turma, no espaço de 2 horas/aula (1 hora e 40 minutos).

4.1 O conjunto de atividades (teste)

A escolha das atividades parte da consideração de uma abordagem dos conceitos de área e de perímetro como grandezas, baseada nas considerações de Douady e Perrin-Glorian (1988), e da caracterização das “situações que dão sentido ao conceito de área” propostas por Baltar (1996). A ideia é que através dessas atividades sejam mobilizados e postos em teste os conhecimentos dos alunos com relação aos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas, por meio de situações de comparação, situações de medida e situações de produção.

Sendo assim, na elaboração do teste que utilizamos como instrumento de coleta de dados, percebida a complexidade em elaborar atividades desse tipo, resolvemos recorrer a nossa literatura para selecionar questões segundo as preferências de abordagens destacadas no parágrafo anterior, optando também por fazer pequenas mudanças ou adaptações nas mesmas. As questões escolhidas integram os trabalhos de Ferreira (2010) e Henriques (2011). Ambos estes autores consideraram em seus trabalhos o conceito de área como grandeza proposto por Douady e Perrin-Glorian (1988) e elaboraram questões segundo as “situações que dão sentido ao conceito de área” propostas por Baltar (1996).

Na sequência apresentaremos as questões escolhidas e a forma como as adaptamos. Um fato a mais que gostaríamos de destacar é que para toda questão foi solicitado uma justificativa para a resolução, pois acreditamos que as enunciações nas formas de justificativas das respostas é o que há de fundamental para nos encaminhar nas análises.

No mais, o teste por completo e da forma como foi entregue aos alunos encontrasse no APÊNDICE A.

4.2 Apresentação das atividades

No que segue faremos uma breve apresentação das atividades propostas, apontando os objetivos e tecendo alguns comentários sobre estratégias de resolução possíveis de serem mobilizadas pelos alunos.

4.2.1 Atividade 1: Concepções dos alunos sobre o conceito de área e de perímetro

Figura 3 - Atividade 1: Concepções dos alunos sobre o conceito de área e de perímetro

ATIVIDADE 1: Concepções dos alunos sobre o conceito de área e de perímetro

1) O que você diria se lhe perguntassem "o que é área?" ?

2) O que você diria se lhe perguntassem "o que é perímetro?" ?

Fonte: O autor (2017).

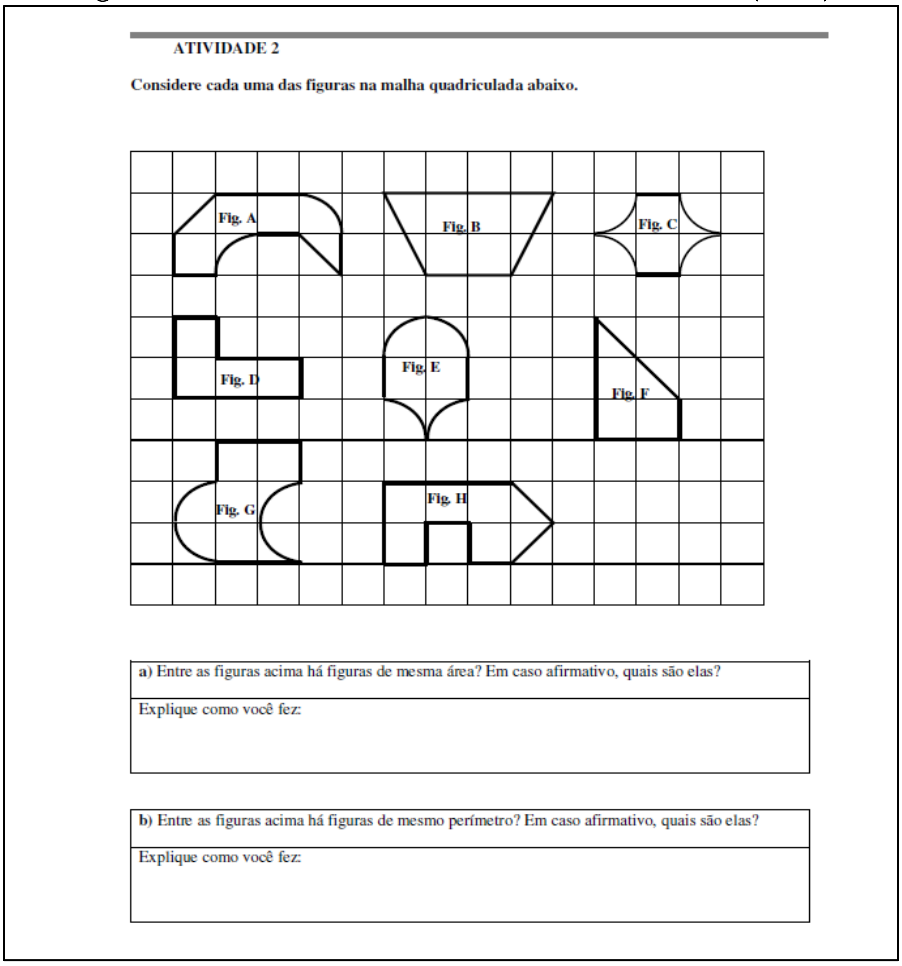
Essa atividade é a única das que apresentaremos que foi elaborada por nós. Apesar de ser muito simples, antemão acreditamos que as respostas dos alunos aos questionamentos podem indicar algumas concepções desses alunos presentes na conceituação das grandezas área e perímetro.

Assim, o objetivo dessa questão é: "Conceituar as grandezas área e perímetro."

4.2.2 Atividade 2: Adaptação à uma questão proposta por Ferreira (2010)

A atividade que segue foi adaptada a partir de uma questão utilizada no trabalho de Ferreira (2010), mais precisamente na etapa denominada pela autora como "A Sondagem".

Figura 4 - Atividade extraída do trabalho de Ferreira (2010)


ATIVIDADE 2

Considere cada uma das figuras na malha quadriculada abaixo.

a) Entre as figuras acima há figuras de mesma área? Em caso afirmativo, quais são elas?
Explique como você fez:

b) Entre as figuras acima há figuras de mesmo perímetro? Em caso afirmativo, quais são elas?
Explique como você fez:

Fonte: Ferreira (2010, p. 68).

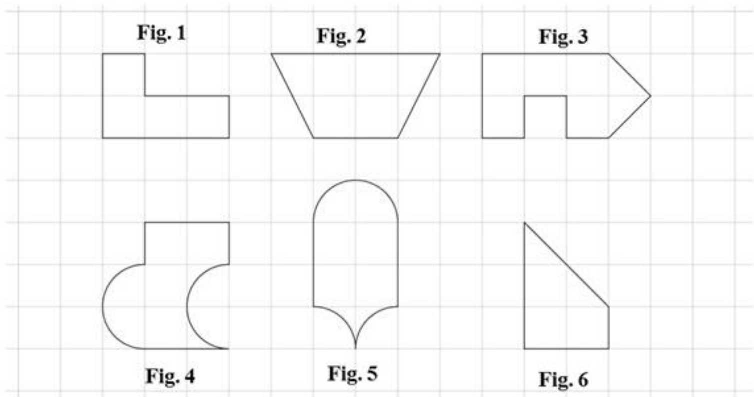
Esta atividade se enquadra na classificação de “situações de comparação”, sendo que ela possui uma característica particular: a não explicitação de uma medida para cada quadradinho da malha. Ou seja, a malha quadricula não tem uma medida definida por nós (centímetro, metro, etc.). Gostaríamos de destacar também que a integração de figuras não-poligonais na atividade rompe um pouco com aquilo que os alunos vem vivenciando nas aulas, pois como sabemos os professores e até mesmo os livros didáticos costumam trabalhar apenas com figuras poligonais, o que pode gerar uma concepção no aluno de que só figuras poligonais tem área e perímetro.

Segue a proposta da nossa atividade:

Figura 5 - Atividade 2: Adaptação à uma questão proposta por Ferreira (2010)

ATIVIDADE 2: Adaptação à uma questão proposta por Ferreira (2010)

Considere as figuras planas a seguir:



1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

2) Entre as figuras planas acima há figuras de mesmo perímetro? Se sim, quais são elas? Explique como você fez.

Fonte: O autor (2017).

Sendo uma situação de comparação está em jogo a mudança do quadro geométrico para o quadro das grandezas marcada pela "Relação de equivalência" de acordo com Bellemain e Lima (2001), onde cabe ao aluno a tarefa de comparar as superfícies segundo as quais uma em relação a outra é maior, menor ou igual. Da mesma forma, essa mudança entre os quadros geométrico e das grandezas pela "Relação de equivalência" estende-se também para grandeza comprimento e portanto para a grandeza perímetro, assim como considera Barbosa (2002 apud Brito, 2003, p. 35)

> [...] estabelecer a relação de equivalência é descobrir se possui, ou não, o mesmo comprimento, para situações com contorno de figuras planas, se possui, ou não, o mesmo perímetro, também permitindo a passagem do quadro geométrico para o quadro das grandezas.

Ou seja, na relação de equivalência para a grandeza perímetro cabe ao aluno a tarefa de comparar os comprimentos, decidindo se um em relação ao outro é maior, menor ou são iguais.

As mudanças que fizemos na questão extraída do trabalho de Ferreira(2010) ficaram por conta dos enunciados, da diminuição do número de figuras (mantemos as figuras B, D, E, F, G e H) à serem comparadas e de uma mudança no formato de uma figura (alteramos o formato da figura E).

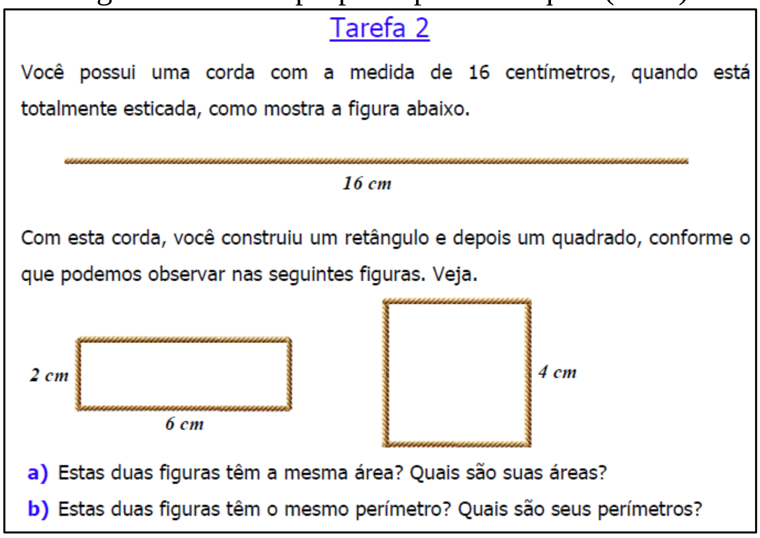
Para a resolução dessa atividade queremos evidenciar que é importante que os alunos observem que as figuras Fig. 1 e Fig. 6 são de mesma medida de área, assim como as Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4 e Fig. 5; e que não há figuras de mesma medida de perímetro. De tal maneira podem passar a compreender que as figuras de formatos distintos podem ter mesma área. Nisso se traduz o objetivo da atividade: Incitar através de uma situação de comparação a compreensão de que figuras de formatos diferentes podem ter a mesma área.

Gostaríamos de destacar também que o procedimento de resolução “decomposição e composição de figuras planas” é essencial na resolução dessa questão. Por outro lado, sem levar em conta tal procedimento os alunos podem recorrer a outras formas de resolução, como por exemplo, a comparação pelo aspecto visual das figuras, o que pode conduzi-los ao erro e é considerado como um indício de concepção geométrica.

4.2.3 Atividade 3: Adaptação à uma questão proposta por Henriques (2011)

A atividade 3 é uma adaptação de uma questão do trabalho de Henriques (2011). Neste trabalho, o autor pretendeu levantar possíveis dificuldades de aprendizagem das noções de área e perímetro de figuras planas, recorrendo assim a elaboração e aplicação de um conjunto de tarefas. Dentre as tarefas propostas por esse autor escolhemos a “Tarefa 2”:

Figura 6 - Tarefa proposta por Henriques (2011)



Tarefa 2

Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo.

Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.

a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas?

b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?

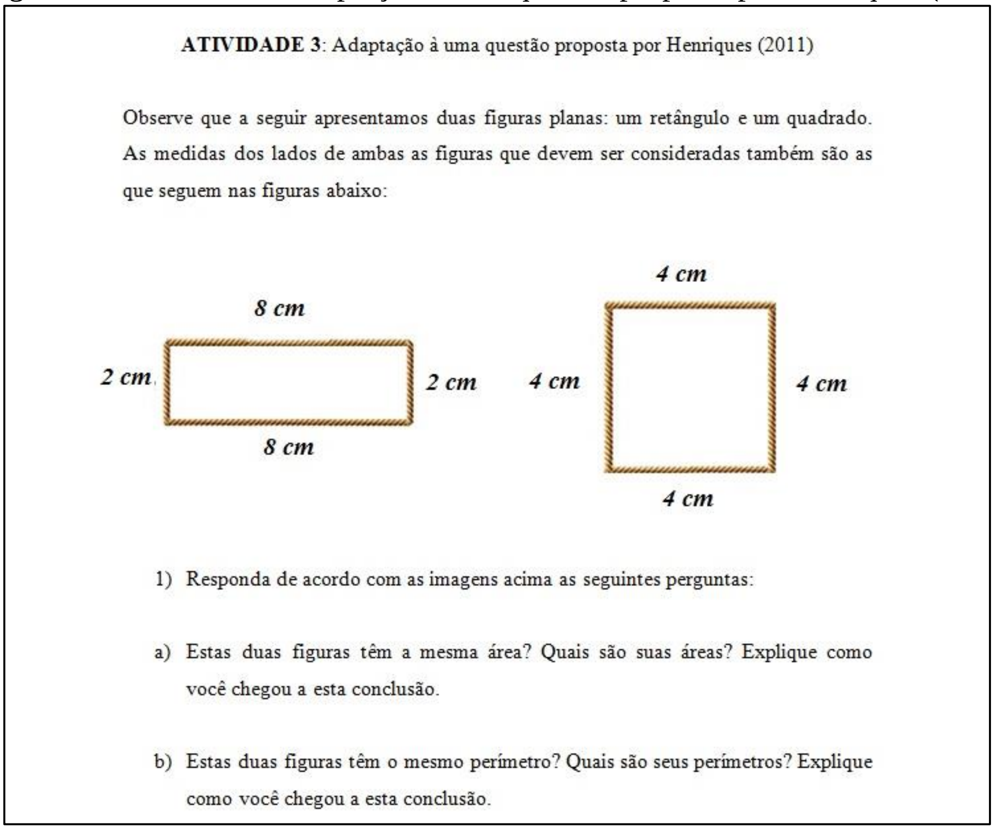
Fonte: Henriques (2011, p. 77)

Essa atividade se encaixa na classificação de Baltar (1996) como integrante das “situações de medida”. Especificamente se tratando da questão escolhida, segundo Henriques (2011), essa questão tem como objetivo específico:

> [...] buscar uma aproximação da relação área-perímetro, segundo possíveis significados produzidos pelos sujeitos; vislumbramos a ideia de fixar o perímetro (com um exemplo que tenda ao físico, como uma corda, embora desenhada), com a intenção de gerar nos sujeitos o desconforto de obter medidas diferentes de área para uma mesma medida de perímetro. (p. 77)

Diferente da questão que tomamos como base, mudamos algumas coisas no enunciado e resolvemos fixar a medida de área das duas figuras, ou seja, as duas figuras tem a mesma medida de área e causar um desconforto nos alunos ao perceberem que as medidas dos perímetros são distintas, o que pode levá-los a compreensão da relação área-perímetro em que “nem sempre figuras com mesma área possuem mesmo perímetro” (ou vice-versa). A Atividade 3 ficou da seguinte forma:

Figura 7 - Atividade 3: Adaptação à uma questão proposta por Henriques (2011)



ATIVIDADE 3: Adaptação à uma questão proposta por Henriques (2011)

Observe que a seguir apresentamos duas figuras planas: um retângulo e um quadrado. As medidas dos lados de ambas as figuras que devem ser consideradas também são as que seguem nas figuras abaixo:

1) Responda de acordo com as imagens acima as seguintes perguntas:

a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas? Explique como você chegou a esta conclusão.

b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros? Explique como você chegou a esta conclusão.

Fonte: O autor (2017).

Sendo assim, objetivo da questão é: Reconhecer através de uma situação de medida a relação área-perímetro em que figuras com mesma área podem ter perímetros distintos.

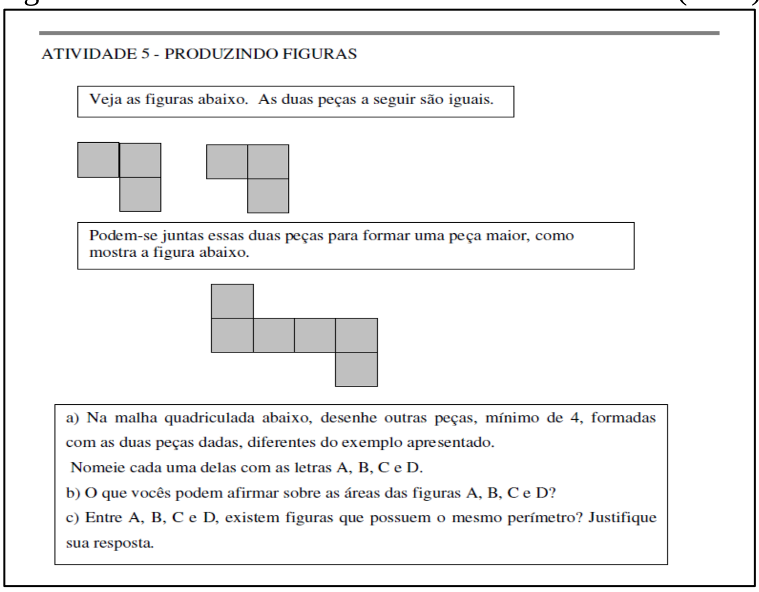
Tratando um pouco mais sobre essa questão, gostaríamos de destacar que no item a) são considerados 3 pontos que compõem a sua resposta. Primeiro, os estudantes opinarão sobre o fato das figuras possuírem ou não mesma área. Na sequência, solicitamos que eles indiquem a medida de área para ambas as figuras consideradas; uma resposta correta será aquela em que os estudantes representem a medida de área pelo par “número e unidade de medida”, ou seja, se tratando de área, teremos um número “x” representando a quantidade de área e o centímetro ao quadrado (cm^2) representado a unidade de medida de área. O terceiro ponto é a justificativa dos alunos. Caberá a nós avaliar se as justificativas são válidas ou não.

Da mesma forma procedemos no item b), sendo que agora a grandeza em questão é o perímetro. Portanto, inicialmente os estudantes opinarão segundo a possibilidade das figuras possuírem ou não mesmo perímetro, e seguindo, indicarão a medida de perímetro para ambas as figuras consideradas. A resposta considerada correta será aquela em que os estudantes representem a medida de perímetro pelo par “número e unidade de medida de comprimento”, neste caso, o centímetro (cm). Nos conduziremos da mesma maneira com relação as justificativas dos alunos, avaliando se são válidas ou não.

4.2.4 Atividade 4: Adaptação à uma questão proposta por Ferreira (2010)

A atividade seguinte foi extraída da etapa denominada de “A Sequência” no trabalho de Ferreira (2010).

Figura 8 - Atividade extraída do trabalho de Ferreira (2010)


ATIVIDADE 5 - PRODUZINDO FIGURAS

Veja as figuras abaixo. As duas peças a seguir são iguais.

Podem-se juntas essas duas peças para formar uma peça maior, como mostra a figura abaixo.

a) Na malha quadriculada abaixo, desenhe outras peças, mínimo de 4, formadas com as duas peças dadas, diferentes do exemplo apresentado.
Nomeie cada uma delas com as letras A, B, C e D.
b) O que vocês podem afirmar sobre as áreas das figuras A, B, C e D?
c) Entre A, B, C e D, existem figuras que possuem o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.

Fonte: Ferreira (2010, p. 94).

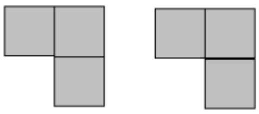
Essa atividade se encaixa na classificação de Baltar (1996) como sendo uma situação de produção de superfícies quaisquer, onde de maneira especifica área obtida deve ser igual dobro da área da superfície dada.

Na forma como adaptamos a questão procuramos alterar um pouco os enunciados e diminuir o número de figuras a serem produzidas. Apresentadas duas figuras iguais, no item a) o aluno será convidado a produzir 3 figuras planas a partir dessas duas figuras e nomeia-las por A, B e C. Após a produção das novas figuras, no item b) queremos a confirmação de que o aluno entende que acabou de produzir figuras que possuem a mesma área; e no item c) ele será confrontado mais uma vez com relação ao entendimento de que apesar das figuras terem as mesmas áreas, os perímetros podem ser diferentes. Segue a Atividade 4 sem os espaços que reservamos para as respostas:

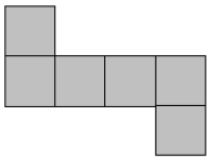
Figura 9 - Atividade 4: Adaptação à uma questão do trabalho de Ferreira (2010)

ATIVIDADE 4: Adaptação à uma questão do trabalho de Ferreira (2010)

Considere as figuras abaixo.



Como podemos observar as duas figuras planas são iguais. Podemos também optar por juntar as duas figuras para formar uma figura maior, como mostra a figura a seguir:



a) Na malha quadriculada abaixo, desenhe 3 outras figuras formadas com as duas figuras dadas, diferentes do exemplo apresentado. Nomeie cada uma delas com as letras A, B e C.

b) O que você pode dizer sobre à área das figuras planas A,B e C?

c) Entre as figuras A, B e C existem figuras que possuem o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.

Fonte: O autor (2017).

Por tudo isso, o objetivo dessa atividade é o seguinte: Compreender através de uma situação de produção a conservação da área e a relação em que figuras com mesma área podem ter perímetros distintos.

Vale ressaltar que mesmo achando difícil a produção de três figuras de mesmo perímetro, este é um caso possível e deve ser incluído. Contudo, para esse caso, não sabemos se isso poderá gerar uma dificuldade do aluno em achar que as figuras que tem mesma área tem também mesmo perímetro, mas estamos atento a isso. Incluímos também a possibilidade de contornar essa situação na oportunidade de trabalhar em sala de aula essa atividade: podemos evidenciar que esse é um caso particular, e através de outras construções poderíamos confirmar que geralmente as figuras de mesma medida de área tem os perímetros distintos.

4.2.5 Atividade 5: Adaptação à uma questão proposta por Ferreira (2010)

A próxima atividade integrou também o trabalho de Ferreira (2010), na etapa denominada de "Teste".

Figura 10 - Atividade extraída do trabalho de Ferreira (2010)

ATIVIDADE 6

Os alunos de uma turma de sétimo ano estudavam o conteúdo áreas e perímetros. Veja o que alguns deles afirmaram:

Bruna: Duas figuras de mesma área têm que ter mesmo perímetro.
Daniela: O perímetro da figura aumentou, mas a área não precisa aumentar.
Guilherme: Os retângulos podem ter os perímetros iguais e as áreas diferentes.
Jorge: Se a área do retângulo aumentou, então é claro que o perímetro também aumentou.

O que você acha do que dizem esses alunos: você concorda ou discorda?
Explique porque a cada vez. Você pode usar desenhos nas suas explicações.

Concordo com Bruna ( ) Discordo de Bruna( )

Concordo com Daniela ( ) Discordo de Daniela( )

Concordo com Guilherme ( ) Discordo de Guilherme ( )

Concordo com Jorge ( ) Discordo de Jorge( )

Fonte: Ferreira (2010, p. 119).

A atividade original conta com quatro afirmações que abordam situações de comparação entre áreas e perímetros, com o objetivo de verificar se o aluno dissocia a área do perímetro sem a presença das figuras. O aluno deverá se posicionar se concorda ou discorda de cada afirmação e justificar seu posicionamento.

Na nossa adaptação resolvemos considerar a afirmação de Bruna por completo e parcialmente a afirmação de Guilherme, optando por realizar uma troca de "Os retângulos" por "Duas figuras". No mais, acrescentamos outras quatro afirmações baseadas nos teoremas-em-ação de Baltar (1996) e em algumas relações sobre área e/ou perímetro implicitamente ou explicitamente envolvidas nas questões anteriores. Ou seja, esperemos ter um retorno do que foi demonstrado pelos alunos nas atividades anteriores, incluindo a possibilidade da confirmação de alguns avanços, dificuldades e concepções por parte dos mesmos.

Figura 11 - Atividade 5: Adaptação à uma questão proposta por Ferreira (2010)

ATIVIDADE 5: Adaptação à uma questão proposta por Ferreira (2010)

1) Os alunos de uma turma de nono ano, estudavam o conteúdo áreas e perímetros. Veja o que alguns deles afirmaram:

Jorge: A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície.
Paulo: Dada uma figura plana, qualquer mudança no seu formato altera a sua à área.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Jorge ( ) **Discordo de Jorge** ( )

Concordo com Paulo ( ) **Discordo de Paulo** ( )

Amanda: O perímetro é a medida do contorno da figura.
Carla: Duas figuras podem ter os formatos diferentes e mesmo perímetro.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Amanda ( ) **Discordo de Amanda** ( )

Concordo com Carla ( ) **Discordo de Carla** ( )

Bruna: Duas figuras de mesma área têm que ter mesmo perímetro.
Guilherme: Duas figuras podem ter os perímetros iguais e as áreas diferentes.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Bruna ( ) **Discordo de Bruna** ( )

Concordo com Guilherme ( ) **Discordo de Guilherme** ( )

Fonte: O autor (2017).

A duas primeiras afirmações ditas por Jorge e Paulo estão relacionadas à Área de figuras planas. A afirmação de Jorge representa o teorema-em-ação em que “A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície” (BALTAR, 1996), que pode ser percebido nas atividades que usam a malha quadriculada. Já a afirmação de Paulo, está relacionada com a conservação de área, que pode ser percebida pelo aluno na Atividade 4 (quando construirão figuras planas de formatos distintos e com mesma área) e/ou na Atividade 2 (onde por decomposição e composição das figuras planas podem perceber que a medida de área se conserva). Logo, negar que a medida de área não se conserva com a mudança no formato de uma figura é incorreto. Então, a combinação correta para essas duas afirmações é “Concordo com Jorge” e “Discordo de Paulo”.

A terceira e quarta afirmações estão relacionadas ao Perímetro de figuras planas. A afirmação dita por Amanda é uma forma de conceituar perímetro, onde o mesmo seria a medida do contorno de uma figura, o que é correto. A inclusão dessa forma de conceituar perímetro justifica-se pelo fato de que os alunos podem vir a conceituar tal grandeza de maneira incorreta na Atividade 1, e ao ler essa forma eles podem refletir sobre o que afirmaram inicialmente e achá-la mais correta ou mais completa. A quarta afirmação, dita por Carla, representa a possibilidade de duas figuras de formatos distintos terem o mesmo perímetro, o que seria um fato semelhante a relação área-perímetro construída na Atividade 3, pois como vimos as duas figuras tem mesma área porém os formatos e também o perímetro são distintos. Neste caso, podemos ver a afirmação de Carla como sendo um caso inverso dessa relação, o que também seria válido. Portanto, para essas duas afirmações o correto é “Concordo com Amanda” e “Concordo com Carla”

As duas últimas afirmações envolvem relações entre área e perímetro. A afirmação colocada por Bruna, se assemelha ao teorema-em-ação falso em que “Duas superfícies de mesma área têm o mesmo perímetro” (BALTAR, 1996), logo, a afirmação é incorreta. A outra afirmação dita por Guilherme, em que duas figuras podem ter mesmo perímetro e áreas distintas, podemos ligá-la com a relação área-perímetro construída na Atividade 3 onde as figuras tem mesma área e formatos e perímetro distintos. Logo, da mesma forma como tratamos a afirmação de Carla, podemos ver a afirmação de Guilherme como sendo a inversa dessa relação área-perímetro, o que garante a validade da afirmação. Concluímos então que para as duas ultimas afirmações o correto é “Discordo de Bruna” e “Concordo com Guilherme”.

Por tudo que foi colocado, diremos que o objetivo dessa questão é: Revisar os conhecimentos sobre área e perímetro demonstrados na resolução das atividades anteriores.

Na sequencia nos voltaremos às análises dos dados obtidos com a resolução das atividades e para a discussão dos primeiros resultados.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Dedicaremos esta parte do trabalho para a análise das atividades aplicadas aos alunos de 9° ano do Ensino Fundamental envolvidos na nossa pesquisa. Organizamos esta análise em tópicos de acordo com cada atividade e subtópicos segundo a possibilidade de a atividade ter dois ou mais itens a serem respondidos.

Resolvemos identificar os alunos voluntários que participaram na resolução das atividades pela abreviação ALV., pelo fato de termos que preservar a identidade dos participantes. Assim, os 26 envolvidos serão denominados pela abreviação ALV. junto à um número composto de dois dígitos, por exemplo, o aluno voluntário de número nove será identificado por ALV. 09.

5.1 Análise da atividade 1

Como foi dito na seção anterior, essa atividade é a única que foi elaborada por nós. Acreditamos que as respostas dos alunos aos questionamentos podem indicar algumas concepções desses alunos presentes na conceituação das grandezas área e perímetro.

Na sequência apresentamos a Atividade 1 sem os espaços que reservamos para as respostas dos alunos.

Figura 12 - Atividade 1

ATIVIDADE 1:

1) O que você diria se lhe perguntassem "o que é área?" ?

2) O que você diria se lhe perguntassem "o que é perímetro?" ?

Fonte: O autor (2017).

Como podemos observar tal atividade possui dois itens: um relacionado à concepção que os alunos tem sobre a área, e o outro, relacionado a concepção dos alunos sobre o perímetro. Apresentamos a análise dos dados para esses itens nos subtópicos que seguem:

5.1.1 Análise do item 1 da Atividade 1

Tratando-se do item 1, analisando as respostas dos alunos identificamos quatro categorias de respostas. Vejamos no quadro 7 a frequência das respostas associadas a categoria indicada.

Quadro 7 - Categorias identificadas sobre o conceito de área

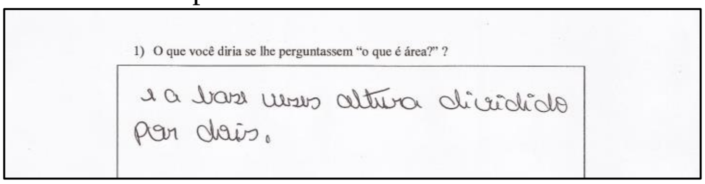
Categorias	Alunos que mobilizaram tal categoria
Associaram o conceito de área à aplicação de fórmulas ou cálculo numérico	01,02,05,06,07,16,20,19,22,24,25,26
Associaram o conceito de área como sendo o espaço ocupado dentro de uma figura	03,06,10,11,12,14,21,23
Associaram o conceito de área como sendo a medida total da figura	15,19
Não desenvolveram argumentos a serem considerados e em branco	04,08,09,13,17,18

Fonte: O autor (2017).

Em relação a primeira categoria "Associaram o conceito de área à aplicação de fórmulas ou cálculo numérico" gostaríamos de destacar o fato de que predominou nos alunos relacionar o conceito de área apenas à uma fórmula, especificamente a fórmula para o cálculo da medida de área de um triângulo, como podemos ver na figura 13 ou de um retângulo, observável na figura 14.

Isso pode indicar a insistência em processos numéricos de cálculo de área através do uso de fórmulas na sala de aula, o que consequentemente acarreta no desenvolvimento de concepções numéricas, como a que os alunos imaginam que área é apenas um número obtido pela aplicação de uma fórmula.

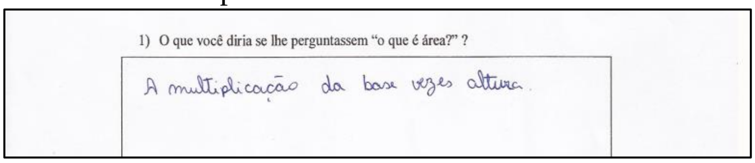
Figura 13 - Exemplo da utilização da fórmula de área de um triângulo pelo ALV. 16 como resposta do ao item 1 da Atividade 1


1) O que você diria se lhe perguntassem "o que é área?" ?

é a base vezes altura dividido por dois.

Fonte: O autor (2017).

Figura 14 - Exemplo da utilização da fórmula de área de um retângulo pelo ALV. 24 como resposta do ao item 1 da Atividade 1

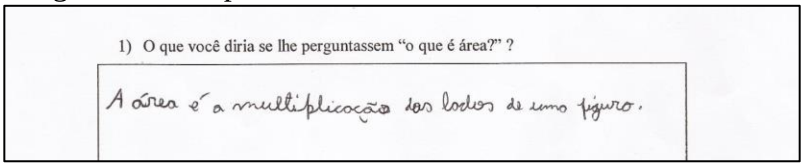

1) O que você diria se lhe perguntassem "o que é área?" ?

A multiplicação da base vezes altura.

Fonte: O autor (2017).

Outro ponto a destacar que os alunos associam a área ao cálculo numérico pela multiplicação dos lados, como podemos observar na figura 15, mas não fica claro se eles fazem referência a multiplicação de todos os lados, ou a multiplicação de dois lados como é comum no cálculo da medida de área do quadrado e do retângulo (“base multiplicado pela altura”, “comprimento multiplicado pela largura”, etc.). De qualquer forma, “multiplicar os lados” é um procedimento relacionado ao quadro numérico, consequentemente essa maneira de conceituar é um indício de uma concepção numérica.

Figura 15 - Resposta do ALV. 05 ao item 1 da Atividade 1


1) O que você diria se lhe perguntassem “o que é área?” ?

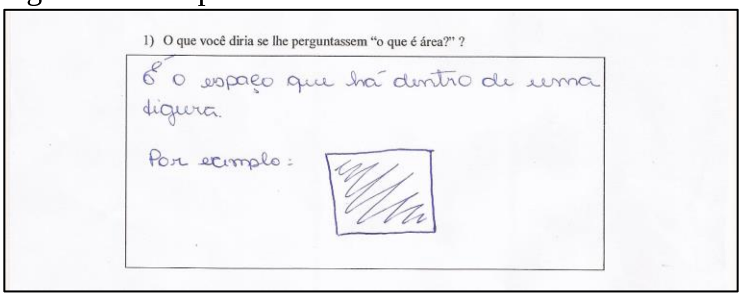
A área é a multiplicação dos lados de uma figura.

Fonte: O autor (2017).

Gostaríamos de destacar ainda que dos 11 alunos contabilizados na primeira categoria tivemos que nove deles referenciaram a fórmula para o cálculo da medida de área de um triângulo como resposta ao questionamento analisado neste item. Imaginamos que eles tenham feito essa associação de área à fórmula “base vezes altura dividido por dois” possivelmente devido o fato de recentemente terem trabalho com algum conteúdo ligado ao assunto “Triângulos”.

Na segunda categoria observada os estudantes associaram o conceito de área como o espaço ocupado dentro de uma figura sem fazer menção que a área é uma medida. De tal forma, podemos dizer que relacionar área ao espaço ocupado implicitamente é uma relação presente no quadro geométrico e, além disso, tal conceituação induz a entendermos que os alunos mobilizaram como ferramenta implícita para a resposta ao questionamento o teorema-em-ação “A área é o espaço ocupado por uma superfície”, de acordo com Baltar (1996). Temos, como exemplo na figura 16, o extrato de um dos alunos que a resposta pertence a segunda categoria.

Figura 16 - Resposta do ALV 21 ao item 1 da Atividade 1


1) O que você diria se lhe perguntassem “o que é área?” ?

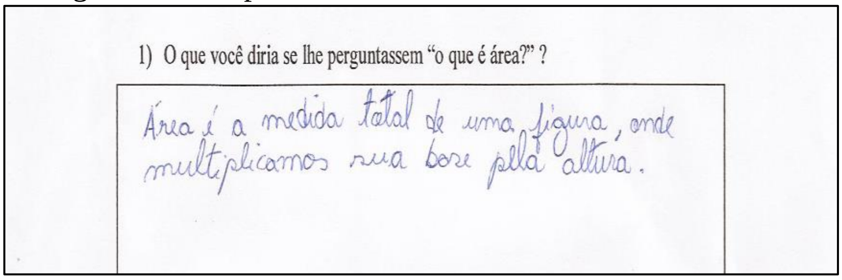
É o espaço que há dentro de uma figura.

Por exemplo:

Fonte: O autor (2017).

Na terceira categoria que é: associaram o conceito de área como a medida total da figura apenas dois alunos (o ALV 15 e o ALV 19) fizeram referencia à área como uma medida. Ambos relacionaram a área como a medida total de uma figura. Um deles, o ALV. 19, ao mesmo tempo relacionou a área à fórmula “base vezes altura” (por isso ele está em duas categorias no quadro 7), o que podemos apontar como uma generalização indevida do uso da fórmula de calcular a medida de área de um retângulo, e pode ser visto também como uma concepção numérica, observável na figura 17.

Figura 17 - Resposta do ALV. 19 ao item 1 da Atividade 1

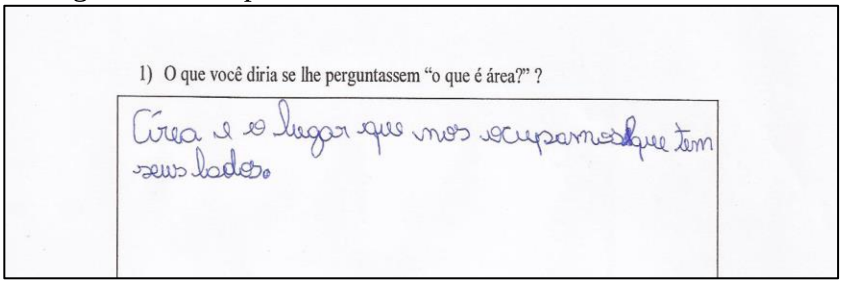

1) O que você diria se lhe perguntassem "o que é área?" ?

Área é a medida total de uma figura, onde multiplicamos sua base pela altura.

Fonte: O autor (2017).

Na quarta e ultima categoria denominada de: não desenvolveram argumentos a serem considerados e em branco, reunimos as respostas que não fizeram sentido com relação ao questionamento proposto. Consideramos inclusos nessa classificação também os alunos que deixaram as questões sem serem respondidas. Pretendemos estender essa classificação para a sequência da nossa análise. A seguir, na figura 18, temos um exemplo de uma resposta que não compreendemos o argumento.

Figura 18 - Resposta do ALV. 04 ao item 1 da Atividade 1


1) O que você diria se lhe perguntassem "o que é área?" ?

Área é o lugar que nos ocupamos que tem seus lados.

Fonte: O autor (2017).

Vale ressaltar que dos seis alunos inclusos nessa classificação nenhum deixou de responder esse primeiro item da atividade 1.

Em síntese, na análise da atividade 1 podemos observar que os alunos insistem em relacionar área às fórmulas, o que é um procedimento visto por nós como uma concepção numérica. Além disso, outros indicaram a área como "a medida total da figura" ou como espaço ocupado por uma figura plana, o que é visto por nós como um caminho mais próximo para a consideração de área como grandeza.

5.1.2 Análise do item 2 da Atividade 1

Em relação à concepção que tem sobre o conceito de perímetro, as respostas se concentram no termo "a soma dos lados de uma figura", justamente um problema comum que já havíamos comentado quando conceituamos perímetro de figuras planas na seção 3.3.

Porém foram detectadas outras formas de conceituar perímetro, que apontam para alguns indícios de concepções numéricas e concepções geométricas. Primeiro, reunimos as considerações dos alunos no quadro 08, separados por categorias.

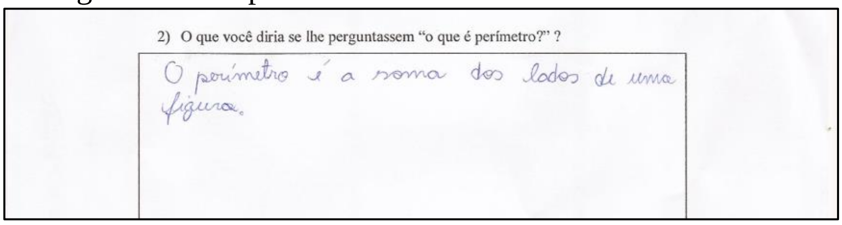
Quadro 8 - Categorias identificadas sobre o conceito de perímetro

Categorias	Alunos que mobilizaram tal categoria
Associaram o conceito de perímetro como a soma dos lados de uma figura	01,02,03,05,06,15,16,19,20,21,22,23,24,25,26.
Associaram o conceito de perímetro à soma dos lados da área	04,10,13,17,18
Associaram o conceito de perímetro à aplicação de fórmulas ou cálculo numérico	08,09,12
Associaram o conceito de perímetro como a medida do contorno da figura	11
Não desenvolveram argumentos a serem considerados e em branco	07,14,23

Fonte: O autor (2017).

Como podemos observar no quadro 08 e como destacamos no início desse subtópico, a maioria dos alunos se posicionou com relação ao conceito de perímetro como a soma dos lados de uma figura como podemos observar no exemplo da figura 19. Acrescentamos que este tipo de concepção minimiza o conceito, mas ainda é difundida no ensino e na aprendizagem do conteúdo de perímetro de figuras planas, como visto na seção 3.3.

Figura 19 - Resposta do ALV 19 ao item 2 da Atividade 1

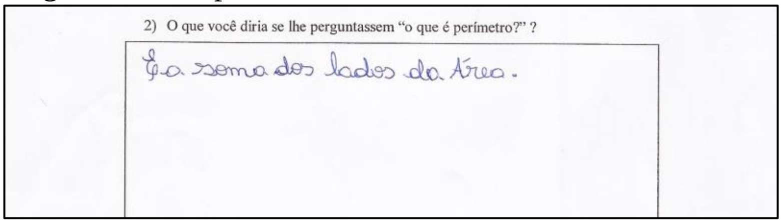


Fonte: O autor (2017).

Como discutíamos na seção 3.3, essa concepção por vezes é utilizada por professores ou até mesmo livros didáticos. Devemos buscar maneiras de contornar essa concepção, como por exemplo, confrontar os alunos sobre como calculariam o perímetro de uma circunferência considerando tal concepção, e fazendo-os entender o perímetro como a medida do contorno de uma figura.

Na segunda categoria identificada, a qual os participantes associaram o conceito de perímetro à soma dos lados da área, tivemos 5 registros. Tal forma de conceituar o Perímetro pode ser indicada como um indício de concepção geométrica já que os alunos confundem ou não dissociam os entes geométricos área e figura. O ALV. 04 é um exemplo para essa categoria, observável na figura 20.

Figura 20 - Resposta do ALV. 04 ao item 2 da Atividade 1

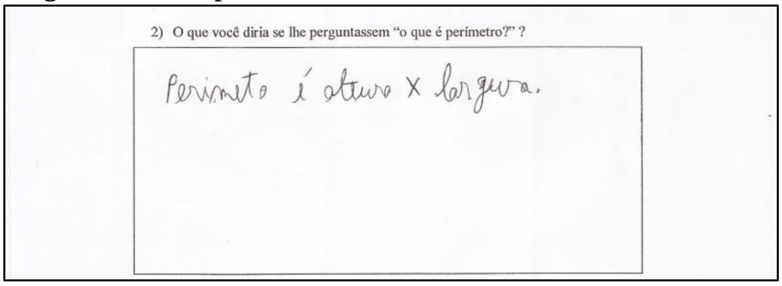

2) O que você diria se lhe perguntassem "o que é perímetro?" ?

É a soma dos lados da área.

Fonte: O autor (2017).

Na terceira categoria considerada: Associar o conceito de perímetro à aplicação de fórmulas ou cálculo numérico, entre os três participantes que apresentaram tal concepção, dois deles relacionaram perímetro ao termo "altura vezes largura", exemplo na figura 21. Tal constatação nos remete a indicar a presença de uma utilização de fórmula em contextos em que ela não se enquadra, dificuldade observada também por Douady e Perrin-Glorian (1988) a qual pontuamos no capítulo 3, e que é vista como uma mobilização de concepção numérica e também faz-nos inferir que estes alunos carregam em si uma confusão entre área e perímetro. Já que eles relacionam uma forma de calcular uma área como uma forma de calcular o perímetro. Este tipo de confusão entre área e perímetro, é uma confusão de elementos do quadro geométrico, logo, pode ser vista também como uma concepção geométrica.

Figura 21 - Resposta do ALV. 09 ao item 2 da Atividade 1

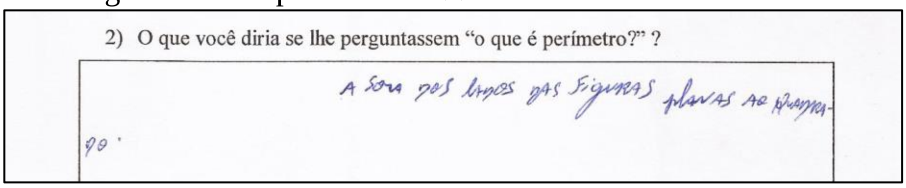

2) O que você diria se lhe perguntassem "o que é perímetro?" ?

Perímetro é altura x largura.

Fonte: O autor (2017).

O terceiro participante envolvido na categoria três conceituou o perímetro como "A soma dos lados das figuras planas ao quadrado.", observamos o extrato na figura 22. Tal conceituação evidentemente se caracteriza como uma utilização de fórmula errônea.

Figura 22 - Resposta do ALV. 12 ao item 2 da Atividade 1


2) O que você diria se lhe perguntassem "o que é perímetro?" ?

A soma dos lados das figuras planas ao quadra-do.

Fonte: O autor (2017).

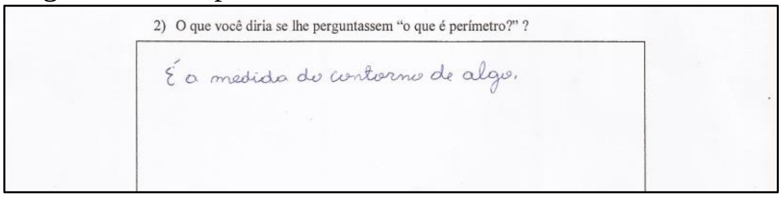
Este tipo de problema foi percebido e amplamente discutido, por exemplo, no trabalho de Teles (2007). Segundo essa autora,

> As concepções numéricas são freqüentemente fortalecidas pela abordagem do tema na escola, que privilegia o aspecto computacional relacionado à aplicação das fórmulas. Desse ponto de vista, a área é um número que se calcula e há pouca ênfase nos aspectos geométricos do conceito. Isso leva, por exemplo, a produzir fórmulas de área errôneas, uma vez que o significado das fórmulas necessita do suporte de conhecimentos geométricos e a atribuir pouca importância às unidades de medida utilizadas. (p. 33)

Ou seja, uma abordagem privilegiada pela utilização de fórmulas sem mesmo entender o significado das mesmas, e sem considerar os aspectos geométricos do conceito de área, por exemplo, além de contribuir para o estabelecimento de concepções numéricas no aluno (como a de associar a área apenas a um número), pode também ter consequência na elaboração de fórmulas errôneas pelos alunos, ou até mesmo numa utilização de fórmulas em contextos em que ela não se enquadra como o aluno destacado na figura 21.

Continuando a análise, observamos que na categoria associar o conceito de perímetro como a medida do contorno da figura apenas um sujeito, o ALV 11, se enquadro nela. Esse aluno conceituou o perímetro como *"...a medida do contorno de algo"* (Figura 23), ou seja, mostrou ser uma conceituação mais próxima daqui adotamos no capítulo da fundamentação teórica e também indica por parte do aluno uma construção significativa do conceito de perímetro.

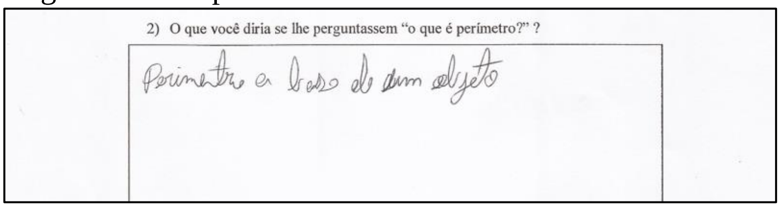
Figura 23 - Resposta do ALV. 11 ao item 2 da Atividade 1



Fonte: O autor (2017).

Na quarta categoria identificada: não desenvolveram argumentos a serem considerados, contabilizamos três alunos nesta categoria. O ALV. 07, por exemplo, conceituou perímetro como ... *a base de um objeto*, ver figura 24, tal conceituação não condiz com objeto abordado.

Figura 24 - Resposta do ALV. 07 ao item 2 da Atividade 1



Fonte: O autor (2017).

Vale ressaltar que dos três alunos inclusos nessa classificação nenhum deixou sem resposta esse segundo item da Atividade 1.

Em suma, observamos uma predominância dos alunos em conceituar perímetro como a soma dos lados da figura, onde ligamos tal fato ao processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de perímetro de figuras planas viabilizados pelos professores ou pelos livros didáticos.

Percebemos um indício de concepção geométrica presente na confusão entre os entes geométricos área e figura quando os participantes associam o perímetro à "soma dos lados da área". Destacamos que apenas um aluno relacionou perímetro à medida do contorno de algo, demonstrando assim uma proximidade com a forma como concebemos perímetro na seção 3.3 e também uma construção significativa do conceito de perímetro por parte do aluno.

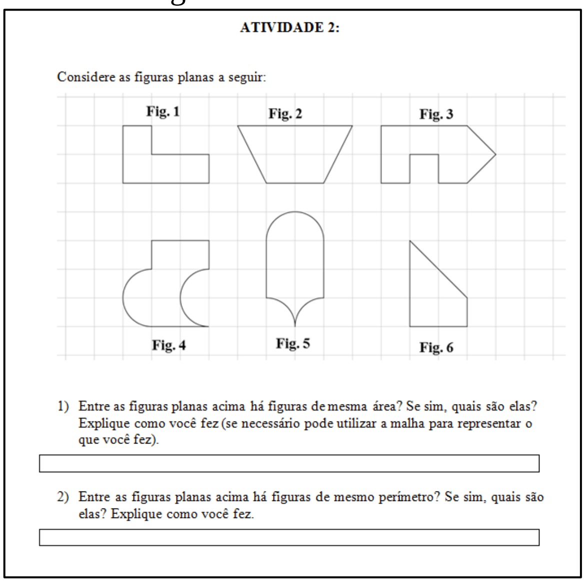
Verificamos a seguir a análise da segunda atividade aplicada aos alunos.

5.2 Análise da atividade 2

A nossa proposta para a Atividade 2 partiu da consideração de uma atividade presente no trabalho de Ferreira (2010), onde fizemos algumas adaptações. É uma atividade se enquadra na classificação de "situações de comparação" e trabalha com figuras poligonais e não poligonais sob a malha quadriculada, sem a explicitação de uma medida para cada quadradinho da malha.

Segue a Atividade 2:

Figura 25 - Atividade 2



ATIVIDADE 2:

Considere as figuras planas a seguir:

Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

Fig. 4 Fig. 5 Fig. 6

1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

2) Entre as figuras planas acima há figuras de mesmo perímetro? Se sim, quais são elas? Explique como você fez.

Fonte: O autor (2017).

Tal atividade tem dois itens a serem respondidos: um envolve a comparação de áreas entre as figuras planas dadas e o outro trata da comparação de perímetros. Trazemos as análises destes itens em conjunto, atentando para os procedimentos de resolução utilizados e as respostas dadas.

5.2.1 Análise da Atividade 2 em relação aos procedimentos de resolução utilizados pelos participantes

O quadro 9 resume os procedimentos utilizados pelos alunos na resolução da Atividade 2:

Quadro 9 - Procedimentos de resolução utilizados pelos alunos

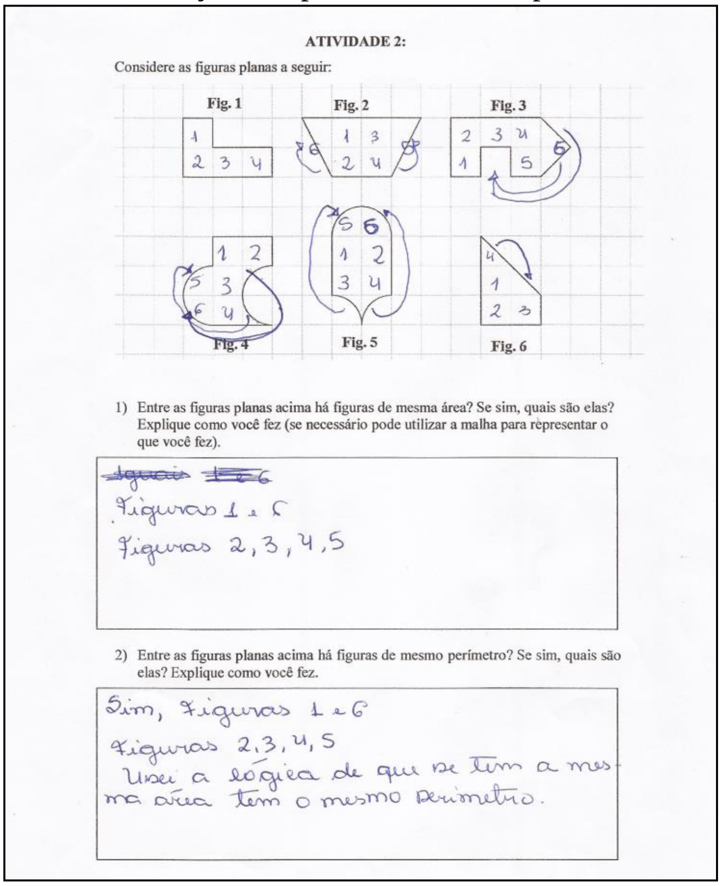
Procedimentos	Alunos que mobilizaram tal procedimento
Contagem de quadradinhos	01, 02,04,07,09,10,11,14,16,18,19,20,21,22,24,26
Decomposição e composição das figuras	04,07,10,11,13,15,16,19,21,24,26
Aspecto visual	22,23
Não desenvolveram argumentos a serem considerados e/ou em branco	03,05,06,08,12,17,25

Fonte: O autor (2017).

Como podemos observar alguns alunos mobilizaram mais que um procedimento de resolução (os ALV.'s 04, 11, 16, 19, 21, 22, 24, 26), no entanto, tiveram outros alunos que até mesmo responderam um ou os dois itens da atividade, mas não deixaram claro a que procedimento recorreram. Foram eles, os ALV.'s 03, 05, 06, 08, 12, 17, 25. Estes integram a classificação "Não desenvolveram argumentos a serem considerados e/ou em branco".

O procedimento mais utilizado pelos participantes foi a "contagem de quadradinhos". É um procedimento eficaz, porém através da utilização do mesmo, percebemos a mobilização implícita de um teorema-em-ação falso em que "duas superfícies que têm mesma área, têm mesmo perímetro", segundo Baltar (1996), pelo fato de que os alunos apontam como equivalentes as mesmas figuras tanto na comparação das áreas como dos perímetros. O ALV. 21 é um exemplo:

Figura 26 - Resolução completa do ALV. 21 para a Atividade 2



ATIVIDADE 2:

Considere as figuras planas a seguir:

1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

~~Iguais 1 e 6~~
Figuras 1 e 6
Figuras 2, 3, 4, 5

2) Entre as figuras planas acima há figuras de mesmo perímetro? Se sim, quais são elas? Explique como você fez.

Sim, Figuras 1 e 6
Figuras 2, 3, 4, 5
Usei a lógica de que se tem a mesma área tem o mesmo perímetro.

Fonte: O autor (2017).

Além do aluno anteriormente citado, os ALV. 01, ALV. 04, ALV. 13, ALV. 18 e ALV. 19 demonstraram o mesmo problema envolvendo área e perímetro, por achar que tendo mesma área as figuras devem ter o mesmo perímetro. Para Ferreira (2010) essa seria uma dificuldade do ponto de vista variacional[14], pois para os alunos área e perímetro variam no mesmo sentido, o que pode ser visto também como uma concepção geométrica.

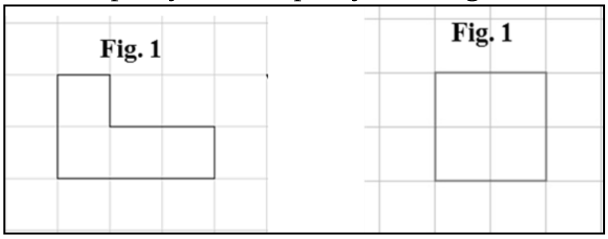
Percebemos dentre estes alunos outra situação: a crença de que a medida do perímetro é conservada através da decomposição e composição. Os participantes ALV. 04, ALV.13 e ALV. 19 utilizaram o procedimento de decomposição e composição de figuras para auxiliá-los na resolução da atividade, sendo que pelas justificativas percebemos que ao representar novas figuras para a comparação das áreas, estes consideraram tais figuras também na comparação dos perímetros, porém como sabemos através do teorema-em-ação considerado por Baltar (1996) "T3': O "recorte–colagem"

[14] Segundo Ferreira (2010) o ponto de vista variacional seria aquele em que "área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, onde superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e vice versa." (p. 16)

conserva a área (verdadeiro).", a área se conserva por decomposição e composição, no entanto o perímetro não.

A figura 1 dessa atividade pode nos servir de exemplo: considerando cada lado de 1 cm, temos um perímetro de 10 cm, porem se por deslocamento formamos um quadrado, tal quadrado terá 8 cm de perímetro, o que pode ser visto na figura 27. Logo, decompor uma figura e compor uma nova através dela não conserva o perímetro.

Figura 27 - Decomposição e composição na Figura 1 da Atividade 2

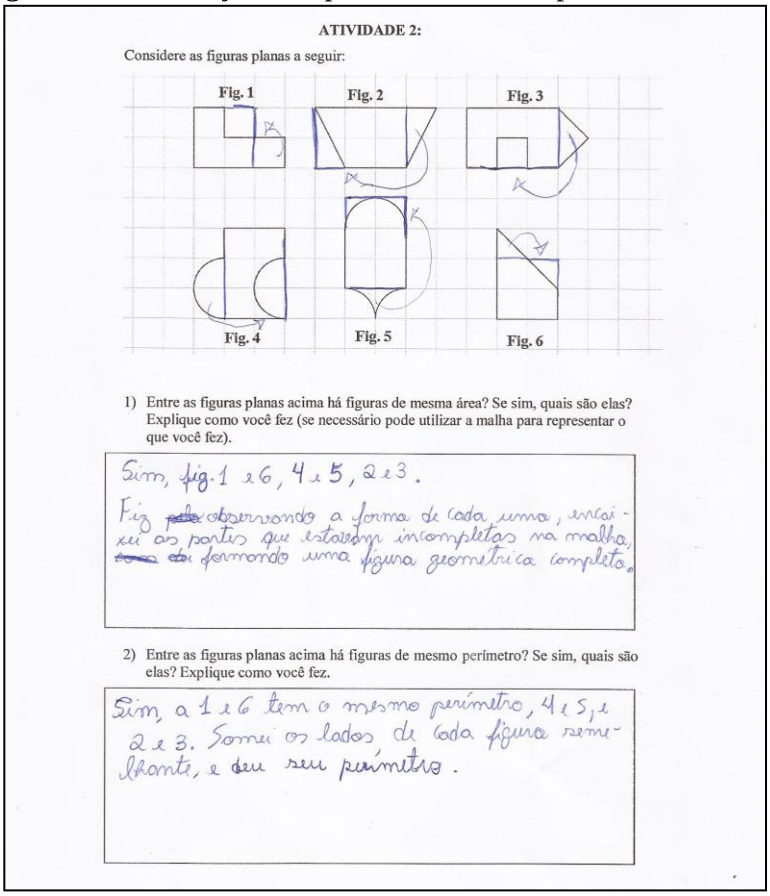


Fonte: O autor (2017).

Continuando sobre o procedimento de decomposição e composição de figuras planas, 11 alunos o mobilizaram. Tal procedimento é muito pertinente para ajudar na comparação de áreas já que a decomposição e composição conserva a área, no entanto o mesmo não se aplica ao perímetro, pois como discutíamos anteriormente, o perímetro não se conserva com a utilização desse processo, o que conduziu alguns alunos a equívocos.

O ALV. 19 é um exemplo, ele afirmar em sua justificativa que *"...encaixei as partes que estavam incompletas na malha, formando uma figura geométrica completa."*, podendo conferir em detalhes na figura 28 a resposta do aluno, isso indica que a utilização do procedimento de decomposição e composição o levou a comparar de maneira assertiva (apesar de comparar em pares, e não indicar que as figuras 2,3,4 e 5 tem mesma área) as áreas das figuras dadas, porém ele considerou as mesmas figuras obtidas para comparar os perímetros, o que não seria o adequado a se fazer.

Figura 28 - Resolução completa do ALV. 19 para a Atividade 2


ATIVIDADE 2:

Considere as figuras planas a seguir:

1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

Sim, fig. 1 e 6, 4 e 5, 2 e 3.
Fiz ~~pelo~~ observando a forma de cada uma, encaixei as partes que estavam incompletas na malha, ~~como~~ ~~de~~ formando uma figura geometrica completa.

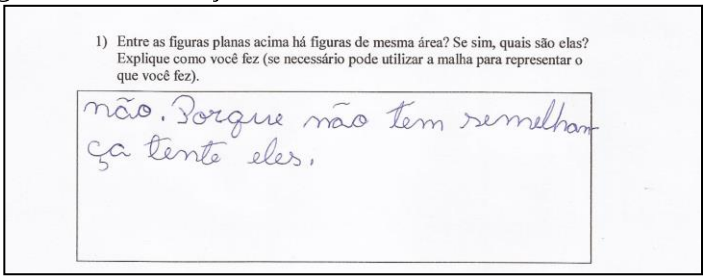
2) Entre as figuras planas acima há figuras de mesmo perímetro? Se sim, quais são elas? Explique como você fez.

Sim, a 1 e 6 tem o mesmo perímetro, 4 e 5, e 2 e 3. Somei os lados de cada figura semelhante, e deu seu perímetro.

Fonte: O autor (2017).

Por outro lado, alguns alunos recorreram ao aspecto visual das figuras planas para resolver a atividade. No entanto, esse não é um procedimento recomendado, pois em muitos casos pode conduzi-los ao erro. Foi o caso de um dos dois participantes que mobilizaram tal procedimento, o ALV. 23. Ele comparou as figuras pelas semelhanças visuais, afirmando que *"... não tem semelhança tente [entre] eles."*, como podemos ver na figura 29.

Figura 29 - Resolução do ALV. 23 ao item 1 da Atividade 2


1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

não. Porque não tem semelhança tente eles.

Fonte: O autor (2017).

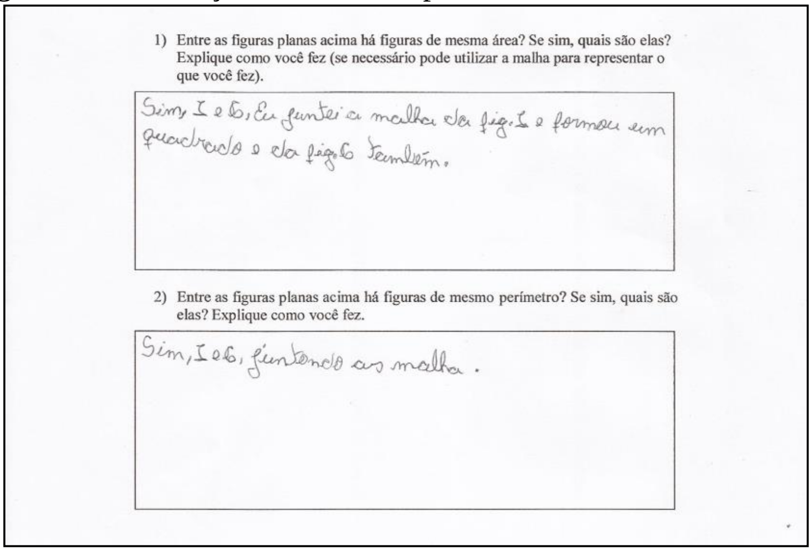
Esse tipo de comparação pelo aspecto visual foi percebida também nas situações de comparação de perímetro no trabalho de Teixeira (2004), no qual como destacamos no capítulo 2 foi observado que os alunos recorreram a estratégia de comparar as figuras pelas formas e não por seus comprimentos, o que é visto pelo autor como uma concepção situada no quadro geométrico. Da mesma forma nossos participantes mobilizam essa concepção geométrica, já que consideram o formato da figura como único elemento para realizar a comparação de perímetros, consequentemente, têm uma concepção de que figuras de formatos diferentes tem que ter áreas diferentes.

Em suma, analisando os procedimentos utilizados pelos participantes, observamos a predominância de concepções ligadas ao quadro geométrico, onde os alunos acreditam que tendo mesma área as figuras devem ter o mesmo perímetro, ou também que "a medida do perímetro é conservada através da decomposição e composição", ou ainda, "figuras de formatos diferentes tem que ter áreas diferentes."

5.2.2 Análise das respostas dos alunos para a Atividade 2

O primeiro fato que queremos destacar é o não esgotamento das possibilidades de respostas: a maioria dos alunos se concentraram em evidenciar apenas um par de figuras planas com mesma área ou mesmo perímetro. Do total de participantes 15 (os ALV.'s 02, 03, 06, 07, 08, 09, 12, 13, 14, 15, 17, 20, 22, 25, 26) que demonstraram esse problema, sete alunos apontaram apenas as figuras 1 e 6 como de mesma área, talvez pela facilidade em decompô-las e compô-las em um quadrado, como mostra o extrato de um aluno na figura 30, ou também pela possibilidade de contar os quadradinhos, observável na figura 31.

Figura 30 - Resolução do ALV. 13 para os dois itens da Atividade 2



1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

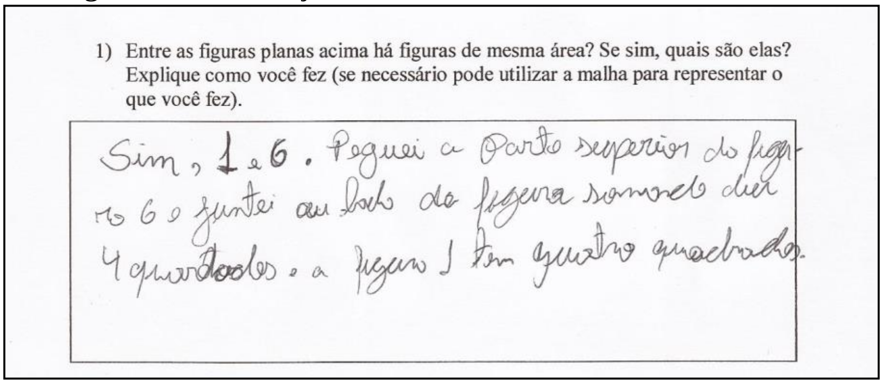
Sim, I e 6, Eu juntei a malha da fig. I e formou um quadrado e da fig. 6 tambem.

2) Entre as figuras planas acima há figuras de mesmo perímetro? Se sim, quais são elas? Explique como você fez.

Sim, I e 6, juntando as malha.

Fonte: O autor (2017).

Figura 31 - Resolução do ALV. 07 ao item 1 da Atividade 2



1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

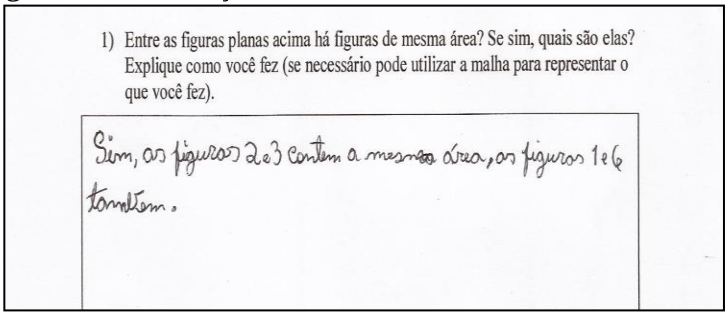
Sim, 1 e 6. Peguei a Parte superior da figu-
ra 6 e juntei ao lado da figura somando dai
4 quadrados. a figura 1 tem quatro quadrados.

Fonte: O autor (2017).

Outro fato o qual associamos esse problema é a resistência em comparar as figuras não poligonais, supomos que estas não são muito abordadas nos livros didáticos e nem nas situações propostas em sala de aula, baseamos tal suposição em uma das conclusões dos estudos realizados por Ferreira (2010), onde no capítulo 2 falávamos que a análise da abordagem dos conceitos de área e perímetro em duas coleções de livros didáticos revelou que nas coleções são enfatizadas as situações de medição e as figuras, em sua maioria, são poligonais. No entanto, a confirmação para tal suposição pode ser realizada por meio de outra pesquisa.

Percebemos ainda, que com a presença dessas figuras diferenciadas os alunos não consideraram as figuras 4 e 5 (que são compostas por segmentos de retas e arcos ou semicírculos) nas comparações apontando apenas as figuras poligonais. O ALV. 05, por exemplo, não se posicionou com relação as figuras 4 e 5, como podemos observar na Figura 32.

Figura 32 - Resolução do ALV. 05 ao item 1 da Atividade 2



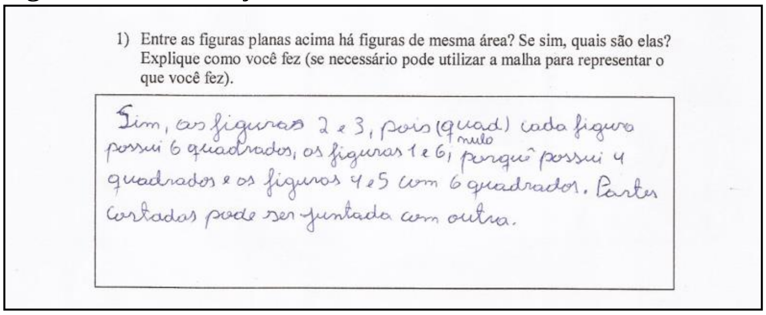
1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

Sim, as figuras 2 e 3 contem a mesma área, as figuras 1 e 6
também.

Fonte: O autor (2017).

Por outro lado, a quantidade de participantes que consideraram todas as figuras nas comparações de área (item 1) foi de quatro alunos (ALV. 11, ALV. 19, ALV. 21, ALV. 24). As comparações foram feitas de maneira correta por estes alunos, apesar de que os ALV. 11 e ALV. 19 compararam por pares (1 e 6 mesma área, 2 e 3 mesma área e 4 e 5 mesma área, observável na figura 33) não deixando explícito que as figuras 2,3,4 e 5 tem mesma área, como fizeram os outros dois participantes (ALV. 21 e ALV. 24).

Figura 33 - Resolução do ALV. 11 ao item 1 da Atividade 2


1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

Sim, as figuras 2 e 3, pois (quad) cada figura possui 6 quadrados, as figuras 1 e 6, porquê possui 4 quadrados e as figuras 4 e 5 com 6 quadrados. Partes cortadas pode ser juntada com outra.

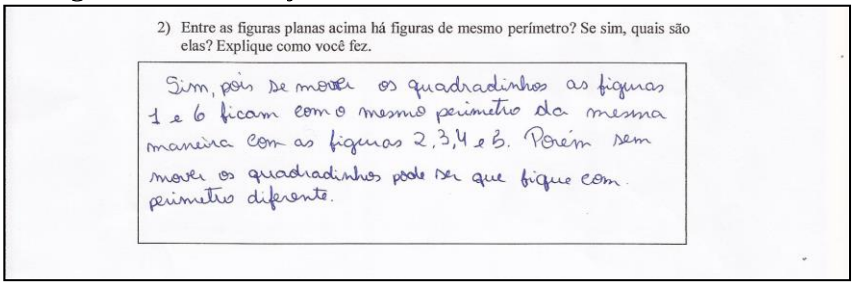
Fonte: O autor (2017).

Com relação a comparação de perímetro (item 2), gostaríamos de destacar algumas respostas dos alunos:

- O ALV. 02 e o ALV. 06 indicaram que não haviam figuras de mesmo perímetro, o que seria o correto, no entanto justificaram tal posicionamento devido as figuras segundo eles possuírem “tamanhos diferentes”, ou seja, de tal forma eles tem uma concepção de que superfícies diferentes tem perímetro diferentes, o que não é válido geralmente.
- O ALV. 16 afirma que as figuras não tem perímetro igual devido o fato de algumas não serem poligonais, mostrando uma não familiaridade com a comparação de figuras não poligonais. Em suas palavras o participante diz *“não, pois as figuras não são de lados iguais, são oval”*.
- O ALV. 24 demonstrou na sua resposta um indício de uma construção significativa com relação a não conservação do perímetro através da decomposição e composição das figuras, pois ele incluiu na sua justificativa a possibilidade de que sem decompor as figuras e compô-las em outras os perímetros são distintos. O mesmo afirma que caso sejam movidos os quadradinhos as figuras 1 e 6 terão mesmo perímetro, assim como as figuras 2, 3, 4 e 5 (o que é um equivoco pois como vimos o perímetro não se conserva nesse tipo de procedimento), no entanto, inclui que sem movê-los o perímetro pode ser diferente, o que seria o correto. Observe o registro na figura 34.
- Os demais apontaram um, dois, ou ate mesmo três pares de figuras como de mesmo perímetro, influenciados principalmente pela concepção de

que “figuras de mesma área devem ter o mesmo perímetro”, como discutíamos anteriormente.

Figura 34 - Resolução do ALV. 24 ao item 2 da Atividade 2


2) Entre as figuras planas acima há figuras de mesmo perímetro? Se sim, quais são elas? Explique como você fez.

Sim, pois se mover os quadradinhos as figuras 1 e 6 ficam com o mesmo perímetro da mesma maneira com as figuras 2,3,4 e 5. Porém sem mover os quadradinhos pode ser que fique com perímetro diferente.

Fonte: O autor (2017).

Em síntese, vimos que as maiores partes dos alunos concentraram-se em evidenciar apenas um par de figuras planas com mesma área ou mesmo perímetro, se concentrando nas figuras as quais seriam mais fácies de proceder na decomposição e composição. Percebemos também uma resistência em comparar as figuras não poligonais, e associamos tal fato ao possível obstáculo de que tais figuras não serem muito abordadas nos livros didáticos e nem nas situações propostas em sala de aula.

Na comparação de áreas, alguns alunos chegaram ao resultado esperado, mas, por outro lado na comparação de perímetro vimos que influenciados pela concepção de que “figuras de mesma área tem que ter mesmo perímetro” os alunos apontaram alguns pares de figuras com mesmo perímetro, o que não seria o correto a se fazer.

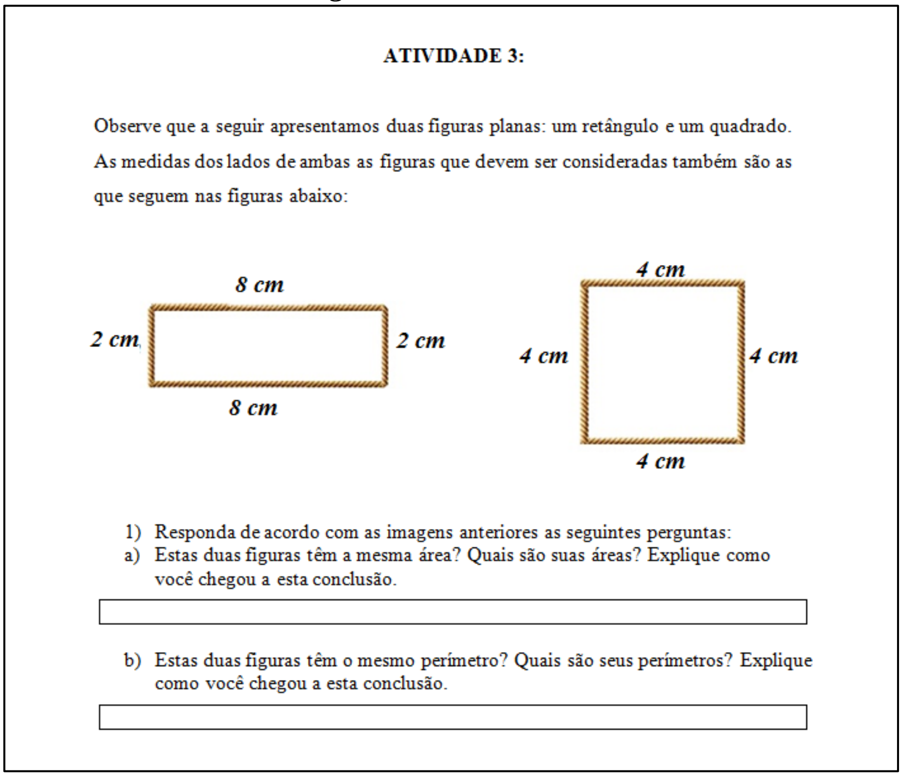
Seguiremos agora para as análises relacionadas a atividade 3.

5.3 Análise da Atividade 3

Consideramos para a elaboração desta atividade uma questão do trabalho de Henriques (2011) que inclui-se na classificação de Baltar (1996) como uma “situação de medida”.

Diferente da questão que tomamos por base, escolhemos por fixar a medida de área das duas figuras, ou seja, as duas figuras tem a mesma medida de área, para assim causar um desconforto nos alunos ao perceberem que as medidas dos perímetros são distintas, o que pode conduzi-los na compreensão da relação área-perímetro em que “nem sempre figuras com mesma área possuem mesmo perímetro” (ou vice-versa). A Atividade 3 ficou da seguinte forma:

Figura 35 - Atividade 3



ATIVIDADE 3:

Observe que a seguir apresentamos duas figuras planas: um retângulo e um quadrado. As medidas dos lados de ambas as figuras que devem ser consideradas também são as que seguem nas figuras abaixo:

1) Responda de acordo com as imagens anteriores as seguintes perguntas:
a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas? Explique como você chegou a esta conclusão.

b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros? Explique como você chegou a esta conclusão.

Fonte: O autor (2017).

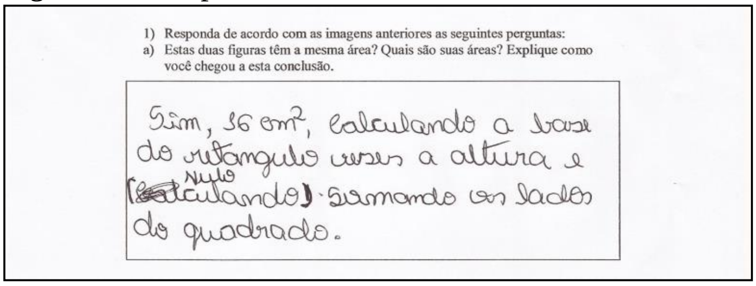
Observando a figura 35, pretendemos analisar os dois itens (a e b) da questão nos dois subtópicos que seguem.

5.3.1 Análise do item a da Atividade 3

Como destacamos no subtópico 4.2.3, no item a) são considerados três pontos que compõem a sua resposta: a possibilidade das figuras possuírem ou não mesma área; a indicação da medida de área para ambas as figuras consideradas; a justificativa dos alunos.

Considerando esses três pontos, percebemos que a maior parte dos alunos identificaram que as figuras tinham a mesma medida de área, foram 23 participantes no total, as exceções ficaram por conta dos ALV.'s 08, 13 e 18. Desse total, seis alunos (os ALV.'s 01, 05, 11, 16, 19, 21) indicaram corretamente a medida de área das figuras, neste caso 16 cm^2, bem como realizaram justificativas que julgamos como válidas, com uma exceção à parte da resposta do ALV. 16, que em sua justificativa inclui que encontrou a área do quadrado "somando os lados", como podemos observar na figura 36. É claro que coincidentemente a soma dos lados funcionou para encontrar a medida de área para o quadrado da atividade, mas basta tomarmos um quadrado de lado 2 cm que perceberemos que tal concepção não pode ser generalizada.

Figura 36 - Resposta do ALV. 16 ao item a da Atividade 3

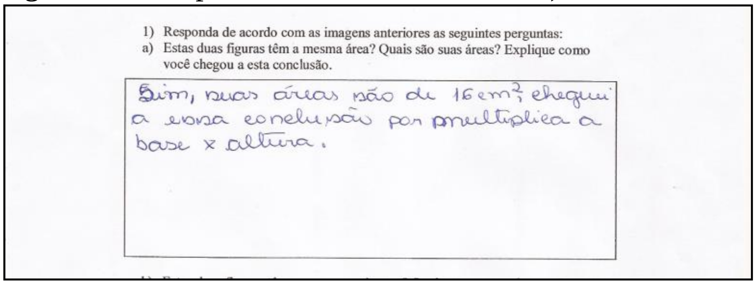

1) Responda de acordo com as imagens anteriores as seguintes perguntas:
a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas? Explique como você chegou a esta conclusão.

Sim, 16 cm², calculando a base do retangulo vezes a altura e
nulo
(~~calculando~~) somando os lados do quadrado.

Fonte: O autor (2017)

As justificativas dos demais participantes se concentraram na expressão “base vezes altura” tanto para a área do quadrado como para a área do retângulo. Vejamos um exemplo de tal posicionamento na figura a seguir:

Figura 37 - Resposta do ALV. 21 ao item a) da Atividade 3

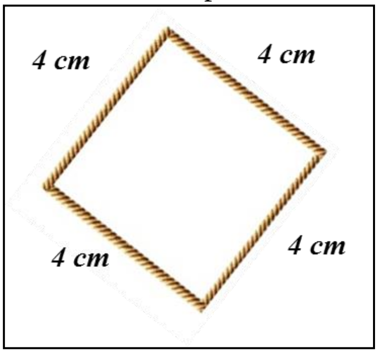

1) Responda de acordo com as imagens anteriores as seguintes perguntas:
a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas? Explique como você chegou a esta conclusão.

Sim, suas áreas são de 16 cm², cheguei a essa conclusão por multiplica a base x altura.

Fonte: O autor (2017)

Não descartamos a possibilidade dessa forma de conceber a medida de área como “base vezes altura” como geradora de dificuldades posteriores no aluno, pois, por exemplo, se tomássemos o quadrado da questão em uma posição como a da figura a seguir (Figura 38), será que os alunos poderiam identificar qual é a base e qual é a altura?

Figura 38 - Quadrado da Atividade 3 representada em uma posição diferente



Fonte: O autor (2017)

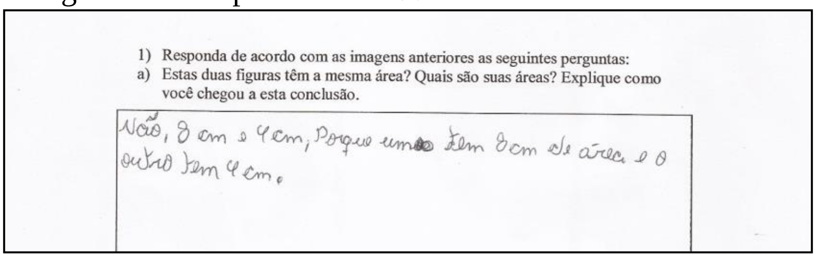
Para o caso específico do quadrado podemos trabalhar formas deles construírem a noção de cálculo da medida da área como “a multiplicação de dois de seus lados”, já que são os quatros iguais. Já para o retângulo, podemos pensar de maneira semelhante como sendo “a multiplicação de dois de seus lados, desde que estes não sejam os que são paralelos entre si”, por exemplo.

Queremos destacar ainda que dos 23 participantes que confirmaram a igualdade nas medidas de área das figuras da atividade, sete alunos apresentaram justificativas consideráveis (os ALV.’s 03, 06, 07, 12, 22, 24, 26), no entanto não expressaram corretamente a medida de área. Outros sete alunos não desenvolveram uma justificativa considerável (os ALV.’s 08, 09, 10, 14, 15, 20), dois responderam apenas *“sim”* (o ALV. 04 e o ALV. 07) e um não justificou (o ALV. 02), apenas colocou que *“Sim, 16 cm.”*.

Os sete participantes que não expressaram corretamente a medida de área fazem parte de um grupo de 13 alunos que na representação da medida de área das figuras utilizaram uma unidade de medida inadequada ou mesmo não utilizaram unidade de medida alguma. Para o caso da utilização de unidade de medida inadequada tivemos oito alunos (os ALV.’s 02, 03, 06, 08, 12, 22, 24, 25) que indicaram o centímetro (cm) para representar a unidade de medida de área, ao invés de centímetro ao quadrado (cm^2). Os outros cinco alunos (os ALV.’s 07, 14, 18, 23, 26) não utilizaram de unidade de medida, o que nos revela uma atenção maior dos alunos ao cálculo numérico e à obter apenas um número como representação da medida de área, o que é um indício de concepção numérica. E ainda, seis alunos (os ALV.’s 04, 09, 10, 15, 17, 20) acabaram não expressando a medida de área. Completando os 26 participantes temos os seis alunos que destacamos inicialmente, aqueles que indicaram corretamente a medida de área.

Por outro lado, tivemos o registro de dois alunos que opinaram contrariamente ao fato das figuras terem mesma área, porem suas justificativas não ficaram condizentes com tal afirmação. O ALV. 18 respondeu apenas *“não, 4. 4 = 16”*, e o ALV. 13 demonstrou desconhecimento do cálculo de área ao relacionar as medidas dos lados como as medidas das áreas, como podemos ver na figura a seguir:

Figura 39 - Resposta do ALV. 13 ao item a da Atividade 3



1) Responda de acordo com as imagens anteriores as seguintes perguntas:
a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas? Explique como você chegou a esta conclusão.

Não, 8 cm e 4 cm, Porque uma tem 8 cm de área e o outro tem 4 cm.

Fonte: O autor (2017)

E ainda tivemos um caso em particular que foi o ALV. 08, ele não opinou com relação ao fato das figuras terem mesma medida de área e mesmo assim escreveu uma justificativa muito confusa.

Resumindo, vimos que seis alunos optaram pela alternativa correta, além de apresentarem uma justificativa adequada, indicando corretamente a medida de área das figuras e concentrando tal justificativa na expressão “base vezes altura”, que condiz com os objetos estudados nessa atividade, porém incluímos a possibilidade de essa noção ser geradora de outros problemas posteriores como discutíamos. Ainda sim, percebemos dois outros problemas: o uso de unidade de medida inadequada e a não utilização de unidade de medida. Dos 13 alunos, oito utilizaram o centímetro (cm) como unidade de medida de área e os cinco restantes não utilizaram unidade de medida, revelando um foco do aluno no cálculo numérico e na obtenção de apenas um número como representação da medida de área, o que é um indício de concepção numérica.

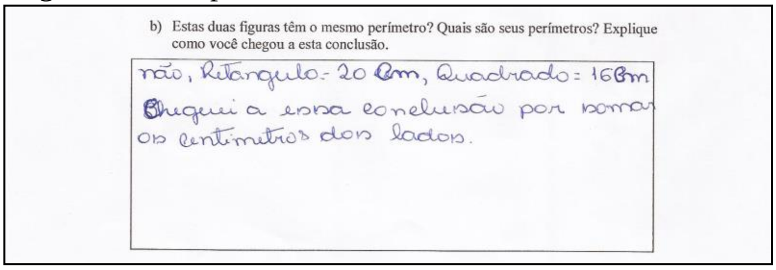
5.3.2 Análise do item b da Atividade 3

Como definimos no subtópico 4.2.3 no item b) consideraremos, da mesma forma que para o item a), três pontos que compõem a resposta desse item: a possibilidade das figuras possuírem ou não mesmo perímetro; a indicação da medida de perímetro para ambas as figuras consideradas; e as justificativas dos alunos.

Observamos seis participantes que chegaram a uma resposta mais completa dentro do pré-requisito de envolver os três pontos citados anteriormente, foram os ALV.’s 01, 11, 16, 19, 21, 24. Esses alunos perceberam que as figuras tinham as medidas de perímetro distintas, indicando uma com 16 cm e outra com 20 cm e justificando tal resultado pelo fato de associarem perímetro a “soma dos lados”. Já discutimos alguns problemas dessa maneira de conceber o perímetro, mesmo assim tomamos com válidas as justificativas feitas pelos alunos que envolveram essa concepção, pois fica evidente que mesmo que não falem em medidas, esses alunos fazem as somas corretas e consideram a unidade de medida.

Ainda sim, gostaríamos de destacar a resposta do ALV. 21 que apresentou um elemento distinto dos demais que falaram apenas na soma dos lados. O fato é que em um momento da sua justificativa o aluno diz ter somado os *“centímetros dos lados”*. Em nossa visão, tal situação pode indicar que o aluno está começando a compreender o perímetro como a soma das medidas dos lados, o que é o mais correto. Observe tal registro na figura 40.

Figura 40 - Resposta do ALV. 21 ao item b da Atividade 3


b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros? Explique como você chegou a esta conclusão.

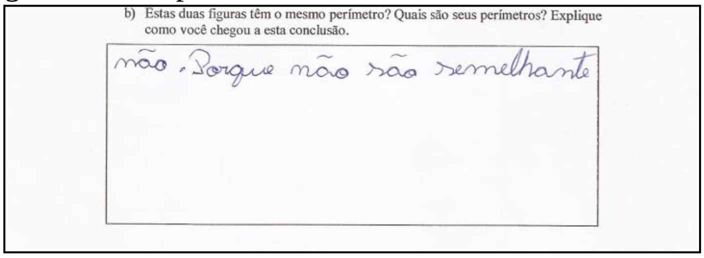
não, Retângulo: 20 Cm, Quadrado: 16Cm
Cheguei a essa conclusão por somar os centímetros dos lados.

Fonte: O autor (2017).

Identificamos mais nove alunos que reconheceram a diferenciação entre as medidas de perímetro, no entanto não tiveram o mesmo sucesso que os anteriores devido a não terem construído justificativas válidas, ou não apresentarem a medida de perímetro solicitada pela questão, ou mesmo omitirem a unidade de medida de perímetro.

Destes nove alunos, três (o ALV. 15, o ALV. 23 e o ALV. 25) não apresentaram justificativas consideráveis, com destaque para a justificativa do ALV. 23 que afirma que as figuras não possuem mesmo perímetro porque não são semelhantes (Figura 41). De tal forma o aluno considera o formato das figuras em detrimento da possibilidade de calcular o perímetro das mesmas, logo, ele considera apenas o aspecto visual e geométrico das figuras na comparação, e isso pode ser considerado uma concepção geométrica.

Figura 41 - Resposta do ALV. 23 ao item b da Atividade 3


b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros? Explique como você chegou a esta conclusão.

não. Porque não são semelhante

Fonte: O autor (2017).

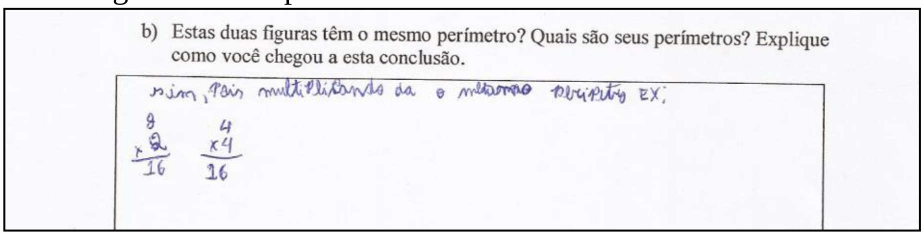
Outros três alunos (o ALV. 04, o ALV. 06 e o ALV. 17) não apresentaram as medidas de perímetro para as figuras como solicitado na questão. E dois participantes (o ALV. 02 e o ALV. 22) não indicaram a unidade de medida de perímetro, o centímetro, ou seja, representaram a medida de perímetro apenas com um valor numérico, caso semelhante ao que observamos no item anterior, o que mostra a insistência dos alunos nos procedimentos numéricos de cálculo sem se preocupar com a unidade de medida, o que leva-os a representarem a medida de perímetro apenas por um número, podendo ser considerada uma concepção numérica.

Fechando os nove que não demonstram justificativas consideráveis, temos o ALV. 13. O problema é o mesmo que pontuamos para o item anterior, esse aluno tomou as medidas dos lados 2 cm (do quadrado) e 4 cm (do retângulo) como as medidas dos perímetros. É bem distinta a resposta do aluno e não conseguimos inferir alguma coisa que tenha influência sobre ela.

Em contrapartida, se tratando dos que se opuseram ao fato das medidas dos perímetros das figuras serem distintas, constatamos oito alunos com este posicionamento (os ALV.'s 05, 07, 09, 10, 14, 18, 20, 26). Dentre esses oito alunos, três participantes justificaram seu posicionamento utilizando a multiplicação de dois lados como forma de calcular o perímetro das figuras. O ALV. 14 representa as multiplicações "8 x 2" e "4 x 4" na sua justificativa; enquanto o ALV. 26 diz apenas que multiplicando 2 e 8 encontra o perímetro; já o ALV. 10 fala que *"multiplicando dá o mesmo peripetro [perímetro]"* e representa os cálculos (Figura 42).

Claramente eles confundem uma forma de calcular área como sendo uma forma de calcular perímetro, temos assim dois problemas, um é conceitual, já que nem ao menos eles reconhecem o perímetro como "a soma dos lados" assim como a maioria, e o outro é uma dificuldade de não dissociação entre área e perímetro, pois eles não diferenciam a forma de calcular área da forma de calcular o perímetro. Logo, essa não dissociação nos procedimentos de cálculo em relação a área e ao perímetro é uma concepção numérica.

Figura 42 - Resposta do ALV. 10 ao item b da Atividade 3


b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros? Explique como você chegou a esta conclusão.

sim, Pois multiplicando da o mesmo peripetro EX:

8 x 2 = 16   4 x 4 = 16

Fonte: O autor (2017).

Ainda sobre os que opinaram contra a diferenciação dos perímetros das figuras em questão temos o caso dos ALV. 05, ALV. 07, ALV.09 e ALV. 20, que mesmo justificando o perímetro ser a soma dos lados, afirmaram ainda que as figuras tinham mesmo perímetro. O ALV. 09 até representou a medida de perímetro como sendo "16", apenas o número sem se preocupar com a unidade de medida, é o mesmo problema do ALV. 02 e do ALV. 22 que apontamos anteriormente como uma concepção numérica.

Completando o grupo dos oito, temos o ALV. 18 que respondeu apenas *"Sim"* e não justificou sua opinião.

O ALV. 03, ALV. 08 e o ALV. 12 não opinaram com relação a igualdade ou não dos perímetros.

Em suma, observamos que 6 participantes perceberam que as figuras tinham as medidas de perímetro distintas, indicaram as medidas de perímetro corretamente e apresentaram justificativas válidas principalmente por associar o perímetro a “soma dos lados”. Como vimos ALV. 21 demonstrou estar no caminho próximo à compreensão de perímetro como sendo a soma das medidas dos lados de uma figura, no momento em que ele relaciona perímetro à soma dos “centímetros dos lados”. Notamos também algumas concepções: por parte das concepções geométricas, o ALV. 23 afirma que as figuras da atividade não possuem mesmo perímetro porque não são semelhantes, ou seja, ele considera apenas o aspecto visual e geométrico das figuras na comparação; e por parte das concepções numéricas, o ALV. 02, o ALV. 09 e o ALV. 22 não indicaram a unidade de medida de perímetro, e o ALV. 14, o ALV. 26 e o ALV. 10 usaram o procedimento de multiplicar os lados das figuras como forma de calcular o perímetro, demonstrando que eles não dissociam área de perímetro segundo os procedimentos de cálculo.

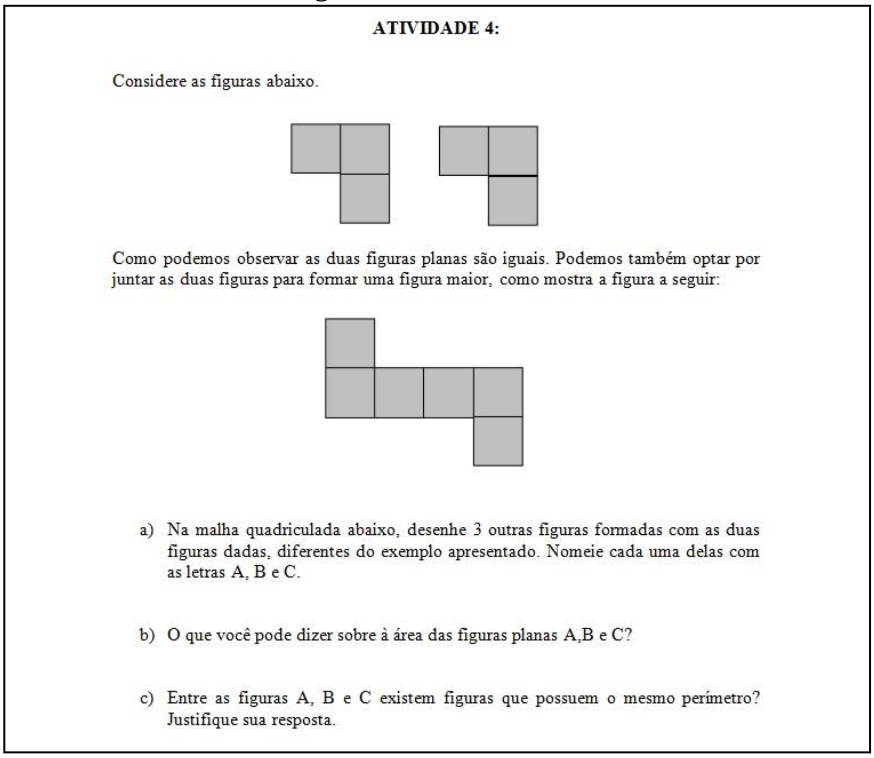
Vamos agora para as análises da Atividade 4.

5.4 Análise da Atividade 4

A presente atividade conta com três itens a serem respondidos pelos alunos: no item a) o aluno deve produzir três figuras planas a partir de duas figuras dadas e nomeia-las por A, B e C; no item b) o aluno é questionado com relação as medidas de áreas das figuras que acabara de produzir; e no item c) o aluno é questionado com relação as medidas dos perímetros das figuras produzidas.

Segue a Atividade 4 sem os espaços que reservamos para as respostas:

Figura 43 - Atividade 4



ATIVIDADE 4:

Considere as figuras abaixo.

Como podemos observar as duas figuras planas são iguais. Podemos também optar por juntar as duas figuras para formar uma figura maior, como mostra a figura a seguir:

a) Na malha quadriculada abaixo, desenhe 3 outras figuras formadas com as duas figuras dadas, diferentes do exemplo apresentado. Nomeie cada uma delas com as letras A, B e C.

b) O que você pode dizer sobre à área das figuras planas A,B e C?

c) Entre as figuras A, B e C existem figuras que possuem o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.

Fonte: O autor (2017).

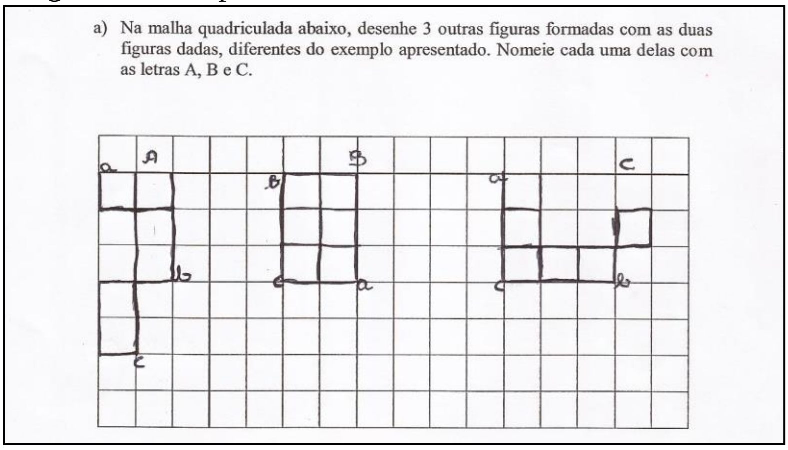
5.4.1 Análise do item a da Atividade 4

Os desenhos são fundamentais para a análise da questão, logo não obtendo êxito nessa etapa provavelmente as demais etapas serão comprometidas. Portanto, queremos deixar claro que se caso o aluno não apresentar corretamente as três figuras, não os consideraremos nas análises dos próximos itens da atividade.

Sendo assim, iniciaremos essa análise destacando que do total de 26 participantes, 20 alunos procederam de maneira correta nas construções das figuras e os seis restantes (os ALV.'s 03, 12, 16, 18, 20, 25) apresentaram problemas voltados para as quantidades de quadradinhos considerados, no caso, exibiram figuras hora com quadradinhos a mais, hora com quadradinhos a menos, demonstrando uma incompreensão sobre o que foi solicitado inicialmente na questão.

Sobre as construções dos 20 alunos que realizaram as três figuras, 18 conservaram o formato das duas figuras dadas unindo-as de diversas maneiras. Os outros dois participantes (o ALV. 02 e o ALV. 15) não conservaram os formatos das figuras, um deles, o ALV. 02, apresentou figuras com quadradinhos unidos apenas pelo vértice, como podemos ver na figura 44.

Figura 44 - Resposta do ALV. 02 ao item a da Atividade 4



Fonte: O autor (2017).

5.4.2 Análise do item b da Atividade 4

Com relação ao item b, que se trata da comparação entre as áreas das novas figuras planas obtidas, nas análises observamos três tipos de respostas consideráveis e um outro tipo para as respostas confusas e/ou sem sentido e para as respostas em branco. No quadro a seguir resumimos os registros apresentados pelos alunos, não considerando para a sequência dessa análise os posicionamentos dos alunos que não fizeram corretamente os três desenhos:

Quadro 10 - Classificação das áreas das novas figuras produzidas no item a

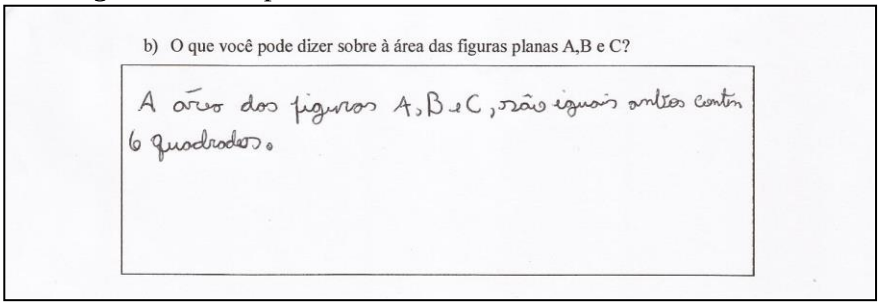
Classificação	Alunos que mobilizaram tal classificação
Tem mesmas medidas (medidas iguais)	01,02,09
Tem mesmas áreas (áreas iguais)	05,07,10,11,15,19,21,22,24
Não tem mesmas áreas (áreas diferentes)	06,13,17
Não desenvolveram argumentos a serem considerados e em branco	04,08,14,23,26

Fonte: O autor (2017).

Fomos surpreendidos nesse item b com a consideração das áreas como sendo uma medida pelos alunos. Foram três alunos que afirmaram que as áreas das figuras obtidas são de medidas iguais, o que para nós é um indício de que uma situação de produção de figuras planas na malha quadriculada contribui para o entendimento de área como uma medida.

Como podemos ver outros nove participantes consideraram que as áreas das figuras planas obtidas eram iguais, ou seja, que as figuras tem mesmas áreas. Destacamos a resposta do ALV. 05 que além de indicar a igualdade entre as áreas, justifica tal fato segundo a quantidade de quadradinhos que formam cada figura, como podemos observar a seguir na figura 45.

Figura 45 - Resposta do ALV. 05 ao item b da Atividade 4



Fonte: O autor (2017).

Enquanto isso, três alunos se posicionaram contrários ao fato de as figuras terem mesma área, o que demonstra uma não compreensão de que nas figuras a mesma quantidade de quadradinhos indica que tais figuras possuem a mesma quantidade ou medida de área. Dentre eles, temos o ALV. 06 que apresentou além da consideração das figuras terem áreas diferentes, duas outras dificuldades: uma delas foi associação da diferença das áreas ao formato das figuras, quando afirma *"... elas são diferente mais [mas] com mesmo perímetros."*, o que aponta para uma mobilização da concepção geométrica em que figuras de formatos diferentes tem que ter áreas diferentes, percebida também em outras atividades; a segunda seria uma possível confusão entre área e perímetro, já que o aluno ver as figuras como de mesmo perímetro, assim como podemos perceber na sua fala apresentada anteriormente, mobilizando mais uma concepção geométrica, que é a confusão entre os entes geométricos área e perímetro.

Chegando aos que não desenvolveram argumentos a serem considerados e em branco, como vimos temos mais cinco participantes. Os ALV. 04 e ALV. 14 apesar de realizarem os desenhos das figuras corretamente não responderam o item b com relação a igualdade das áreas das figuras obtidas. Os três restantes apresentaram respostas confusas ou sem sentido, por isso não foram consideras como válidas.

Em síntese, vimos que um pouco menos que a metade dos alunos (nove alunos) construíram as três figuras conforme foi solicitado e indicaram as figuras obtidas como de mesma área. Outros três alunos afirmaram que as áreas das figuras obtidas são de medidas iguais, o que é visto por nós como uma construção da compreensão de área como uma medida viabilizada pela situação de produção de figuras na malha quadriculada.

Observamos também algumas concepções voltadas para o quadro geométrico: o ALV. 06 associou a diferença das áreas das figuras aos formatos distintos das mesmas, o que se traduz na concepção em que figuras de formatos diferentes tem que ter áreas diferentes; e confundiu os entes geométricos área e perímetro afirmando que as figuras teriam mesmo perímetro.

5.4.3 Análise do item c da Atividade 4

Se tratando agora do item c, onde os participantes eram confrontados com relação a medida de perímetro das figuras obtidas, diferentes respostas foram apresentadas devido ao fato que cada um fez uma variedade de figuras e que os perímetros delas podem ser todos diferentes ou mesmo podemos ter duas figuras com mesmos perímetros ou até três figuras com mesmos perímetros.

De tal forma, voltamos aos desenhos realizados pelos participantes e os classificamos de acordo com as possibilidades de eles terem construído três figuras com perímetros distintos, ou construído duas figuras com mesmo perímetro e uma com perímetro diferente, ou construído três figuras com mesmo perímetro, para em seguida analisar as respostas dadas por eles no item c.

No quadro que segue organizamos os alunos de acordo com tais considerações.

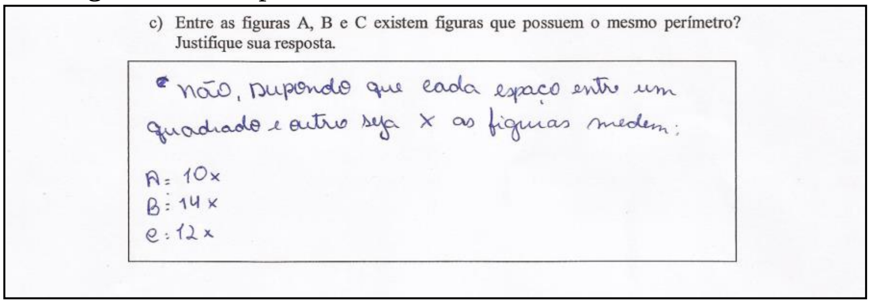
Quadro 11 - Categorização com relação ao perímetro das novas figuras produzidas

Categorização	Alunos que mobilizaram tal classificação
Produziram três figuras de perímetros distintos	04,07,08,13,17,22,23,24
Produziram duas figuras de mesmos perímetros e uma figura de perímetro distinto	01,02,05,06,09,10,11,14,19,26
Produziram três figuras com mesmo perímetro	15,21

Fonte: O autor (2017).

Dos oito participantes que produziram três figuras de perímetros distintos, tivemos quatro respostas que ficaram de acordo com as figuras produzidas (os ALV.'s 13, 17, 23, 24), ou seja, afirmaram que não tinham figuras com o mesmo perímetro, com destaque para o ALV. 24, que nos surpreendeu ao supor uma unidade de medida "x" para o comprimento dos lados das figuras, demonstrando também a compreensão de perímetro como a soma das medidas dos lados da figura, como podemos ver na Figura 46.

Figura 46 - Resposta do ALV. 24 ao item c da Atividade 4


c) Entre as figuras A, B e C existem figuras que possuem o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.

não, supondo que cada espaço entre um quadrado e outro seja x as figuras medem:

A= 10x
B: 14x
C: 12x

Fonte: O autor (2017)

Dentre os quatro restantes nessa classificação, o ALV. 04 deixou mais uma vez um item sem resposta e os outros 3 (ALV.’s 07, 08, 22) apresentaram resposta não condizentes com as figuras desenhadas, já que estes produziram três figuras de perímetros distintos mas afirmam alguma igualdade entre elas.

O ALV. 07 em sua resposta diz “*Sim. Porque todos tem a mesma quantidade de quadrados.”*, demonstrando uma confusão entre área e perímetro. O ALV. 08 associa a possibilidade das figuras terem mesmo perímetro pelo aspecto visual, afirmando *“A,C porque são parecidas”*, ou seja, considera elementos do quadro geométrico (o formato da figura) na comparação, mobilizando assim uma concepção geométrica. E o ALV. 22, indica a igualdade dos perímetros devido as figuras segundo ele terem a mesma soma, não especificando que soma seria, abrindo-nos a possibilidade de imaginar que ele pode está confundindo a soma da quantidade de quadradinhos com a medida de perímetro da figura.

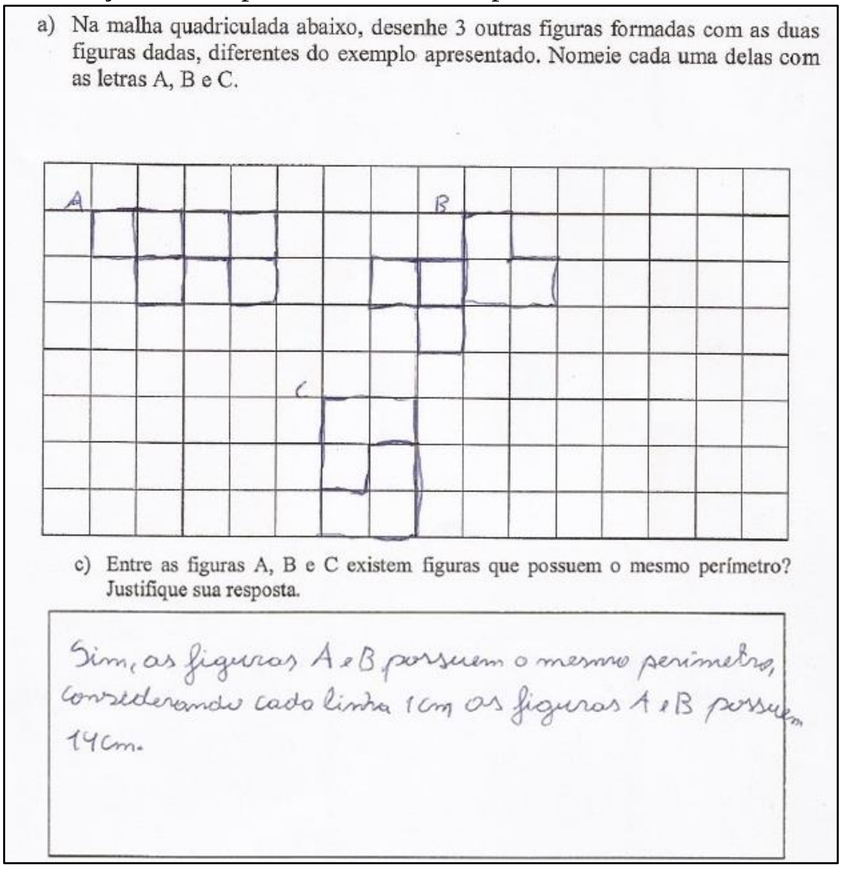
Para o caso em que os alunos produziram duas figuras de mesmo perímetro e uma figura de perímetro distinto dos demais, a forma como a questão foi construída abre a possibilidade dos participantes concordarem com a igualdade dos perímetros por terem duas figuras com mesmo perímetro, logo, as justificativas serão fundamentais para analisarmos os posicionamentos dos alunos.

Assim sendo, consideramos algumas classificações para as justificativas para organizar nossa análise; são elas: justificativas completas (para os casos em que eles confirmem a igualdade de perímetros e justifiquem indicando quais figuras tem os mesmos perímetros), justificativas incompletas (para os casos em que eles confirmem a igualdade de perímetros e não indiquem quais figuras tem os mesmos perímetros) e justificativas incorretas (para os casos em que eles confirmem ou não a igualdade de perímetros e apresentem uma justificativa não condizente ou sem justificativa).

De tal forma, observamos dentre os 10 alunos que produziram duas figuras com mesmos perímetros e uma figura de perímetro distinto, que a maioria apresentou uma justificativa incorreta, tivemos seis participantes para essa classificação (os ALV.'s 02, 05, 06, 09, 10, 26). Dentre eles, o ALV. 02, que considera a igualdade entre os perímetros devido a quantidade de quadradinhos, mesmo problema do ALV. 07, o que indica uma confusão entre área e perímetro; e o ALV. 10, que tem a concepção de que as figuras tem mesmos perímetros *"pois tem a mesma area [área]"*, o que aponta para a mobilização implícita do teorema-em-ação falso em que "T7: Duas superfícies de mesma área têm o mesmo perímetro.", conforme Baltar (1996).

O ALV. 11 e o ALV 19 foram incluídos na classificação das justificativas completas, pois concordaram com a igualdade de perímetros entre as figuras que eles produziram e nas justificativas indicaram as duas figuras que tinham os mesmos perímetros. A seguir temos os registros do ALV. 11 com os desenhos das figuras e a resposta para o item c:

Figura 47 - Combinação das respostas do ALV. 11 para os itens a e c da Atividade 4


a) Na malha quadriculada abaixo, desenhe 3 outras figuras formadas com as duas figuras dadas, diferentes do exemplo apresentado. Nomeie cada uma delas com as letras A, B e C.

A

B

C

c) Entre as figuras A, B e C existem figuras que possuem o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.

Sim, as figuras A e B possuem o mesmo perímetro, considerando cada linha 1cm as figuras A e B possuem 14cm.

Fonte: O autor (2017).

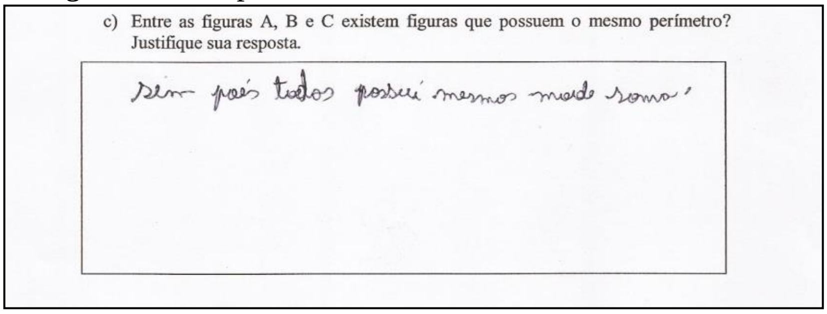
Vale ressaltar que esse aluno foi além do esperado na justificativa, pois mostrou a compreensão sobre o conceito de perímetro como a soma das medidas dos lados de uma figura ao supor o centímetro como unidade de medida para os lados e por ter encontrado a soma das medidas dos lados como 14 cm, que é a forma correta de indicar uma medida de perímetro (número e unidade de medida).

O ALV. 01 foi o único a registrar uma justificativa incompleta. O participante confirma a suposta igualdade entre os perímetros das figuras, justifica o perímetro como “a soma dos lados”, porem não indica quais figuras teriam mesmos perímetros.

O ALV. 14 não respondeu o item c.

Chegando aos participantes que produziram três figuras com mesmo perímetro, como vimos no Quadro 11, tivemos dois registros. Ambos, se considerarmos como unidade de medida o cm, apresentaram figuras com 14 cm de perímetro. Um deles, o ALV. 15 justifica a igualdade entre os perímetros por apresentarem a mesma soma, como podemos ver na figura 48.

Figura 48 - Resposta do ALV. 15 ao item c da Atividade 4


c) Entre as figuras A, B e C existem figuras que possuem o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.

sim pois todos possui mesmos medida soma.

Fonte: O autor (2017).

Resumindo, pelas classificações que decidimos adotar nas análises do item c tivemos 8 alunos que produziram três figuras de perímetros distintos, 10 alunos que produziram duas figuras de mesmos perímetros e uma figura de perímetro distinto dos demais e 2 alunos que produziram três figuras com os mesmos perímetros.

Percebemos alguns avanços e algumas dificuldades nos participantes: o ALV. 24 supôs uma unidade de medida “x” para o comprimento dos lados das figuras, demonstrando assim uma compreensão de perímetro como a soma das medidas dos lados da figura; o ALV. 02 e o ALV. 07 demonstraram uma confusão entre área e perímetro quando associaram a quantidade de quadradinhos à medida de perímetro; o ALV. 08 associou os formatos das figuras como justificativa para as figuras terem mesmo perímetro, mobilizando assim uma concepção geométrica; o ALV. 10 mobilizou implicitamente o teorema-em-ação falso em que “T7: Duas superfícies de mesma área têm o mesmo perímetro.” (BALTAR,1996) na sua justificativa; e o ALV. 11 mostrou uma compreensão sobre o conceito de perímetro como a soma das medidas dos lados de uma figura ao supor o centímetro como unidade de medida para os lados e por ter encontrado tal soma como 14 cm, indicando de maneira correta a medida de perímetro.

Partiremos para as análises da Atividade 5.

5.5 Análise da Atividade 5

A Atividade 5 foi construída a partir da consideração e adaptação de uma atividade presente no trabalho de Ferreira (2010). Tal atividade conta com afirmações baseadas nos teoremas-em-ação de Baltar (1996) e com algumas relações sobre área e/ou perímetro implicitamente ou explicitamente envolvidas nas questões anteriores.

Assim, objetivamos a possibilidade dos participantes revisarem os conhecimentos demonstrados sobre área e perímetro na resolução das atividades anteriores, abrindo caminho também para a confirmação de alguns avanços, dificuldades e concepções por parte dos alunos. Vamos analisar as afirmações dos estudantes em cada um dos subtópicos a seguir. Antes disso, mais uma vez apresentamos a Atividade 5, com os espaços reservados para as justificativas reduzidos:

Figura 49 - Atividade 5

ATIVIDADE 5

1) Os alunos de uma turma de nono ano, estudavam o conteúdo áreas e perímetros. Veja o que alguns deles afirmaram:

Jorge: A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície.
Paulo: Dada uma figura plana, qualquer mudança no seu formato altera a sua à área.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Jorge ( ) **Discordo de Jorge ( )**

Concordo com Paulo ( ) **Discordo de Paulo ( )**

Amanda: O perímetro é a medida do contorno da figura.
Carla: Duas figuras podem ter os formatos diferentes e mesmo perímetro.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Amanda ( ) **Discordo de Amanda ( )**

Concordo com Carla ( ) **Discordo de Carla ( )**

Bruna: Duas figuras de mesma área têm que ter mesmo perímetro.
Guilherme: Duas figuras podem ter os perímetros iguais e as áreas diferentes.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Bruna ( ) **Discordo de Bruna ( )**

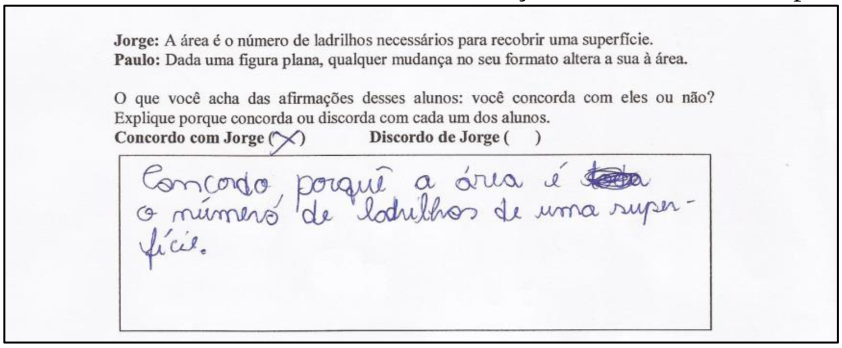
Concordo com Guilherme ( ) **Discordo de Guilherme ( )**

Fonte: O autor (2017).

5.5.1 Análise da afirmativa de Jorge

Começando pela primeira afirmação: “Jorge: A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície.”. Observamos que a maioria dos participantes, uma quantidade de 16 alunos (os ALV.’s 01, 04, 05, 06, 08, 09, 10, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 24, 25,26), concordou com tal afirmação, porem as justificativas foram vagas e parte delas reproduzia o conteúdo da afirmação, como podemos ver na resposta do ALV. 19:

Figura 50 - Justificativa do ALV. 19 com relação a afirmativa feita por Jorge



Jorge: A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície.
Paulo: Dada uma figura plana, qualquer mudança no seu formato altera a sua à área.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Jorge (X) **Discordo de Jorge ( )**

Concordo, porquê a área é o númeró de ladrilhos de uma super-fície.

Fonte: O autor (2017).

Desse total de 16 alunos, quatro deixaram em branco a justificativa.

Para os estudantes que discordaram com a afirmativa de Jorge, os ALV.’s 02, 03, 07, 11, 12, 13, 14, 20, 21, 23, o fato é o mesmo: as justificativas são vagas. Algumas não passaram de apenas uma reprodução de uma negativa da afirmação feita por Jorge, como foi o caso do ALV. 13, que em sua justificativa nos diz *“Porque o número de ladrilhos não é necessários para recobrir a susperfície [superfície]”*.

Outro exemplo, o ALV. 02, discorda pelo fato de achar que tal afirmação não seria uma definição de Área. E ainda, o ALV. 11 discorda, porém justifica que *“A área é o espaço de uma surpeficie [superfície] que pode ser ocupado pelos ladrilhos.”*, o que para nós tem o mesmo sentido do que foi dito por Jorge, no entanto, possivelmente o aluno viu a necessidade de se incluir o termo “espaço ocupado” como forma de conceituar a área, refletindo aquilo que ele havia colocado na Atividade 1 quando conceituou área como “um espaço que pode ser ocupado dentro de algo”. Se esse aluno relacionasse o fato de recobrir com ladrilhos com ocupar a superfície com algo, da forma como ele entende área, teria assim concordado com a afirmativa de Jorge.

Nessa atividade ficou evidente a dificuldade dos participantes em justificar os seus posicionamentos, havíamos percebido isso nas questões anteriores, mas não destacamos tal fato. Essa dificuldade prejudicou a análise dessa afirmação em questão, já que não tivemos respostas significativas, apenas alguns alunos que se posicionaram contrariamente a afirmativa de Jorge apresentaram justificativas um pouco fundamentadas, como o caso do ALV. 11, que tem a concepção de que a área é o espaço de uma superfície que pode ser ocupado pelos ladrilhos, o que tem o mesmo sentido do que foi dito por Jorge, porem o aluno não ver o fato de recobrir com ladrilhos como um processo de ocupar a superfície com algo.

5.5.2 Análise da afirmativa de Paulo

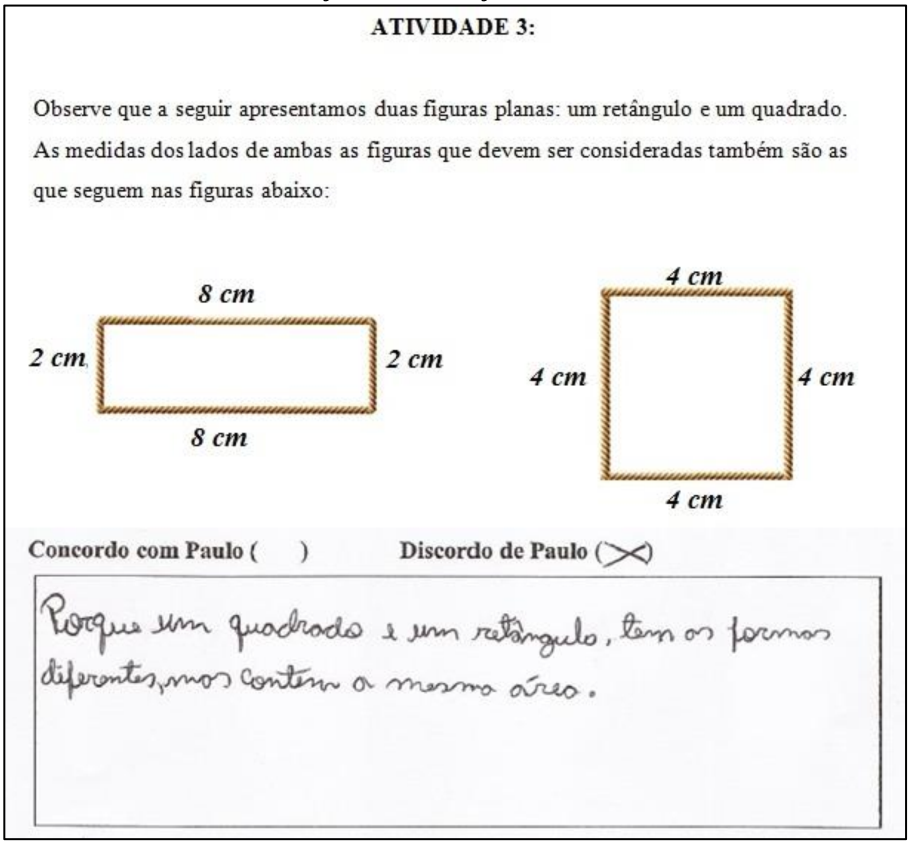
Partindo para a segunda afirmativa temos "**Paulo:** Dada uma figura plana, qualquer mudança no seu formato altera a sua à área." Da mesma forma que para o item anterior, a maioria se posicionou corretamente discordando da afirmativa em questão. Foram 17 participantes (os ALV.'S 01, 03, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 15, 18, 19, 21, 22, 24, 26) que discordaram com a afirmativa de Paulo e houveram algumas justificativas mais fundamentadas, que destacamos a seguir.

O ALV. 03 e o ALV. 12 falam que em uma figura plana se mudar os lados, o que se configura como uma mudança de formato para eles, não faz diferença, área permanece a mesma, ou seja, a mudança no formato da figura conserva as medidas de área. A justificativa dos dois participantes é válida diante disto.

Outros perceberam essa conservação da medida de área, são os casos dos ALV. 19 e ALV. 22. O ALV. 19 afirma que *"...independente da forma da figura, a área não será alterada."*; enquanto o ALV. 22 nos diz que *"...mudando o formato não irá alterar sua are [área]."*. Vemos esses tipos de justificativas como apontamentos de que estes alunos, mesmo que implicitamente, compreendem a propriedade de conservação ou invariância da medida de área envolvida em algumas atividades.

Percebemos ainda uma possível associação da justificativa de um dos participantes com uma das atividades vivenciadas. O ALV. 05 justifica o seu posicionamento em discorda com afirmativa de Paulo dizendo que *"...um quadrado e um retângulo, tem as formas diferentes, mas contem a mesma área."*, que possivelmente seria o caso das figuras trabalhadas na Atividade 3. A seguir temos um recorte da Atividade 3 e a resposta do ALV. 05.

Figura 51 - Combinação de recorte da Atividade 3 e da resposta do ALV. 05 com relação à afirmação de Paulo



ATIVIDADE 3:

Observe que a seguir apresentamos duas figuras planas: um retângulo e um quadrado. As medidas dos lados de ambas as figuras que devem ser consideradas também são as que seguem nas figuras abaixo:

Concordo com Paulo ( ) **Discordo de Paulo (X)**

Porque um quadrado e um retângulo, tem as formas diferentes, mas contém a mesma área.

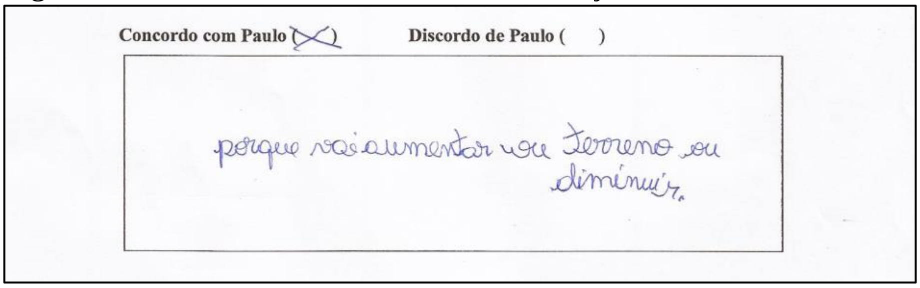
Fonte: O autor (2017).

Tivemos ainda o caso do ALV. 24 que discordou com afirmação feita por Paulo e em sua justificativa incluiu o fato de que *"Qualquer mudança altera seu perímetro"*, demonstrando assim uma compreensão sobre a conservação da medida de área e a não conservação da medida de perímetro quando ocorre uma mudança no formato da figura.

Os demais, apesar de discordaram com afirmativa, não desenvolveram justificativas identificáveis, outras sem sentido e até em branco.

Quanto aos que concordaram com afirmativa de Paulo (os nove restantes: ALV.'s 02, 04, 13, 14, 16, 17, 20, 23, 25), o que seria incorreto, parte das justificativas indicam que os alunos não compreenderam a propriedade de conservação ou invariância da área envolvida em algumas das atividades. O ALV 04 e o ALV. 17 acreditam que uma mudança no formato da figura faz com que a área aumente ou diminua, como podemos observar na Figura 52:

Figura 52 - Justificativa do ALV. 04 com relação à afirmativa de Paulo


Concordo com Paulo (X) Discordo de Paulo ( )

porque vai aumentar ou terreno ou diminuir.

Fonte: O autor (2017).

Da mesma forma, os ALV. 16, ALV. 20 e ALV. 23 afirmam que qualquer mudança altera a área. Nas palavras do ALV. 16, *"toda mudança tem uma alteração, a mesma coisa acontese [acontece] com a área."* e o ALV. 14 acredita que mudando os lados, o que para ele configura como uma mudança no formato da figura, a área se altera.

Além dos citados tivemos mais três participantes que concordaram com afirmativa de Paulo, porém não apresentaram justificativas consideráveis.

Vimos aqui que a maioria se posicionou de maneira correta discordando da afirmativa feita por Paulo. Diferente do item anterior, percebemos algumas justificativas mais significativas das quais destacamos o ALV. 03 e o ALV. 12 com a concepção de que na figura plana se mudar os lados, área permanece a mesma; os ALV. 19 e ALV. 22 que demonstraram o conhecimento sobre a propriedade da conservação ou invariância da medida de área quando mudamos o formato das figuras; e o ALV. 05 que possivelmente utilizou das figuras da Atividade 3 (o quadrado e o retângulo) para justificar seu posicionamento.

Por outro lado, percebemos nos alunos que concordaram com afirmativa de Paulo, o que seria incorreto, que as justificativas indicam uma não compreensão da propriedade de conservação ou invariância da área com a mudança no formato da figura.

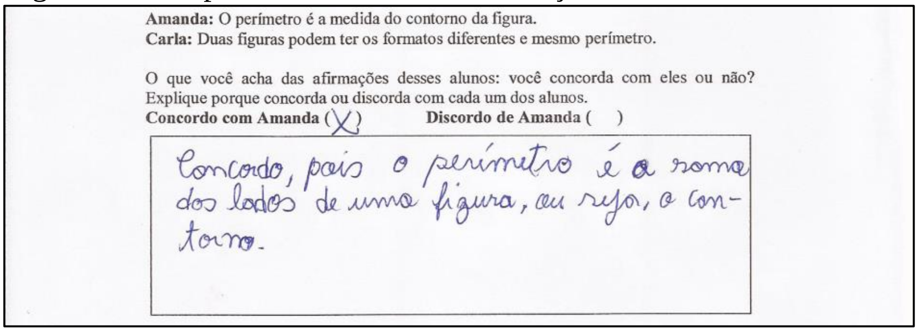
5.5.3 Análise da afirmativa de Amanda

A terceira afirmação diz o seguinte "**Amanda:** O perímetro é a medida do contorno da figura.". Observamos que 19 alunos se posicionaram em concordância com essa afirmação e sete participantes contrariamente a ela.

Dentre os sete alunos que discordaram com a afirmativa de Amanda, quatro (ALV.'s 01,02,06,22) se posicionaram de tal forma por conceber perímetro apenas como *"a soma dos lados", "a medida dos lados" , "os lados da figura"*, não percebendo assim a soma das medidas dos lados como uma medida de um comprimento fechado que conhecemos como contorno. Os três restantes (ALV.'s 09,10,16) apresentaram justificativas sem significado, como por exemplo, o ALV. 16 que nos diz *"não concordo, pois não é minha opinião"*, ou não justificaram seu posicionamento.

Quanto aos 19 participantes que concordaram com afirmativa, percebemos que 12 alunos (ALV.'s 03,05,07,11,12,14,15,19,20,23,24,25) supostamente compreendem a soma das medidas dos lados como a medida do contorno, e assim o perímetro. Dizemos supostamente pois 5 dentre esses reproduziram com mínimas mudanças o enunciado da afirmativa de Amanda. Os demais concentraram suas justificativas em dizer que perímetro *"é a soma do lados"*, *"perímetro se mede os lados"*, o que para nós indica que estes relacionam implicitamente a soma das medidas dos lados sendo a medida do contorno. O ALV. 19 deixa evidente tal relação, ao dizer que perímetro *"é a soma dos lados de uma figura"*, e que isso seria o contorno. A seguir temos o registro da resposta do ALV. 19 na figura 53:

Figura 53 - Resposta do ALV. 19 com relação à afirmativa de Amanda



Amanda: O perímetro é a medida do contorno da figura.
Carla: Duas figuras podem ter os formatos diferentes e mesmo perímetro.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Amanda (X) **Discordo de Amanda** ( )

Concordo, pois o perímetro é a soma dos lados de uma figura, ou seja, o contorno.

Fonte: O autor (2017).

Os sete participantes restantes não desenvolveram justificativas identificáveis (os alunos 04,13,17,21) ou mesmo deixaram o espaço para justificar seu posicionamento em branco (os alunos 08,18,26).

Na presente atividade percebemos que para o caso dos alunos que discordaram com a afirmativa de Amanda a maior parte deles apontam apenas a "soma ou a medida dos lados", ou mesmo "os lados da figura" como únicas formas de conceber a medida perímetro, não compreendendo o comprimento fechado dos lados como o contorno, e assim, a medida do contorno como o perímetro.

Tal forma foi compreendida pela maioria dos que concordaram com a afirmativa em questão, já que estes relacionaram o perímetro à "soma dos lados", implicitamente confirmando a equivalência entre "a soma dos lados" e a medida do contorno.

5.5.4 Análise da afirmativa de Carla

Na quarta afirmativa temos “**Carla:** Duas figuras podem ter os formatos diferentes e mesmo perímetro.” Vimos que do total de 26 alunos, 22 responderam corretamente ao concordar com a afirmativa, foram eles: ALV.’s 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 23, 26.

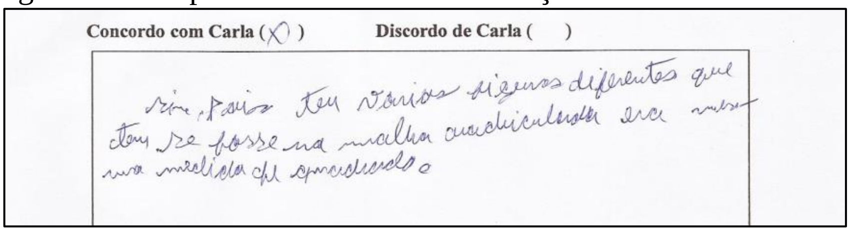
Os participantes em suas justificativas reforçam que as figuras podem ser diferentes (formatos distintos) porem apresentarem mesmo perímetro, as respostas dos ALV.’s 01, 10, 20, 22 basicamente reproduzem este fato. Vale ressaltar que o ALV. 20 e o ALV. 22 utilizaram, respectivamente, os termos “mesma soma” e “somas iguais” como o perímetro, carregando consigo ainda aquela concepção de que perímetro é a soma dos lados de uma figura.

De forma semelhante, o ALV. 06 e o ALV. 21 utilizaram a palavra “tamanho” referenciando o perímetro, nas palavras do ALV. 06, *“...pode [podem] ser figura [figuras] diferentes e tamanho [tamanhos] ingais [iguais]”* e de acordo com o ALV.21, *“...o formato não compromete o tamanho”*.

Um dos alunos referenciou umas das atividades anteriores, foi o caso do ALV. 11, que recorda o fato de ter produzido na Atividade 4 duas figuras (A e B) que tinham formatos diferentes porém mesmo perímetro, justificando assim o seu posicionamento.

Enquanto o ALV. 14 fala que existem várias figuras diferentes (formatos diferentes) que na malha quadriculada tem *“mesma medida de quadrado”*, o que pra nós indica uma confusão entre área e perímetro, já que ele tem a concepção de que a quantidade de quadradinhos (“medida de quadrado” nas suas palavras) é a medida de perímetro da figura. A seguir temos o registro da resposta deste aluno.

Figura 54 - Resposta do ALV. 14 com relação à afirmativa de Carla



Concordo com Carla (X) **Discordo de Carla** ( )

sim, pois tem varias figuras diferentes que tem se fosse na malha quadriculada ira mes-
ma medida de quadrado

Fonte: O autor (2017).

Percebemos também uma confusão entre área e perímetro na resposta do ALV. 26 que nos diz *“...se multiplicar a base vezes largura, se dé [der] o mesmo resultado, esta [está] correto.”*, ou seja, ele confunde uma forma de calcular a medida área como uma forma para calcular a medida do perímetro, o que é também um indício de concepção numérica, pois de tal forma o aluno utiliza uma fórmula em um contexto em que ela não se enquadra.

Entre os demais, nove participantes — os ALV.'s 02, 04, 05, 07, 15, 16, 17, 19, 23 — apresentaram justificativas vagas (*"tenho a mesma opinião", "porque sim"*) ou confusas (sem ter fundamento com o que assunto tratado) e quatro alunos (os ALV.'s 03, 08, 09, 12) não justificaram porque concordaram com a afirmativa de Carla.

Em relação aos que discordaram com tal afirmativa, tivemos três participantes (ALV 13, ALV.18 e ALV. 24). O ALV. 18 não justificou seu posicionamento, o ALV. 13 apenas reproduziu uma negativa da afirmação de Carla e o ALV. 24 diz que *"Duas figuras podem ter formato diferente e Área semelhante."*, o que faz-nos compreender que o participante aceita apenas a possibilidade das figuras possuírem a mesma área, excluído a possibilidade de terem mesmo perímetro.

Tivemos ainda o ALV. 25 que nem sequer optou por concordar ou discordar com afirmativa feita por Carla.

Vimos que nessa atividade quatro participantes (ALV.'s 01, 10, 20, 22) em suas justificativas reforçaram que as figuras podem ser diferentes (formatos distintos) porém apresentarem mesmo perímetro. Percebemos também a colocação dos alunos de termos como "mesma soma", "somas iguais" e "tamanho" utilizados para referenciar o perímetro. E os ALV. 14 e ALV. 26 apresentaram em suas justificativas algumas confusões entre área e perímetro, respectivamente, um tem a concepção de que a quantidade de quadradinhos é a medida de perímetro da figura; e o outro, confunde uma forma de calcular a medida área como sendo uma forma para calcular a medida do perímetro, o que é concepção numérica.

5.5.5 Análise da afirmativa de Bruna

A quinta afirmação traz o seguinte: "Bruna: Duas figuras de mesma área têm que ter mesmo perímetro.". Tivemos 17 participantes (Os ALV.'s 01, 04, 05, 06, 07, 08, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 24, 26) que se posicionaram corretamente com relação a tal justificativa, assinalando que discordam de Bruna, outros oito alunos (02, 03, 09, 12, 13, 18, 22, 23) concordaram com afirmação e um aluno (o ALV. 25) não assinalou nenhuma das opções e consequentemente não apresentou justificativa.

Tratando-se dos participantes que discordaram com a afirmação, as justificativas apontam na sua maioria para o fato de que possuindo mesma medidas de área nem todas figuras tem mesmos perímetros, demonstrando um possível entendimento dos participantes quanto a essa relação existente entre as grandezas área e perímetro.

Tal relação inclusive esteve presentes em algumas das atividades anteriores, por isso o ALV. 11 mais uma vez fez referência a uma delas, dessa vez a Atividade 3, quando coloca *"Se eu pegar um quadrado de 4x4 e um retângulo de 8x2, eles tem a mesma área mas não o perímetro."*, o que indica uma compreensão de área como medida obtida pela multiplicação das medidas de dois lados e perímetro como a soma das medidas dos lados, e ainda, um entendimento da relação área-perímetro em que "nem todas figuras de mesma medida de área tem mesmo perímetro".

Tivemos outras justificativas, como as dos ALV. 07, ALV.15 e ALV. 24. O ALV. 07 e o ALV. 15 utilizaram os termos "formato" e "medidas" para indicar o termo perímetro, nas suas palavras, respectivamente, um diz *"...pode mudar o formato."*, e o outro,*"...nem todas figuras tem mesma medidas."*. Quando o ALV. 07 associa formato ao perímetro temos uma concepção geométrica, pois formato é uma característica visual da figura e o perímetro é a medida do comprimento dos lados da figura, não são a mesma coisa.

Enquanto, relacionar perímetro a medida é algo mais aceitável, já que perímetro é a medida dada pela soma das medidas dos lados de uma figura, ou mesmo, a medida do contorno de uma figura. Já o ALV. 24, discorda da afirmação justificando que área e perímetro tem formas distintas de serem calculadas, isso é relevante, mas não é uma característica única que justifica o fato da afirmativa não ser válida, assim tal justificativa é válida porém incompleta.

Em contrapartida, nos que agiram equivocadamente ao concordar com afirmação feita por Bruna vimos que nas justificativas os oito alunos se dividiram entre dois que reproduziram a afirmativa (o ALV. 02 e o ALV. 13), quatro que deixaram em branco (o ALV. 03, o ALV. 09, o ALV. 12 e o ALV. 18) e os que reforçam a afirmativa apontando a igualdade entre as medidas de área e perímetro (o ALV. 22 e ALV. 23). Para o ALV. 22, *"se contem a mesma quantidade de áreas teram [terão] que ter a mesma soma ou seja perimetros."*, e para o ALV. 23, *"...área tem que ser igual o [ao] Perimetro."*.

Pelo fato que a maioria se posicionou corretamente nesse item podemos dizer que estes compreenderam a relação de que em geral duas figuras de mesma área não tem mesmo perímetro. No mais, identificamos uma concepção geométrica quando o ALV. 07 usa o termo "formato" como sendo o termo "perímetro", e também posicionamentos contrários a afirmativa com justificativas não muito significativas, concentradas apenas na reprodução ou reforço do que foi dito por Bruna.

5.5.6 Análise da afirmativa de Guilherme

Chegando a última afirmação, temos: "**Guilherme:** Duas figuras podem ter os perímetros iguais e as áreas diferentes." Observamos uma quantidade de 18 participantes (os ALV.'s 01, 03, 04, 05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 15, 16, 19, 20, 24, 25, 26) que concordaram com a afirmativa de Guilherme, agindo de forma correta, no entanto foram poucos as justificativas significativas, já que boa parte delas traziam uma reprodução do conteúdo da afirmação ou eram vagas e confusas. Um exemplo de uma justificativa confusa temos no registro do ALV. 05, onde ele coloca que as figuras *"...podem mudar de forma, mas continuam com a mesma área"*, é uma afirmação válida e inclusive está relacionada com a afirmativa feita por Paulo, porem não tem relação com a afirmação em discussão.

O ALV. 24 também demostrou uma certa confusão quando utiliza a Atividade 3 como justificativa para o seu posicionamento com relação a afirmativa de Guilherme, o que é um equívoco, pois como sabemos nessa atividade as medidas de área das figuras são as mesmas, porém os perímetros são distintos. Na afirmação de Guilherme ocorre o contrário: perímetro iguais e áreas diferentes.

A única resposta significativa foi a do ALV. 11. De forma semelhante ao que ele fez para a afirmativa de Bruna, e se baseou na Atividade 3 para supor um quadrado 4x4 e um retângulo 6x2, pois de tal forma, como ele coloca, *"...eles tem perímetros iguais mais [mas] áreas diferentes."*. Para nós, fica evidente mais uma vez que esse participante tem a compreensão de área como medida obtida pela multiplicação das medidas de dois lados e perímetro como a soma das medidas dos lados.

Os participantes ALV.'s 03, 08, 09 e 12 não justificaram seus posicionamentos.

Por outro lado, tivemos 6 alunos que discordaram com a afirmativa de Guilherme. As justificativas em sua maioria não foram significativas também: os ALV. 02 e ALV. 21 apresentaram justificativas confusas, sem sentido; o ALV. 13 e o ALV. 23 apenas fizeram uma negativa da afirmação.

O ALV. 18 não desenvolve argumento algum, deixando em branco sua justificativa. E o ALV. 14 demonstrou um indício de concepção geométrica ao supor uma dependência entre as medidas de área e de perímetro quando aponta que se as áreas das figuras são distintas os perímetros não podem ser iguais, ou seja, ele mobilizou uma concepção de que se as figuras tem áreas distintas tem que ter perímetros distintos. Isso seria o contrário do teorema-em-ação falso “T8: Duas superfícies de mesmo perímetro têm mesma área.” (BALTAR, 1996), consequentemente a consideração do ALV. 14 também é falsa.

Em síntese, ficou evidente mais uma vez a dificuldade dos alunos em desenvolver justificativas dada a quantidade de respostas vagas, confusas e sem sentido. Ainda sim, tivemos o caso do ALV. 11 se destacando mais uma vez em basear sua justificativa nas atividades anteriores, demonstrando uma compreensão de área como medida obtida pela multiplicação das medidas de dois lados e perímetro como a soma das medidas dos lados. Identificamos também um indício de concepção geométrica nas palavras do ALV. 14 quando aponta que figuras de áreas distintas tem que ter perímetros distintos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho buscamos identificar as concepções numéricas e concepções geométricas demonstradas por alunos de 9° ano na resolução de atividades relacionadas aos conteúdos de área e de perímetro de figuras planas. Com o foco alcançarmos nosso objetivo geral, nos apoiamos em três objetivos específicos: identificar os conhecimentos sobre área e perímetro mobilizados pelos alunos na resolução de atividades relacionadas a essas grandezas; analisar os procedimentos de resolução utilizados por alunos do 9° ano em atividades de comparação, produção e medida relativas às grandezas área e perímetro, de acordo com abordagem de quadro e mudança de quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1988); identificar teoremas-em-ação mobilizados por alunos de 9° ano na resolução de atividades de comparação, de medida e de produção envolvendo área e perímetro como grandezas.

Com relação ao primeiro dos objetivos específicos, inicialmente observamos através da Atividade 1 que a maior parte dos alunos relacionam o conceito de área à aplicação de fórmulas ou cálculo numérico, apontando “base vezes altura”, “base vezes altura dividido por dois”, “a multiplicação dos lados”, quando perguntados sobre o que seria área. Tais colocações revelam indícios de concepções numéricas possivelmente advindas da insistência em processos numéricos de cálculo de área através do uso de fórmulas na sala de aula. Já com relação à conceituação de perímetro, a maioria associou à “soma dos lados de uma figura”, tal conceituação apesar de ser uma concepção errônea é muito difundida no ensino e na aprendizagem do conteúdo de Perímetro de figuras planas, como discutimos na seção 3.3.

Por outro lado, na mesma atividade, outros participantes indicaram a área como “a medida total da figura” ou como espaço ocupado por uma figura plana, o que é visto por nós como um caminho mais próximo para a consideração de área como grandeza. Enquanto isso, apenas um aluno (o ALV.11) relacionou perímetro à medida do contorno de algo, demonstrando assim uma proximidade com a forma como concebemos perímetro (“...a medida do contorno de uma determinada figura plana.”) e também uma construção significativa do conceito de perímetro como grandeza.

Na Atividade 4, o ALV. 24 supôs uma unidade de medida “x” para o comprimento dos lados das figuras, demonstrando assim um entendimento de perímetro como a soma das medidas dos lados da figura. E o ALV. 11 mostrou uma compreensão sobre o conceito de perímetro como sendo a soma das medidas dos lados de uma figura ao supor o centímetro como unidade de medida para os lados e por ter encontrado tal soma como 14 cm, indicando de maneira correta a medida de perímetro.

Nessa mesma atividade, vimos ainda que três alunos (os ALV.'s 01, 02, 09) afirmaram que as áreas das figuras obtidas são de medidas iguais, o que para nós é um indício de que uma situação de produção de figuras planas na malha quadriculada contribui para o entendimento de área como uma medida.

De acordo com a proposta do primeiro objetivo específico, podemos identificar que em alguns conhecimentos demonstrados pelos participantes estão presentes concepções errôneas, no entanto, vale ressaltar que o importante é que alguns deles já caminham para construções mais significativas dos conceitos de área e de perímetro como grandezas.

A partir do segundo objetivo especifico, que corresponde à analisar os procedimentos de resolução utilizados por alunos do 9° ano em atividades de comparação, produção e medida relativas às grandezas área e perímetro, de acordo com abordagem de quadro e mudança de quadros propostos por Douady e Perrin-Glorian (1988), percebemos com a Atividade 2 a mobilização de três procedimentos que auxiliaram os alunos nas resoluções: a decomposição e composição de figuras planas, o aspecto visual, e a contagem de quadradinhos.

A decomposição e composição de figuras planas como pontuamos é muito eficaz na comparação de áreas, no entanto a extensão desse procedimento para a comparação de perímetros como foi feita por alguns participantes, é uma concepção ligada ao quadro geométrico, pois tal processo não conserva a medida de perímetro nas figuras planas. Comparar pelo aspecto visual como fizeram o ALV. 22 e o ALV. 23, não é um procedimento recomendado, pois em muitos casos pode conduzi-los ao erro, já que o aluno considera o formato da figura como único elemento para realizar a comparação, consequentemente ele tem uma concepção geométrica de que figuras de formatos diferentes tem que ter áreas diferentes. Já o procedimento de contagem de quadradinhos apesar de ser eficaz revelou por parte de alguns alunos (os participantes ALV. 01, ALV. 04, ALV. 13, ALV. 18, ALV. 19 e ALV. 21) a mobilização implícita de um teorema-em-ação falso em que "Duas superfícies de mesma área têm o mesmo perímetro", pelo fato de que os mesmos apontaram como equivalentes as mesmas figuras tanto na comparação das áreas como dos perímetros.

Com a Atividade 3 observamos a predominância de dois outros procedimentos: a multiplicação de base pela altura para encontrar a medida de área; e a soma das medidas dos lados para encontrar a medida de perímetro. Ambos os procedimentos trouxeram a tona alguns problemas: o uso de unidade de medida inadequada, observada nos ALV.'s 02, 03, 06, 08, 12, 22, 24, 25, que utilizaram centímetro para a unidade de medida de área ao invés de centímetro ao quadrado; e a não utilização de unidade de medida, percebida nos ALV.'s 04, 09, 10, 15, 17, 20, revelando um foco dos alunos no cálculo numérico e na obtenção de apenas um número como representação da medida de área, o que é um indício de concepção numérica.

Dada a intenção do nosso segundo objetivo específico, vimos que os alunos utilizaram de procedimentos válidos nas resoluções das atividades citadas, no entanto alguns são mais eficazes, outros podem conduzi-los ao erro ou revelam indícios de concepções numéricas ou concepções geométricas.

No terceiro objetivo específico propomos identificar teoremas-em-ação mobilizados por alunos de 9° ano na resolução de atividades de comparação, de medida e de produção envolvendo área e perímetro como grandezas. Sendo assim, identificamos a mobilização de alguns teoremas-em-ação:

- Na Atividade 1, sete participantes (os ALV.'s 03, 06, 10, 11, 12, 14, 21, 23) mobilizaram implicitamente o teorema-em-ação "A área é o espaço ocupado por uma superfície", de acordo com Baltar (1996), no momento em que associaram o conceito de área como sendo o espaço ocupado dentro de uma figura;
- Na Atividade 2, como já foi dito aqui, percebemos a mobilização implícita por seis alunos (os ALV.'s 01, 04, 13, 18, 19, 21) do teorema-em-ação falso em que "Duas superfícies que têm mesma área, têm mesmo perímetro" (BALTAR, 1996), pelo fato de que os mesmos apontaram como equivalentes as mesmas figuras tanto na comparação das áreas como dos perímetros;
- Na Atividade 4, identificamos mais uma vez a mobilização do teorema-em-ação falso em que "Duas superfícies que têm mesma área, têm mesmo perímetro" (BALTAR, 1996), nas palavras do ALV. 10 que demonstrou uma concepção de que as figuras tem mesmos perímetros "pois tem a mesma area [área]".

Como estamos tratando dos teoremas-em-ação vale destacar o retorno que tivemos através da utilização dos mesmos em afirmativas na Atividade 5. Para a afirmativa "**Jorge:** A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície." tivemos 16 alunos (os ALV.'s 01, 04, 05, 06, 08, 09, 10, 15, 16, 17, 18, 19, 22, 24, 25,26) que concordaram com essa colocação, apesar que as justificativas foram vagas, não passando de apenas uma reprodução do que foi dito por Jorge; acreditamos que concordar com a afirmativa já é um indício de que de alguma forma eles tem um entendimento sobre tal afirmação. Enquanto, na afirmação colocada por Bruna, que se assemelha ao teorema-em-ação falso em que "Duas superfícies de mesma área têm o mesmo perímetro" (BALTAR, 1996), observamos que 17 participantes (Os ALV.'s 01, 04, 05, 06, 07, 08, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 24, 26) discordaram com tal afirmação, o que para nós revela uma possível compreensão da relação de que em geral duas figuras de mesma área não tem mesmo perímetro.

Através do terceiro objetivo específico, podemos identificar a mobilização implícita de dois teoremas-em-ação pelos participantes: um, "A área é o espaço ocupado por uma superfície", compreendido por 16 alunos e visto por nós como um caminho para a construção do conceito de área como grandeza; e o outro, "Duas superfícies que têm mesma área, têm mesmo perímetro", mobilizado por sete participantes e que revela uma concepção ligada ao quadro geométrico já que os mesmos tem um entendimento de que figuras de mesma área tem mesmo perímetro.

De modo geral, ao longo das nossas análises identificamos diferentes formas de concepções ligadas tanto ao quadro numérico quanto ao quadro geométrico, das quais as mais comuns foram a confusão ou não dissociação entre área e perímetro, a representação das medidas de área e perímetro apenas por um número e a utilização de fórmula em contexto em que ela não se enquadra. De tal maneira acreditamos ter comtemplar o objetivo geral o qual tomamos para esta nossa investigação.

Gostaríamos de ressaltar que como colocamos em alguns momentos a dificuldade dos alunos em desenvolver justificativas fundamentadas, significativas, plausíveis, é evidente e prejudicou alguns momentos da nossa análise. Uma possibilidade de trabalhar com esses tipos de atividades que propomos tendo um contato com o aluno, podendo provocá-lo com questionamentos ou buscando caminhos para que ele justifique seus posicionamentos, seria uma opção enriquecedora para esse trabalho. Incluímos tal possibilidade de trabalho como sugestão para pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 10520: Informação e documentação – Citações em documentos – Apresentação*. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. *NBR 6023: Informação e documentação – Referências – Elaboração*. Rio de Janeiro: ABNT, 2002.

ALMOULOUD, S. A. *A dialética ferramenta-objeto e o jogo de quadros*. In: ______. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: Ed. UFPR, 2007. cap. 3.

BALTAR, P. M. *Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane:* une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au céllege. 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática), Universidade Joseph Fourier, Grenoble, França, 1996.

BARBOSA, P. R. *Efeitos de uma seqüência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental*. 2002. 214 f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2002.

BARROS, A. L. de S. *Uma análise das relações entre área e perímetro em livros didáticos de 3º e 4º ciclos do ensino fundamental*. Recife : O Autor, 2007. 213 f. : il.; tab. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2007.

BELLEMAIN, P.M.B.; LIMA, P.F. *Um estudo da noção de grandeza e implicação no Ensino Fundamental*. IV Seminário Nacional de História da Matemática. Natal, 8 a 11 de abril de 2001. p. 21-43.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998. 148 p.

BRITO, A. F. de. *Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do Ensino Fundamental*. Recife: 2003. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2003.

CENTENARO , G. F. C. *Perímetro e Área: Uma Proposta Didática para o Ensino Fundamental*. Porto Alegre: O Autor, 2010. 100 f. Monografia (Especialista em Matemática, Mídias Digitais e Didática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Departamento de Matemática Pura e Aplicada, 2010.

DICIO. *Dicionário Online de Português*. 2017. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/> . Acesso em: 27 jun. 2016.

DOUADY, R. *Jeux de cadres et dialectiques outil-objet dans l'enseignement des Mathematiques. Une realisation dans tout le cursus primaire*. 1984. Tese (Doutorado em Didática da Matemática), Universite Paris VII, França, 1984.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. *Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane*. Institut de recherche mathématiques de Rennes, 1988. Disponível em: <http://www.numdam.org/article/PSMIR_1987-1988___5_A3_0.pdf>. Acesso em: 29 mar. 2017.

DUARTE, J. H. *Análise de situações didáticas para construção do conceito de área como grandeza no Ensino Fundamental*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8, 2004, Recife-PE. Anais...Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

FACCO, S. R. *Conceito de área uma proposta de ensino-aprendizagem*. São Paulo: [s.n.], 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

FACCO, S. R.; ALMOULOUD, S. A. *Uma abordagem de ensino-aprendizagem do conceito de área*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 8, 2004, Recife-PE. Anais... Recife-PE: 2004. 11 p.

FERREIRA, L. de F. D. *A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do ensino fundamental*: *estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais*. Recife : O Autor, 2010. 191 f. : il. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE. Educação, 2010.

FERREIRA, L. de F. D. *Comprimento, Área e Perímetro: análise da abordagem das grandezas geométricas à luz da teoria dos campos conceituais*. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 18, 2014, Recife-PE. Anais... Recife-PE: 2014. 13 p.

GODOI, Â. M. da S.; GUIRADO, J. C. *Grandezas e medidas do cotidiano no contexto escolar*. 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf>. Acesso em: 21 abr. 2017.

GODOY, A. S. *Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades.* Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, Mar./Abr. 1995.

GODOY, A. S. *Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais*. Revista de Administração de Empresas São Paulo, v. 35, n.3, p. 20-29, Mai./Jun. 1995.

GOMES, J. B. A.; ARAÚJO, M. F. *A importância do ensino de grandezas e medidas para os alunos do Ensino Fundamental II.* Poranga - CE: O Autor, 2012. (Artigo apresentado como requisito à obtenção do título de Licenciado no Curso de Licenciatura em Matemática), Universidade Estadual Vale do Acaraú - UVA, Poranga-CE, 2012.

HENRIQUES, M. D. *Um estudo sobre a produção de significados de estudantes do ensino fundamental para área e perímetro*. Juiz de Fora: [s.n.], 2011. 218 f. : il. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2011.

IGNÁCIO, R. DA S. *Um estudo das concepções de professores polivalentes sobre área e perímetro*. Paraíba: O Autor, 2006, 122 f. DISSERTAÇÃO (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Paraíba. Centro de Educação. 2006.

MARTINS , L. P. *Análise da Dialética Ferramenta-Objeto na Construção do Conceito de Função*. São Paulo: O Autor, 2006. 182 f. Dissertação (MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA) - PUC/SP, São Paulo, 2006.

MELO, M. A. P. de; BELLEMAIN, P. M. B. *Identificando Concepções Numéricas e Geométricas na Resolução de um Problema de Área e Perímetro*. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2, 2008, Recife – PE. Anais... Recife – PE: [s.n.], 2008. 12 p.

MELO, M. M. C. *Efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro*. Recife: O Autor, 2009. 197 p. : il. : fig., tab., . Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE. Educação, 2009.

MICHAELIS. *Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa*. 2017. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br>. Acesso em: 01 jul. 2016.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação Estadual de Pernambuco. *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio*. Pernambuco, 2012.

PERROTTA, R. C. *A introdução dos conceitos de área e perímetro através de modelagem*. 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

PERROTTA, R. C.; PERROTTA, S. G. M. *Considerações sobre o ensino de área e perímetro*. Dialogia, São Paulo, v. 4, p. 81-88, 2005.

PESSOA, G. et al. *Efeitos de uma sequência de atividades para a dissociação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10, 2010, Salvador – BA. Anais... Salvador: Salvador, 2010.

PRIBERAM. *Dicionário Priberam da Língua Portuguesa*. 2017. Disponível em: <https://www.priberam.pt>. Acesso em: 27 jun. 2016.

SANTOS, M. R. dos; CÂMARA DOS SANTOS, M. *O conceito de área de figura geométrica plana em livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental*: *um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático*. IN: CIBEM, 7, 2013, Montevideo-Uruguay. Actas del VII CIBEM. Montevideo, Uruguay: 2013. 8 p.

SANTOS, M. R. dos; PEREIRA FILHO, G. M. LUNA, I. T. R. de. *Análise das atividades presentes em um livro didático acerca do conceito de área de figuras planas*. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12, 2016, São Paulo-SP. Anais...São Paulo: São Paulo, 2016.

SILVA, A. D. P. R. da . *Explorando o conceito de área como grandeza geométrica: um estudo por meio do ApprentiGéomètre2*. In: Semana Acadêmica de Matemática, 3, Petrolina, 2015. Minicurso... Petrolina: UPE, 2015, 3 p.

SILVA, J. V. G.; BELLEMAIN, P. M. B. *Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos Brasileiros de 6º ano*. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática, 13, 2011, Recife-PE. Anais... Recife – PE: 2011. 10 p.

TEIXEIRA, P. J. M. *Entendendo problemas e conceitos em quadros diferentes da Matemática*. Professor de Matemática Online: Revista Eletrônica da Sociedade Brasileira de Matemática, v. 3, n. 1, p. 31-50, 2015.

TEIXEIRA, S. G. *Concepções de alunos de Pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro*. Recife: O Autor, 2004. 220 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2004.

TELES, R. A. de M. *Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas*. Recife: O Autor, 2007. 297 folhas : il. ; tab., graf., quadros. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE (Centro de Educação), 2007.

VERGNAUD, G. *Teoria dos campos conceituais*. In: Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1, 1993, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: 1993. p. 1-26.

.

APÊNDICE

APÊNDICE A - CONJUNTO DE ATIVIDADES (TESTE)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA
TÍTULO DA PESQUISA: ÁREA E PERÍMETRO - Identificando concepções e analisando a produção de significados em alunos do 9° Ano

Nome do(a) aluno(a)/voluntário(a): ____.

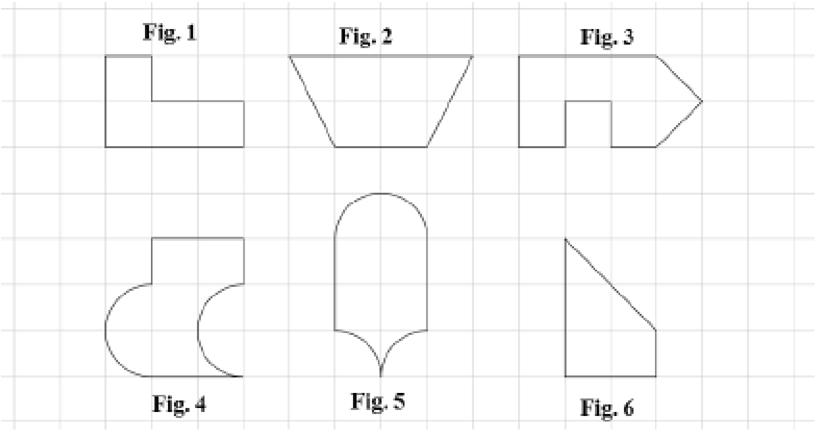
ATIVIDADE 1:

1) O que você diria se lhe perguntassem "o que é área?" ?

2) O que você diria se lhe perguntassem "o que é perímetro?" ?

ATIVIDADE 2:

Considere as figuras planas a seguir:

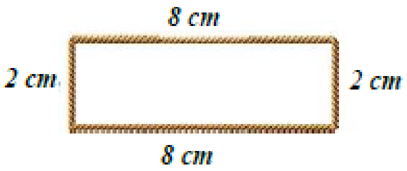


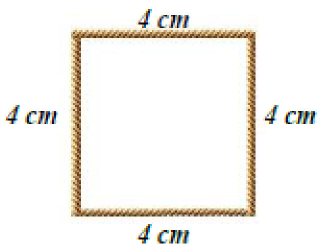
1) Entre as figuras planas acima há figuras de mesma área? Se sim, quais são elas? Explique como você fez (se necessário pode utilizar a malha para representar o que você fez).

2) Entre as figuras planas acima há figuras de mesmo perímetro? Se sim, quais são elas? Explique como você fez.

ATIVIDADE 3:

Observe que a seguir apresentamos duas figuras planas: um retângulo e um quadrado. As medidas dos lados de ambas as figuras que devem ser consideradas também são as que seguem nas figuras abaixo:





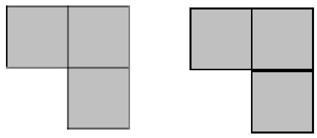
1) Responda de acordo com as imagens anteriores as seguintes perguntas:

a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas? Explique como você chegou a esta conclusão.

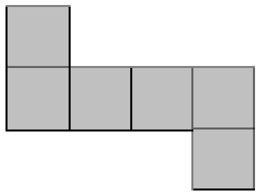
b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros? Explique como você chegou a esta conclusão.

ATIVIDADE 4:

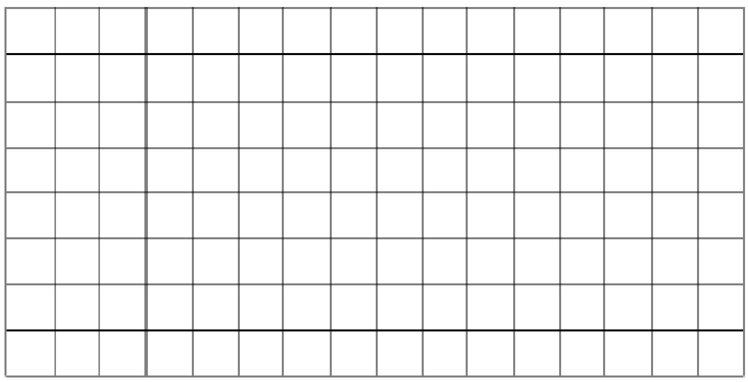
Considere as figuras abaixo.



Como podemos observar as duas figuras planas são iguais. Podemos também optar por juntar as duas figuras para formar uma figura maior, como mostra a figura a seguir:



a) Na malha quadriculada abaixo, desenhe 3 outras figuras formadas com as duas figuras dadas, diferentes do exemplo apresentado. Nomeie cada uma delas com as letras A, B e C.



b) O que você pode dizer sobre à área das figuras planas A,B e C?

c) Entre as figuras A, B e C existem figuras que possuem o mesmo perímetro? Justifique sua resposta.

ATIVIDADE 5:

1) Os alunos de uma turma de nono ano, estudavam o conteúdo áreas e perímetros. Veja o que alguns deles afirmaram:

Jorge: A área é o número de ladrilhos necessários para recobrir uma superfície.
Paulo: Dada uma figura plana, qualquer mudança no seu formato altera a sua à área.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Jorge ( ) **Discordo de Jorge** ( )

Concordo com Paulo ( ) **Discordo de Paulo** ( )

Amanda: O perímetro é a medida do contorno da figura.
Carla: Duas figuras podem ter os formatos diferentes e mesmo perímetro.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Amanda ( ) **Discordo de Amanda** ( )

Concordo com Carla (   ) **Discordo de Carla (   )**

Bruna: Duas figuras de mesma área têm que ter mesmo perímetro.
Guilherme: Duas figuras podem ter os perímetros iguais e as áreas diferentes.

O que você acha das afirmações desses alunos: você concorda com eles ou não? Explique porque concorda ou discorda com cada um dos alunos.
Concordo com Bruna (   ) **Discordo de Bruna (   )**

Concordo com Guilherme (   ) **Discordo de Guilherme (   )**

"Espero que tenham gostado das questões e feito uma boa atividade. Muito obrigado por essa ajuda! Atenciosamente, Elton Torres."

ANEXO

ANEXO A - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS - Resolução 466/12)

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a) ______________________________ para participar, como voluntário (a), da pesquisa ***ÁREA E PERÍMETRO: Identificando concepções e analisando a produção de significados em alunos do 9° Ano***. Esta pesquisa é da responsabilidade do pesquisador **Elton Torres da Silva**, residente a **Vila Peladas**, **Zona Rural de Caruaru**, **n° 54**, CEP **55101000**, Telefone: **081992464880**. Também participam desta pesquisa os pesquisadores: **Soraia Aparecida Vicente** (Professora da Escola Municipal Landelino Rocha) e está sob a orientação de: ______________________________(Professor (a) da UFPE/CAA e orientadora), e-mail:______________________.

Caso este Termo de Consentimento contenha informações que não lhe sejam compreensíveis, as dúvidas podem ser tiradas com a pessoa que está lhe entrevistando e apenas ao final, quando todos os esclarecimentos forem dados, caso concorde que o (a) menor faça parte do estudo pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Caso não concorde, não haverá penalização nem para o (a) Sr.(a) nem para o/a voluntário/a que está sob sua responsabilidade, bem como será possível ao/a Sr. (a) retirar o consentimento a qualquer momento, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- A nossa proposta de pesquisa baseia-se na investigação de concepções, dificuldades e da produção de significados por alunos de 9° Ano do Ensino Fundamental com relação ao conteúdo de Área e Perímetro de figuras planas. A coleta de dados ocorrerá através da aplicação de um questionário a ser respondido pelos alunos que se dispuserem a nos ajudar. Temos como objetivo principal *Analisar as concepções numéricas e concepções geométricas demonstradas por alunos de 9° ano do Ensino Fundamental relacionadas aos conceitos de Área e de Perímetro de figuras planas*. E ainda, especificamente trataremos também de *Identificar as principais concepções numéricas e geométricas relacionadas à Área e Perímetro de figuras planas advindas desses alunos; Analisar a produção de significados dos alunos relacionada à Área e Perímetro de figuras planas sob à ótica do Modelo dos Campos Semânticos*; e *Evidenciar as dificuldades dos alunos referentes à construção conceitual de Área e de Perímetro*.
- A pesquisa será realizada na Escola Municipal Landelino Rocha, sob orientação da professora Soraia Aparecida Vicente. O dia previsto para a realização da pesquisa é 21/11/2016, no turno da tarde, com uma duração de aproximadamente 2 horas/aulas.
- Como benefício da pesquisa podemos dizer que a maneira como as questões foram construídas estimulam o raciocínio do aluno, a busca por estratégias de resolução e a produção de conhecimento. Além do mais reforçam os conceitos de Área e Perímetro de figuras planas aprendidos na escola e ao mesmo tempo pode nos fornecer indícios das dificuldades que persistem nos alunos no tratamento desse conteúdo.
- A participação na pesquisa não põe em risco à nenhum aluno. Não haverá despesas algumas por partes dos alunos.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a participação do/a voluntário (a). Os dados coletados nesta pesquisa (respostas dos alunos às questões) ficarão armazenados em pasta e computador pessoal sob a responsabilidade do pesquisador no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos.

O (a) senhor (a) não pagará nada e nem receberá nenhum pagamento para ele/ela participar desta pesquisa, pois deve ser de forma voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação dele/a na pesquisa, conforme decisão judicial ou extra-judicial. Se houver necessidade, as despesas para a participação serão assumidas pelos pesquisadores.

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – Prédio do CCS - 1° Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cepccs@ufpe.br)**.

____
Assinatura do pesquisador

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu, ____ CPF____________________, abaixo assinado, responsável por ____, autorizo a sua participação no estudo ***ÁREA E PERÍMETRO: Identificando concepções e analisando a produção de significados em alunos do 9° Ano***, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade (ou interrupção de seu acompanhamento/ assistência/tratamento) para mim ou para o (a) menor em questão.

Local: Vila Peladas.

Data: ____/____/ 2016 .

Assinatura do (da) responsável: ____.

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do sujeito em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura: