

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**UMA ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DO RECURSO HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
POR AUTORES DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO**

JOSÉ MAZINHO BARBOSA DA ROCHA

CARUARU, 2017

JOSÉ MAZINHO BARBOSA DA ROCHA

**UMA ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DO RECURSO HISTÓRIA DA MATEMÁTICA
POR AUTORES DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Universidade Federal de Pernambuco como parte
dos requisitos necessários para a obtenção do Grau
de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof^o Me^o Paulo Roberto Câmara de
Sousa.

Coorientador: Prof^o Me^o José Jefferson da Silva.

CARUARU, 2017

R672a Rocha, José Mazinho Barbosa da.
Uma análise da utilização do recurso da história da matemática por autores de livros didáticos do ensino médio. / José Mazinho Barbosa da Rocha. – 2017. 54f. ; il. : 30 cm.

Orientador: Paulo Roberto Câmara de Sousa.
Coorientador: José Jefferson da Silva
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Matemática - História. 2. Geometria. 3. Livros didáticos. I. Sousa, Paulo Roberto Câmara de. (Orientador). II. Silva, José Jefferson da (Coorientador). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-403)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática - Licenciatura



**UMA ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DO RECURSO HISTÓRIA DA
MATEMÁTICA POR AUTORES DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO
MÉDIO**

JOSÉ MAZINHO BARBOSA DA ROCHA

Monografia submetida ao Corpo Docente de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e _____ em 19 de dezembro de 2017.

Banca examinadora:

Prof. Paulo Roberto Câmara de Souza
(Orientador)

Prof. Débora Karyna dos Santos Araújo Bernardino da Silva
(Orientador)

Prof. José Jefferson da Silva
(Coorientador (a))

AGRADECIMENTOS

Gratidão ...

Primeiramente a Deus, centro do meu universo, por sempre conduzir meus caminhos e permitir concretizar mais esta etapa.

À Nossa Senhora, intercessora minha.

A minha família, em especial a minha mãe, pelo apoio e persistência para comigo, por nunca ter me deixado desistir.

Ao meu orientador, professor Paulo Câmara, pelas orientações realizadas na elaboração e construção deste trabalho.

Ao meu coorientador, professor Jefferson Silva, pelas discussões e contribuições durante o processo de realização da pesquisa e por ter sempre me motivado a não desistir.

A professora Cristiane Rocha, pelas contribuições dadas durante a disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso I, e também, pelas oportunidades de experiências vivenciadas no PIBID, contribuindo para minha formação profissional.

Ao professor Valdir, pelas contribuições dadas durante as disciplinas Metodologia da Pesquisa Educacional e Trabalho de Conclusão de Curso II.

A todos os meus professores e minhas professoras, pelas contribuições durante minha formação, e por serem exemplos de profissionais comprometidos para uma educação de qualidade.

A todos os meus amigos e minhas amigas e colegas do curso, por todos os momentos compartilhados e pelo aprendizado adquirido. Especialmente, grato a estas pessoas que tornaram a caminhada mais alegre e grandes motivadores em minha vida, CínthiaMickaele, Débora Vanessa, Emanuel Vasconcelos, Fernanda Melo, Gilvaneide Evelyn, José Helton, Karolina Araújo, Karlos Eduardo, Luana Lemos, Marina Carvalho, Michelly Pereira, Monalisa Melo, Monyck Ferreira e Viviane Silva.

Àqueles (as) que tornaram minhas viagens menos cansativas e que tornaram esta as melhores viagens, Adjanielly Moraes, Gerliane Araújo, José Fagner, José Jairo, Luana Lemos, Maxwellen Cabral, Patrícia Oliveira e Teófila Mendes.

A ela, a quem tenho enorme carinho e muito amor, Letícia Nascimento, minha amiga de anos, da qual já compartilhamos maravilhosos momentos. Gratidão pelo que és minha vida!

Aos meus amigos e minhas amigas pela fé, que embora conheço a pouco tempo, sempre me motivaram na realização deste, Cidynara Aguiar, Fábiana Oliveira, José Henrique Alves, Joyce Barbosa, João Victor Lucena, Júlyia Lima, Lillian Diniz, Magdalena Leal e Rennale Sousa.

Enfim, a todos e todas que sempre torcem por mim e que contribuíram para a concretização de etapa.

É que tem mais chão nos meus
olhos do que cansaço nas minhas pernas,
mais esperança nos meus passos do que
tristeza nos meus ombros, mais estrada no
meu coração do que medo na minha
cabeça.

Cora Coralina

RESUMO

O presente estudo tem por objetivo analisar a abordagem da História da Matemática nos capítulos de geometria em coleções de livros didáticos do Ensino Médio aprovadas simultaneamente em todos os PNLDs dos anos 2009, 2012, 2015 e 2018. Identificamos na literatura autores favoráveis a utilização da História da Matemática como metodologia para o ensino, em especial, uma pesquisa realizada por Vianna (1995) sobre a presença da mesma em livros didáticos, ao qual nos baseamos para realização de nossa análise. Em nossa metodologia, realizamos levantamento das coleções aprovadas nos PNLDs 2009, 2012, 2015 e 2018, em seguida, identificamos os capítulos de geometria e os contextos que continham História da Matemática, posteriormente, classificamos de acordo com as categorias estabelecidas por Vianna (1995). Percebemos que a História da matemática, embora apresente um valor pedagógico para o ensino, é pouco utilizada nos capítulos de geometria. Embora este recurso motive no estudante o interesse pelo conteúdo, a categoria Motivação aparece poucas vezes, diferente da categoria Informação, a mais apreciada entre todas as coleções. A utilização da História da Matemática permite que a matemática seja vista como construção humana.

Palavras-chave: Geometria. História da Matemática. Livro Didático.

ABSTRACT /RESUMEN; RESUME

The present study aims to analyze the approach of the Mathematics History in the chapters of geometry in collections of high school textbooks approved simultaneously in all PNLDs of the years 2009, 2012, 2015 and 2018. We have identified in literature favorable authors the use of Mathematics History as a methodology for teaching, especially a research carried out by Vianna (1995) on the presence of it in textbooks, to which we base our analysis. In our methodology, we carried out a survey of the collections approved in the PNLDs 2009, 2012, 2015 and 2018, then we identified the geometry chapters and the contexts that contained the Mathematics History, later classified according to the categories established by Vianna (1995). We realize that the Mathematics History, although it presents a pedagogical value for the teaching, is little used in the chapters of geometry. Although this resource motivates the student interest in content, the Motivation category rarely appears, unlike the Information category, which is most appreciated among all collections. The use of the Mathematics History allows mathematics to be seen as a human construct.

Keywords: Geometry. Mathematics History. Textbook.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Coleções aprovadas no PNLD 2009.	28
Quadro 2- Coleções aprovadas no PNLD 2012.	28
Quadro 3- Coleções aprovadas no PNLD 2015.	28
Quadro 4- Coleções aprovadas no PNLD 2018.	29
Quadro 5- Coleções aprovadas no PNLDs (2009, 2012, 2015 e 2018).	30

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Comparativo da presença da História da Matemática nas coleções.....	31
Tabela 2- Capítulos de geometria da coleção “Matemática – Contexto e Aplicação” ...	33
Tabela 3- Capítulos de geometria da coleção “Matemática Paiva”.....	40
Tabela 4- Capítulos de geometria da coleção “Matemática para compreender o mundo”	46

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Manifestações da História da Matemática por volume.....	30
Gráfico 2- Classificação das manifestações da História da Matemática por volume.....	31
Gráfico 3- Classificação das manifestações da História da Matemática na coleção “Matemática – Contexto e Aplicação”	33
Gráfico 4- Classificação das manifestações da História da Matemática na coleção “Matemática Paiva”	41
Gráfico 5- Classificação das manifestações da História da Matemática na coleção “Matemática para compreender o mundo”	47

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Coleção “Matemática – Contexto e Aplicação”	32
Figura 2- Categoria Motivação – Volume 1 – página 236	34
Figura 3- Categoria Motivação – Volume 1 – página 261	35
Figura 4- Categoria Informação – Volume 3 – página 86.....	36
Figura 5- Categoria Estratégia Didática – Volume 2 – página 33.....	37
Figura 6- Categoria Uso Imbricado – Volume 2 – página 28	38
Figura 7- Coleção “Matemática Paiva”	39
Figura 8- Categoria Motivação – Volume 2 – página 102	41
Figura 9- Categoria Motivação – Volume 2 – página 103	42
Figura 10- Categoria Informação – Volume 1 – página 66.....	43
Figura 11- Categoria Informação – Volume 3 – página 122.....	43
Figura 12- Categoria Estratégia Didática – Volume 1 – página 88.....	44
Figura 13- Categoria Uso Imbricado – Volume 2 – página 246	45
Figura 14- Coleção ”Matemática para compreender o mundo”	45
Figura 15- Categoria Informação – Volume 1 – página 232.....	48
Figura 16- Categoria Informação – Volume 1 – página 237.....	48
Figura 17- Categoria Motivação – Volume 1 – página 251	49
Figura 17- Categoria Motivação – Volume 3 – página 141	49

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMPREENDIDA COMO RECURSO DIDÁTICO	17
3	HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO	20
4	ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA	23
5	METODOLOGIA	27
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	30
6.1	Coleção “Matemática – Contexto e Aplicação”	32
6.2	Coleção “Matemática Paiva”	39
6.3	Coleção “Matemática para compreender o mundo”	45
7	CONCLUSÃO	50
	REFERÊNCIAS	52

1. INTRODUÇÃO

Para muitos estudantes compreender os conteúdos matemáticos não é tarefa fácil. Isso é justificado pelas várias fórmulas, pelos enormes cálculos, a falta de relação com o cotidiano e/ou até mesmo pela maneira como é ensinada. Lopes e Ferreira (2013), a partir de experiências docentes, aponta possíveis questionamentos à atual configuração da matemática escolar, ao qual mostrar-se sem contextualização e sem relação com outras áreas do conhecimento, e também, com a vida cotidiana.

Os conhecimentos matemáticos não surgiram de forma organizada e sistematizada para ser utilizado, mas que surgiram a partir da necessidade humana de encontrar soluções diante das situações ou na curiosidade de resolver problemas diversos. Desta forma, entender que o contexto da história desses conteúdos é capaz de permitir o entendimento e significado do mesmo no ambiente escolar (LOPES; FERREIRA, 2013).

O meu interesse no estudo pela História da Matemática iniciou ainda no processo de escolarização, mais especificamente na Educação Básica, observando os textos e as informações sobre a mesma, geralmente nos inícios de capítulos dos Livros Didáticos, e que eram desconsideradas pelos professores. Também, enquanto graduando do curso de Licenciatura em Matemática, tive algumas experiências e discussões sobre a temática em algumas disciplinas, em participações em eventos, além de experiências vivenciadas no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, PIBID. Estas experiências me levaram a questionar acerca da ausência da mesma nas aulas, pois percebi a História da Matemática como importante recurso tanto na formação dos professores, bem como para o ensino.

Para Santos (2007), a História da Matemática torna-se útil para dar ao aluno um suporte na construção do conhecimento dos métodos e fórmulas matemáticas, sendo uma ferramenta indispensável para a aprendizagem. Nesta perspectiva, acreditando na potencialidade da utilização de contextos históricos no ensino da matemática escolar, de maneira a permitir dar significado a aprendizagem aos estudantes, senti-me instigado a pesquisar sobre o referido tema.

Em seus estudos, Santos (2002) conclui seu trabalho observando a História da Matemática como motivação e incentivo no estudo de matemática e, ressalta o cuidado no uso da História da Matemática, no entanto deve-se ter cuidado ao utilizar este recurso, no intuito de não sobrestimar seu poder pedagógico e nem o utilizar de forma indiscriminável.

Bianchi (2006) entende a História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem como recurso didático relevante e que vem sendo utilizado com maior frequência. Para a autora, o Movimento da História da Matemática fortaleceu-se e assim, pode contribuir de forma positiva, com mais pesquisas, mais debates, mais publicações, entre outros.

Visto o potencial pedagógico da presença dos contextos históricos nas aulas de matemática escolhemos realizar a pesquisa com livros didáticos visto que estes são um dos principais instrumentos de ensino nas aulas de matemática. Estes consistem em fundamentais objetos de pesquisa, e todo estudo de análise sobre o mesmo e suas ideias está, também, analisando a qualidade e pensamentos que permeiam o cenário escolar (GOMES, 2010).

A partir dos estudos apresentados percebemos a História da Matemática como importante recurso didático no ensino da matemática, podendo ter uma significativa aprendizagem. Contudo, leva-nos a questionar: Como a História da Matemática é abordada nos capítulos de geometria em livros didáticos do Ensino Médio?

Mas por que geometria? Os livros didáticos apresentam vastos conteúdos matemáticos, com isso foi preciso realizarmos um recorte para que pudéssemos realizar nossa pesquisa. Daí, visto a importância do ensino da geometria, pois permite melhor compreensão do mundo e de conhecimentos de outras áreas, optamos por analisar os capítulos deste conteúdo.

Pretendemos neste estudo analisar as abordagens da História da Matemática nos capítulos de geometria em livros didáticos do Ensino Médio. Assim, acreditamos estar contribuindo nas discussões para o melhoramento do ensino da geometria através do ensino da História da Matemática, e também, no aprimoramento dos livros didáticos, considerando este, ainda, o principal recurso didático utilizado pelos professores.

Diante do exposto, nossa pesquisa tem como objetivo maior, investigar como a História da Matemática está inserida nos capítulos de geometria em livros didáticos do Ensino Médio nas coleções aprovadas simultaneamente nos PNLDs 2009, 2012, 2015 e 2018. Para atingir esse objetivo, estabelecemos como objetivos específicos: identificar na literatura elementos que fortaleçam a relevância da História da Matemática como ferramenta de ensino; identificar como as coleções de livros didáticos inserem a história da geometria como ferramenta de ensino; realizar levantamento das coleções aprovadas nos PNLDs 2009, 2012, 2015 e 2018; e identificar e classificar os contextos que abordam geometria de acordo com o estudo de Vianna (1995).

Para contemplar esses objetivos, a pesquisa se divide em cinco capítulos. O primeiro, intitulado “História da Matemática compreendida como recurso didático” apresenta autores

que defendem a utilização da História para o ensino da matemática, atribuindo a este recurso suma importância para conceber ao aluno a visão da matemática como construção a partir da necessidade humana.

O segundo capítulo, História da Matemática e Livro Didático, faz uma abordagem sobre o livro didático, apresentando autores que ressaltam a importância da presença da História da Matemática nos livros. Em especial, o trabalho realizado por Vianna (1995), na qual apresentou categorias para classificar a presença da História da Matemática em livros didáticos.

Ensino e Aprendizagem de Geometria é o terceiro capítulo. Neste capítulo é realizada uma abordagem sobre a história ensino da geometria no Brasil. Além disso, fala sobre o a importância e ensino da geometria.

Temos no quarto capítulo, a metodologia, onde será apresentado o processo de realização de nossa pesquisa, justificando a razão da escolha das coleções analisadas. Expomos também as classificações que serviu como base para nossa análise e o levantamento realizado para a seleção das coleções.

Em Análise e Discussão dos Resultados, último capítulo, apresentamos os dados obtidos após realização da análise, verificando se atingimos os objetivos estabelecidos. Ainda, trazendo reflexões acerca da importância do uso da História da Matemática nos livros didáticos.

Por fim, apresentamos as considerações finais de nossa pesquisa, e as referências da mesma.

2. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMPREENDIDA COMO RECURSO DIDÁTICO

A compreensão do processo evolutivo do conhecimento matemático possibilita ao aluno construir, de forma sólida, uma formação completa em seu processo de aprendizagem, considerando o fato de que a matemática foi criada a partir das necessidades humanas, conforme corroboram Flemming, Luz e Mello (2005, p. 18) “ao analisarmos a evolução do conhecimento matemático, desde seus primórdios até os nossos dias, podemos constatar a importância do contexto histórico na compreensão de alguns fatos atuais”.

De acordo com a *Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco- BCC* (2008), contextualizar os conceitos matemáticos a partir de seu contexto histórico é uma das maneiras eficientes de conferir significados a estes conceitos. A partir daí, observa-se a necessidade de considerar as contribuições da História da Matemática na superação das dificuldades dos conteúdos de matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam a História da Matemática como possibilidade de ensino de matemática, contribuindo no processo de ensino-aprendizagem. “Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo” (BRASIL, 1998, p. 42).

A utilização da História da Matemática como recurso didático nas aulas de matemática contribui para aprimorar e valorizar a aprendizagem dessa disciplina (CAVALCANTE, 2006). A autora ainda ressalta que

resgatar os fatos e processos históricos torna a História da Matemática uma fonte motivadora para o processo de ensino – aprendizagem, além de se constituir um ótimo recurso para o trabalho interdisciplinar e dos temas transversais, em virtude dos aspectos culturais implícitos nesses fatos e processos. (CAVALCANTE, 2006, p.17).

Oliveira (2009) aponta como argumento forte para a utilização da História da Matemática, quando a mesma é concebida “como instrumento de compreensão, significação e resolução de problemas, uma vez que promove a busca de elementos esclarecedores das teorias e conceitos matemáticos a serem estudados” (OLIVEIRA, 2009, p. 73).

Neste mesmo viés, D’Ambrósio (2007) aponta motivos aos futuros professores sobre a importância do estudo da História da Matemática como ferramenta indispensável para compreender

a evolução da matemática como processo sócio cultural de construção humana; o processo construtivista como a ação humana que leva à

aprendizagem; a semelhança entre o processo histórico e a aprendizagem das crianças; a álgebra como processo geométrico e a importância da geometria na fundamentação matemática; os problemas motivadores para a construção da matemática e como tais problemas levaram ao desenvolvimento de diferentes áreas da matemática; a compreensão de soluções alternativas para problemas que são triviais quando se utiliza a matemática moderna; e a evolução do rigor lógico e de provas matemáticas. (p. 400)

Dambros (2006) acredita que para o ensino de matemática, o uso partir do contexto histórico seja fundamental, dessa forma, é necessário ao professor ter essa visão para o planejamento do ensino, contemplando demais objetivos pedagógicos, referentes à formação do cidadão.

Gomes (2005) aponta que, para o uso adequado da História da Matemática, bem como outras metodologias do ensino, é preciso que o professor se permita a modificar sua prática, refletindo acerca de suas ações e buscando maneiras para que os estudantes também pratiquem o mesmo, somente assim, estes, descobrirão meios na realidade que permitirão construir efetivamente o conhecimento, que, por conseguinte, permitirão melhor compreender a realidade.

Lopes e Ferreira (2013) consideram a História da Matemática como uns dos caminhos que permitem ao professor tornar a matemática mais humana, suscetível a erros e em contínua evolução, aproximando-a dos estudantes. Ainda ressalta a curiosidade dos estudantes como aliada à História da Matemática, uma vez que o conhecimento do contexto histórico de determinados conteúdos pode motivá-los a estudar. Além disso, atentam para as particularidades das situações que podem ocorrer, cabendo ao professor utilizar a História da Matemática de forma que lhe parecer mais apropriada.

Favorável ao uso da História da Matemática, D'Ambrósio (1999), atribui ao ensino, algumas finalidades da História da Matemática.

- (1) para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças, os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
- (2) para mostrar que a Matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de Matemática desenvolvidas pela humanidade;
- (3) para destacar que essa Matemática teve origem nas culturas da antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
- (4) para saber que desde então a Matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico, e avaliar as consequênciassócio-culturais dessa incorporação (D'AMBRÓSIO, 2000, p.248).

Após analisar alguns argumentos de diversos autores sobre o uso da História da Matemática, em seus estudos, Miguel (1993) atribui à História da Matemática uma lista de funções.

As principais funções que os textos revelaram vêm na história:

- 1) uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem (História-Motivação);
- 2) uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (História-Objetivo);
- 3) uma fonte de métodos adequados para o ensino-aprendizagem (História-Método);
- 4) uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de matemática (História-Recreação);
- 5) um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação do seu ensino (História-Desmistificação);
- 6) um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História-Formalização);
- 7) um instrumento na construção de um pensamento independente e crítico (História-Dialética);
- 8) um instrumento unificador dos vários campos da matemática (História-Unificação);
- 9) um instrumento promotor de atitudes e valores (História-Axiologia);
- 10) um instrumento de conscientização epistemológica (História-Conscientização);
- 11) um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (História-Significação);
- 12) um instrumento de resgate da identidade cultural (História-Cultura);
- 13) um instrumento revelador da natureza da matemática (História-Epistemologia). (Miguel, 1993, p. 106-107)

Santos (2013) acredita que a História da Matemática contribui efetivamente no ensino e na aprendizagem, indo além da função motivacional para transformar-se num aspecto relevante do processo didático. O uso desta é elemento fundamental para o professor desenvolver uma educação significativa e compreensiva para o estudante e poder ser ferramenta de ensino.

3. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LIVROS DIDÁTICOS

A história do livro didático no Brasil decorre desde a década de 1930, através de decretos e leis governamentais e que passaram por diversas mudanças e adequações intencionando dar qualidade aos materiais didáticos utilizados nas escolas públicas (SCHMIDT; PRETTO; LEIVAS, 2016).

Com base nos estudos de Gérard e Roegiers (1998), o Guia de Livros Didáticos PNLD 2016, ensino fundamental – anos iniciais, aponta funções para o uso o livro didático em relação aos alunos (as), as quais podem ser

favorecer a aquisição de saberes socialmente relevantes; consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos; propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades, que contribuam para aumentar sua autonomia; contribuir para a formação social e cultural e desenvolver a capacidade de convivência e de exercício da cidadania. (BRASIL, 2015, p. 19).

Em relação aos professores, as funções do livro didático podem ser:

auxiliar no planejamento didático-pedagógico anual e na gestão das aulas; favorecer a formação didático-pedagógica; auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno; favorecer a aquisição de saberes profissionais pertinentes, assumindo o papel de texto de referência. (BRASIL, 2015, p. 19)

O documento ainda ressalta a necessidade de observar que as possíveis funções são “histórica e socialmente situadas e, assim, sujeitas a limitações e entraves” (2015, p. 20) e tal aspecto precisa ser considerado para que essas possíveis funções se tornem verídicas. Além disso, é preciso que seja considerado o espaço cultural que se utiliza o livro, a qual permitirá a formação integral dos estudantes.

De acordo com Barone (2008, p.6), o livro didático “deve ser considerado como um veículo portador de um sistema de valores, de uma ideologia, de uma cultura e assim inserido no campo da história cultural”.

Em seus estudos, Roque (2012) afirma que o surgimento de elementos históricos na matemática escolar se deu a partir das reformas da década de 1930, com a Reforma Francisco Campos, onde autores de livros didáticos como Cecil Thiré, Melo e Souza e Euclides Roxo inserem elementos da História da Matemática em suas obras. Entretanto, ao decorrer do tempo, após várias discussões a respeito do seu uso, podemos observar que apenas há 20 anos, que seu uso didático, de maneira mais estruturada, tem ganhado destaque e importância.

Lançado pelo Governo Federal, no final da década de 90, os Parâmetros Curriculares Nacionais recomendam o uso da História da Matemática como forma de se “fazer matemática”. Somando – se este fato ao crescimento do movimento da História da

Matemática no Brasil, deu início a um processo que resultou no crescimento da utilização deste recurso nos livros didáticos (MERCATELLI NETO, 2009, grifo do autor, p. 23)

De acordo com Gomes (2008, p. 20) o Catálogo do PNLEM aponta “para a necessidade de introdução da história da matemática de forma que esta possa ser utilizada como um dos agentes contextualizadores do conhecimento”.

Bianchi (2006) ressalta para a importância da avaliação dos livros didáticos de matemática referente à presença da História da Matemática, no sentido de observarmos que esta é integralmente pertencente a um legado cultural diverso.

Tratando-se do livro didático da matemática para o ensino fundamental, nas últimas décadas tem-se percebido a exploração de alguns aspectos históricos, sendo muitas vezes, texto com enfoques sobre matemáticos famosos ou problemas e desafios pertinentes ao conhecimento matemático. (OLIVEIRA, 2009)

Para classificar a presença da História da Matemática em livros didáticos, Vianna (1995) apresenta as seguintes categorias: motivação, informação, estratégia didática e como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo (uso imbricado).

1) História da Matemática como motivação

Essa categoria refere-se à História da Matemática com papel motivador, através de uma anedota, uma lenda ou um breve texto introdutório que despertem no aluno o interesse pelo conteúdo.

2) História da Matemática como informação

Inserem-se nessa categoria, notas históricas que aparecem no final do capítulo como também, eventuais quadros-informativos que aparecem no meio do livro e curiosidades. Esta categoria pode ser encontrada em diversas partes, em textos de introdução, exercícios, seções de abordagem do tema como também nas orientações para os professores.

3) História da Matemática como estratégia didática

“São intervenções de conhecimentos históricos focados para acarretar no aluno, algum procedimento que tenha relação com o desenvolvimento do conteúdo” (BIANCHI, 2006, p. 9). Nesta categoria os estudantes são convidados a realizarem algumas atividades ou devem sugerir ideias que permitam os estudantes a compreender o conteúdo seguinte. Essa categoria é bastante incomum nos livros didáticos (VIANNA, 1995).

4) História da Matemática como parte integrante do desenvolvimento do conteúdo (uso imbricado)

Aqui a História da Matemática se dar forma implícita, como também os nomes dos matemáticos. Nesta categoria as menções fazem referência à História da Matemática por meio de expressões como, por exemplo, “há muito tempo”, “desde a antiguidade”, “antigamente”, entre outros. Para Bianchi (2006, p. 10), “a história influencia no desenvolvimento de determinada maneira em detrimento de outras formas possíveis”.

Vianna (1995) chama a atenção para o uso inadequado da História da Matemática e o risco do abandono de tentativas da utilização da história, e que brevemente as pesquisas de mestrado analisarão o abandono deste recurso por ser ineficiente à aprendizagem.

Oliveira (2009), em seus estudos, percebeu que, em alguns livros didáticos, o contexto histórico não contribui pedagogicamente, visto que, às vezes se apresentam apenas como ornamentos, os professores se esquecem de explorá-los. É necessário aos professores compreenderem a contribuição na construção do conhecimento matemático permitida pelo contexto histórico, usando-a como fonte de investigação e reconstrução do conhecimento construído na história.

4. ENSINO E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

De forma inquestionável, as primeiras considerações realizadas pelos homens sobre a geometria são muito antigas. Tais considerações parecem ter sido a partir de simples considerações surgidas do conhecimento humano de identificar aspectos físicos e relacionar formas e tamanhos (EVES, 1994).

Desde muito tempo, o homem, nas mais diversas civilizações, vem observando a natureza e começa a perceber que, ao identificar diferentes formas dos objetos, pode tornar a sua vida mais fácil, pois conseguindo manipulá-los consegue abstrair e maximizar seus usos. Todas as coisas que são criadas pelo homem partem da necessidade de resolver seus problemas, de satisfazer seus desejos e de suprir as dificuldades enfrentadas pela sociedade. Assim acontece com a Geometria. (SCHMIDT, PRETTO e LEIVAS, 2016, p. 44-45)

Pereira (2005) justifica a geometria na escola argumentando que sem a habilidade do pensamento algébrico ou o raciocínio visual, as pessoas terão dificuldade em conseguir resolver problemas que envolvam conceitos geométricos no dia a dia.

Para Guimarães e Santos (2013), a geometria

é de suma importância como um conhecimento matemático na formação do indivíduo, pois dá a possibilidade de uma visão equilibrada da matemática e uma interpretação mais completa do mundo, proporciona a descoberta e compreensão da realidade e permite o desenvolvimento de capacidades intelectuais como a percepção espacial, criatividade, raciocínio através de elementos presentes em diversos espaços (GUIMARÃES e SANTOS, 2013, p. 11).

Para o ensino e aprendizagem da Matemática, como aponta Schmidt, Pretto e Leivas (2016), a geometria tem papel decisivo, já que possibilita solucionar problemas cotidianos e auxilia a estruturar o pensamento permitindo construir o conhecimento.

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006) apontam que estudar geometria deve proporcionar aos estudantes a capacidade de solucionar problemas cotidianos, também pode permitir que estes tenham a oportunidade de contemplar as propriedades matemáticas que abordam teoremas e argumentações dedutivas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) orienta que o estudo da geometria é um tema pelo qual os estudantes se interessam naturalmente. “O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc” (*Ibidem*. p. 51).

Em seu estudo, Rogenski e Pedroso (2007) perceberam que vários autores indicam que a discussão sobre a geometria seja intercalada com outras áreas durante todo o período letivo. Ainda, de acordo com pesquisas realizadas, em razão de sua formação, os professores tendem a acreditar que outros conteúdos são mais importantes que a geometria, deixando-o em segundo plano. Ainda assim, estudos evidenciam que a geometria possibilita compreender diversos conteúdos, daí a necessidade de trabalhar conjuntamente com outros conteúdos. (ROGENSKI; PEDROSO, 2007)

A geometria deve estar presente no currículo da educação básica, porém a mesma tem sido ignorada tanto pelos estudantes, seja por não gostarem e pouco se lembrarem dos conceitos ou pelos poucos estudos sobre a geometria, como também pelos professores, por não se sentirem à vontade com a mesma, e assim, sacrificá-la quando não a mais tempo de cumprir o programa. (GUIMARÃES; SANTOS, 2013).

Para os autores, se faz necessário que os professores abram suas mentes e modifiquem o jeito de ensinar geometria, pois utilizam diferentes recursos facilitaria no ensino e na aprendizagem da geometria.

As atividades lúdicas são uma ótima maneira de motivar e melhorar o ensino e a aprendizagem da geometria. É uma maneira diferente de trabalhar os conteúdos e que torna a aula prazerosa e divertida. Por isso, o uso de diferentes recursos, como jogos, história, tecnologia (calculadora, computador), no ensino de matemática, é válido, porque o professor deve motivar e envolver o aluno no objeto de conhecimento de maneira que este se sinta com desejo de aprender. Também é necessário lembrar e enfatizar que o conhecimento matemático, especialmente o conhecimento geométrico, deve ser desenvolvido dentro do contexto social e cultural, não pode ser algo isolado, distante da realidade. (GUIMARÃES; SANTOS, 2013, p. 12)

Tratando-se da presença de geometria em livros didático, o mesmo tem influência direta no ensino deste conteúdo, na qual segundo os pesquisadores, contribui para a exclusão e quase eliminação do currículo na educação básica (PEREIRA, 2005).

Percebe-se que nos livros didáticos adotados, os conteúdos de geometria estão presentes no final dos livros, nos últimos capítulos, não tendo relação com conteúdos anteriormente estudados. Assim, torna-se mais fácil ser desconsiderada pelo professor, de acordo com Pereira (2005).

Conforme Valente (1999) citado por Sena e Dorneles (2013), os estudos de geometria no Brasil se impulsionaram a partir de 1648, partindo da necessidade de preparo militar. Anos depois, em 1699, cria-se a aula especial de fortificações, objetivando o ensino do desenho e trabalhar no forte. Já nos anos de 1730 com a obrigatoriedade do ensino militar, registra-se o livro Exames de Artilheiros e Exames de Bombeiros, primeiro livro sobre geometria. Com o

nível primário gratuito, em 1824, tentou-se implantar conceitos geométricos, esta, porém foi inútil, em primeiro momento pela falta de professores primários habilitados e, em seguida, esse conhecimento não era necessário para ingressar em instituições secundárias (*Ibidem*, 2013).

Para Sena e Dorneles (2013), até a década de 30, a matemática

foi pautada, de um lado, no modelo euclidiano, ou seja, na sistematização lógica do conhecimento matemático com base em elementos primitivos, tais como axiomas, definições e postulados e, de outro, na concepção platônica, caracterizada por uma visão estática, a-histórica e dogmática das ideias, como se elas existissem independentemente do homem. (p. 140)

Na década de 30, época da Reforma Francisco Campos, criou as primeiras instituições para formação de professores para o ensino secundário como destacam Pavanello (1989), Fiorentini (1995), Kopke (2006) citados por Sena e Dorneles (2013).

Nessa tendência, passaram a conceber o aluno como ativo e a valorizar métodos desenvolvidos em pequenos grupos. Ela serviu para formular diretrizes metodológicas e unificar o ensino da Matemática que ficou composta no currículo por aritmética, álgebra, geometria e trigonometria. O estudo geométrico passou a ser ensinado em todo o curso secundário, composto de desenho (natural e técnico - com ramificações na indústria), e o estudo dedutivo da geometria. (*Ibidem*, 2013, p. 140)

Segundo Sena e Dorneles (2013), no Brasil, a partir entre as décadas de 60 e 70, com o início da influência dos ideais construtivistas, a matemática foi concebida como construção humana. Esta “deixa de ser vista como conhecimento pronto e acabado, e passa a ser concebida como saber prático e dinâmico, produzido historicamente e culturalmente nas diferentes práticas sociais” (p. 141).

O ensino da geometria através de sua história, se utilizada de forma pedagógica pode contribuir positivamente na aprendizagem. Somente através do estudo da História da geometria, esta é vista como criação histórica, surgindo como fonte de pensamento estruturado e fundamentado tornando-se, possivelmente, um recurso para ensinar geometria. (PEREIRA, 2015)

Para Pereira (2005), os conceitos de geometria apresentam-se de maneira pronta e acabada, sem esclarecer seu contexto histórico. Em contrapartida, o ensino através de sua história “pode possibilitar o preenchimento destas lacunas e como consequência promover a tomada de consciência e levar quem ensina a atribuir outros valores ao ensino de geometria” (p. 123).

O PCN (BRASIL, 1998) afirma que na matemática a geometria é uma das áreas mais antigas, desenvolvida a partir das necessidades do ser humano. E assim, o estudo de conceitos geométricos permite a exploração de conhecimentos históricos.

5. METODOLOGIA

Para iniciarmos o presente estudo realizamos um levantamento teórico sobre o potencial pedagógico da História da Matemática como recurso didático e sobre a presença deste recurso nos livros didáticos, como também, um estudo sobre o ensino e aprendizagem da geometria. Além disso, observamos o que apontam os documentos curriculares nacionais para o ensino dos conceitos citados.

Tendo por objetivo analisar a abordagem da História da Matemática nos capítulos de geometria nos livros didáticos do Ensino Médio, compreendemos nossa pesquisa de caráter qualitativa. Para Godoy (1995, p. 63), os pesquisadores em pesquisa qualitativa interessam-se “em verificar como determinado fenômeno se manifesta nas atividades, procedimentos e interações diárias”. Também, compreendemos esta pesquisa de cunho documental, como “o exame de materiais de natureza diversa, que ainda não receberam um tratamento analítico, ou que podem ser reexaminados, buscando-se novas e/ou interpretações complementares, constitui o que estamos denominando pesquisa documental”(GODOY, 1995, p. 21).

Tomando a educação como objeto de estudo e, compreendendo as relações humanas de forma dinâmica, interativa e interpretativa neste espaço, os pesquisadores nessa área devem construir seu caminho metodológico com bases nas técnicas da pesquisa qualitativa (OLIVEIRA, 2008).

Para Oliveira (2008), podemos presenciar as contribuições desse método de pesquisa na capacidade de compreender fenômenos referentes à escola, visto que relatar com detalhes o cotidiano da vida escolar. Dessa forma, as pesquisas qualitativas “são importantes por proporcionar a real relação entre teoria e prática, oferecendo ferramentas eficazes para a interpretação das questões educacionais” (p. 16)

Justificamos nossa escolha pelo Ensino Médio, pois de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases, artigo 36, este nível de ensino é a última etapa da educação básica. Nesta etapa de ensino ficam estabelecidas as perspectivas de formação pessoal, de aprimorar o estudante como pessoa humana, de preparar e orientar para ingressar no mercado de trabalho e de desenvolver competências para que os mesmos continuem a aprender em níveis mais complexos de estudos (BRASIL, 2000).

Tomamos como base, para análise dos dados, os estudos realizados por Vianna (1995), ao qual apresenta categorias para a presença da História da Matemática nos livros didáticos, a saber: motivação, informação, estratégia didática e o como parte integrante do

desenvolvimento do conteúdo (uso imbricado). Alguns contextos enquadram-se em mais de uma categoria, assim, foram contabilizadas nas duas categorias.

Adotamos como critério de escolha, as coleções, em comum, presentes nas últimas quatro avaliações do PNLD Ensino Médio (2009, 2012, 2015 e 2018), o que demonstra a adequação do material de acordo com os padrões de avaliação de livros didáticos. Para isto, inicialmente fizemos o levantamento das coleções presentes nos quatro Guias, conforme os quadros abaixo.

Quadro 1 - Coleções aprovadas no PNLD 2009

Coleções	Autores
Matemática Ensino Médio	Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz
Matemática Aula por Aula	Benigno Barreto Filho e Cláudio Xavier da Silva
Matemática Completa	José Roberto Bonjorno e José Ruy Giovanni
Matemática e suas tecnologias	Angel Pandés Rubió e Luciana Maria Ternuta de Freitas
Matemática no Ensino Médio	Marcio Cintra Goulart
Matemática	Luiz Roberto Dante
Matemática	Antonio Nicolau Yossef, Elizabeth Soares e Vicente Paz Fernandez
Matemática	Manoel Paiva

Em 2012, a coleção “Matemática” de Luiz Dante denominou-se “Matemática – Contexto & Aplicações”. Também, a coleção de Manoel Paiva recebeu o título de “Matemática – Paiva”.

Quadro 2 - Coleções aprovadas no PNLD 2012

Coleções	Autores
Conexões com a Matemática	Juliana Matsubara Barroso
Matemática – Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante
Matemática – Paiva	Manoel Paiva
Matemática Ciência e Aplicações	David Degenszajn, Gelson Iezzi, Nilzede Almeida, Osvaldo Dolce e Roberto Périgo
Matemática Ciência, Linguagem e Tecnologia	Jackson Ribeiro
Matemática Ensino Médio	Maria Ignez Diniz e Kátia Stocco Smole
Novo Olhar – Matemática	Joamir Souza

Quadro 3 - Coleções aprovadas no PNLD 2015

Coleções	Autores
Conexões com a Matemática	Fábio Martins de Leonardo
Matemática: Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante

Matemática - Paiva	Manoel Rodrigues Paiva
Matemática – Ciências e Aplicações	Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Mauro Degenszajn, Roberto Périco e Nilze Silveira de Almeida
Matemática: Ensino Médio	Kátia Cristina Stocco Smole e Maria Ignez de Souza Vieira Diniz
Novo Olhar – Matemática	Joamir Souza

A coleção das autoras Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz no Guia PNLD Ensino Médio 2018 foi intitulada como “Matemática para Compreender o Mundo”.

Quadro 4 - Coleções aprovadas no PNLD 2018

Coleções	Autores
Matemática – Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante
Quadrante – Matemática	Diego Prestes e Eduardo Chavant
Matemática: Ciência e Aplicações	David Degenszajn, Gelson Iezzi, Nilze De Almeida, Osvaldo Dolce e Roberto Périco
Matemática para Compreender o Mundo	Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz
Matemática: Interação e Tecnologia	Rodrigo Balestri
#Contato Matemática	Joamir Souza e Jacqueline Garcia
Matemática – Paiva	Manoel Paiva
Conexões com a Matemática	Fabio Martins De Leonardo

Após a realização deste levantamento, verificamos que as coleções a seguir estão presentes nos quatro Guias, e assim, de acordo com o critério estabelecido, estas foram nosso objeto de estudo.

Quadro 5 - Coleções aprovadas nos PNLDs (2009, 2012, 2015 e 2018)

Coleções	Autores
Matemática – Contexto & Aplicações	Luiz Roberto Dante
Matemática – Paiva	Manoel Paiva
Matemática para Compreender o Mundo	Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz

Salientamos que analisamos as coleções expressas no PNLD 2018, e que a análise dos demais PNLDs (2009, 2012, 2015) serviram apenas de base para nos indicar quais coleções se mantêm ao longo dos anos como aprovados pelo PNLD.

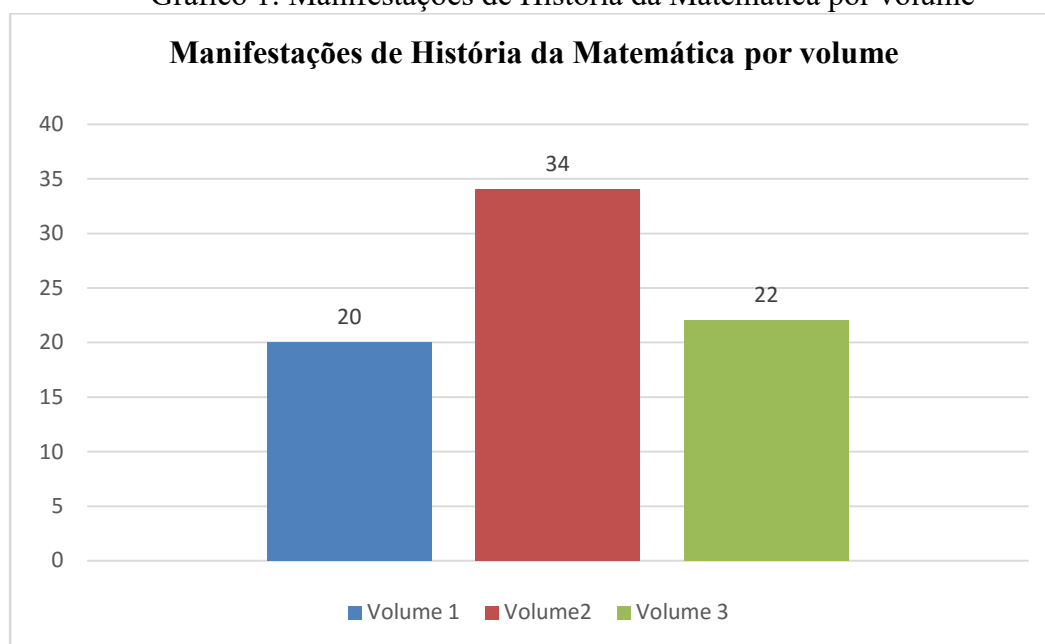
6. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos os dados obtidos e nossas considerações acerca das análises realizadas.

Após selecionarmos as coleções, verificamos os capítulos de geometria presentes nos livros didáticos, em seguida, identificamos nos capítulos os contextos que presenciavam a História da Matemática.

De modo geral, percebemos que a História da Matemática é um recurso ainda pouco utilizado, o que poderia ter maior exploração, visto o seu valor didático, superando as dificuldades dos estudantes e contribuindo para a aprendizagem do conteúdo. Ainda assim, as informações apresentadas contribuem para que os alunos tenham uma nova visão da matemática, percebendo-a como construção humana. O gráfico a seguir apresenta como se manifesta a História da Matemática por volume de todas as coleções.

Gráfico 1: Manifestações de História da Matemática por volume



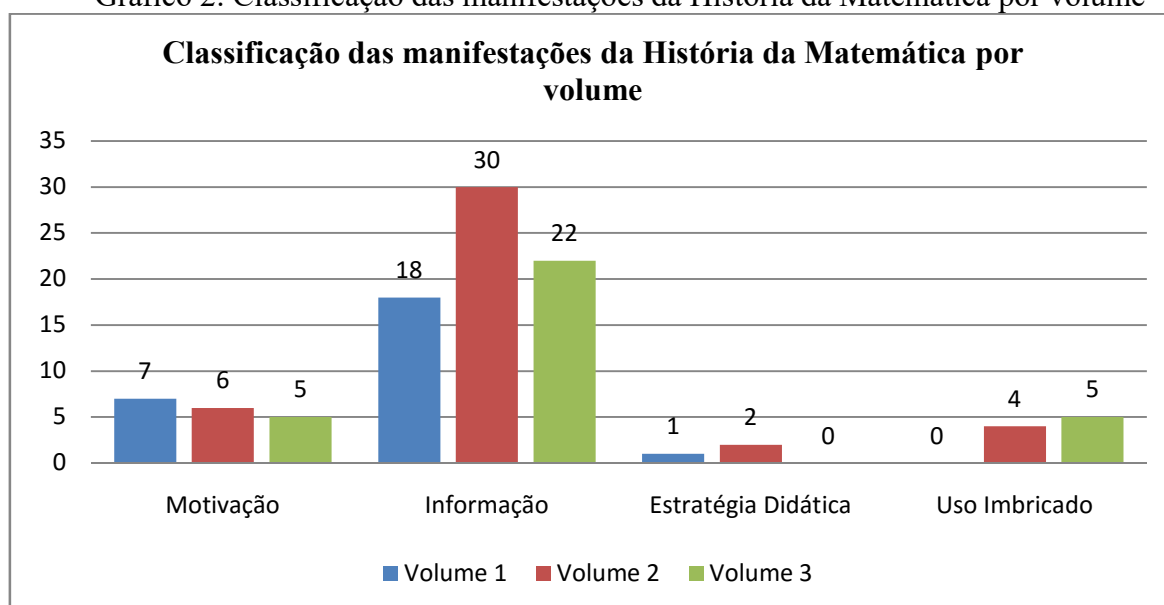
Ao total foram analisadas 915 páginas em todas as coleções, a qual encontramos, aproximadamente, apenas 8,31% contextos com História da Matemática. A coleção “Matemática Paiva” apresentou o maior número de manifestações de contextos históricos. A tabela a seguir apresenta um comparativo das manifestações encontradas por coleção.

Tabela 1: Comparativo da presença da História da Matemática nas coleções

Coleção	Número de páginas analisadas	Números de páginas com História da Matemática	Percentual (valor aproximado)
Matemática- Contexto e Aplicação	279	24	8,60%
Matemática Paiva	352	35	9,94%
Matemática para compreender o mundo	284	17	5,98%

Posteriormente a identificação de contextos históricos, baseados na pesquisa realizada por Vianna (1995), classificamos as seguintes menções nas categorias, a saber: Motivação, Informação, Estratégia Didático e Uso Imbricado. Além disso, algumas manifestações foram contabilizadas em duas categorias, o que explica o fato do gráfico ter o número total de categorias maior que as manifestações da História da Matemática. A seguir vemos como estas classificações estão presentes por volume de todas as coleções.

Gráfico 2: Classificação das manifestações da História da Matemática por volume



Motivação: visto que a utilização da História da Matemática motiva o estudante pelo conteúdo e esta categoria tem a mesma característica, de motivar o aluno, esta poderia estar mais presente nas coleções.

Informação: a categoria mais presente em todas as coleções, podemos encontrar em textos introdutórios que contam a história do conteúdo, textos breves que relatam a vida e

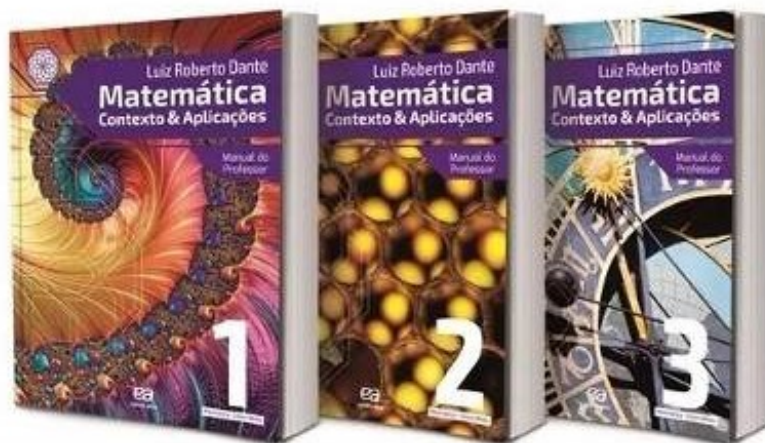
obra de matemáticos famosos, também encontramos menções com demonstrações matemáticas.

Estratégia Didática: encontrada apenas três vezes, apresentam inicialmente contextos, seguidos de exercícios que permitem ao aluno pôr em prática o conteúdo visto. Desta forma, esta classificação é importante no ensino através da História da Matemática, pois permite ao aluno praticar seu conhecimento.

Uso Imbricado: esta categoria não deixa implicitamente o uso da história da matemática e é pouco utilizado.

6.1 Coleção “Matemática - Contexto e Aplicação”

Figura 1: Coleção “Matemática – Contexto e Aplicação”



Fonte: https://www.google.com.br/search?tbm=isch&sa=1&ei=c9IWWoeaCIGGwQTG74iYBA&q=pnld+2018+matematica&oq=pnld+2018+Matem&gs_l=psy-ab.3.0.0i24k1.17034.20708.0.21764.11.11.0.0.0.288.1468.0j3j4.7.0....0...1c.1.64.psy-ab..4.7.1464...0j0i67k1j0i30k1.0.qqUwwnNH1xw#imgsrc=NNNMzzTFKHxlpM

Como aponta Guia de Livros Didáticos – Ensino Médio PNLD 2018, os livros estão divididos em quatro unidades e subdivididos em capítulos, geralmente iniciados por imagens ou breves textos referentes ao conteúdo a ser abordado. No decorrer dos capítulos encontramos exercícios e as presentes seções, a saber: Leitura(s), Um pouco mais, Matemática e Tecnologia, Outros contextos, Para refletir, Você sabia? e Fique atento.

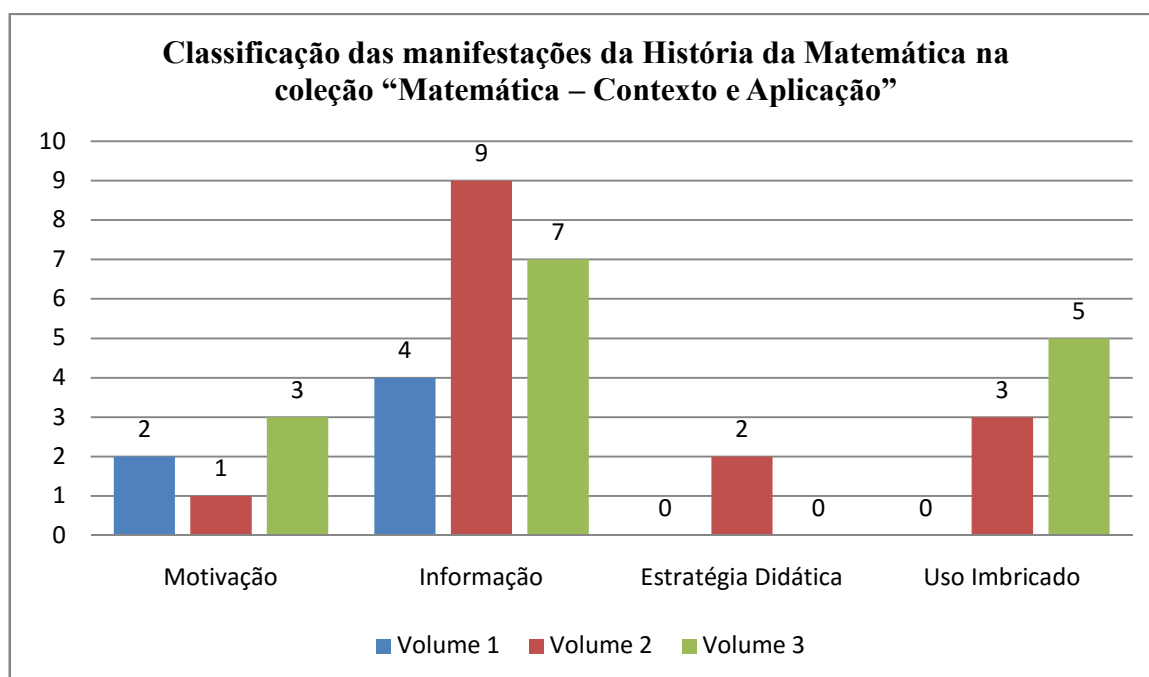
Como objeto de nossa pesquisa, identificamos na coleção os capítulos que abordam o conteúdo de geometria, nas quais estão divididos da seguinte forma:

Tabela 2: Capítulos de geometria da coleção “Matemática – Contexto e Aplicação”

Volume	Título do capítulo	Quantidade total de páginas analisadas
1	Trigonometria no triângulo retângulo	29
2	Trigonometria: resolução de triângulos quaisquer	132
	Conceitos trigonométricos básicos	
	Funções trigonométricas	
	Polígonos inscritos e áreas	
	Geometria espacial de posição: uma abordagem intuitiva	
	Poliedros: prismas e pirâmides	
3	Geometria espacial: corpos redondos	118
	Geometria analítica: ponto e reta	
	Geometria analítica: a circunferência	
	Geometria analítica: secções cônicas	
	Relações e equações trigonométricas	

Dentre os capítulos analisados, encontramos 24 páginas com utilização de contextos históricos. Das quais, o volume 1 contém 5 páginas, o volume 2, 12 páginas e 7 páginas no volume 3. No gráfico a seguir apresentamos como se manifesta a História da Matemática de acordo com as classificações de Vianna (1995)

Gráfico 3: Classificação das manifestações da História da Matemática na coleção “Matemática – Contexto e Aplicação”



Foram encontradas 24 manifestações da História da Matemática, entretanto 7 enquadravam-se em mais uma categoria, e foram contabilizadas nas duas categorias. A categoria Motivação foi encontrada em sua maioria com a categoria Informação, tencionando despertar nos estudantes o interesse pelo conteúdo propondo atividades de pesquisas e discussão com a turma. A imagem a seguir representa um exemplo desta categoria, na qual pode ser encontrada no início do capítulo e apresenta breve texto sobre Tales de Mileto e alguns dos seus estudos, como o modelo que Tales utilizou para calcular a altura de uma pirâmide, em seguida, pede que seja feita uma pesquisa sobre esse modelo e que seja compartilhada com a turma.

Figura 2: Categoria Motivação – Volume 1 – página 236



Outro exemplo desta categoria encontra-se entre os exercícios na seção: *Pensando no Enem*, no volume 1.

Figura 3: Categoria Motivação – Volume 1 – página 261

2. Leia o texto a seguir e considere as afirmações.

“[...]”

AS TERNAS PITAGÓRICAS

Os indianos védicos estavam familiarizados com ternas pitagóricas, isto é, números satisfazendo a relação $a^2 + b^2 = c^2$. É interessante observar que desde antes de 1943 já se tinha conhecimento de que os *Sulbasutras* continham ternas pitagóricas. Além disso, algumas das ternas lá encontradas, por exemplo a (8, 15, 17), satisfazem a propriedade básica das ternas pitagóricas, mas não estão entre aquelas relacionadas aos pitagóricos – essas últimas [as relacionadas aos pitagóricos] têm a propriedade de que, **após todos os fatores comuns terem sido removidos, a diferença entre os dois maiores números é igual a 1**.

Devido ao uso frequente do teorema de Pitágoras, encontramos nos *Sulbasutras* muitos exemplos de ternas pitagóricas:

- no Apastamba *Sulbasutra* encontramos as ternas pitagóricas (15, 36, 39), (3, 4, 5), (5, 12, 13) e (12, 15, 37);
- no Baudahayana *Sulbasutra* a terna (7, 24, 25);
- no Mânava *Sulbasutra*, (72, 96, 120) e (40, 96, 104)."

Fonte: SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA. O Teorema de Pitágoras na Antiguidade: um olhar sobre a história da matemática indiana. *Revista do Professor de Matemática*, n. 87. Seção História & Histórias. 2º quadrimestre de 2015. p. 2-8.

I. Todas as ternas do Apastamba *Sulbasutra* mencionadas têm a propriedade daquelas relacionadas aos pitagóricos.

II. Ambas as ternas do Mânava *Sulbasutra* mencionadas têm a propriedade daquelas relacionadas aos pitagóricos.

III. A única terna do Baudahayana *Sulbasutra* mencionada não é pitagórica porque $25^2 \neq 24^2 + 7^2$.

Podemos dizer que:

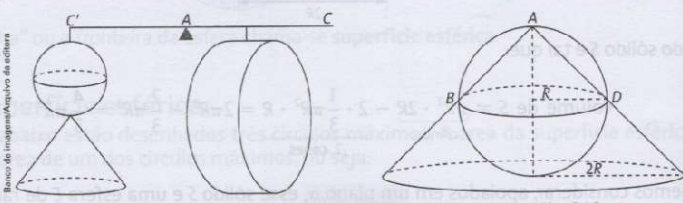
- a) I e II são verdadeiras.
- b) II e III são verdadeiras.
- c) I e III são verdadeiras.
- d) I, II e III são verdadeiras.
- e) II é verdadeira.

Organize uma pesquisa com os alunos sobre o que eram os *Sulbasutras*, e a sua importância matemática na Índia antiga.

Já a categoria Informação é mais presente, sendo encontrada em 20 manifestações. Nesta categoria foram encontrados matemáticos famosos, datas, curiosidades e contextos explanando sobre conteúdos de geometria. A imagem abaixo apresenta o contexto histórico sobre como foi encontrado o volume da esfera, esta realizada de forma precisa por Arquimedes de Siracusa, pela primeira vez.

Figura 4: Categoria Informação – Volume 3 – página 86

O volume da esfera foi encontrado de forma precisa, pela primeira vez, por Arquimedes de Siracusa (c. 287 a.C.-c. 212 a.C.), um grande matemático do período helênico que, entre outras coisas, descobriu uma série de poliedros. Arquimedes publicou um livro (em duas partes) chamado *A esfera e o cilindro*, no qual apresentou métodos para encontrar a área e o volume de alguns sólidos redondos. Uma das principais características do trabalho de Arquimedes foi o aprimoramento de um método atribuído a Eudoxo (408 a.C.-355 a.C.), o método da exaustão, considerado uma versão primitiva do cálculo integral (que seria desenvolvido apenas 18 séculos depois). Na obra *A esfera e o cilindro*, Arquimedes concluiu que uma esfera de raio R e um cone de raio $2R$ e altura $2R$ são equilibrados por um cilindro de raio $2R$ e altura $2R$ desde que o braço da balança referente aos primeiros sólidos seja o dobro do braço referente ao segundo. Essa linha de raciocínio ficou conhecida como método de equilíbrio (criado pelo próprio Arquimedes) e foi muito utilizada para determinar áreas e volumes de figuras geométricas. É possível demonstrar o método de equilíbrio utilizando-se o método de exaustão.



Conclusão de Arquimedes pelo método de equilíbrio. Observe que $AC' = 2AC$.

Isso significa que duas vezes o “peso” da esfera com o cone equivale a uma vez o “peso” do cilindro. Usando notação moderna e representando por E o volume da esfera, C_0 o volume do cone e C_1 o volume do cilindro, temos:

$$2(E + C_0) = C_1$$

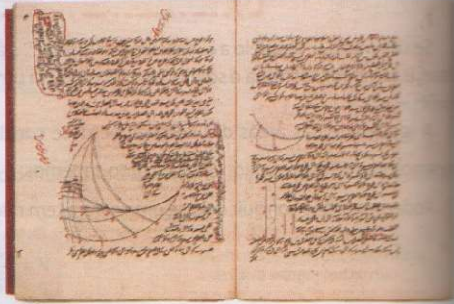
Arquimedes já sabia que o volume do cilindro é o produto da área da base pela altura e que o do cone é a terça parte do produto da área da base pela altura. Assim, a relação acima pode ser desenvolvida da seguinte maneira:

$$E + C_0 = \frac{1}{2} \pi (2R)^2 2R \Rightarrow E + C_0 = 4\pi R^3$$

Substituindo C_0 por $\frac{1}{3} \pi (2R)^2 2R$, temos:

$$E + \frac{1}{3} \pi (2R)^2 2R = 4\pi R^3 \Rightarrow E = 4\pi R^3 - \frac{8\pi R^3}{3} \Rightarrow E = \frac{12\pi R^3}{3} - \frac{8\pi R^3}{3} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Arquimedes encontrou a fórmula correta, chamou seu método de “método mecânico” e teve a intuição de que algum dia se poderia comprovar esse resultado por meios puramente matemáticos. De fato, o método mecânico de Arquimedes tem grande semelhança com o princípio de Cavalieri, que, por sua vez, traz a ideia que daria origem ao cálculo integral inventado no século XVII. Conhecemos muita coisa sobre os trabalhos de Arquimedes porque grande parte do que ele escreveu foi traduzida para o árabe e para o persa. No século IX os irmãos Banu Musa, que viveram em Bagdá, Pérsia, traduziram para o árabe diversos livros gregos de Matemática e Astronomia, que foram reproduzidos por séculos, chegando até a nossa era. No século XIII o iraniano Nasir al-Din al-Tusi (1201-1274) publicou as revisões que fez dos textos gregos incluindo o livro de Arquimedes *A esfera e o cilindro*, que, em árabe, teve o título *tahrir kitab al-kura wa'l-ustuvana li arshimidis* (Exposição sobre a esfera e o cilindro). A figura ao lado mostra duas páginas desse livro perfeitamente preservado.



Páginas de *Exposição sobre a esfera e o cilindro*, publicado em c. 1298. Medida das páginas: 20,8 cm × 16 cm.

86 Capítulo 3

A categoria Estratégia Didática foi encontrada duas vezes, ambos no volume 2. Como exemplo, a imagem abaixo fala brevemente sobre a adoção do Grados, unidade de medida de ângulos, em seguida explica o que é, posteriormente, propõe exercícios ao estudante. Esta permite que seja utilizado em prática o conteúdo que foi apresentado.

Figura 5: Categoria Estratégia Didática – Volume 2 – página 33

13. História

Em 1792, durante a Revolução Francesa, houve na França uma reforma de pesos e medidas que culminou na adoção de uma nova unidade de medida de ângulos. Essa unidade dividia o ângulo reto em 100 partes iguais, chamadas **grados**. Um grado (1 gr) é, então, a unidade que divide o ângulo reto em 100 partes iguais, e o minuto divide o grado em 100 partes, bem como o segundo divide o minuto também em 100 partes. Tudo isso para que a unidade de medição de ângulos ficasse em conformidade com o sistema métrico decimal. A ideia não foi muito bem-sucedida, mas até hoje encontramos na maioria das calculadoras científicas as três unidades: grau, radiano e grado.

Com base no texto acima, respondam no caderno:

- A quantos grados equivale meia volta de circunferência? E uma volta inteira? 200 grados ; 400 grados
- Em qual quadrante termina o arco trigonométrico de 250 gr? $\text{No } 3^{\text{º}} \text{ quadrante.}$
- A quantos grados equivale 1 rad? $\frac{200}{\pi} \text{ grados}$
- A quantos graus equivale 1 gr? $0,9^{\circ}$

No volume 2 encontramos três menções que categorizamos como Uso Imbricado. Embora não fale diretamente da História da Matemática, podemos perceber a presença de conceitos matemáticos na explanação acerca as ruínas de Stonehenge, como no exemplo a seguir.

Figura 6: Categoria Uso Imbricado - Volume 2 – página 28

Stonehenge

Há tempos, as misteriosas ruínas de Stonehenge intrigam os estudiosos. Não se sabe ao certo como e para que Stonehenge foi construído. Há quem defenda a tese de que o monumento foi erguido como uma espécie de computador capaz de prever eclipses e outros fenômenos celestes. Há quem acredite tratar-se de vestígios de um grande templo religioso.

Stonehenge está a cerca de 15 quilômetros ao norte de Salisbury, na Inglaterra. Vista de cima, a parte mais famosa do complexo de Stonehenge é formada por dois círculos concêntricos de grandes blocos de pedra, o maior com 32 metros de diâmetro. As pedras chegam a ter cinco metros de altura e a pesar quase cinquenta toneladas. Na fotografia de abertura do capítulo veja que as pedras do círculo maior sustentam pedras transversais. Suas formações incríveis permitem representar o solstício do verão no eixo da entrada, uma vez que a orientação do monumento está voltada para o nascimento do Sol. Apesar das controvérsias, a maior parte dos historiadores acredita que o Stonehenge era usado como uma calculadora de pedra, um verdadeiro computador megalítico (referindo-se ao fato de ser feito de pedras brutas extremamente pesadas) com o objetivo de prever o nascimento do Sol e da Lua no solstício e no equinócio. É provável que construtores do Stonehenge conhecessem o número de dias que compõem o ano (360 dias ou aproximações dele), assim como o início e término das estações do ano.

Observa-se, na fotografia abaixo, que os círculos concêntricos possuem um alto grau de exatidão, se considerarmos que a construção do monumento teve início em 3500 a.C. e, depois de três fases de obra, foi concluída por volta de 1100 a.C. Atualmente, relaciona-se Stonehenge à existência do povoado Durrington, estabelecido naquelas planícies no mesmo período. Acredita-se que o número π já era conhecido por aquele povo, pelo menos de forma aproximada.

Você sabia?

O solstício é o momento em que a Terra recebe maior intensidade de luz solar em um dos hemisférios em razão de sua inclinação de $23,5^\circ$ em relação ao eixo de translação (movimento da Terra em torno do Sol). Normalmente, o dia e a noite não têm a mesma duração. Nos solstícios, essa diferença é a maior possível. Os solstícios ocorrem em duas datas do ano: em 21 de junho e 21 de dezembro. Ambos os solstícios marcam as entradas do inverno e do verão, dependendo do hemisfério. No hemisfério norte, o solstício de inverno (noite mais longa do ano) ocorre em 21 de dezembro, enquanto o solstício de verão (dia mais longo do ano) ocorre em 21 de junho. De maneira inversa, no hemisfério sul o solstício de inverno ocorre no dia 21 de junho, e o solstício de verão ocorre em 21 de dezembro. Chamamos de equinócio o momento em que a luz solar incide sobre o globo terrestre de igual forma nos dois hemisférios, fazendo com que o dia e a noite tenham igual duração.



Vista aérea do monumento Stonehenge, Inglaterra. Fotografia de 2010.

6.2 Coleção “Matemática Paiva”

Figura 7: Coleção “Matemática Paiva”



Fonte: <https://pnld2018.moderna.com.br/-/matematica-paiva?EhOrigemLista=1&disciplina=Matem%C3%A1tica>

Cada volume desta coleção possui 10 capítulos, abordando o conteúdo em tópicos com explicações e exemplos. Ao decorrer dos capítulos encontramos as seções: Exercícios Resolvidos; Exercícios Propostos; Criando problemas; Conectado; Questões para reflexão; e Mentes brilhantes, e as seções Exercícios complementares, Pré- requisitos para o capítulo seguinte e Trabalhando sem fronteiras ao final dos capítulos. Esta última seção está dividida em Análise da resolução e Matemática sem fronteiras (BRASIL, 2017).

De acordo com Guia PNLD 2018, esta coleção ressalta a relevância da Matemática para resolver problemas de atividades cotidianas e dos diversos campos do conhecimento, entretanto, as contribuições desses diversos campos não possuem abordagem adequada ao desenvolvimento de modelos matemáticos. Quanto ao uso da História da Matemática, “é bem feito, o que pode beneficiar a formação do estudante e contribuir, efetivamente, para a compreensão desta ciência como uma criação social de diversas culturas” (BRASIL, 2017, p. 93).

Esta coleção possui 14 capítulos que abordam conteúdos de geometria, e estão divididos da seguinte maneira: dois capítulos no volume 1, sete capítulos no volume 2 e o volume com 5 capítulos.

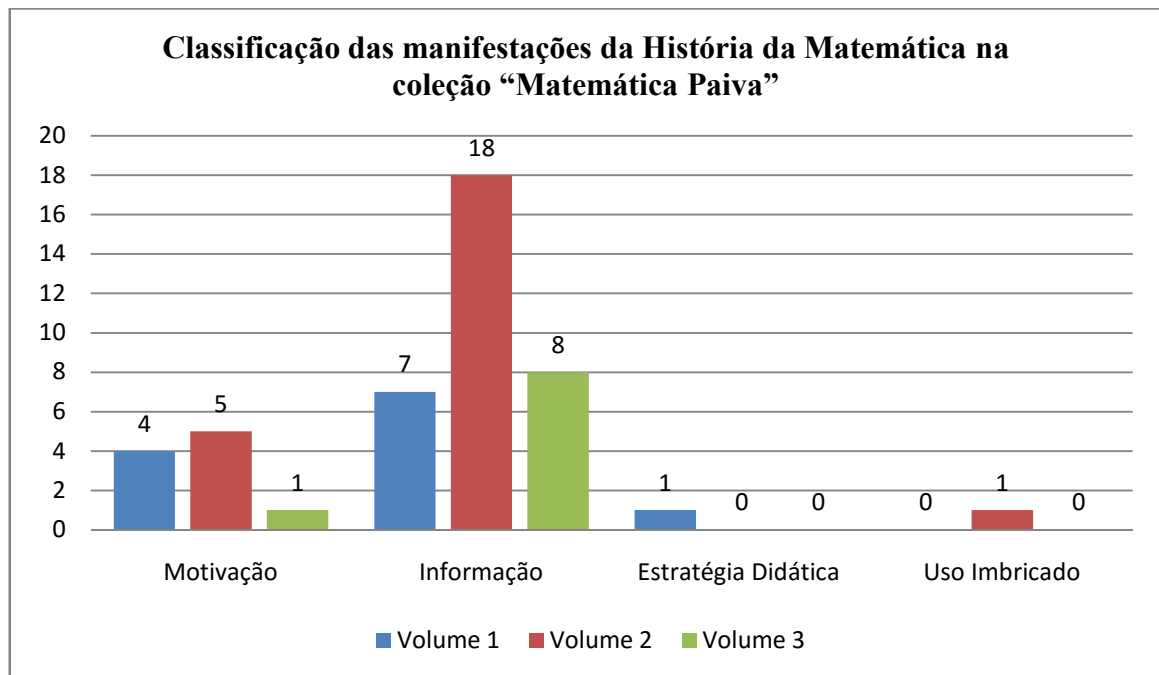
Tabela 3: Capítulos de geometria da coleção “Matemática Paiva”

Volume	Título do capítulo	Quantidade total de páginas analisadas
1	Geometria plana: triângulos e proporcionalidade	53
	Geometria plana: circunferência, círculo e cálculos de área	
2	Trigonometria no triângulo retângulo	180
	Circunferência trigonométrica: seno e cosseno	
	Outras razões trigonométricas e adição de arcos	
	Funções trigonométricas e resolução de triângulos	
	Geometria de posição e poliedros	
	Prismas e pirâmides	
3	Corpos redondos	119
	Geometria analítica: ponto e reta	
	Formas de equação da reta, paralelismo e perpendicularidade	
	Complementos sobre o estudo da reta	
	Equações da circunferência	
	As cônicas: elipse, hipérbole e parábola	

Nos capítulos analisados foram encontradas 35 páginas com manifestações da História da Matemática, sendo 19 páginas no volume 2 e dos demais volumes com 8 páginas ambas. Mesmo assumindo importância do uso didático da História da Matemática na formação do estudante, podemos observar a pouca utilização deste recurso ao compararmos a quantidade de páginas analisadas e a quantidade de páginas com presença do mesmo.

Classificando as menções encontradas de acordo com as categorias propostas por Vianna (1995), observamos a categoria Informação como a mais presente na coleção. O gráfico abaixo mostra como está presente cada categoria em cada volume.

Gráfico 4: Classificação das manifestações da História da Matemática na coleção “Matemática Paiva”



Ao total foram encontradas 10 manifestações da História da matemática categorias com Motivação, além disso, tais manifestações também enquadravam-se na categoria Informação. Nas páginas 102 e 103 do volume 2, encontramos um texto acerca do teodolito, ferramenta que permite realizar a medição de ângulos. Em seguida, é apresentada uma atividade por meio de duas indagações pertinentes a teodolito.

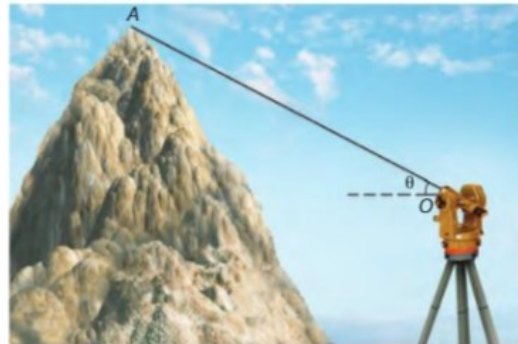
A presença de contexto como na figura abaixo se faz importante pois apresenta ao aluno ferramentas matemáticas que ajudam a compreender o conteúdo de forma prática, permitindo melhor entender a realidade.

Figura 8: Categoria Motivação – Volume 2 – página 102

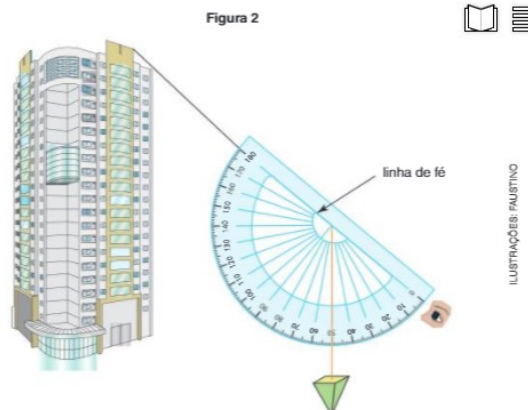
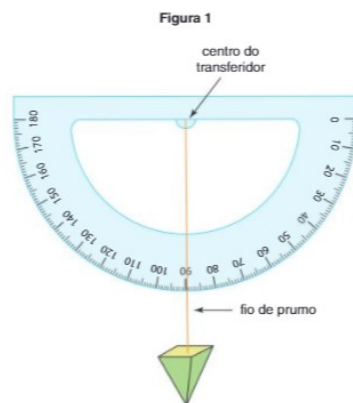


Figura 9: Mais de uma categoria – Volume 2 – página 103

Apoiada no tripé, a luneta permite que um observador, O , mire um referencial, A , após o que o teodolito indica a medida θ do ângulo agudo que o segmento $\overline{OA}$ forma com o plano horizontal.



Para entender melhor esse mecanismo, você pode construir um teodolito caseiro, fixando um fio de prumo no centro de um transferidor, conforme mostra a figura 1 abaixo. Com esse equipamento é possível realizar medições de ângulos em relação a referenciais inacessíveis. Por exemplo, mirando o topo de um edifício na mesma reta da linha de fé do transferidor, conforme mostra a figura 2 abaixo, observa-se que o fio de prumo estaciona sobre um ponto da escala do transferidor. Considerando a medida associada a esse ponto, calcula-se a medida do ângulo que a linha de fé forma com o terreno plano horizontal que contém a base do edifício.



ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

- 1 Quando o observador mirou o topo do edifício, conforme mostrado na figura 2, qual era a medida do ângulo que a reta suporte da linha de fé formava com o terreno plano e horizontal que contém a base do edifício? **40°**
- 2 Se, na situação mostrada na figura 2, o olho de mira do observador estava a 1,73 m de altura em relação ao terreno e a 50 m de distância do edifício, qual é a altura do edifício? **≈ 43,73 m**

A imagem abaixo possibilita ao estudante compreender contexto histórico da origem da geometria. Esta manifestação foi categorizada como Informação, a categoria mais encontrada nesta coleção.

Figura 10: Categoria Informação – Volume 1 – página 66



Além dos textos que abordam conteúdos de geometria, encontramos ao longo dos capítulos, informações sobre matemáticos e suas obras, como no exemplo da imagem abaixo.

Figura 11: Categoria Informação – Volume 3 – página 122

MENTES BRILHANTES

O criador do sistema de coordenadas geográficas

Um dos mais brilhantes astrônomos da Antiguidade grega foi Hiparco (190 a.C.-120 a.C.). Seus cálculos eram altamente confiáveis, em razão do cuidado extremo de suas observações. Para se ter uma ideia de sua precisão, o valor obtido por ele para a duração do mês lunar médio difere das atuais medidas não mais de 1 segundo. Outros grandes feitos de Hiparco foram o cálculo da inclinação da eclíptica e a descoberta e uma estimativa da precessão dos equinócios. Atribui-se a ele a criação do sistema de coordenadas geográficas, em que um ponto de superfície da Terra é determinado por meio de duas coordenadas.

A categoria Estratégia Didática foi encontrada apenas em uma página do volume 1. O texto apresentado aborda o conceito de escala, e em seguida, propõe ao estudante a resolução de atividade envolvendo estes conceitos.

Figura 12: Categoria Estratégia Didática – Volume 1 – página 88

Trabalhando em equipe

MATEMÁTICA SEM FRONTEIRAS

A escala nas representações gráficas



Imagem de satélite, Brasília. Foto de 2014.

A fotografia ao lado tem, obviamente, a mesma forma da região plana fotografada, embora em tamanho reduzido. Por isso, a região e a fotografia são semelhantes. Se quisermos conhecer as dimensões lineares da região, precisaremos conhecer a razão de semelhança entre a foto e a região.

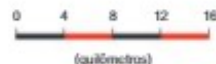
Essa razão de semelhança é chamada de escala da fotografia. Tendo essa escala, podemos calcular a distância real entre dois pontos quaisquer da região a partir da distância dos pontos correspondentes da foto. Por exemplo, se a escala da foto é 1 para 25.000, que se representa por

$\frac{1}{25.000}$ ou 1 : 25.000, e a distância entre dois pontos da foto é 4 cm, concluímos que a distância real entre os pontos correspondentes na região é:

$$4 \text{ cm} \times 25.000 = 100.000 \text{ cm} = 1 \text{ km}$$

A escala também é usada em mapas, que são semelhantes à região representada. Há dois tipos de escalas empregadas em mapas: a numérica e a gráfica. A escala numérica é expressa pela razão entre uma distância no mapa e a distância real correspondente na região, nessa ordem. Normalmente, o antecedente é 1. Por exemplo, se um mapa apresenta a escala 1 : 50.000, que também pode ser representada por $\frac{1}{50.000}$, isso significa que qualquer distância medida no mapa deve ser multiplicada por 50.000 para obter a distância real na região representada.

A escala gráfica é expressa por um segmento de reta, normalmente subdividido em partes congruentes, ao qual se associa a distância real por ele representada. Por exemplo, se um mapa apresenta a escala gráfica a seguir, significa que um segmento no mapa com o mesmo comprimento do segmento da escala tem 16 km na região representada.



ATIVIDADES

Faça as atividades no caderno.

De acordo com o texto acima, respondam às questões.

- 1 Se vocês estiverem visitando uma cidade e dispuserem de um mapa do local, sem escala, como poderão calcular a escala do mapa?
- 2 Procurem em um livro de Geografia (ou em um atlas) um mapa com escala gráfica e calculem a distância real entre dois pontos da região representada. Façam o mesmo para um mapa com escala numérica. *Resposta pessoal.*

No volume dois, encontramos uma breve utilização do Uso Imbricado.

Figura 13: Categoria Uso Imbricado – Volume 2 – página 246

4 Esfera

Há quem não conheça uma bola? Ela está presente desde muito cedo em nossa vida, das bolhas de sabão às formas da natureza, passando, obviamente, pelas dezenas de jogos que podem ser praticados com ela.



A atração pela forma esférica não é prerrogativa do homem moderno, pois desde a Antiguidade grega essa forma é considerada padrão de equilíbrio e perfeição, como mostra a frase a seguir, creditada a Aristóteles (384-322 a.C.):

“O céu deve ser necessariamente esférico, pois a esfera sendo gerada pela rotação do círculo é, de todos os corpos, o mais perfeito”.

6.3 Coleção “Matemática para compreender o mundo”

Figura 14: Coleção “Matemática para compreender o mundo”



Fonte: <http://pnld.editorasaraiva.com.br/obra/matematica-para-compreender-mundo/>

Os volumes da presente coleção estão organizados em quatro unidades, subdivididos em capítulos. As unidades são iniciadas com duas páginas destacando o tema que será abordado, posteriormente, encontramos breve apresentação do conteúdo a ser explorado, seguido de seções especiais. No final de cada volume, nos deparamos com tabela trigonométrica, indicações de leitura, referências bibliográficas, significado das siglas e respostas dos exercícios (BRASIL, 2017).

Quanto à presença da História da Matemática, o Guia PNLD 2018, nos diz que esta pode ser encontrada em alguns capítulos, em partes de introdução do conteúdo ou na seção Para

Complementar. Entretanto, estes contextos não são utilizados pedagogicamente (BRASIL, 2017).

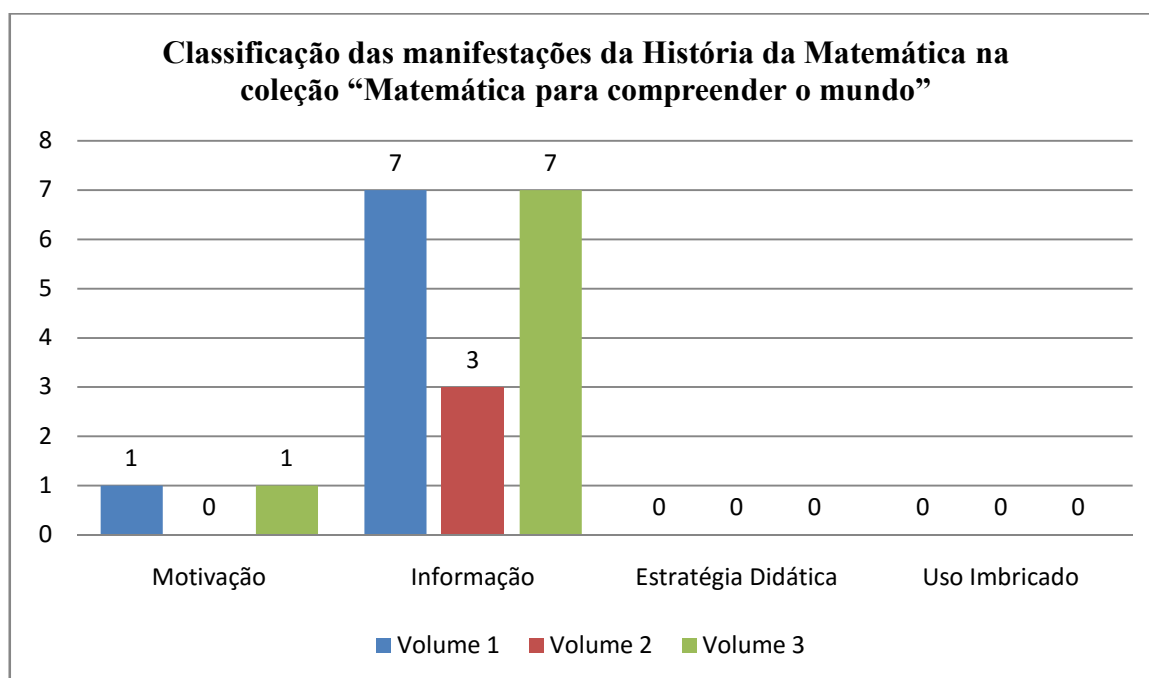
O quadro abaixo apresenta como estão divididos os capítulos de geometria em cada volume. Ao total, foram encontrados 13 capítulos, sendo 2 capítulos no volume 1, 6 capítulos no volume 2 e no volume 3, 5 capítulos.

Tabela 4: Capítulos de geometria da coleção “Matemática para compreender o mundo”

Volume	Título do capítulo	Quantidade total de páginas analisadas
1	Trigonometria no triângulo retângulo	42
	Relações trigonométricas em um triângulo retângulo	
2	Trigonometria: arcos de circunferência e ciclo trigonométrico	136
	Funções trigonométricas: definição, periodicidade e gráfico	
	Equações, inequações e relações trigonométricas	
	Sólidos geométricos: poliedros	
	Sólidos geométricos: corpos redondos	
	Geometria métrica espacial	
3	Estudo analítico do ponto	106
	Estudo analítico do ponto	
	Estudo analítico da circunferência	
	Estudo analítico das cônicas	
	Funções trigonométricas	

Nesta coleção, identificamos apenas a categoria Informação e duas menções enquadradas em mais de uma categoria, sendo esta, Informação – Motivação. Estas classificações se distribuem conforme o gráfico abaixo.

Gráfico 5: Classificação das manifestações da História da Matemática na coleção “Matemática para compreender o mundo”



Nesta coleção, nos capítulos de geometria, a História da Matemática é pouco apreciada, em especial o volume 2 com apenas três manifestações, na qual a utilização para o ensino através desta poderia ser mais amplo, considerando o seu valor didático.

Observamos a categoria Informação como a mais presente, estas podem ser encontradas como textos introdutórios relatando a história dos conteúdos a serem abordados ou até mesmo histórias que relatam o uso do conhecimento matemático para resolver as necessidades do ser humano. Como exemplo na imagem abaixo, relata a história do uso do conhecimento trigonométrico para as descobertas de novas rotas, ultrapassando a ideia de navegação medieval e que resultou nas descobertas de novas terras.

Figura 15: Categoria Informação – Volume 1 – página 232

As Grandes Navegações

Desde o início do século XV, os portugueses costeavam a África Ocidental sempre rumo ao sul, seguindo ainda a maneira medieval de navegar, ou seja, nunca se afastando da costa. Aproximadamente no ano de 1420, o infante D. Henrique, o Navegador, de Portugal (1394-1460), fundou um instituto de pesquisas náuticas e um observatório astronômico em Sagres, no Cabo São Vicente. As obras de Ptolomeu e de outros escritores antigos foram então levadas para o instituto e seus ensinamentos foram utilizados nas explorações. Mas, certa vez, um dos capitães do infante D. Henrique observou: “Com todo o devido respeito ao renomado Ptolomeu, chegamos a conclusões opostas às suas”.

Tanto no observatório como no instituto havia matemáticos alemães e cartógrafos italianos, que preparavam mapas das terras e mares explorados desde 1450. Utilizando a Trigonometria, os primeiros recalcularam a circunferência terrestre, empregando o reduzido valor atribuído por Ptolomeu ao comprimento de um grau, com o que acabaram por obter uma estimativa favoravelmente pequena. E foi com base nessa avaliação que, em 1474, fez-se um gráfico da rota da circum-navegação da Terra pelo rumo oeste.

Os portugueses iniciaram a exploração na direção leste, com Bartolomeu Dias dobrando o Cabo da Boa Esperança em 1486 e Vasco da Gama alcançando a Índia, pelo mesmo caminho, em 1497. Os espanhóis, ao contrário, arrojaram-se para o lado oeste, com Colombo chegando às Índias Ocidentais em 1492. Tanto Colombo como Vasco da Gama tiveram de atravessar grandes extensões oceânicas, sem o menor vislumbre de terra. A fim de possibilitar a repetição das viagens, foram necessários a elaboração de cartas marítimas e o desenvolvimento de métodos para se determinar a posição de um navio em alto-mar. A feitura de tais cartas, abrangendo grandes áreas, em geral envolvia problemas de determinação das posições relativas de pontos dados sobre a superfície da Terra e de representação da sua esfericidade em um mapa plano. A determinação da posição de um navio em alto-mar e da localização das terras recém-descobertas exigia processos de medição de latitude e longitude dos lugares envolvendo cálculos trigonométricos.



Reprodução de carta feita pelo cartógrafo português Domingos Teixeira, na segunda metade do século XVI.

Tais contextos mostram que os conhecimentos matemáticos surgiram a partir da necessidade do ser humano e a importância da mesma para melhor compreender e explorar o mundo. Além disso, encontramos em seções especiais, menções referentes a grandes matemáticos e suas obras, como no exemplo da imagem a seguir.

Figura 16: Categoria Informação – Volume 1 – página 237

PARA COMPLEMENTAR

Tales de Mileto

Tales de Mileto (640-546 a.C.) é conhecido como o primeiro dos “sete sábios” da Grécia Antiga.

Considerado o primeiro filósofo, é a ele que se atribui a introdução na Grécia do estudo de Geometria. Era um homem de reconhecida inteligência, que se dedicou a diversas atividades. Foi comerciante, homem de Estado, filósofo, engenheiro, astrônomo e matemático. Em sua meia-idade, dedicou-se ao comércio e suas atividades o levaram ao Egito, onde estudou as ciências físicas e matemáticas com os sacerdotes. Os historiadores da época relatam que Tales não demorou a superar seus mestres e a conquistar a admiração do rei Amásis, por ter sido capaz de medir as alturas das pirâmides a partir das sombras daqueles monumentos.

As aplicações da Geometria em situações práticas foram um de seus grandes feitos. Ele usou conhecimentos sobre triângulos semelhantes para calcular distâncias inacessíveis, como a distância de navios à praia.

Com Tales tem início o estudo científico da Astronomia. Ele se tornou célebre ao prever um eclipse solar, que viria a ocorrer em 585 a.C. Conta-se dele que, enquanto caminhava durante uma noite contemplando as estrelas, caiu em um fosso. Uma senhora que o ajudou comentou: “Como pode saber das coisas do céu quando não sabe o que passa sob seus pés?”.

A categoria Motivação foi encontrada duas vezes, juntamente com a categoria Informação. Após a demonstração, as autoras propõem ao estudante dois questionamentos,

em um o aluno utilizará o conhecimento apresentado e o outro propõe uma pesquisa sobre quem foi Pitágoras e suas obras.

Figura 17: Categoria Motivação – Volume 1 – página 251

PARA COMPLEMENTAR

Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras pode ser interpretado da seguinte maneira: a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Vamos mostrar que essa relação vale também para semicírculos.

Multiplicando os dois membros de $a^2 = b^2 + c^2$ por $\frac{\pi}{8}$, obtemos: $\frac{\pi a^2}{8} = \frac{\pi b^2}{8} + \frac{\pi c^2}{8}$

Como a área do semicírculo é dada por $\frac{1}{2}\pi(\text{raio})^2$, temos:

$$\text{Área } (C_1) = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{8} \quad \text{Área } (C_2) = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{\pi b^2}{8} \quad \text{Área } (C_3) = \frac{1}{2}\pi \cdot \left(\frac{c}{2}\right)^2 = \frac{\pi c^2}{8}$$

Portanto, área $(C_1) = \text{área } (C_2) + \text{área } (C_3)$.

Podemos ampliar ainda mais o significado do Teorema de Pitágoras construindo polígonos semelhantes entre si, por exemplo retângulos, sobre os lados de um triângulo retângulo. Que tal tentar?

Você tem curiosidade de saber quem foi Pitágoras? Pesquise sobre a vida dele e o seu trabalho.

A outra menção faz breve comentário histórico sobre a Elipse seguida de duas indagações.

Figura 18: Categoria Motivação – Volume 3 – página 141

1 Elipse

Apolônio estudou as cônicas pelo simples prazer de pesquisar, por curiosidade científica.

Durante muito tempo, aproximadamente 18 séculos, não houve estudos detalhados de aplicação das cônicas no mundo físico. No entanto, pesquisas de físicos, astrônomos e projetistas foram mostrando aplicações do estudo de Apolônio no mundo em que vivemos. A elipse, por exemplo, está associada à órbita dos planetas em torno do Sol.

É comum as pessoas terem alguma noção sobre elipse; no entanto, geralmente não têm informações sobre uma propriedade válida para todos os pontos da elipse e que é fundamental para definir essa curva. Mas, afinal, que propriedade é essa? O que é elipse?



Representação atual do Sistema Solar (ilustração com elementos sem proporção entre si e em cores fantasia.)

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nosso trabalho analisamos como está utilizada a História da Matemática nos capítulos de geometria em livros didáticos do ensino médio aprovados no PNLD 2009, 2012, 2015 e 2018. Percebemos nos anos de edição deste documento, um intervalo de tempo de quase dez anos, desta forma podemos verificar como o ensino da geometria por meio da História da Matemática nos livros didáticos.

Embora seja atribuído à História da Matemática um valor pedagógico, na qual tem a capacidade de motivar o aluno o interesse pela matemática, esta ainda é pouca utilizada. Entre as coleções, a “Matemática para compreender o mundo” apresentou o menor número de manifestações de contextos históricos e, quanto as categorias, observamos que a mais presente em todas as coleções foi a Informação.

Com poucas menções encontradas nesta classificação, a categoria Motivação se fez presente juntamente com a categoria Informação na maioria das menções com mais de uma categoria, esta junção possibilita que além da apresentação de dados matemáticos em relação a história também permite que seja motivado no aluno o interesse pelo conteúdo.

Bianchi (2006) considera como mais interessante a categoria Estratégia Didática, pois por meio desta, é possível perceber a razão das ideias matemáticas.

Visto a importância do estudo da geometria por ser uma das áreas mais antigas da humanidade e por ter maior relação com nosso cotidiano, é necessário o ensino por meio da História da Matemática, pois permite ao estudante ver a matemática como parte de um processo construído a partir da necessidade do homem de resolver problemas e também possibilita melhor compreender o mundo.

Como um recurso ainda pouco utilizado nas aulas, é preciso que o professor tenha cuidado para que a aula por meio deste não ocorra superficialmente, sem o valor didático atribuído à História da Matemática. Com isso, é fundamental a disciplina História da Matemática no curso de formação de professores de matemática.

Balestri (2008) defende que a necessidade de haver debates sobre a colaboração da História da Matemática em diversas etapas do ensino na formação inicial de professores de matemática. Na qual devem estar conscientizados de que além das colaborações possíveis, é necessário traçar caminhos que possibilidade o aluno a se sentir motivado e capaz de usá-las na sua vida profissional.

Nossa pesquisa focou na História da Matemática nos capítulos de geometria em livros didáticos do ensino médio, porém a disciplina matemática vista na educação básica apresenta

um vasto campo de conteúdos matemáticos, com isso, fazem-se necessárias futuras pesquisas que analisem a utilização do recurso nas diferentes áreas, e também, diferentes níveis de ensino. Também se faz necessário, pesquisas futuras das contribuições da História da Matemática na formação dos professores de matemática, visto que alguns cursos superiores de licenciatura em matemática não dispõem da disciplina História da Matemática.

REFERÊNCIAS

BALESTRI, Rodrigo Dias. **A participação da História da Matemática na formação inicial de professores de matemática na ótica de professores pesquisadores.** 2008. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

BARONE, Jéssica. **Livros didáticos de matemática da Editora FTD no cenário brasileiro: as primeiras décadas do século XX.** 2008. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

BIANCHI, Maria Isabel Zunato. **Uma reflexão sobre a presença da história da Matemática nos livros didáticos.** 2006. 103 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

BRASIL, **Guia de livros didáticos: PNLD 2016: Alfabetização Matemática e Matemática: ensino fundamental anos iniciais.** –Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2015.

_____, **Guia de livros didáticos: PNLD 2009: Matemática: ensino médio.** –Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

_____, **Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática: ensino médio.** –Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2011.

_____, **Guia de livros didáticos: PNLD 2015: Matemática: ensino médio.** –Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

_____, **Guia de livros didáticos: PNLD 2018: Matemática: ensino médio.** –Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL, **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, SEB, 2006.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental).** Brasília: SEF/MEC, 1998.

CAVALCANTE, L. G.; SOSSO, J.; VIEIRA, F.; POLI, E. **Para Saber Matemática.** Obra em 4. v. para alunos de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Saraiva, 2006.

DAMBROS, Adriana Aparecida. **O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de matemática: possíveis relações.** 2006. 183 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, UFPR, Curitiba.

D'AMBRÓSIO, Beatriz S. **Reflexões sobre a História da Matemática na Formação de Professores.** Revista Brasileira de História da Matemática, n. 1, p.399-406, dez. 2007.

D'AMBROSIO, U. **A interface entre História e Matemática: uma visão histórico-pedagógica.** In: FOSSA, J. A. (Org.). *Facetas do diamante: ensaios sobre Educação Matemática e História da Matemática.* Rio Claro: SBHMat, 2000. p. 241-271.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto e Aplicação.** Obra em 3 v. para alunos do ensino médio. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

EVES, Howard. Introdução: uma visão geral. In: EVES, Howard. **Tópicos de HISTÓRIA DA MATEMÁTICA para uso em sala de aula: Geometria.** São Paulo: Atual, 1994. p. 1-29.

FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming; MELLO, Ana Cláudia Collaço de; **Atuais tendências da educação matemática.** In: FLEMMING, Diva Marília; LUZ, Elisa Flemming; MELLO, Ana Cláudia Collaço de. *Introdução.* Palhoça: Unisulvirtual, 2005. p. 11-20.

GODOY A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas.** São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.

_____. A. S. Pesquisa qualitativa: tipos fundamentais. **Revista de Administração de Empresas.** São Paulo, v. 35, n. 3, p. 20-29, 1995

GOMES, Emerson Batista. **A história da Matemática como metodologia de ensino da matemática: perspectivas epistemológicas e evolução de conceitos.** 2005. 120 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, UFPA, Belém.

GOMES, Marcos Luiz. **As práticas culturais de mobilização de histórias da matemática em livros didáticos destinados ao ensino médio.** 2008. 166 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação, Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Educação, Campinas.

_____, Marcos Luis. As práticas culturais de mobilização de história da matemática em livros didáticos destinados ao ensino médio. **Zetetiké**, Unicamp, v. 18, n., p.433-448, 2010.

GUIMARÃES, Bruno Alysson Andrade; SANTOS, Wilson Luiz Souza. A problemática no ensino da geometria. **Maiêutica - Curso de Matemática**, Indaial, v. 1, n. 1, p.7-14, 2013. Disponível em <<https://publicação.uniassevi.com.br/index.php/MAD_EaD/article/view/1210/369>> Acesso em 10 de novembro de 2016.

LOPES, Lidiane Schimitz; FERREIRA, André LuisAndrejew. Um olhar sobre a história nas aulas de matemática. **Abakós**, Minas Gerais, v. 2, n. 1, p.75-88, nov. 2013.

MERCATELLI NETO, Helinton. **A Coleção História da Matemática para Professores: um estudo sobre possibilidades de uso por professores das séries finais do Ensino Fundamental.** 2009. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

MIGUEL, Antonio. **Três estudos sobre História e Educação Matemática.** 1993. 274 f. Tese (Doutorado) - Curso de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

OLIVEIRA, Cristiano Lessa de. Um apanhado teórico-conceitual sobre a pesquisa qualitativa: tipos, técnicas e características. **Travessias: Pesquisas em Educação, Cultura, Linguagem e Arte**, Paraná, v. 2, n. 3, 2008.

OLIVEIRA, Rosalba Lopes de. Ensino de Matemática, **História da Matemática e Artefatos**: possibilidade de interligar saberes em cursos de formação de professores da Educação infantil e aos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2009. 217 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Centro de Ciências Sociais Aplicadas, UFRN, Natal.

PAIVA, Manoel; **Matemática Paiva**. Obras em 3 v. para alunos do ensino médio. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2015.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Comum Curricular para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco**: Matemática/ Secretaria de Educação. –Recife: SE. 2008. 134p.

PEREIRA, Milton Luiz Neri. **História da Matemática e Educação Matemática**: Como os professores concebem a História da Geometria no ensino de Geometria. 2005. 333 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação, UFMT/IE, Cuiabá.

ROGENSKI, Maria Lucia C. PEDROSO, Sandra Maria. **O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades**. 2007. Disponível em <<<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>>> Acesso em de novembro de 2016.

ROQUE, Ana Catarina Cantoni. **Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula de ensino fundamental**. 2012. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação, Faculdade de Educação - UFMG, Belo Horizonte.

SANTOS, Anderson Oramísio. **História da Matemática como metodologia alternativa para o desenvolvimento da prática nos primeiros anos do ensino fundamental**. 2013. 173 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Educação, UFU, Uberlândia.

SANTOS, Claudimar Abadio dos. **A História da Matemática como ferramenta no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. 2007. 84 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, PUC/SP, São Paulo.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011). **REVEMAT**, Florianópolis, v. 8, n. 1, p.138-155, 2013.

SCHMIDT, Giovani Marcelo; PRETTO, Valdir; LEIVAS, José Carlos Pinto. História da Matemática como recurso didático-pedagógico para conceitos geométricos. **Caderno Pedagógico**, Lajeado, v. 13, n. 1, p.41-57, 2016.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; **Matemática para compreender o mundo**. Obra em 3 v. para alunos do ensino médio. 1. ed. São Paulo: Saraiva, 2016.

VIANNA, C. R.. **Matemática e História**: algumas relações e implicações pedagógicas. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, USP, 1995.