

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NA PERSPECTIVA DO PCPE: UMA
ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO**

GÉSSICA GERMANA SILVA SANTOS

CARUARU, 2017

GÉSSICA GERMANA SILVA SANTOS

**O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NA PERSPECTIVA DO PCPE: UMA
ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO**

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido à Universidade Federal de
Pernambuco como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do Grau de
Licenciada em Matemática sob a
orientação do Professor Edelweis
Tavares Barbosa.

CARUARU, 2017

Catálogo na fonte:

Bibliotecária – Simone Xavier CRB/4 – 1242

S237e Santos, Géssica Germana Silva.
O ensino da trigonometria na perspectiva da PCPE: uma análise de livro didático. /
Géssica Germana Silva Santos. – 2017.
57f.: il. ; 30 cm.

Orientador: Edelweis José Tavares Barbosa.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de
Pernambuco, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Trigonometria – Estudo e ensino. 2. Livros didáticos. 3. Parâmetros Curriculares
de Pernambuco. I. Barbosa, Edelweis José Tavares (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-010)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática - Licenciatura



O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NA PERSPETIVA DO PCPE: UMA ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO

Géssica Germana Silva Santos

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA - Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e Aprovada em 23 de janeiro de 2017.

Banca Examinadora:

Profº. Edelweis Jose Tavares Barbosa
(Orientador)

Profº. Marcos Luiz Henrique
(Examinador(a) Interno(a))

Profº. José Marcos da Silva
(Examinador(a) Externo(a))

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por todas as realizações que Ele tem feito na minha vida.

Aos meus pais, Valdir e Quitéria, ao meu esposo Marconi, pessoas que sempre me apoiaram e estavam presente em todos os momentos da minha vida pessoal e acadêmica.

Ao professor Marcos Henrique pela paciência e disposição para me ajudar. A Chico Neto pelo apoio e ao meu orientador que nos orientou a concluir este trabalho.

Aos meus amigos e aos meus queridos professores que contribuíram para minha formação docente.

RESUMO

Esse trabalho busca compreender a abordagem do ensino da trigonometria em uma coleção de livro didático destinada ao ensino médio na proposta dos parâmetros curriculares de Pernambuco. Para isso analisamos a abordagem proposta pela coleção e categorizamos de acordo com as seguintes estratégias de ensino: a resolução de problemas, a modelagem matemática, as mudanças tecnológicas e a evolução histórica dos conceitos matemáticos. Através dos resultados pudemos perceber que a coleção apresenta uns elementos das estratégias de ensino, traz também observações e contextos que levam o leitor a compreensão do conteúdo. A coleção apresenta um ensino de caráter tradicional acrescentando uns elementos dessas estratégias de ensino como a apresentação de textos históricos e textos relacionando a trigonometria a outras áreas do conhecimento. Em suma, consideramos que a coleção não contempla satisfatoriamente o ensino da trigonometria pautado nas estratégias que instigam os alunos a buscar seus conhecimentos.

Palavras-chave: Livro Didático. Ensino de Trigonometria. Parâmetros Curriculares de Pernambuco.

ABSTRACT

This work tries to understand the approach of the teaching of trigonometry in a collection of didactic book destined to the high school in the proposal of the curricular parameters of Pernambuco. For this, we analyze the approach proposed by the collection and categorize it according to the following teaching strategies: problem solving, mathematical modeling, technological changes and the historical evolution of mathematical concepts. Through the results we can see that the collection presents some elements of teaching strategies, also brings observations and contexts that lead the reader to understand the content. The collection presents traditional teaching by adding elements of these teaching strategies such as the presentation of historical texts and texts relating trigonometry to other areas of knowledge. In short, we consider that the collection does not satisfactorily contemplate the teaching of trigonometry based on strategies that instigate students to seek their knowledge.

Keywords: Didactic Book. Teaching Trigonometry. Curricular Parameters of Pernambuco.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Expectativas de Aprendizagem de trigonometria.	20
Tabela 2. Coleção analisada.	33
Tabela 3. Descrição de conteúdos PC/PE versus Coleção.	34
Tabela 4. Expectativas de aprendizagens para o ensino médio.	35
Tabela 5. Conteúdos segundo as metodologias de ensino.	37
Tabela 6. Descrição do Volume 1.	41
Tabela 7. Comparação de conteúdos propostos pelo PC/PE e pelo autor.	42
Tabela 8. Descrição do Volume 2.	47
Tabela 9. Comparação de conteúdos proposto pelo PC/PE e pelo autor.	49

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Metodologias presente na coleção.	37
Gráfico 2. Relação conteúdo versus resolução de problemas.	38
Gráfico 3. Relação conteúdo versus as mudanças tecnológicas.	38
Gráfico 4. Relação conteúdo versus evolução histórica dos conceitos matemáticos.	39
Gráfico 5. Conteúdos versus metodologias.....	40
Gráfico 6. Distribuição de conteúdos pelo o autor no volume 1.	41
Gráfico 7. Distribuição de conteúdos em unidades no volume 1.....	42
Gráfico 8. Distribuição de conteúdos em unidades no volume 2.....	48
Gráfico 9. Distribuição de conteúdos pelo o autor no volume 2.	48

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Processo de resolução de um problema matemático.....	26
Figura 2. Etapas para concretização de um modelo matemático.....	28
Figura 3. Método da triangulação.....	44
Figura 4. Círculo repetidor de borba.....	44
Figura 5. Textos históricos.	45
Figura 6. Observações.....	45
Figura 8. Teorema de Pitágoras usado nos cortes de vela de embarcações...	46
Figura 9. Graminho utilizado para as construções das embarcações.	46
Figura 10. Sinal da corrente alternada representada por gráfico senoidal.	50
Figura 12. Textos históricos.	50
Figura 13. Observações.	50
Figura 14. Coleção inteira de ondas sonoras somadas entre si.....	51
Figura 15. Triângulo no céu.....	52

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
2.	A TRIGONOMETRIA NO CONTEXTO HISTÓRICO E NOS DOCUMENTOS OFICIAIS.....	14
2.1	TRIGONOMETRIA: CONTEXTO HISTÓRICO.....	14
2.2	O ENSINO DA TRIGONOMETRIA EM DOCUMENTOS OFICIAIS E NAS PROPOSTAS CURRICULARES DO ESTADO DE PERNAMBUCO ...	16
3.	AS ESTRATÉGIAS DE ENSINO DE TRIGONOMETRIA EM QUE ESTÁ FUNDAMENTADA NOSSA PESQUISA	21
3.1	A ESTRATÉGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	21
3.2	A MODELAGEM MATEMÁTICA.....	27
3.3	MUDANÇAS TECNOLÓGICAS E ENSINO DE MATEMÁTICA.....	29
3.4	EVOLUÇÃO HISTÓRICA DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO	31
4.	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	32
5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	34
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
7.	REFERÊNCIAS	56

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Nascimento (2014), a trigonometria é um conteúdo considerado por muitos professores como uma matéria difícil de ensinar, e sendo assim sempre acaba sendo o último conteúdo de seu planejamento. E caso não possa cumprir o planejamento, é o primeiro conteúdo a ser excluído. Trabalhamos com a trigonometria, pois não recordamos da vivência do conteúdo no nosso ensino médio e tivemos contato aprofundado na graduação na disciplina de matemática 3, e de forma tradicional sem está ligada a suas aplicações.

A proposta dessa pesquisa é investigar e analisar a abordagem do ensino de trigonometria trazida pela coleção “Novo Olhar: Matemática”, que é a coleção de livro didático do ensino médio aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) adotada pela maioria das escolas estaduais de ensino na cidade de Caruaru, através da análise quantitativa e qualitativa da coleção, segundo os parâmetros curriculares de Pernambuco.

As orientações curriculares para o ensino médio (2006) ressaltam a importância no campo educacional, particularmente em função da atual conjuntura, em que diferentes programas de avaliação e distribuição de livros didáticos têm se efetivado. O texto didático traz para a sala de aula mais um personagem, seu autor, que passa a estabelecer um diálogo com o professor e seus alunos, refletindo os pontos de vista destes sobre o que é importante ser estudado e a forma mais eficaz de se trabalharem os conceitos matemáticos. Na ausência de orientações curriculares mais consolidadas, sistematizadas e acessíveis a todos os professores, o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que “o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa”. Nesse processo, o professor termina perdendo sua autonomia como responsável pelo processo de transposição didática interna. É importante, pois, que o livro didático de Matemática seja visto não como um substituto de orientações curriculares, mas como um recurso a mais.

Essas discussões a respeito da importância do livro didático nos instigaram a investigar como está sendo abordado o ensino da trigonometria analisando a coerência junto aos requisitos de ensino trazidos pelos parâmetros curriculares de Pernambuco (PC/PE).

Segundo o PC/PE (2012, p. 13), no ensino de matemática “é fundamental que se reflita não apenas sobre os conteúdos a serem ensinados, mas também sobre as expectativas de aprendizagem”. Como também é importante um ensino que propicie aos alunos ferramentas necessárias para a compreensão do desenvolvimento científico e social. É preciso desenvolver competências e habilidades matemáticas que contribuam mais diretamente para auxiliar o cidadão a ter uma visão crítica da sociedade em que vive e a lidar com as formas usuais de representar indicadores numéricos de fenômenos econômicos, sociais, físicos, entre outros. (PC/PE, 2012, p. 20).

De conformidade com o PC/PE, o ensino da matemática deve estar baseado nas seguintes metodologias: a estratégia da resolução de problemas, a modelagem matemática, mudanças tecnológicas e ensino da Matemática, evolução histórica dos conceitos matemáticos como estratégia de ensino, os jogos matemáticos na sala de aula, os projetos de trabalho, avaliação da Aprendizagem em Matemática. Mas iremos analisar a coleção considerando as quatro primeiras metodologias.

A partir de nossas inquietações, levantamos a seguinte problemática:

- De que maneira a coleção “Novo Olhar: Matemática” aborda o ensino da trigonometria? Em quais metodologias esse ensino está fundamentado?

O objetivo geral dessa pesquisa é:

- Investigar a proposta de ensino de trigonometria apresentada na coleção didática do ensino médio segundo os parâmetros curriculares de Pernambuco.

Para o cumprimento do objetivo geral apresentamos os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Analisar a proposta de ensino de trigonometria trazida pela coleção didática;

- ✓ Categorizar o ensino da trigonometria abordado na coleção segundo: a resolução de problemas, o uso de modelagem matemática, os avanços históricos e os avanços tecnológicos;

O presente trabalho foi dividido em seis capítulos, sendo o primeiro a introdução aqui apresentada, em que, contextualizamos a pesquisa, discorreremos sobre a justificativa e seus objetivos.

No Capítulo 2 situaremos a trigonometria no contexto histórico e nos documentos oficiais.

No Capítulo 3 apresentamos as estratégias de ensino proposta pelo PC/PE, na qual iremos fundamentar nossa pesquisa.

No Capítulo 4 apresentamos os momentos e estratégias que conduziram a nossa pesquisa, desde o planejamento até a realização de cada etapa.

No Capítulo 5 serão apresentadas as discussões dos resultados e a avaliação da proposta de intervenção, bem como as compreensões adquiridas com o andamento da pesquisa.

Por fim, apresentamos as considerações finais, destacando as contribuições da pesquisa e sugestões para futuras pesquisas envolvendo o ensino e a aprendizagem de trigonometria.

2. A TRIGONOMETRIA NO CONTEXTO HISTÓRICO E NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

Nesse capítulo, discorreremos sobre o ensino da trigonometria, trazendo um breve histórico e, em seguida, sua proposta de ensino de acordo com documentos curriculares oficiais.

2.1 TRIGONOMETRIA: CONTEXTO HISTÓRICO

A trigonometria tem sua origem a partir de três concepções: a primeira após o desenvolvimento do simbolismo algébrico no século XVII, a segunda a partir do trabalho de Hiparco no século II a.C e a terceira no seu significado literal “medidas de triângulo” no segundo ou terceiro milênio a.C

A primeira indicativa do surgimento da trigonometria foi no Egito e na Babilônia, a partir do cálculo das razões entre números e entre lados de triângulos semelhantes. Segundo COSTA (1997): “No Egito, isto pode ser observado no Papiro Ahmes, conhecido como Papiro Rhind, que data de aproximadamente 1650 a.c., e contém 84 problemas, dos quais quatro fazem menção ao saquet de um ângulo” (COSTA, 1997, p. 2). E ainda segundo esse autor

apareceu no Egito (1500 a.C. aproximadamente) a ideia de associar sombras projetadas por uma vara vertical a sequências numéricas, relacionando seus comprimentos com horas do dia (relógios de sol). Poderíamos dizer então que essas ideias estavam anunciando a chegada, séculos depois, das funções tangente e cotangente. (COSTA, 1997, p. 2).

Já os babilônios, tinham grande interesse pela Astronomia, tanto por razões religiosas, quanto pelas conexões com o calendário e as épocas de plantio. De acordo com COSTA (1997)

Os babilônios foram excelentes astrônomos e influenciaram os povos posteriores. Eles construíram no século 28 a.C., durante o reinado de Sargon, um calendário astrológico e elaboraram, a partir do ano 747 a.C, uma tábua de eclipses lunares. (COSTA, 1997, p. 3).

Na Grécia, a trigonometria surgiu a partir do *Gnômon*, o relógio de ouro trazido pelos Babilônios. Ele evidencia e reforça a hipótese de que a trigonometria foi uma ferramenta essencial para observação dos fenômenos astronômicos pelos povos antigos, uma vez que a documentação relativa a

esse período é praticamente inexistente. De conformidade COSTA (1997) “Neste campo, a Grécia produziu grandes sábios; entre eles Thales (625 - 546 a.C.), com seus estudos de semelhança que embasam a trigonometria, e seu discípulo Pitágoras (570 - 495 a.C.)” (COSTA, 1997, p. 5).

Os Hindus trouxeram suas contribuições para o estudo da trigonometria através do *Surya Siddhanta*, que quer dizer Sistemas do Sol. Esse sistema abriu novas perspectivas para a Trigonometria por não seguir o mesmo caminho de Ptolomeu, que relacionava as cordas de um círculo com os ângulos centrais correspondentes. Conforme COSTA (1997) “Com os hindus, as principais funções trigonométricas foram introduzidas e os métodos de tabulação se aperfeiçoaram, particularmente os de interpolação quadrática e linear. (COSTA, 1997, p. 10).

Na trigonometria Árabe, a sua expansão foi iniciada a partir do saber muçulmano que difundiu-se a partir da língua árabe, substituindo o grego na condição de língua internacional. O emprego do árabe permitiu a fixação e a preservação de obras antigas, que foram traduzidas e assim difundidas entre os intelectuais muçulmanos. Um dos maiores influentes da trigonometria árabe foi o príncipe da Síria Mohamed-ben-Geber, conhecido como *AL Battani* (aproximadamente 850 a 929 d.c.). Segundo COSTA (1997)

Os estudos de *AL Battani* ficaram entre o *Almagesto* e *Siddhanta* e foi por sua influência que a trigonometria hindu foi adotada pelos árabes, principalmente a partir de sua genial idéia de introduzir o círculo de raio unitário e com isso demonstrar que a razão **jiva** é válida para qualquer triângulo retângulo, independentemente do valor da medida da hipotenusa. (COSTA, 1997, p. 10).

A trigonometria também foi desenvolvida na Europa desde o século XI, com a retomada do conhecimento árabe, e foi importante para o início do desenvolvimento da Matemática. Conforme COSTA (1997)

Pela primeira vez, as noções de quantidades variáveis e de função são expressas e, tanto na Escola de Filosofia Natural do Merton College de Oxford quanto na Escola de Paris, chega-se à conclusão de que *a Matemática é o principal instrumento para o estudo dos fenômenos naturais*. (COSTA, 1997, p. 12).

A trigonometria expande quando Euler (1707-1783) adota a medida do raio de um círculo como unidade e define funções aplicadas a um número e não mais a um ângulo como pensado anteriormente. Com isso, chegamos na

trigonometria de hoje. Nota-se que a mesma não surgiu do acaso, houve toda uma perspectiva histórica que a fez surgir.

2.2 O ENSINO DA TRIGONOMETRIA EM DOCUMENTOS OFICIAIS E NAS PROPOSTAS CURRICULARES DO ESTADO DE PERNAMBUCO

As Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais ressaltam a importância que a trigonometria apresenta quando conectada aos suas devidas aplicações:

Apesar de sua importância, tradicionalmente a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo deve se ater às funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. Outro aspecto importante do estudo deste tema é o fato desse conhecimento ter sido responsável pelo avanço tecnológico em diferentes épocas, como é o caso do período das navegações ou, atualmente, na agrimensura, o que permite aos alunos perceberem o conhecimento matemático como forma de resolver problemas que os homens se propuseram e continuam se propondo. (PCN+, 2002, p.118).

O PCN enfatiza que o estudo da trigonometria deve estar ligado a suas aplicações para assim proporcionar um aprendizado significativo, como pode ser observado no trecho abaixo:

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (PCN, 2000, p. 44).

Ao observarmos o estudo da trigonometria, percebemos que ela é aplicada a diversas atividades do cotidiano, como no cálculo da altura de um

prédio, na altura de uma árvore, na altura de um poste, dentre outras. Além disso, a trigonometria também ligada a diversas áreas do conhecimento, tais como: a astronomia, a mecânica, a física, a eletricidade, a acústica, a música, a Topologia, a Engenharia Civil dentre outras.

Na proposta das orientações curriculares para o ensino médio, temos o ensino da trigonometria da seguinte forma: o estudo das funções trigonométricas destaca-se um trabalho com a trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, cosseno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos no ensino médio. Na introdução das razões trigonométricas seno e cosseno, inicialmente para ângulos com medida entre 0° e 90° , deve-se ressaltar que são as propriedades de semelhança de triângulos que dão sentido a essas definições; segue-se, então, com a definição das razões para ângulos de medida entre 90° e 180° . A partir das definições e de propriedades básicas de triângulos, devem ser justificados os valores de seno e cosseno relativos aos ângulos de medida 30° , 45° e 60° . (OCEM, 2006, p. 73).

No ensino médio também é necessário consolidar os conceitos estudados no ensino fundamental, tais como: as ideias de congruência, semelhança e proporcionalidade, o Teorema de Tales e suas aplicações, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras.

De conformidade com as orientações curriculares para o ensino médio,

A apresentação das leis dos senos e dos cossenos pode ser motivada com questões relativas à determinação das medidas de elementos de um triângulo. Por exemplo: conhecendo-se a medida de dois lados de um triângulo e a medida do ângulo formado por esses lados, sabe-se que esse triângulo é único e, portanto, é possível calcular a medida dos demais elementos do triângulo. Também é recomendável o estudo da razão trigonométrica tangente pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola. Por exemplo, como calcular a largura de um rio? Que referências (árvore, pedra) são necessárias para que se possa fazer esse cálculo em diferentes condições – com régua e transferidor ou com calculadora? (OCEM, 2006, p. 73-74).

Concordando com as orientações curriculares para o ensino médio, entendemos que tanto em outros conteúdos da matemática como da trigonometria podemos dispensar alguns tópicos tais como, as fórmulas para adição e subtração de seno e cosseno e as outras três razões trigonométricas, que tanto exigem dos alunos para serem memorizadas.

As orientações curriculares para o ensino médio traz a relevância em transição de alguns conceitos

É preciso atenção à transição do seno e do cosseno no triângulo retângulo (em que a medida do ângulo é dada em graus), para o seno e o cosseno, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos. As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre 0° e 180° . Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve $f(x) = \text{seno}(x)$, usualmente a variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas pode e deve ser colocado em segundo plano. (OCEM, 2006, pág. 74).

De acordo com as orientações curriculares para o ensino médio e os parâmetros curriculares de Pernambuco, o ensino deve considerar e valorizar os saberes e as práticas matemáticas dos cidadãos como também possibilitar aos alunos a capacidade de resolver problemas do cotidiano. E ainda segundo o PC/PE, “é preciso desenvolver competências e habilidades matemáticas que contribuam mais diretamente para auxiliar o cidadão a ter uma visão crítica da sociedade em que vive e a lidar com as formas usuais de representar indicadores numéricos de fenômenos econômicos, sociais, físicos, entre outros”. (PC/PE, 2012, p. 20).

Os parâmetros curriculares de Pernambuco relata também a importância da matemática como disciplina no ensino médio,

Contudo, não se pode esquecer que a Matemática do Ensino Médio, como disciplina estabelecida, também deve ser vista como uma ciência que apresenta características estruturais específicas. É importante que o estudante perceba o papel de: definições, simbologia, demonstrações e encadeamentos conceituais em sua composição interna. Nesse sentido, é importante que o professor esteja atento ao desenvolvimento, por parte do estudante, da capacidade de expressar-se em linguagem matemática, de realizar formulações coerentes e

validá-las com argumentos apoiados no pensamento dedutivo. Deve ficar claro, porém, que tais competências não se desenvolvem pela “visualização” de demonstrações feitas pelo professor, mas, sobretudo, pela habilidade desse professor em criar, em suas salas de aula, situações de debate, nas quais os alunos sejam levados a construir essas competências. (PC/PE, 2012, p. 120-121).

Os parâmetros curriculares de Pernambuco propõe o ensino da trigonometria no eixo da Geometria e no eixo de álgebra e funções com as seguintes expectativas de aprendizagem aplicadas no 1º ano, 2º e 3º ano, destacadas na tabela a seguir.

Tabela 1. Expectativas de Aprendizagem de trigonometria.

Geometria	
Ano	Expectativa de aprendizagem
10 ^o	<ul style="list-style-type: none"> * Compreender e aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas. * Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas. * Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas. * Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
11 ^o	<ul style="list-style-type: none"> * Compreender e aplicar o Teorema de Tales para resolver e elaborar problemas. * Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
12 ^o	<ul style="list-style-type: none"> * Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
Álgebra e Funções	
12 ^o	<ul style="list-style-type: none"> * Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função seno. * Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função seno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por exemplo, utilizando um software, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão $y = \text{sen}(ax)$]. * Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função cosseno. * Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função cosseno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por exemplo, utilizando um software, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão $y = \text{cos}(ax)$]. * Reconhecer as funções trigonométricas como modelos para o movimento circular.

Fonte: PC/PE (2012, p. 123.124.129).

No próximo capítulo trataremos algumas das principais características das metodologias propostas pelos parâmetros curriculares de Pernambuco as quais são: a resolução de problemas, a modelagem matemática, as mudanças tecnológicas no ensino da matemática e a evolução histórica.

3. AS ESTRATÉGIAS DE ENSINO DE TRIGONOMETRIA EM QUE ESTÁ FUNDAMENTADA NOSSA PESQUISA

Nesse capítulo apresentamos algumas características das estratégias de ensino proposta pelo PC/PE, as quais nossa pesquisa está fundamentada.

3.1 A ESTRATÉGIA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais “Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação”. (PCN+, p. 112). E ainda os parâmetros curriculares de Pernambuco (PC/PE apud FRANCO, SZTAJN e ORTIGÃO , 2007; FRANCO, et al., 2007) apontam que em “pesquisas recentes, conduzidas com base nos resultados das avaliações em larga escala, com o propósito de compreender que características do estudante e das práticas escolares estão associadas à melhoria de resultados, afirmam que, quando os professores enfatizam a resolução de problemas em suas aulas de Matemática, os estudantes tendem a apresentar desempenhos melhores nessa disciplina” (PC/PE, 2012, p.26).

Percebemos a importância em trabalhar com a estratégia de resolução de problemas na sala, possibilitando assim aos alunos a curiosidade em buscar o conhecimento através de uma situação e não perpassando o conteúdo de forma pronta e definida, mas transmitindo as ferramentas necessárias para que o aluno possa adquirir o conhecimento. De acordo com estas concepções, é necessário compreender que há uma diferença entre problema aberto e situação-problema, que fica evidenciado nos parâmetros curriculares de Pernambuco,

Com o desenvolvimento dos novos paradigmas educacionais, as limitações da utilização privilegiada desse tipo de problema foram colocadas em evidência, surgindo, então, as ideias de “problema aberto” e “situação-problema”. Apesar de apresentarem objetivos diferentes, como mostraremos mais adiante, esses dois tipos de problemas tomam por eixo central colocar o estudante, guardadas as devidas proporções, numa situação análoga àquela em que o matemático se vê ao exercer sua atividade; o estudante deve, diante desses problemas, ser capaz de realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados, provando que são verdadeiros ou, em caso contrário, mostrando algum contraexemplo. (PC/PE, 2012, p. 28).

A resolução de problema na sala ajuda o docente por construir um ambiente de interação na sala, pois todos os presentes poderão se envolver na busca de significado para tal situação. O PCPE (2012) afirma que “o problema aberto procura auxiliar o estudante na aquisição de um processo de resolução de problemas em que ele desenvolve a capacidade de realizar as quatro ações apresentadas anteriormente, ou seja, realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar resultados. A prática desse tipo de problema, em sala de aula, acaba por transformar a própria relação entre o professor e os alunos, e entre os alunos e o conhecimento matemático, que passa a ser visto como algo provido de uma dinâmica particular, e não mais como algo que deve ser memorizado para ser aplicado nas avaliações. Com isso, é importante destacar os objetivos que envolvem o problema aberto e uma situação problema, como destaca Câmara (2002) “enquanto o problema aberto objetiva levar o estudante a uma certa postura em relação ao conhecimento matemático, a situação-problema apresenta um objetivo distinto, que é levar o estudante à “construção” de um novo conhecimento matemático. De maneira bastante sintética, pode-se caracterizar uma situação-problema como uma situação geradora de um problema, cuja resolução envolva necessariamente aquele conceito que queremos que o estudante construa (CÂMARA, 2002, p.40)”.

Segundo ONUCHIC (1999), o problema não deve ser tratado como um caso isolado, mas como um passo para alcançar a natureza interna da Matemática, assim como seus usos e aplicações. Ele define como problema tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver.

O ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição, mas o problema; que o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada

técnica operatória; que aproximações sucessivas ao conceito criado são construídas para resolver um certo tipo de problema e que, num outro momento, o aluno utiliza o que já aprendeu para resolver outros problemas; que o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; que a Resolução de Problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas como orientação para a aprendizagem. (ONUCHIC, 1999, p.215).

DANTE (2010) classifica os vários tipos de problemas como:

- * Exercício de reconhecimento, cujo objetivo é fazer com que o aluno reconheça, identifique ou lembre um conceito, um fato específico, uma definição, uma propriedade etc.
- * Exercício de algoritmos, que serve para treinar a habilidade em executar um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores.
- * Problemas-padrão, que podem ser classificados como problemas-padrão simples e problemas-padrão compostos, e seu objetivo é recordar e fixar os fatos básicos por meio dos algoritmos das quatro operações fundamentais, além de reforçar o vínculo existente entre as operações e seu emprego nas situações do dia-a-dia.
- * Problemas-processo ou heurísticos, os quais aguçam a curiosidade do aluno e permitem que ele desenvolva a criatividade, a iniciativa e o espírito explorador. E, principalmente, iniciam o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta.
- * Problemas de aplicação. Estes exigem pesquisa e levantamento de dados. Podem ser apresentados em forma de projetos a serem desenvolvidos usando dos conhecimentos e princípios de outras áreas que não a matemática, desde que a resposta se relacione a algo que desperte interesse.
- * Problemas de quebra-cabeça, cuja solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução.

Segundo LOPES (1994, apud, SOARES & BERTONI PINTO), tais classificações pouco auxiliam os professores na compreensão e exploração das atividades de resolução de problemas e expressam uma visão reducionista no que se refere a objetivos didáticos e educacionais pretendidos pela Educação Matemática. Acrescenta ainda que os professores, ao planejarem seu trabalho, selecionando atividades de resolução de problemas, devem estabelecer claramente os objetivos que pretendem atingir. Para se desenvolver uma boa atividade, o que menos importa é saber se um problema é de aplicação ou de quebra-cabeça. O principal é analisar o potencial do problema no desenvolvimento de capacidades cognitivas, procedimento e atitudes e na construção de conceitos e aquisição de fatos da Matemática. O melhor critério para organizar um repertório é selecionar, ou mesmo formular problemas que possibilitem aos alunos pensar sobre o próprio pensamento, que os coloquem diante de variadas situações. Portanto, o professor deve ter em mente os objetivos que deseja alcançar para que possa fazer o uso adequado da resolução de problemas, seja para aplicar alguma técnica ou conceito desenvolvido, trabalhar com problemas abertos nos quais há mais de uma solução possível, suscitando o debate e a argumentação em defesa de cada resolução, trabalhar com problemas gerados a partir de situações de jogo ou da interpretação de dados estatísticos. A seleção do problema deverá ser decorrente dos objetivos a serem alcançados.

A resolução de um problema é um processo complexo que exige do aluno estratégias para chegar ao resultado esperado.

Segundo o esquema de POLYA (2010, apud, DANTE), são quatro as principais etapas para a resolução de um problema:

1. Compreender o problema;

- * Você leu e compreendeu corretamente o problema?
- * O que se pede no problema?
- * Quais são os dados e as condições do problema?
- * É possível fazer uma figura ou diagrama da situação?
- * É possível estimar ou “chutar” a resposta?

2. Elaborar um plano;

- * Qual é o seu plano para resolver o problema?

- * Que estratégia você tentará desenvolver?
- * Você lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?
- * Tente organizar os dados em tabelas ou gráficos.
- * Tente resolver os problemas por partes.
- * Há alguma outra estratégia?

3. Executar o plano;

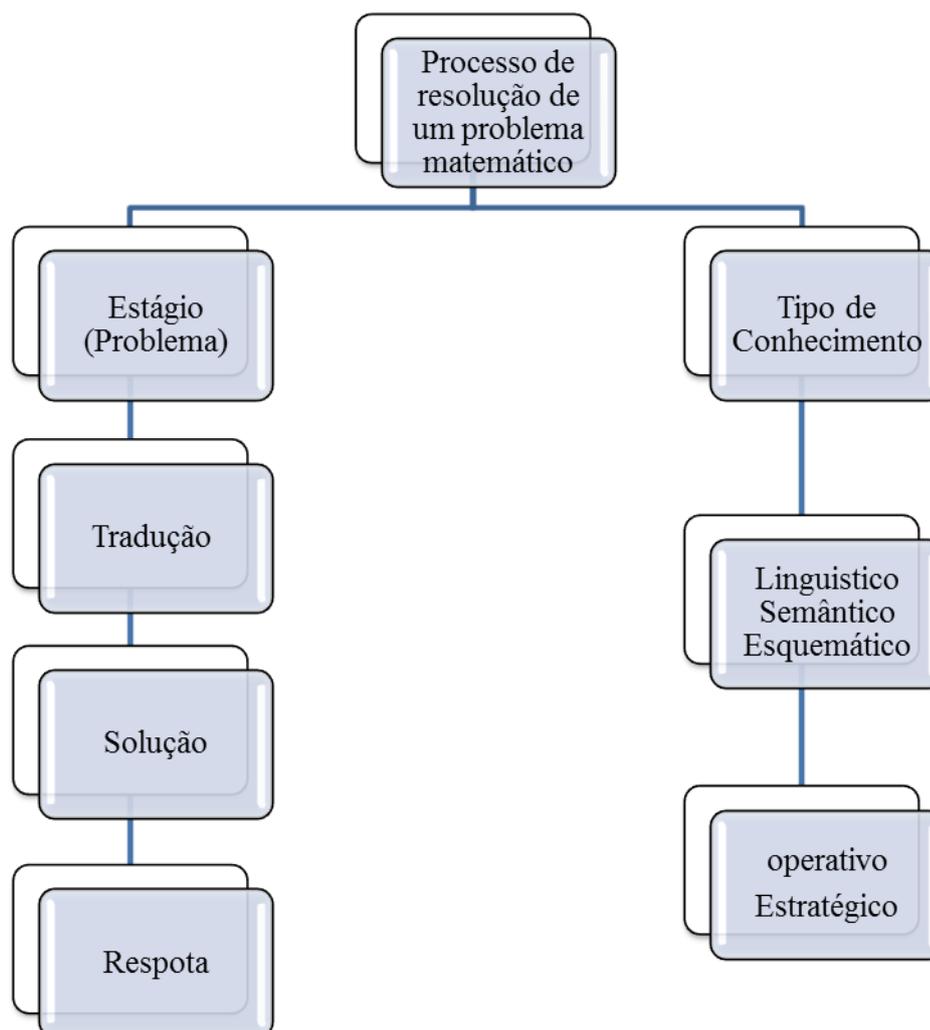
- * Execute o plano elaborado, verificando-o passo a passo.
- * Efetue todos os cálculos indicado no plano.
- * Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

4. Fazer o retrospecto ou verificação;

- * Examine se a solução obtida está correta.
- * Existe outra maneira de resolver o problema?
- * É possível usar o método empregado para resolver problemas semelhantes?

Para MAYER 1983 (apud, POZO), os quatros passos enumerados por Polya podem ser resumidos em dois grandes processos (tradução e solução do problema) que são colocados em ação automaticamente quando solucionamos os problemas, conforme esquematizamos na figura abaixo.

Figura 1. Processo de resolução de um problema matemático.



Fonte: adaptado Mayer (2016).

Diante de um problema, o levantamento de hipóteses, a testagem dessas hipóteses e a análise dos resultados obtidos são procedimentos que devem ser enfatizados com os alunos. Só assim é possível garantir o desenvolvimento da autonomia frente a situações com as quais eles terão de lidar dentro e fora da escola.

Segundo DANTE (2010), ensinar a resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos.

3.2 A MODELAGEM MATEMÁTICA

De conformidade com RENZ (2015), “a Modelagem Matemática no ensino da Matemática é um caminho para despertar no aluno o interesse em aprender Matemática ao mesmo tempo em que aprende a criar modelos matemáticos.” (RENZ, 2015, p.25). Igualmente, MENDES (2009) afirma que a modelagem matemática tem sido utilizada como uma forma de quebrar a forte dicotomia existente entre a Matemática escolar formal e sua utilidade na vida real, pois os modelos matemáticos são vistos como formas de estudar e formalizar fenômenos do dia-a-dia. (MENDES, 2009, p.84).

Trabalhar com metodologias que busquem facilitar o processo de aprendizagem dos alunos é importante, pois assim o professor poderá desenvolver sua aula de maneira que proporcione aos alunos um ambiente de interação, propiciando a construção do conhecimento. Segundo BASSANEZI (2002), a modelagem matemática é a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real. (BASSANEZI, 2002, p.16).

Podemos perceber a importância da modelagem matemática não só no campo do conhecimento científico, mais também para despertar o interesse do aluno para fazer conexões e aplicações práticas no dia-a-dia, propiciando ao aluno, além do conhecimento, uma melhor maneira de pensar e agir dele.

Os Parâmetros Curriculares de Pernambuco apresentam as habilidades que o estudante pode desenvolver quando a modelagem matemática propõe uma situação problema relacionada com o dia-a-dia,

“quando a modelagem matemática propõe uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o estudante é chamado a mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular um problema teórico, na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um esforço de simplificação, pelo fato de que o modelo originalmente pensado pode revelar-se matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes, o que, quase sempre, leva à necessidade de modificação do modelo,

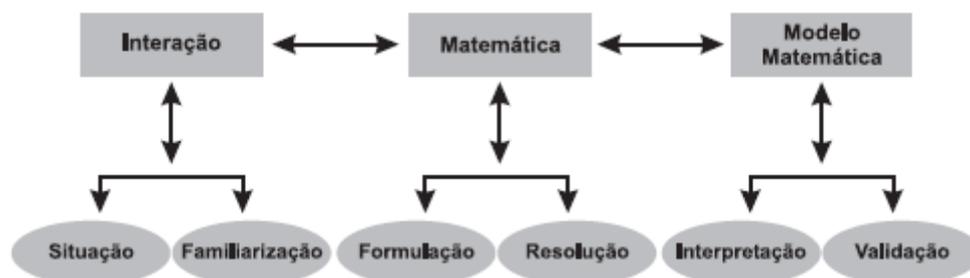
que é essencial para revelar o aspecto dinâmico da construção do conhecimento”. (PC/PE, 2012, p. 30).

FLEMMING (2005, apud BIEMBENGUT e HEIN) propõe as etapas para a concretização do modelo matemático:

- * **Interação** - Num primeiro momento é importante que se reconheça a situação-problema, bem como se levante o referencial teórico relativo ao assunto que será modelado. Esta etapa não termina com o início da próxima, visto que a situação-problema torna-se mais clara à medida que se interage com os dados.
- * **Matematização** - É uma etapa desafiante e complexa, pois é nela que se expressa o problema em linguagem matemática. Nesta etapa identificamos os fatos envolvidos, classificando as informações como relevantes ou não. Levantamos as hipóteses, selecionamos variáveis e constantes envolvidas e descrevemos as relações em termos matemáticos. Após a formulação do problema, passamos à resolução ou à análise com as ferramentas matemáticas disponíveis. Esta etapa exige um conhecimento considerável dos objetos matemáticos e muitas vezes o uso do computador pode-se tornar imprescindível.
- * **Modelo Matemático** - Para concluir e validar o modelo é necessário avaliar e definir o quanto ele se aproxima da situação-problema representada, bem como o grau de confiabilidade de sua utilização.

Podemos sistematizar estas etapas através do esquema a seguir:

Figura 2. Etapas para concretização de um modelo matemático.



Fonte: Flemming (2005, p. 27)

Ainda de acordo com os Parâmetros Curriculares de Pernambuco, a modelagem matemática como estratégia de ensino propicia ao estudante uma

formação em que ele seja: “comprometido com problemas relevantes da natureza e da cultura de seu meio; crítico e autônomo, na medida em que toma parte ativa na construção do modelo para a situação-problema; envolvido com o conhecimento matemático em sua dupla dimensão de instrumento de resolução de problemas e de acervo de teorias abstratas acumuladas ao longo da história; que faz Matemática, com interesse e prazer”.(PC/PE, 2012, p. 31).

3.3 MUDANÇAS TECNOLÓGICAS E ENSINO DE MATEMÁTICA

As novas tecnologias vêm trazendo uma nova realidade no contexto social em que se vive. O mundo é cercado por essas novas tendências e são essas que apontam para novos contextos em espaços cada vez mais distintos. A escola apresenta características fortes para focar em um ensino com o uso das novas tecnologias, pois além de ser uma nova forma de construção do conhecimento, aguçam a curiosidade dos alunos em utilizar essas novas ferramentas. O ensino pautado nesta perspectiva vem chamando a atenção de vários pesquisadores (ABRANCHES, 2009; CAVALCANTE, 2009; PADILHA, 2009) que realçam a relevância de uma integração dos recursos tecnológicos nas práticas de ensino para uma aprendizagem diversificada com aprendizagem satisfatória. São recursos digitais (computadores e internet), áudio (rádio, rádio on-line, músicas, podcast), audiovisuais (Tv, vídeo/DVD, cinema) que contribuem nas novas formas de se educar de acordo com as possibilidades de cada âmbito escolar.

Conforme os Parâmetros Curriculares de Pernambuco é necessário destacar o papel de duas ferramentas utilizadas no nosso cotidiano, que são a calculadora e o computador,

Um primeiro ponto a mencionar é o papel que a calculadora e o computador desempenham para, entre outras possibilidades: facilitar os cálculos com números de ordem de grandeza elevada; armazenar, organizar e dar acesso a grande quantidade de informações (banco de dados); fornecer imagens visuais para conceitos matemáticos; permitir a criação de “micromundos” virtuais para a simulação de “experimentos matemáticos”. Apoiado no emprego dessas tecnologias, o estudante poderá ter mais oportunidade de expandir sua capacidade de resolver problemas, de fazer conjecturas, de testar um grande número de exemplos, de explorar os recursos da chamada “geometria dinâmica”, em que é possível fazer

variar continuamente parâmetros atrelados a figuras, operação impossível num contexto de papel e lápis. (PC/PE, p. 32).

De acordo com MENDES (2009, apud PONTES, 1995) o uso do computador no ensino da matemática contribui para:

- * Uma relativização da importância das competências de cálculos e de simples manipulação simbólica, que podem ser realizadas de forma mais rápida e eficiente;
- * Um esforço do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem dos mais variados problemas;
- * Uma atenção redobrada às capacidades intelectuais de ordem mais elevada, que se situam para além do cálculo e da simples compreensão de conceitos e relações matemáticas;
- * O crescimento do interesse pelo desenvolvimento de projetos e atividades de modelagem matemática e investigação.

O PC/PE (2012) ressalta que “o emprego da calculadora, por outro lado, torna indispensável que o estudante desenvolva a capacidade de efetuar cálculos mentais e estimativas. O cálculo por arredondamento é uma dessas estratégias, ao lado da estimativa da ordem de grandeza dos resultados das operações. O desenvolvimento dessas capacidades vai permitir ao estudante controlar o resultado de cálculos realizados com a calculadora ou com o computador e, dessa forma, evitar que ele fique refém desses instrumentos. (PC/PE, 2012, p. 33).

A preocupação no cenário atual no ensino das novas tecnologias é o desafio que esta propõe a educação, pois nem todos terão acesso e domínio a esta inovação educativa e nisto, “será preciso, cada vez mais, a ampliação de ações e políticas efetivas que propiciem a inclusão digital de todos os cidadãos” (Kenski, 2007, p. 214).

3.4 EVOLUÇÃO HISTÓRICA DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

Conforme MENDES (2008), a utilização da História da Matemática surge como uma proposta que procura enfatizar o caráter investigatório do processo de construção do edifício matemático, podendo levar os estudiosos dessa área de pesquisa à elaboração, testagem e avaliação de atividades de ensino centradas na utilização de informações históricas relacionadas aos tópicos que pretendem investigar. (MENDES, 2008, p.40).

No entanto, trazer a história da Matemática para a sala de aula significa mais que descrever fatos ocorridos no passado ou a atuação de personagens famosos. Em primeiro lugar, é importante que as articulações da Matemática com as necessidades humanas de cada época sejam evidenciadas. Mais importante ainda, é preciso levar em conta as contribuições do processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos para a superação das dificuldades de aprendizagem desses conteúdos em sala de aula. (PC/PE, p. 34).

Então é necessário que o docente adote para sua prática, atividades nas quais utilizem os contextos históricos. MENDES (2008) propõe que “atividades históricas parte do princípio de que as experiências manipulativas ou visuais do aluno contribuem para que se manifestem neles as primeiras impressões do conhecimento apreendido durante a interação sujeito-objeto vivenciada na produção do conhecimento (saber-fazer). Esse movimento de profunda ação-reflexão implica na necessidade de representação dessa aprendizagem através da simbolização (representação formal através de algoritmos sistematizados, fórmulas, etc.), visto que a mesma evidencia o grau de abstração no qual o aluno se encontra com relação ao conhecimento construído durante a atividade (nível de representação: intuitiva-algorítmica-formal)”. (MENDES, 2008, p.41).

Ainda segundo este mesmo autor os níveis de representação referem-se aos três componentes de uma atividade matemática: 1) o intuitivo, no qual a matemática não se liberta das suas raízes humanas, embora possua processos de abstração extremamente sofisticados; desse modo, é importante discutirmos o caráter imaginativo do raciocínio matemático, da visualização e de todas as

vivências humanas, bem como do caráter biológico da aprendizagem. 2) o algorítmico, que permite a adaptação do pensamento aos procedimentos problemáticos propostos na prática, treino sistemático ao qual o aluno é sujeito, favorecendo a mecanização (memorização) do conhecimento, além de depender de uma construção prévia acerca do conceito apreendido e de uma contextualização (situação problemática) do assunto aprendido; e 3) o formal, no qual os conceitos matemáticos são expressos através de proposições que consideramos adaptáveis a todas as circunstâncias – muito presente nos livros didáticos tradicionais, onde é considerada uma forma avançada de conhecimento, transformando-se em um modo de ensinar matemática. Há necessidade de uma contextualização para que a componente formal seja significativa para o aluno. (MENDES, 2008, p.42).

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Compreendemos que o livro didático é um recurso didático de grande importância para o trabalho docente pedagógico. Segundo MARTINS (2006), “esta importância (do livro didático) é atestada, entre outros fatores, pelo debate em torno da sua função na democratização de saberes socialmente legitimados e relacionados a diferentes campos de conhecimento, pela polêmica acerca do seu papel como estruturador da atividade docente, pelos interesses econômicos em torno da sua produção e comercialização, e pelos investimentos de governos em programas de avaliação”.(MARTINS, 2006, p.118). Analisaremos a coleção “Novo Olhar: Matemática” do autor Joelmir Souza, pois é a mais usada nas escolas da rede estadual no município de Caruaru.

A coleção é composta por três volumes, sendo eles 1, 2 e 3. Os conteúdos correspondentes a cada volume estão apresentados em capítulos, que por sua vez, estão organizados em unidades. Cada volume está organizado em unidades e em cada início e unidade há duas páginas reservadas para um texto de abertura relacionando um assunto com os conteúdos a serem abordados. Em seguida, é apresentado o conteúdo a ser estudado seguido de atividades resolvidas e posteriormente as atividades

propostas. No fim de cada capítulo, há uma *seção explorando o tema*, onde é apresentado um texto seguido de uns questionamentos. Estes textos abordam temas ligados à história da matemática e curiosidades a cerca dos conteúdos estudados para fixação do conteúdo estudado. Logo após a *seção explorando o tema* há a *seção refletindo sobre o capítulo* que trazem questionamentos que buscam explicitar as principais ideias abordadas no capítulo, e por fim ainda é apresentada *atividades complementares* com o objetivo de revisar todo o conteúdo abordado.

Nas *seções atividades e atividades complementares*, são apresentadas algumas questões em destaque que são desafios, para uso de calculadoras e questões aplicadas a interdisciplinaridade ou história da matemática, entre outras. No decorrer dos capítulos, são apresentados quadros com diferentes características, nas quais são: quadro-teoria (localizado junto a teoria, formaliza alguns conteúdos), observações (apresentam lembretes, dicas ou informações complementares), vocabulário (apresenta o significado de algumas palavras do texto lido) e textos informativos (apresentados no decorrer da teoria, trazem curiosidades e informações relacionadas ao assunto ou conteúdo em estudo). No fim de cada volume são apresentadas as *seções*: *acessando as tecnologias* (apresenta um estratégia de ensino complementar estimulando ao aluno a utilizar ferramentas tecnológicas computacionais), *ampliando os conhecimentos* (são sugestões de leitura para que o aluno possa complementar seus estudos) e *selos* (que indicam que o conteúdo está relacionado com outra disciplina).

Tabela 2. Coleção analisada.

Coleção	Autor	Editora/Ano
Novo olhar Matemática	Joelmir Roberto de Souza	FTD, 2013

Fonte: A autora (2017).

Faremos uma análise quanti-qualitativa do estudo detalhado de cada volume na proposta de ensino da trigonometria e uma comparação com a proposta de ensino trazida pelos parâmetros curriculares de Pernambuco, que são: a resolução de problemas, a modelagem matemática, as mudanças tecnológicas no ensino da matemática e evolução histórica dos conceitos matemáticos como estratégias de ensino.

Na abordagem quantitativa, apresentamos tabelas com a categorização dos conteúdos com o uso das estratégias de ensino proposta pelo PC/PE. Nessa categorização utilizaremos notas de 0 a 3, donde: 0 (insuficiente, não aborda o ensino segundo as metodologias proposta pelo PC/PE), 1 (pouco, apresenta a metodologia, mas não utiliza de acordo com suas características), 2 (regular, aborda a metodologia de acordo com algumas características), 3 (satisfatório, apresenta o uso de metodologia os seus elementos).

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesse capítulo discorreremos sobre a análise e os resultados obtidos na nossa pesquisa, apresentando a análise de cada conteúdo proposto pela coleção, seguida da comparação com a proposta trazida pelo PC/PE.

Na tabela abaixo, mostraremos a seleção de conteúdos proposto pelos parâmetros curriculares de Pernambuco e pela coleção no que diz respeito ao ensino da trigonometria.

Tabela 3. Descrição de conteúdos PC/PE versus Coleção.

PC/PE	Coleção
<ul style="list-style-type: none"> * Proporcionalidade Teorema de Tales * Teorema de Pitágoras * Relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) * Razões trigonométricas * Leis do seno e cosseno 	<ul style="list-style-type: none"> * Teorema de Tales * Teorema de Pitágoras * Trigonometria no triângulo retângulo * Ângulos notáveis * Tabela trigonométrica * Trigonometria em um triângulo qualquer * Lei dos senos * Lei dos cossenos * Área de triângulos * Trigonometria na circunferência * Circunferência trigonométrica * Seno, cosseno e tangente de um arco * Funções trigonométricas * Fórmulas de Transformação * Relações trigonométricas * Equações trigonométricas
<p>TRIGONOMETRIA NO CICLO</p> <ul style="list-style-type: none"> * Conceitos trigonométricos básicos: Arcos e ângulos. * Circunferência trigonométrica. * Funções trigonométricas. * Relações trigonométricas fundamentais. * Equações trigonométricas. * Inequações trigonométricas. * Transformações trigonométricas. 	

Fonte: A autora (2017).

Mostramos a seguir uma tabela com as expectativas de aprendizagens propostas pelos parâmetros curriculares de Pernambuco para o 1º, 2º e 3º ano do ensino médio.

Tabela 4. Expectativas de aprendizagens para o ensino médio.

Expectativas de Aprendizagens
1º ano
<ul style="list-style-type: none"> * Compreender e aplicar o Teorema de Tales na resolução de problemas. * Utilizar a semelhança de triângulos para estabelecer as relações métricas no triângulo retângulo (inclusive o Teorema de Pitágoras) e aplicá-las para resolver e elaborar problemas. * Reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas. * Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas.
2º ano
<ul style="list-style-type: none"> * Compreender e aplicar o Teorema de Tales para resolver e elaborar problemas. * Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas. * Conhecer os valores das funções trigonométricas para ângulos comuns e a construção dos gráficos dessas funções e de suas inversas, reconhecendo suas propriedades. * Identificar gráficos de funções trigonométricas e de suas inversas. * Utilizar as transformações trigonométricas na resolução de problemas e a resolução de equações e inequações.
3ºano
<ul style="list-style-type: none"> * Compreender as leis do seno e do cosseno e aplicá-las para resolver e elaborar problemas. * Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função seno. * Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função seno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por

exemplo, utilizando um software, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão $y = \text{sen}(ax)$].

- * Relacionar a representação algébrica com a representação gráfica da função cosseno.
- * Relacionar as transformações sofridas pelo gráfico da função cosseno com modificações nos coeficientes de sua expressão algébrica [por exemplo, utilizando um software, verificar as alterações no período da função quando se modifica o parâmetro a na expressão $y = \text{cos}(ax)$].
- * Reconhecer as funções trigonométricas como modelos para o movimento circular.

Fonte: PCPE (2012, p. 121-124)

Seguimos analisando a coleção e sua proposta de ensino da trigonometria e compararemos com a proposta trazida pelos parâmetros curriculares de Pernambuco.

A coleção analisada traz os conteúdos propostos pelo PC/PE, exceto o assunto *inequações trigonométricas*. Desta forma, a coleção contempla, de forma satisfatória, os conteúdos. Então, iremos analisar de que maneira está proposto seu ensino e se utiliza algumas das metodologias sugeridas pelos parâmetros curriculares de Pernambuco.

Na tabela abaixo iremos mostrar os conteúdos e sua proposta de ensino trazida pelo autor da coleção analisada. Iremos nomear as metodologias da seguinte forma: Resolução de problemas (RP), Modelagem matemática (MM), mudanças tecnológicas no ensino de matemática (MT) e evolução histórica dos conceitos matemáticos (EH).

Tabela 5. Conteúdos segundo as metodologias de ensino.

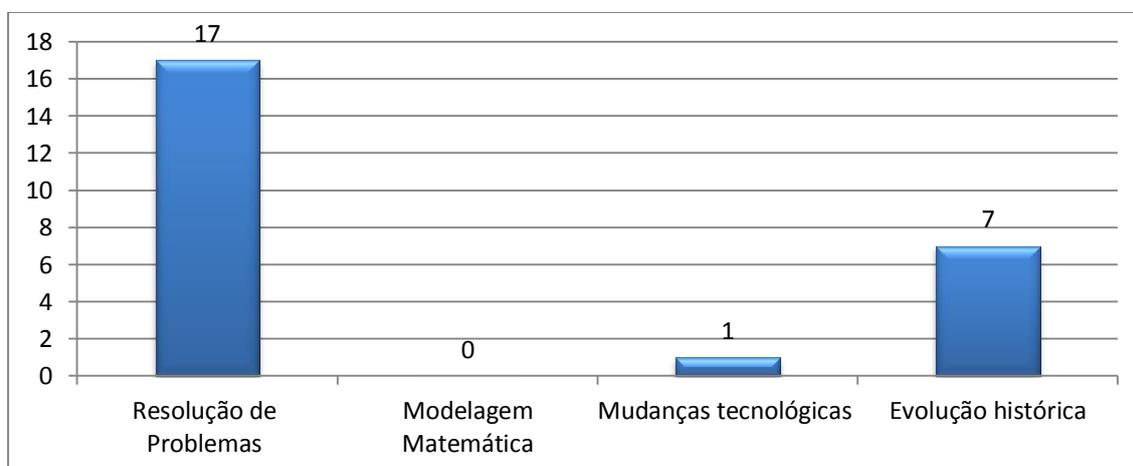
Conteúdos	RP	MM	MT	EH	Total
Teorema de Tales	3	0	0	2	5
Teorema de Pitágoras	3	0	0	2	5
Trigonometria no triângulo retângulo	2	0	1	1	3
Trigonometria em um triângulo qualquer	2	0	0	0	2
Trigonometria na circunferência	2	0	0	1	3
Senos, cossenos e tangentes de um arco	1	0	0	0	1
Funções trigonométricas	2	0	0	1	2
Fórmulas de Transformação	1	0	0	0	1
Relações trigonométricas	0	0	0	0	0
Equações trigonométricas	1	0	0	0	1

Fonte: A autora (2017).

A tabela acima mostra a relação entre o ensino proposto pela coleção e de que forma ele está apresentado. Mais adiante, iremos analisar as seções: páginas de abertura das unidades, explorando o tema, refletindo sobre o capítulo, atividades complementares e acessando tecnologias.

Abaixo trazemos as metodologias que o autor utiliza para o ensino da trigonometria na coleção analisada.

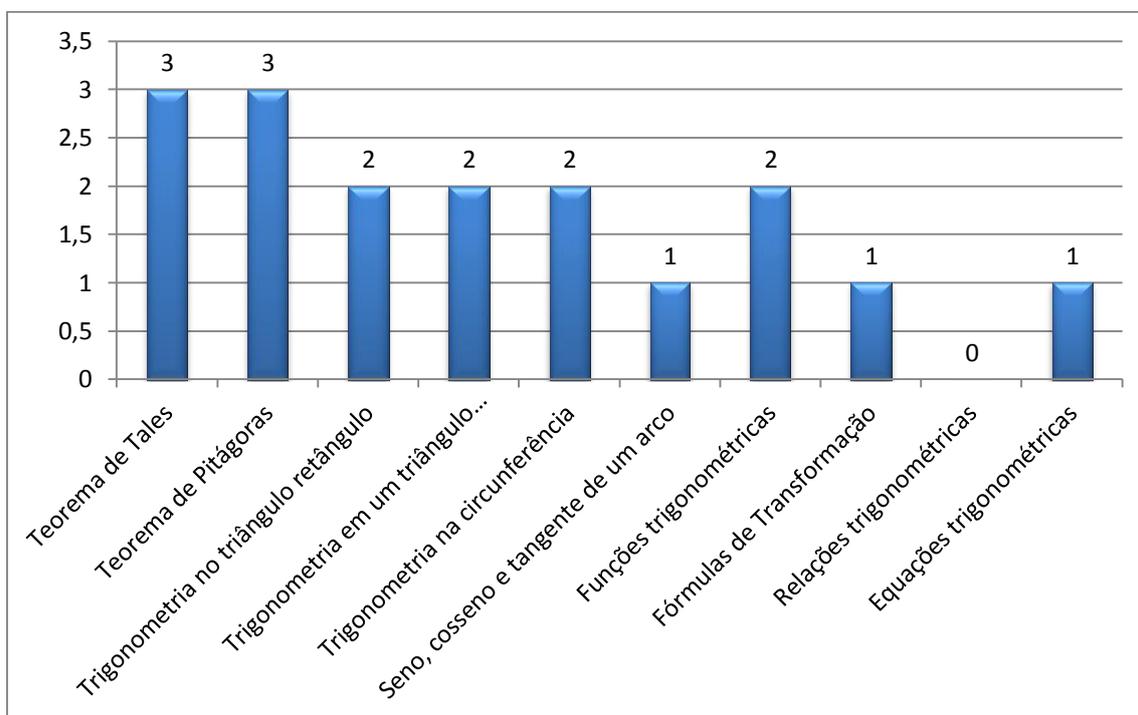
Gráfico 1. Metodologias presentes na coleção.



Fonte: A autora (2017).

O gráfico abaixo mostra a relação conteúdo versus a resolução de problemas.

Gráfico 2. Relação conteúdo versus resolução de problemas.

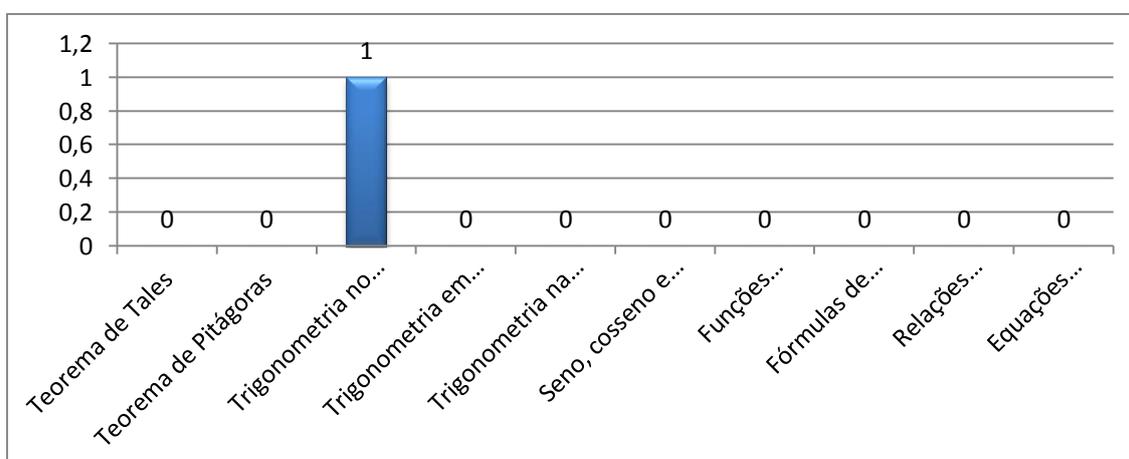


Fonte: A autora (2017).

Na Tabela 5, apresentamos os resultados sobre modelagem matemática e podemos verificar que o autor não utiliza esta metodologia no ensino da trigonometria.

O gráfico abaixo mostra a relação conteúdo versus as mudanças tecnológicas e ensino da matemática.

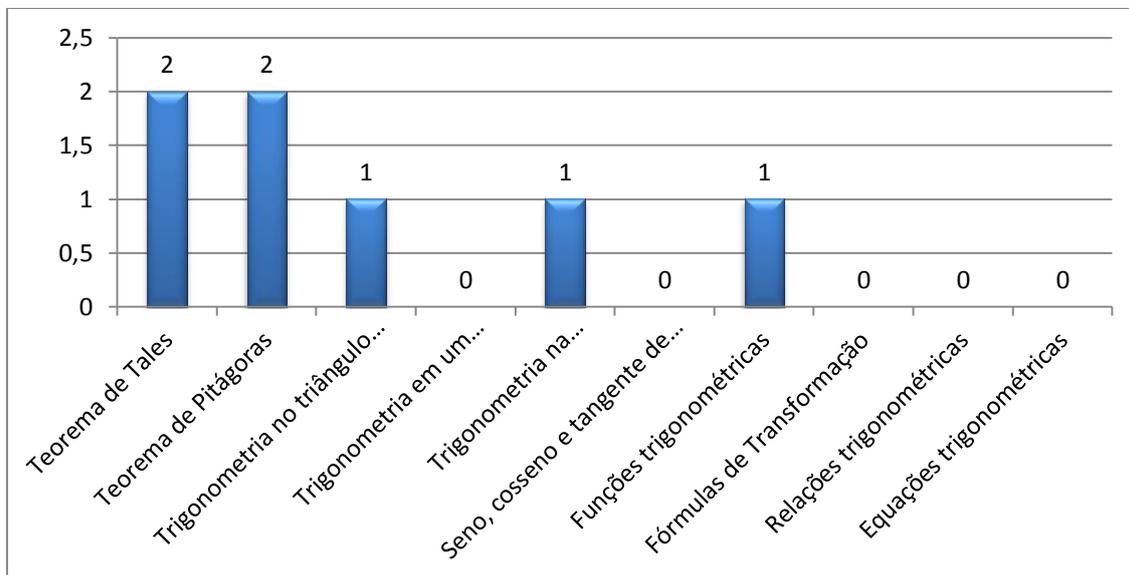
Gráfico 3. Relação conteúdo versus as mudanças tecnológicas.



Fonte: A autora (2017).

O gráfico a seguir mostra a relação conteúdo versus evolução histórica dos conceitos matemáticos.

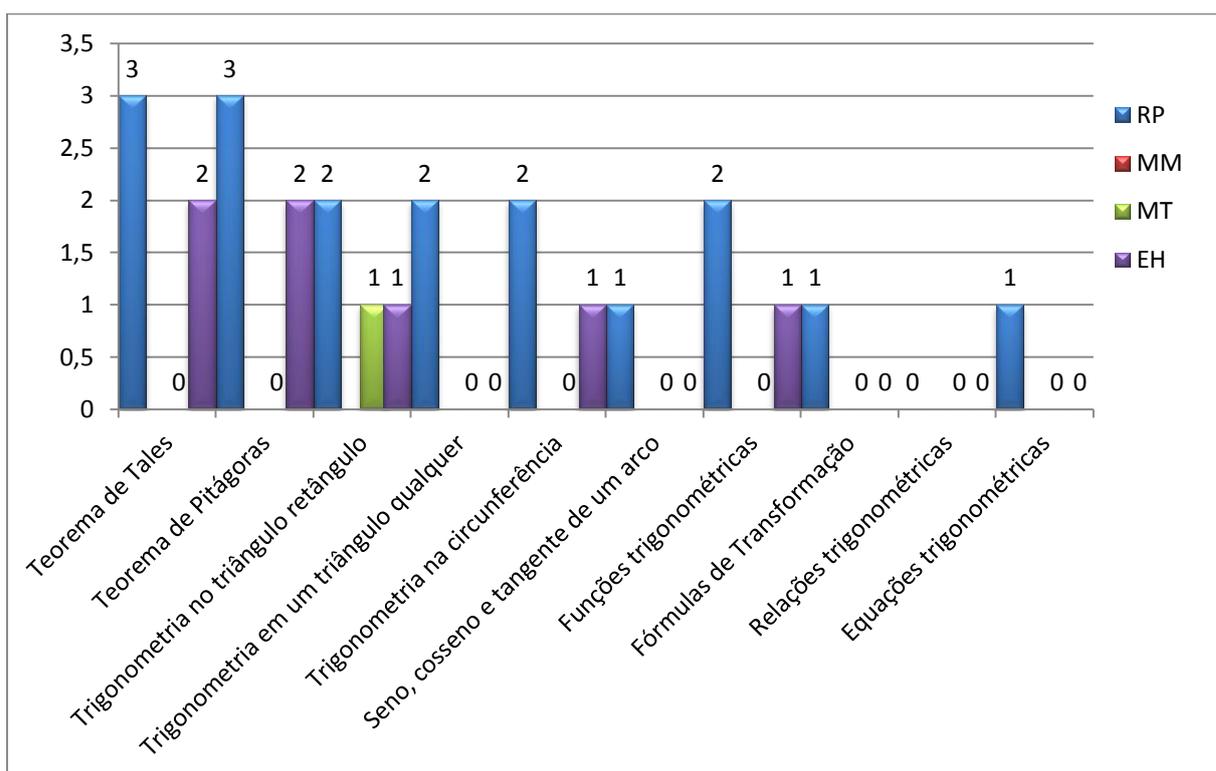
Gráfico 4. Relação conteúdo versus evolução histórica dos conceitos matemáticos.



Fonte: A autora (2017).

Através desses gráficos mostramos que o autor apresenta o uso das metodologias resolução de problemas, mudanças tecnológicas e evolução histórica dos conceitos matemáticos, não utilizando assim a modelagem matemática como recurso de ensino. Abaixo mostramos um gráfico com a relação conteúdos versus as metodologias.

Gráfico 5. Conteúdos versus metodologias.



Fonte: A autora (2017).

Agora analisamos as seções páginas de abertura das unidades, explorando o tema, refletindo sobre o capítulo, atividades complementares e acessando tecnologias. Os conteúdos estão dispostos em duas unidades, uma em cada um dos Volumes 1 e 2.

5.1. Volume 1

No Volume 1, os conteúdos estão distribuídos conforme a tabela a seguir.

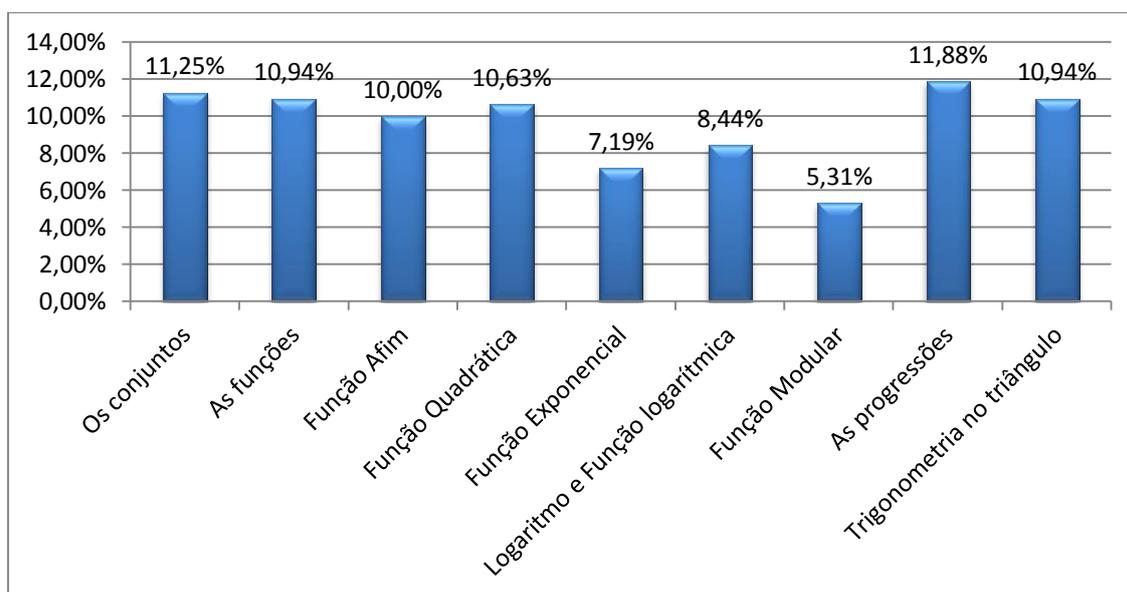
Tabela 6. Distribuição dos conteúdos do Volume 1.

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Páginas	Porcentagem
Unidade 1	1	Os conjuntos	36	11,25%
Unidade 2	2	As funções	35	10,94%
	3	Função Afim	32	10,00%
	4	Função Quadrática	34	10,63%
	5	Função Exponencial	23	7,19%
	6	Logaritmo e Função logarítmica	27	8,44%
	7	Função Modular	17	5,31%
Unidade 3	8	As progressões	38	11,88%
Unidade 4	9	Trigonometria no triângulo	35	10,94%

Fonte: A autora (2017).

Percebemos através da tabela acima que o autor, quanto a distribuição de conteúdos, não deixa a desejar o ensino da trigonometria, pois este disponibiliza 35 páginas para a abordagem do conteúdo. Vejamos esta distribuição de conteúdos no gráfico a seguir.

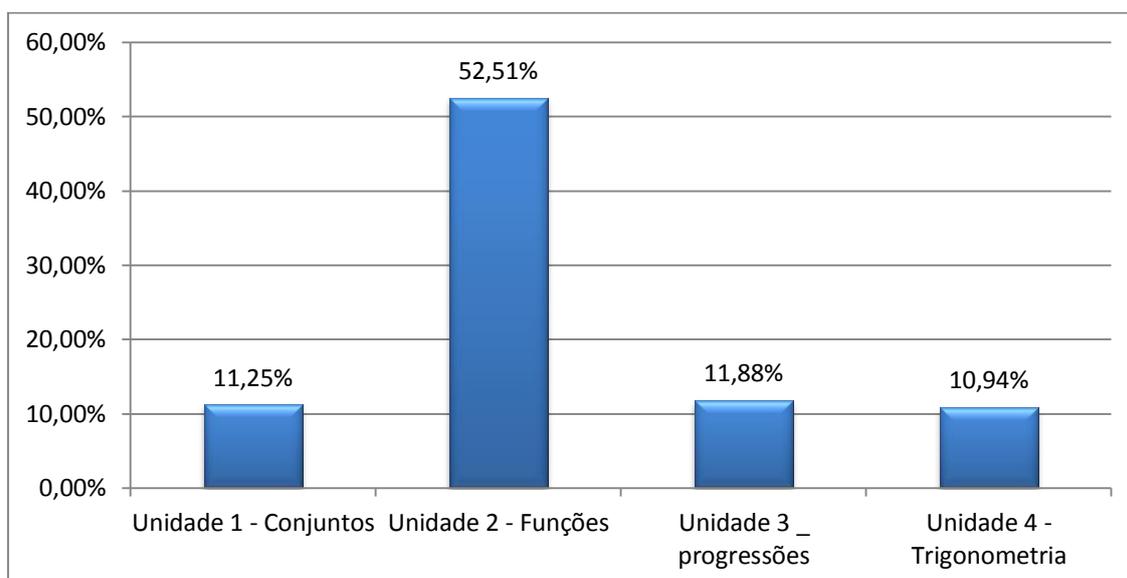
Gráfico 6. Distribuição dos conteúdos do volume 1.



Fonte: A autora (2017).

A seguir mostramos um gráfico com a relação conteúdos por unidades.

Gráfico 7. Distribuição de conteúdos em unidades no volume 1.



Fonte: A autora (2017).

Nosso foco consiste em analisar a Unidade 4, que apresenta a trigonometria. Iremos analisar cada seção da unidade e fazer o comparativo com os conteúdos e estratégias de ensino proposta pelos parâmetros curriculares de Pernambuco.

Abaixo traremos uma tabela apresentando os conteúdos distribuídos nos anos correspondentes ao ensino médio. Assim mostraremos os conteúdos propostos pelos parâmetros curriculares de Pernambuco para o 1º ano versus os conteúdos propostos pelo autor no volume 1.

Tabela 7. Comparação de conteúdos propostos pelo PC/PE e pelo autor.

PC/PE 1º ano	Volume 1
<ul style="list-style-type: none"> * Proporcionalidade Teorema de Tales * Teorema de Pitágoras * Relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) * Razões trigonométricas * Leis do seno e cosseno 	<ul style="list-style-type: none"> * Teorema de Tales * Teorema de Pitágoras * Trigonometria no triângulo retângulo * Ângulos notáveis * Tabela trigonométrica * Trigonometria em um triângulo qualquer * Lei dos senos * Lei do cossenos * Área de triângulos

Fonte: A autora (2017).

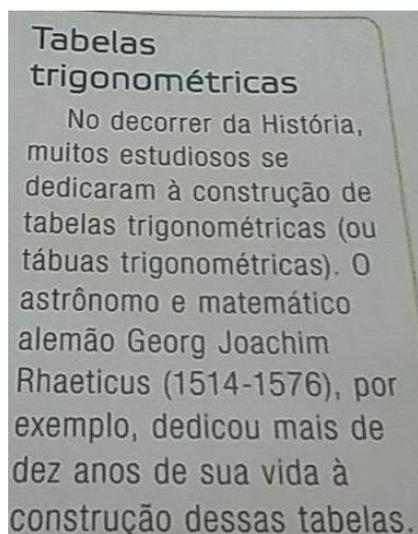
Percebemos que a oferta de conteúdos proposta pelo autor no volume 1 está de conformidade com a proposta apresentada pelos parâmetros curriculares de Pernambuco. A seguir, iremos analisar se a proposta de ensino também condiz com os parâmetros ou se apresentam outros aspectos. Para isso, analisamos as seções páginas de abertura das unidades, explorando o tema, refletindo sobre o capítulo, atividades complementares e acessando tecnologias.

Páginas de abertura da unidade – Traz um texto com o título triangulação, aborda uma relação entre as disciplinas de história e matemática. Nesse texto a trigonometria está associada aos avanços científicos com base em fatos do iluminismo¹. As ideias de ensino da trigonometria são trazidas a partir das soma dos ângulos internos de um triângulo e a lei dos senos através do método da triangulação usado por Méchain e Delambre para a determinação do metro. A figura a seguir mostra o método da triangulação:

¹ O iluminismo foi um movimento global, ou seja, filosófico, político, social, econômico e cultural, que defendia o uso da razão como o melhor caminho para se alcançar a liberdade, a autonomia e a emancipação. O centro das ideias e pensadores Iluministas foi a cidade de Paris.

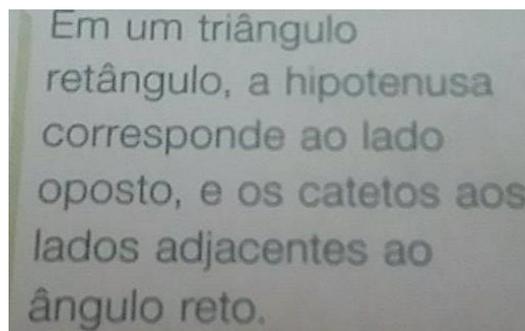
Antes de cada tema o autor apresenta breves biografias e fatos históricos, para assim enunciar os teoremas e conceitos. Apresenta também quadros com definições que possam auxiliar o leitor na compreensão do conteúdo, vocabulários e textos históricos. As figuras abaixo são exemplos de alguns desses tópicos.

Figura 5. Textos históricos.



Souza (2013, p. 276)

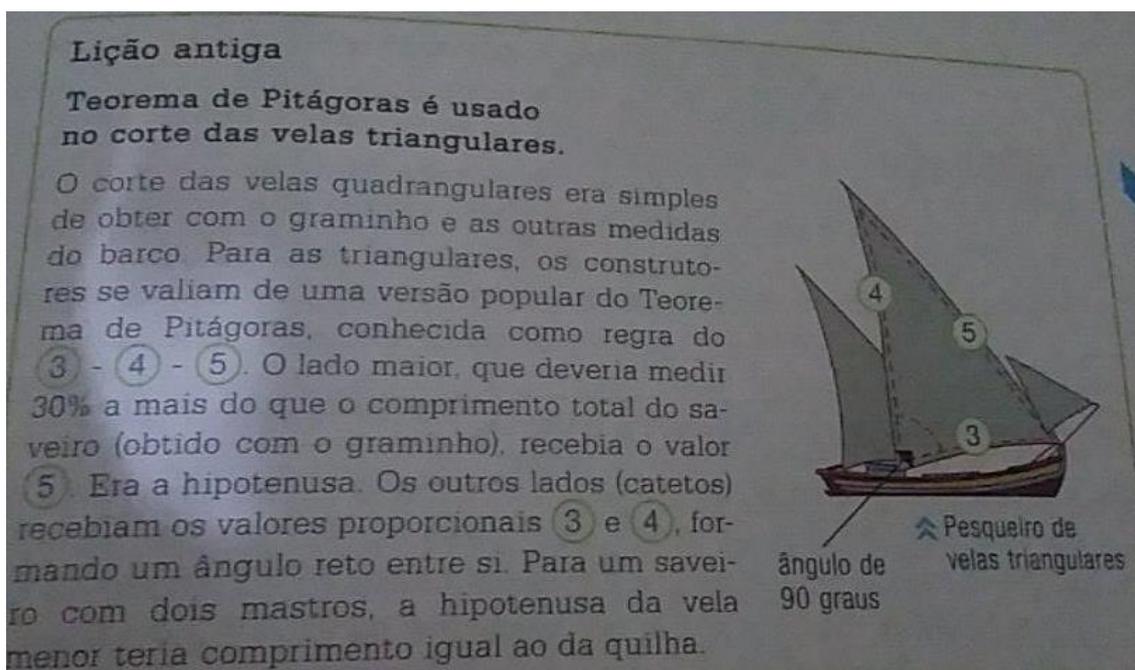
Figura 6. Observações



Souza (2013, p. 264)

Na seção explorando o tema, o autor traz um texto com o título “A rota da capitania Naval”, em que relaciona a trigonometria no triângulo às grandes navegações. Podemos perceber que o autor utiliza o teorema de Pitágoras nos cortes das velas triangulares usadas em algumas embarcações. Outra ideia de trigonometria que podemos observar é o uso da proporcionalidade na construção dessas embarcações. Na figura a seguir, mostraremos a aplicação do teorema de Pitágoras relacionado ao problema das embarcações:

Figura 7. Teorema de Pitágoras usado nos cortes de vela de embarcações.



Fonte: Souza (2013, p. 291)

Apresentamos na figura abaixo o graminho, que é uma tábua contendo marcações que fornecem medidas necessárias para construção de algumas embarcações.

Figura 8. Graminho utilizado para as construções das embarcações.



Fonte: Souza (2013, p. 290)

Por fim, na seção refletindo sobre o capítulo são apresentados questionamentos que buscam fixar as principais ideias estudadas no capítulo. Após esta seção o autor traz atividades complementares que apresentam problemas complementares a cerca do que foi discutido no capítulo.

Na questão metodológica, o autor apresenta uma proposta de ensino tradicional, em que são apresentados os conteúdos seguidos de atividades resolvidas e atividades propostas. No final do volume, o autor apresenta a seção acessando tecnologias, na qual apresenta um texto falando sobre os avanços tecnológicos seguido da apresentação de alguns programas, tais como: O winplot e libreoffice calc. Para finalizar, apresenta a seção ampliando seus conhecimentos. Nesta o autor traz sugestões de leituras e sites matemáticos.

5.2 Volume 2

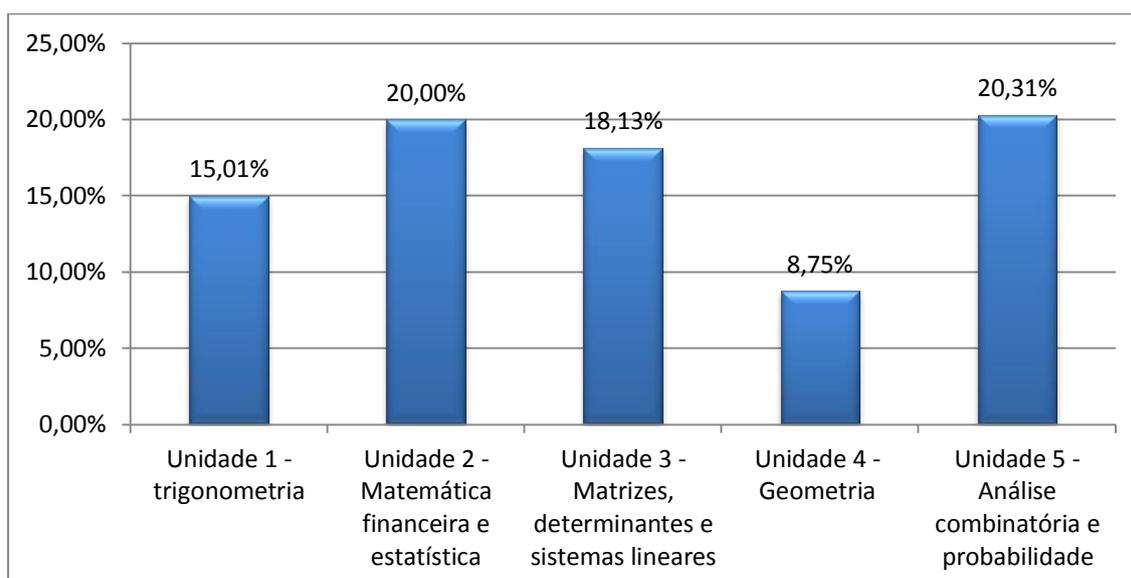
O Volume 2 está subdividido em conteúdos conforme a tabela abaixo:

Tabela 8. Descrição do Volume 2.

Unidades	Capítulos	Conteúdos	Páginas	Porcentagem
Unidade 1	1	Trigonometria na Circunferência e Funções Trigonométricas	34	10,63 %
	2	Fórmulas de Transformação, Relações e Equações Trigonométricas	14	4,38%
Unidade 2	3	Matemática Financeira	28	8,75%
	4	Introdução à Estatística	36	11,25%
Unidade 3	5	Matrizes e Determinantes	35	10,94%
	6	Sistemas Lineares	23	7,19%
Unidade 4	7	Área de Figuras Planas	28	8,75%
Unidade 5	8	Análise Combinatória	32	10,00%
	9	Probabilidade	33	10,31%

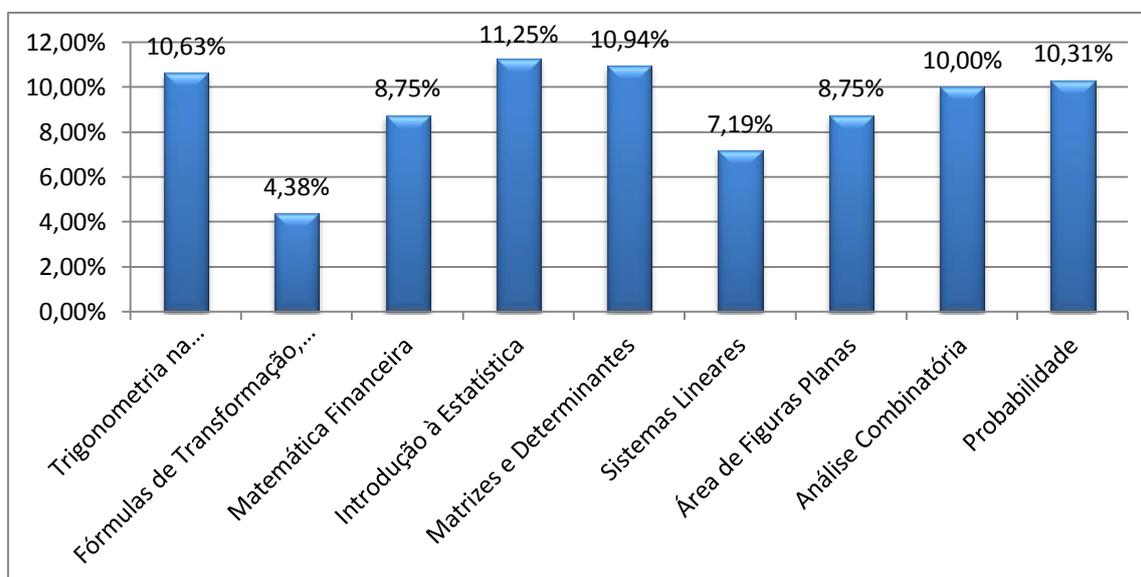
Fonte: A autora (2017).

A seguir mostramos um gráfico com a relação conteúdos por unidades.

Gráfico 8. Distribuição de conteúdos em unidades no volume 2.

Fonte: A autora (2017).

Percebemos através da tabela acima que o autor quanto a distribuição de conteúdos não deixa a desejar o ensino da trigonometria, pois este disponibiliza 48 páginas para a abordagem do conteúdo. Vejamos esta distribuição de conteúdos no gráfico a seguir.

Gráfico 9. Distribuição de conteúdos pelo o autor no volume 2.

Fonte: A autora (2017).

Nosso foco consiste em analisar a unidade 1, que apresenta a trigonometria. Iremos analisar cada seção da unidade e fazer o comparativo

com os conteúdos e estratégias de ensino proposta pelos parâmetros curriculares de Pernambuco.

A tabela abaixo apresenta os conteúdos propostos pelo PC/PE e trazidos pelo autor no volume 2.

Tabela 9. Comparação de conteúdos proposto pelo PC/PE e pelo autor.

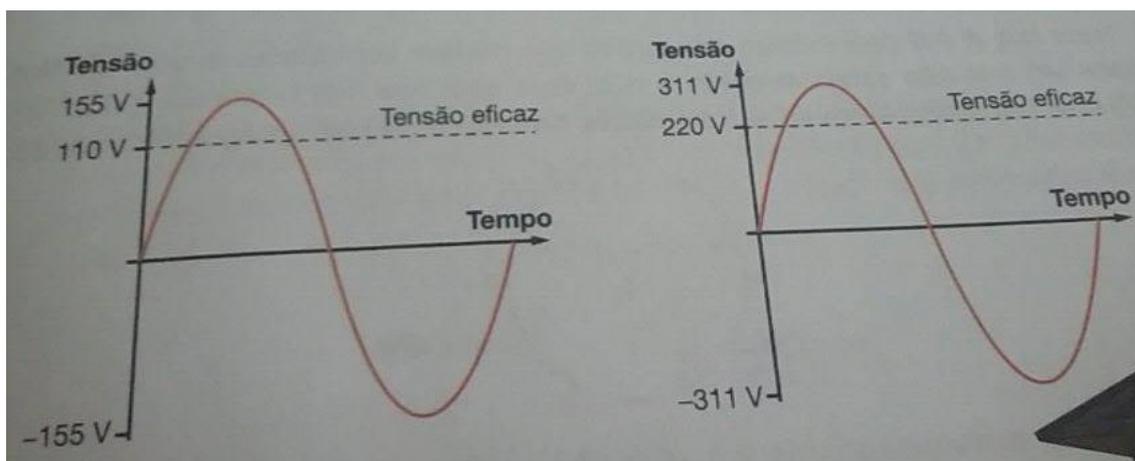
PC/PE 2º ano	Volume 2
<ul style="list-style-type: none"> * Teorema de Tales * Leis do seno e cosseno <p>TRIGONOMETRIA NO CICLO</p> <ul style="list-style-type: none"> * Conceitos trigonométricos básicos: Arcos e ângulos. * Circunferência trigonométrica. * Funções trigonométricas. * Relações trigonométricas fundamentais. * Equações trigonométricas. * Inequações trigonométricas. * Transformações trigonométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> * Trigonometria na circunferência * Circunferência trigonométrica * Seno, cosseno e tangente de um arco * Funções trigonométricas * Fórmulas de Transformação * Relações trigonométricas * Equações trigonométricas

Fonte: A autora (2017).

Percebemos que a oferta de conteúdos proposta pelo autor no volume 2 está de conformidade com a proposta apresentada pelos parâmetros curriculares de Pernambuco, exceto pelo conteúdo inequações trigonométricas que o autor não aborda.. Assim iremos analisar a seguir se a proposta de ensino também condiz com os parâmetros ou se apresenta outros aspectos, para isso analisaremos seção por seção.

Página de abertura da unidade – apresenta um texto com o tema “energia elétrica” abordando uma relação entre a geografia e a matemática. Nele o conteúdo da trigonometria está associado ao uso da energia elétrica, com a apresentação de elementos que caracterizam o uso das funções periódicas e, em particular, o gráfico da função seno.

Figura 9. Sinal da corrente alternada representada por gráfico senoidal.



Fonte: Souza (2013, p.9)

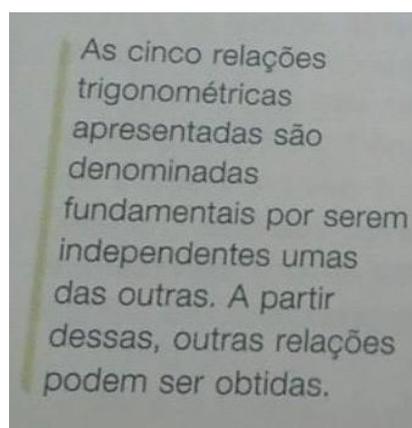
Os assuntos apresentados pelo autor nesta unidade são: trigonometria na circunferência, circunferência trigonométrica, seno, cosseno e tangente de um arco, funções trigonométricas, fórmulas de transformação, relações trigonométricas e equações trigonométricas. Antes de cada tema, o autor apresenta breves biografias e fatos históricos, para assim enunciar os teoremas e conceitos. Apresenta também quadros com definições que possam auxiliar o leitor na compreensão do conteúdo, observações e textos históricos conforme apresentamos nas figuras abaixo.

Figura 10. Textos históricos.



Fonte: Souza (2013, p. 10)

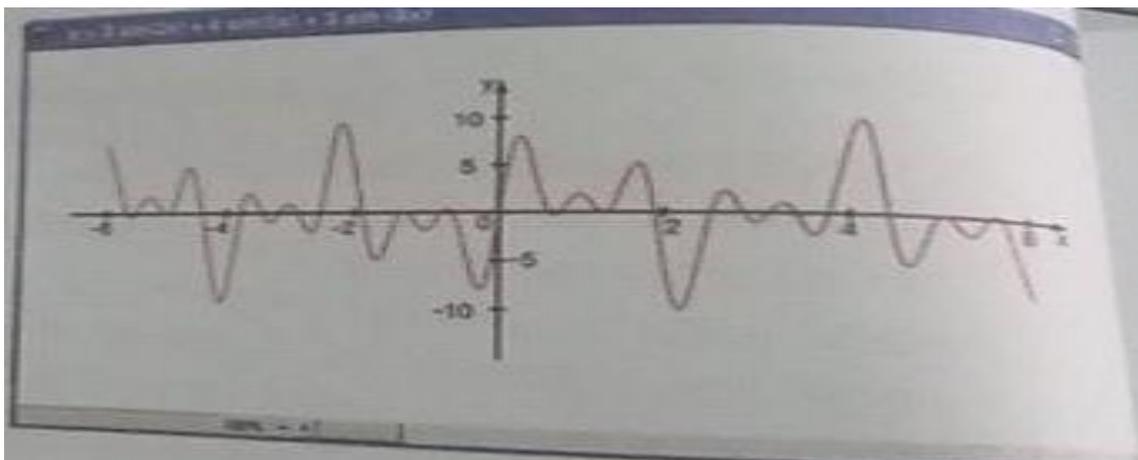
Figura 11. Observações.



Fonte: Souza (2013, p.48)

Na seção explorando o tema o autor traz, no Capítulo 1, um texto com o título “Pingggg: Ondas sonoras”, em que relaciona a trigonometria com o estudo das ondas sonoras. Na figura abaixo mostramos o uso da trigonometria aplicada às ondas sonoras.

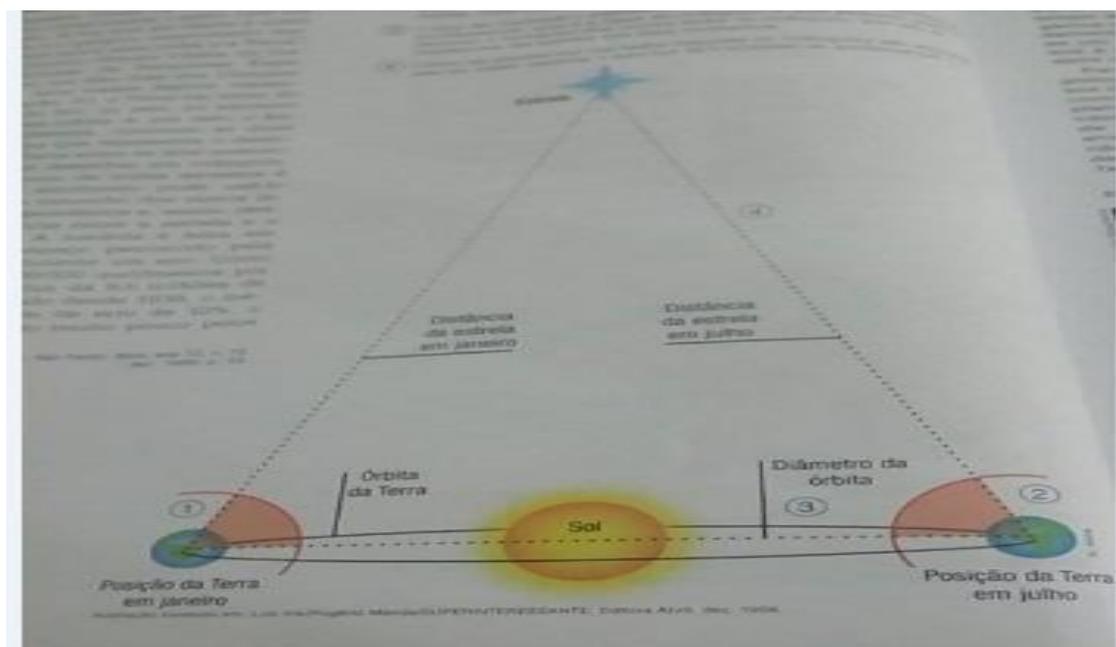
Figura 12. Coleção inteira de ondas sonoras somadas entre si.



Fonte: Souza (2013, p.38)

Já no capítulo 2, o autor apresenta um texto com o título “Astrônomos desenham triângulos no céu”, em que relaciona a trigonometria com as estimativas das ordens de grandezas de medidas astronômicas. Na figura abaixo mostramos o triângulo no céu.

Figura 13. Triângulo no céu.



Fonte: Souza (2013, p. 54)

Na questão metodológica o autor apresenta uma proposta de ensino tradicional donde são apresentados os conteúdos seguidos de atividades resolvidas e atividades propostas. No final do volume o autor apresenta a seção acessando tecnologias, em que apresenta um texto falando sobre os avanços tecnológicos seguido da apresentação de alguns programas, tais como: O geogebra, calculadora do cidadão e winmat. E por fim, apresenta a seção ampliando seus conhecimentos. Nesta o autor traz sugestões de leituras e sites matemáticos.

No volume 3 o autor não abordou o ensino da trigonometria, tendo optado em concentrar o conteúdo nos volumes 1 e volume 2. Conforme analisamos anteriormente, apesar do autor não abordar o ensino da trigonometria no volume 3, ele contemplou os conteúdos propostos pelo PC/PE, exceto pelo conteúdo inequações trigonométricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos estudos e algumas experiências vivenciada na docência contamos que são relevantes às ações de formação dos profissionais da educação quanto à utilização de recursos e métodos que fujam do padrão tradicional, pois é notório que alguns alunos sentem uma imensa dificuldade em aprender matemática e principalmente os conteúdos que estão relacionados à álgebra e a trigonometria.

Consideramos que o ensino da trigonometria é muito importante, mas infelizmente percebemos através de alguns pesquisadores citados na nossa pesquisa que por ser um conteúdo difícil é o primeiro a ser excluído do planejamento. Nota-se também que a trigonometria pode ser ensinada utilizando suas inúmeras aplicações no campo educacional e social, quebrando o paradigma que é um conteúdo difícil ou até mesmo pra que serve. A trigonometria pode ser aplicada a diversas situações do nosso cotidiano, por exemplo, calcular a altura de um poste, de uma árvore, de uma montanha etc. São contextos que o docente pode trazer para sala de aula e proporcionar uma aula interativa e que aguça a curiosidade dos alunos.

Levantamos um estudo de ensino da trigonometria proposta pela coleção de livro didático segundo as metodologias trazidas pelos parâmetros curriculares de Pernambuco, donde percebemos que a coleção deixa a desejar no aspecto de metodologia, pois apenas segue a linha tradicional de ensino inserindo apenas uns elementos das metodologias: resoluções de problemas, mudanças tecnológicas no ensino de matemática e evolução histórica dos conceitos matemáticos. A coleção apresenta o ensino da trigonometria em dois volumes que corresponde ao 1º e 2º ano do ensino médio não abordando o ensino no terceiro volume. Conforme os parâmetros curriculares de Pernambuco o ensino da trigonometria deve ser abordado nos três anos do ensino médio.

Este estudo nos mostrou também que a coleção de livro didático se distancia nos aspectos metodológicos trazidos pelos parâmetros curriculares de Pernambuco. Sabemos que o autor não elaborou a coleção por região e sim nacionalmente, assim nos levam a crer que na escolha do livro didático os

docentes do nosso estado Pernambuco deveriam analisar os parâmetros estaduais, para escolher uma coleção que atendam aos requisitos de ensino ou se aproximem ao máximo, tanto em conteúdo quanto em metodologia. No geral, percebemos que no volume 1 o autor aborda o ensino no último capítulo e, conforme citamos na introdução, a trigonometria é um conteúdo considerado por muitos professores como uma matéria difícil de ensinar, e sendo assim sempre acaba sendo o último conteúdo de seu planejamento. E caso não possa cumprir o planejamento é o primeiro conteúdo a ser excluído, possivelmente não poderá ser contemplado. Já no volume 2 o autor o aborda nos dois primeiros capítulos o que nos leva a pensar que caso não tenha cumprido com o planejamento, ou seja, não tenha abordado o ensino da trigonometria, como o docente poderá ensinar este assunto em primeira instância no segundo volume? Pesquisas futuras poderão responder esta indagação...

Acreditamos que nosso trabalho é relevante em relação ao ensino e aprendizagem da trigonometria, tendo em vista que ele proporciona uma reflexão no ensino da trigonometria apresentada no material didático e também proporciona uma concepção na escolha do material didático, ou seja, escolher o livro didático que se adeque melhor as novas ferramentas de aprendizagens tais como: a resolução de problemas, a modelagem matemática, as mudanças tecnológicas no ensino da matemática e a evolução histórica dos conceitos matemáticos.

Defendemos o ensino da trigonometria pautado em suas aplicações, e utilizando as estratégias de ensino proposta aqui pelos parâmetros curriculares de Pernambuco. Consideramos que ele pode contribuir para propiciar um novo conceito e expectativa na escolha do livro didático.

Deixamos como sugestões para futuras pesquisas: análise do ensino da trigonometria em todas as coleções de livros didáticos aprovadas no PNLD 2018 (tendo em vista as metodologias propostas pelos parâmetros curriculares de Pernambuco), pesquisar através de questionários de entrevista os docentes de matemática quanto ao ensino e aprendizagem de trigonometria, pesquisar os alunos sobre o ensino e estudo de trigonometria pautada em suas aplicações, o ensino da trigonometria através de uso de tecnologias, o ensino e

aprendizagem da trigonometria através de história da matemática, o ensino da trigonometria através da resolução de problemas, o ensino da trigonometria através da modelagem matemática, o ensino da trigonometria através do uso de jogos.

REFERENCIAS

BASSANEZI, R.C. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Ed Contexto, 2002.

BRASIL, MEC. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN+). (2002).

BRASIL, MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (Ensino Médio)*. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. (2000).

BRASIL, MEC. *Orientações curriculares para o ensino médio*; volume 2. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. – Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

CÂMARA, M. Um exemplo de situação-problema: o problema do bilhar. Revista do Professor de Matemática, n. 50. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

COSTA, N. M. L. Funções seno e cosseno: Uma sequencia de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. Dissertação (Mestrado em ensino da Matemática) – Pontifica Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

DANTE, L.R. *Formulação e Resolução de Problemas: teoria e prática*. 1ªed. São Paulo: Ática, 2010.

MARTINS, I. *Analisando Livros Didáticos na Perspectiva dos Estudos do Discurso: compartilhando reflexões e sugerindo uma agenda para a pesquisa*. Pro-Posições v. 17, n. 1 (49) - jan./abr. UFRJ, 2006. Disponível em: http://www.proposicoes.fe.unicamp.br/proposicoes/textos/49_dossie_martinsi.pdf. Acesso em: 04 dez. 2016.

MENDES, I. A. *Tendências Metodológicas no ensino de Matemática*. 19ª ed. Belém: UFPA, 2008.

MENDES, I. A. Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2ª ed. rev. e aum. – São Paulo: Livraria da Física, 2009.

NASCIMENTO, M. A. *Ensino-aprendizagem de trigonometria através da resolução de problemas e exploração de problemas de cotidiano escolar*. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologia) - Universidade Estadual da Paraíba, Paraíba, 2014.

ONUICHIC, L. R. *Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas*. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo, editora da UNESP, cap. 12, p.199 – 220: 1999.

PACIEVITCH, T. O iluminismo. Artigos Publicados <http://www.infoescola.com/historia/iluminismo/>. Acesso: 28 dezembro 2016.

PERNAMBUCO, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO. *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio)*. Pernambuco, 2012.

POZO, J. I. *A Solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artemed, 1998.

RENZ, H. J. *A Importância da Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem*. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, Catalão, Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT - profissional), Catalão, 2015.

SOARES, M. T. C., PINTO, N. B. *Metodologia da resolução de problemas*. In: 24ª Reunião ANPEd, 2001, Caxambu. Disponível em <http://www.anped.org.br/reunioes/24/tp1.htm#gt19> .Acesso em: 19 maio 2016.

SOUZA, J. R. de. *Novo olhar: Matemática*. 2ª ed. São Paulo: FTD, 2013.