

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**TECNOLOGIA E APPLETS: INVESTIGANDO SUAS  
POTENCIALIDADES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE  
CONDICIONAL**

JOSÉ ANDERSON DE OLIVEIRA

CARUARU 2017

JOSÉ ANDERSON DE OLIVEIRA

**TECNOLOGIA E APPLETS: INVESTIGANDO SUAS  
POTENCIALIDADES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE  
CONDICIONAL**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao curso de licenciatura em Matemática – Universidade Federal de Pernambuco – UFPE – Centro Acadêmico do agreste, por José Anderson de Oliveira, como requisito obrigatório para a obtenção do título de licenciatura em Matemática, sob a orientação do professor José Ivanildo Felisberto de Carvalho.

CARUARU 2017

Catálogo na fonte:

Bibliotecária – Paula Silva – CRB/4-1223

O48t

Oliveira, José Anderson de.

Tecnologia e Applets: investigando suas potencialidades para o ensino de probabilidade condicional. / José Anderson de Oliveira. – 2017.  
64f.; il.: 30 cm.

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.  
Inclui Referências.

1. Tecnologia (Caruaru-PE). 2. Probabilidades. 3. Ensino (Caruaru-PE). 4. Aprendizagem. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2017-186)

JOSÉ ANDERSON DE OLIVEIRA

**TECNOLOGIA E APPLETS: INVESTIGANDO SUAS  
POTENCIALIDADES PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE  
CONDICIONAL**

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA –  
Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de  
Pernambuco e APROVADO em 12 de julho de 2017.

Banca examinadora:

---

Prof. José Ivanildo Felisberto de Carvalho  
(Orientador)

---

(Examinador(a) Interno)

---

(Examinador(a) Externo)

**“Que os vossos esforços  
desafiem as impossibilidades,  
lembrai-vos de as grandes  
coisas do homem foram  
conquistadas do que parecia  
impossível.”**

**Charles Chaplin**

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente agradeço a Deus, pois sem seu auxílio, eu não chegaria onde hoje estou, e Ele é o responsável por todas as minhas ações.

Aos meus pais que sempre me incentivaram e que diante de suas condições está fazendo sempre o melhor por mim.

As minhas irmãs que me prestaram total apoio nesta minha caminhada e sei também que em diversos momentos da minha vida, foram elas que me incentivaram.

Aos meus amigos da faculdade que em diversos momentos do curso apoiávamos uns aos outros para que aqui estivéssemos. Em especial ao meu amigo Plínio Rubens, que foi primordial ao longo desta caminhada.

À minha grande amiga Aparecida Santana, que desde a infância estamos juntos e trilhando neste mesmo sonho.

Aos meus professores pelos ensinamentos e diálogos que contribuíram para minha formação profissional.

Ao meu orientador Ivanildo Carvalho, por ter aceito este trabalho e por ter estado em vários momentos do curso, vivenciando momentos de aprendizagem.

## RESUMO

O uso das Tecnologias Digitais tem sido um recurso cada vez mais usado na nossa sociedade. De tal forma, a tecnologia precisa quebrar a barreira ainda existente no ambiente escolar, pois a sua utilização colabora no processo de aprendizagem dos estudantes, contribuindo assim para a prática pedagógica do professor. Esta pesquisa tem como objetivo fazer um mapeamento de applets de probabilidade condicional, e a partir dos desafios do ensino de Probabilidade, compreender a contribuição desses applets para o Ensino e Aprendizagem da probabilidade condicional na Educação Básica. Os applets foram avaliados em sua dimensão técnica, explorando sua navegabilidade, interface e compartilhamento de memória, assim como a sua dimensão didático-pedagógica, analisando a sua interação, linguagem e seus fundamentos pedagógicos. Percebemos alguns desafios nas duas dimensões analisadas que podem ser melhoradas, mas também enxergamos possibilidades de contribuir para o ensino de probabilidade condicional, a partir da prática de ensino do professor.

**PALAVRAS-CHAVES:** Tecnologias digitais. Applets de probabilidade condicional. Ensino e Aprendizagem de probabilidade.

## **ABSTRACT**

The use of Digital Technologies has been an increasingly used resource in our society. Thus, technology needs to break the barrier still existing in the school environment, because its use contributes to the students' learning process, thus contributing to the pedagogical practice of the teacher. This research aims to map conditional probability applets, and from the challenges of Probability teaching, to understand the contribution of these applets to the Teaching and Learning of Conditional Probability in Basic Education. The applets were evaluated in their technical dimension, exploring their navigability, interface and memory sharing, as well as their didactic-pedagogical dimension, analyzing their interaction, language and pedagogical foundations. We perceive some challenges in the two analyzed dimensions that can be improved, but we also see possibilities to contribute to the teaching of conditional probability, from the teaching practice of the teacher.

**KEYWORDS:** Digital technologies. Conditional probability applets. Teaching and Learning of probability.



## Lista de Figuras

|                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Exemplo de Exploração do applet Conditional Probability .....                                      | 40 |
| Figura 2 - Exemplo de Exploração do applet Conditional Probability.....                                       | 41 |
| Figura 3 – Mapa da Atividade.....                                                                             | 42 |
| Figura 4 – Exemplo de exploração do applet Probabilidade com Urnas.....                                       | 44 |
| Figura 5 – Exemplo de exploração do applet simulations.....                                                   | 44 |
| Figura 6 - Exemplo de exploração do applet simulation.....                                                    | 45 |
| Figura 7 – Exemplo de exploração do applet Conditional Probability Experiment.....                            | 46 |
| Figura 8 – Exemplo de exploração do applet Probabilidad de Eventos Múltiples.....                             | 48 |
| Figura 9 – Exemplo de exploração do applet Adjustable Spinner.....                                            | 49 |
| Figura 10 – Exemplo de exploração do applet SticiGui.....                                                     | 50 |
| Figura 11 – Exemplo de exploração do applet Conditional Probability and the Probability of "AND" & "OR" ..... | 50 |

## **Lista de Gráfico**

|                                               |    |
|-----------------------------------------------|----|
| Gráfico 1 – Dimensão X Proposta Métrica.....  | 55 |
| Gráfico 2 – Dimensão Técnica.....             | 56 |
| Gráfico 3 – Dimensão Didático Pedagógica..... | 57 |

## **Lista de Tabela**

|                                                          |    |
|----------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 –Avaliação da Dimensão Técnica.....             | 52 |
| Tabela 2 –Avaliação da Dimensão Didático-Pedagógica..... | 54 |

## **Lista de Quadro**

|                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------|----|
| Quadro 1 – Quadro Avaliação da Dimensão Técnica.....             | 37 |
| Quadro 2 – Quadro Avaliação da Dimensão Didático-Pedagógica..... | 38 |
| Quadro 3 – Applets selecionados.....                             | 39 |

## Sumário

|       |                                                                                                                                         |    |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.    | INTRODUÇÃO .....                                                                                                                        | 13 |
| 2.    | ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE E SEU CONCEITO DE<br>CONDICIONALIDADE.....                                                      | 15 |
| 2.1   | DISCUSSÕES SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE.....                                                                                         | 15 |
| 2.2   | O ENSINO DE PROBABILIDADE CONDICIONAL .....                                                                                             | 20 |
| 3.    | TECNOLOGIA E APPLETS COMO RECURSO DE ENSINO EM SALA DE AULA E SEUS<br>PERCURSOS HISTÓRICOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .....                 | 25 |
| 3.1   | DISCUSSÕES SOBRE O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA SALA DE AULA .....                                                                   | 25 |
| 3.2   | APPLETS COMO RECURSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.....                                                                        | 27 |
| 3.3   | ALGUNS ESTUDOS COM APPLETS NA EDUCAÇÃO .....                                                                                            | 29 |
| 3.4   | AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....                                                                         | 32 |
| 4.    | METODOLOGIA.....                                                                                                                        | 34 |
| 5.    | ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....                                                                                                | 39 |
| 5.1   | APPLETS: DESCRIÇÃO .....                                                                                                                | 39 |
| 5.1.1 | APPLET 1: CONDITIONAL PROBABILITY (SETOSA).....                                                                                         | 40 |
| 5.1.2 | APPLET 2: PROBABILIDADE COM URNAS .....                                                                                                 | 41 |
| 5.1.3 | APPLET 3: SIMULATIONS .....                                                                                                             | 43 |
| 5.1.4 | APPLET 4: CONDITIONAL PROBABILITY EXPERIMENT.....                                                                                       | 45 |
| 5.1.5 | APPLET 5: PROBABILIDAD DE EVENTOS MÚLTIPLES .....                                                                                       | 46 |
| 5.1.6 | APPLET 6: ADJUSTABLE SPINNER .....                                                                                                      | 47 |
| 5.1.7 | APPLET 7: STICIGUI .....                                                                                                                | 48 |
| 5.1.8 | APPLET 8: CONDITIONAL PROBABILITY AND THE PROBABILITY OF "AND" & "OR" .....                                                             | 49 |
| 5.2   | AVALIAÇÃO DOS APPLETS - CONTRIBUIÇÕES PARA O PROCESSO DE ENSINO E<br>APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE CONDICIONAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA. .... | 51 |
| 6.    | CONSIDERAÇÕES FINAIS .....                                                                                                              | 58 |
|       | REFERÊNCIAS .....                                                                                                                       | 61 |

## 1. INTRODUÇÃO

As tecnologias digitais surgem a partir da necessidade humana, tendo em vista que a mesma é desenvolvida como um meio facilitador, em outras palavras, ela responde a maioria dos problemas da humanidade. Através da tecnologia realizamos as mais diversas atividades, que sem ela dificultaria o nosso serviço ou mesmo impediria a realização de alguns dos nossos trabalhos. As tecnologias digitais perpassam todos os ambientes da sociedade e não menos importante no âmbito escolar.

Segundo Reis (2009, p.39):

O conceito de tecnologia educacional pode ser enunciado como o conjunto de procedimentos (técnicas) que visam "facilitar" os processos de ensino e aprendizagem com a utilização de meios (instrumentais, simbólicos ou organizadores) e suas consequentes transformações culturais

Ainda que o uso das tecnologias tem sido um desafio dentro das escolas, fica clara a necessidade de sua utilização, ainda mais quando nossa geração está cada vez mais ligada à utilização dessas ferramentas. Não tão somente este seja o único desafio das escolas, enfrentamos também vários desafios no ensino, tal como o ensino de probabilidade.

Alguns autores como Spinillo (2002), Santos (2006) e Coutinho (2007) apontam as dificuldades que os alunos apresentam em compreender conceitos de probabilidade, como a ideia de acaso e aleatoriedade, a distinção de um evento e o espaço amostral, o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Neste sentido Viali (2010, p.2) destaca:

Nas escolas, em geral, o ensino de probabilidade é bastante superficial, pois após se trabalhar com a combinatória somente é utilizado o conceito clássico de probabilidade. Poucas escolas avançam um pouco mais e trabalham também com a probabilidade da união de dois eventos, com a probabilidade condicionada e com a probabilidade de dois eventos sucessivos.

A respeito dessas dificuldades e como inquietação procurei pensar de que forma podemos contribuir para o Ensino de Probabilidade e este tem sido um grande desafio para mim. Como futuro professor de matemática, buscamos através da tecnologia, por ter certa afinidade, propor usar a mesma, como um meio de colaborar para as questões que estão postas como problema no ensino de probabilidade.

Utilizarei applets educacionais, que de forma breve são pequenos programas que executa uma atividade específica dentro de outro programa maior, em geral o programa java, com o intuito de investigar suas potencialidades para o ensino de probabilidade condicional.

Como objetivo geral pretendemos investigar applets para o Ensino e Aprendizagem da probabilidade condicional na Educação Básica. E como específico, discutir os desafios do Ensino de Probabilidade, em específico da probabilidade condicional. E compreender a contribuição desses applets para o Ensino e Aprendizagem da probabilidade condicional na Educação Básica.

Para alcançar os objetivos traçados na pesquisa, o texto está organizado em seis capítulos. No primeiro, são apresentados os aspectos introdutórios da pesquisa, tais como a contextualização do tema, a delimitação do problema, a justificativa da escolha do tema e os objetivos de pesquisa.

O segundo capítulo traz algumas discussões no ensino de Probabilidade, a respeito das dificuldades apresentadas pelos professores e alunos, bem como os conceitos que precisam ser alcançados para a apropriação deste conhecimento. Ainda neste capítulo e como um dos focos da nossa pesquisa, trazemos elementos que discute o ensino de Probabilidade Condicional, sobre erros conceituais mais comuns que têm os estudantes, além de elementos que podem ser trabalhados para contribuir para o processo de Ensino e Aprendizagem.

No terceiro capítulo, discutimos sobre a contribuição da tecnologia em sala de aula e que habilidades a sua utilização pode desenvolver nos estudantes. Trazemos estudos sobre applets como recurso de Ensino e Aprendizagem da Matemática, além de alguns estudos já realizados. Por fim o percurso histórico das Tecnologias Digitais na Educação Matemática.

No quarto capítulo, trazemos a nossa Metodologia e as etapas que foram realizadas para chegarmos a análise.

No Quinto capítulo, trazemos a análise e discussão dos resultados, com as descrições dos applets utilizados na pesquisa e como foram avaliados sobre uma proposta métrica.

Por fim, no sexto capítulo, as considerações finais, discutindo as dificuldades e possibilidades a respeito do estudo.

## 2. ESTUDOS SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE E SEU CONCEITO DE CONDICIONALIDADE

### 2.1 DISCUSSÕES SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE

A literatura atual sobre como as pessoas compreendem a probabilidade têm mostrado que existem dificuldades quando se tem a necessidade de raciocinar probabilisticamente. Há também investigações que apontam que a deficiência do ensino com o conceito de probabilidade tem contribuído ainda mais com tais dificuldades.

Mesmo que o Ensino de Probabilidade já tenha sido inserido no Ensino Básico, ainda existem por parte dos professores dificuldades com relação aos processos de Ensino e Aprendizagem deste conceito por não terem uma formação adequada que possibilitasse o desenvolvimento do conhecimento de probabilidade bem como da sua didática. O professor que sente esta dificuldade, pode fazer estudos ou procurar cursos da área de Ensino de Probabilidade, buscando meios de aperfeiçoar sua prática didática.

Como aponta Muniz e Gonçalves (2005) ao vivenciarem o cotidiano de professores do 5º ano de uma escola pública de Formosa – GO, buscaram identificar construções e processos relacionados aos conceitos estocásticos e ao discutirem estas noções, notaram que as professoras apresentam dificuldades de natureza epistemológica e de natureza didática ao trabalharem com noções estocástica, o que compromete a prática do Ensino de Probabilidade.



No obstáculo de natureza epistemológica, nota-se a fragilidade das professoras de conceitos como acaso e aleatoriedade, tornando difícil a efetivação de uma prática de ensino de Probabilidade. E quanto os obstáculos de natureza didática, os autores colocam como dificuldade a falta de motivação dos alunos; a dificuldade das professoras em articular o conhecimento matemático e estatístico com outras áreas do conhecimento.

Segundo Coutinho (2007) em seus estudos sobre conceitos probabilísticos, diz que a noção de acaso e aleatoriedade é bastante complexa e que recebeu diversas interpretações ao longo da história das ciências e da filosofia, uma vez que vincula a nossa própria interpretação do mundo. Os mesopotâmios por exemplo tinham a ideia de acaso às intervenções divinas ou sobrenaturais.

Outras colocações foram feitas sobre o determinístico e a racionalização do acaso, onde o enfoque determinista apresenta outro contexto para a interpretação do acaso. Citemos Jacob Bernoulli (1654 – 1705), como um dos primeiros a confrontar a noção de probabilidade com um pensamento determinista (1713). Neste mesmo espírito, encontramos o ponto de vista de Pierre-Simon Laplace (1749 – 1827), define que “o acaso não é nada mais além da expressão da nossa ignorância”. Ainda em um contexto do determinismo laplaciano encontramos a obra de Antoine Augustin Cournot (1801 –1877), para quem o acaso é o encontro de duas séries casuais independentes e todos os eventos ou fenômenos têm uma causa. Então cada evento é a causa de outro em uma espécie de cadeia determinada.

Levar em consideração os fatos históricos e as discussões sobre o acaso, determinístico, dentre outros nos ajuda a compreender e a diferenciar melhor os significados da probabilidade.

Discutidos alguns aspectos sobre a importância dos professores compreenderem os conceitos de probabilidade para sua prática de ensino e de ter apontado que algumas dessas dificuldades têm relação direta com a formação do professor, apontamos um estudo de Vialli (2008), onde o autor utilizou dados oficiais do MEC (Ministério de Educação e Cultura) referente ao ano de 2005, e dentre 125 instituições privadas e públicas selecionadas ao

acaso, verificou que os currículos não estão apresentando uma carga mínima adequada, para que o professor tivesse um melhor domínio de disciplinas de Probabilidade e Estatística,

Sobre este mesmo problema Viali (2008) coloca esta situação como algo grave, porque além da baixa carga horária muitas vezes a disciplina é compartilhada com outros cursos da área de exatas, com um número reduzidos de licenciados em Matemática. Desta maneira, os futuros professores são colocados a um ensino com um enfoque desvinculado do seu contexto e com pouca relação com que futuramente terá que ensinar.

Com relação aos estudantes, muitos problemas são apontados, inclusive aqueles que estão no Ensino Médio, já que deveriam ter uma melhor apropriação do conhecimento de Probabilidade. Alguns desses problemas são apontados por pesquisadores como Julianelli (2009), que se refere ao ensino de Probabilidade como um dos mais difíceis por conter uma grande quantidade de variações que um mesmo problema pode apresentar.

Neste mesmo pensamento, Santos (2006) coloca como um problema o fato dos estudantes não conseguirem distinguir o evento do espaço amostral, o que é de extrema importância na resolução de problemas de probabilidade.

Outros erros conceituais com a probabilidade são apontados por Garfield e Ahlgren (1988) em que dizem que tais dificuldades do pensamento dos estudantes de maneira geral estão relacionadas com três aspectos: muitos estudantes têm dificuldades associadas ao conceito de número racional e ao nível do raciocínio proporcional, aspectos usados no cálculo, descrição e interpretação de probabilidades; as ideias probabilísticas conflitam muitas vezes com as experiências dos estudantes e com a forma como eles veem o mundo; e muitos estudantes desenvolvem aversão às probabilidades ao serem expostos a um ensino muito abstrato e formal do tema.

O raciocínio proporcional é a capacidade de poder distinguir situações que estão envolvidas com a proporcionalidade direta de outras situações que possam estar ligadas ao pensamento inverso, além de compreender as relações proporcionais multiplicativas e assim ser capaz de resolver várias situações

problemas sem deixar que se perca pelo contexto em que tais situações podem ser colocadas.

Segundo Spinillo (2002) o raciocínio proporcional envolve basicamente relações de primeira ordem, em que se comparam os elementos de uma razão, e relações de segunda ordem, em que se comparam duas razões. Essas razões podem ser do tipo parte-parte ou parte-todo, a primeira se refere a comparações de duas partes de um todo, como por exemplo, o número de objetos de cada um dos dois tipos de objetos contidos em uma caixa e a segunda refere a comparações de uma parte de um todo, tomemos como exemplo o número de objetos de uma das duas formas com o número total de objetos existentes na caixa.

Poder fazer estas distinções entre a relação de proporcionalidade direta de outra relação é de fundamental importância para o desenvolvimento do raciocínio proporcional. Na aprendizagem formal, os alunos precisam trabalhar estas relações, envolvendo problemas que os instigue a perceber quando tais problemas estão envolvendo proporcionalidade direta ou inversa.

A partir desses aspectos apresentados, é importante que as escolas estimulem o ensino de probabilidade, de forma a explorar os diferentes conceitos, atrelados a questões que parta do cotidiano do aluno, do contrário esta distância entre o conhecimento e o aluno, da forma como é visto pode criar aversões quanto ao ensino de probabilidade, quando são tratados de maneira abstrata. Trabalhando com questões próximas a vivência dos alunos os ajudará a compreender e relacionar com as suas realidades. Quando pudermos perceber que a matemática está à nossa volta, nos possibilitará transformar a ideia de que matemática é difícil e abstrata em algo que possa nos dar prazer em querer aprender e fazer uso da mesma em seu dia a dia.

Para a efetivação da aprendizagem matemática, é importante que os alunos consigam desenvolver procedimentos matemáticos diversos, para que a partir das diversas situações problemas da sua realidade, o mesmo consiga utilizar alguma estratégia para solucioná-la.

Para Oliveira e Cazorla (2008) o papel da escola é de proporcionar ao estudante a formação dos conceitos estatísticos e probabilísticos para o

exercício de sua cidadania, pois faz parte da necessidade do indivíduo compreender informações divulgadas, para que possa tomar decisões e fazer previsões que influenciam na sua vida pessoal e de sua comunidade.

Segundo Viali e Oliveira (2010, p. 86, 87) a importância do trabalho com Probabilidade na escola se dá pela importância da aquisição desse conhecimento na educação para a cidadania.

Ensinar os conceitos probabilísticos é de suma importância, pois traz para os alunos a trabalhar não somente com as certezas, o concreto e o real, mas possibilitar também a partir das incertezas, que atitude é mais adequada a se tomar em razão desta imprevisibilidade. Sem esta compreensão, os estudantes no exercício pleno da sua cidadania serão incapazes de julgar de forma coerente a sua relação com o mundo, deixando-se levar pelas informações distorcidas de sua realidade.

Segundo Lopes (1998):

Não basta ao cidadão entender as porcentagens expostas em índices estatísticos como o crescimento populacional, taxas de inflação, desemprego, é preciso analisar/relacionar criticamente os dados apresentados, questionando/ponderando até mesmo sua veracidade. Assim como não é suficiente ao aluno desenvolver a capacidade de organizar e representar uma coleção de dados, faz-se necessário interpretar e comparar esses dados para tirar conclusões. Tais considerações nos direcionam a um repensar do currículo de matemática para a Escola Básica (p.2).

O eixo de aprendizado de tratamento de informações, que coloca a estatística e a probabilidade como conteúdo de grande importância, já é posto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997), e tem a propósito fazer com que os alunos consigam analisar, organizar, comunicar e interpretar dados, sejam a partir de tabelas, gráficos ou quaisquer outras formas de representação. De tal forma os alunos estariam possibilitados a pensar diferentes questões e utilizar estratégias de forma mais adequada nas resoluções dos problemas que encontraram em sua vida cotidiana.

Para Coutinho (1998), quando não utilizamos uma intervenção didática apropriada tornamos mais difícil à aprendizagem da Teoria das Probabilidades,

certificando-se que as respostas dos alunos são totalmente influenciadas pela formulação e contextualização em que as questões são apresentadas.

Segundo Godino (1996), a probabilidade pode ser aplicada a realidade de forma direta, assim como à aritmética elementar, sem que precise de teorias físicas e técnicas matemáticas complexas para sua aplicação. Afirmo que a probabilidade é uma ótima oportunidade para refletir com os alunos sobre como matematizar, ou seja, como aplicar a Matemática em situações reais a partir das problemáticas apresentadas em suas vidas. Coloca-se que para isso é necessário que o ensino das noções de probabilidade utilize um método que incentive o aluno a descobrir por si mesmo as respostas do que eles querem encontrar, estimulando-o à descoberta, a invenção, viabilizadas pelas propostas de problemas concretos e da realização de experimentos reais e/ou simulados.

## 2.2 O ENSINO DE PROBABILIDADE CONDICIONAL

O conceito de probabilidade condicional tem importância no campo estatístico, por considerar as mudanças do quão podemos acreditar nos eventos aleatórios, à medida que adquirimos novas informações que nos possibilite alterar nosso grau de crença. A construção desse conhecimento tem relevância devido às diversas aplicações, que podem estar dentro do nosso ambiente pessoal e profissional, sendo que cada vez mais nos deparamos em situações cotidianas que estabelecem os conceitos probabilísticos, mas como está sendo o aprendizado do conceito de probabilidade condicional nas escolas?

De uma maneira geral, estudos dos quais Spinillo (2002), Tarr e Lannin (2005), dentre outros, apontam que os alunos apresentam dificuldades na compreensão da probabilidade condicional. Parte disso acontece porque apenas o uso procedimental da fórmula não propicia uma compreensão deste conceito. Torna-se urgente uma abordagem diferenciada e significativa com o referido conceito.

A probabilidade condicional trata da probabilidade de ocorrer um evento A, tendo ocorrido um evento B, formalmente temos mediante expressão:

$$P(A | B) = P(A \cap B) / P(B) \text{ de modo que } P(B) > 0.$$

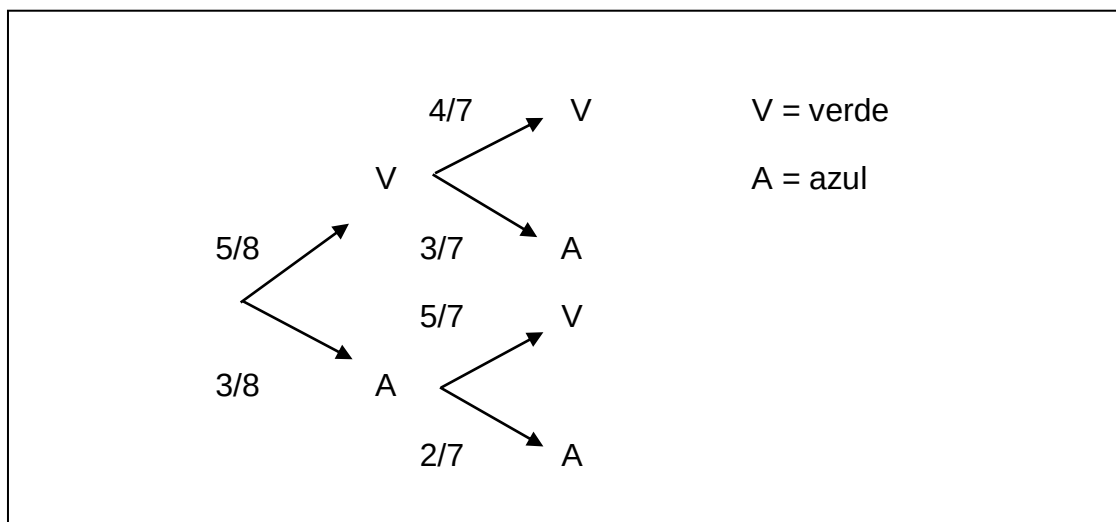
Para o cálculo da probabilidade condicional é importante saber diferenciar quando os eventos são dependentes ou independentes. Temos que um evento é independente quando a probabilidade de que os eventos ocorram simultaneamente for igual ao produto de suas probabilidades individuais. Em símbolos, A e B são independentes quando:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B)$$

Caso contrário, se a ocorrência do evento B alterar a probabilidade de ocorrer o evento A, dizemos que A e B são dependentes.

**Exemplo:** Uma urna contém 5 bolas verdes e 3 azuis. Duas delas são tiradas sucessivamente e sem reposição. Qual é a probabilidade de terem saído 2 bolas azuis?

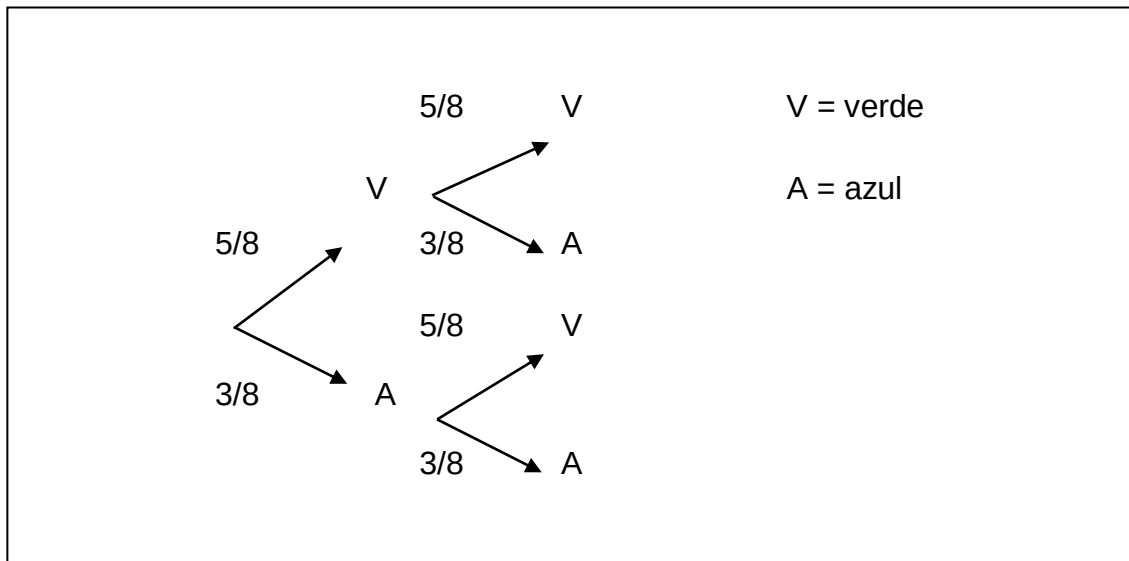
Temos:



Estamos interessados em:

$$P(A \cap A) = 3/8 \cdot 2/7 = 3/28$$

Suponhamos agora utilizando o mesmo exemplo anterior, a extração de 2 bolas, sendo que com reposição.



Podemos observar que o fato de sair azul na 1ª extração a probabilidade de sair azul na 2ª extração não muda, pois houve reposição. Nesse caso, dizemos que há independência entres os eventos.

Assim a probabilidade é:

$$P(A \cap A) = (3/8)^2 = 9/64$$

Quando os eventos são independentes, podemos considerar que:

$$P(A | B) = P(B | A)$$

Diversas pesquisas apontam que tanto professores como alunos apresentam dificuldades com a probabilidade condicional, o de não saber discriminar adequadamente a direção da condicional  $P(A|B)$  e  $P(B|A)$  ou supor que  $P(A|B)$  e  $P(B|A)$  são iguais (Batanero, Contreras e Díaz, 2012; Oliveira, 2013).

Não saber discriminar adequadamente a direção da condicional  $P(A|B)$  e  $P(B|A)$ , caracteriza-se como um erro chamado falácia da

condicionaltransposta. Falk (1986) advoga que tal dificuldade pode ser proveniente da interpretação da condicionalidade como causalidade, da definição do evento condicionante e a confusão da probabilidade inversa.

A partir de um estudo realizado por Figueiredo (2000) com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática e Ciências da Computação, revela que os estudantes só diferenciavam a probabilidade da interseção e o cálculo da  $P(A/B)$  do de  $P(B/A)$ , apenas quando as perguntas estiverem escritas numa linguagem natural, pois quando eram apresentados aos alunos questões de linguagem simbólica, muitos deles tinham dificuldades em resolvê-las. Assim utilizou como estratégias o uso de tabelas de dupla entrada e o trabalho com a árvore de possibilidades, realizando conversões entre as representações. Essa sequência contribuiu para a resolução de situações-problema, envolvendo conceitos de probabilidade da intersecção, condicional e total.

Neste mesmo pensamento, Martignon e Wassner (2002) propôs o uso da árvore de probabilidade, ao qual denominavam de versão completa, em situações problemas. A partir desta versão foi perceptível a identificação de forma mais fácil e em maior parte dos casos conseguiram identificar as condicionais e suas inversas.

A tabela de dupla entrada apresenta relação entre uma informação e outra, ou seja, mostra dois tipos de dados, que deve ser visto de forma vertical e horizontal, simultaneamente para que linha e colunas sejam relacionadas. Quanto à árvore de possibilidade, são ligações que fazemos a partir de um dado e vamos relacionando a outro, sua perspectiva final dá a ideia de uma árvore e seus galhos.

A seguir mostraremos um exemplo que traz a utilização de tabela de dupla entrada, assim como também o uso da árvore de possibilidades.

**Exemplo:** Depois da saída de dois times em campo, foram ouvidos, para fins de pesquisas de opinião 100 torcedores assim distribuídos:

|               | <b>Homens</b> | <b>Mulheres</b> | <b>Total</b> |
|---------------|---------------|-----------------|--------------|
| <b>Time 1</b> | 35            | 15              | 50           |
| <b>Time 2</b> | 30            | 20              | 50           |
| <b>Total</b>  | 65            | 35              | 100          |

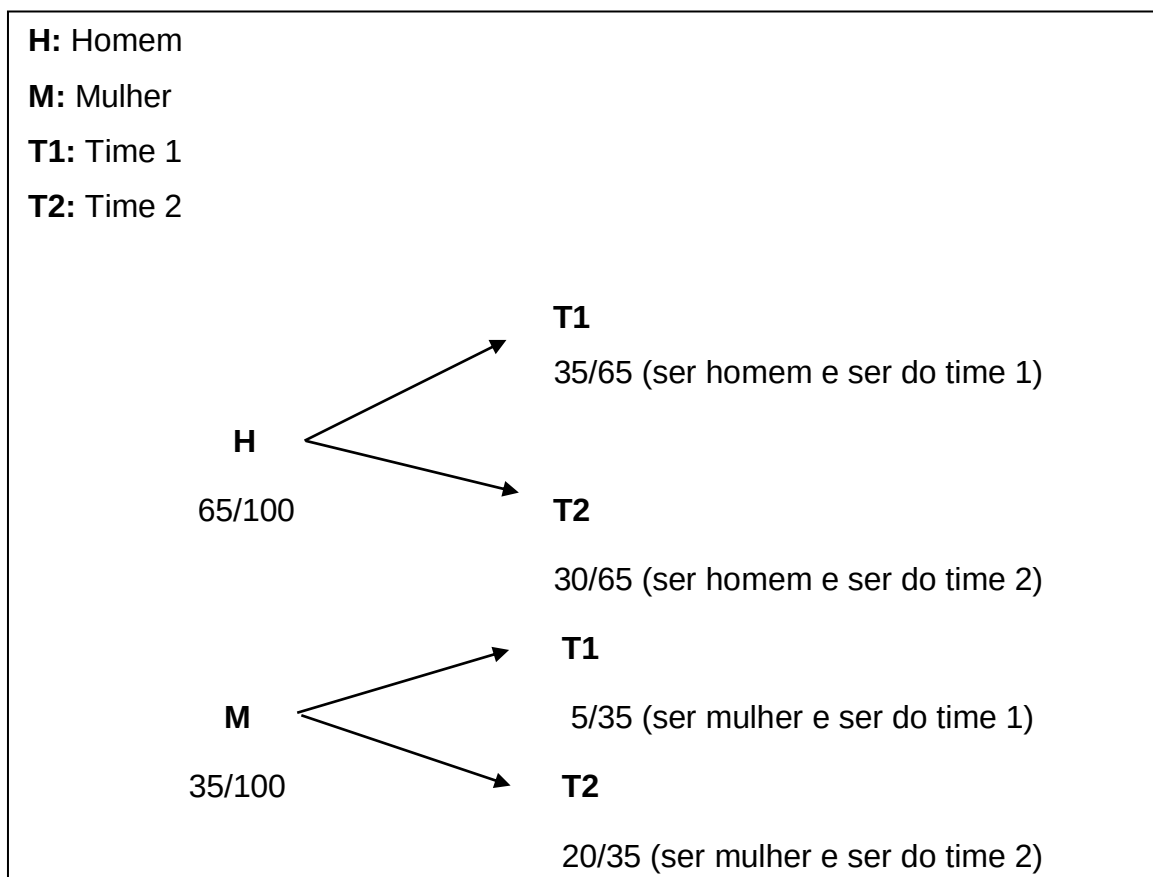


Escolhemos entre os entrevistados, uma pessoa ao acaso. Sabendo que a pessoa escolhida é homem, qual é a probabilidade de que ele seja torcedor do time 2?

Precisamos saber o que deve existir entre os eventos A e B, o que seria encontrar a probabilidade de ser homem e ser também torcedor do time 2, ou seja, desejamos encontrar a intersecção desses eventos  $P(A \cap B)$ . Olhando para a tabela de dupla entrada é possível ver que a intersecção desse evento é igual a 30/100. Em seguida precisamos saber a  $p(B)$ , que seria a probabilidade de ser escolhido um homem. Da mesma forma podemos ver na tabela que esta probabilidade é igual a 65/100.

Logo temos que  $p(\text{time 2} \mid \text{homem})$  é igual a:  $\frac{30}{65} = \frac{30}{65}$

Podemos ver a resolução deste problema através do uso da árvore de probabilidade:



Tendo em vista contribuir para o ensino de probabilidade, traremos como ferramenta o uso de recursos tecnológicos, em especial a utilização de applets, destacando os aspectos que possam contribuir para o ensino de probabilidade condicional.

### 3. TECNOLOGIA E APPLETS COMO RECURSO DE ENSINO EM SALA DE AULA E SEUS PERCURSOS HISTÓRICOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

#### 3.1 DISCUSSÕES SOBRE O USO DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA SALA DE AULA

Embora as tecnologias digitais não seja uma realidade vivida em todas as escolas, torna-se imprescindível trabalhar habilidades e competências a partir do uso dessas ferramentas, uma vez que ela proporciona um novo ambiente de interação, potencializando de outra forma o ensino e a aprendizagem. As interações do indivíduo com as tecnologias têm transformado profundamente o mundo e o próprio indivíduo (SANCHO,1998, p.30), de fato na sociedade o uso de tecnologias é bastante visível, seja para tirar dinheiro no banco, ligar para alguém, enviar e-mails, conexão por redes sociais, dentre outros. Porém o uso das tecnologias nas escolas é algo encarado como um dos desafios da educação.

Parte deste desafio é dada por alguns professores que ainda não apresentam domínio das tecnologias, por não vivenciaram disciplinas sobre as tecnologias digitais e como utiliza-las em sala de aula. Para Mercado (2002, p. 11), “no contexto de uma sociedade do conhecimento, a educação exige uma abordagem diferente em que o componente tecnológico não pode ser ignorado”. Assim há uma necessidade de buscar ter o conhecimento tecnológico, afim de que perceba de fato a sua importância enquanto meio de proporcionar um ambiente favorável de aprendizagem. Segundo o autor, as tecnologias proporcionam o desenvolvimento de um conjunto de atividades com interesses didático-pedagógicos visando à interação dos saberes e seus aspectos práticos na vida dos educandos.

Embora existam salas de informática nas escolas, os professores muitas vezes não sabem como utilizar por não ter tido uma formação específica para isso ou se vivenciaram sobre tecnologias na sua formação, não vivenciaram a prática, e por isso não conseguem nortear suas aulas a partir da utilização de alguns dos recursos tecnológicos. Para Moran (1999, p. 1), a tecnologia na sala de aula faz com as informações deixem de depender totalmente do docente, e se transforme em uma busca para o aluno, assim o professor se coloca na posição de facilitar a interpretação dos dados para os alunos, relacionando e contextualizando. O autor destaca também a importância de constante atualização dos docentes, na perspectiva de se apropriar mais das informações e as novas formas de conhecimento, para isso os docentes precisam buscar por estas mudanças e dar uma maior contribuição para formação de cidadãos críticos na sociedade.

Segundo Sancho (1998, p.238) “podemos notar que a tecnologia gera novos avanços ou instrumentos não para dar respostas às necessidades das pessoas, mas o processo costuma ser inverso”, deste modo, precisamos primeiro conhecer, saber manusear estas ferramentas, para depois estar ao alcance de obter aquilo que precisamos como resposta. Este é um grande desafio por parte dos professores, porque primeiramente eles precisam ter acesso a essas ferramentas tecnológicas, saber manuseá-las, e saber também relacionar com o conteúdo específico que pretendesse trabalhar, pois se o mesmo não consegue fazer relações, também não saberá de que forma a tecnologia poderá contribuir em sala de aula. Usar a tecnologia sem saber quais as suas finalidades, não vai fazer com que a aprendizagem seja significativa, porque por si só a tecnologia não ensina nada, é sempre importante à mediação do professor, para que através de sua orientação consiga caminhar sozinho, observando o que acontecem ao seu redor.

A partir da apropriação das tecnologias digitais, o professor ao utilizá-las em sala de aula, promove um ambiente de ensino e aprendizagem. Isto faz com que os alunos se aproximem do conteúdo, uma vez que a tecnologia está muito presente em sua vida cotidiana. Mercado (2002, p. 14) afirma que “a tecnologia oferece uma aprendizagem centrada nas diferenças individuais e na capacitação do aluno para torná-lo um usuário independente da informação”.

Assim o aluno dispõe de diferentes meios de informação, que lhe serviram como ponte ao que está sendo desenvolvido.

### 3.2 APPLETS COMO RECURSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Um applet Java ou apenas applet é definido como um pequeno programa ou um mini aplicativo projetado para implantação de um programa maior. Sua linguagem é de programação Java, que é incorporado normalmente dentro do HTML (linguagem utilizada para desenvolver website). Os applets começaram a ser usados na Internet no final de 1995 com o intuito de ser uma ferramenta para dar um incremento visual e funcional às páginas da Web (Lemay, 1999).

Diversos applets foram criados por programadores e desenvolvedores web, que podem ser utilizados para jogos na internet como o Yahoo! Games, Viciando Jogos, Mini Clip e Pogo, pode também ser usados como aplicativos de produtividade, como planilhas e processadores de texto, que a partir de um servidor Web, ao solicitar a partir dos limites do applet Java pode ser operado normalmente. Por exemplo, o Google Maps, por vezes, faz uso de applets Java, o que diminui a carga do servidor no Google e executa o código Java applet dentro do navegador do usuário. Além de possuir diversas situações de uso e para um enorme número de aplicações específicas, dentre elas podem também ser utilizado na área educacional. Há também os applets em flash, tornando-se cada vez mais comum. O Macromedia Flash é uma ferramenta de desenvolvimento de aplicações, que pode ser usada para a criação de objetos gráficos e animações de forma simplificada e com qualidade. O resultado de uma aplicação feita em flash é muito semelhante a uma applet Java, sendo também possível a sua utilização online através da sua inclusão numa página HTML.

Dentro do campo educacional os applets podem ser utilizados como calculadoras (matemática), folhas de prática de gestão de dinheiro (finanças), composição e exercícios de teoria (música), gráficos de demonstração de crescimento da população (biologia, ciências sociais), ferramentas de gerenciamento de tempo (habilidades para a vida) e muitos mais. Sua utilização em sala de aula de matemática possibilita benefícios de interatividade,

permitindo o que pode ser tornar a tarefa apresentada motivadora e interessante para os alunos (Figueiredo & Palha, 2005). Ainda pode permitir a correção automática das tarefas realizadas, concedendo ao aluno maior autonomia no momento de aprendizagem, pois não requer da ajuda do professor para verificar se as respostas estão corretas, podendo dar continuidade a atividade. Os applets também podem ser usadas para realizar demonstrações por parte do professor, evitando que este se alongue em exposições demoradas e muitas vezes pouco claras para os alunos (Heath, 2002).

As vantagens dessas aplicações é que não requer muito conhecimento tecnológico para a sua utilização, isso por parte dos professores e também dos alunos. (Castro Filho & Confrey, 2001). O professor tem acesso direto ao visitar a página onde se encontra o applets, não precisa de instalações, pois normalmente são utilizados a partir do Java, o que na maioria das vezes já vem instalado nos computadores.

Uma segunda vantagem pode ser relacionada diretamente à anterior. Diferentemente dos programas desenvolvidos em outras linguagens, os applets não correm o risco de serem danificados pelos alunos (Schwarze, 1999), uma vez que são executados na página da Web, sem a necessidade de arquivos importantes à execução. Em último caso se acontecer algum erro, basta apenas acessar novamente a página de origem. Ainda sobre as vantagens, podemos destacar que os applets não requerem de computadores potentes para a sua execução. Sua linguagem pode gerar programas que controlem televisões, telefones celulares e até mesmo relógios de pulso (Horstmann & Cornell, 2000). Sobre o ponto de vista dos desenvolvedores podemos destacar a facilidade de distribuição e atualização.

Os applets também possuem algumas desvantagens, pois nem sempre sua execução ocorre da forma desejada. Algumas mudanças de comportamento e de aparência podem acontecer, ainda que de forma sutil, mas fica sobre a responsabilidade dos desenvolvedores testá-los de diversas formas para poder corrigir os erros apresentados (Lemay, 1999). Isso pode ocorrer sempre que possa muda o tipo de navegador ou sistema operacional, porque cada um dá um suporte diferente ao aplicativo que está sendo executado. Apesar deste apontamento os applets se superam pela sua interatividade e dinamismo, que é

uma característica própria da tecnologia, mudando assim a forma como o ensino e a aprendizagem de alguns conceitos matemáticos podem ser aprendidos, colaborando para a construção de significados, além de aspectos manipulativos. (Ferrara, Pratt & Robutti, 2006; Duarte, 2011).

Diante das características mencionadas, os applets tornaram-se bastante utilizados atualmente no desenvolvimento de programas educativos (Castro-Filho & Confrey, 2001). Alguns desses applets permitem o desenho de figuras geométricas em duas ou três dimensões (Galmacci, 2002). Outros possibilitam mostrar o gráfico de equações (Godfrey, 2002). Existem ainda applets que possibilitam observar simulações de eventos físicos (Russell & Bothun & Hulse, 2002). Resumidamente, os applets possui uma maior interatividade, pois através das modificações de parâmetros permite uma visualização imediata das transformações.

### 3.3 ALGUNS ESTUDOS COM APPLETS NA EDUCAÇÃO

A seguir apresentaremos um estudo com base na utilização de applets, que foi vivenciado pela professora Cláudia Izabel Ribeiro Cunha, em sua dissertação sobre a utilização de ferramentas tecnológicas e os processos de aprendizagem. Antes de abordarmos o estudo ressaltamos a importância de refletir sobre ferramentas tecnológicas e o seu real impacto na aprendizagem dos alunos. Assim considerando o seu valor, podemos tornar estas ferramentas mais do que simplesmente algo que possa tomar a atenção dos alunos.

Segundo Miranda (2007), a integração eficaz das tecnologias no ensino exige um esforço de reflexão e de alteração de práticas de ensino, pois o simples apetrechamento das escolas não é suficiente. O uso dessas ferramentas precisa ser aplicado dentro de um contexto que seja próximo da realidade do aluno e que proporcione um aprendizado significativo.

O estudo realizado pela professora foi baseado a partir da ideia inicial da álgebra, através da exploração de padrões e sequências, com alunos do 5º ano. Assim delineou o problema de investigação, que buscou compreender os processos de resolução de tarefas a partir de sequências de alunos que fazem o

uso das tecnologias digitais, com os que utilizam apenas ferramentas mais simples como o lápis e o papel. Para identificar os objetivos propostos, foram colocadas as seguintes questões:

- Que tipos de estratégias os alunos utilizam na exploração de sequências a partir do uso de tecnologias digitais?
- Durante a realização das tarefas, que dificuldades serão encontradas nessas sequências com e sem o uso das tecnologias digitais?
- A partir da utilização das tecnologias digitais, que características serão encontradas no trabalho apresentado em sala de aula?

A partir da disponibilidade na internet, considerou-se importante fazer o estudo a partir da utilização de applets e também por ser uma ferramenta tecnológica que permite a manipulação dos objetos analisados, útil no contexto trabalhado. A aplicação dessa sequência foi trabalhada com duas turmas do 5º ano, que apresentavam características semelhantes em seu desenvolvimento. Apenas uma das turmas utilizou os applets para a realização dessa atividade, buscou-se assim responder as questões apresentadas e compreender a contribuição para o aprendizado dos alunos. Os alunos escolhidos tinham entre 10 e 11 anos, e eram alunos com bom comportamento e resultados escolares satisfatórios. Outros critérios utilizados para a escolha dos alunos recaíram na assiduidade apresentada ao longo do ano.

A aplicação desta atividade foi apresentada em sequências. Destacaremos apenas duas das oito atividades, a primeira então escolhida foi a atividade 3, que foi formada por uma sequência crescente. Tratou-se de um padrão figurativo associado à sequência dos múltiplos de 4. Essa atividade teve caráter exploratório. Para ajudar os alunos na análise foram oferecidas tabelas para organização dos dados, para que pudessem observar as informações de forma mais sistemática.

Os alunos que utilizaram o computador, a applet continha algumas perguntas extras sobre o número de elementos das figuras seguintes, como:

quantos pontos tem a figura  $n=4$ ? Na última pergunta requereu dos alunos, mas que não era obrigatória, para criassem uma expressão geral desta sequência.

Depois das observações iniciais, os alunos tiveram que desenhar as duas figuras subsequentes. Os alunos que utilizaram o applet, não apresentaram a resposta porque enquanto manipulavam, obtiveram a resposta, porque o applet desenhava as próximas figuras da sequência. Na turma que utilizou apenas a ficha de trabalho, apenas uma aluna não conseguiu desenhar e os demais fizeram de forma correta com algumas exceções.

A maior diferença entre as duas turmas é que durante a realização da atividade, alguns alunos da turma que utilizaram o applet apresentaram como justificativa que o 60 faz parte da sequência porque se o 20 e o 40 fazem parte, então o 60 também fará. Esta justificação nunca é apresentada pelos alunos da turma que realizou a atividade apenas com papel e lápis; em compensação, alguns alunos desta turma para verificarem se o 60 é múltiplo realizam a operação inversa, isto é, fizeram a divisão de 60 por 4 para identificarem que se trata da 15ª figura da sequência (essa estratégia aparentemente não foi usada por nenhum aluno que utilizou o applet).

A outra atividade escolhida foi a 4, que é composta por duas tarefas envolvendo padrões numéricos crescentes: a primeira tarefa os alunos apenas têm de analisar os primeiros quatro elementos de várias sequências, encontrar o padrão no crescimento das sequências e completá-las com os quatro elementos seguintes. Por se tratar de uma tarefa na qual os alunos não precisavam apresentar justificações para as respostas encontradas, foi resolvida de modo bastante rápido em ambas as turmas, embora a turma que utilizou o applet a tenha realizado mais rapidamente visto que iam obtendo a confirmação das suas respostas à medida que iam realizando a tarefa.

A segunda tarefa desta atividade também envolvia padrão numérico, porém nesta etapa existiam questões que necessitavam uma maior análise por parte da turma, na finalidade de encontrar uma regra que pudesse ser generalizada. Os números faziam parte do conhecimento dos alunos, do qual associaram a sequência dos múltiplos de 9, contudo tiveram dificuldade por exemplo, de identificar se o número 450 pertencia a sequência apresentada.



Alguns alunos recorriam à contagem como estratégia para identificar o número 450. No geral muitos alunos recorriam a exemplos para explicar como se poderia fazer para encontrar o número correspondente a determinada posição.

### 3.4 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Não é de agora que se pensa inserir o uso das Tecnologias Digitais nas escolas, as primeiras tentativas de inclusão aconteceram desde 1970, através do Ministério da Educação e Cultura. Nos anos de 1980 já se discutia na educação matemática o uso de calculadoras e computadores. Daí surge o que Borba (2012) caracteriza como a primeira fase das Tecnologias Digitais em Educação Matemática. Por volta de 1985, algumas escolas utilizaram o LOGO, que tem uma linguagem própria para computadores, desenvolvida pelo Núcleo de informática aplicada à educação (NIED), da UNICAMP- SP.

O projeto FORMAR foi o primeiro projeto de informática nas escolas públicas do Brasil, que aconteceu em 1987 e 1989. O projeto visava formar multiplicadores na formação de recursos humanos da escola. Em decorrência disso foram criados Centros de Informática Educacional (CIEDs). Em seguida surge o Programa Nacional na Educação (PRONINFE), lançado pelo MEC, com a finalidade de continuar os programas anteriores. E em 1997 surge o Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO), criado pela Secretária de educação à distância.

Neste período, pesquisadores como José Arnaldo Valente, Léa Fagundes, Janete Frant e Lulu Healy, colaboraram para a produção de pesquisas em Educação Matemática, com relação ao uso das Tecnologias como possibilidade de práticas educacionais. Neste momento surge a perspectiva de construir laboratórios de informática nas escolas e oferecer aos professores formação para a utilização do computador, a disponibilização de programas educativos e orientações no site do MEC.

Em meados dos anos 1990, com a acessibilidade e a popularização do computador pessoal surge a segunda fase das tecnologias digitais, onde foram discutidas as perspectivas de como os computadores iam interferir na vida das

peessoas, tanto quanto a sua utilização para fins profissionais. Nesta fase a utilização de computadores ainda era pouco frequente, seja por falta de interesse ou de oportunidade das pessoas ou ainda para os que tinham acesso não enxergavam de que forma poderia usar os computadores e por isso, foram contra seu uso na educação. Aos que compreendiam sobre as potencialidades do uso do computador e a ele também associado às tecnologias digitais, buscou-se explorar mais este recurso e trazer possibilidades didáticas e pedagógicas para o âmbito educacional.

Dada a importância das tecnologias no ambiente escolar, os professores passaram a especializar-se a partir de cursos de formação continuada, dando-lhes suporte de trabalhar outras formas de ensinar. Devido à criação de diversos softwares educacionais produzidos a partir de empresas, pelo governo e pesquisadores, houve a necessidade dos professores saírem do conforto do ensino tradicional e buscarem novas práticas para a sala de aula. De acordo com Borba e Villarreal (2005) o aspecto visual a partir de softwares é o seu principal feedback. Tomemos como exemplo o software gráfico Winplot, que permiti inserir uma função e gerar um gráfico que apresenta o seu comportamento, assim como observar os parâmetros, analisar o seu comportamento e a sua representação algébrica. Para Javaroni (2007)

A elaboração de gráficos no tratamento de dados torna-se interessante no sentido que ao analisá-los podemos observar características gerais e particulares desses dados. Podemos afirmar, então, que a elaboração de gráficos, para investigar os dados, tem a finalidade de instigar a “revelação” de características importantes destes dados. (p. 154)

Deste modo o que podemos destacar nesta segunda fase é justamente o uso de softwares que trabalham as múltiplas representações de funções, a exemplo temos o Winplot, o Graphmathica e o Fun, temos também os softwares de geometria dinâmica como o Cabri Géomètre e o Geometricks.

Com a propagação da internet em 1999, caracterizamos esta como a terceira fase, que daí fortemente a internet passou a ser usada como meio de busca de informação e comunicação e daí tornou-se possível trabalhar com cursos à distância para a formação de professores, através da utilização de

chats, e-mails e fóruns de discussão. Neste momento surgem muitas discussões acerca do ensino a distância, sobre forma de organização e de como poderiam ser trabalhadas o pensamento científico, o mesmo trabalhado nas salas de aula. De acordo com Silva (2000), através da interação desses ambientes virtuais de aprendizagem é permitido trabalhar diversas habilidades cognitivas, como a possibilidade de comunicação hipertextual, ou seja, trabalhar com os diversos meios de comunicação formando uma conexão entre si.

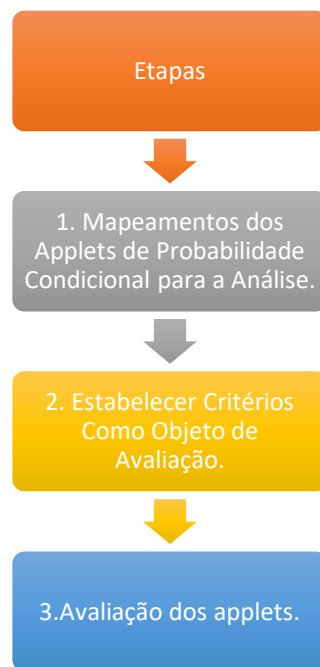
O advento da internet transformou o professor, dando-lhe novas possibilidade de trabalhar com os conteúdos e explora-los de uma forma mais dinâmica, permitindo-lhe também uma melhor relação interpessoal com seus alunos. A internet não só transformou o professor, mas também o aluno, que ao incorporá-la conseguiu criar caminhos diferentes de se chegar ao conhecimento. Garcia e Penteado (2006) enfatiza que a comunicação via Internet não precisa ocorrer no mesmo sentido, como em outros meios de comunicação. Cada usuário pode determinar o seu próprio caminho para o acesso aos conteúdos, assim como decidir quais informações necessitam, deixando de lado à postura do receptor passivo.

Por fim temos a quarta fase, na qual estamos vivenciando o uso das tecnologias em educação matemática, tendo início no ano de 2004 com a web 2.0 que seria uma internet mais rápida, designando uma segunda geração de comunidades e serviços com aplicativos baseados em redes sociais e tecnologia da informação. Nesta fase o termo “tecnologias digitais” é caracterizado por vários aspectos, dos quais podemos destacar uma melhor interação entre os grupos de discussão, apresentados de forma inovadora para investigação matemática, além de apresentar outras formas possíveis de comunicação. É possível também utilizar aplicativos online (applets) e aplicativos móveis.

#### 4. METODOLOGIA

O percurso metodológico desenvolvido na pesquisa foi realizado em três etapas. Na primeira etapa foram realizados os mapeamentos dos applets de

probabilidade condicional para à análise. Na segunda etapa, o estabelecimento de critérios como objeto de avaliação. E na última etapa a avaliação dos applets.



### Realização das etapas

- **Etapa 1**

Na primeira etapa metodológica para o mapeamento dos applets, foram utilizados nos sites de pesquisa termos como: applets de probabilidade condicional ou simplesmente com o nome probabilidade, pois tornava mais fácil a busca. Apesar disso tinha-se o trabalho de analisar se o applet trabalhava com a condicionalidade, e também foi utilizado o termo simuladores de probabilidade.

A busca em sites brasileiros foi bastante difícil, porque a maioria dos applets rodam a partir do Java através dos navegadores. e diante de todos testados apresentavam falha, pois havia alguma incompatibilidade dos navegadores e o Java que fazia com que o applets não funcionasse normalmente. Os navegadores utilizados foram o Google Chrome, Mozilla Firefox, Internet Explorer, Baidu Browser e o Microsoft Edge.

Devido a este problema de incompatibilidade, recorremos a sites internacionais. Foram utilizados os mesmos termos de pesquisa, só que em inglês. Não encontramos nenhum site que contivesse uma quantidade considerável de applets que pudessem ser escolhidos, então seguindo a ordem em que os sites eram apresentados que foi feito o mapeamento dos applets, para utilizá-los como objetos de avaliação.

- **Etapa 2**

Após o mapeamento dos applets, segue os critérios para a avaliação do objeto de pesquisa. Os critérios de avaliação foram tomados com base no trabalho de Bezerra (2016), que foi desenvolvido também a respeito de applets, com enfoque nos processos de Ensino e Aprendizagem de matemática, discutindo possibilidades e desafios.

Realizou-se algumas adaptações para enquadrar melhor no tema da pesquisa, como critérios que estão ligados ao conceito de Probabilidade, abrangendo a dimensão técnica e a didático-pedagógica.

- **Etapa 3**

Na avaliação dos applets e preenchimento dos quadros dimensão técnica e dimensão didático-pedagógica a seguir, utilizamos a metodologia de Ribeiro (2015), criando os instrumentos de avaliação descritos abaixo, tendo como proposta métrica: 0 (não contempla); 1 (contempla parcialmente); 2 (contempla).

Quadro 1 – Quadro Avaliação da Dimensão Técnica

| <b>DIMENSÃO TÉCNICA</b>                                                                                      | PROBABILITY<br>CONDITIONAL<br>(SETOSA) | PROBABILIDADE<br>COM URNAS | SIMULATIONS | CONDITIONAL<br>PROBABILITY<br>EXPERIMENT | PROBABILIDAD<br>DE EVENTOS<br>MÚLTIPLES | ADJUSTABLE<br>SPINNER | STICIGUI | Conditional<br>Probability and the<br>Probability of "AND"<br>& "OR" |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------|-------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|----------|----------------------------------------------------------------------|
| <b>Navegabilidade</b>                                                                                        |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Oferece ao estudante opções para interromper, retornar e iniciar atividades ao manipular a ferramenta?       |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Permite acessar de maneira fácil todas as partes do aplicativo?                                              |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Permite o uso em smartphones?                                                                                |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| <b>Interface</b>                                                                                             |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Possui imagens com qualidade e animações que contribuem para a compreensão do conteúdo?                      |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Utiliza recursos sonoros?                                                                                    |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Possui ícones, botões, abas e hiperlinks que podem contribuir para facilitar a ação do usuário?              |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| <b>Compartilhamento e memória</b>                                                                            |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Permite importar e exportar dados de algum outro software, como planilha eletrônica ou processador de texto? |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Permite gravar e carregar os dados inseridos para continuar o processo posteriormente?                       |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |

Fonte: Bezerra (adaptação)

Quadro 2 – Quadro Avaliação da Dimensão Didático-Pedagógica

| <b>DIMENSÃO DIDÁTICO-<br/>PEDAGÓGICA</b>                                                                                                                      | PROBABILITY<br>CONDITIONAL<br>(SETOSA) | PROBABILIDADE<br>COM URNAS | SIMULATIONS | CONDITIONAL<br>PROBABILITY<br>EXPERIMENT | PROBABILIDAD<br>DE EVENTOS<br>MÚLTIPLES | ADJUSTABLE<br>SPINNER | STICIGUI | Conditional<br>Probability and the<br>Probability of "AND"<br>& "OR" |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------|-------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|----------|----------------------------------------------------------------------|
| <b>Interação</b>                                                                                                                                              |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Permite que o usuário insira dados?                                                                                                                           |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Fornecer feedback imediato na entrada de dados ao estudante de acerto ou erro?                                                                                |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Possibilita a interação no trabalho em grupo?                                                                                                                 |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| <b>Linguagem</b>                                                                                                                                              |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Utiliza uma linguagem adequada para o desenvolvimento dos conceitos de probabilidade condicional?                                                             |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Utiliza linguagem adequada para a série proposta?                                                                                                             |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Abordar situações que trabalhe com o uso de tabela de dupla entrada?                                                                                          |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Abordar alguma situação que possa diferenciar eventos dependentes ou independentes?                                                                           |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| <b>Fundamentos Pedagógicos</b>                                                                                                                                |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Possui guia de apoio pedagógico para o professor, apresentando informações sobre objetivos didáticos e conteúdos a serem trabalhados como apoio ao professor? |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |

Fonte: Bezerra (adaptação)

## 5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### 5.1 APPLETS: DESCRIÇÃO

Organizamos em uma tabela com o site relacionado, os applets que foram escolhidos e o endereço eletrônico.

| Site            | Nome do Applet                                              | Endereço Eletrônico                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Setosa          | Conditional Probability (Setosa)                            | <a href="http://setosa.io/conditional/">http://setosa.io/conditional/</a>                                                                                                                                                                                                     |
| UNICAMP         | Probabilidade com Urnas                                     | <a href="http://m3.ime.unicamp.br/media/software/1245/">http://m3.ime.unicamp.br/media/software/1245/</a>                                                                                                                                                                     |
| Onlinestatbook  | Simulation                                                  | <a href="http://onlinestatbook.com/2/probability/conditional_demo.html">http://onlinestatbook.com/2/probability/conditional_demo.html</a>                                                                                                                                     |
| Uah.edu         | Conditional Probability Experiment                          | <a href="http://www.math.uah.edu/stat/apps/ConditionalProbabilityExperiment.html">http://www.math.uah.edu/stat/apps/ConditionalProbabilityExperiment.html</a>                                                                                                                 |
| EasyCalculation | Probabilidad de Eventos Múltiples                           | <a href="https://www.easycalculation.com/es/statistics/probability.php">https://www.easycalculation.com/es/statistics/probability.php</a>                                                                                                                                     |
| Interactivate   | Adjustable Spinner                                          | <a href="http://shodor.org/interactivate/activities/AdjustableSpinner/?version=1.6.0_14&amp;browser=MSIE&amp;vendor=Sun_Microsystems_Inc">http://shodor.org/interactivate/activities/AdjustableSpinner/?version=1.6.0_14&amp;browser=MSIE&amp;vendor=Sun_Microsystems_Inc</a> |
| Berkeley.edu    | SticiGui                                                    | <a href="http://www.stat.berkeley.edu/~stark/Java/Html/Venn3.htm">http://www.stat.berkeley.edu/~stark/Java/Html/Venn3.htm</a>                                                                                                                                                 |
| Geogebra        | Conditional Probability and the Probability of "AND" & "OR" | <a href="https://www.geogebra.org/m/QkZj8WtG">https://www.geogebra.org/m/QkZj8WtG</a>                                                                                                                                                                                         |

Quadro 3 – Applets selecionados  
Fonte: Bezerra (adaptação)

A seguir trazemos a descrição de cada applet, destacando os elementos observáveis possíveis.

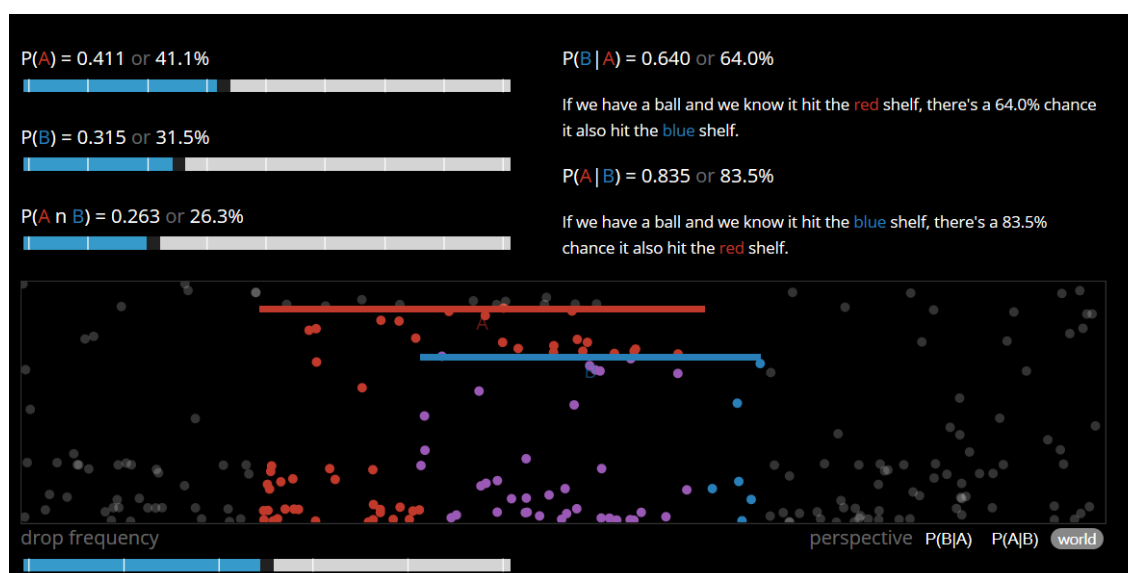


### 5.1.1 APPLET 1: CONDITIONAL PROBABILITY (SETOSA)

O applet foi desenvolvido por Victor Powell do site Setosa, é uma página de conteúdo em inglês, na qual inicialmente o autor define brevemente o conceito de probabilidade e sua fórmula.

O exemplo dado coloca a possibilidade de ocorrência de dois eventos acontecer. Há bolinhas caindo, na qual pode-se definir o valor de ocorrência do evento A, que é marcado por uma barra vermelha na qual as bolinhas podem cair sobre ela. Do mesmo modo, pode-se definir o valor de ocorrência de B, marcado pela barra azul. Quanto maior for a barra, seja ela vermelha ou azul, mudamos a probabilidade de ocorrência dos eventos A e B.

Figura 1 – Exemplo de Exploração do Applet Conditional Probability

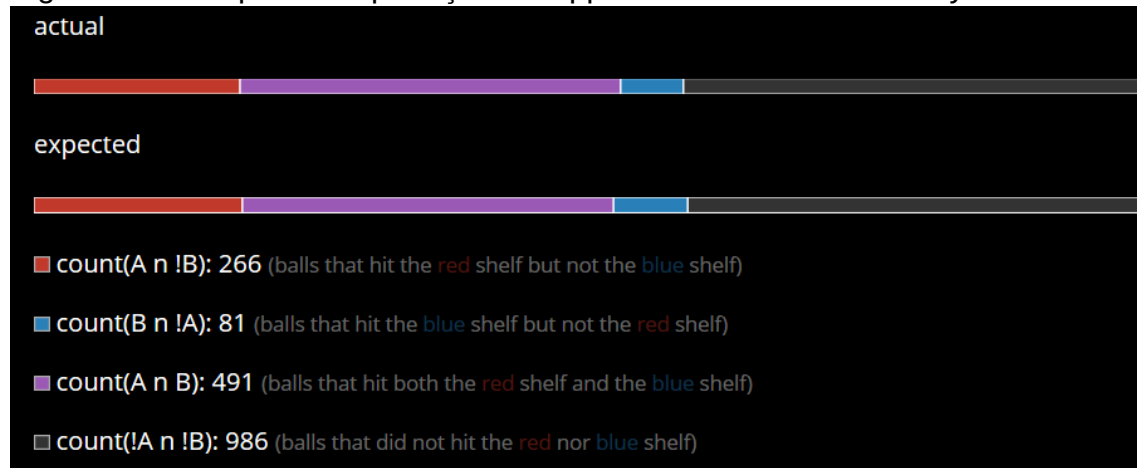


Fonte: <http://setosa.io/conditional/>

As bolinhas de cor cinza são aquelas em que não caem em nenhuma das duas prateleiras, ou seja, está fora da ocorrência dos dois eventos. A barra vermelha é o evento A e as bolinhas vermelhas corresponde a correspondência do evento. A barra azul é o evento B e da mesma forma as bolinhas azuis corresponde a ocorrência do evento. As bolinhas roxas correspondem a intersecção desses dois eventos. Na imagem acima é possível visualizar o resultado da probabilidade do evento B dado que A ocorreu e também a sua transposta.

Logo mais abaixo é possível visualizar a atual ocorrência e sua expectativa, mostrando a quantidade de bolinhas que caem fora, a qual não pertence a nenhum evento e as bolinhas que caem em um dos eventos ou nos eventos de forma simultânea.

Figura 2 - Exemplo de Exploração do Applet Conditional Probability



Fonte: <http://setosa.io/conditional/>

O applet explora mais a questão visual, pois não traz nenhum tipo de questionamento para que os alunos possam responder a partir da sua observação, sendo assim necessário que o professor traga estes questionamentos que são pertinentes a partir da utilização do applet.

### 5.1.2 APPLET 2: PROBABILIDADE COM URNAS

O Applet “Probabilidade com Urnas” compõem três atividades, a primeira aborda uma atividade clássica utilizada com urnas, que é o de retirar bolas sem reposição, a segunda atividade com reposição, e a terceira introduz de forma diferente, que seria a urna de Polya.

## Mapa da Atividade



Na etapa 1 da atividade o aluno pode realizar simulações do experimento, “extraindo” bolinhas de uma urna com reposição. O aluno poderá definir a quantidade de bolinhas azul de uma urna contendo 20 bolinhas entre azuis e vermelhas. Os resultados são apresentados no gráfico mostrando a proporção de bolinhas azuis a medida em que são retiradas. No gráfico a coordenada Y representa a proporção de bolinhas azuis observada a cada extração marcado pela coordenada X. Podemos observar o exemplo abaixo tendo definido cinco como a quantidade de bolinhas azuis.

The diagram shows a yellow box with its top flaps open. To the right of the box, a text box contains the following information:

- Extrações**
- Vermelhas: 3
- Azuis: 2
- Total: 5

Below the box, a line graph is plotted on a grid. The x-axis is labeled from 0 to 36 in increments of 3. The y-axis is labeled from 0 to 1 in increments of 0.5. The graph shows a blue line with circular markers at the following points: (0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 0), (4, 0.25), (5, 0.5), (6, 0.75), (7, 1.0), (8, 1.0), (9, 1.0), (10, 1.0), (11, 1.0), (12, 1.0), (13, 1.0), (14, 1.0), (15, 1.0), (16, 1.0), (17, 1.0), (18, 1.0), (19, 1.0), (20, 1.0), (21, 1.0), (22, 1.0), (23, 1.0), (24, 1.0), (25, 1.0), (26, 1.0), (27, 1.0), (28, 1.0), (29, 1.0), (30, 1.0), (31, 1.0), (32, 1.0), (33, 1.0), (34, 1.0), (35, 1.0), (36, 1.0). The line is blue and the markers are blue circles.

Below the graph, a text box contains the following information:

- Histórico:**
- Tirar uma bola
- Tirar cinco bolas

42

Podemos observar que, à medida que aumentamos o número de extrações, a probabilidade de bolinhas azuis se estabiliza em relação a quantidade de bolinhas azuis contidas na urna e o total de bolas.

A etapa 2 da atividade é a mais relevante para a pesquisa, pois trata do conceito de dependência, que seria a retirada de bolinhas sem reposição. O exercício 6 questiona a probabilidade de retirar uma bola azul nas três primeiras extrações, e assim pode-se calcular para as sucessivas extrações que podem ser realizadas.

A etapa 3 traz a mesma relação de dependência da etapa anterior, o que diferencia é que na urna de Polya para cada bolinha que é retirada além de devolver a bolinha, coloca-se mais uma de mesma cor.

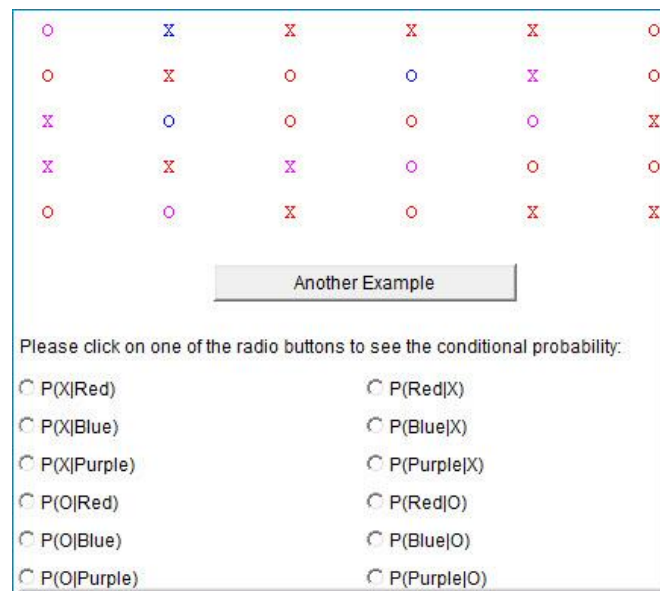
Em resumo das duas últimas etapas relaciona a probabilidade condicional, por trabalhar com o conceito de independência, enquanto a primeira etapa serve apenas como parte de compreender a condicionalidade.

### 5.1.3 APPLET 3: SIMULATIONS

O applet mostra um conjunto de 30 objetos variando de cor (vermelho, azul e roxo) e forma (X e O). Um dos objetos deve ser escolhido aleatoriamente. As probabilidades condicionais são mostradas abaixo dos objetos. Ao clicar em um dos objetos é possível ver como a probabilidade condicional é calculada. Por exemplo, se você clicar em  $P(X | \text{Red})$ , que é lido "a probabilidade de X dado que é Vermelho", então uma caixa é colocada em torno de cada um dos objetos vermelhos. Destes, aqueles que são X's estão sombreados. A probabilidade de X dado que é vermelho, pode ser calculada ao contar o número de X vermelho (caixas sombreadas) dividido pelo total de itens vermelhos (o número de caixas).

Esta demonstração começa apresentando-lhe um conjunto de dados de Xs e Os vermelhos, azuis e roxos, observe na imagem abaixo:

Figura 5 – Exemplo de exploração do applet simulations

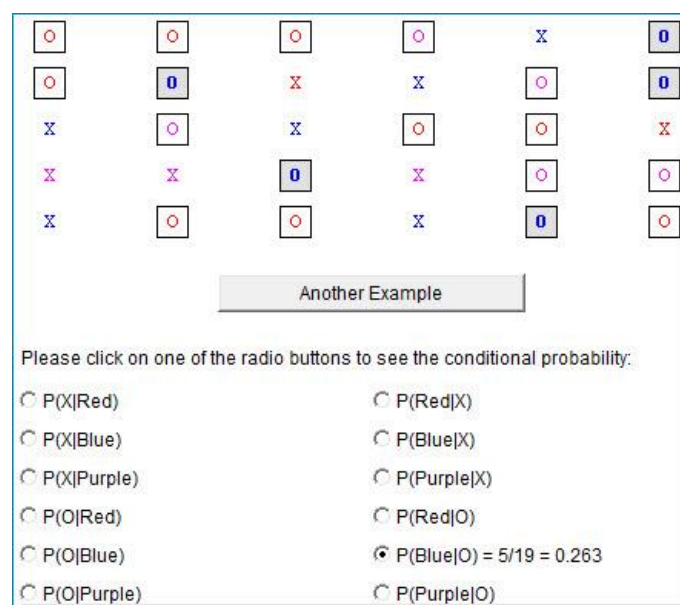


Fonte: [http://onlinestatbook.com/2/probability/conditional\\_demo.html](http://onlinestatbook.com/2/probability/conditional_demo.html)

Selecionar uma das probabilidades condicionais muda a exibição para mostrar como esta probabilidade seria calculada a partir dos dados fornecidos.

A captura de tela abaixo mostra a probabilidade condicional de obter uma seleção sendo azul dado que é um "O". A demonstração mostra Coloca um quadrado ao redor de todos os 19 "O's" nos dados e um quadrado sombreado em torno dos 5 "O's" azuis.

Figura 6 - Exemplo de exploração do applet simulation



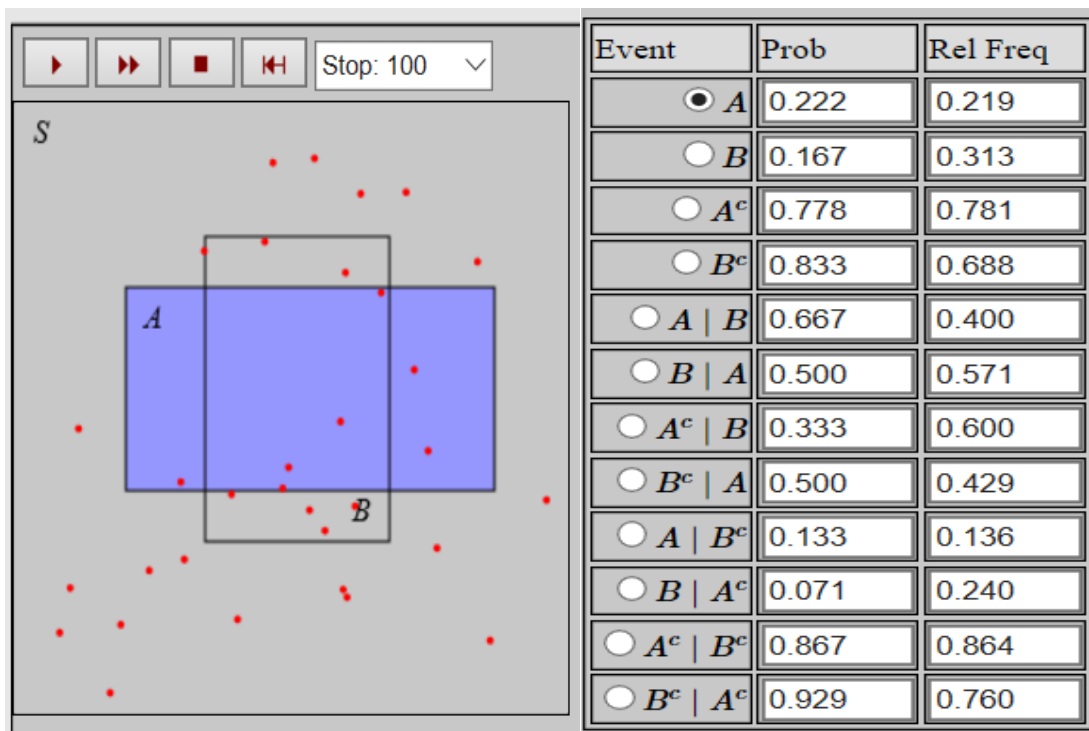
Fonte: [http://onlinestatbook.com/2/probability/conditional\\_demo.html](http://onlinestatbook.com/2/probability/conditional_demo.html)

#### 5.1.4 APPLET 4: CONDITIONAL PROBABILITY EXPERIMENT

O applet a seguir mostra dois retângulos A e B, que representam os eventos e ambos estão sobre um espaço S. O espaço S é distribuído de forma uniforme, onde  $P(E) = \text{área}(E) / \text{área}(S)$  para todo evento E. Os eventos A e B podem ser movidos sobre o espaço S, podendo estar sobreposto um ao outro. Ao lado há uma lista de eventos e seus complementos e vários eventos condicionais de outros eventos. Por exemplo observa-se o evento A e sua probabilidade, assim como o evento B,  $A^c$ ,  $B^c$ ,  $A \cap B$ ,  $B \cap A$  e suas respectivas probabilidades, que pode ser observada na imagem do exemplo.

Acima do quadro que delimita o espaço S, há um cursor onde você pode definir a quantidade de bolinhas vermelhas que vai aparecer sobre o espaço abaixo e fazer com que o applet seja iniciado. A medida em que as bolinhas vão aparecendo sobre o espaço S ou sobre os retângulos A e B, vai sendo definida a frequência relativa de cada evento, que no qual mais interessa para a pesquisa é  $A \cap B$  e sua transposta  $B \cap A$ .

Figura 7 – Exemplo de exploração do applet Conditional Probability Experiment



Fonte: <http://www.math.uah.edu/stat/apps/ConditionalProbabilityExperiment.html>

A frequência relativa vai mudando conforme o número de bolinhas vai aparecendo sobre o espaço.

O applet descrito não apresenta questionamentos para que os alunos possam responder, daí fica a cargo do professor fazer os apontamentos, para que a partir da observação os alunos possa responder ou discutir entre si os elementos observados em questão.

#### 5.1.5 APPLET 5: PROBABILIDAD DE EVENTOS MÚLTIPLES

O applet a seguir é uma calculadora que pode calcular a probabilidade de eventos simples ou múltiplos.

No evento simples pode-se definir como evento A e A' como, o número de possíveis resultados e o número de eventos sucedidos. Depois de definir este valor, ao clicar calcular o resultado aparece no quadro abaixo de forma direta.

Para o evento múltiplo temos para definir o número de possíveis resultados e o número de eventos sucedidos para os eventos A e B. Da mesma forma ao clicar na tecla calcular, temos os seguintes resultados: a probabilidade dos eventos A e B, assim como a probabilidade de não ocorrer estes eventos A' e B', a probabilidade da união e interseção dos eventos A e B e por último a probabilidade de B dado a ocorrência de A. Segue o exemplo abaixo para o cálculo de eventos simples e múltiplos.

Figura 8 – Exemplo de exploração do applet Probabilidad de Eventos Múltiples

**Probabilidad de Evento Simple**  
Número de posibles resultados  
6  
Número de eventos sucedidos  
4  
**Calcular** **Reajustar**  
**Resultado**  
Probabilidad de que ocurra un evento  $P(A)$   
0.667  
Probabilidad de que no ocurra un evento  $P(A')$   
0.333

**Probabilidad de Eventos Múltiples**  
 Número de Posibles Resultados:  
  
 Número de Eventos Sucedió en A:  
  
 Número de Eventos Sucedió en B:  
  
 Nota: A y B son eventos mutuamente excluyentes

**Calcular** **Reajustar**

**Resultado**

|                 |                                    |                 |                                    |
|-----------------|------------------------------------|-----------------|------------------------------------|
| $P(A)$ :        | <input type="text" value="0.75"/>  | $P(A')$ :       | <input type="text" value="0.25"/>  |
| $P(B)$ :        | <input type="text" value="0.5"/>   | $P(B')$ :       | <input type="text" value="0.5"/>   |
| $P(A \cap B)$ : | <input type="text" value="0.375"/> | $P(A \cup B)$ : | <input type="text" value="0.875"/> |
| $P(A   B)$ :    | <input type="text" value="0.75"/>  |                 |                                    |

**Fonte:** <https://www.easycalculation.com/es/statistics/probability.php>

#### 5.1.6 APPLET 6: ADJUSTABLE SPINNER

O applet é organizado em quatro abas, a primeira de aprendizagem, especificando de que forma o usuário pode explorar a aplicação. A segunda aba mostra a atividade a ser trabalhada pelo usuário, a terceira aba é de ajuda, mostra como pode-se ser realizada a atividade e a quarta aba do instrutor, indicando como pode ser trabalhada a atividade, assim como o tempo necessário para ser trabalhado, além de outras informações.

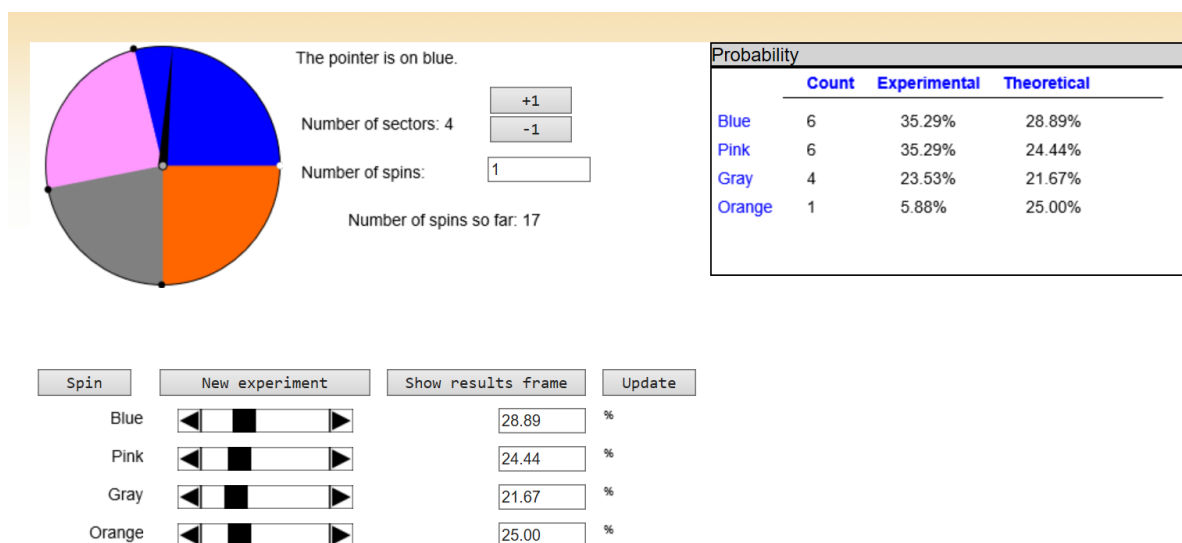
Destacaremos a segunda aba por ser referente a atividade, onde deverá ser feita as observações a respeito do applet em si.

Existe uma área circular, onde podemos definir a quantidade de setores que vai dividida, cada setor é representado por uma cor diferente. No quadro abaixo é possível definir o tamanho de cada setor colorido. E no quadro ao lado temos um espaço de contagem, do percentual do experimento realizado e o percentual teórico que é definido a partir do tamanho de cada setor definido anteriormente.



Em seguida há uma tecla chamada “spin”, onde ao clicar, um ponteiro começa a rodar sobre a área circular e irá parar em um dos setores coloridos e será contabilizado no quadro.

Figura 9 – Exemplo de exploração do applet Adjustable Spinner



Fonte:

[http://shodor.org/interactivate/activities/AdjustableSpinner/?version=1.6.0\\_14&browser=MSIE&vendor=Sun\\_Microsystems\\_Inc](http://shodor.org/interactivate/activities/AdjustableSpinner/?version=1.6.0_14&browser=MSIE&vendor=Sun_Microsystems_Inc)

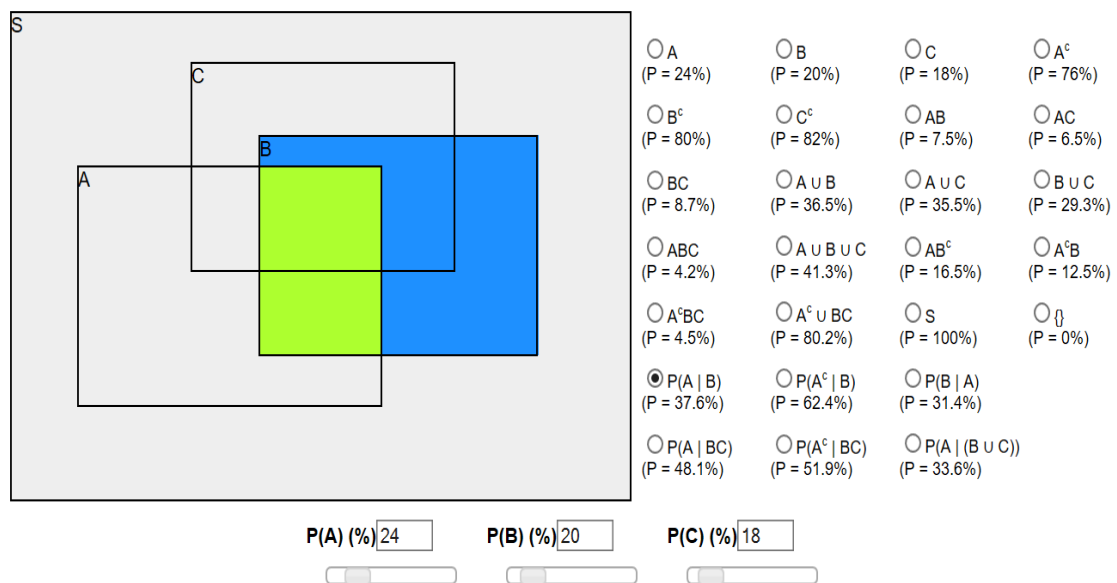
A ideia é que cada vez que for rodar o ponteiro, possa calcular a probabilidade de cair em determinada com sabendo do resultado anterior e observador o caso a partir de diversas jogadas.

### 5.1.7 APPLET 7: STICIGUI

O applet SticiGui trabalha com diagramas de Venn, temos então três retângulos representando os eventos A, B e C, que está sobre o espaço S. Em cada um dos eventos é possível determinar a probabilidade de cada evento, que é dada em valor percentual, isto determinada o tamanho do retângulo sobre o espaço S.

Ao determinar a probabilidade de cada evento, há um quadro ao lado que possibilita marcar possíveis probabilidades, e ao marcar a área do retângulo que corresponde a probabilidade é destacada de forma colorida.

Figura 10 – Exemplo de exploração do applet SticiGui



Fonte: <http://www.stat.berkeley.edu/~stark/Java/Html/Venn3.htm>

Pode-se pensar na área relativa de um conjunto para a área de S como uma probabilidade. A imagem usa essa analogia: os números  $P(A)$ ,  $P(B)$  e  $P(C)$  são proporcionais à área de A, a área de B e a área de C, respectivamente;  $P(AB)$  é a área da interseção de A e B, e  $P(A \text{ ou } B)$  é a área da união de A e B, etc.

#### 5.1.8 APPLET 8: CONDITIONAL PROBABILITY AND THE PROBABILITY OF "AND" & "OR"

O applet utiliza-se de duas áreas circulares, definindo os eventos A e B. O círculo à esquerda representa a parte do espaço de amostra no evento A. O círculo à direita representa a parte do espaço de amostra no evento B. Pode-se determinar o valor da probabilidade de cada um dos eventos, assim como a interseção entre estas duas áreas. Ao lado temos duas teclas com os nomes Day 1 e Day 2. A primeira defini o resultado da interseção da probabilidade dos eventos A e B e, o segundo defini o resultado da união desses dois eventos. É possível visualizar também a condicionalidade desses eventos para  $A/B$  e  $B/A$ .

No Day 1, observamos a parte sobreposta entre os dois círculos. É feito os seguintes questionamentos:

Q1: Como usamos as probabilidades na tela para completar a primeira opção?

No Day 2, observamos o espaço total coberto. Podemos usar o controle deslizante para puxar os dois círculos completamente separados. Feito isso temos mais quatro questionamentos.

Q1: Como podemos usar as probabilidades na tela para descobrir o TOTAL coberto por esses círculos?

Q2: mova os círculos usando o controle deslizante para que o método que você descreveu para 1 não funcionasse mais. Por que isso não funciona?

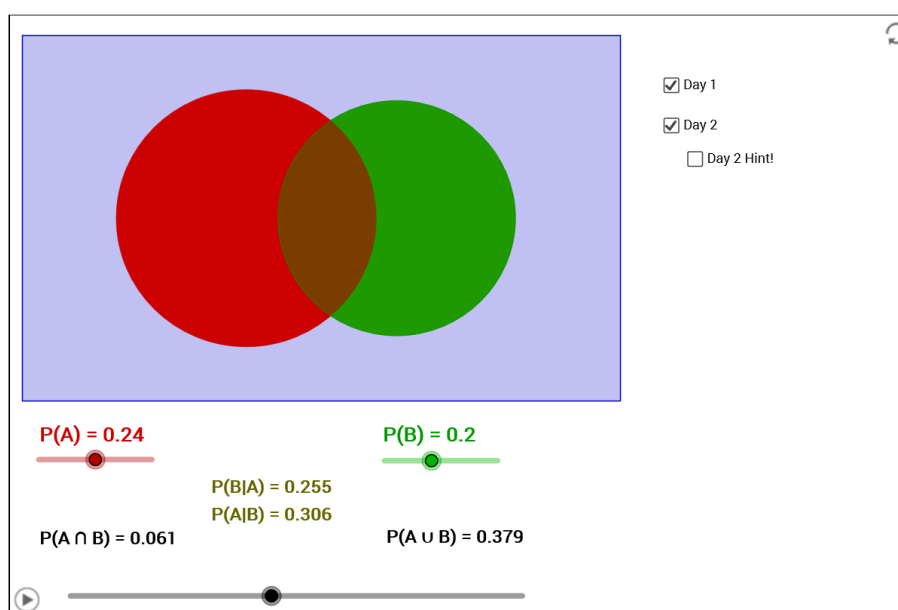
Q3: Como podemos ajustar o método em 1 para encontrar o montante total coberto pelos dois círculos agora?

Q4: O que chamamos de espaço coberto pelo menos UM desses eventos?

Por fim apresenta mais dois questionamentos que são colocados como conclusivas.

- Como podemos usar as probabilidades acima para encontrar  $P(A \text{ e } B)$ ?
- Como podemos usar as probabilidades acima para encontrar  $P(A \text{ ou } B)$ ?

Figura 11 – Exemplo de exploração do applet Conditional Probability and the Probability of "AND" & "OR"



Fonte: <https://www.geogebra.org/m/QkZj8WtG>

## 5.2 AVALIAÇÃO DOS APPLETS - CONTRIBUIÇÕES PARA O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE CONDICIONAL NA EDUCAÇÃO BÁSICA.

Ao elaborarmos critérios de avaliação, exploramos a dimensão técnica e didático-pedagógica dos applets de probabilidade condicional a partir de uma proposta métrica que nos indica se cada critério é contemplado ou não. Estes resultados nos trazem possibilidades para o ensino de probabilidade condicional, discutindo assim desafios e melhorias que poderiam ser feitas a partir da utilização dos applets.

Com relação a navegabilidade desses applets, de modo geral obtivemos um bom resultado. A respeito de poder interromper, retomar e iniciar atividades, todos atingiram a esse critério ainda que de forma parcial, pois alguns deles são executados de forma rápida, que pode ocorrer com que o estudante não perceba o que está acontecendo e que por isso, precisa ser executada diversas vezes. Um ponto positivo é que todos os applets têm uma navegabilidade bastante fácil, podendo também ser explorada através do uso de smartphones, fazendo uma ressalva a dois deles, que permite serem executados, mas compromete um pouco de sua manipulação de alguns itens. Apesar da facilidade de navegação, é necessário que se tenha um certo domínio do inglês para ter uma melhor compreensão do que está acontecendo ao serem executados. Dos applets trabalhados, apenas um deles é em português.

Analisando a interface dos applets, quanto o uso de imagens e/ou animações, a maioria obteve um ótimo desempenho, apenas um não utilizou este tipo de recurso por se tratar de uma calculadora. Nenhum dos applets apresenta recurso sonoro, o que seria importante porque além de imagens, o som pode contribuir para a aprendizagem, principalmente se tratarmos com alunos com alguma deficiência visual. Alguns dos applets oferecem ainda abas ou hiperlinks que podem facilitar a ação do usuário, apenas quatro dos oitos analisados apresentam esta ferramenta.

Quanto ao compartilhamento de memória, nenhum dos applets possui esta opção, apenas utilizam os próprios recursos que podem ser inseridos no próprio applet. Sobre gravar e carregar dados apenas um oferece este recurso,

porém há possibilidade de salvar a página da internet e utilizar esta forma de salvar as informações.

Tabela 1 –Avaliação da Dimensão Técnica

| <b>DIMENSÃO TÉCNICA</b>                                                                                      | PROBABILITY<br>CONDITIONAL<br>(SETOSA) | PROBABILIDADE<br>COM URNAS | SIMULATIONS | CONDITIONAL<br>PROBABILITY<br>EXPERIMENT | PROBABILIDAD<br>DE EVENTOS<br>MÚLTIPLES | ADJUSTABLE<br>SPINNER | STICIGUI | Conditional<br>Probability and the<br>Probability of "AND"<br>& "OR" |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------|-------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|----------|----------------------------------------------------------------------|
| <b>Navegabilidade</b>                                                                                        |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Oferece ao estudante opções para interromper, retornar e iniciar atividades ao manipular a ferramenta?       | 1                                      | 2                          | 1           | 2                                        | 1                                       | 2                     | 1        | 2                                                                    |
| Permite acessar de maneira fácil todas as partes do aplicativo?                                              | 2                                      | 2                          | 2           | 2                                        | 2                                       | 2                     | 2        | 2                                                                    |
| Permite o uso em smartphones?                                                                                | 2                                      | 2                          | 2           | 1                                        | 2                                       | 0                     | 1        | 2                                                                    |
| <b>Interface</b>                                                                                             |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Possui imagens com qualidade e animações que contribuem para a compreensão do conteúdo?                      | 2                                      | 2                          | 1           | 2                                        | 0                                       | 2                     | 2        | 2                                                                    |
| Utiliza recursos sonoros?                                                                                    | 0                                      | 0                          | 0           | 0                                        | 0                                       | 0                     | 0        | 0                                                                    |
| Possui ícones, botões, abas e hiperlinks que podem contribuir para facilitar a ação do usuário?              | 0                                      | 2                          | 2           | 2                                        | 0                                       | 2                     | 0        | 0                                                                    |
| <b>Compartilhamento e memória</b>                                                                            |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Permite importar e exportar dados de algum outro software, como planilha eletrônica ou processador de texto? | 0                                      | 0                          | 0           | 0                                        | 0                                       | 0                     | 0        | 0                                                                    |
| Permite gravar e carregar os dados inseridos para continuar o processo posteriormente?                       | 1                                      | 2                          | 1           | 1                                        | 0                                       | 1                     | 1        | 1                                                                    |

Fonte: Bezerra (adaptação)

Partindo para a dimensão didático-pedagógica, sobre os critérios de interação podemos observar que quanto a inserção de dados apenas dois dá

uma maior liberdade para o usuário inserir os dados e observar o funcionamento para a compreensão didática que está sendo inserida. A maioria permite apenas a mudança de algumas informações e outras são fixas, podendo assim ser algo apenas observatório.

No fornecimento do feedback foi um quesito que deixou bastante a desejar, alguns deles mostra apenas erro e acerto, o que não contribui para o aprendizado do usuário. Assim como afirma Scherer, presente em Rosa et. al. (2015), contata-se que dizer se a resposta está correta ou errada, tem pouco significado para o processo de aprendizagem do estudante, pois não consegue perceber a sua ação mental sobre o objeto de estudo. Apesar de termos apontado o feedback como importante, isso depende muito da proposta e dos objetivos de cada applet. Acontece também que muitas vezes o applet não é elaborado por um profissional da área de educação matemática, sendo feito apenas por programadores, e isso de tal forma compromete um fornecimento de um feedback que contribua de forma mais significativa para o aprendizado do estudante.

Sobre interação no trabalho em grupo, todos os applets apresentam esta possibilidade, em si não trazem uma proposta pronta a ser trabalhada, mas a depender do professor existe “n” formas de se trabalhar com a utilização desse applets numa proposta em grupo.

Avaliando a proposta de linguagem dos applets, obtivemos um resultado satisfatório, a linguagem utilizada atende o desenvolvimento dos conceitos de probabilidade condicional, da mesma forma para a série proposta. Neste ponto o comprometimento que pode existir a respeito da linguagem é que os applets não dão possibilidade de outro idioma, neste caso o português. Caso o usuário tenha dificuldade de utilizar, por não ter domínio da língua inglesa sugere o uso de tradutores.

Ainda sobre linguagem colocamos nos critérios a importância de utilizar tabelas de dupla entrada e trabalhar o conceito de eventos dependentes e independentes, como propõe Martignon e Wassner (2002) em seus estudos

arelevância de trabalhar estes aspectos para a compreensão do estudante a respeito de probabilidade condicional.

No fundamento pedagógico, poucos applets possui guia de apoio para o professor com apresentação sobre objetivos didáticos e outras informações. Destacamos o applet Probabilidade com Urnas, que traz de uma forma mais direta um material de apoio ao professor, os demais trazem algumas informações, mas que não foi pensada para o professor e sim no sentido de alguém como usuário comum da internet.

Tabela 2 –Avaliação da Dimensão Didático-Pedagógica

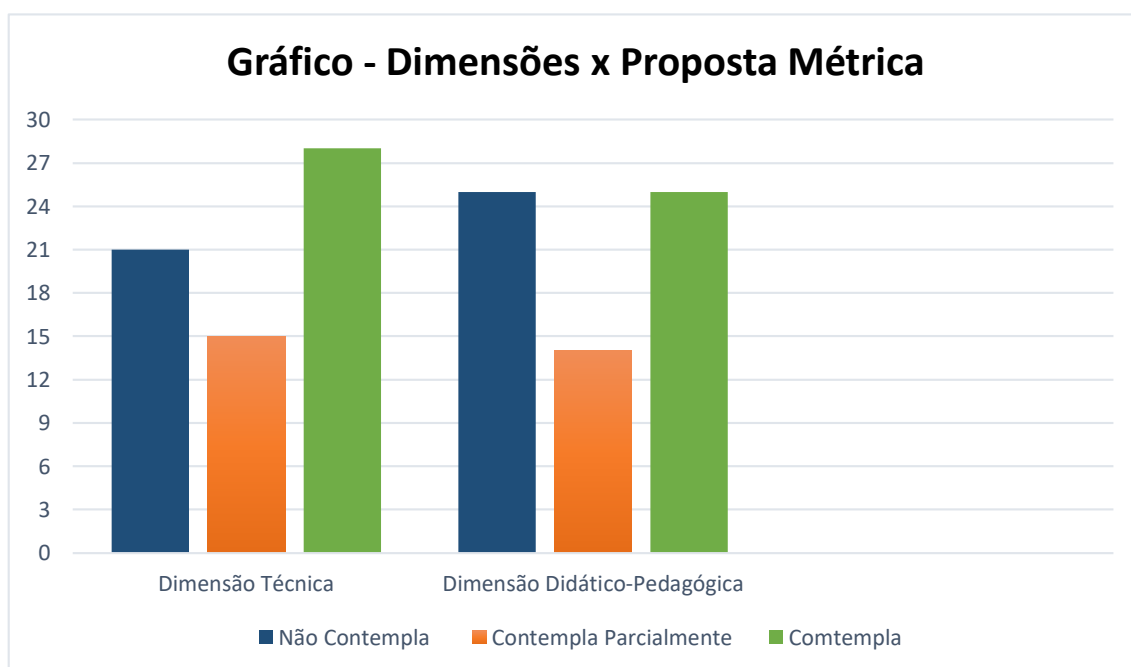
| <b>DIMENSÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA</b>                                                               | PROBABILITY<br>CONDITIONAL<br>(SETOSA) | PROBABILIDADE<br>COM URNAS | SIMULATIONS | CONDITIONAL<br>PROBABILITY<br>EXPERIMENT | PROBABILIDAD<br>DE EVENTOS<br>MÚLTIPLES | ADJUSTABLE<br>SPINNER | STICIGUI | Conditional<br>Probability and the<br>Probability of "AND"<br>& "OR" |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------|-------------|------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|----------|----------------------------------------------------------------------|
| <b>Interação</b>                                                                                  |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Permite que o usuário insira dados?                                                               | 1                                      | 2                          | 1           | 0                                        | 2                                       | 0                     | 1        | 0                                                                    |
| Fornecer feedback imediato na entrada de dados ao estudante de acerto ou erro?                    | 1                                      | 1                          | 1           | 0                                        | 0                                       | 0                     | 0        | 0                                                                    |
| Possibilita a interação no trabalho em grupo?                                                     | 2                                      | 2                          | 2           | 2                                        | 1                                       | 2                     | 2        | 2                                                                    |
| <b>Linguagem</b>                                                                                  |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |
| Utiliza uma linguagem adequada para o desenvolvimento dos conceitos de probabilidade condicional? | 2                                      | 2                          | 2           | 2                                        | 1                                       | 2                     | 2        | 1                                                                    |
| Utiliza linguagem adequada para a série proposta?                                                 | 2                                      | 2                          | 2           | 2                                        | 2                                       | 2                     | 2        | 2                                                                    |
| Aborda situações que trabalha com o uso de tabela de dupla entrada?                               | 0                                      | 0                          | 0           | 0                                        | 0                                       | 0                     | 0        | 0                                                                    |
| Aborda alguma situação que possa diferenciar eventos dependentes ou independentes?                | 1                                      | 2                          | 0           | 1                                        | 0                                       | 0                     | 0        | 0                                                                    |
| <b>Fundamentos Pedagógicos</b>                                                                    |                                        |                            |             |                                          |                                         |                       |          |                                                                      |

|                                                                                                                                                               |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Possui guia de apoio pedagógico para o professor, apresentando informações sobre objetivos didáticos e conteúdos a serem trabalhados como apoio ao professor? | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|

Fonte: Bezerra (adaptação)

O seguinte gráfico apresenta as dimensões que foram analisadas, contendo o quantitativo da proposta métrica. Temos uma visão mais geral do gráfico, assim tendo um resultado positivo considerável. De toda forma há requisitos em específicos que precisam ser melhorados, principalmente na dimensão didático-pedagógica, pois o número de critérios que não contemplam é o mesmo dos que contemplam.

Gráfico 1 –Dimensão X Proposta Métrica



Fonte: Bezerra

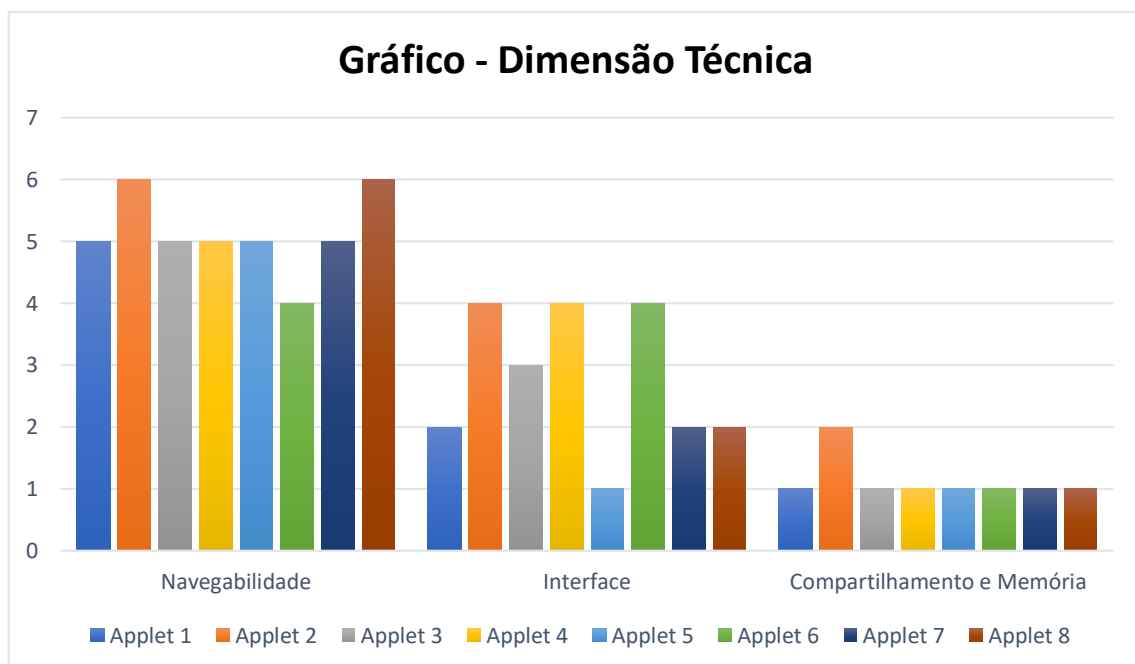
A seguir temos dois gráficos com visões mais específicas de cada item da dimensão técnica e didático-pedagógica.



Na dimensão técnica, todos os applets apresentam uma boa Navegabilidade. Na Interface os applets atendem razoavelmente aos critérios estabelecidos, deixando mais a desejar na utilização de recursos sonoros. E, no aspecto de Compartilhamento e Memória, deixaram um pouco a desejar, pois nenhum deles permitiu importar ou exportar dados.

- Applet 1: Probability Conditional
- Applet 2: Probabilidade com Urnas.
- Applet 3: Simulations.
- Applet 4: Conditional Probability.
- Applet 5: Probabilidad de Eventos Múltiples.
- Applet 6: Adjustable Spinner.
- Applet 7: SticiGui.
- Applet 8: Conditional Probability and the Probability of “AND” & “OR”.

Gráfico 2 – Dimensão Técnica

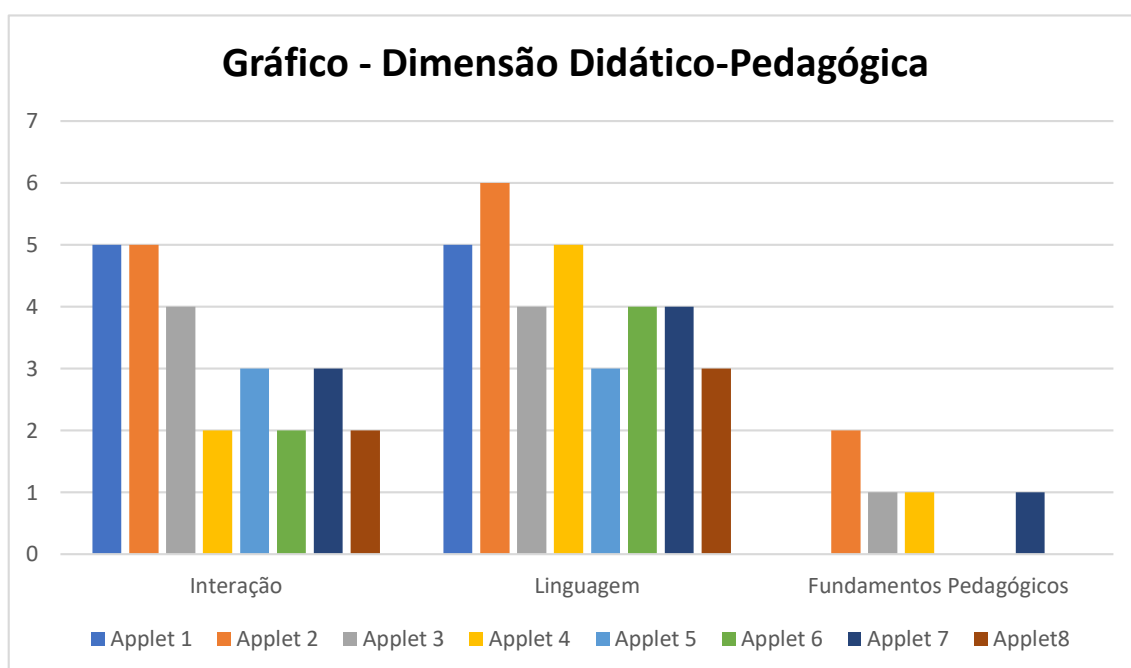


Fonte: do autor

Na dimensão didático-pedagógica, sobre a Interação dos applets a maioria atende bem aos requisitos, mas deixando muito a desejar nos

feedbacks, tendo em vista é muito importante para o aprendizado do estudante. Na Linguagem ao que se pretendia atender os applets tiveram resultados satisfatório, fazendo uma ressalva ao desejo poder trabalhar situações que envolvam tabelas de dupla entrada. Nos Fundamentos Pedagógicos, muitos não atenderam a este critério, e é importante que o professor possa ter este material de apoio, que possa facilitar seus trabalhos didáticos em sala de aula.

Gráfico 3 – Dimensão Didático Pedagógica



Fonte: do autor

Diante da avaliação apesar dos applets, apresentarem algumas dificuldades em alguns requisitos, mostrou-se também possibilidades de ser trabalhados em sala de aula, e assim contribuir para o ensino de probabilidade condicional. Sua utilização pode ser potencializada a partir da proposta do professor, por isso apontamos o recurso fundamentos pedagógico muito importante, pois a partir das ideias que o próprio applet pode apresentar o professor tem uma maior disponibilidade de trabalhar e fazer suas adaptações conforme cada realidade presente nas salas de aula.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino de Probabilidade é de suma importância para o desenvolvimento das habilidades de análise crítica dos estudantes. Este ensino tem ganhado ênfase nos últimos anos, e apesar disto existem ainda muitas dificuldades a respeito do conceito de Probabilidade, tanto de professores, com relação aos processos de Ensino e Aprendizagem, como pelos estudantes por intuições incorretas, erros de raciocínios e de compreensão, dentre outros.

Destacamos aqui o ensino de Probabilidade Condicional, que por sua vez entender o significado não é de fácil compreensão. Como aponta Batanero, Contreras e Díaz (2012) e Oliveira (2013), uma das dificuldades apresentadas pelos estudantes é não saber discriminar de forma adequada a direção da condicional, caracterizado como um erro chamado falácia da condicional transposta.

Diante disso colocamos as tecnologias como ferramentas essenciais para o Ensino e Aprendizagem da Matemática, enfatizando o conceito de probabilidade condicional. Dispomos de vários recursos na internet relacionados a probabilidade condicionada que possa contribuir para o desenvolvimento do raciocínio e tomadas de decisões dos estudantes para seu exercício em sociedade.

Apresentamos os applets como um recurso que podem melhorar a intuição dos estudantes, assim como superar alguns dos erros apresentados em nossa literatura, e que apesar de outras dificuldades que podemos encontrar na escola, como problemas de manutenção de computadores, espaço físico apropriado para a realização da atividade, problemas de conexão com a internet, a falta de suporte para o professor que muitas vezes não domina esta tecnologia e diante de tanto outros, acreditamos na possibilidade de se utilizar applets ou qualquer outro recurso que vá contribuir para o desenvolvimento cognitivo do aluno. Todos estes problemas são fatores a ser superados para garantir um melhor ensino nas escolas, pois é importante a inserção da tecnologia no ambiente escolar.

Na avaliação dos applets, ficou evidente que há pontos que ainda precisam ser melhorados nas duas dimensões analisadas. Na Dimensão Técnica, a respeito da navegabilidade dos applets não apresentaram grandes problemas, apenas é interessante que se dê mais possibilidades ao estudante de poder interromper, retomar as atividades quando necessário. Na interface deixa-se aqui a possibilidade de se utilizar recursos sonoros, pois nenhum dos applets apresentaram este elemento. E por fim no critério Compartilhamento e Memória, da mesma forma nenhum dos applets apresentaram esta possibilidade, que tornaria assim seu uso mais abrangente. Ainda assim apesar de apresentarem estes desafios não deixa de ser importante a sua utilização. A partir da preparação didática do professor, dá para se trabalhar em sala de aula de modo que estes desafios não impeçam de garantir o desenvolvimento do ensino e aprendizagem dos alunos.

Partindo para a dimensão Didático-pedagógica, nos itens julgados como interação, sentimos falta de um feedback dos applets, como vimos apenas dizer se estar certo ou errado não têm muita relevância para o aprendizado dos estudantes, é claro que o professor pode fazer estes apontamos, colocamos como necessário porque isso daria uma maior liberdade aos estudantes de poder prosseguir com a atividade, muito embora o professor no final precisa ter respaldo do processo em que o aluno está sendo avaliado. Na linguagem todos os applets utilizam uma linguagem clara o desenvolvimento do conceito de probabilidade condicional, assim como para a série proposta. Sentimos falta apenas da utilização de tabelas de dupla entrada, pois como aponta os autores, contribui muito para o estudante compreender os significados probabilísticos. Por último critério, temos os Fundamentos Pedagógicos, que poucos applets apresentaram este recurso que conta muito para o professor sobre informações gerais e objetos didáticos a serem trabalhados.

Alguns docentes podem sentir dificuldades de trabalhar com applets por em sua grande maioria serem em outro idioma, em especial inglês. De toda forma que isso sirva de incentivo para a criação de applets nacionais ou de que também o professor também possa se apropriar de outro idioma, não apenas para a utilização dos applets, mas por abranger outras possibilidades de trabalhos e ferramentas que possam contribuir para sua prática em sala de aula.

Das suas vantagens de utilização dos applets, é que permite uma visualização, que ajuda o aluno a entender melhor o conceito de probabilidade, além de questionamentos que podem conduzir uma melhor prática de ensino, atendendo os objetivos esperados.

De uma análise geral, mesmo diante de algumas dificuldades apresentadas, vimos também muitas possibilidades de se trabalhar com applets em sala de aula, é um recurso livre que não é necessário de instalação e nem ter uma velocidade de internet rápida para que possa utiliza-los, além do que eles podem contribuir no desenvolvimento dos conceitos de probabilidade condicional.

## REFERÊNCIAS

BATANERO, C., CONTRERAS, J. M. E DÍAZ, C. (2012). **Sesgos em el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza**. Revista Digital Matemática, Educación e Internet. 12 (2).

BEZERRA, Nathália França Nascimento. **Applets nos processos de Ensino Aprendizagem de matemática: possibilidades e desafios**. 2016. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso). UFPE – CAA.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014. – (Coleção Tendências em Educação Matemática).

CONFREY, CASTRO-FILHO (2001). **Investigating Java-Applets as tools for learning Mathematics**. Anais do XXI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação, Fortaleza

COUTINHO, Cileida Q. S. **Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?** REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática - UFSC, Florianópolis, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007.

CONTRERAS, J. M., BATANERO, C., DÍAZ, C., & FERNANDES, J. A. (2011). **Prospective teachers' common and specialized knowledge in a probability task**. Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Rzeszów, Poland, 9th to 13th February 2011.

DUARTE, J. (2011) **Tecnologias e pensamento algébrico: Um estudo sobre o conhecimento profissional dos professores de matemática**. Tese de Doutorado, Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal.

FALK, R. (1986). **Conditional probabilities: Insights and difficulties**. In R. Davidson & J. Swift (Eds), Proceedings of Second International Conference on Teaching Statistics (pp. 291-297). Victoria, BC: University of Victoria.

FERRARA, F., PRATT, D., & ROBUTTI O. (2006). **The role and uses of Technologies for the teaching of álgebra and calculus**. In A. Gutiérrez & P. Boero (eds), Handbook of research on the psychology of mathematics education (p. 237 – 279). Rotterdam: Sense.

FIGUEIREDO, A. C. (2000). **Probabilidade condicional: Um enfoque de seu ensino e aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

GALMACCI, GIANFRANCO (2002) **3D Normal Distribution in Virtual Reality**. Disponível em <http://www.stat.unipg.it/JAVA/nor3d-en.html>.

GARCIA, T. M. R.; PENTEADO, M. G. **Internet e formação de professores de Matemática: desafios e possibilidades**. 2006

GARFIELD, J., & AHLGREN, A. (1988). **Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research**. Journal for Research in Mathematics Education, 19, 4463.

GODFREY (2002). **Plotter**. Disponível em <http://www.garrinc.com/java/graph>.

GODINO, J. D., BATANERO, M. CAÑIZARES, M. J. Azar y Probabilidad. Madrid: Síntesis, 1996.

HORSTMANN & CORNELL, (2000). **Core Java 2: Fundamentos, volume 1**. Makron Books.

JAVARONI, S. L. **Abordagem Geométrica: possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Rio Claro, 2007.

LEMAY, CADENHEAD. (1999). **Aprenda em 21 Dias Java 2** Volume 1. Campus.

LOPES, C. **A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular**. 1998. Dissertação (Mestrado em Educação). UNICAMP, Campinas.

MARTIGNON, L.; WASSNER, C. **Teaching decision making and statistical thinking with natural frequencies**. In: Proceedings of the Sixth International Conference on Teaching of Statistics. IASE, Ciudad del Cabo, 2002.

MERCADO, Luís Paulo Leopoldo. **Novas tecnologias na educação: reflexões sobre a prática**. Maceió: EDUFAL, 2002. SILVEIRA, Sérgio Amadeu. Inclusão digital, software livre e globalização. Seminários temáticos para a 3ª conferência Nacional de C, T & I. Parcerias Estratégicas – número 20, junho de 2005.

MIRANDA, G. L. (2007). **Limites e possibilidades das TIC na Educação.** Sísifo. Revista de ciências da Educação.

MORAN, José Manuel. **OS novos espaços de atuação do professor com as tecnologias.** Revista diálogo Educacional, Curitiba.

MUNIZ, C. A.; GONÇALVES, H. J. L. A educação estatística no ensino fundamental: discussões sobre a práxis de professores que ensinam matemática no interior de Goiás. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, v. 18/19, n. 12, p. 26 – 34, 2005.

NASCIMENTO, V. A.; SOARES REIS, F. C. (2007) **O desenvolvimento do jogo MathCity em um contexto colaborativo:** pais, professores e alunos para a construção de conceitos matemáticos, IV Seminário de Jogos Eletrônicos, Educação e Comunicação, UNEB, Salvador, Bahia.

OLIVEIRA, F. F. de. (2013). **Registros de representações semióticas no ensino de probabilidade condicional.** Anais do XVII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática. Vitória – ES.

RUSSELL, BOTHUN< HULSE. (2002). **Cannon Simulation (Physics).** Disponível em: <http://jersey.uoregon.edu/vlab/Canoon/index.html>.

SANCHO, Juana M. **Para uma tecnologia educacional.** Ed. Artmed. Porto Alegre: 1998.

SCHWARZE (1999), **Interctive Learning of Geometry by Using Technology: Examples and Steps to its Implementatation in the Classroom.** In: D Thomas (Ed.) Proceeding of m/SET 99 [CD-ROM]. San Antonio, Texas: Association for the Advancement of Computing in Education.

SILVA, M. **Sala de aula interativa.** Rio de Janeiro: Quartet, 2000.

SPINILLO, A. G. (2002). **O papel de intervenções específicas na compreensão da criança sobre proporção.** Psicologia: Reflexão e Crítica, 15(3), 475-487.

TARR, J. E., & LANNIN, J. K. (2005). **How can teachers build notions of conditional probabily and independence?** In G. A. Jones (Ed.), Exploring probability in school: challenges for teaching and learning (pp. 215-238). New York, NY: Springer.



VIALI, L; OLIVEIRA, P. Uma análise de conteúdos de probabilidade em livros didáticos do Ensino Médio. In: LOPES, C; Coutinho C; ALMOULOU, S. (Org.). **Estudos e reflexões em Educação Estatística**. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2010. p. 85 – 104.

VIALI, L. O ensino de Estatística e Probabilidade nos de licenciatura em matemática. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA. 18., 2008, Estância de São Pedro. **Anais do 18º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística**. Estância de São Pedro, 2008.