



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO (UFPE)
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA (CCEN)
DEPARTAMENTO DE QUÍMICA FUNDAMENTAL (DQF)
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM QUÍMICA

DOUGLAS LOPES BERNARDO

RESSONÂNCIAS DE HÁDRONS COMO ESTADOS ROVIBRACIONAIS

Recife

2021

DOUGLAS LOPES BERNARDO

RESSONÂNCIAS DE HÁDRONS COMO ESTADOS ROVIBRACIONAIS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Química da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Química. Área de concentração: Química Teórica.

Orientador: Antonio Carlos Pavão

Coorientador: Cristiano Costa Bastos

Recife

2021

Catálogo na fonte
Bibliotecário Cristiano Cosme S. dos Anjos, CRB4-2290

B518r Bernardo, Douglas Lopes
 Ressonâncias de hádrons como estados rovibracionais/ Douglas Lopes
 Bernardo. – 2021.
 74 f.: il., fig., tab.

 Orientador: Antônio Carlos Pavão.
 Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco.CCEN, Química,
 Recife, 2021.
 Inclui referências e apêndices.

 1. Química Teórica. 2. Espectro hadrônico excitado. 3. Ressonâncias orbitais
 e radiais. 4. Estados rovibracionais. I. Pavão, Antônio Carlos (orientador). II.
 Título.

 541.2 CDD (23. ed.) UFPE- CCEN 2021 - 140

DOUGLAS LOPES BERNARDO

RESSONÂNCIAS DE HÁDRONS COMO ESTADOS ROVIBRACIONAIS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Química da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Química.

Aprovada em: 21/07/2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Antônio Carlos Pavão (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Alfredo Mayall Simas
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Cláudio Lenz César
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Prof. Gustavo de Miranda Seabra
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Sérgio Galvão Coutinho
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico à Ana Alice (minha esposa), à Maria Clara (minha filha), à Patrícia (minha mãe) e à Dona Hilda (minha sogra *in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

À minha querida esposa, Ana Alice, que sempre me apoiou, ajudou e fortaleceu nos momentos mais difíceis.

À minha mãe, Patrícia, por sua dedicação, conselhos e paciência, sempre priorizando a educação na minha criação.

À minha vó, Eronilda, por todo carinho, tranquilidade e apoio.

Ao meu pai, Arlindo, que sempre me apoiou.

À minha tia, Ana Paula, que nunca mediu esforços para me ajudar, aos meus primos e família pelo apoio e momentos de descontração.

À minha sogra, Dona Hilda (*in memoriam*), e familiares que acompanharam essa jornada de trabalho com paciência e apoio.

Ao Professor Pavão, pelos ensinamentos, orientação, dedicação e parceria no desenvolvimento do trabalho.

Ao Professor Cristiano Bastos, pela orientação e contribuição na realização deste trabalho.

Aos meus amigos, pela força e momentos de alegria.

E a todos que contribuíram de alguma forma para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Um modelo baseado no movimento de rotação dos hádrons e de vibração dos quarks, incluindo correções anarmônica, centrífugas e de Coriolis, é utilizado para calcular e classificar as ressonâncias orbitais e radiais dos hádron π , K, N e Σ . As quatro excitações orbitais do méson π correspondem às ressonâncias $b(1235)$, $\pi_2(1670)$, $b_3(2030)$ e $\pi_4(2250)$. Suas quatro primeiras excitações radiais correspondem às ressonâncias $\pi(1300)$, $\pi(1800)$, $\pi(2070)$ e $\pi(2360)$. As excitações orbitais do méson K são interpretadas como as ressonâncias $K_1(1270)$, $K_2(1770)$, $K_3(2320)$ e $K_4(2500)$, e suas excitações radiais correspondem às ressonâncias $K(1460)$ e $K(1830)$. As excitações orbitais do bárion N são identificadas com as ressonâncias $N(1520)$, $N(1680)$, $N(2190)$, $N(2220)$ e $N(2600)$. As quatro primeiras excitações radiais da família N correspondem às ressonâncias $N(1440)$, $N(1880)$, $N(2100)$ e $N(2300)$. As excitações orbitais do bárion Σ são associadas às ressonâncias $\Sigma(1670)$, $\Sigma(1915)$, $\Sigma(2100)$ e $\Sigma(2250)$, enquanto suas excitações radiais são identificadas com as ressonâncias $\Sigma(1660)$, $\Sigma(1770)$ e $\Sigma(1880)$. Os cálculos através do modelo, além de levarem a uma boa concordância com os valores experimentais e com outros resultados teóricos, permitem identificar números quânticos de ressonâncias experimentais sem J^P , atribuir ressonâncias que estão sem classificação pelo Modelo de Quarks e sugerir novas ressonâncias para os hádrons π , K, N e Σ . Assim, este Modelo Rovibracional se mostra útil para a interpretação do espectro excitado dos hádrons, contribuindo no avanço para uma melhor compreensão da física de altas energias.

Palavras-chave: espectro hadrônico excitado; ressonâncias orbitais e radiais; estados rovibracionais.

ABSTRACT

A model based on hadron rotational motion and quark vibration, including anharmonic, centrifugal and Coriolis corrections, is used to calculate and classify hadron orbital and radial resonances of the π , K, N, and Σ hadrons. The four orbital excitations of the π meson correspond to the $\pi(1235)$, $\pi_2(1670)$, $\pi_3(2030)$, and $\pi_4(2250)$ resonances. Its first four radial excitations correspond to the $\pi(1300)$, $\pi(1800)$, $\pi(2070)$, and $\pi(2360)$ resonances. The orbital excitations of the K meson are interpreted as the $K_1(1270)$, $K_2(1770)$, $K_3(2320)$, and $K_4(2500)$ resonances, and its radial excitations correspond to the $K(1460)$ and $K(1830)$ resonances. The N orbital excitations are identified with the $N(1520)$, $N(1680)$, $N(2190)$, $N(2220)$, and $N(2600)$ resonances. The first four radial excitations of the N family correspond to the $N(1440)$, $N(1880)$, $N(2100)$, and $N(2300)$ resonances. The orbital excitations of the Σ baryon are associated with the $\Sigma(1670)$, $\Sigma(1915)$, $\Sigma(2100)$, and $\Sigma(2250)$ resonances, whereas its radial excitations are identified with the $\Sigma(1660)$, $\Sigma(1770)$, and $\Sigma(1880)$ resonances. The calculations through the model, in addition to leading to a good agreement with the experimental data and other theoretical results, allow to identify quantum numbers of experimental resonances without J^P , assign resonances that are unclassified by the quark model and suggest new resonances for the hadrons π , K, N and Σ . Thus, the rovibrational model is useful for interpreting the excited spectrum of hadrons, contributing to a better understanding of high energy physics.

Keywords: excited hadron spectrum; orbital and radial resonances; rovibrational states.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Modelo Padrão das partículas elementares	15
Figura 2 –	Multipletos com $L = 0$ dos mésons pseudoescalares $J^{PC} = 0^{-+}$ (a) e vetoriais $J^{PC} = 1^{-}$ (b)	18
Figura 3 –	Multipletos SU(4) com $L = 0$ dos mésons pseudoescalares (a) e vetoriais (b)	20
Figura 4 –	Singleto $J^P = 1/2^{-}$, octeto $J^P = 1/2^{+}$ e decuplete $J^P = 3/2^{+}$ da simetria de sabor SU(3) dos bárions com $L = 0$	23
Figura 5 –	Multipletos SU(4) com $L = 0$ dos bárions com $J^P = 1/2^{+}$ (a) e $3/2^{+}$ (b)	25
Figura 6 –	Trajetórias de Regge radiais (M^2, n) e orbitais (M^2, J) das ressonâncias do bárion	39
Figura 7 –	Trajetórias de Regge orbitais $(\Im[s_p] = M^2, \Re[J] = J)$ não lineares das ressonâncias N^* e Δ^*	41
Figura 8 –	Modelo Rovibracional para hádrons	45
Figura 9 –	Curvas ajustadas das ressonâncias orbitais (M, J) e radiais (M, n) calculadas pelo Modelo Rovibracional para os hádrons π , K, N e Σ	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Mésons leves experimentais e suas atribuições sugeridas pelo Modelo de Quarks	20
Tabela 2 – Mésons com quark c observados e as atribuições sugeridas pelo Modelo de Quarks	21
Tabela 3 – Mésons com quark b observados e as atribuições sugeridas pelo Modelo de Quarks	22
Tabela 4 – Atribuições do modelo de quark em termos da simetria $SU(6) \otimes O(3)$ para os bárions e suas ressonâncias contidos nos multipletos $SU(3)$	26
Tabela 5 – Lista resumida do PDG com os mésons e suas ressonâncias	29
Tabela 6 – Lista resumida do PDG com os bárions experimentais e suas ressonâncias	31
Tabela 7 – Massa calculadas e teóricas das ressonâncias Δ descritas como estados rotacionais	42
Tabela 8 – Tabela das ressonâncias classificadas no grupo orbital	47
Tabela 9 – Tabela das ressonâncias classificadas no grupo radial	48
Tabela 10 – Parâmetros rovibracionais calculados e dados experimentais das partículas de referência	49
Tabela 11 – Constantes rovibracionais experimentais das moléculas H_2 , HCl e HBr	49
Tabela 12 – Ressonâncias orbitais do méson π e suas propriedades calculadas e experimentais	51
Tabela 13 – Ressonâncias orbitais do méson K e suas propriedades calculadas e experimentais	52
Tabela 14 – Ressonâncias orbitais do bárion N e suas propriedades calculadas e experimentais	53
Tabela 15 – Ressonâncias orbitais do bárion Σ e suas propriedades calculadas e experimentais	54
Tabela 16 – Ressonâncias radiais do méson π e suas propriedades calculadas e experimentais	55

Tabela 17 – Ressonâncias radiais do méson K e suas propriedades calculadas e experimentais	56
Tabela 18 – Ressonâncias radiais do bárion N e suas propriedades calculadas e experimentais	56
Tabela 19 – Ressonâncias radiais do bárion Σ e suas propriedades calculadas e experimentais	57

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AdS/CFT	Teoria de correspondência anti de Sitter/teoria de campo conforme
hCQM	<i>hypercentral Constituent Quark Model</i>
HISH	<i>Holography Inspired Stringy Hadron</i>
MIT	<i>Massachusetts Institute of Technology</i>
OGE	Processo <i>one-gluon-exchange</i>
PDG	<i>Particle Data Group</i>
QCD	<i>Quantum ChromoDynamics</i>
QSSR	<i>QCD Spectral Sum Rules</i>
$SU(X)$	Grupo de simetria unitário especial
$q\bar{q}$	Estado ligado com um par quark-antiquark
qqq	Estados ligado com três quarks
$\bar{q}\bar{q}\bar{q}$	Estado ligado com três antiquarks

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	AS PARTÍCULAS ELEMENTARES E SUAS INTERAÇÕES	13
1.1.1	O início da Física de partículas	13
1.1.2	As forças fundamentais da natureza e as partículas fundamentais	14
1.2	MODELO DE QUARKS	17
1.2.1	Organização dos mésons	17
1.2.2	Organização dos bárions	23
1.3	RESSONÂNCIAS IDENTIFICADAS NO PDG	27
1.4	MODELOS PARA DESCRIÇÃO DAS RESONÂNCIAS	32
1.4.1	Modelo do potencial do oscilador harmônico	36
1.4.2	Fenomenologia de Regge	37
1.4.3	Modelos rotacionais	42
2	METODOLOGIA	45
2.1	MODELO ROVIBRACIONAL PARA HÁDRONS	45
2.2	ORGANIZAÇÃO DOS GRUPOS RADIAIS E ORBITAIS	47
2.3	PARÂMETROS ROVIBRACIONAIS	49
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	51
3.1	GRUPOS DAS RESSONÂNCIAS ORBITAIS	51
3.2	GRUPOS DAS RESSONÂNCIAS RADIAIS	55
3.3	ANÁLISE DOS GRÁFICOS ORBITAIS E RADIAIS	58
4	CONCLUSÕES	61
	REFERÊNCIAS	63
	APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO	68

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos aumentou significativamente o número de ressonâncias mesônicas e bariônicas adicionadas ao *Particle Data Group* (PDG)¹, sobretudo devido ao avanço no campo experimental da física de alta energia, estimulando ainda mais a pesquisa para uma melhor compreensão do espectro hadrônico. Na perspectiva de contribuir com esse esforço, desenvolvemos um modelo para descrever o espectro excitado de bárions e mésons considerando o movimento de rotação dos hádrons e a vibração dos quarks. Nesta primeira seção, apresentamos inicialmente como o Modelo Padrão descreve as partículas da matéria e suas interações e como o Modelo de Quarks classifica os hádrons e suas ressonâncias. A partir das listas do PDG contendo as ressonâncias e suas propriedades, como massa e números quânticos, são discutidas as atribuições das ressonâncias experimentais aos estados previstos pelo Modelo de Quarks. Por fim, são apresentados os modelos comumente utilizados na descrição das ressonâncias de mésons e bárions.

1.1 AS PARTÍCULAS ELEMENTARES E SUAS INTERAÇÕES

1.1.1 O início da Física de partículas

O trabalho que marca o início do estudo da física de alta energia também chamada física de partículas foi publicado por Yukawa em 1935, trazendo uma explicação sobre as forças nucleares de curto alcance que agiam entre os núcleons (YUKAWA, 1935). Nesse estudo, Yukawa postulou a existência de uma partícula com $m \approx 200$ MeV, que ficou conhecida como partícula de Yukawa denominada posteriormente de méson π ou pión. Após a publicação do trabalho de Yukawa, a busca pela identificação experimental do pión foi muito intensa e muitas outras partículas foram identificadas. Em 1947, Lattes, Occhialini e Powell, no laboratório da Universidade de Bristol, confirmaram a existência do méson π com a mesma massa prevista por Yukawa (LATTES, OCCHIALINI e POWELL, 1947). Eles identificaram as primeiras evidências em emulsões nucleares fotográficas do pión decaindo

¹O *Particle Data Group* (PDG) é uma colaboração internacional de pesquisadores que reúne, cataloga e disponibiliza informações teóricas e experimentais sobre as propriedades das partículas e interações fundamentais. As tabelas com as propriedades das ressonâncias mesônicas e bariônicas estão disponíveis em <https://pdg.lbl.gov/>.

em um méson μ mono-energético e uma partícula neutra identificada posteriormente como o neutrino muônico. Assim, o Nobel de física de 1949 foi atribuído ao Yukawa pela previsão do pión (THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS 1949).

O avanço no campo experimental na década de 1950 proveniente do uso de acelerador de partículas levou a um aumento considerável de partículas identificadas experimentalmente: π^0 , $K^\pm$, Λ , K^0 , Δ^{++} , Ξ^- , $\Sigma^\pm$, $\bar{\nu}_e$, $\bar{p}$, $K^\pm$, $K_{L,S}$, $\bar{n}$, Σ^0 , $\bar{\Lambda}$, Ξ^0 , dentre outras. Ao final da década de 1950, intensificou-se a busca por uma maneira de organizar e classificar as inúmeras partículas da matéria já identificadas, como realizado por Mendeleev para os elementos químicos. O esforço realizado por vários cientistas ao redor do mundo na segunda metade do século 20 levou ao desenvolvimento de uma teoria denominada atualmente Modelo Padrão, que descreve as partículas constituintes da matéria e suas interações.

1.1.2 As forças fundamentais da natureza e as partículas fundamentais

O Modelo Padrão descreve as interações entre as partículas por meio de quatro forças fundamentais classificadas por meio de suas intensidades, sendo elas as forças forte, eletromagnética, fraca e gravitacional. As outras forças bastantes conhecidas como elástica, intermolecular, interatômicas, interiônica, de atrito, de viscosidade, dentre outras, são casos particulares ou resultantes das quatro forças fundamentais. Segundo o modelo, existe para cada interação fundamental uma carga capaz de criar um campo que exerce uma força com o mesmo nome da interação. A ideia é análoga à de um corpo com massa que cria em torno de si um campo gravitacional que exerce uma força sobre outro corpo massivo e vice-versa. Os bósons de calibre (Figura 1) também conhecidos como partículas de força ou mediadoras ou virtuais são os responsáveis por transmitir as interações fundamentais. Assim, partículas com carga elétrica interagem por meio da força eletromagnética trocando fótons, partículas com carga cor interagem por meio da força forte trocando glúons, partículas com carga fraca interagem por meio da força fraca trocando bósons W e Z e partículas com carga massa interagem por meio da força gravitacional trocando grávitons.

Figura 1 – Modelo Padrão das partículas elementares

Three Generations of Matter (Fermions)				
	I	II	III	
mass→	3 MeV	1.24 GeV	172.5 GeV	0
charge→	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0
spin→	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
name→	u up	c charm	t top	γ photon
Quarks	6 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ d down	95 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ s strange	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ b bottom	125.7 GeV 0 0 H Higgs
				0 0 0 G Graviton
Leptons	<2 eV 0 $\frac{1}{2}$ ν_e electron neutrino	<0.19 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_μ muon neutrino	<18.2 MeV 0 $\frac{1}{2}$ ν_τ tau neutrino	90.2 GeV 0 1 Z⁰ weak force
	0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e electron	106 MeV -1 $\frac{1}{2}$ μ muon	1.78 GeV -1 $\frac{1}{2}$ τ tau	80.4 GeV ±1 1 W[±] weak force
				Bosons (Forces)

Fonte: (KAZAKOV, 2014)

As propriedades dos bósons de calibre definem as características de cada interação fundamental como sua intensidade e alcance. Por exemplo, a força eletromagnética tem alcance infinito, pois o fóton possui massa igual a zero. Por sua vez, os bósons de calibre W^+ , W^- e Z^0 , que transmitem a força fraca, têm massas elevadas da ordem de 80 ~ 90 GeV, acarretando um curto alcance para a força fraca. Na análise da intensidade relativa das interações, é importante destacar que o âmbito dessas interações pode variar muito, de modo que em um determinado domínio uma certa interação seja irrelevante. Nesse aspecto, embora tenha alcance infinito, a força gravitacional não é sentida no domínio subatômico, uma vez que ela é muito mais fraca do que as outras. Assim, ela pode ser desprezada no estudo de física de partículas de alta energia (ENDLER, 2010). Portanto, nem todas as partículas possuem as quatro cargas e experimentam as quatro interações fundamentais.

De acordo com o Modelo Padrão, a matéria é constituída de partículas elementares denominadas léptons e quarks, as quais possuem spin intrínseco semi-inteiro, sendo classificadas como férmions. Por sua vez, as partículas que transmitem as forças fundamentais, os bósons de calibre, têm spin inteiro e obedecem à estatística de Bose-Einstein. Até o momento, foi observada a existência de doze tipos de partículas fundamentais, os léptons elétron (e), neutrino do elétron (ν_e), múon (μ), neutrino do múon (ν_μ) tau (τ) e

neutrino do tau (ν_τ) e os seis sabores ou tipos de quarks up (u), down (d), charm (c), strange (s), bottom (b) e top (t) (Figura 1). O lépton mais conhecido é o elétron que compõe a estrutura atômica juntamente com os núcleons prótons e nêutrons, partículas constituídas pelos dois quarks mais famosos, u e d . Considerando que os léptons e quarks existam aos pares, acredita-se que a quantidade dessas partículas seja par e não há evidências para que existam outros tipos de léptons e quarks (HALZEN e MARTIN, 1984).

Além das propriedades massa, carga e spin, as partículas elementares podem apresentar os números quânticos isospin e cor. Estas propriedades são importantes pois descrevem como as partículas podem interagir entre si. Por exemplo, os quarks possuem as propriedades cor, carga elétrica e isospin, por isso, podem ser acoplados aos glúons, fótons e bósons W^+ , W^- e Z^0 , interagindo por meio das forças forte, eletromagnética e fraca. Todos os léptons possuem isospin e são sujeitos à interação fraca, contudo apenas aqueles que têm carga elétrica podem interagir eletromagneticamente. Esta interação é responsável por manter prótons e elétrons unidos dentro dos átomos. As únicas partículas que possuem cor são os quarks e o glúon, portanto, são as únicas que podem interagir por meio da interação forte. Todas as partículas massivas adquirem suas massas pelo acoplamento com o bóson de Higgs H . Por fim, todas as energias são acopladas com o campo do bóson gráviton G , partícula mediadora da força gravitacional. Vale observar que, o gráviton ainda não foi detectado experimentalmente, embora, no início de 2016, tenham sido detectadas pela primeira vez as ondas gravitacionais (ABBOTT, 2016). Esta observação lança luz sobre a compreensão da força da gravidade e sua quantização, que ainda está sob forte discussão na comunidade científica.

O Modelo Padrão considera que para cada partícula existe uma antipartícula com massa e spin iguais às partículas originais, mas com cargas opostas. Por exemplo, o antielétron, mais conhecido como pósitron, possui a mesma massa e spin do elétron, mas tem carga positiva. As partículas neutras, como fóton e nêutron, são as suas próprias antipartículas. Embora já detectada experimentalmente, a antimatéria é raramente encontrada na natureza, ao contrário da matéria comum. A assimetria na proporção matéria/antimatéria é uma das questões em aberto que o Modelo Padrão não consegue explicar.

O Modelo Padrão tem sido extremamente bem-sucedido em descrever as interações fundamentais e passou por vários testes de grande precisão, inclusive prevendo teoricamente inúmeras partículas. Recentemente, o modelo ganhou ainda mais credibilidade com a identificação experimental do quark top (1995), do neutrino (2000) e do bóson de Higgs

(2012), este responsável pela quebra de simetria eletrofraca (ABE, 1995), (ABACHI, 1995), (KODAMA, 2001), (CHATRCHYAN, 2012), (AAD, 2012).

Mesmo diante de todo o sucesso e apesar de ter passado por uma enorme quantidade de testes experimentais, o Modelo Padrão ainda não consegue explicar algumas questões em aberto e alguns resultados experimentais que surgiram ao longo dos anos, sobretudo com o aumento do limite experimental. Mesmo assim, o Modelo Padrão é um referencial teórico valioso e importante na física moderna capaz de descrever as partículas fundamentais que constituem a matéria. Portanto, utilizaremos seus conceitos como base na discussão sobre o Modelo de Quarks apresentada na próxima seção.

1.2 MODELO DE QUARKS

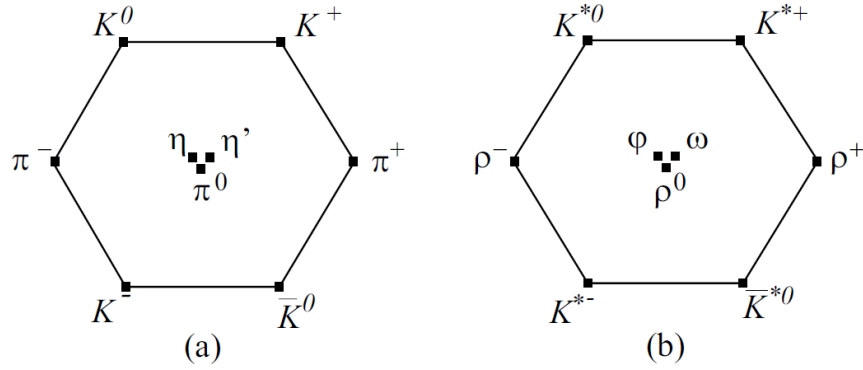
O Modelo de Quarks é um conjunto de ideias desenvolvido nas décadas de 1950 e 1960 com a finalidade de descrever e classificar as inúmeras partículas identificadas experimentalmente. A teoria descreve os mésons como estados ligados quark-antiquark ($q\bar{q}$) e os bárions como estados ligados de três quarks (qqq) ou três antiquarks ($\bar{q}\bar{q}\bar{q}$). Em conjunto com a cromodinâmica quântica ou QCD, a teoria que descreve a interação forte, o modelo reproduz muitas das propriedades dos hádrons. Assim, o Modelo de Quarks também é definido como um conjunto de ideias que descreve as propriedades hadrônicas enfatizando o papel da interação forte sobre os quarks e sobre a função de onda de um hádron (PDG, 2020). Atualmente, a teoria da interação forte é um dos pilares do Modelo Padrão das partículas elementares, sendo uma das abordagens mais empregadas na classificação das ressonâncias mesônicas e bariônicas.

1.2.1 Organização dos mésons

A simetria de isospin $SU(3)$ é muito útil para descrever os mésons e bárions leves. Como apenas uma função de onda de cor é possível para um estado $q\bar{q}$ e considerando a combinação dos três sabores de quarks u , d e s com seus antiquarks existem um total de nove mésons previstos pelo Modelo de Quarks. A interação entre três sabores de quarks descrita por meio do grupo de simetria $SU(3)$ gera um octeto de estados simétricos e um singlete anti-simétrico (Figura 2). Os estados da borda do octeto são definidos exclusivamente em termo

do seu conteúdo de sabor, enquanto aqueles do centro e o estado singlete todos com $I_3 = Y = 0$ são combinações lineares dos estados $|u\bar{u}\rangle$, $|d\bar{d}\rangle$ e $|s\bar{s}\rangle$.

Figura 2 – Multipletos com $L = 0$ dos mésons pseudoescalares $J^{PC} = 0^{-+}$ (a) e vetoriais $J^{PC} = 1^{-}$ (b)



Fonte: (GRIFFITHS, 2008).

A partir da combinação da simetria de sabor $SU(3)$ com a cor e o estado de spin dos quarks, é possível descrever a função de onda dos mésons por meio da expressão (GRIFFITHS, 2008)

$$\psi(meson) = \psi(sabor)\psi(cor)\psi(spin)\psi(espaco), \quad (1)$$

que também depende da parte espacial do sistema. Para cada estado de sabor, dois estados de spin são possíveis, $S = 0$ (spin emparelhados) e $S = 1$ (spins não emparelhados). Considerando que o momento angular total J pode assumir valores $|L - S| < J < |L + S|$, são possíveis os multipletos com $J^{PC} = 0^{-+}$ e $J^{PC} = 1^{-}$ para os estados fundamentais mesônicos com $L = 0$. Esses multipletos agrupam os mésons pseudoescalares e vetoriais, respectivamente. Nota-se que os mésons vetoriais são interpretados como estados excitados de spins dos mésons pseudoescalares. Para os mésons, a relação da paridade P e conjugação de carga C com os números quântico L e S são, respectivamente, $P = (-1)^{L+1}$ e $C = (-1)^{L+S}$.

Com a simetria de sabor $SU(3)$ combinada à cor dos quarks, apenas o multipletto com $J^{PC} = 0^{-+}$ é previsto pelo Modelo de Quarks, por isso, a importância em considerar o spin dos quarks e a parte espacial do sistema na função de onda que descreve os mésons. Assim, a quantidade de estados previstos pelo modelo aumenta consideravelmente, sobretudo devido à inclusão da parte espacial na função de onda que permite considerar também os estados excitados orbitais e radiais dos mésons. Inicialmente, as configurações mais baixas do

modelo foram associadas às partículas mais leves, ou seja, os mésons pseudoescalares e vetoriais. Os estados orbitais e radiais excitados foram sendo associados às partículas identificadas ao longo dos anos. Experimentalmente, esses estados são observados como ressonâncias, pois decaem via interação forte com tempo de meia-vida $\leq 10^{-20} \text{s}$ e, apesar disso, o modelo os considera como estados ligados (SILVA e NATTI, 2007). Ao contrário das ressonâncias, os mésons mais estáveis, como π , K e η , decaem por interação fraca e eletromagnética com tempo de meia-vida bem maiores do que as ressonâncias.

Como qualquer sistema quântico, os estados $q\bar{q}$ apresentam níveis de energia discretos, correspondendo aos diferentes estados excitados dos mésons (Tabela 1). A notação espectroscópica $n^{2S+1}L_J$ é comumente utilizada para classificar os mésons e suas ressonâncias em multipletos, sendo n o número quântico radial, $2S + 1$ a multiplicidade, L o momento angular orbital e J o momento angular total. Na espectroscopia, o momento angular orbital $L = 0$ é representado pelo orbital S, que é diferente do spin S . Na mesma linha, para representar o estado com $L = 1$, utiliza-se o orbital P, com $L = 2$ o orbital D, com $L = 3$ o orbital F e assim por diante. A Tabela 1 apresenta os mésons classificados de acordo com seu isospin total I . Aqueles que possuem apenas os sabores u e d em sua composição tem $I = 1$ e os que possuem o quark s juntamente com um dos quarks u ou d tem $I = 1/2$. O méson f e f' listado na tabela são misturas dos estados $|u\bar{u}\rangle$, $|d\bar{d}\rangle$ e $|s\bar{s}\rangle$, por isso, eles têm $I = 0$. Uma descrição completa sobre os estados misturados é apresentada na ref. (PDG, 2020).

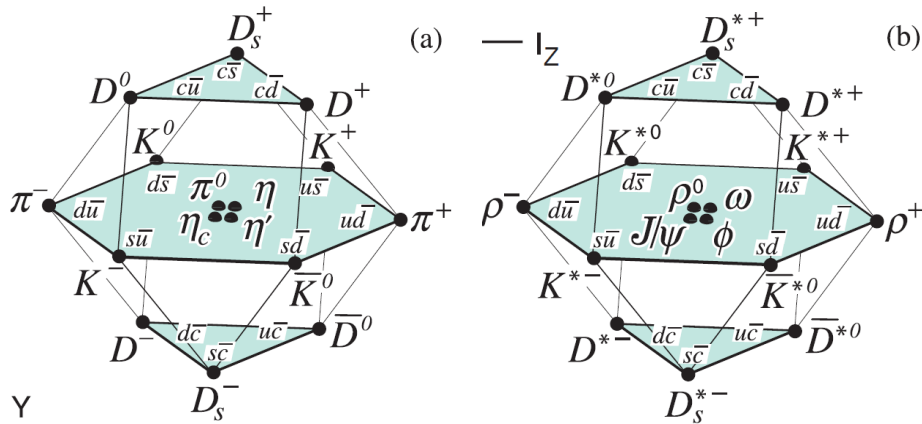
Nota-se, na Tabela 1, que as ressonâncias $b_1(1235)$ e $\pi_2(1670)$, classificadas respectivamente como estados 1^1P_1 e 1^1D_2 , são interpretadas pelo Modelo de Quarks como excitações orbitais do méson π (estado 1^1S_0). Por outro lado, a ressonância $\pi(1300)$ associada ao estado 2^1S_0 , é descrita como uma excitação radial do méson π . Todos os números quânticos de uma partícula são iguais aos de suas ressonâncias, exceto o momento angular orbital e o número radial. O méson ρ tem a mesma configuração quarkônica do méson π , entretanto os seus quarks têm spin não emparelhados ($S = 1$), por isso, ele é classificado como estado 1^3S_1 tendo multiplicidade $2S + 1 = 3$. Assim como se observa para o méson π , verifica-se para o méson ρ as ressonâncias orbitais $a_2(1320)$ (estado 1^3P_2) e $\rho_3(1690)$ (estado 1^3D_2), bem como a ressonância radial $\rho(1450)$ (estado 2^3S_1). Os estados radiais e orbitais dos outros mésons leves também estão listados na Tabela 1.

Tabela 1 – Mésons leves experimentais e suas atribuições sugeridas pelo Modelo de Quarks

$n^{2s+1}l_j$	J^{PC}	$I = 1$ $u\bar{d}, u\bar{d},$ $\frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u})$	$I = \frac{1}{2}$ $u\bar{s}, d\bar{s};$ $\bar{d}s, \bar{u}s;$	$I = 0$ f'	$I = 0$ f
1^1S_0	0^{-+}	π	K	η	$\eta'(958)$
1^3S_1	1^{--}	$\rho(770)$	$K^*(892)$	$\Phi(1020)$	$\omega(782)$
1^1P_1	1^{+-}	$b_1(1235)$	K_{1B}	$h_1(1415)$	$h_1(1170)$
1^3P_0	0^{++}	$a_0(1450)$	$K_0^*(1430)$	$f_0(1710)$	$f_0(1370)$
1^3P_1	1^{++}	$a_1(1260)$	K_{1A}	$f_1(1420)$	$f_1(1285)$
1^3P_2	2^{++}	$a_2(1320)$	$K_2^*(1430)$	$f'_2(1525)$	$f_2(1270)$
1^1D_2	2^{-+}	$\pi_2(1670)$	$K_2(1770)$	$\eta_2(1870)$	$\eta_2(1645)$
1^3D_1	1^{--}	$p(1700)$	$K^*(1680)$		$\omega(1650)$
1^3D_2	2^{--}		$K_2(1820)$		
1^3D_3	3^{--}	$p_3(1690)$	$K_3^*(1780)$	$\phi_3(1850)$	$\omega_3(1670)$
1^3F_4	4^{++}	$a_4(1970)$	$K_4^*(2045)$	$f_4(2300)$	$f_4(2050)$
1^3G_5	5^{--}	$p_5(2350)$	$K_5^*(2380)$		
2^1S_0	0^{-+}	$\pi(1300)$	$K(1460)$	$\eta(1475)$	$\eta(1295)$
2^3S_1	1^{--}	$\rho(1450)$	$K^*(1410)$	$\Phi(1680)$	$\omega(1420)$
2^3P_1	1^{++}	$a_1(1640)$			
2^3P_2	2^{++}	$a_2(1700)$	$K_2^*(1980)$	$f_2(1950)$	$f_2(1640)$

Fonte: adaptada da ref. (PDG, 2020).

A Tabela 1 apresenta os mésons leves, ou seja, aqueles que possuem apenas os quarks u , d e s . A inclusão do quark c requer ampliar a simetria de sabor SU(3) para SU(4) resultando em 16 estados mesônicos que são agrupados dentro de um 15-pleto e um singleto. A representação gráfica dos multipletos da simetria de sabor SU(4) com os 16 estados mesônicos é mostrada na Figura 3. Vale observar que, nessa figura, estão representados os mésons pseudoescalares e vetoriais, uma vez que a simetria SU(4) também os acomoda.

Figura 3 – Multipletos SU(4) com $L = 0$ dos mésons pseudoescalares (a) e vetoriais (b)

Fonte: (PDG, 2020).

Os mésons com quark c e suas ressonâncias identificadas experimentalmente com J^{PC} bem estabelecidos na literatura estão listadas na Tabela 2 juntamente com as atribuições do Modelo de Quarks.

Tabela 2 – Mésons com quark c observados e as atribuições sugeridas pelo Modelo de Quarks

$n^{2s+1}l_j$	J^{PC}	$I = 0$ $c\bar{c}$	$I = \frac{1}{2}$ $c\bar{u}, cd; \bar{c}u, \bar{c}d$	$I = 0$ $c\bar{s}; \bar{c}s$
1^1S_0	0^{-+}	$\eta_c(1S)$	D	$D_s^\pm$
1^3S_1	1^{--}	$J/\psi(1S)$	D^*	$D_s^{*\pm}$
1^3P_0	0^{++}	$X_{c0}(1P)$	$D_0^*(2300)$	$D_{s0}^*(2317)^\pm$
1^3P_1	1^{++}	$X_{c1}(1P)$	$D_1(2430)$	$D_{s1}(2460)^\pm$
1^1P_1	1^{+-}	$h_c(1P)$	$D_1(2420)$	$D_{s1}(2536)^\pm$
1^3P_2	2^{++}	$X_{c2}(1P)$	$D_2^*(2460)$	$D_{s2}^*(2573)$
2^1S_0	0^{-+}	$\eta_c(2S)$		
2^3S_1	1^{--}	$\psi(2S)$		$D_{s1}^*(2700)^\pm$
1^3D_1	1^{--}	$\psi(3770)$		$D_{s1}^*(2860)^\pm$
1^3D_2	2^{--}	$\psi_2(3823)$		
2^3P_J	$0,1^{++}$	$X_{c0}(3860)$		
	2^{++}	$X_{c2}(3930)$		
3^3S_1	1^{--}	$\psi(4040)$		
2^3D_1	1^{--}	$\psi(4160)$		
4^3S_1	1^{--}	$\psi(4415)$		
1^3D_3	3^{--}		$D_3^*(2750)$	$D_{s3}^*(2860)^\pm$

Fonte: (PDG, 2020).

As ressonâncias dos mésons com quark c também são descritas pelo Modelo de Quarks como excitações orbitais e radiais de suas partículas. A ressonância $D_1(2420)$, associada ao estado 1^1P_1 , é interpretada como excitação orbital do méson D (estado 1^1S_0), igualmente observado para $D_{s1}(2536)^\pm$ (estado 1^1P_1), que é interpretado como ressonância orbital da partícula $D_s^\pm$. O número menor de ressonâncias com quark c nos multipletos com relação ao multipletos dos quarks leves é devido à escassez de dados no campo experimental. Nessa linha, o número de ressonância é ainda menor para os mésons que possuem o quark b em sua constituição, conforme mostrado na Tabela 3, que lista mésons B com J^{PC} bem estabelecido na literatura.

Tabela 3 – Mésons com quark b observados e as atribuições sugeridas pelo Modelo de Quarks

$n^{2s+1}l_j$	J^{PC}	$I = 0$ $b\bar{b}$	$I = \frac{1}{2}$ $b\bar{u}, bd; \bar{b}u, \bar{b}d$	$I = 0$ $b\bar{s}; \bar{b}s$	$I = 0$ $b\bar{c}; \bar{b}c$
1^1S_0	0^{-+}	$\eta_b(1S)$	B	B_s^0	$B_c^\pm$
1^3S_1	1^{--}	$Y(1S)$	B^*	B_s^*	
1^3P_0	0^{++}	$X_{b0}(1P)$			
1^3P_1	1^{++}	$X_{b1}(1P)$			
1^1P_1	1^{+-}	$h_b(1P)$	$B_1(5721)$	$B_{s1}(5830)^0$	
1^3P_2	2^{++}	$X_{b2}(1P)$	$B_2^*(5747)$	$D_{s2}^*(5840)^0$	
2^1S_0	0^{-+}	$\eta_b(2S)$			$B_c(2S)^\pm$
2^3S_1	1^{--}	$Y(2S)$			$B_c^*(2S)^\pm$
1^3D_2	2^{--}	$Y_2(1D)$			
2^3P_J	$0,1,2^{++}$	$X_{b0,1,2}(2P)$			
2^1P_1	1^{+-}	$h_b(2P)$			
3^3S_1	1^{--}	$Y(3S)$			
3^3P_J	$0,1,2^{++}$	$X_{b1,2}(3P)$			
4^3S_1	1^{--}	$Y(4S)$			

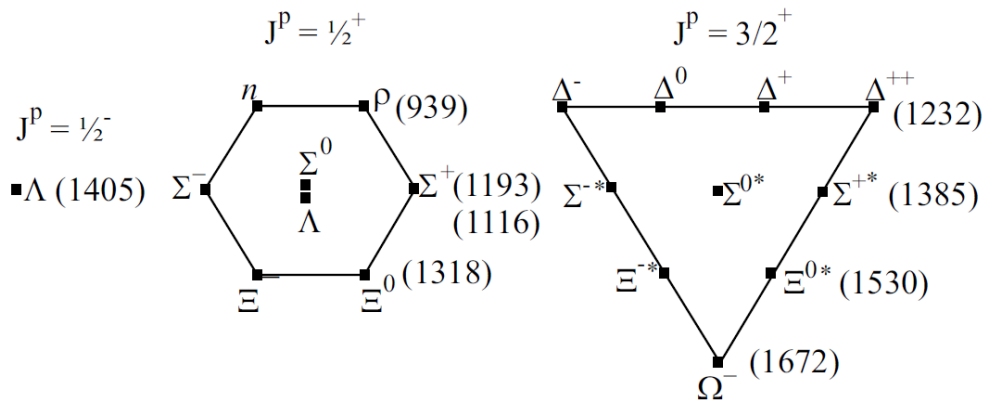
Fonte (PDG, 2020).

Os espaços vazios das Tabelas 1, 2 e 3 são estados previstos pelo Modelo de Quarks que ainda não foram associados às ressonâncias experimentais. Além disso, essas Tabelas listam apenas os estados com baixos números quânticos previsto pelo Modelo de Quarks, contudo o modelo prevê muito mais estados com número quânticos maiores. Tais estados podem ser atribuídos às ressonâncias agrupadas na lista resumida do PDG (ver seção 1.3) e/ou às novas ressonâncias. Uma ressonância, ao ser identificada, poderá ser incluída na lista resumida do PDG dependendo do nível de informação experimental disponível. Em seguida, inicia-se uma discussão em paralelo sobre a confirmação experimental da ressonância e sobre a qual estado previsto pelo Modelo de Quarks ela será associada. Essas atribuições são foco de muita discussão científica e somente depois do amplo aceite entre os pesquisadores são incluídas na lista de atribuições do PDG. Encontram-se, na literatura, vários trabalhos que, além de trazerem atribuições já consolidadas e listadas no PDG, também sugerem novas atribuições para as ressonâncias ainda sem estado associado e discutem questões em aberto (TANG e NORBURY, 2000), (CHEN, 2018a), (CHEN, 2018b), (CHEN, 2018c).

1.2.2 Organização dos bárions

Os bárions são descritos pelo modelo de quark como estados ligados qqq . Considerando os três sabores de quarks u , d e s , existe um total de 27 estados bariônicos leves previstos pelo modelo, os quais são agrupados em multipletos construídos a partir da simetria de sabor $SU(3)$. A combinação entre três sabores de quarks nesta simetria fornece um decuplete totalmente simétrico, sendo dois octetos de simetria mista e um estado singlete totalmente antissimétrico. Na Figura 4 são mostradas as partículas representadas graficamente em multipletos da simetria $SU(3)$ usando a hipercarga Y em função da projeção do isospin I_3 . O procedimento aprofundado sobre a construção dos estados quânticos dos multipletos da simetria de sabor $SU(3)$ é apresentado em (HALZEN e MARTIN, 1984) e (THOMSON, 2013).

Figura 4 – Singlete $J^P = 1/2^-$, octeto $J^P = 1/2^+$ e decuplete $J^P = 3/2^+$ da simetria de sabor $SU(3)$ dos bárions com $L = 0$



Fonte: (SILVA e NATTI, 2007).

A função de onda que descreve os bárions considera, além da simetria de sabor $SU(3)$ e a cor dos quarks, o estado de spin e a parte espacial do sistema, sendo definida como

$$\psi(\text{bárion}) = \psi(\text{sabor})\psi(\text{cor})\psi(\text{spin})\psi(\text{espaço}). \quad (2)$$

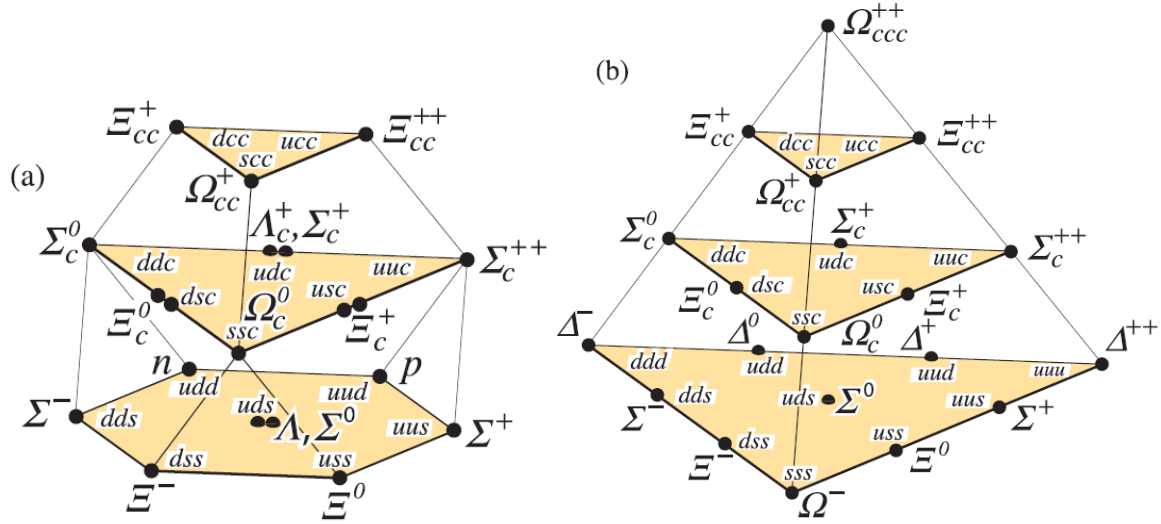
Considerando que cada quark tem spin intrínseco $S = 1/2$, para os bárions, são possíveis dois estados de spin total: $S = 1/2$ (um par de spins emparelhados e um spin desemparelhado) e $S = 3/2$ (três spins desemparelhados). Assim, nos multipletos com momento angular orbital L

$= 0$, são agrupados estados com $J^P = 1/2^+$ e $J^P = 3/2^+$. Para os bárions, a paridade P é expressa pela relação $P = (-1)^L$, sendo L o momento angular orbital. As partículas agrupadas no octeto $J^P = 1/2^+$ são consideradas estados fundamentais dos bárions e aquelas agrupadas nos demais multipletos são interpretadas como estados excitados de spin e/ou momento angular orbital das partículas fundamentais. Por exemplo, a ressonância $\Lambda(1405)$ classificada no singlete $J^P = 1/2^-$ é descrita como estado excitado orbital ($L = 1$) de Λ . As partículas do decuplete $J^P = 3/2^+$ são descritas como excitações de spin das partículas que compõem o octeto fundamental como a partícula Δ^0 que possui a mesma configuração quarkônica do nêutron, contudo tem $S = 3/2$. O mesmo comportamento ocorre entre a partícula Δ^+ ($S = 3/2$) e o próton ($S = 1/2$). O octeto $J^P = 3/2^-$ não está representado na Figura 4, pois suas partículas são descritas como excitações de spin e do momento angular orbital das partículas do octeto fundamental. Na verdade, elas são ressonâncias das partículas fundamentais, por isso, convenientemente, costumam não ser representadas nos textos que tratam sobre a classificação dos bárions.

Para descrever os bárions que possuem o quark c em sua estrutura interna, é necessário estender a simetria de sabor $SU(3)$ para $SU(4)$. A combinação de quatro sabores de quarks em uma simetria $SU(4)$ resulta em 64 estados bariônicos possíveis distribuídos em quatro multipletos: um 20-pleto completamente simétrico, dois 20-pletos de simetria mista e um quarteto completamente antissimétrico. A construção e identificação dos 64 estados é um procedimento bastante trabalhoso requerendo a utilização de técnicas elegantes da teoria de grupos, como o método das tabelas de Young (SILVA e NATTI, 2007). Este método permite determinar as representações para as simetrias $SU(N)$ de forma rápida e elegante, sendo N o número de sabores de quarks.

A Figura 5a apresenta o 20-pleto da simetria de sabor $SU(4)$ com $J^P = 1/2^+$ e $L = 0$ que possui como nível inferior o octeto $SU(3)$ $J^P = 1/2^+$, constituído de próton e nêutron. O 20-pleto $SU(4)$ $J^P = 3/2^+$ e $L = 0$, que acomoda o decuplete $SU(3)$ $J^P = 3/2^+$ composto pela partícula $\Delta(1232)$, está representado na Figura 5b. Os estados desta figura são descritos como excitações de spin das partículas classificadas no 20-plet com $J^P = 1/2^+$. As partículas dos multipletos não representados na Figura 5 são interpretadas como excitações orbitais e/ou radiais daquelas agrupadas nos 20-pletos com $J^P = 1/2^+$ e $3/2^+$. Uma discussão aprofundada sobre os bárions constituídos do quark c é apresentada na ref. (PDG, 2020).

Figura 5 – Multipletos SU(4) com $L = 0$ dos bárions com $J^P = 1/2^+$ (a) e $3/2^+$ (b)



Fonte: (PDG, 2020).

Os multipletos dos bárions constituídos do quark b podem ser construídos por meio da substituição do quark c nos multipletos da Figura 5 ou podem ser incorporados à simetria de sabor SU(5). Esta simetria permite descrever a interação dos cinco sabores de quark. A existência de mésons e bárions que contêm o quark t é improvável devido ao seu curto tempo de vida (PDG, 2020).

A utilização da simetria de sabor SU(3) para descrever os bárions leves não tem sido suficiente para acomodar as inúmeras ressonâncias bariônicas identificadas experimentalmente ao longo dos anos. A fim de expandir a capacidade do modelo de quark, utiliza-se a simetria de sabor-spin SU(6) para descrever as ressonâncias como estados excitados dos bárions. Essa simetria considera a combinação entre três sabores de quarks com dois estados de spins ($d\uparrow$, $d\downarrow$, $u\uparrow$, $u\downarrow$, $s\uparrow$, $s\downarrow$), resultando em 216 estados possíveis, os quais são distribuídos em um 56-pleto totalmente simétrico (56_S), dois 70-pletos de simetria mista (70_M) e um 20-pleto totalmente antissimétrico (20_A) (PDG, 2020). O octeto SU(3) $J^P = 1/2^+$, que contém os núcleons, e o decuplo SU(3) $J^P = 3/2^+$, que contém a partícula $\Delta(1232)$, formam juntos o 56-pleto SU(6) com momento angular orbital $L = 0$, portanto, ele é considerado como estado fundamental do espectro bariônico. Assim, as partículas classificadas no 70-pleto e no 20-pleto são interpretadas como excitações daquelas agrupadas no 56-pleto (PDG, 2020).

Os estados bariônicos com $L > 0$ são descritos por meio de supermultipletos de simetria $SU(6) \otimes O(3)$, que considera também o momento angular orbital do bárion. Assim,

o modelo de quark consegue acomodar ainda mais estados. A Tabela 4 lista os bárions e suas ressonâncias bem estabelecidas considerando os critérios do PDG e os respectivos estados atribuídos pelo Modelo de Quarks.

Tabela 4 – Atribuições do modelo de quark em termos da simetria $SU(6) \otimes O(3)$ para os bárions e suas ressonâncias contidos nos multipletos $SU(3)$

J^P	(D, L_N^P)	s	Membros do octeto				Singletos
$1/2^+$	$(56, 0_0^+)$	1/2	N(939)	$\Lambda(1116)$	$\Sigma(1193)$	$\Xi(1318)$	
$1/2^+$	$(56, 0_2^+)$	1/2	N(1440)	$\Lambda(1600)$	$\Sigma(1660)$	$\Xi(1560)$	
$1/2^-$	$(70, 1_1^-)$	1/2	N(1535)	$\Lambda(1670)$	$\Sigma(1620)$	$\Xi(?)$	$\Lambda(1405)$
					$\Sigma(1560)$		
$3/2^-$	$(70, 1_1^-)$	1/2	N(1520)	$\Lambda(1690)$	$\Sigma(1670)$	$\Xi(1820)$	$\Lambda(1520)$
$1/2^-$	$(70, 1_1^-)$	3/2	N(1650)	$\Lambda(1800)$	$\Sigma(1750)$	$\Xi(?)$	
					$\Sigma(1620)$		
$3/2^-$	$(70, 1_1^-)$	3/2	N(1700)	$\Lambda(?)$	$\Sigma(1940)$	$\Xi(?)$	
$5/2^-$	$(70, 1_1^-)$	3/2	N(1675)	$\Lambda(1830)$	$\Sigma(1775)$	$\Xi(1950)$	
$1/2^+$	$(70, 0_2^+)$	1/2	N(1710)	$\Lambda(1810)$	$\Sigma(1880)$	$\Xi(?)$	$\Lambda(1810)$
$3/2^+$	$(56, 2_2^+)$	1/2	N(1720)	$\Lambda(1890)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	
$5/2^+$	$(56, 2_2^+)$	1/2	N(1680)	$\Lambda(1820)$	$\Sigma(1915)$	$\Xi(2030)$	
$7/2^-$	$(70, 3_3^-)$	1/2	N(2190)	$\Lambda(?)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	$\Lambda(2100)$
$9/2^-$	$(70, 3_3^-)$	3/2	N(2250)	$\Lambda(?)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	
$9/2^+$	$(56, 4_4^+)$	1/2	N(2220)	$\Lambda(2350)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	
Membros do decuplete							
$3/2^+$	$(56, 0_0^+)$	3/2	$\Delta(1232)$	$\Sigma(1385)$	$\Xi(1530)$	$\Omega(1672)$	
$3/2^+$	$(56, 0_2^+)$	3/2	$\Delta(1600)$	$\Sigma(1690)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$	
$1/2^-$	$(70, 1_1^-)$	1/2	$\Delta(1620)$	$\Sigma(1750)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$	
$3/2^-$	$(70, 1_1^-)$	1/2	$\Delta(1700)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$	
$5/2^+$	$(56, 2_2^+)$	3/2	$\Delta(1905)$	$\Sigma(?)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$	
$7/2^+$	$(56, 2_2^+)$	3/2	$\Delta(1950)$	$\Sigma(2030)$	$\Xi(?)$	$\Omega(?)$	
$3/2^+$	$(56, 0_0^+)$	3/2	$\Delta(1232)$	$\Sigma(1385)$	$\Xi(1530)$	$\Omega(1672)$	

Fonte: adaptada da ref. (PDG, 2020).

Cada estado ou supermultiplete é especificado por meio da notação espectroscópica (D, L_N^P) , sendo D a dimensionalidade da simetria $SU(6)$, L o momento angular orbital, P a paridade e N o número de quanta de excitação. Vale observar que este N é diferente do número quântico radial n . Cada banda N contém um número específico de supermultipletos. Por exemplo, para $N = 0$, tem-se o supermultiplete fundamental do espectro bariônico $(56, 0_0^+)$ associado aos núcleons $J^P = 1/2^+$ contidos no octeto $SU(3)$, à partícula $\Delta(1232)$ $J^P = 3/2^+$ contida no decuplete $SU(3)$ e aos demais bárions fundamentais contidos em ambos os multipletos $SU(3)$. A banda de excitação $N = 1$ consiste apenas do supermultiplete $(70, 1_1^-)$,

que é associado aos bárions com paridade negativa com massa abaixo de 1900 MeV como a ressonância $\Lambda(1405)$ $J^P = 1/2^-$ contida no singleto SU(3). A banda $N = 2$ contém cinco supermultipletos: $(56, 0_2^+)$, $(70, 0_2^+)$, $(56, 2_2^+)$, $(70, 2_2^+)$ e $(20, 1_2^+)$. A ressonância $N(1440)$ $J^P = 1/2^+$ é classificada na segunda banda de excitação de próton e nêutron, sendo atribuída ao estado $(56, 0_2^+)$.

As atribuições apresentadas na Tabela 4 são bem estabelecidas até a primeira banda de excitação. A partir da segunda, as atribuições estão em processo de consolidação que depende do avanço das pesquisas no campo teórico e experimental sobre o espectro bariônico. Os campos vazios são estados não permitidos pelo Modelo de Quarks e os estados grifados com interrogação ainda não foram atribuídos às ressonâncias identificadas experimentalmente. Notam-se muitos estados sem atribuições, indicando a necessidade de avanços na área de física de partículas a fim de elucidar essas questões em aberto. Melde, Plessas e Sengl (MELDE, PLESSAS e SENGL, 2008) apresentam sugestões de atribuições dos estados classificados nos supermultipletos com $N > 1$. Klempt e Richard (KLEMPPT e RICHARD, 2010) fazem uma discussão aprofundada sobre os supermultipletos agrupados até a terceira banda de excitação e sugere algumas atribuições para os supermultipletos da quarta até a sétima banda. Mesmo depois de vários anos, as pesquisas que identificam e classificam as ressonâncias bariônicas são estimulantes e necessárias levando a um grande esforço científico por parte dos pesquisadores.

1.3 RESSONÂNCIAS IDENTIFICADAS NO PDG

O PDG reúne as inúmeras ressonâncias mesônicas observadas até o momento em uma lista resumida (Tabela 5), indicando também os números quânticos quando devidamente identificados. Apenas as ressonâncias indicadas com o símbolo “•” são consideradas bem estabelecidas dentro dos critérios do PDG, ou seja, as informações disponíveis sobre elas são suficientes para os cientistas aceitarem amplamente a sua existência e os valores de seus números quânticos. As ressonâncias sem indicação de símbolo já foram confirmadas, mas ainda carecem de informações experimentais com relação às suas propriedades, inclusive algumas dessas ressonâncias ainda não possuem J^P identificado. Encontra-se, no PDG, uma lista completa com várias informações experimentais disponíveis como massa, decaimentos, tempo de vida, raio de carga e magnético, momento magnético, dentre outros, para cada

partícula apresentada na Tabela 5. As referências de cada informação experimental também são apresentadas na lista completa do PDG.

A terminologia utilizada para representar os mésons consiste em usar os seus símbolos para as partículas mais estáveis e para suas ressonâncias consiste em utilizar, além dos símbolos, as massas aproximadas escritas entre parênteses. Um índice subscrito no símbolo do méson é adicionado para denotar o momento angular total J quando $J > 0$. No caso das ressonâncias sem J^P confirmado, emprega-se o índice J , exceto para as duas ressonâncias da família do méson K, K(1630) e K(3100), que não possuem nenhum índice. Nota-se, na Tabela 5 que a maioria das ressonâncias sem J^P são aquelas que fazem parte do espectro dos hádrons constituídos de quarks mais pesados, já que essa parte do espectro somente começou a ser desvendado mais recentemente.

As ressonâncias com ainda menos informações experimentais disponíveis na literatura são incluídas na seção outros estados do PDG (seção *further states*), sendo omitidas da lista principal (PDG, 2020). A seção apresenta estados observados por um único grupo de pesquisa ou estados mal estabelecidos que, portanto, precisam de confirmação de suas massas e seus números quânticos. Inúmeras ressonâncias estão classificadas na lista outros estados do PDG, inclusive algumas foram identificadas há muito tempo, como X(1110), identificada em 1987 por um único grupo de pesquisa (DAFTARI, GRAY, *et al.*, 1987). Por falta de informação ainda não se sabe a qual família de méson ela pertence. As possibilidades são as famílias do méson f e η , já que X(1110) possui $I^G = 0^+$. A ressonância X(360) observada mais recentemente, em 2009, tem disponível apenas a informação da massa e da conjunção da carga C (ABRAAMYAN, FRIESEN, *et al.*, 2009). Por outro lado, na lista, encontram-se ressonâncias com mais informações disponíveis, como $b_3(2030)$, $\pi(2070)$, $\pi_4(2250)$, $\pi(2360)$, dentre outras. As massas e os números quânticos dessas ressonâncias já estão confirmados, porém, como elas foram observadas por um único grupo de pesquisa (ANISOVICH, BAKER, *et al.*, 2001) e (ANISOVICH, BAKER, *et al.*, 2002), ainda não foram incluídas na lista principal do PDG.

Tabela 5– Lista resumida do PDG com os mésons e suas ressonâncias

LEVES SEM SABOR (S = C = B = 0)		ESTRANHO (S = ±1, C = B = 0)	CHARMED, ESTRANHO (C = S = ±1)	$c\bar{c}$ Continuação
$I^G(J^{PC})$	$I^G(J^{PC})$	$I(J^P)$	$I(J^P)$	$I^G(J^{PC})$
• $\pi^\pm$ 1 ⁻ (0 ⁻)	• $\pi_2(1670)$ 1 ⁻ (2 ⁻⁺)	• $K^\pm$ 1/2(0 ⁻)	• $D_s^\pm$ 0(0 ⁻)	• $\psi(3770)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• π^0 1 ⁻ (0 ⁺)	• $\phi(1680)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)	• K^0 1/2(0 ⁻)	• $D_s^{*\pm}$ 0(? [?])	• $\psi_2(3823)$ 0 ⁻ (2 ⁻ -)
• η 0 ⁺ (0 ⁺)	• $\rho_3(1690)$ 1 ⁺ (3 ⁻ -)	• K_s^0 1/2(0 ⁻)	• $D_{s0}^*(2317)^\pm$ 0(0 ⁺)	• $\psi_3(3842)$ 0 ⁻ (3 ⁻ -)
• $\eta(500)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $\rho(1700)$ 1 ⁺ (1 ⁻ -)	• K_L^0 1/2(0 ⁻)	• $D_{s1}^*(2460)^\pm$ 0(1 ⁺)	• $X_{c0}(3860)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)
• $\rho(770)$ 1 ⁺ (1 ⁻ -)	• $a_2(1700)$ 1 ⁻ (2 ⁺⁺)	• $K_0^*(700)$ 1/2(0 ⁺)	• $D_{s1}^*(2536)^\pm$ 0(1 ⁺)	• $X_{c1}(3872)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)
• $\omega(782)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)	• $f_0(1710)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $K^*(892)$ 1/2(1 ⁻)	• $D_{s2}^*(2573)$ 0(2 ⁺)	• $Z_c(3900)$ 1 ⁺ (1 ⁺⁻)
• $\eta'(958)$ 0 ⁺ (0 ⁺)	• $\eta(1760)$ 0 ⁺ (0 ⁺)	• $K_1(1270)$ 1/2(1 ⁺)	• $D_{s1}^*(2700)^\pm$ 0(1 ⁻)	• $X(3915)$ 0 ⁺ (0/2 ⁺⁺)
• $f_0(980)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $\pi(1800)$ 1 ⁻ (0 ⁺⁺)	• $K_1(1400)$ 1/2(1 ⁺)	• $D_{s1}^*(2860)^\pm$ 0(1 ⁻)	• $X_{c2}(3930)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)
• $a_0(980)$ 1 ⁻ (0 ⁺⁺)	• $f_2(1810)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $K^*(1410)$ 1/2(1 ⁻)	• $D_{s3}^*(2860)^\pm$ 0(3 ⁻)	• $X(3940)$? [?] (? [?])
• $\phi(1020)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)	• $X(1835)$? [?] (0 ⁺)	• $K_0^*(1430)$ 1/2(0 ⁺)	• $D_{sJ}(3040)^\pm$ 0(? [?])	• $X(4020)^\pm$ 1 ⁺ (? [?] -)
• $h_1(1170)$ 0 ⁻ (1 ⁺⁻)	• $\phi_3(1850)$ 0 ⁻ (3 ⁻ -)	• $K_2^*(1430)$ 1/2(2 ⁺)	BOTTOM (B = ±1)	• $\psi(4040)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $b_1(1235)$ 1 ⁺ (1 ⁺⁻)	• $\eta_2(1870)$ 0 ⁺ (2 ⁺)	• $K(1460)$ 1/2(0 ⁻)		• $X(4050)^\pm$ 1 ⁺ (? [?] +
• $a_1(1260)$ 1 ⁻ (1 ⁺⁺)	• $\pi_2(1880)$ 1 ⁻ (2 ⁻ +	• $K_2(1580)$ 1/2(2 ⁻)	• $B^\pm$ 1/2(0 ⁻)	• $X(4055)^\pm$ 1 ⁺ (? [?] -)
• $f_2(1270)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $\rho(1900)$ 1 ⁺ (1 ⁻ -)	• $K(1630)$ 1/2(? [?])	• B^0 1/2(0 ⁻)	• $X(4100)^\pm$ 1 ⁻ (? [?] ?)
• $f_1(1285)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)	• $f_2(1910)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $K_1(1650)$ 1/2(1 ⁺)	• $B^\pm/B^0$	• $X_{c1}(4140)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)
• $\eta(1295)$ 0 ⁺ (0 ⁺)	• $a_0(1950)$ 1 ⁻ (0 ⁺⁺)	• $K^*(1680)$ 1/2(1 ⁻)	• $B^\pm/B^0/B_s^0$	• $\psi(4160)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $\pi(1300)$ 1 ⁻ (0 ⁺)	• $f_2(1950)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $K_2(1770)$ 1/2(2 ⁻)	• B^* 1/2(1 ⁻)	• $X(4160)$? [?] (? [?] ?)
• $a_2(1320)$ 1 ⁻ (2 ⁺⁺)	• $a_4(1970)$ 1 ⁻ (4 ⁺⁺)	• $K_3^*(1780)$ 1/2(3 ⁻)	• $B_1(5721)^+$ 1/2(1 ⁺)	• $Z_c(4200)$ 1 ⁺ (1 ⁺⁻)
• $f_0(1370)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $\rho_3(1990)$ 1 ⁺ (3 ⁻ -)	• $K_2(1820)$ 1/2(2 ⁻)	• $B_1(5721)^0$ 1/2(1 ⁺)	• $\psi(4230)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $\pi_1(1400)$ 1 ⁻ (1 ⁺)	• $\pi_2(2005)$ 1 ⁻ (2 ⁺)	• $K(1830)$ 1/2(0 ⁻)	• $B_f^*(5732)$?(? [?])	• $R_{c0}(4240)$ 1 ⁺ (0 ⁻ -)
• $\eta(1405)$ 0 ⁺ (0 ⁺)	• $f_2(2010)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $K_0^*(1950)$ 1/2(0 ⁺)	• $B_2^*(5747)^+$ 1/2(2 ⁺)	• $X(4250)^\pm$ 1 ⁻ (? [?] +
• $h_1(1415)$ 0 ⁻ (1 ⁺⁻)	• $f_0(2020)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $K_2^*(1980)$ 1/2(2 ⁺)	• $B_2^*(5747)^0$ 1/2(2 ⁺)	• $\psi(4260)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $a_1(1420)$ 1 ⁻ (1 ⁺⁺)	• $f_4(2050)$ 0 ⁺ (4 ⁺⁺)	• $K_4^*(2045)$ 1/2(4 ⁺)	• $B_f(5840)^+$ 1/2(? [?])	• $X_{c1}(4274)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)
• $f_1(1420)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)	• $\pi_2(2100)$ 1 ⁻ (2 ⁺ +	• $K_2(2250)$ 1/2(2 ⁻)	• $B_f(5840)^0$ 1/2(? [?])	• $X(4350)$ 0 ⁺ (? [?] +
• $\omega(1420)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)	• $f_0(2100)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $K_3(2320)$ 1/2(3 ⁺)	• $B_f(5970)^+$ 1/2(? [?])	• $\psi(4360)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $f_2(1430)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $f_2(2150)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $K_5^*(2380)$ 1/2(5 ⁻)	• $B_f(5970)^0$ 1/2(? [?])	• $\psi(4390)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $a_0(1450)$ 1 ⁻ (0 ⁺⁺)	• $\rho(2150)$ 1 ⁺ (1 ⁻ -)	• $K_4(2500)$ 1/2(4 ⁻)	BOTTOM, STRANGE (B = ±1, S = ∓1)	• $\psi(4415)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $\rho(1450)$ 1 ⁺ (1 ⁻ -)	• $\phi(2170)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)	• $K(3100)$? [?] (? [?])		• $Z_c(4430)$ 1 ⁺ (1 ⁺⁻)
• $\eta(1475)$ 0 ⁺ (0 ⁺)	• $f_0(2200)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	CHARMED (C = ±1)	• B_s^0 0(0 ⁻)	• $X_{c0}(4500)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)
• $f_0(1500)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $f_f(2220)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)		• K_s^* 0(1 ⁻)	• $\psi(4660)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $f_1(1510)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)	• $\eta(2225)$ 0 ⁺ (0 ⁺)	• $D^\pm$ 1/2(0 ⁻)	• $X(5568)^\pm$?(? [?])	• $X_{c0}(4700)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)
• $f_2'(1525)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $\rho_3(2250)$ 1 ⁺ (3 ⁻ -)	• D^0 1/2(0 ⁻)	• $B_{s1}(5830)^0$ 0(1 ⁺)	$b\bar{b}$ (+ possibilidades de estados não-q $\bar{q}$)
• $f_2(1565)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $f_2(2300)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $D^*(2007)^0$ 1/2(1 ⁻)	• $B_{s2}^*(5840)^0$ 0(2 ⁺)	
• $\rho(1570)$ 1 ⁺ (1 ⁻ -)	• $f_4(2300)$ 0 ⁺ (4 ⁺⁺)	• $D^*(2010)^\pm$ 1/2(1 ⁻)	• $B_{sJ}^*(5850)$?(? [?])	• $\eta_b(1S)$ 0 ⁺ (0 ⁺ -)
• $h_1(1595)$ 0 ⁻ (1 ⁺⁻)	• $f_0(2330)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $D_0^*(2300)^0$ 1/2(0 ⁺)	BOTTOM, CHARMED (B = C = ±1)	• $\gamma(1S)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
• $\pi_1(1600)$ 1 ⁻ (1 ⁺)	• $f_2(2340)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $D_0^*(2300)^\pm$ 1/2(0 ⁺)		• $X_{b0}(1P)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)
• $a_1(1640)$ 1 ⁻ (1 ⁺⁺)	• $\rho_5(2350)$ 1 ⁺ (5 ⁻ -)	• $D_1(2420)^0$ 1/2(? [?])	• B_c^+ 0(0 ⁻)	• $X_{b1}(1P)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)
• $f_2(1640)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $f_6(2510)$ 0 ⁺ (6 ⁺⁺)	• $D_1(2420)^\pm$ 1/2(1 ⁺)	• $B_c(2S)^\pm$ 0(0 ⁻)	• $h_b(1P)$ 0 ⁻ (1 ⁺⁻)
• $\eta_2(1645)$ 0 ⁺ (2 ⁺)	OUTROS LEVES	• $D_1(2430)^0$ 1/2(1 ⁺)	• $B_c(2S)^\pm$ 0(0 ⁻)	• $X_{b2}(1P)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)
• $\omega(1650)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)		• $D_1(2420)^\pm$ 1/2(? [?])	$c\bar{c}$ (+ possibilidades de estados não-q $\bar{q}$)	• $\eta_b(2S)$ 0 ⁺ (0 ⁺ -)
• $\omega_3(1670)$ 0 ⁻ (3 ⁻ -)	Outros estados	• $D_1(2430)^0$ 1/2(1 ⁺)		• $\gamma(2S)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
		• $D(2550)^0$ 1/2(? [?])	• $\eta_c(1S)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $\gamma_2(1D)$ 0 ⁻ (2 ⁻ -)
		• $D_f^*(2600)$ 1/2(? [?])	• $J/\psi(1S)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)	• $X_{b0}(2P)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)
		• $D^*(2640)^\pm$ 1/2(? [?])	• $X_{c0}(1P)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $X_{b1}(2P)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)
		• $D(2740)^0$ 1/2(? [?])	• $X_{c1}(1P)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)	• $h_b(2P)$ 0 ⁻ (1 ⁺⁻)
		• $D_3^*(2750)$ 1/2(3 ⁻)	• $h_c(1P)$ 0 ⁻ (1 ⁺⁻)	• $X_{b2}(2P)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)
		• $D(3000)^0$ 1/2(? [?])	• $X_{c2}(1P)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)	• $\gamma(3S)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
			• $\eta_c(2S)$ 0 ⁺ (0 ⁺⁺)	• $X_{b1}(3P)$ 0 ⁺ (1 ⁺⁺)
			• $\psi(2S)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)	• $X_{b2}(3P)$ 0 ⁺ (2 ⁺⁺)
				• $\gamma(4S)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
				• $Z_b(10610)$ 1 ⁺ (1 ⁺⁻)
				• $Z_b(10650)$ 1 ⁺ (1 ⁺⁻)
				• $\gamma(10753)$? [?] (1 ⁻ -)
				• $\gamma(10860)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)
				• $\gamma(11020)$ 0 ⁻ (1 ⁻ -)

Fonte: (PDG, 2020).

Na Tabela 5 são listados os mésons exóticos $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$, os quais são bem consolidados na literatura recebendo a indicação "*" atribuída pelo PDG. Esses mésons são interpretados como estados híbridos $q\bar{q}g$ com um tudo de fluxo de glúon vibratório, embora essa abordagem preveja uma massa cerca de 1900 MeV para os estados exóticos (PDG, 2020). O Modelo de Quarks não permite que estados com $I^G = 1^-$ como o pión tenham multipletos com $J^{PC} = 1^{+-}$, por isso, $\pi_1(1400)$ e $\pi_1(1600)$ são considerados exóticos. Outra ressonância considerada exótica é $\pi_1(2015)$ que está listada na seção outros estados do PDG por falta de informações experimentais (PDG, 2020). Uma revisão experimental e teórica recente sobre os três mésons híbridos citados é apresentada na ref. (MEYER e SWANSON, 2015).

Igualmente aos mésons, muitas ressonâncias bariônicas foram identificadas experimentalmente nos últimos anos. O PDG reúne todos os bárions e ressonâncias conhecidas em uma tabela resumida, a Tabela 6, fornecendo seus nomes, seus números quânticos (quando conhecidos) e suas classificações com relação ao número de informações experimentais disponíveis na literatura (PDG, 2020). Os bárions estáveis são representados apenas pelos seus respectivos símbolos, entretanto para representar as ressonâncias se utiliza, além dos símbolos, a massa escrita entre parênteses.

O PDG atribui estrela(s) a uma ressonância a fim de expressar seu nível de consolidação na literatura com relação às informações experimentais disponíveis. O status 4-estrelas indica que a existência da ressonância é certa e suas propriedades são bem exploradas. A classificação 3-estrelas indica que a existência é provável, mas é necessária uma confirmação adicional sobre suas propriedades. As ressonâncias com poucos dados experimentais são classificadas com status 2-estrelas ou 1-estrela, indicando que a evidência de sua existência é razoável ou pobre, respectivamente. Para cada partícula listada na tabela resumida (Tabela 6), o PDG disponibiliza uma lista completa com as propriedades experimentais, tais como tempo de vida, raio de carga e magnético, massa, decaimentos, dentre outros (PDG, 2020). Além disso, na lista completa são indicadas as referências de cada informação experimental. A partir desses dados, uma ressonância recebe um *status* com relação ao nível de consolidação da evidência de sua existência. A lista do PDG é atualizada periodicamente a cada dois anos.

Tabela 6 – Lista resumida do PDG com os bárions experimentais e suas ressonâncias

p	1/2 ⁺	****	Δ(1232)	3/2 ⁺	****	Σ ⁺	1/2 ⁺	****	Ξ ⁰	1/2 ⁺	****	Ξ _{cc} ⁺⁺	***
n	1/2 ⁺	****	Δ(1600)	3/2 ⁺	****	Σ ⁰	1/2 ⁺	****	Ξ ⁻	1/2 ⁺	****		
N(1440)	1/2 ⁺	****	Δ(1620)	1/2 ⁻	****	Σ ⁻	1/2 ⁺	****	Ξ(1530)	3/2 ⁺	****	Λ _b ⁰	1/2 ⁺ ***
N(1520)	3/2 ⁻	****	Δ(1700)	3/2 ⁻	****	Σ(1385)	3/2 ⁺	****	Ξ(1620)	*		Λ _b (5912) ⁰	1/2 ⁻ ***
N(1535)	1/2 ⁻	****	Δ(1750)	1/2 ⁺	*	Σ(1580)	3/2 ⁻	*	Ξ(1690)	***		Λ _b (5920) ⁰	1/2 ⁻ ***
N(1650)	1/2 ⁻	****	Δ(1900)	1/2 ⁻	***	Σ(1620)	1/2 ⁻	*	Ξ(1820)	3/2 ⁻	***	Λ _b (6146) ⁰	3/2 ⁺ ***
N(1675)	5/2 ⁻	****	Δ(1905)	5/2 ⁺	****	Σ(1660)	1/2 ⁺	***	Ξ(1950)	***		Λ _b (6152) ⁰	5/2 ⁺ ***
N(1680)	5/2 ⁺	****	Δ(1910)	1/2 ⁺	****	Σ(1670)	3/2 ⁻	****	Ξ(2030)	≥5/2 [?]	***	Σ _b	1/2 ⁺ ***
N(1700)	3/2 ⁻	***	Δ(1920)	3/2 ⁺	***	Σ(1750)	3/2 ⁻	***	Ξ(2120)	*		Σ _b [*]	3/2 ⁺ ***
N(1710)	1/2 ⁺	****	Δ(1930)	5/2 ⁻	***	Σ(1775)	5/2 ⁻	****	Ξ(2250)	**		Σ _b (6097) ⁺	***
N(1720)	3/2 ⁺	****	Δ(1940)	3/2 ⁻	**	Σ(1780)	3/2 ⁺	*	Ξ(2370)	**		Σ _b (6097) ⁻	***
N(1860)	5/2 ⁺	**	Δ(1950)	7/2 ⁺	****	Σ(1880)	1/2 ⁺	**	Ξ(2500)	*		Ξ _b ⁰ , Ξ _b ⁻	1/2 ⁺ ***
N(1875)	3/2 ⁻	***	Δ(2000)	5/2 ⁺	**	Σ(1900)	1/2 ⁻	**				Ξ _b ⁰ (5935) ⁻	1/2 ⁺ ***
N(1880)	1/2 ⁺	***	Δ(2150)	1/2 ⁻	*	Σ(1910)	3/2 ⁻	***	Ω ⁻	3/2 ⁺	****	Ξ _b (5945) ⁰	3/2 ⁺ ***
N(1895)	1/2 ⁻	****	Δ(2200)	7/2 ⁻	***	Σ(1915)	5/2 ⁺	****	Ω(2012) ⁻	? ⁻	***	Ξ _b (5955) ⁻	3/2 ⁺ ***
N(1900)	3/2 ⁺	****	Δ(2300)	9/2 ⁺	**	Σ(1940)	3/2 ⁺	*	Ω(2250) ⁻	***		Ξ _b (6227)	***
N(1990)	7/2 ⁺	**	Δ(2350)	5/2 ⁻	*	Σ(2010)	3/2 ⁻	*	Ω(2380) ⁻	**		Ω _b ⁻	1/2 ⁺ ***
N(2000)	5/2 ⁺	**	Δ(2390)	7/2 ⁺	*	Σ(2030)	7/2 ⁺	****	Ω(2470) ⁻	**			
N(2040)	3/2 ⁺	*	Δ(2400)	9/2 ⁻	**	Σ(2070)	5/2 ⁺	*				P _c (4312) ⁺	*
N(2060)	5/2 ⁻	***	Δ(2420)	11/2 ⁺	****	Σ(2080)	3/2 ⁺	*	Λ _c ⁺	1/2 ⁺	****	P _c (4380) ⁺	*
N(2100)	1/2 ⁺	***	Δ(2750)	13/2 ⁻	**	Σ(2100)	7/2 ⁻	*	Λ _c (2595) ⁺	1/2 ⁻	***	P _c (4440) ⁺	*
N(2120)	3/2 ⁻	***	Δ(2950)	15/2 ⁺	**	Σ(2160)	1/2 ⁻	*	Λ _c (2625) ⁺	3/2 ⁻	***	P _c (4457) ⁺	*
N(2190)	7/2 ⁻	****				Σ(2230)	3/2 ⁺	*	Λ _c (2765) ⁺	*			
N(2220)	9/2 ⁺	****	Λ	1/2 ⁺	****	Σ(2250)	***		Λ _c (2860) ⁺	3/2 ⁺	***		
N(2250)	9/2 ⁻	****	Λ	1/2 ⁻	**	Σ(2455)	**		Λ _c (2880) ⁺	5/2 ⁺	***		
N(2300)	1/2 ⁺	**	Λ(1405)	1/2 ⁻	****	Σ(2620)	**		Λ _c (2940) ⁺	3/2 ⁺	***		
N(2570)	5/2 ⁻	**	Λ(1520)	3/2 ⁻	****	Σ(3000)	*		Σ _c (2455)	1/2 ⁺	****		
N(2600)	11/2 ⁻	***	Λ(1600)	1/2 ⁺	****	Σ(3170)	*		Σ _c (2520)	3/2 ⁺	***		
N(2700)	13/2 ⁺	**	Λ(1670)	1/2 ⁻	****				Σ _c (2800)	***			
			Λ(1690)	3/2 ⁻	****				Ξ _c ⁺	1/2 ⁺	***		
			Λ(1710)	1/2 ⁺	*				Ξ _c ⁰	1/2 ⁺	****		
			Λ(1800)	1/2 ⁻	***				Ξ _c ⁺	1/2 ⁺	***		
			Λ(1810)	1/2 ⁺	***				Ξ _c ⁰	1/2 ⁺	***		
			Λ(1820)	5/2 ⁺	****				Ξ _c (2645)	3/2 ⁺	***		
			Λ(1830)	5/2 ⁻	****				Ξ _c (2790)	1/2 ⁻	***		
			Λ(1890)	3/2 ⁺	****				Ξ _c (2815)	3/2 ⁻	***		
			Λ(2000)	1/2 ⁻	*				Ξ _c (2930)	**			
			Λ(2050)	3/2 ⁻	*				Ξ _c (2970)	***			
			Λ(2070)	3/2 ⁺	*				Ξ _c (3055)	***			
			Λ(2080)	5/2 ⁻	*				Ξ _c (3080)	***			
			Λ(2085)	7/2 ⁺	**				Ξ _c (3123)	*			
			Λ(2100)	7/2 ⁻	****				Ω _c ⁰	1/2 ⁺	***		
			Λ(2110)	5/2 ⁺	***				Ω _c (2770) ⁰	3/2 ⁺	***		
			Λ(2325)	3/2 ⁻	*				Ω _c (3000) ⁰	***			
			Λ(2350)	9/2 ⁺	***				Ω _c (3050) ⁰	***			
			Λ(2585)	**	**				Ω _c (3065) ⁰	***			
									Ω _c (3090) ⁰	***			
									Ω _c (3120) ⁰	***			

Fonte: (PDG, 2020)

Em resumo, os bárions e as ressonâncias com status 3- e 4-estrelas são bem estabelecidas, como as ressonâncias N(1440) $J^P = 1/2^+$ e Σ(1660) $J^P = 1/2^+$ classificadas como 4- e 3-estrelas respectivamente. A ressonância Σ(2250) classificada como 3-estrelas é bem estabelecida, porém seu J^P ainda não foi confirmado. Dentre os bárions leves, o sigma possui o maior número de ressonâncias não estabelecidas com 1- e 2-estrelas, inclusive

algumas delas ainda não têm J^P confirmado. A maioria das ressonâncias sem J^P e que necessitam de informações adicionais encontram-se na parte pesada do espectro bariônico. Esta parte do espectro começou a ser desvendado mais recentemente. Vale observar que muitas ressonâncias listadas na Tabela 6 ainda não são bem estabelecidas na literatura. Isso indica a necessidade de avanços teóricos e experimentais para resolver as questões em aberto do espectro bariônico como a confirmação dos números quânticos das ressonâncias sem J^P e determinação de outras propriedades experimentais. Além disso, se fazem necessárias abordagens teóricas capazes de classificar e descrever as partículas hadrônicas e suas ressonâncias levando a uma organização do “zoológico das partículas da matéria”.

1.4 MODELOS PARA DESCRIÇÃO DAS RESONÂNCIAS

Esforços significativos vêm sendo realizados para buscar uma descrição teórica completa dos números quânticos, massas, dimensões e outras propriedades de mésons e bárions, bem como as propriedades de suas ressonâncias. O Modelo de Quarks inicial, com sua cinemática não relativística, constituição quarkônica específica para cada hádron, entre outras características, está longe de ser totalmente satisfatório (KLEMP e RICHARD, 2010), por isso, várias abordagens teóricas foram desenvolvidas ao longo de vários anos, tais como modelos de quarks relativísticos, modelo de bolsa do MIT (*MIT bag model*), modelos de sólitons, teoria de perturbação quiral QCD, regras de soma e rede QCD (*Lattice QCD*), modelos de potenciais, dentre outros. Inicialmente, as abordagens eram focadas no estado fundamental do espectro hadrônico, porém, com o aumento do número de ressonâncias identificadas experimentalmente, surgiu a necessidade de expandir as abordagens teóricas para acomodar as novas partículas e/ou desenvolver novos modelos.

Uma abordagem bastante comum é substituir a contribuição não relativística da massa constituinte e da energia cinética, $m + p^2/2$, pelo operador relativístico $(m^2 + p^2)^{1/2}$ (BASDEVANT e BOUKRAA, 1986) e (CAPSTICK e ISGUR, 1986). Essa abordagem é denominada modelo de quark com cinemática relativística. Os modelos totalmente relativísticos possuem abordagem mais ambiciosa, visando a um formalismo covariante, embora algumas aproximações sejam eventualmente inevitáveis nos cálculos. Com base nesses modelos, podem-se estimar, além das propriedades estáticas, os fatores de formas e as distribuições de quarks dos mésons e bárions (MELDE, PLESSAS e SENGL, 2008), (KLEMP e RICHARD, 2010).

Para descrever o espectro excitados dos hádrons, pode-se utilizar os métodos variacionais por meio da expansão do conjunto de bases de uma função de onda contendo parâmetros com alcances diferentes. A ordem dos níveis para as primeiras excitações é semelhante ao padrão encontrados em modelos não relativísticos (KLEMPPT e RICHARD, 2010). Todavia, para os níveis maiores de excitação, a eficiência dos modelos relativísticos cai bastante requerendo aprimoramento desses modelos.

O *bag model* é do ponto de vista conceitual e fenomenológico o mais simples para descrever hádrons, sendo desenvolvido em 1974 no MIT em Cambridge, USA (CHODOS, JAFFE, *et al.*, 1974). Nesse modelo, os quarks contidos dentro de uma esfera com raio próximo a 1,0 fm possuem potencial zero, permitindo-os mover-se livremente dentro da bolsa. Todavia, quando eles se aproximam da extremidade, o potencial aumenta infinitamente, o que leva ao confinamento dos quarks dentro da estrutura esférica. Uma boa descrição das propriedades estáticas dos hádrons leves foi obtida em 1975 (DEGRAND, JAFFE, *et al.*, 1975), o que motivou o desenvolvimento de inúmeros modelos de saco aprimorados. Contudo, aplicações diretas do modelo aos estados de quarks pesados levou a uma discordância forte entre os dados calculados e experimentais, além de o modelo não ter eficiência na descrição do espectro de excitação dos hádrons. O principal problema do modelo de saco, que persiste até hoje, é a sua dependência do centro de massa da estrutura, o qual não pode ser removido explicitamente (KLEMPPT e RICHARD, 2010).

Existem várias abordagens teóricas no estudo do espectro hadrônico baseadas na QCD. Uma delas é a teoria de perturbação quiral, na qual se utilizam lagrangianos eficazes que compartilham as mesmas simetrias da QCD para descrever os estados em baixa energia. Os acoplamentos são tratados como parâmetros livres e são usados de forma consistente, ou seja, na mesma ordem na expansão das potências do momento e das massas dos quarks para calcular outras propriedades (KLEMPPT e RICHARD, 2010). A abordagem é empregada satisfatoriamente para mésons e bárions, sobretudo em pequenas energias. Contudo, para maiores energias, é necessária a implementação de novos parâmetros, o que deixa os modelos mais complexos. Nos últimos anos, surgiram novos trabalhos trazendo modelos aprimorados mais eficientes na abordagem da teoria da perturbação quiral QCD (BERNARD, KAISER e MEISSNER, 1995), (OLLER, OSET e RAMOS, 2000) e (BORASOY, BRUNS, *et al.*, 2007).

A regra da soma QCD é uma abordagem não perturbativa iniciada em 1979 (SHIFMAN, VAINSHTAIN e ZAKHAROV, 1979) e, então, desenvolvida por diversos

grupos de pesquisas. A extensão da teoria para os bárions não é trivial, já que inúmeros operadores podem ser escolhidos para descrever um determinado estado (KLEMPPT e RICHARD, 2010). Com o sucesso inicial em estimar algumas das propriedades dos hádrons, inúmeros trabalhos que investigam o espectro leve e pesado surgiram ao longo dos anos (BAGAN, CHABAB, *et al.*, 1993) e (ALBUQUERQUE, NARISON e NIELSENA, 2010). Atualmente, a técnica é conhecida pela sigla em inglês QSSR que significa *QCD Spectral Sum Rules*.

Na abordagem teórica conhecida como *Lattice QCD*, a QCD é reformulada como uma teoria de campo em um espaço de fase discretizada, sendo resolvida por meio de técnicas astutas e poderosas, o que requer grande capacidade computacional. É uma das técnicas mais empregadas nos últimos anos para descrever o espectro hadrônico e, ainda hoje, vem sendo muito utilizada em pesquisas na área. Um importante trabalho publicado em 2008 no periódico *Science* (DURR, FODOR, *et al.*, 2008) estimou as massas dos principais mésons e bárions do estado fundamental com grande precisão por meio de cálculos de rede QCD. Dificilmente, uma abordagem teórica única consegue ser aplicada para mésons e bárions, inclusive para ambas as partes do espectro, leve e pesado, daí a importância do trabalho publicado.

A partir de cálculos de rede QCD juntamente com a abordagem das trajetórias de Regge, que será discutida mais adiante, pode-se alcançar a configuração do estado fundamental de qualquer estado representado por um conjunto de número quânticos, em particular, a principal trajetória de Regge radial de uma dada partícula. Cada estado classificado nessa trajetória corresponde ao estado fundamental em sua série de spin-paridade (J^P). A dificuldade é utilizar os operadores adequados a cada situação, além de as excitações radiais superiores derivadas do mesmo operador que os estados mais baixos aumentarem a incerteza teórica do modelo (KLEMPPT e RICHARD, 2010). Apesar disso, os resultados mais recentes são encorajadores e muito pesquisadores têm realizado cálculo de rede QCD para estimar as propriedades dos hádrons (DURR, FODOR, *et al.*, 2008) (EDWARDS, DUDEK, *et al.*, 2011) (DUDEK, EDWARDS, *et al.*, 2010) (DUDEK, EDWARDS, *et al.*, 2009).

A teoria Ads/QCD, também chamada de teoria de correspondência AdS/CFT (*Anti de Sitter/Conformal Field Theory*), é uma nova abordagem para a teoria quântica de campos. Ela estabelece uma conexão entre as teorias das cordas definidas como teorias de espaço-tempo Ads de cinco dimensões e a teoria de campo conforme no espaço-tempo constante em

uma faixa apropriada de transferência de momento. Nessa abordagem, as massas dos quarks podem ser desprezadas, logo a QCD torna-se uma teoria de campo quase conforme e a correspondência AdS/CFT pode ser aplicada a ela. O principal destaque da teoria AdS/QCD é sua aplicação para descrever o espectro de excitação dos mésons e bárions, uma vez que, aplicada à espectroscopia mesônica e bariônica, a correspondência AdS/QCD leva a uma relação de massa $M^2 = L + N$, sendo L e N os números quânticos orbital e radial, respectivamente (KLEMPPT e RICHARD, 2010). Em conjunto com a abordagem das trajetórias de Regge, a teoria AdS/QCD apresenta-se como uma ferramenta poderosa para descrever o espectro excitado hadrônico. Por exemplo, em 2007, pesquisadores realizaram cálculos aproximados AdS/QCD para estimar a massa das ressonâncias de alguns mésons e bárions utilizando as relações:

$$M^2 = 4\lambda^2(L + N + 1/2); \quad (3)$$

$$M^2 = 4\lambda^2(L + N + 3/2), \quad (4)$$

respectivamente (FORKEL, BEYER e FREDERICO, 2007a), (FORKEL, FREDERICO e BEYER, 2007b). Usando a inclinação obtida na construção da trajetória de Regge da partícula Δ , as massas das ressonâncias de alguns mésons e bárions foram calculadas em boa concordância com os dados experimentais. Com a finalidade de reproduzir os dados experimentais das ressonâncias dos núcleons, a Equação 4 foi reescrita como (FORKEL, BEYER e FREDERICO, 2007a), (FORKEL, FREDERICO e BEYER, 2007b)

$$M^2 = a(L + N + 3/2) - b\alpha_D[GeV^2], \quad (5)$$

sendo $a = 1,04 \text{ GeV}^2$ e $b = 1,46 \text{ GeV}^2$ obtidos com o ajuste do modelo. O parâmetro α_D é calculado explicitamente a partir das funções de onda do Modelo de Quarks. As massas calculadas dentro da precisão experimental são apresentadas em (FORKEL, BEYER e FREDERICO, 2007a) e (FORKEL, FREDERICO e BEYER, 2007b). Os resultados obtidos com a teoria AdS/QCD são promissores e, juntamente com as técnicas teóricas que utilizam a abordagem das regras da soma QCD e rede QCD, provam o potencial da QCD em descrever os hádrons e suas ressonâncias. Apesar disso, ainda se faz necessário avançar mais com o aprimoramento dos modelos e/ou desenvolvimento de alternativas mais eficientes em estimar as propriedades dos hádrons.

1.4.1 Modelo do potencial do oscilador harmônico

O modelo do potencial do oscilador harmônico, em conjunto com o Modelo de Quarks, tem sido amplamente utilizado para descrever o espectro hadrônico excitado, interpretando as inúmeras ressonâncias identificadas experimentalmente como excitações radiais e orbitais dos mésons e bárions (ISGUR e KARL, 1978), (GRAHAM e Q'DONNELL, 1979), (KLEMPPT e RICHARD, 2010). O modelo mais simples que descreve o estado fundamental tem o hamiltoniano

$$H = \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_i} + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) - \frac{(\sum_i \mathbf{p}_i)^2}{2 \sum_i m_i}, \quad (6)$$

sendo p_i o momento, m_i a massa e V o potencial do oscilador harmônico definido como

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = \frac{2K}{3} \sum_{i < j} r_{ij}^2. \quad (7)$$

Nessa expressão, $r_{ij} = |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i|$. Considerando $m = m_i$, o movimento relativo dos quarks é descrito por

$$\frac{\mathbf{p}_\rho^2}{m} + K\rho^2 + \frac{\mathbf{p}_\lambda^2}{m} + K\lambda^2, \quad (8)$$

levando à expressão que permite calcular o espectro de energia

$$\sqrt{\frac{K}{m}}(6 + 2l_\rho + 4n_\rho + 2l_\lambda + 4n_\lambda) = \sqrt{\frac{K}{m}}(6 + 2N). \quad (9)$$

Nesta equação, l e n são os números quânticos orbitais e radiais, respectivamente, os quais podem assumir os valores 0, 1, 2 e assim por diante. As funções de onda também são explicitamente conhecidas para o modelo do oscilador harmônico (KLEMPPT e RICHARD, 2010). A partir da Equação 9, pode-se determinar estados excitados de mésons e bárions,

atribuindo-os às ressonâncias experimentais disponíveis na literatura. Esta estratégia é amplamente discutida e empregada pelos pesquisadores há muitos anos e, ainda, é foco de grande interesse científico.

O modelo do oscilador harmônico, assim como alguns de seus muitos refinamentos, permitiu explicar explicitamente a simetria de sabor SU(3) e SU(6) e suas violações, sendo crucial para avaliar o Modelo de Quarks não apenas como uma ferramenta matemática, mas para compreender o padrão das excitações radiais e orbitais. Contudo, à medida que o número quântico radial aumenta, a aproximação do oscilador harmônico se torna menos confiável (GRAHAM e Q'DONNELL, 1979) (KLEMPPT e RICHARD, 2010), por isso, a inclusão de correções ao modelo é necessária. Existem trabalhos que utilizam a correção anarmônica (SHARMA, BLASK, *et al.*, 1989), o oscilador harmônico deformado (MURTHY, BRACK, *et al.*, 1985) (BHADURI, JENNINGS e WADDINGTON, 1984) e outras correções (SALEHI, HASSANABADI e RAJABI, 2013) que possibilitam uma melhor descrição do espectro excitados dos hádrons.

Para os casos em que o potencial V não é harmônico, o hamiltoniano não relativístico da Equação 6 pode ser resolvido numericamente através de técnicas poderosas desenvolvidas em física nuclear, como as equações de Faddeev, expansão hiperesférica ou gaussianas correlacionadas. Embora a convergência seja facilmente alcançada para os níveis de energia, algum esforço adicional é geralmente necessário para medir as correlações de curto alcance dentro da função de onda, além de que o cálculo completo de três corpos no caso dos bárions é complexo e requer grande demanda computacional, por isso, algumas aproximações são empregadas como alternativa (KLEMPPT e RICHARD, 2010), (FLECK e RICHARD, 1989), (HOGAASEN e RICHARD, 1983).

1.4.2 Fenomenologia de Regge

A teoria de Regge definida como o estudo da dispersão de uma propriedade em função do momento angular foi desenvolvida em 1959 e 1960 por Tullio Regge (REGGE, 1959), (REGGE, 1960). Um ano depois, os pesquisadores Geoffrey Chew e Steven Frautschi perceberam que as trajetórias de Regge podiam ser aplicadas para estudar o espectro hadrônico, pois o quadrado das massas (M^2) das partículas hadrônicas tinha uma dependência muito forte com o momento angular (CHEW e FRAUTSCHI, 1961), (CHEW e FRAUTSCHI, 1962), ou seja, as partículas e suas ressonâncias podiam ser classificadas

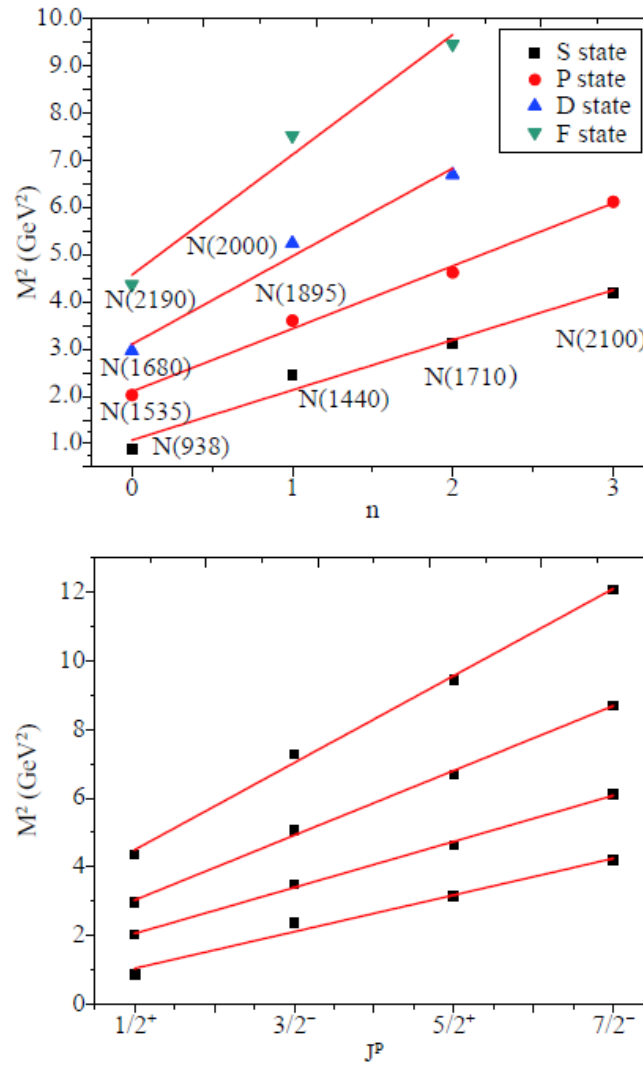
em trajetórias lineares nos planos (M^2, J) . Tal descoberta estabeleceu uma conexão importante entre o espalhamento da alta energia e o espectro de hádrons (KLEMPPT e RICHARD, 2010). A partir de então, e com o aumento considerável de ressonâncias identificadas experimentalmente, a técnica passou a ser empregada em grande escala até os dias atuais e, juntamente com outras abordagens teóricas baseadas no Modelo de Quarks constituintes e QCD, vem apresentando resultados promissores (SONNENSCHNEIN e WEISSMAN, 2014), (SHAH, GANDHI e RAI, 2019), (SONNENSCHNEIN e WEISSMAN, 2019) (SILVA-CASTRO, FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, *et al.*, 2019) (CHEN, 2018a) (CHEN, 2018c) (SHAH e RAI, 2017) (JIA, PANG e HOSAKA, 2017) (PANG, WANG, *et al.*, 2017) (FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, DANILKIN, *et al.*, 2016) (SONNENSCHNEIN e DORIN, 2015) (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2011) (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2010) (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2009) (TANG e NORBURY, 2000).

O principal destaque é a possibilidade em classificar as ressonâncias em trajetórias radiais (M^2, n) e orbitais (M^2, J) , contribuindo com informações relevantes que ajudam os pesquisadores no processo de atribuição dos estados teóricos previstos pelo Modelo de Quarks às ressonâncias experimentais, além de a abordagem das trajetórias de Regge possibilitar a determinação das propriedades das ressonâncias mesônicas e bariônicas, como a massa e números quânticos. Por exemplo, no trabalhos (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2011), (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2010) e (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2010), encontram-se trajetórias de Regge desenvolvidas com base no modelo relativístico de quarks que calculam as propriedades de mésons leves, leve-pesado e pesado-pesado respectivamente. Para o caso dos bárions, pode-se citar o trabalho publicado em 2019, que utiliza modelo de quark constituinte hipercêntrico conhecido pela sigla hCQM do inglês *hypercentral Constituent Quark Model* (SHAH, GANDHI e RAI, 2019). Nesse trabalho, os pesquisadores identificam os estados quânticos e calculam as massas das ressonâncias N construindo as trajetórias de Regge orbitais e radiais (Figura 6) por meio das simples relações

$$n = \beta M^2 + \beta_0 \text{ e } J = \alpha M^2 + \alpha_0. \quad (10)$$

Os coeficientes β e α correspondem à inclinação da reta e os coeficientes β_0 e α_0 e ao intercepto.

Figura 6 – Trajetórias de Regge radiais (M^2 , n) e orbitais (M^2 , J) das ressonâncias do bárion



Fonte: (SHAH, GANDHI e RAI, 2019).

Nota-se, na Figura 6, que as massas calculadas estão em concordância com os dados experimentais. Além disso, as atribuições sugeridas para as ressonâncias estão de acordo com os estados previstos pelo Modelo de Quarks, como a ressonância N(1440) e N(1535) associadas aos estados 2S e 1P sendo interpretadas como excitações radiais e orbitais dos núcleons respectivamente. A mesma técnica teórica pode ser aplicada para bárions pesados (SHAH e RAI, 2017).

Um dos pontos negativos dos trabalhos que utilizam a abordagem das trajetórias de Regge são os modelos lineares desenvolvidos, os quais levam à previsão de um número crescente de estados excitados para um dado méson ou bárion. Entretanto, existem trabalhos que relatam um comportamento não linear das massas experimentais com o aumento de n e

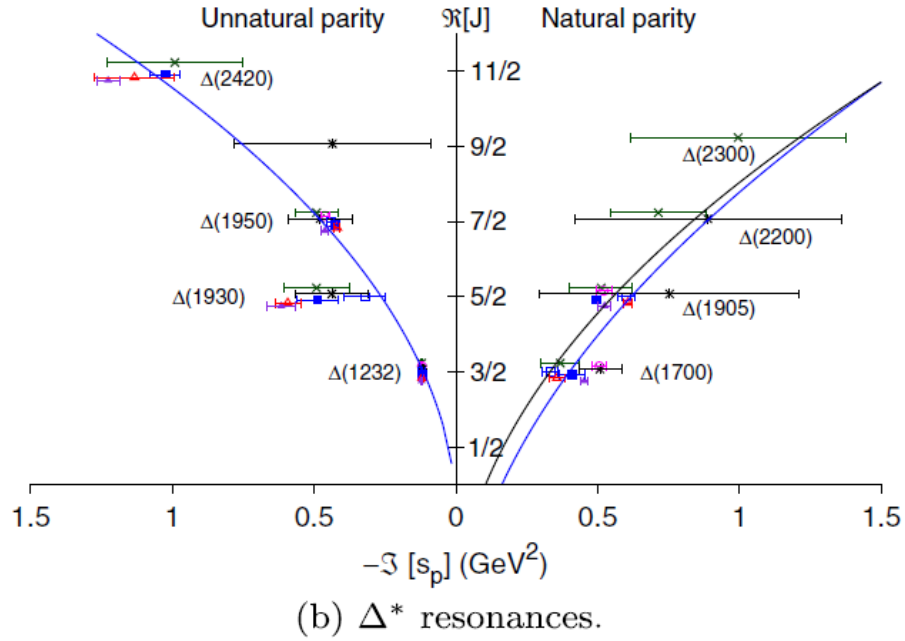
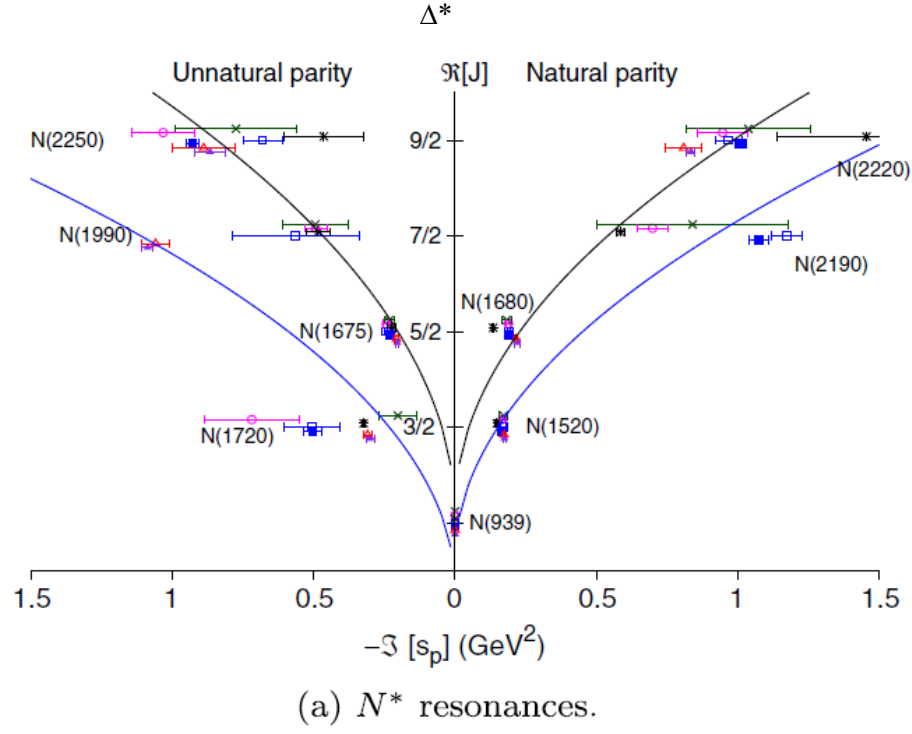
J . Em 2000, um importante trabalho (TANG e NORBURY, 2000) investigou o comportamento linear (linearidade) e o comportamento não-linear (divergência) das trajetórias de Regge desenvolvidas até aquele momento. Os pesquisadores também estudaram o paralelismo das trajetórias de uma dada partícula, ou seja, quando trajetórias com diferentes números quânticos radiais n e mesmo número quântico orbital plotadas juntas aparecem nos gráficos paralelamente entre si. A principal descoberta do trabalho foi observar que a maioria das trajetórias de Regge orbitais e radiais, além de serem paralelas entre si, contudo tinham um comportamento não linear das massas em função de J e n .

Recentemente, Silva-Castro et. al (SILVA-CASTRO, FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, et al., 2019) desenvolveram trajetórias de Regge não lineares para calcular o espectro das ressonâncias N e Δ por meio do ajuste dos parâmetros c e d da expressão

$$J_p = c + d\sqrt{-\Im[s_p]}, \quad (11)$$

sendo $\Im[s_p]$ correspondente ao quadrado da massa M^2 . Percebe-se, na Figura 7, que as trajetórias paralelas e não lineares reproduzem as massas com concordância com os dados experimentais identificando os números quânticos das ressonâncias das séries não-natural e natural. A definição das séries não-natural e natural será apresentada na seção 2.2.

Figura 7 – Trajetórias de Regge orbitais ($\Im[s_p] = M^2$, $\Re[J] = J$) não lineares das ressonâncias N^* e



Fonte: (SILVA-CASTRO, FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, *et al.*, 2019).

Fernández-Ramírez *et al.* (FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, DANILKIN, *et al.*, 2016), aplicando uma técnica semelhante ao aplicado por Silva-Castro, *et al.* (SILVA-CASTRO, FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, *et al.*, 2019), desenvolveram trajetórias de Regge não lineares para calcular o espectro das ressonâncias Σ e Λ . O trabalho de Jiao-KaiChen, publicado em

2018 (CHEN, 2018a), traz um estudo sobre a concavidade das trajetórias de Regge orbitais e radiais dos mésons, mostrando que elas podem ser côncavas ou convexas. Os resultados recentes obtidos sobre a linearidade das trajetórias de Regge mostram a necessidade em construir modelos não lineares para determinar propriedades das ressonâncias do espectro de mésons e bárions.

1.4.3 Modelos rotacionais

Em 1966, com ainda incipiente Modelo de Quarks, Pauling notou que as ressonâncias do bárion Δ poderiam ser interpretadas como estados rotacionais de um rotor semirrígido expresso como (PAULING, 1966),

$$B_{rot}J(J + 1) - D_{rot}J^2(J + 1)^2. \quad (12)$$

Pauling considerou que os bárions Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 e Δ^- todos com $J^P = 3/2^+$ poderiam ser descritos com uma configuração de três quarks ocupando um orbital 1s cada com spins paralelos e momento angular orbital $L = 0$. Esses três orbitais poderiam ser considerados como três estados equivalentes e híbridos a partir da combinação dos orbitais 1s, $1p_x$ e $1p_y$, o que leva a uma configuração trigonal planar, correspondendo a uma simetria top oblata. Adotando a aresta do triângulo cerca de 1,25 fm, o que resulta em $B_{rot} = 61,82$ MeV para uma massa igual a 1236 MeV, Pauling calculou as massas das ressonâncias Δ em concordância com os dados experimentais (Tabela 7), considerando a diferença entre os níveis rotacionais como a diferença entre as massas das ressonâncias. O $D_{rot} = 0,380$ MeV foi obtido a partir do ajuste do modelo aos dados experimentais.

Tabela 7 – Massa calculadas e teóricas das ressonâncias Δ descritas como estados rotacionais

J^P	$E_{calc.} (MeV)^*$	$E_{obs.} (MeV)$
$3/2^+$	(1236)	1236.0
$5/2^-$	1536	1632 – 1680 †
$7/2^+$	1923	1924
$9/2^-$	2367	2360
$11/2^+$	2825	2825
$13/2^-$	3248	
$15/2^+$	3577	
$17/2^-$	3743	

Fonte: adaptada da ref. (PAULING, 1966).

Posteriormente ao trabalho de Pauling, em 1974, Mac Gregor utilizou o Modelo de Quarks constituinte, o rotor rígido e o potencial do oscilador harmônico para calcular o espectro rovibracional de mésons e bárions considerando um quantum radial de $n \cdot (70 \text{ MeV})$, sendo n o número quântico radial (MAC GREGOR, 1974a) (MAC GREGOR, 1974b). Ao quantum radial, o pesquisador somou a energia rotacional obtida com o modelo do rotor rígido para calcular as energias dos estados excitados. Mais recentemente, Akers sugeriu um quantum radial correspondente à metade do quantum de Mac Gregor, $n \cdot (35 \text{ MeV})$ (AKERS, 2003). Ambos os trabalhos produziram o espectro de massa com alguma correlação experimental, no entanto os números quânticos radiais sugeridos foram maiores do que os previstos pelo modelo quark para as ressonâncias mesônicas e bariônicas. Esse problema ocorre devido aos estados radiais e rotacionais calculados ficarem cada vez mais espaçados entre si com o aumento de J e n . Além disso, os modelos desenvolvidos possuem comportamento linear prevendo um número crescente de ressonâncias, o que não condiz com a realidade experimental.

O rotor rígido também tem sido utilizado em trabalhos baseados no modelo quiral quark-sóliton, uma vez que a quantização da rotação de um sóliton é semelhante à quantização do rotor rígido esférico (KIM, KIM e YANG, 2018), (PRASZALOWICZ, 2018) e (DIAKONOV, PETROV e POLYAKOV, 1997). Outra abordagem que também usa o rotor rígido é o modelo inspirado na corda holográfica ou modelo HISH (do inglês, *Holography Inspired Stringy Hadron*), que descreve os hádrons em termos de cordas bosônicas em um plano espaço-tempo considerando os quarks como partículas massivas nos pontos finais de uma corda rodando (SONNENSCHN e WEISSMAN, 2019), (SONNENSCHN e DORIN, 2015), (SONNENSCHN e WEISSMAN, 2017), (SONNENSCHN e WEISSMAN, 2014). A quantização dos estados com essa configuração é semelhante à quantização do modelo rotor rígido. Essa abordagem permite construir trajetórias de Regge para classificar as ressonâncias calculando suas propriedades, contudo, analogamente aos trabalhos citados anteriormente, os modelos desenvolvidos com base no modelo HISH também são lineares apresentando o problema da previsão crescente do número de ressonâncias em cada trajetória radial e orbital.

Diante do exposto até aqui, percebe-se a necessidade do desenvolvimento de modelos teóricos alternativos que tenham comportamento não linear e que sejam capazes de classificar as ressonâncias à luz do Modelo de Quarks calculando suas massas e identificando seus números quânticos. Tais modelos podem fornecer informações importantes que,

somadas às informações experimentais disponíveis, ajudam na consolidação da existência das ressonâncias junto aos pesquisadores da área de física de partículas, além de poderem ajudar na elucidação de questões em aberto sobre quais estados previstos pelo Modelo de Quarks as ressonâncias podem ser associadas.

Sendo assim, esta Tese tem como objetivo desenvolver um Modelo Rovibracional que incorpora o rotor semirrígido, bem como as correções anarmônica e Coriolis para descrever as ressonâncias radiais e orbitais dos hádrons π , K, N e Σ , classificando-as, calculando suas massas, identificando seus números quânticos e sugerindo novas ressonâncias. Para atingir esse objetivo iremos classificar as ressonâncias em grupos radiais e orbitais à luz do Modelo de Quarks; realizar o ajuste dos parâmetros rovibracionais às massas experimentais; analisar o espectro rovibracional dos mésons e bárions, associando os níveis rotacionais às ressonâncias experimentais; calcular as massas e identificar os números quânticos das ressonâncias experimentais e sugerir novas ressonâncias para completar os grupos radiais e orbitais dos hádrons.

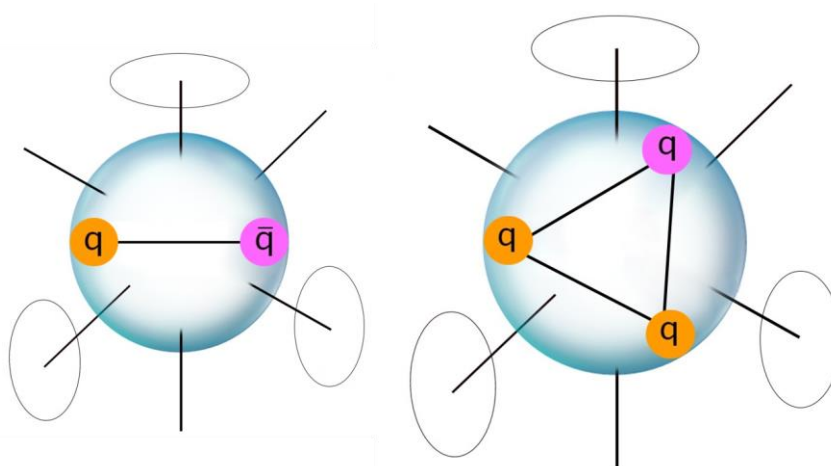
2 METODOLOGIA

Nesta seção será apresentado o modelo desenvolvido para descrever as ressonâncias mesônicas e bariônicas como estados rovibracionais. A classificação das ressonâncias em grupos radiais e orbitais realizada à luz do Modelo de Quarks também será apresentada. Por fim, serão mostrados os dados experimentais e os parâmetros rovibracionais utilizados no modelo.

2.1 MODELO ROVIBRACIONAL PARA HÁDRONS

No Modelo Rovibracional, os mésons π e K , ambos com $J = 0$, possuem um quark e antiquark separados por uma distância r e com spins opostos ocupando orbitais s . Os bárions N e Σ , ambos com $J = 1/2$, possuem três quarks, dois com spins opostos, ocupando orbitais s centrados nos vértices de um triângulo, correspondendo a uma estrutura de simetria top oblata. No modelo, as ressonâncias mesônicas e bariônicas são descritas como estados excitados originários do movimento de rotação do hádron e de vibração dos quarks que o constituem (Figura 8).

Figura 8 – Modelo Rovibracional para hádrons



Fonte: O Autor (2021).

Para descrever o movimento de rotação dos hádrons e a vibração dos quarks, utilizamos a solução da equação de Schrödinger estacionária com potencial de Morse (MORSE, 1929), que considera as correções semirrígida e anarmônica. A parte angular da

função de onda é semelhante à do átomo de hidrogênio, os conhecidos harmônicos esféricos $\gamma_l^m(\theta, \phi) = \Theta(\theta)\Phi(\phi)$, sendo diferente apenas a parte radial. A equação de Schrödinger radial com o potencial de Morse é dada por

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{J(J+1)R(r)}{r^2} = \frac{-8\pi^2 m}{h^2} [E - D - De^{-2\alpha(r-r_e)} + 2De^{-\alpha(r-r_e)}] R(r), \quad (13)$$

sendo $R(r)$ a função de onda radial, J o número quântico orbital, m a massa da partícula, h a constante de Planck, E é a energia total, $D + De^{-2\alpha(r-r_e)} - 2De^{-\alpha(r-r_e)}$ o potencial de Morse, D é a profundidade do potencial, r_e é a distância de equilíbrio, D e α são parâmetros característicos de cada partícula. Para as moléculas, o potencial de Morse permite o escape dos objetos vibrantes para o continuum e D corresponde à energia de dissociação. Isso não acontece para quarks confinados. O potencial de Morse será usado para descrever apenas o espectro excitado dos hádrons, não para calcular o potencial efetivo dos quarks. A Equação 13 pode ser resolvida numericamente, contudo uma solução analítica permite identificar separadamente as contribuições de cada termo da energia rovibracional. Tomando a solução de Pekeris (PEKERIS, 1934), que inclui o acoplamento rovibracional para estado com $J > 0$, as massas das ressonâncias $M(n, J)$ podem ser calculadas como (em MeV):

$$\begin{aligned} M(n, J) = D + \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right) - \hbar\omega x_e \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 + B_{rot} J(J+1) \\ - D_{rot} J^2(J+1)^2 - \alpha_e \left(n + \frac{1}{2}\right) J(J+1) \end{aligned} \quad (14)$$

em que n é o número quântico radial, $\hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right)$ a contribuição harmônica, $\hbar\omega x_e \left(n + \frac{1}{2}\right)^2$ a correção anarmônica, $B_{rot} J(J+1)$ a contribuição rígida do rotor, $D_{rot} J^2(J+1)^2$ a correção semirrígida e $\alpha_e \left(n + \frac{1}{2}\right) J(J+1)$ o acoplamento rovibracional.

O termo $B_{rot} = \frac{\hbar^2}{2I}$, que depende do momento de inércia $I = mr^2$, foi previamente determinado utilizando os dados experimentais massa m e raio r das partículas de referência. Adotamos o raio de carga r_E como a distância entre os quarks para representar a dimensão dos hádrons, usando as relações $r = \frac{r_E}{2}$ e $r = \frac{r_E}{\sqrt{3}}$ para mésons e bárions respectivamente. A relação para o bárion foi obtida considerando a estrutura triangular quarkônica inscrita numa

circunferência, tomando a aresta do triângulo como a distância entre os quarks (Figura 7). Atualmente, os hádrons que possuem massas e raios experimentais bem definidos são π^+ , K^+ , N^+ e Σ^- , por isso, eles foram as únicas partículas selecionadas para o estudo. Para cada um dos hádrons, D e os coeficientes $\hbar\omega$, $\hbar\omega x_e$, D_{rot} e α_e foram obtidos por meio de um ajuste das massas das ressonâncias como uma função dos números quânticos radiais e orbitais (Eq. 14).

2.2 ORGANIZAÇÃO DOS GRUPOS RADIAS E ORBITAIS

Para realizar o ajuste dos coeficientes da Equação 14, foi necessário classificar as ressonâncias experimentais em grupos orbitais com n fixo e diferentes J (Tabela 8) e radiais com diferentes n e J fixo (Tabela 9). Essa estratégia é amplamente empregada nos trabalhos teóricos que utilizam a técnica das trajetórias de Regge. O procedimento foi realizado para cada um dos quatros hádrons selecionados para o estudo.

Tabela 8 – Tabela das ressonâncias classificadas no grupo orbital

Grupo	Ressonância	s	I	J^{PC}/J^P	Grupo	Ressonância	s	I	J^P
Méson π	π^+	0	1	0^{-+}	Bárion N	N^+	1/2	1/2	$1/2^{+}$
	b(1235)	0	1	1^{+-}		N(1520)	1/2	1/2	$3/2^{-}$
	$\pi_2(1670)$	0	1	2^{-+}		N(1680)	1/2	1/2	$5/2^{+}$
	$b_3(2030)$	0	1	3^{+-}		N(2190)	1/2	1/2	$7/2^{-}$
	$\pi_4(2250)$	0	1	4^{-+}		N(2220)	1/2	1/2	$9/2^{+}$
Méson K	K^+	0	1/2	0^{-}	Bárion Σ	Σ^-	1/2	1	$1/2^{+}$
	$K_1(1270)$	0	1/2	1^{+}		$\Sigma(1670)$	1/2	1	$3/2^{-}$
	$K_2(1770)$	0	1/2	2^{-}		$\Sigma(1915)$	1/2	1	$5/2^{+}$
	$K_3(2320)$	0	1/2	3^{+}		$\Sigma(2100)$	1/2	1	$7/2^{-}$
	$K_4(2500)$	0	1/2	4^{-}					

Fonte: O Autor (2021).

Tabela 9 – Tabela das ressonâncias classificadas no grupo radial

Grupo	Ressonância	s	I	J^{PC}/J^P	Grupo	Ressonância	s	I	J^P
Méson π	π^+	0	1	0^{-+}	Bárion N	N^+	1/2	1/2	$1/2^{+}$
	$\pi(1300)$	0	1	0^{-+}		$N(1440)$	1/2	1/2	$1/2^{+}$
	$\pi(1800)$	0	1	0^{-+}		$N(1710)$	1/2	1/2	$1/2^{+}$
	$\pi(2070)$	0	1	0^{-+}		$N(1880)$	1/2	1/2	$1/2^{+}$
	$\pi(2360)$	0	1	0^{-+}		$N(2100)$	1/2	1/2	$1/2^{+}$
Méson K	K^+	0	1/2	0^{-}	Bárion Σ	Σ^{-}	1/2	1	$1/2^{+}$
	$K(1460)$	0	1/2	0^{-}		$\Sigma(1660)$	1/2	1	$1/2^{+}$
	$K(1830)$	0	1/2	0^{-}		$\Sigma(1770)$	1/2	1	$1/2^{+}$
						$\Sigma(1880)$	1/2	1	$1/2^{+}$

Fonte: O Autor (2021).

Nos grupos orbitais, classificamos as ressonâncias com spins, isospin I e momento angular radial n iguais ao da partícula de referência. Para J , usamos os valores experimentais indicados pelo PDG sugerindo um valor para as ressonâncias sem J definido na literatura. Os valores experimentais são mostrados nas Tabela 5 e Tabela 6 da seção 1.3. O nosso agrupamento obedece ao critério da naturalidade e paridade em cada série orbital com spin e paridade J^P , por isso, nos grupos orbitais, o J , que é igual ao L quando temos s fixo, aumenta $J+1$, $J+2$, $J+3$... unidades e tem a paridade alternada com o aumento de J . A naturalidade η e a paridade P são relacionados por meio da expressão $\eta = \tau P$, sendo τ a assinatura. Temos paridade natural, $\eta = +1$, se $P = (-1)^J$ e $P = (-1)^{J-1/2}$ para mésons e bárions, respectivamente, e paridade não-natural, $\eta = -1$, se $P = -(-1)^J$ e $P = -(-1)^{J-1/2}$. Assim, para as partículas π^+ e K^+ , ambas com $J^P = 0^{-}$, formamos grupos orbitais com spin-paridade não natural e para os bárions N^+ , com $J^P = 1/2^{+}$, formamos grupos com spin-paridade natural. A Tabela 8 mostra as ressonâncias experimentais classificadas nos grupos orbitais dos hádrons π , K, N e Σ . Para todas elas, atribuímos $n = 0$ (estado radial fundamental), pois consideramos que todas são excitações das partículas de referência apenas em nível orbital. Em cada grupo radial, classificamos um conjunto de ressonâncias com spin s , isospin I , momento angular total J e momento angular orbital L iguais ao da partícula de referência. A Tabela 9 apresenta as ressonâncias selecionadas para compor os grupos radiais dos hádrons π , K, N e Σ com os números aqui radiais sugeridos. Vale observar que as ressonâncias mesônicas e bariônicas da tabela têm spins e momento angular total iguais a 0 e 1/2 respectivamente, implicando em $L = 0$ (estado fundamental orbital).

2.3 PARÂMETROS ROVIBRACIONAIS

Os parâmetros da Equação 14 obtidos por meio do ajuste do modelo estão listados na Tabela 10 juntamente com os dados experimentais das partículas de referência π^+ , K^+ , N^+ e Σ^- utilizadas no procedimento de ajuste. Para fins de comparação, a Tabela 11 mostra as constantes rovibracionais experimentais das moléculas bem conhecidas: hidrogênio (H_2), ácido clorídrico (HCl) e ácido bromídrico (HBr).

Tabela 10 – Parâmetros rovibracionais calculados e dados experimentais das partículas de referência

Partícula	r_E (fm)	J^P	M (MeV)	D (MeV)	$\hbar\omega$ (MeV)	$\hbar\omega x_e$ (MeV)	B_{rot} (MeV)	D_{rot} (MeV)	α_e (MeV)
π^+	0,659	0^-	$139,57 \pm 1,8 \cdot 10^{-4}$	725,58	464,98	22,34	1284,81	3,57	2298,17
K^+	0,560	0^-	$493,68 \pm 1,6 \cdot 10^{-2}$	575,41	732,50	85,22	503,02	4,70	660,93
N^+	0,875	$1/2^+$	$938,27 \pm 6,0 \cdot 10^{-6}$	1071,16	309,64	4,62	81,30	0,78	32,07
Σ^-	0,780	$1/2^+$	$1197,45 \pm 3,0 \cdot 10^{-2}$	1361,01	197,76	12,13	80,18	1,28	32,94

Fonte: O Autor (2021).

Tabela 11 – Constantes rovibracionais experimentais das moléculas H_2 , HCl e HBr

Molécula	r (Å)	$\hbar\omega$ (eV)	$\hbar\omega x_e$ (eV)	B_{rot} (eV)	D_{rot} (eV)	α_e (eV)
H_2	0,741	0,55	0,02	0,080	$5,84 \cdot 10^{-6}$	$3,80 \cdot 10^{-4}$
HCl	1,274	0,37	0,07	0,001	$6,60 \cdot 10^{-8}$	$3,81 \cdot 10^{-5}$
HBr	1,414	0,33	0,01	0,001	$4,29 \cdot 10^{-9}$	$2,89 \cdot 10^{-5}$

Fonte: O Autor (2021).

O comportamento dos parâmetros rovibracionais dos hádrons é em geral semelhante ao das moléculas, embora as correções sejam significativamente maiores para os hádrons. A contribuição harmônica é a maior, tanto para as moléculas quanto para os hádrons, exceto para o π , que possui uma pequena massa e uma grande energia rotacional. Em geral, o efeito Coriolis é menor do que as contribuições vibracional e rotacional, exceto para π e K , que possuem massas e raios de carga pequenos. Valores mais altos de B_{rot} são observados para mésons em comparação com os bárions. Para $J = 0$, não há efeito de Coriolis. Porém, para $J > 0$, que é o caso da maioria dos hádrons, esse efeito torna-se significativo.

A comparação entre as propriedades das ressonâncias calculadas por meio do modelo rotacional e os resultados experimentais e teóricos serão discutidos na próxima seção. A

comparação entre as nossas atribuições e classificação das ressonâncias em grupos radiais e orbitais também será discutida.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, as massas das ressonâncias calculadas por meio do Modelo Rovibracional serão comparadas com as massas experimentais e as obtidas por outras abordagens teóricas. Será apresentada e discutida uma associação dos estados excitados às ressonâncias orbitais e radiais experimentais, acompanhada de uma comparação com outros trabalhos teóricos. O comportamento das curvas (m, J) e (m, n) obtidas no ajuste também será analisado.

3.1 GRUPOS DAS RESSONÂNCIAS ORBITAIS

A Tabela 12 apresenta as ressonâncias classificadas nos grupos orbitais do méson π e as propriedades calculadas pelo nosso modelo juntamente com os dados experimentais e os calculados por outras abordagens teóricas. A coluna *status* indica a condição da ressonância de acordo com o PDG (Tabela 5). Os estados indicados com "•" estão bem estabelecidos na literatura com relação à sua existência, enquanto os indicados com símbolo "f." aguardam confirmação necessitando de informações experimentais e teóricas que corroborem sua existência. As ressonâncias mesônicas indicadas com "f" estão listados na seção "outros estados" do PDG (PDG, 2020).

Tabela 12 – Ressonâncias orbitais do méson π e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	J^{PC}	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [2]
$b(1235)$	1^{+-}	•	$1229,5 \pm 3,2$	1210	1302
$\pi_2(1670)$	2^{-+}	•	$1670,6^{+2,9}_{-1,0}$	1638	1666
$b_3(2030)$	3^{+-}	f.	2032 ± 12	2068	1972
$\pi_4(2250)$	4^{-+}	f.	2250 ± 15	2240	2242

Fonte: O Autor (2021).

A Tabela 12 indica que os valores calculados estão em concordância com os dados experimentais e os determinados por Jia, Pang e Hosaka (JIA, PANG e HOSAKA, 2017) utilizando um modelo de quark relativizado com base na relação de plotagem Regge-Chew-

[2] Ref. (JIA, PANG e HOSAKA, 2017)

Frautschi. As excitações orbitais do méson π são associadas às ressonâncias $b(1235)$, $\pi_2(1670)$, $b_3(2030)$ e $\pi_4(2250)$. Em acordo com a nossa classificação, as duas primeiras são interpretadas pelo Modelo de Quarks como excitações orbitais do méson π atribuindo-as aos estados 1^1P_1 e 1^1D_2 , respectivamente (Tabela 1). As duas últimas são listadas na seção "outros estados" no PDG.

No processo de agrupamento das ressonâncias tínhamos a opção de utilizar $\pi_1(1400)$ como alternativa ao $b(1235)$, porém a primeira ressonância possui $J^{PC} = 1^{-+}$ pertencendo à série das ressonâncias com spin-paridade natural ($\eta = +1$) diferentemente daquelas listadas na Tabela 12. Destacamos que $\pi_1(1400)$ é um estado exótico não previsto pelo Modelo de Quarks, o que corrobora nossos resultados. Além disso, cálculos de trajetória de Regge orbital (JIA, PANG e HOSAKA, 2017) (CHEN, 2018a), utilizando outras abordagens teóricas levam ao mesmo agrupamento obtido no presente trabalho.

A Tabela 13 lista as propriedades calculadas, experimentais e teóricas das ressonâncias classificadas no grupo orbital do méson K. Igualmente ao méson π , a coluna *status* aponta a condição da ressonância segundo o PDG. Os estados indicados com “espaços em branco” aguardam confirmação, no entanto eles possuem mais informações disponíveis do que os estados classificados na seção "outros estados" do PDG.

Tabela 13 – Ressonâncias orbitais do méson K e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	J^P	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [3]
$K_1(1270)$	1^+	•	1253 ± 7	1247	1272
$K_2(1770)$	2^-	•	1773 ± 8	1787	1758
$K_3(2320)$	3^+		2324 ± 24	2315	2303
$K_4(2500)$	4^-		2490 ± 20	2492	2498

Fonte: O Autor (2021).

As excitações orbitais do méson K são associadas às ressonâncias $K_1(1270)$, $K_2(1770)$, $K_3(2320)$ e $K_4(2500)$. O Modelo de Quarks classifica a primeira como estado 1^1P_1 (Tabela 3), interpretando-a como a primeira excitação orbital, o que corrobora nossos resultados. Utilizando a aplicação da aproximação de quantização de Bohr-Sommerfeld para a forma quadrática da equação do tipo Salpeter spinless $M^2 = \beta (c_1 l + \pi n_r + c_0)^{2/3} + c_1$ Chen (CHEN, 2018c) classifica $K_2(1770)$ como estado 1^1D_2 , sugerindo que essa ressonância é

[3] Ref. (CHEN, 2018c)

uma excitação orbital do méson K. O Modelo Rovibracional identifica essa ressonância como a segunda excitação orbital com $m = 1787$ MeV, $J = 2^-$ e $n = 0$, o que está de acordo com o modelo de quark e com a classificação de Chen.

A Tabela 14 mostra as ressonâncias relacionadas no grupo orbital do bárion N com suas respectivas propriedades calculadas, experimentais e teóricas. A coluna *status* traz uma notação diferente daquela utilizada pelo PDG para indicar a situação das ressonâncias mesônicas com relação à disponibilidade de dados experimentais que corroborem a existência dessas ressonâncias. Os estados indicados com 4- ou 3-estrelas são considerados bem estabelecidos, enquanto os indicados com 1- ou 2-estrelas aguardam confirmação e necessitam de informações experimentais e teóricas.

Tabela 14 – Ressonâncias orbitais do bárion N e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	J^P	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [4],[5],[6]
N(1520)	$3/2^-$	****	1515 ± 5	1459	1535, 1537, 1542
N(1680)	$5/2^+$	****	1685 ± 5	1736	1660, 1769, 1799
N(2190)	$7/2^-$	****	2180 ± 40	2060	2045, 2150
N(2220)	$9/2^+$	****	2250 ± 50	2365	2183
N(2600)	$11/2^-$	***	2600^{+150}_{-50}	2566	2687

Fonte: O Autor (2021).

As primeiras cinco excitações orbitais do bárion N são os estados $(70, 1_1^-)$, $(56, 2_2^+)$, $(70, 3_3^-)$, $(56, 4_4^+)$ e $(70, 5_5^-)$ (PDG, 2020), (KLEMPPT e RICHARD, 2010), que estão de acordo com o agrupamento das ressonâncias experimentais N(1520), N(1680), N(2190), N(2220) e N(2600) relatado neste trabalho. Algumas das atribuições do PDG são mostradas na Tabela 6 da subseção 1.3. Um modelo de quark constituinte que usa a trajetória de Regge classifica as três ressonâncias N(1520), N(1680) e N(2190) como estados 1P, 1D e 1F, respectivamente (SHAH, GANDHI e RAI, 2019), (SONNENSCHNEIN e WEISSMANB, 2019), (SONNENSCHNEIN e DORIN, 2015). Essa classificação também corrobora os resultados aqui relatados.

[4] Ref. (SALEHI, HASSANABADI e RAJABI, 2013)

[5] Ref. (SANTOPINTO e FERRETTI, 2015)

[6] Ref. (SHAH, GANDHI e RAI, 2019)

A Tabela 15 lista as propriedades experimentais e as calculadas pelo nosso modelo e por outras abordagens teóricas para as ressonâncias classificadas no grupo orbital do bárion Σ . A coluna *status* indica a condição das ressonâncias Σ , utilizando a mesma notação empregada para o bárion N.

Tabela 15 – Ressonâncias orbitais do bárion Σ e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	J^P	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [7],[8]
$\Sigma(1670)$	$3/2^-$	****	1675 ± 10	1678	1680, 1800
$\Sigma(1915)$	$5/2^+$	****	1915^{+20}_{-15}	1916	1901, 2041
$\Sigma(2100)$	$7/2^-$	*	2146 ± 17	2143	
$\Sigma(2250)$	$9/2^+$	***	2250 ± 30	2251	

Fonte: O Autor (2021).

A família Σ , onde existe uma concordância experimental muito boa, inclui as três ressonâncias experimentais $\Sigma(1670)$, $\Sigma(1915)$ e $\Sigma(2100)$. O modelo de quark classifica apenas as duas primeiras ressonâncias como estados $(70, 1_1^-)$ e $(56, 2_2^+)$. Aqui, a ressonância $\Sigma(2100)$ com $J = 7/2^-$ e classificada com *status* 1-estrela parece ser a candidata ideal para ser atribuído ao estado previsto pelo Modelo de Quarks $(70, 3_3^-)$, o qual ainda está sem atribuição. A nossa classificação está de acordo com o agrupamento obtido por Fernández-Ramírez *et al.* que utilizando fenomenologia de Regge (FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, DANILKIN, *et al.*, 2016) descreveram $\Sigma(2100)$ como a terceira excitação orbital de Σ .

O bárion Σ apresenta atualmente o maior número de ressonâncias experimentais sem J^P confirmado na literatura, um total de oito. Aqui, a ressonância $\Sigma(2250)$ é identificada como a excitação orbital $m = 2251$ MeV e $J^P = 9/2^+$. Essa atribuição contribui para a confirmação dos números quânticos dessa ressonância que tem *status* 3-estrelas atribuída pelo PDG.

[7] Ref. (SALEHI, HASSANABADI e RAJABI, 2013)

[8] Ref. (SANTOPINTO e FERRETTI, 2015)

3.2 GRUPOS DAS RESSONÂNCIAS RADIAIS

As ressonâncias classificadas no grupo radial do méson π são apresentadas na Tabela 16 juntamente com suas propriedades experimentais e as calculadas pelo Modelo Rovibracional e por outras técnicas teóricas. A notação para indicar o *status* da ressonância quanto a confirmação de sua existência é a mesma utilizada nas tabelas mostradas na subseção anterior. Adotamos a notação “p.” para indicar a previsão de novas ressonâncias sugeridas pelo modelo.

Tabela 16 – Ressonâncias radiais do méson π e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	n	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [9],[10],[11]
$\pi(1300)$	1	•	1300 ± 100	1373	1292
$\pi(1800)$	2	•	1810^{+9}_{-11}	1748	1788
$\pi(2070)$	3	f.	2070 ± 35	2079	
$\pi(2360)$	4	f.	2360 ± 25	2366	
$\pi(2610)$	5	p.		2607	

Fonte: O Autor (2021).

Nota-se, na Tabela 16, a boa concordância entre as massas calculadas e as experimentais das ressonâncias radiais do méson π . Os estados radiais excitados são identificados como as ressonâncias experimentais $\pi(1300)$, $\pi(1800)$, $\pi(2070)$ e $\pi(2360)$. As duas primeiras ressonâncias correspondem aos estados 2^1S_0 e 3^1S_0 respectivamente, conforme descrito pelo Modelo de Quarks. Os agrupamentos de trajetórias de Regge também incluem essas duas ressonâncias π (SONNENSCHNEIN e WEISSMANB, 2019) (CHEN, 2018a) (CHEN, 2018c). As ressonâncias $\pi(2070)$ e $\pi(2360)$, observadas há cerca de 20 anos, são classificadas na seção “outros estados” pelo PDG, necessitando de informações experimentais e teóricas que corroborem a sua existência. Nosso modelo confirma $J^{PC} = 0^{-+}$ para as duas e prever a existência da quinta ressonância radial na família do méson π com $m = 2607$ MeV correspondente ao estado 6^1S_0 .

[9] Ref. (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2009)

[10] Ref. (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2010)

[11] Ref. (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2011)

As ressonâncias radiais classificadas no grupo do méson K estão descritas na Tabela 17, juntamente com as previsões sugeridas pelo Modelo Rovibracional. Além disso, as propriedades calculadas e experimentais das ressonâncias e dos estados previstos são apresentadas na Tabela.

Tabela 17 – Ressonâncias radiais do méson K e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	n	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [12]
K(1460)	1		1482,4±3,58	1482	1464
K(1830)	2		1874±43	1874	1829
K(2100)	3	p.		2095	

Fonte: O Autor (2021).

A primeira excitação radial concorda com o modelo de quark, que a descreve como estado 2^1S_0 . A nossa classificação para K(1830) concorda com os trabalhos de Chen que interpreta essa ressonância como a segunda excitação radial do méson K, atribuindo-a ao estado 3^1S_0 (CHEN, 2018a), (CHEN, 2018c). A terceira excitação radial do méson K, ou seja, o estado 4^1S_0 é previsto pelo Modelo Rovibracional com $m = 2095$ MeV.

A Tabela 18 mostra as propriedades experimentais e calculadas pelo nosso modelo e por outros trabalhos teóricos para as ressonâncias classificadas no grupo radial do bárion N. As previsões de novas ressonâncias sugeridas pelo modelo também são mostradas na Tabela, recebendo a indicação “p.” na coluna *status*. As outras indicações dessa coluna são as mesmas utilizadas nas tabelas da subseção anterior.

Tabela 18 – Ressonâncias radiais do bárion N e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	n	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [13],[14],[15]
N(1440)	1	*****	1440±30	1550	1425, 1511
N(1880)	2	***	1880±50	1817	1890
N(2100)	3	***	2100±50	2075	2089
N(2300)	4	**	2300 ⁺⁴⁰ ₋₃₀	2323	
N(2560)	5	p.		2563	

Fonte: O Autor (2021).

[12] Ref. (CHEN, 2018c)

[13] Ref. (SANTOPINTO e FERRETTI, 2015)

[14] Ref. (KIM, KIM e YANG, 2018)

[15] Ref. (SHAH, GANDHI e RAI, 2019)

As excitações radiais para o bárion N correspondem às quatro ressonâncias experimentais conhecidas N(1440), N(1880), N(2100) e N(2300). As trajetórias de Regge, modificadas com base no modelo inspirado na corda holográfica (HISH), desenvolvida por Sonnenschein e Weissmanb (SONNENSCHIEIN e WEISSMANB, 2019), corroboram a classificação da ressonância N(1880) na família do bárion N. Além disso, Klempt e Richard (KLEMPPT e RICHARD, 2010) classificam a ressonância N(1880) como estado $(70, 2_2^+)$, sugerindo que ela corresponde à segunda excitação radial do bárion N. Shah, Gandhi e Rai (SHAH, GANDHI e RAI, 2019) associaram a ressonância N(2100) ao estado 4S, interpretando-a como a terceira excitação radial do bárion N e previram a quarta excitação radial, o estado 5S, com $m = 2515$ MeV, negligenciando a ressonância N(2300). No entanto, o Modelo Rovibracional acomoda satisfatoriamente N(2100) e N(2300) na família do bárion N como estados 4S e 5S, respectivamente. Além disso, prevê o estado 6S com $n = 5$, $J^P = 1/2^+$ e $m = 2563$ MeV.

As ressonâncias experimentais do bárion Σ classificadas no grupo radial, juntamente com as previsões sugeridas pelo nosso modelo, são apresentadas na Tabela 19. As previsões estão indicadas na coluna *status* com o símbolo “p.”. As propriedades experimentais e as calculadas pelo nosso modelo e por outros trabalhos teóricos também são mostradas na Tabela.

Tabela 19 – Ressonâncias radiais do bárion Σ e suas propriedades calculadas e experimentais

Ressonância	n	Status	Massa (MeV)		
			Exp.	Calc.	Ref. [16]
$\Sigma(1660)$	1	***	1660 ± 20	1653	1734
$\Sigma(1770)$	2	*	1770 ± 20	1777	1739
$\Sigma(1880)$	3	**	1880 ± 60	1878	1751
$\Sigma(1950)$	4	p.		1954	

Fonte: O Autor (2021).

As ressonâncias $\Sigma(1660)$, $\Sigma(1770)$ e $\Sigma(1880)$ são associadas às três primeiras excitações radiais do bárion Σ , em concordância com o modelo quark-diquark interagindo relativisticamente (SANTOPINTO e FERRETTI, 2015). No PDG, o estado $(70, 2_2^+)$ é associado à ressonância $\Sigma(1880)$, por outro lado Klempt e Richard (KLEMPPT e RICHARD,

[16] Ref. (KIM, KIM e YANG, 2018)

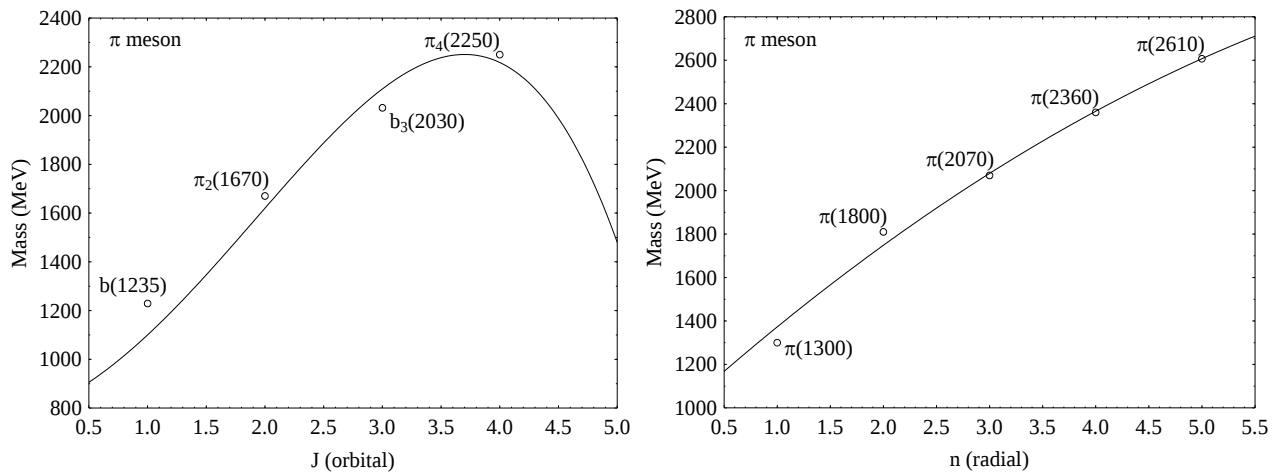
2010) associam o estado à ressonância $\Sigma(1770)$. O presente estudo indica que $\Sigma(1770)$ e $\Sigma(1880)$ pertencem à mesma família radial do bárion Σ , com $n = 2$ e $n = 3$, respectivamente. O Modelo Rovibracional também sugere uma nova ressonância com $J^P = 1/2^+$ e $m = 1954$ MeV.

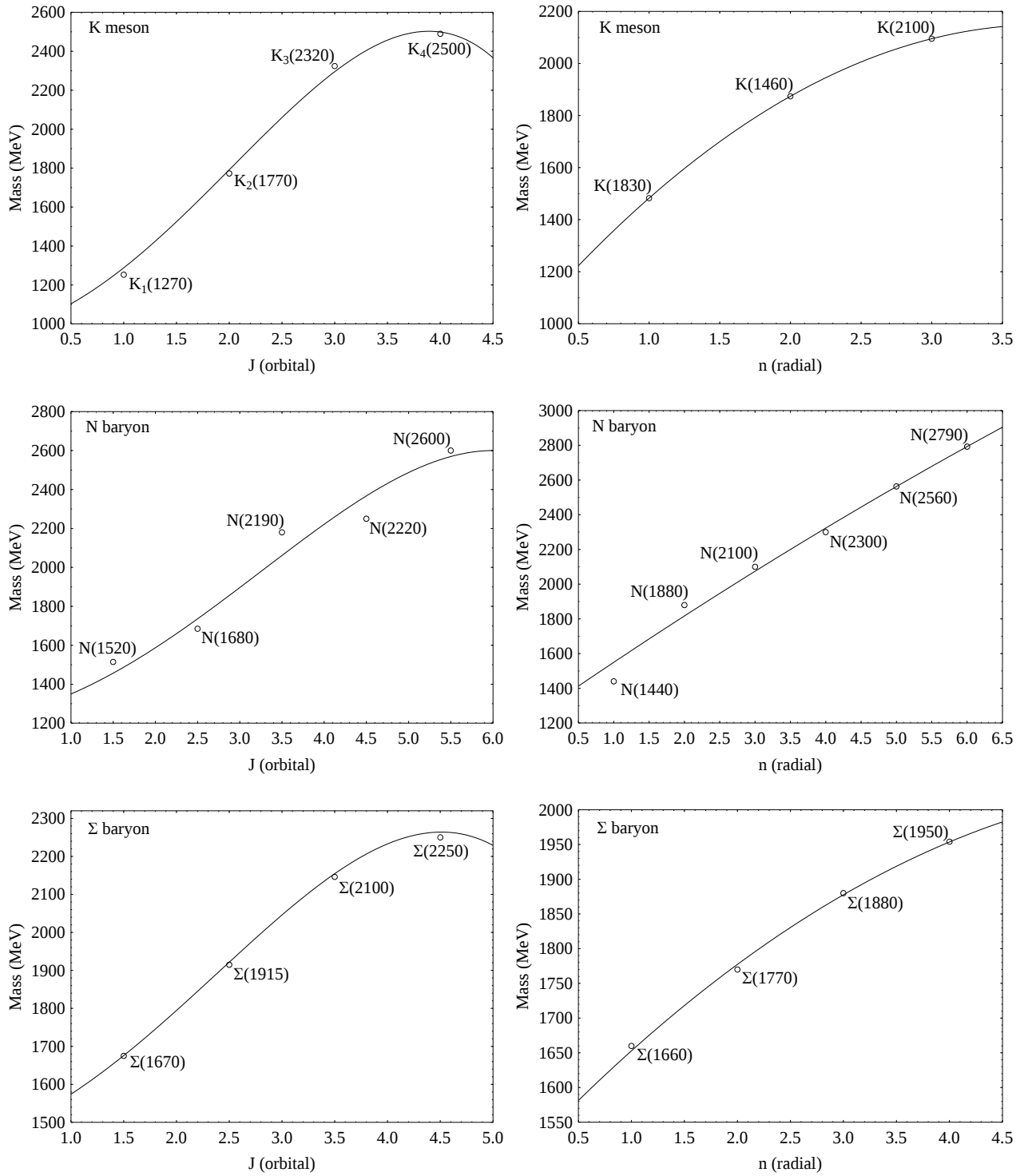
Espera-se que nossas sugestões de novas ressonâncias para os mésons π e K e para os bárions N e Σ sejam confirmadas com o avanço das pesquisas no campo experimental da Física de Partículas.

3.3 ANÁLISE DOS GRÁFICOS ORBITAIS E RADIAIS

A Figura 9 apresenta as curvas obtidas com o ajuste dos parâmetros da Equação 14 às massas experimentais em função de J e n para as ressonâncias dos hádrons π , K , N e Σ . As ressonâncias orbitais são plotadas no plano (M, J) e as radiais no plano (M, n) . As ressonâncias $\pi(2420)$, $K(2280)$, $K(2640)$, $N(2500)$, $N(2700)$ e $\Sigma(1940)$ previstas pelo Modelo Rovibracional também são apresentadas na figura.

Figura 9 – Curvas ajustadas das ressonâncias orbitais (M, J) e radiais (M, n) calculadas pelo Modelo Rovibracional para os hádrons π , K , N e Σ





Fonte: O Autor (2021).

Trajatórias de Regge lineares têm sido utilizadas para descrever as ressonâncias de mésons e bárions (SHAH, GANDHI e RAI, 2019) (SONNENSCHNEIN e WEISSMANB, 2019), no entanto, um comportamento não linear das massas das ressonâncias orbitais e radiais tem sido relatado (CHEN, 2018a) (CHEN, 2018b) (SILVA-CASTRO,

FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, *et al.*, 2019) (FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, DANILKIN, *et al.*, 2016) (TANG e NORBURY, 2000). Um estudo sobre a concavidade das trajetórias de Regge orbitais e radiais concluiu que elas podem ser côncavas ou convexas (CHEN, 2018a) (CHEN, 2018b). Recentemente, uma trajetória de Regge não linear, expressa como $J = c + d((-m)^2)^{1/2}$, foi usada para calcular o espectro das ressonâncias N , Δ , Σ e Λ (EBERT, FAUSTOV e GALKIN, 2009) (KIM, KIM e YANG, 2018). A Figura 9 mostra o comportamento não linear das excitações radiais e orbitais dos hádrons π , K , N e Σ , conforme calculado pelo Modelo Rovibracional.

A Figura 9 mostra as curvas em boa concordância com os dados experimentais. As correções incluídas neste modelo, como anarmonicidade, distorção centrífuga e acoplamento de Coriolis, são fundamentais para a obtenção de massas próximas aos valores experimentais e que seguem um comportamento não linear. As curvas (m, J) e (m, n) indicam que a massa aumenta com o número orbital J ou com o número radial n , como já foi observado, mas também mostra um máximo nas curvas. Contudo, levando em consideração que a solução aproximada de Pekeris negligência os termos de ordem superior, as partes descendentes das curvas podem refletir o limite da Equação 14.

Considerando que o potencial de Morse descreve o espectro excitado dos hádrons, presume-se que ele também ser utilizado para descrever a interação entre os quarks. De fato, o Modelo Rovibracional também possui um comportamento coulombiano inversamente proporcional à distância entre os quarks (ver Eq. 13 da seção 2.1) semelhante ao observado no potencial de interação descrito por meio do processo *one-gluon-exchange* (OGE) introduzido na QCD (BALI, 2001) (TAKAHASHI, MATSUFURU, *et al.*, 2001) (TAKAHASHI, SUGANUMA, *et al.*, 2002) (TAKAHASHI e SUGANUMA, 2003) (TAKAHASHI e SUGANUMA, 2004). Além disso, o modelo permite o cálculo da energia de ligação E_b por meio da Eq. 14 tomando o parâmetro D como a massa dos quarks que constituem o hádron e a energia ligação entre os quarks. Uma vez quebrada a ligação, os quarks ficam livres dentro da estrutura hadrônica, contudo eles não conseguem escapar devido ao potencial de confinamento. Ainda estamos aperfeiçoando o Modelo Rovibracional para descrever o confinamento dos quarks.

4 CONCLUSÕES

O Modelo Rovibracional aqui proposto, que incorpora as correções semirrígida, anarmônica e de Coriolis, mostrou-se útil na classificação das ressonâncias experimentais orbitais e radiais dos hádrons π , K, N e Σ , identificando corretamente os números quânticos e calculando as massas dessas ressonâncias em boa concordância experimental. O modelo também se mostrou eficiente na organização das ressonâncias mesônicas e bariônicas em grupos radiais e orbitais. Os quatros estados orbitais excitados do méson π são associados às ressonâncias experimentais $b(1235)$, $\pi_2(1670)$, $b_3(2030)$ e $\pi_4(2250)$. Seus estados radiais excitados correspondem às ressonâncias $\pi(1300)$, $\pi(1800)$, $\pi(2070)$ e $\pi(2360)$. Na família do méson K, as quatro excitações orbitais são associadas às ressonâncias $K_1(1270)$, $K_2(1770)$, $K_3(2320)$ e $K_4(2500)$. A primeira e segunda excitações radiais do méson K são atribuídas às ressonâncias $K(1460)$ e $K(1830)$, respectivamente. Além disso, o modelo prevê uma ressonância com $m = 2095$ MeV como terceira excitação radial.

Os estados orbitais excitados do bárion N são associados às ressonâncias $N(1520)$, $N(1680)$, $N(2190)$, $N(2220)$ e $N(2600)$, enquanto as quatro primeiras excitações radiais são associadas às ressonâncias $N(1440)$, $N(1880)$, $N(2100)$ e $N(2300)$. O modelo também prevê a existência de outro estado ressonante com $m = 2563$ MeV, $n = 5$ e $J^P = 1/2^+$. A família do bárion Σ inclui as quatro ressonâncias orbitais $\Sigma(1670)$, $\Sigma(1915)$, $\Sigma(2100)$ e $\Sigma(2250)$. Esta última não tem J^P confirmado na literatura e nosso modelo a associa à excitação orbital com $J^P = 9/2^+$. As três primeiras excitações radiais do bárion Σ correspondem às ressonâncias $\Sigma(1660)$, $\Sigma(1770)$ e $\Sigma(1880)$. O modelo prevê uma nova ressonância radial com $J^P = 1/2^+$ e $m = 1954$ MeV.

O Modelo Rovibracional, além de classificar e calcular eficientemente as ressonâncias mesônicas e bariônicas, pode ser útil para descrever o potencial de interação entre os quarks por meio de seu comportamento coulombiano semelhante ao observado no potencial de interação descrito por meio do processo *one-gluon-exchange* (OGE) introduzido na QCD. Pode-se também ampliar a aplicação do modelo para hádrons leves e expandir o estudo para hádrons contendo quarks pesados, sobretudo para aqueles que tenham seu raio de carga determinado experimentalmente ou que tenham raios calculados por várias técnicas disponíveis. Outra possibilidade é estimar o raio das partículas mesônicas e bariônicas que já possuem ressonâncias experimentais bem consolidadas na literatura,

calculando o termo rotacional B_{rot} para cada família dessas partículas. Por fim, abre-se a possibilidade de aplicar o Modelo Rovibracional para descrever o espectro excitado dos tetraquarks e pentaquarks.

REFERÊNCIAS

- AAD, G. et al. (ATLAS Collaboration). Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. **Phys. Lett. B**, 716, 2012. 1-29.
- ABACHI, S. et al. (D0 Collaboration). Observation of the Top Quark. **Phys. Rev. Lett.**, 74, n. 14, 1995. 2632.
- ABBOTT, B. P. et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration). Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger. **Phys. Rev. Lett.**, 116, 2016. 061102.
- ABE, F. et al. (CDF Collaboration). Observation of Top Quark Production in $\bar{p}p$ Collisions with the Collider Detector at Fermilab. **Phys. Rev. Lett.**, 74, n. 14, 1995. 2626.
- ABRAAMYAN, K. H. U. et al. Resonance structure in the $\gamma\gamma$ invariant mass spectrum in pC and dC interactions. **Phys. Rev. C**, 80, n. 03, 2009. 034001.
- AKERS, D. Rotational Spectra of the Baryons and Mesons. **High Energy Phys.**, 2003. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/hep-ph/0310239v3>>.
- ALBUQUERQUE, R. M.; NARISON, S.; NIELSENA, M. $SU(3)$ mass-splittings of heavy-baryons in QCD. **Phys. Lett. B**, 684, n. 4-5, 2010. 236-245.
- ANISOVICH, A. V. et al. Partial wave analysis of pp - annihilation channels in flight with $I = 1, C = +1$. **Phys. Lett. B**, 517, n. 3-4, 2001. 261-272.
- ANISOVICH, A. V. et al. Combined analysis of meson channels with $I = 1, C = -1$ from 1940 to 2410 MeV. **Phys. Lett. B**, 542, n. 1-2, 2002. 8-18.
- BAGAN, E. et al. Baryon sum rules in the heavy quark effective theory. **Phys. Lett. B**, 301, n. 2-3, 1993. 243-248.
- BALI, G. S. QCD forces and heavy quark bound states. **Phys. Rep.**, 343, n. 1-2, 2001. 1-136.
- BASDEVANT, J. L.; BOUKRAA, S. Baryon masses in relativistic potential models. **Z. Phys. C**, 30, 1986. 103–114.
- BERNARD, V.; KAISER, N.; MEISSNER, U. L. F. G. Chiral Dynamics In Nucleons And Nuclei. **Int. J. Mod. Phys. E**, 4, n. 2, 1995. 193-344.
- BHADURI, R. K.; JENNINGS, B. K.; WADDINGTON, J. C. Rotational bands in the baryon spectrum. **Phys. Rev. D**, 29, n. 9, 1984.
- BORASOY, B. et al. A gauge-invariant chiral unitary framework for kaon photo- and electroproduction on the proton. **Eur. Phys. J. A**, 34, 2007. 161–183.
- CAPSTICK, S.; ISGUR, N. Baryons in a relativized quark model with chromodynamics. **Phys. Rev. D**, 34, n. 9, 1986. 2809.

- CHATRCHYAN, S. et al. (CMS Collaboration). Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. **Physics Letters B**, 716, 2012. 30-61.
- CHEN, J. Concavity of the meson Regge trajectories. **Phys. Lett. B**, 786, 2018a. 477-484.
- CHEN, J. Regge trajectories for heavy quarkonia from the quadratic form of the spinless Salpeter-type equation. **Eur. Phys. J. C**, 78, n. 235, 2018b.
- CHEN, J. Regge trajectories for the mesons consisting of different quarks. **Eur. Phys. J. C**, 78, n. 648, 2018c.
- CHEW, G. F.; FRAUTSCHI, S. C. Principle of Equivalence for all Strongly Interacting Particles within the S-Matrix Framework. **Phys. Rev. Lett.**, 7, n. 10, 1961. 394.
- CHEW, G. F.; FRAUTSCHI, S. C. Regge Trajectories and the Principle of Maximum Strength for Strong Interactions. **Phys. Rev. Lett.**, 8, n. 1, 1962. 41.
- CHODOS, A. et al. Baryon structure in the bag theory. **Phys. Rev. D**, 10, n. 8, 1974. 2599.
- DAFTARI, I. et al. Evidence for a new meson: A quasinuclear NN^- bound state? **Phys. Rev. Lett.**, 58, n. 859, 1987.
- DEGRAND, T. et al. Masses and other parameters of the light hadrons. **Phys. Rev. D**, 12, n. 7, 1975. 2060.
- DIAKONOV, D.; PETROV, V.; POLYAKOV, M. Exotic anti-decuplet of baryons: prediction from chiral solitons. **Z. Phys A**, 359, n. 3, 1997. 305–314.
- DUDEK, J. J. et al. Highly Excited and Exotic Meson Spectrum from Dynamical Lattice QCD. **Phys. Rev. Lett.**, 103, n. 26, 2009. 262001.
- DUDEK, J. J. et al. Toward the excited meson spectrum of dynamical QCD. **Phys. Rev. D**, 82, n. 3, 2010. 034508.
- DURR, S. et al. Ab Initio Determination of Light Hadron Masses. **Science**, 322, n. 5905, 2008. 1224.
- EBERT, D.; FAUSTOV, R. N.; GALKIN, V. O. Mass spectra and Regge trajectories of light mesons in the relativistic quark model. **Phys. Rev. D**, 79, n. 11, 2009. 114029.
- EBERT, D.; FAUSTOV, R. N.; GALKIN, V. O. Heavy-light meson spectroscopy and Regge trajectories in the relativistic quark model. **Eur. Phys. J. C**, 66, n. 1-2, 2010. 197-206.
- EBERT, D.; FAUSTOV, R. N.; GALKIN, V. O. Spectroscopy and Regge trajectories of heavy quarkonia and Bc mesons. **Eur. Phys. J. C**, 71, n. 1825, 2011.
- EDWARDS, R. G. et al. Excited state baryon spectroscopy from lattice QCD. **Phys. Rev. D**, 84, n. 7, 2011. 074508.
- ENDLER, A. M. F. **Introdução à física de partículas**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

FERNÁNDEZ-RAMÍREZ, C. et al. Understanding the nature of $\Lambda(1405)$ through Regge physics. **Phys. Rev. D**, 93, n. 7, 2016. 074015.

FLECK, S.; RICHARD, J. M. Baryons with double charm. **Prog. Theor. Phys.**, 82, n. 04, 1989. 760–774.

FORKEL, H.; BEYER, M.; FREDERICO, T. Linear Meson And Baryon Trajectories In Ads/Qcd. **Int. J. Mod. Phys. E**, 16, n. 9, 2007a. 2794-2797.

FORKEL, H.; FREDERICO, T.; BEYER, M. Linear square-mass trajectories of radially and orbitally excited hadrons in holographic QCD. **J. High Energy Phys.**, 2007, n. 77, 2007b. 1-32.

GRAHAM, R. H.; Q'DONNELL, P. J. Light-quark spectroscopy aand radial excitations. **Phys. Rev. D**, 19, n. 1, 1979. 284.

GRIFFITHS, D. **Introduction to elementary Particles**. Weinheim: Wiley-VCH, 2008.

HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particles Physics**. London: John Wiley & Sons, 1984.

HOGAASEN, H.; RICHARD, J. M. Nucleon resonances and the quark model. **Phys. Lett. B**, 124, n. 6, 1983. 520-522.

ISGUR, N.; KARL, G. P-wave barons in the quark model. **Phys. Rev. D**, 18, n. 11, 1978. 4187.

JIA, D.; PANG, C.; HOSAKA, A. Mass formula for light nonstrange mesons and Regge trajectories in quark model. **Int. J. Mod. Phys. B**, 32, n. 25, 2017.

KAZAKOV, D. The Higgs boson is found: what is next? **High Energy Phys. - Phenomenol.**, 2014. Disponivel em: <<https://arxiv.org/abs/1405.5495>>. Acesso em: 15 jul. 2021.

KIM, J.; KIM, H.; YANG, G. Mass spectra of singly heavy baryons in a self-consistent chiral quark-soliton model. **Phys. Rev. D**, 98, n. 5, 2018. 054004.

KLEMP, E.; RICHARD, J. Baryon spectroscopy. **Rev. Mod. Phys.**, 82, n. 2, 2010.

KODAMA, K. et al. (DONUT Collaboration). Observation of tau neutrino interactions. **Phys. Lett. B**, 504, 2001. 218-224.

LATTES, C. M. G.; OCCHIALINI, G. P. S.; POWELL, C. F. Observations on the Tracks of Slow Mesons in Photographic Emulsions. **Nature**, 160, n. 4067, 1947. 486-492.

MAC GREGOR, M. H. Light -quark hadron spectroscopy: A geometric quark model for S states*. **Phys. Rev. D**, 10, n. 3, 1974a.

MAC GREGOR, M. H. Light -quark hadron spectroscopy: Experimental systematics and angular momentum systematics*. **Phys. Rev. D**, 9, n. 5, 1974b.

MELDE, T.; PLESSAS, W.; SENGL, B. Quark-model identification of baryon ground and resonant states. **Phys. Rev. D**, 77, n. 11, 2008. 114002.

MEYER, C. A.; SWANSON, E. S. Hybrid mesons. **Prog. Part. Nucl. Phys.**, 82, n. 21-58, 2015.

MORSE, P. M. Diatomic molecules according to the wave mechanics. II. Vibrational levels. **Phys. Rev.**, 34, n. 1, 1929. 57.

MURTHY, M. V. N. et al. Spin-Orbit Splitting in the N-delta Spectra and the Deformed Baryon Model. **Z. Phys. C**, 29, n. 3, 1985. 385-396.

OLLER, J. A.; OSET, E.; RAMOS, A. Chiral unitary approach to meson-meson and meson-baryon interactions and nuclear applications. **Prog. Part. Nucl. Phys.**, 45, n. 1, 2000. 157-242.

PANG, C. et al. A systematic study of mass spectra and strong decay of strange mesons. **Eur. Phys. J. C**, 77, n. 861, 2017.

PAULING, L. Baryon Resonances As Rotational States. **Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.**, 56, n. 6, 1966. 1976-1977.

PEKERIS, C. L. The rotation-vibration coupling in diatomic molecules. **Phys. Rev.**, 45, n. 2, 1934. 98.

PRASZALOWICZ, M. Heavy baryon decay widths in the large N_c limit in chiral theory. **Eur. Phys. J. C**, 78, n. 690, 2018.

REGGE, T. Introduction to complex orbital momenta. **Nuovo Cim.**, 14, 1959. 951-976.

REGGE, T. Bound states, shadow states and mandelstam representation. **Nuovo Cim.**, 18, 1960. 947-956.

SALEHI, N.; HASSANABADI, H.; RAJABI, A. A. Ground states and excitation spectra of baryons in a non-relativistic model with the anharmonic potential. **Chinese Phys. C**, 37, n. 11, 2013. 113101.

SANTOPINTO, E.; FERRETTI, J. Strange and nonstrange baryon spectra in the relativistic interacting quark-diquark model with a Gürsey and Radicati-inspired exchange interaction. **Phys. Rev. C**, 92, n. 2, 2015. 025202.

SHAH, Z.; GANDHI, K.; RAI, A. K. Spectroscopy of light N^* baryons. **Chin. Phys. C**, 43, n. 3, 2019. 034102.

SHAH, Z.; RAI, A. K. Masses and Regge trajectories of triply heavy Ω_{ccc} and Ω_{bbb} baryons. **Eur. Phys. J. A**, 53, n. 195, 2017.

SHARMA, S. K. et al. Role of the Orbit-Orbit Component of the Fermi-Breit Interaction in a Quark-Model Description of the Baryon Spectra. **Phys. Rev. Lett.**, 62, n. 25, 1989.

SHIFMAN, M. A.; VAINSHTEIN, A. I.; ZAKHAROV, V. I. QCD and resonance physics. theoretical foundations. **Nucl. Phys. B**, 147, n. 5, 1979. 385-447.

SILVA, C. O.; NATTI, P. L. Modelo de Quarks e sistemas multiquarks. **Rev. Bras. de Ensino de Fis.**, 29, n. 2, 2007. 175-187.

SILVA-CASTRO, J. A. et al. Regge phenomenology of the N^* and Δ^* poles. **Phys. Rev. D**, 99, 2019. 034003.

SONNENSCHN, J.; DORIN, W. A rotating string model versus baryon spectra. **J. High Energy Phys.**, 02, n. 147, 2015.

SONNENSCHN, J.; WEISSMAN, D. Rotating strings confronting PDG mesons. **J. High Energy Phys.**, 2014, n. 13, 2014. 1-45.

SONNENSCHN, J.; WEISSMAN, D. A tetraquark or not a tetraquark? A holography inspired stringy hadron (HISH) perspective. **Nucl. Phys. B**, 920, 2017. 319-344.

SONNENSCHN, J.; WEISSMAN, D. Excited mesons, baryons, glueballs and tetraquarks: predictions of the Holography Inspired Stringy Hadron model. **Eur. Phys. J. C**, 79, n. 326, 2019. 1-27.

TAKAHASHI, T. T. et al. Three-quark potential in SU (3) lattice QCD. **Phys. Rev. Lett.**, 86, n. 1, 2001. 18.

TAKAHASHI, T. T. et al. Detailed analysis of the three-quark potential in SU (3) lattice QCD. **Phys. Rev. D**, 65, n. 11, 2002. 114509.

TAKAHASHI, T. T.; SUGANUMA, H. Gluonic excitation of the three-quark system in SU (3) lattice QCD. **Phys. Rev. Lett.**, 90, n. 18, 2003. 182001.

TAKAHASHI, T. T.; SUGANUMA, H. Detailed analysis of the gluonic excitation in the three-quark system in lattice QCD. **Phys. Rev. D**, 70, n. 7, 2004. 074506.

TANG, A.; NORBURY, J. W. Properties of Regge trajectories. **Phys. Rev. D**, 62, n. 1, 2000. 016006.

THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS 1949. Nobel Prize.org. **Nobel Prize.org**. Disponível em: <<https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1949/summary/>>. Acesso em: 15 out. 2021.

THOMSON, M. **Modern particle physics**. New York: Cambridge University Press, 2013.

YUKAWA, H. On the Interaction of Elementary Particles. I. **Proc. Phys. Math. Soc. Jpn.**, 17, 1935. 48-57.

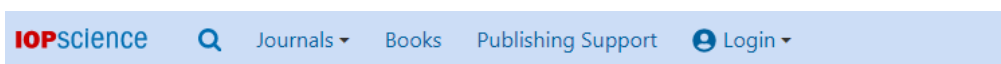
ZYLA, P. A. et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics. **Prog. Theor. Exp. Phys.**, 2020, n. 8, 2020. 083C01.

APÊNDICE A – ARTIGO PUBLICADO

Artigo publicado no periódico científico **Chinese Physics C**:

BERNARDO, D. L.; BASTOS, C. C.; PAVÃO, A. C. Hadron resonances as rovibrational states. **Chinese. Phys. C**, 45, n. 8, 2021. 084104.

(DOI: <https://doi.org/10.1088/1674-1137/ac012b>)



Chinese Physics C

PAPER

Hadron resonances as rovibrational states ^{*}

Douglas L. Bernardo¹, Cristiano C. Bastos² and Antonio C. Pavão¹

© 2021 Chinese Physical Society and the Institute of High Energy Physics of the Chinese Academy of Sciences and the Institute of Modern Physics of the Chinese Academy of Sciences and IOP Publishing Ltd

[Chinese Physics C](#), [Volume 45](#), [Number 8](#)

Citation Douglas L. Bernardo *et al* 2021 *Chinese Phys. C* **45** 084104

[+ Article information](#)

Abstract

A rovibrational model, including anharmonic, centrifugal, and Coriolis corrections, is used to calculate π , K_N , and Σ orbital and radial resonances. The four orbital excitations of the π meson correspond to the $b(1235)$, $\pi_2(1670)$, $b_3(2030)$, and $\pi_4(2250)$ resonances. Its first four radial excitations correspond to

Hadron resonances as rovibrational states*

Douglas L. Bernardo¹ Cristiano C. Bastos² Antonio C. Pavão^{1†}

¹Departamento de Química Fundamental, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 50740-540, Brazil

²Departamento de Química, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 52171-900, Brazil

Abstract: A rovibrational model, including anharmonic, centrifugal, and Coriolis corrections, is used to calculate π , K , N , and Σ orbital and radial resonances. The four orbital excitations of the π meson correspond to the $b(1235)$, $\pi_2(1670)$, $b_3(2030)$, and $\pi_4(2250)$ resonances. Its first four radial excitations correspond to the $\pi(1300)$, $\pi(1800)$, $\pi(2070)$, and $\pi(2360)$ resonances. The orbital excitations of the K meson are interpreted as the $K_1(1270)$, $K_2(1770)$, $K_3(2320)$, and $K_4(2500)$ resonances; its radial excitations correspond to the $K(1460)$ and $K(1830)$ resonances. The N orbital excitations are identified with the $N(1520)$, $N(1680)$, $N(2190)$, $N(2220)$, and $N(2600)$ resonances. The first four radial excitations of the N family correspond to the $N(1440)$, $N(1880)$, $N(2100)$, and $N(2300)$ resonances. The orbital excitations of the Σ baryon are associated with the $\Sigma(1670)$, $\Sigma(1915)$, $\Sigma(2100)$, and $\Sigma(2250)$ resonances, whereas its radial excitations are identified with the $\Sigma(1660)$, $\Sigma(1770)$, and $\Sigma(1880)$ resonances. The proposed rovibrational model calculations show a good agreement with the corresponding experimental values and allow for the prediction of hadron resonances, thereby proving to be useful for the interpretation of excited hadron spectra.

Keywords: excited hadron spectrum, orbital and radial resonances, rovibrational states

DOI: 10.1088/1674-1137/ac012b

I. INTRODUCTION

The increase in number of meson and baryon resonances that have been added to the Particle Data Group (PDG) [1] has stimulated research for a better understanding of the excited hadron spectrum. The quark model describes these resonances as radial and orbital excitations; however, the number of observed resonances awaiting classification has increased. Significant efforts have been made toward searching for a complete description of the quantum numbers, masses, dimensions, and other properties of the resonances. Examples of such efforts are the *ab initio* quantum chromodynamic (QCD) calculation of the mass spectra of light hadrons [2], lattice QCD calculation of the N and Δ baryon mass spectra [3], calculation of the excited states of selected mesons [4, 5], hypercentral constituent quark model calculation of the N resonances [6], calculation of Ω_{ccc} and Ω_{bbb} using the orbital and radial Regge trajectories [7], and relativistic quark model calculation of the properties of light, light-heavy, and heavy-heavy mesons based on Regge trajectories [8-10]. In 1966, Pauling noticed that more than half of the baryon resonances could be described as rotational states of a semi-rigid rotor [11]. By

interpreting the orbital resonances of the Δ baryon as excited states of a three-quark spin quartet with a trigonal planar configuration rotating about an axis that is normal to the symmetry axis, Pauling's calculations agreed within the experimental uncertainty. Subsequently, a constituent quark model calculation, which incorporated the rigid rotor and the harmonic oscillator, yielded the mass spectra with some experimental correlation; however, the resulting radial quantum numbers were larger than those predicted using the quark model [12, 13]. The rigid rotor was also used in the chiral quark-soliton model because the quantization of the soliton rotation is similar to the quantization of the spherical rigid rotor [14, 15]. By contrast, the harmonic oscillator potential has been widely used to describe the radial excitations of mesons and baryons [16, 17], although it becomes less reliable for the higher radial quantum numbers [18]. However, the anharmonic correction and deformed harmonic oscillator can provide an improved description of the resonances for the nucleons and Δ baryon [19-21]. In this paper, we present a rovibrational model, which incorporates the semi-rigid rotor as well as the anharmonic and Coriolis corrections to describe the radial and orbital resonances of the π , K , N , and Σ hadrons. The calculated results were found to be

Received 9 March 2020; Accepted 14 May 2021; Published online 18 June 2021

* Supported by the Brazilian funding agencies CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico and CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

† E-mail: antonio.pavao@ufpe.br

©2021 Chinese Physical Society and the Institute of High Energy Physics of the Chinese Academy of Sciences and the Institute of Modern Physics of the Chinese Academy of Sciences and IOP Publishing Ltd

in good agreement with those of the experimental and other theoretical studies. This model allows for the classification as well as prediction of the resonances, being useful for understanding the excited spectra of these hadrons. The details of the rovibrational model are described in the next section.

II. ROVIBRATIONAL MODEL

In case of π and K mesons, the quark and antiquark, separated by a distance r and having opposite spins, occupy s orbitals. In N and Σ baryons, the three quarks, two with opposite spins, occupy s orbitals centered on the vertices of a triangle, corresponding to a symmetrical top oblate structure. The vibration of the quarks and the rotation of these particles can be described by the stationary Schrödinger equation with Morse potential, which considers the anharmonic and semi-rigid rotor corrections [22]. The angular solution, similar to the hydrogen atom, is the well-known $Y_l^m(\theta, \phi) = \Theta(\theta)\Phi(\phi)$ spherical harmonics. The radial equation is given as follows:

$$\frac{d^2 R(r)}{dr^2} + \frac{J(J+1)R(r)}{r^2} = \frac{-8\pi^2 m}{h^2} \left[E - D - D e^{-2\alpha(r-r_e)} + 2D e^{-\alpha(r-r_e)} \right] R(r), \quad (1)$$

where $R(r)$ is the radial wave function, J is the orbital quantum number, m is the mass of the particle, h is the Planck's constant, E is the total energy, $D + D e^{-2\alpha(r-r_e)} - 2D e^{-\alpha(r-r_e)}$ is the Morse potential, r is the equilibrium distance, D and α are parameters characteristic to each particle. For molecules, the Morse potential allows the escape of the vibrating objects into the continuum, and D corresponds to the dissociation energy. This does not happen for confined quarks. The Morse potential will be used here to describe only the excited spectrum of hadrons and not to calculate the effective potential of the quarks. Eq. (1) can be solved numerically; however, an analytical solution allows to separately identify the contribution of each term of the rovibrational energy. Using the Pekeris solution [23], which includes the rovibrational coupling for states with $J > 0$, the masses of the resonances $M(n, J)$ can be calculated as (in MeV)

$$M(n, J) = D + \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega x_e \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 + B_{\text{rot}} J(J+1) - D_{\text{rot}} J^2(J+1)^2 - \alpha_e \left(n + \frac{1}{2} \right) J(J+1), \quad (2)$$

where n is the radial quantum number, $\hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right)$ represents the harmonic contribution, $\hbar\omega x_e \left(n + \frac{1}{2} \right)^2$ is the anharmonic correction, $B_{\text{rot}} J(J+1)$ is the rigid rotor contribution, $D_{\text{rot}} J^2(J+1)^2$ represents the semi-rigid rotor correction, and the rovibrational coupling is given by $\alpha_e \left(n + \frac{1}{2} \right) J(J+1)$, which is the so-called Coriolis effect.

The parameter $B_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{2I}$ with $I = mr^2$ was previously determined using the experimental mass and radius of the reference particle. For this reason, in this study, we selected π^+ , K^+ , N^+ , and Σ^- , which have well-defined charge radii and masses. The charge radius, r_E , is taken as the distance between the quarks. For mesons, $r = \frac{r_E}{2}$, and for baryons, $r = \frac{r_E}{\sqrt{3}}$. D and the coefficients $\hbar\omega$, $\hbar\omega x_e$, D_{rot} , and α_e are obtained by fitting the resonance masses as a function of the radial and orbital quantum numbers (Eq. (2)). The particle masses, charge radii, J^P , and rovibrational parameters of π^+ , K^+ , N^+ , and Σ^- hadrons are listed in Table 1.

The behavior of the rovibrational parameters is similar to that of the molecules, although the corrections are significantly higher for the hadrons. The harmonic contribution is the largest, for both molecules and hadrons, except for π , which has a small mass and a large rotational energy. In general, the Coriolis effect is smaller than the vibrational and rotational contributions, except for π and K , which have small masses and charge radii. Higher B_{rot} values are observed for mesons as compared to the baryons. For $J = 0$, there is no Coriolis effect. However, for $J > 0$, which is the case for the majority of the hadrons, this effect becomes significant.

A comparison of the calculated rovibrational states with the experimental and other theoretical results is discussed in the next section.

Table 1. Charge radii, J^P , masses, and rovibrational parameters of π^+ , K^+ , N^+ , and Σ^- hadrons

Particle	r_E /fm	J^P	m_{part} /MeV	D /MeV	$\hbar\omega$ /MeV	$\hbar\omega x_e$ /MeV	B_{rot} /MeV	D_{rot} /MeV	α_e /MeV
π^+	0.659	0^-	$139.57 \pm 1.8 \times 10^{-4}$	725.58	464.98	22.34	1284.81	3.57	2298.17
K^+	0.560	0^-	$493.68 \pm 1.6 \times 10^{-2}$	575.41	732.50	85.22	503.02	4.70	660.93
N^+	0.875	$1/2^+$	$938.27 \pm 6.0 \times 10^{-6}$	1071.16	309.64	4.62	81.30	0.78	32.07
Σ^-	0.780	$1/2^+$	$1197.45 \pm 3.0 \times 10^{-2}$	1361.01	197.76	12.13	80.18	1.28	32.94

III. RESULTS AND DISCUSSIONS

Table 2 compares the calculated π , K , N , and Σ orbital resonances with those obtained from the experiments and other theoretical predictions.

The selected resonances of each family have the same spin s , isospin I , dimensionality (baryons), and quark flavors. These resonances obey the classification of the quark model and the criterion of naturality and parity. The resonances of the π and K mesons, both with $J^P = 0^-$ and $n = 0$, have unnatural spin-parity. The N and Σ baryon resonances, with $J^P = 1/2^+$ and $n = 0$, have natural spin-parity. Table 2 indicates that the observed and calculated values are well correlated. They also agree with other theoretical predictions obtained using Regge trajectories [6, 24–26]. The π orbital excitations are associated with the resonances $b(1235)$, $\pi_2(1670)$, $b_3(2030)$, and $\pi_4(2250)$; the last two are listed as “Further States” in the PDG. Orbital Regge trajectory calculations lead to this same grouping [6, 24–28]. The K orbital excitations are associated with resonances $K_1(1270)$, $K_2(1770)$, $K_3(2320)$, and $K_4(2500)$. Regge trajectories in quadratic form ($m^2 = \beta(c_1 l + \pi m_r + c_0)^{2/3} + c_2$) using the spinless Salpeter-type equation [25, 26] classifies $K_2(1770)$ as a 1^1D_2 state, suggesting that it is an orbital and excitation of

the K meson. The rovibrational model gives $m = 1787$ MeV with $J = 2^-$ and $n = 0$ for this resonance, which is in agreement with that classification. The first five N orbital excitations are $(70, 1_1^-)$, $(56, 2_2^+)$, $(70, 3_3^-)$, $(56, 4_4^+)$, and $(70, 5_5^-)$ states [1, 29], which are in agreement with the grouping of the resonances $N(1520)$, $N(1680)$, $N(2190)$, $N(2220)$, and $N(2600)$ reported in this paper. A constituent quark model that uses the Regge trajectory classifies the three resonances $N(1520)$, $N(1680)$, and $N(2190)$ as $1P$, $1D$, and $1F$ states, respectively [6, 30]. This classification also corroborates the results reported here. The Σ family, where there is a very good experimental agreement, includes the three well-established resonances $\Sigma(1670)$, $\Sigma(1915)$, and $\Sigma(2100)$. The quark model classifies only the first two resonances as the $(70, 1_1^-)$ and $(56, 2_2^+)$ states. Here, the resonance $\Sigma(2100)$ with $J = 7/2^-$ appears to be the candidate for the $(70, 3_3^-)$ state, which is in agreement with Regge phenomenology [31]. Currently, this baryon has eight resonances without J^P . Here, the $\Sigma(2250)$ resonance is identified as the orbital excitation with $m = 2251$ MeV and $J^P = 9/2^+$.

Table 3 compares the π , K , N , and Σ radial resonances that are calculated using the rovibrational model with those observed experimentally and predicted by other theories. Table 3 evidently indicates that the calcu-

Table 2. Experimental and calculated π , K , N , and Σ orbital resonances. Fourth column indicates the resonance status assigned by the PDG. The states indicated with “•”, “****”, and “*****” are well-established, while those indicated with a blank space, “f.”, “*”, and “****” are awaiting confirmation. Mesons indicated with “f.” are listed in the “other states” section of the PDG. The state emphasized in bold font indicates a resonance without confirmed J^P .

Hadron	Resonance	JPC/J ^P	Status	Mass			Ref
				Exp.	This work	Others	
π	$b(1235)$	1^-	•	1229.5 ± 3.2	1210	1302	[24]
	$\pi_2(1670)$	2^{++}	•	$1670.6^{+2.9}_{-1.0}$	1638	1666	
	$b_3(2030)$	3^{--}	f.	2032 ± 12	2068	1972	
	$\pi_4(2250)$	4^{++}	f.	2250 ± 15	2240	2242	
K	$K_1(1270)$	1^+	•	1253 ± 7	1247	1272	[25, 26]
	$K_2(1770)$	2^-	•	1773 ± 8	1787	1758	
	$K_3(2320)$	3^+		2324 ± 24	2315	2303	
	$K_4(2500)$	4^-		2490 ± 20	2492	2498	
N	$N(1520)$	$3/2^-$	****	1515 ± 5	1459	1535, 1537, 1542	[6, 18, 27]
	$N(1680)$	$5/2^+$	****	1685 ± 5	1736	1660, 1769, 1799	
	$N(2190)$	$7/2^-$	****	2180 ± 40	2060	2045, 2150	
	$N(2220)$	$9/2^+$	****	2250 ± 50	2365	2183	
	$N(2600)$	$11/2^-$	***	2600^{+150}_{-50}	2566	2687	
Σ	$\Sigma(1670)$	$3/2^-$	****	1675 ± 10	1678	1680, 1800	[27, 18]
	$\Sigma(1915)$	$5/2^+$	****	1915^{+20}_{-15}	1916	1901, 2041	
	$\Sigma(2100)$	$7/2^-$	*	2146 ± 17	2143		
	$\Sigma(2250)$	$9/2^+$	***	2250 ± 30	2251		

Table 3. Experimental and calculated π , K , N , and Σ radial resonances. "p." indicates predicted states.

Hadron	Resonance	n	Status	Mass			Ref.
				Exp.	This work	Others	
π	$\pi(1300)$	1	•	1300 ± 100	1373	1292	[8]
	$\pi(1800)$	2	•	1810^{+9}_{-11}	1748	1788	
	$\pi(2070)$	3	f	2070 ± 35	2079		
	$\pi(2360)$	4	f	2360 ± 25	2366		
	$\pi(2610)$	5	p.		2607		
K	$K(1460)$	1		1482.4 ± 3.58	1482	1464	[25, 26]
	$K(1830)$	2		1874 ± 43	1874	1829	
	$K(2100)$	3	p.		2095		
N	$N(1440)$	1	****	1440 ± 30	1550	1425, 1511	[6, 14, 27]
	$N(1880)$	2	***	1880 ± 50	1817	1890	
	$N(2100)$	3	***	2100 ± 50	2075	2089	
	$N(2300)$	4	**	2300^{+40}_{-30}	2323		
	$N(2560)$	5	p.		2563		
Σ	$\Sigma(1660)$	1	***	1660 ± 20	1653	1734	[14]
	$\Sigma(1770)$	2	*	1770 ± 20	1777	1739	
	$\Sigma(1880)$	3	**	1880 ± 60	1878	1751	
	$\Sigma(1950)$	4	p.		1954		

lated masses are in good agreement with the experimental data. The radial excited states of π are identified as the resonances $\pi(1300)$, $\pi(1800)$, $\pi(2070)$, $\pi(2360)$, and $\pi(2610)$. The first two resonances correspond to 2^1S_0 and 3^1S_0 states, as described by the quark model. Regge trajectory groupings also include these two π resonances [25, 26, 30]. The resonances $\pi(2070)$ and $\pi(2360)$, observed approximately 20 years ago, are listed in the "Further states" section of the PDG. The π radial family is expected to contain the resonance with $m = 2607$ MeV, corresponding to the 6^1S_0 state. The first K radial excitation is associated with the resonance $K(1460)$, which is described as the 2^1S_0 state by the quark model. The 3^1S_0 state, i.e., the second radial excitation, corresponds to the resonance $K(1830)$ in agreement with the Regge trajectory calculations [25, 26]. The 4^1S_0 state with $m = 2095$ MeV is predicted as the third K radial excitation. The N radial excitations correspond to the four known resonances, $N(1440)$, $N(1880)$, $N(2100)$, and $N(2300)$. The modified Regge trajectories that are based on the holography inspired stringy hadron (HISH) model corroborate the classification of $N(1880)$ resonance in the N family [30]. Moreover, Klempt and Richard [29] classified the $N(1880)$ resonance as a state $(70, 2^1_2)$, suggesting that it corresponds to the N radial excitation second. Shah [6] associated the $N(2100)$ resonance to the $4S$ state and predicted the $5S$ state with $m = 2515$ MeV, neglecting the $N(2300)$ resonance. However, the rovibrational model

satisfactorily accommodates $N(2300)$ after $N(2100)$ resonance in the N family as $4S$ and $5S$ states, respectively. In addition, it also predicts the $6S$ state with $n = 5$, $J^P = 1/2^-$, and $m = 2563$ MeV. The resonances $\Sigma(1660)$, $\Sigma(1770)$, and $\Sigma(1880)$ are associated with the first three Σ radial excitations, in agreement with the relativistic interacting quark-diquark model [27]. In the PDG, the state $(70, 0^1_2)$ is associated with the $\Sigma(1880)$ resonance, whereas Klempt and Richard [29] associated this state with the $\Sigma(1770)$ resonance. The present results indicate that $\Sigma(1770)$ and $\Sigma(1880)$ belong to the same Σ radial family, with $n = 2$ and $n = 3$, respectively. The rovibrational model also suggests a new radial resonance with $J^P = 1/2^-$ and $m = 1954$ MeV.

Linear Regge trajectories have been used for describing the resonances of mesons and baryons [6, 30]; however, a non-linear behavior of the masses of the orbital and radial resonances have been reported [25, 26, 28, 31, 32]. A study on the concavity of the Regge orbital and radial meson trajectories have concluded that they can be concave or convex [25, 26]. Recently, a non-linear Regge trajectory, expressed as $J = c + d((-m)^{2/3})^{1/2}$ was used to calculate the spectrum of the N , Δ , Σ , and Λ resonances [9, 14]. Figure 1 shows the nonlinear behavior of the π , K , N , and Σ radial and orbital excitations, as calculated by the rovibrational model.

Figure 1 shows the curves in good agreement with the experimental data. The corrections included in this mod-

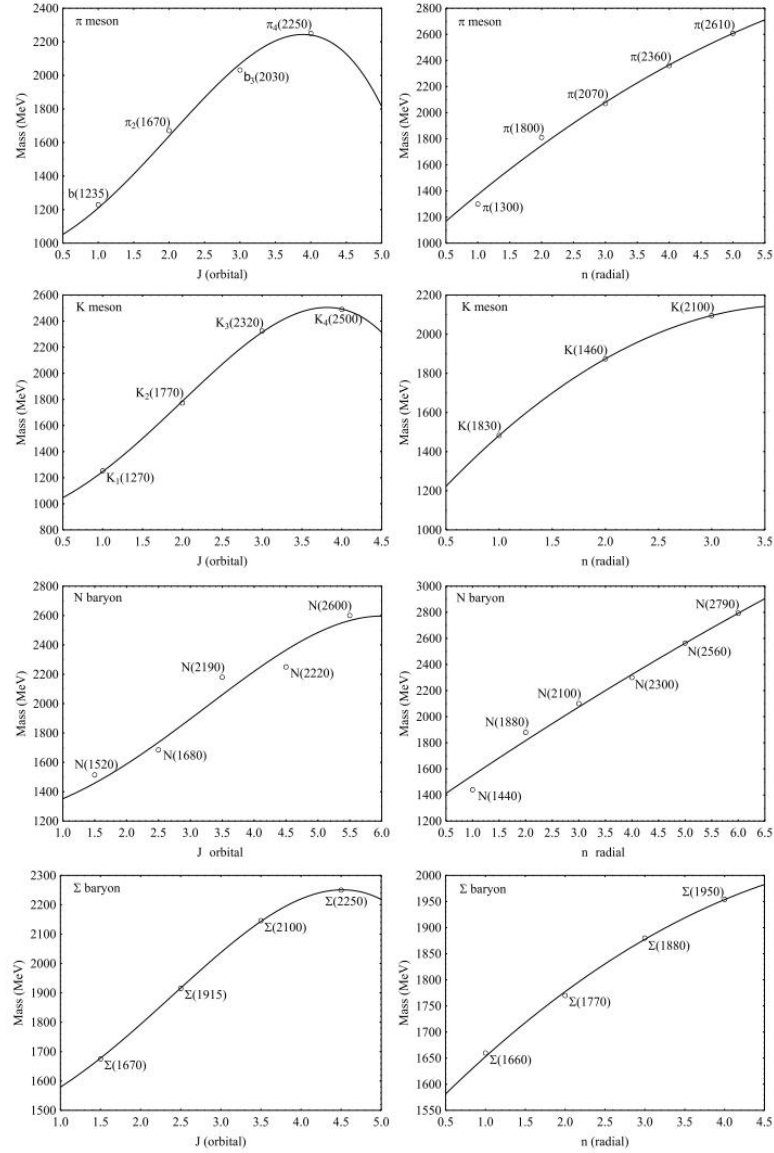


Fig. 1. Fitted curves of the π , K , N , and Σ orbital (m, J) and radial (m, n) resonances calculated by the rovibrational model.

el, such as those of anharmonicity, centrifugal distortion, and Coriolis coupling, are crucial for obtaining masses that are close to the experimental values and follow a nonlinear behavior. The curves (m, J) and (m, n) indicate that the mass increases with the orbital number J or the radial number n , as has been observed, but they also exhibit a maximum in the curves. However, taking into account that Pekeris' approximate solution neglects higher order terms, the downward parts of the curves may reflect the limit of Eq. (2).

IV. CONCLUSION

The proposed rovibrational model proved to be useful in classifying the π , K , N , and Σ radial and orbital resonances. The four J excited states of the π meson are associated with the orbital resonances $b(1235)$, $\pi_2(1670)$, $b_3(2030)$, and $\pi_4(2250)$. Its radial excited states correspond to the resonances $\pi(1300)$, $\pi(1800)$, $\pi(2070)$, and $\pi(2360)$. In the K family, the four orbital excitations are associated with the resonances $K_1(1270)$, $K_2(1770)$,

$K_3(2320)$, and $K_4(2500)$. The first and second radial excitations of K are associated with the resonances $K(1460)$ and $K(1830)$, respectively. Further, the K meson is expected to have a resonance with $m = 2095$ MeV, corresponding to the third K radial excitation. The N orbital excited states are associated with the resonances $N(1520)$, $N(1680)$, $N(2190)$, $N(2220)$, and $N(2600)$, whereas the first four N radial excitations are associated with the $N(1440)$, $N(1880)$, $N(2100)$, and $N(2300)$ resonances. Moreover, this model predicts the existence of another resonance state with $m = 2563$ MeV, $n = 5$, and $J^P = 1/2^+$. The Σ family includes the four orbital resonances

$\Sigma(1670)$, $\Sigma(1915)$, $\Sigma(2100)$, and $\Sigma(2250)$. This last resonance is associated with the orbital excitation with $J^P = 9/2^+$. The first three Σ radial excitations correspond to the resonances $\Sigma(1660)$, $\Sigma(1770)$, and $\Sigma(1880)$. The rovibrational model predicts a new radial resonance with $J^P = 1/2^+$ and $m = 1954$ MeV.

In conclusion, the rovibrational model is useful for classifying the hadron resonances, leading to a good agreement with the experimental observations and predicting new hadron resonances. The next step is to apply the model to study other hadrons.

References

- [1] P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2020**, 083C01 (2020)
- [2] S. Durr *et al.*, *Science* **322**, 1224 (2008)
- [3] R. G. Edwards, J. J. Dudek, D. G. Richards *et al.*, *Phys. Rev. D* **84**, 074508 (2011)
- [4] J. J. Dudek, R. G. Edwards, M. J. Peardon *et al.*, *Phys. Rev. D* **82**, 034508 (2010)
- [5] J. J. Dudek, R. G. Edwards, M. J. Peardon *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 262001 (2009)
- [6] Z. Shah, K. Gandhi, and A. K. Rai, *Chin. Phys. C* **43**, 034102 (2019)
- [7] Z. Shah and A. K. Rai, *Eur. Phys. J. A* **53**, 195 (2017)
- [8] D. Ebert, R. N. Faustov, and V. O. Galkin, *Eur. Phys. J. C* **71**, 1825 (2011)
- [9] D. Ebert, R. N. Faustov, and V. O. Galkin, *Eur. Phys. J. C* **66**, 197 (2010)
- [10] D. Ebert, R. N. Faustov, and V. O. Galkin, *Phys. Rev. D* **79**, 114029 (2009)
- [11] L. Pauling, *Proc. Natl. Acad. Sci.* **56**, 1676 (1966)
- [12] M. H. Mac Gregor, *Phys. Rev. D* **10**, 850 (1974)
- [13] M. H. Mac Gregor, *Phys. Rev. D* **9**, 1259 (1974)
- [14] J. Kim, H. Kim, and G. Yang, *Phys. Rev. D* **98**, 054004 (2018)
- [15] D. Diakonov, V. Petrov, and M. Z. Polyakov, *Z. Phys. A* **359**, 305 (1997)
- [16] N. Isgur and G. Karl, *Phys. Rev. D* **18**, 4187 (1978)
- [17] R. H. Graham and P. J. O'Donnell, *Phys. Rev. D* **19**, 284 (1979)
- [18] N. Salehi, H. Hassanabadi, and A. A. Rajabi, *Chin. Phys. C* **37**, 113101 (2013)
- [19] S. K. Sharma, W. H. Blask, B. C. Metsch *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2913 (1989)
- [20] M. V. N. Murthy, M. Brack, R. K. Bhaduri *et al.*, *Z. Phys. C* **29**, 385 (1985)
- [21] R. K. Bhaduri, B. K. Jennings, and J. C. Waddington, *Phys. Rev. D* **29**, 2051 (1984)
- [22] P. M. Morse, *Phys. Rev.* **34**, 57 (1929)
- [23] C. L. Pekeris, *Phys. Rev.* **45**, 98 (1934)
- [24] D. Jia, C. Pang, and A. Hosaka, *Int. J. Mod. Phys. B* **32**, 1750153 (2017)
- [25] J. Chen, *Phys. Lett. B* **786**, 477 (2018)
- [26] J. Chen, *Eur. Phys. J. C* **78**, 648 (2018)
- [27] E. Santopinto and J. Ferretti, *Phys. Rev. C* **92**, 025202 (2015)
- [28] J. A. Silva-Castro, C. Fernández-Ramírez, M. Albaladejo *et al.*, *Phys. Rev. D* **99**, 034003 (2019)
- [29] E. Klempt and J. Richard, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1095 (2010)
- [30] J. Sonnenschein and D. Weissman, *Eur. Phys. J. C* **79**, 326 (2019)
- [31] C. Fernández-Ramírez, I. V. Danilkin, V. Mathieu *et al.*, *Phys. Rev. D* **93**, 074015 (2016)
- [32] A. Tang and J. W. Norbury, *Phys. Rev. D* **62**, 016006 (2000)