



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA



**ANÁLISE DE ERROS COMETIDOS POR ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL EM PROBLEMAS ENVOLVENDO EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

EDUARDA CABRAL DE ARRUDA NASCIMENTO

CARUARU
2017

EDUARDA CABRAL DE ARRUDA NASCIMENTO

**ANÁLISE DE ERROS COMETIDOS POR ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL EM PROBLEMAS ENVOLVENDO EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido ao Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Federal de
Pernambuco – Centro Acadêmico do
Agreste, como parte dos requisitos
necessários para a obtenção do Grau de
Licenciada.

Área de Concentração: Educação.

Orientador: Prof^o Dr. Edelweis Jose Tavares Barbosa

Co-Orientadora: Prof^a Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos

CARUARU
2017

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Marcela Porfírio CRB/4 - 1878

N244a Nascimento, Eduarda Cabral de Arruda.
Análise de erros cometidos por alunos dos anos finais do ensino fundamental em problemas envolvendo as expressões algébricas. / Eduarda Cabral de Arruda Nascimento. – 2017.
51f. ; il. : 30 cm.

Orientador: Edelweis Jose Tavares Barbosa.
Coorientadora: Maria Lucivânia Souza dos Santos.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Álgebra. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Ensino fundamental. I. Barbosa, Edelweis Jose Tavares (Orientadora). II. Santos, Maria Lucivânia Souza dos (Coorientadora). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-309)

EDUARDA CABRAL DE ARRUDA NASCIMENTO

**ANÁLISE DE ERROS COMETIDOS POR ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO
ENSINO FUNDAMENTAL EM PROBLEMAS ENVOLVENDO EXPRESSÕES
ALGÉBRICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao
Curso de Matemática (Licenciatura) do Centro
Acadêmico do Agreste da Universidade Federal
de Pernambuco para a obtenção do título de
licenciado em Matemática.

Aprovado em: 01/12/2017.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Edelweis Jose Tavares Barbosa (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Me. Paulo Roberto Câmara Sousa (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos (Examinador Externo)

Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por toda força e saúde, que me deu para supera as dificuldades no decorrer desta caminhada, e permitiu a concretização desta etapa.

À minha mãe, por toda força que me deu em momentos difíceis, e pelo incentivo de ir em busca dos meus sonhos.

Meu esposo Emerson, por todo apoio em minhas escolhas e por toda compreensão nos momentos de isolamento. Agradeço por toda paciência e compressão nos dias que estive ausente. Por todas as noites que cuidou do nosso filho dando-lhe assistência que eu não podia em certos momentos.

Meu eu filho Ícaro Sam, por mesmo sendo criança compreender que em determinados dias e horas não tinha como lhe dá atenção que ele tanto necessitava.

À minha sogra pelo carinho e dedicação com meu filho as vezes que estive ausente, a toda minha família e todos que de forma direta ou indiretamente me ajudou para que tudo isto fosse possível.

Aos meus professores desde a infância, do fundamental e médio, da graduação. Em especial a Viviane Lisboa, minha incentivadora para este trabalho, ao querido Severino Melo por todo conhecimento que me foi transferido.

À todos os amigos de turma e curso que a UFPE proporcionou em especial, Jessica Fernanda, Eliane Maria, Danilo e Maria Graciele, as quais tornaram melhores meus dias, pelo companheirismo de todas as horas, por me ouvir em momentos de crise, desesperos, as risadas nos momentos de alegria e descontração. A vocês meu muito obrigada: vou levar pra toda vida! À Kayo e David amigo que contribuíram na minha trajetória na UFPE, por toda simplicidade e humildade em ajudar o próximo.

Minhas amigas Edivalda e Lionaria, pela força e compreensão da minha ausência, e momentos de descontração quando mais necessitava.

À escola e professora que colaboraram com esta pesquisa. Sem eles o trabalho não seria possível.

Ao meu orientador Dr. Edelweis José Tavares, pelo acolhimento, dedicação e disponibilidade para nossas orientações. A você meu eterno agradecimento pela confiança depositada e crença que tudo isso seria possível.

Minha querida Coorientadora Maria Lucivânia, pela paciência, disponibilidade e contribuições para realização desta pesquisa, agradeço eternamente por tudo.

A banca examinadora por toda contribuição neste trabalho.

“Não temas, por que eu sou contigo; não te assombres, por que eu sou o teu Deus; eu te esforço, e te ajudo, e te sustento com a destra da minha justiça.”.

(Isaías 41:10)

RESUMO

Esta pesquisa foi motivada pela curiosidade em entender as dificuldades e possíveis razões que alunos nos anos finais do Ensino Fundamental, encontram na resolução de problemas matemáticos envolvendo expressões algébricas. Foram aplicados dois questionários em uma turma do 8º ano, analisando os níveis de desempenho entre o pré-teste e o pós-teste e categorizados os tipos de erros cometidos em cada um, de acordo com a análise didática de erros proposta por De La Torre (2007) e as concepções de Booth (1995). Entre os questionários ocorreu uma aula de intervenção, com o tema expressões algébricas, onde foi abordado as concepções históricas e o ensino das expressões algébricas no contexto dos alunos. De acordo com os resultados obtidos, podemos inferir que os principais erros cometidos são de ordem conceitual e da generalização da passagem da aritmética para a álgebra. Dessa forma, reafirma-se a importância da análise de erros cometidos pelos alunos e o desenvolvimento de uma intervenção que auxilie os alunos a superar suas dificuldades.

Palavras-chave: Análise de erros. Expressões Algébricas. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This research was motivated by the curiosity to understand the difficulties and possible reasons that students in the final years of Elementary School find in solving mathematical problems involving algebraic expressions. Two questionnaires were applied in an 8th grade class, analyzing the levels of performance between the pre-test and the post-test, and categorized the types of errors committed in each one, according to the didactic analysis of errors proposed by De La Torre (2007) and Booth's conceptions (1995). Among the questionnaires was an intervention class, with the theme algebraic expressions, where the historical conceptions and the teaching of algebraic expressions in the context of the students were approached. According to the results obtained, we can infer that the main errors are conceptual and the generalization of the passage from arithmetic to algebra. In this way, the importance of analyzing mistakes made by students and the development of an intervention that helps students to overcome their difficulties is reaffirmed.

Keywords: Error analysis. Algebraic Expressions. Elementary School.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Quantidade de erros para cada tipo proposto por La Torre (2007)	22
--	----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Comparação do Pré-teste e Pós-teste Questão 1.....	42
Gráfico 2- Comparação do Pré-teste e Pós-teste Questão 2 letra A.....	43
Gráfico 3- Comparação do Pré-teste e Pós-teste Questão 2 letra B.....	43
Gráfico 4- Comparação do Pré-teste e Pós-teste Questão 2 letra C.....	44
Gráfico 5- Comparação do Pré-teste e Pós-teste Questão 3.....	44

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Característica do Pensamento Algébrico	15
Figura 2- Exemplo Almeida e Santos	16
Figura 3- Modelo de Análise Didática do Erro-MADE	24
Figura 4- Questão 1 (E1)	31
Figura 5- Questão 1(E2)	32
Figura 6- Questão 1(E3)	32
Figura 7- Questão 2A (E30)	33
Figura 8- Questão 2A (E31)	34
Figura 9- Questão 2B (E13)	34
Figura 10- Questão 2B (E16)	34
Figura 11- Questão 2C (E31)	35
Figura 12- Questão 2C (E15)	35
Figura 13- Questão 3 (E18)	36
Figura 14- Questão 3 (E30)	37
Figura 15- Questão 3 (E27)	37
Figura 16- Questão 1(E15)	38
Figura 17- Questão 1 (E27)	38
Figura 18- Questão 2A (E27)	38
Figura 19- Questão 2B (E19)	39
Figura 20- Questão 2B (E14)	39
Figura 21- Questão 2B (E15)	40
Figura 22- Questão 2C (E31)	40
Figura 23- Questão 3(E14)	41
Figura 24- Questão 3 (E21)	41

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1. Objetivos	13
1.1.1. Objetivo Geral	13
1.1.2. Objetivos Específicos	13
2. REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1. Pensamento Algébrico e Concepções de Álgebra.....	14
2.2. Tipos de Erros na Aprendizagem da Álgebra.....	18
2.3. O Papel do Erro no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática.....	21
2.4. Análise Didática de Erros.....	23
3. METODOLOGIA	28
3.1. Procedimentos Metodológicos	28
3.2. Instrumentos de Coleta de Dados	29
3.3. Análise dos Dados	30
4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	31
4.1. Análise do Pré-Teste.....	31
4.2. Análise do Pós-Teste.....	37
4.3. Comparação Entre os Testes.....	41
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
REFERÊNCIAS.....	49
APÊNDICE 1 – Questionário Pré-teste	50
APÊNDICE 2 – Questionário Pós-teste	51

1. INTRODUÇÃO

Esta pesquisa foi motivada pela experiência vivenciada na participação em um projeto de pesquisa na Universidade Federal de Pernambuco, desenvolvido pela professora Viviane de Jesus Lisboa, sob o título “Álgebra: Um estudo da Concepção Popular”. Foi constatado nesta pesquisa que os erros mais frequentes em Álgebra estavam na passagem da linguagem escrita para a forma de equação algébrica e conceitos de aritmética não compreendidos. Além disso, existe uma falha na interpretação dos enunciados e ausência de conhecimentos matemáticos. Com a análise dos resultados do projeto de pesquisa “Álgebra: Um estudo da Concepção Popular” em questão ficou evidente que as pessoas entrevistadas podem possuir um conhecimento “implícito” sobre Álgebra, porém não conseguem responder corretamente questões que exigem um certo conhecimento formal sobre esse tópico do currículo.

Por inúmeras vezes ao analisar aos resultados desse projeto, que fiz parte, sempre me perguntei, qual seria o principal motivo para tanta dificuldade e erros na resolução de problemas envolvendo as expressões algébricas. Por este motivo, resolvi direcionar minha pesquisa para a análise dos erros cometidos por alunos nos anos finais do Ensino Fundamental. E, assim, tentar descobrir como um processo de intervenção, que parta da análise de erros, pode auxiliar na compressão das expressões algébricas.

Os alunos trazem da vida escolar, e do seu dia-a-dia fora da sala de aula, conhecimentos aritméticos, adquiridos ao longo dos anos, e formam seus próprios procedimentos para a resolução de problemas matemáticos. Porém, quando são introduzidos no campo conceitual algébrico, os alunos sentem muita dificuldade, pois a álgebra pode ser considerada muitas vezes um estudo de manipulação mecanizada no uso do cálculo com as letras, o que contribui para as dificuldades e fracassos dos alunos. Segundo Lins e Gimenez (1997) sobre a educação algébrica e educação aritmética, “devemos buscar é a coexistência da educação algébrica com a aritmética, de modo que uma esteja implicada no desenvolvimento da outra” (p. 159).

De acordo com fontes históricas, os gregos Euclides e Aristóteles (322-384 a.C), usaram as letras para representar números. A partir do século XIII o matemático italiano Leonardo de Pisa (Fibonacci), que escreveu o livro sobre *Liber Abaci* (o livro do ábaco) sobre a arte de calcular, observamos alguns cálculos algébricos. O grande uso de letras para resumir mais racionalmente o cálculo algébrico passou a ser estudado pelo matemático alemão Stifel (1486-1567), pelos matemáticos italianos Germano (1501-1576) e Bombelli (autor de Álgebra publicada em 1572), porém, foi com o matemático

francês François Viète (1540-1603), que introduziu o uso ordenado de letras nas analogias matemáticas, quando desenvolveu o estudo do cálculo algébrico.

É importante a intervenção do professor para que haja aprendizagem por parte do aluno, mesmo que de forma crítica e ponderada, pois isso leva o aluno a construir seus próprios conhecimentos e aprendizagem. O professor deve orientar o aluno na resolução de problemas matemáticos, tornando-o capaz de chegar as suas próprias respostas e conclusões sem depender apenas da concepção do professor, de certo ou errado, para que, assim, o aluno possa ser uma pessoa mais crítica e questionadora.

Diante disso, buscamos responder ao seguinte questionamento: *Quais tipos de erros são cometidos por alunos do ensino fundamental em expressões algébricas, antes e depois de uma intervenção com base na análise didática de erros?*

Apresentamos assim, neste trabalho, uma intervenção realizada na perspectiva de trabalhar os erros cometidos por alunos do oitavo ano do ensino fundamental, permitindo uma reflexão acerca desses erros e, assim, uma maior aprendizagem sobre o tópico expressões algébricas.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo Geral

Analisar os erros cometidos por alunos nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir de um processo de intervenção com base na análise didática de erros em problemas envolvendo expressões algébricas.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Aplicar um pré-teste e um pós-teste para alunos do ensino fundamental sobre expressões algébricas;
- Realizar uma intervenção com base na análise didática de erros após o pré-teste;
- Categorizar os tipos de erros cometidos pelos alunos no pré-teste e no pós-teste;
- Comparar o nível de desempenho entre o pré-teste e pós-teste aplicados.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Pensamento Algébrico e Concepções de Álgebra

O pensamento algébrico envolve a capacidade de cálculo e trabalho das estruturas matemáticas utilizando os símbolos algébricos para resolver problemas, também envolve a capacidade de generalizar. Lins e Gimenez (1997), falam sobre distintos modos de produzir significados para a álgebra, sendo “o pensamento algébrico um desses modos e em três características fundamentais” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 151). São elas: Produzir significados a números e operações aritméticas (Chamamos a isso aritmeticismo); Considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos de internalismo); e Operar sobre números não conhecidos como se não fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade).

Segundo os mesmos autores:

Nosso projeto de educação algébrica considera, então que ela deve compreender dois objetivos centrais: 1) permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados (em nosso sentido) para a álgebra; e, 2) permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente. (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 152).

Alguns autores apontam elementos que indicam, que o pensamento algébrico possui várias formas de se manifestar. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p. 81), o pensamento algébrico pode ser desenvolvido por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno:

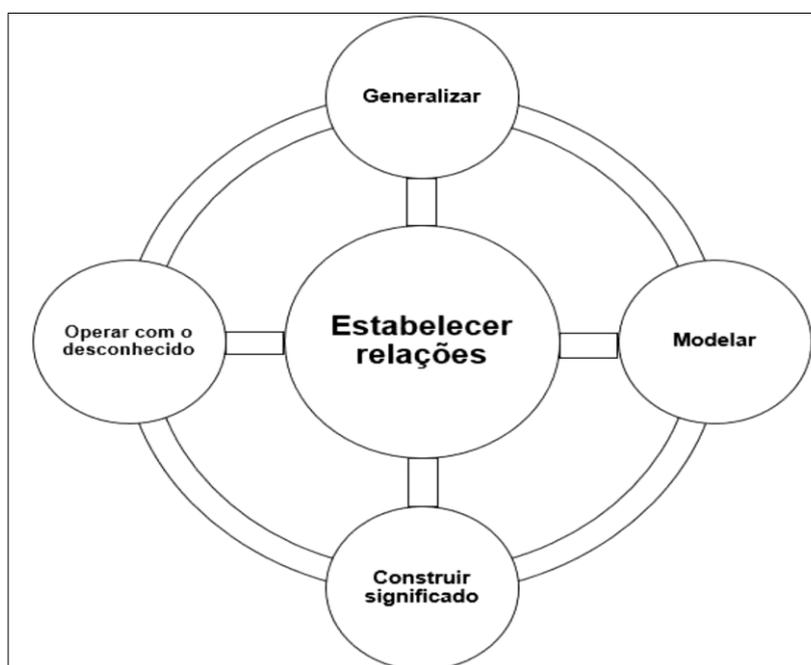
Produzir e interpretar diferentes escritas algébricas expressões, igualdades e desigualdades, identificando, as equações, inequações e sistemas. Resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos. Observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis (BRASIL, 1998, p. 81).

O pensamento algébrico não é apenas uma linguagem simbólica, mas facilita a compressão e aprendizagem do aluno em problemas matemáticos. Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) apresentam elementos que caracterizam o pensamento algébrico. “Percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização (p. 87)”. É importante que o pensamento algébrico seja trabalho nos primeiros anos da vida escolar do aluno, mesmo sendo de maneira informal, mais que esteja sempre junto com a aritmética.

É necessário a comunicação professor-aluno, pois de acordo com Almeida (2016) “para fazer o aluno desenvolver o pensamento algébrico, além de o professor ter o domínio de situações que levem a isso, acreditamos que seja necessário, também, saber em que nível de desenvolvimento o aluno se encontra” (p. 2). Dessa forma o professor pode propor exercícios de acordo com o nível do aluno, para melhorar sua compreensão, e tornar mais fácil o pensar algébrico.

De acordo com Almeida e Santos (2017) “O pensar algebricamente é revelado por meio de cinco características, a saber: “estabelecer relações”; “generalizar”; “modelar”; “operar com o desconhecido”; e “construir significado” (p. 53). Para uma melhor compreensão veremos um esquema, mostrando suas características e relações, e um exemplo onde o aluno consegue utilizar as 5 características do pensar algebricamente.

Figura 1- Características do Pensamento Algébrico



Fonte: Almeida e Santos (2017, p. 53)

Vejamos o seguinte exemplo: “*Joana, Paulo e Roberto vão repartir 37 balas de modo que Paulo receba 5 balas a mais que Joana e Roberto receba 2 balas a mais que Joana. Quantas balas receberá cada um?*” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 54).

Figura 2. Exemplo

$$J + P + R = 37$$

$$x + x + 5 + x + 2 = 37$$

$$3x + 7 = 37$$

$$3x = 30$$

$$x = 10$$

\therefore Joana = 10
 Paulo = 15
 Roberto = 12

Fonte: Almeida e Santos (2017, p. 54)

O aluno iniciou a resolução do exercício com características do pensamento algébrico, “que é a **capacidade de estabelecer relações**, uma vez que ele, na 1ª etapa da resolução do problema, estabelece as relações existentes entre as partes (a quantidade de balas que cada personagem irá receber) e o todo (o total de balas)” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 55).

O aluno não resolveu o exercício usando a equação algébrica, ele criou um modelo, onde utilizou as primeiras letras dos nomes dos personagens. “Indicando que a soma das quantidades de balas recebida por cada personagem é igual ao total de balas, dizer, $J + P + R = 37$.” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 55). Porém, dessa forma o problema seria resolvido por aritmética.

Sendo assim, o aluno estabelece a “**Capacidade de modelar**”. Ao usar as setas e sinais associando aos valores de cada personagem. Ao esquematizar a resolução do exercício, e depois montar a equação, nesse processo o aluno está desenvolvendo o pensamento algébrico” ou seja, ele começa a construir um modelo matemático para representar o problema apresentado em linguagem natural” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 55-56).

Na segunda etapa da resolução o aluno desenvolve o pensamento algébrico, acontece a transformação do problema em uma equação do 1º grau. O aluno passa a substituir o X que é o total de balas por essa expressão “ $X + X + 5 + X + 2 = 37$ ”. Sendo assim” a esse processo de modelar, surge outra característica do pensar algebricamente, a **capacidade de generalizar**” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 56). No momento que o aluno faz a relação de quantidade que cada um irá receber, e representa isso por X, e consegue armar a equação para descobrir o valor de cada um, nesse caso o aluno está utilizando a linguagem algébrica.

Outra característica do pensamento algébrico é “**capacidade de operar com o desconhecido como se fosse conhecido**, ou seja, de forma analítica” (ALMEIDA;

SANTOS, 2017, p. 56). O aluno maneja o “desconhecido o X, no caso, segundo as leis da aritmética em relação à igualdade, em que são realizadas algumas operações na equação inicial com o objetivo de gerar equações equivalentes, até se chegar no valor de “X”, no desconhecido” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 56).

A última característica do pensamento algébrico “**capacidade de construir significado para a linguagem e os objetos algébrico**, acontece tendo em vista que o aluno compreende o problema como uma equação polinomial do 1º grau, ou seja, que existe uma relação de igualdade entre quantidades” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 57). Em sua resolução o aluno representa que o total de balas distribuídas para cada pessoa, é igual total de balas. Neste caso, “ele representa essa relação de igualdade por meio de um modelo matemático, utilizando uma linguagem algébrica formal” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 57). Por tanto, o aluno mostrou ter produzido conceitos matemáticos e utilizado a linguagem algébrica e sua representação. “Porém, ressaltamos que a característica central do pensamento algébrico é imprescindível, isto é, um sujeito só está pensando algebricamente se conseguir estabelecer relações, enquanto que as demais vão surgindo com o tempo” (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 58).

Em Coxford e Shulte (1995), o autor Usiskin (1995) traz os erros dos alunos em pensar que as variáveis são letras representando números. É de suma importância prestar atenção nas interpretações equivocadas nos conceitos de variáveis usados pelo aluno. Muitas vezes os professores apresentam as variáveis de uma única concepção. Desta forma Usiskin (1995) traz as diferentes concepções da álgebra, em quatro tipos.

[...] as concepções que tenhamos dessa matéria e a utilização de variáveis estão intrinsecamente relacionadas. **As finalidades da álgebra** são determinadas por, ou relacionam-se com, **concepções diferentes da álgebra** que correspondem à diferente importância relativa dada aos diversos **usos das variáveis**. (USISKIN, 1995, pp. 12-13).

1- A álgebra como aritmética generalizada. A forma com que está aplicando os conceitos aritméticos, estão sendo compreendido e utilizados nos conceitos algébricos. Um exemplo dessa generalização é quando se é feito isso: $a + b = b + a$ ou $6 + 5.4 = 5.4 + 5$. Nesta concepção da álgebra generalizada as variáveis têm finalidades de substituir números.

2- A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: É muito comum esta concepção da álgebra nas aulas de matemática, pois, ocorre quando os alunos precisam entender quais modos devem ser utilizados para

solucionar problemas algébricos, que sejam contextualizados ou não: Exemplo: Adicione 3 ao quádruplo de um certo número, a soma é 40. Ache o número (USISKIN, 1995, p. 14). Traduzindo pra linguagem algébrica:

$$5x + 3 = 43 \Rightarrow 5x + 3 + (-3) = 43 + (-3) \Rightarrow 5x = 40 \Rightarrow x = 40/5 \Rightarrow x = 8$$

Sendo assim, são 8 números de problemas.

Segundo Usiskin (1995), “Dentro dessa concepção da álgebra como generalizadora de modelos, não temos incógnitas. Generalizamos relações conhecidas entre números e, assim sendo, não temos sequer a sensação de incógnita” (p. 14). Então, nessa concepção a questão é dada por encerrada. “Porém, dentro da concepção da álgebra como um estudo de procedimentos, estamos apenas começando”. (USISKIN, 1995, p. 14).

3- A álgebra como estudo de relações entre grandezas: É utilizado o estudo das funções nessa concepção. “A variável é um argumento que representa os valores do domínio de uma função ou parâmetros, representando um número dependente de outros números” (FERNANDES, 2013, p. 17).

Vejam um exemplo: Um carro de fórmula um, faz um treino em um circuito e o percurso após dadas todas as voltas soma 400km/h. Sabendo que, o piloto manteve a velocidade do carro constante. Determine a expressão que fornece o tempo do percurso em função da velocidade? Para resolver esse problema é preciso saber quais as quantidades relacionadas, no caso desse problema são velocidade e tempo. Depois descobrir como esta relação aconteceu, sabendo-que a unidade utilizada foi km/h, e entender que cada hora o carro avança a mesma distância. Sendo assim é possível chegar a fórmula. (FERNANDES, 2013, p. 17).

4- A álgebra como estudo das estruturas: Segundo Usiskin (1995) “[...], reconhecemos a álgebra como o estudo das estruturas pelas propriedades que atribuímos as operações como números reais e polinômios”. (p. 18). Exemplo: Fatorar: $3x^2 + 4ax - 132a^2$. Deduzir a identidade: $2\sin^2 x - 1 = \sin^4 x - \cos^4 x$. (PIRES; SOUZA, 2011, p. 5). Utiliza-se de priorização para manipular e justificar a resposta. “Na concepção da álgebra como um estudo de estruturas, a variável é pouco mais que um símbolo arbitrário”. (USISNKI, 1995, p. 18).

2.2. Tipos de Erros na Aprendizagem da Álgebra

O ensino e aprendizagem em álgebra é um desafio que professores e alunos vêm enfrentando ao longo dos anos. “Uma das maneiras de tentar descobrir o que torna a

álgebra difícil é identificar os tipos de erros que alunos comumente cometem nessa matéria e investigar as razões desses erros” (BOOTH, 1995, p. 23).

Aprender álgebra no Ensino fundamental tem sido muito difícil, pois muitas vezes a álgebra é introduzida de forma mecânica, já pronta, descontextualizada fazendo com que os alunos não compreendam. Os alunos chegam ao Ensino Fundamental pensando aritmeticamente, então quando começa o uso de letras para representar números desconhecidos surgem novas dificuldades. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN);

A noção de variável, de modo geral, não tem sido explorada no ensino fundamental e por isso muitos estudantes que concluem esse grau de ensino (e também o médio) pensam que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar (ou encobrir) um valor desconhecido, ou seja, para eles a letra sempre significa uma incógnita. (BRASIL, 1998, p. 118).

São muitos fatores que contribuem para tanta dificuldade em álgebra. Um projeto de pesquisa feito em 1980 a 1983, “Strategies and Erros in Secondary Mathematics”, no Reino Unido Booth (1984), e citado em Coxford e Shulte (1995) por Booth (1995), mostra algumas das possíveis causas para tanta dificuldade e teve o objetivo de identificar os tipos de erros mais frequentes em que alunos comentem em álgebra. Foi feita uma análise para as possíveis razões desses erros. São categorizados quatro aspectos principais que possam levar os alunos a apresentar tanta dificuldade na aprendizagem da álgebra.

1. Neste aspecto dos possíveis erros, o foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”, trata sobre a diferença entre uma atividade aritmética e uma atividade algébrica.

Em aritmética, o foco da atividade é encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Na álgebra, porém, é diferente. Na álgebra o foco é estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada e geral. Uma razão para estabelecerem essas afirmações gerais é usá-las como “regras de procedimentos” para a resolução de problemas adequados e, então, achar respostas numéricas, mas o foco imediato é o estabelecimento, a expressão e a manipulação da própria afirmação geral. Muitos alunos não percebem isso e continuam achando que devem dar uma resposta numérica. (BOOTH, 1995, p. 24).

Os alunos não aceitam que as respostas não seja mais um número e sim a expressão. Vale salientar a importância do professor nesse processo, pois é necessário que o professor deixe claro essa mudança quando se inicia os estudos das expressões algébricas para que possa haver uma compreensão por parte dos alunos desde o início.

2. O uso da notação e convenções em álgebra, Segundo Booth (1995, p. 27). Nessa concepção os alunos sentem dificuldades em simplificar as expressões algébricas e interpretar os símbolos operatórios. Na aritmética e álgebra, alguns símbolos possuem significados diferentes. Na aritmética, geralmente, o sinal de igualdade significa um resultado. Em álgebra a igualdade representa uma relação de equivalência. Estes diferentes significados dos símbolos em ambas as áreas, levam a incompreensão por parte do aluno.

3. O significado das letras e das variáveis: O uso de letras e variáveis para representar valores traz muitos erros nas resoluções de questões envolvendo a álgebra. Segundo Booth (1995) essa diferença das duas áreas está na utilização, na segunda de letras para indicar valores. Sendo assim, Booth (1995) afirma que:

As letras também aparecem em aritmética, mas de maneira bastante diferente. A letra m, por exemplo, pode ser utilizada em aritmética para representar “metros”, mas não para representar o número de metros, como em álgebra. A confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa “falta de referencial numérico”, por parte do aluno, ao interpretar o significado das letras em álgebra. (BOOTH, 1995, p. 30).

Os alunos sentem muita dificuldade em diferenciar o uso de letras e variáveis como incógnitas quando são inseridos valores desconhecidos. E esta dificuldade aparece mesmo quando as letras estão representadas por números. Lins e Gimenez (1997) afirmam que, “A álgebra consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade e desigualdade” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 150).

4. Os tipos de relações e métodos usados em aritmética: Estes métodos são importantes na separação entre a álgebra e aritmética, que mostra a relação da primeira e segunda como fonte de generalização, causando uma diferença entre estes dois campos da matemática.

A álgebra não é isolada da aritmética; na verdade é, em muitos aspectos, a “aritmética generalizada”. E nisso está a fonte de dificuldades. Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam apreendidos dentro de contexto aritmético. Se não forem reconhecidos, ou se os alunos tiverem concepções erradas a respeito deles, seu desempenho em álgebra poderá ser afetado. (BOOTH, 1995, p. 33-34).

Ocorre que, as vezes os alunos vêm do ensino fundamental com dificuldades não resolvidas da aritmética e estão acostumados apenas com a utilização de números, e na mudança para a álgebra onde são utilizados letras, variáveis e incógnitas, mostram que o

não uso de parênteses podem gerar dificuldades e que o modo informal como os alunos calculam devem ser questionados, já que são fonte de dificuldades Segundo os autores Ponte, Branco e Matos (2009, p. 74-75), algumas das dificuldade na álgebra envolvem: Ver a letra como representando um número ou um conjunto de números; Pensar numa variável como significando um número qualquer; Atribuir significado às letras existentes numa expressão; Dar sentido a uma expressão algébrica; Passar informação da linguagem natural para a algébrica; Compreender as mudanças de significado, na Aritmética e na Álgebra, dos símbolos “+” e “=” e, em particular, distinguir adição aritmética ($3 + 5$) da adição algébrica ($x + 3$).

2.3. O Papel do Erro no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática

A matemática por ser uma matéria escolar temida por muitas pessoas torna-se cada vez mais difícil a sua compreensão, este medo que as pessoas criam da matemática acaba limitando a aprendizagem em determinados assuntos. No contexto escolar o erro está presente em todo momento e são muitos os fatores que contribuem para que ele aconteça, entre os inúmeros motivos estão o desinteresse do aluno na escola, a falta de condição da escola, metodologia utilizada pelos professores, aulas mecanizadas, estruturação da família, entre outros.

Diante de tantas dificuldades no ensino e aprendizagem da matemática, no processo avaliativo faz-se necessário serem revistos alguns paradigmas educacionais e analisá-los. É necessário utilizar novas estratégias que possam auxiliar na aprendizagem dos alunos.

Numa concepção de matemática excessivamente voltada para a transmissão de um conhecimento feito e estabelecido, com todo o aparato de rigor e exatidão de um conhecimento pronto pra ser utilizado, o erro constitui algo que deve ser eliminado e punido: jamais analisado e tratado, pois representa a falha, o déficit, a negação, a inconsistência, a contradição, o engano, a dúvida, a incerteza, a incompletude; enfim, tudo o que a ciência exata rigorosa abomina em seu produto final. (PINTO, 2000, p. 18).

De fato, o erro é visto como uma deficiência no ensino de matemática, sendo tratado como algo negativo e sem contribuição. “O erro é tipo um “vírus a ser eliminado” e, desse modo, sempre indesejável: o aluno é sempre punido se errar” (PINTO, 200, p. 20). No entanto, é preciso pensar no erro como um elemento construtivo para a aprendizagem do aluno e não como algo negativo.

É fundamental o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem, é importante que o mesmo esteja sempre atento aos erros dos alunos tentando sempre

diagnosticar as possíveis causas de cada tipo de erro. Segundo Lorenzato (2008): “O erro pode ter distintas causas: falta de atenção, pressa, chute, falha de raciocínio, falta de estudo, mau uso ou má interpretação da linguagem oral ou escrita da matemática, deficiência de conhecimento da língua materna ou conceitos matemáticos” (p. 50).

Não é fácil para o professor conseguir detectar cada tipo de erro, porém é necessário que ele esteja disposto a tentar conversar com aluno, saber lidar com as dificuldades que eles possuem nos determinados assuntos, fazendo com que o aluno pense em seus erros e consiga utilizar outras estratégias para resolver determinadas questões.

Para que os erros possam ser trabalhados nas aulas de matemática é importante a colaboração por parte da escola e que esta esteja aberta para as necessidades apontadas pelo educador. É necessário para a aprendizagem do aluno que os professores sejam qualificados, utilizem mais de um tipo metodologia, trabalhe com respeito e tenham conhecimento do que está sendo trabalhado na sala de aula. Lorenzato (2008) questiona: “Será que muitos dos nossos alunos sentem dificuldades em aprender por que omitimos informações básicas a eles, as quais, as vezes nem nos conhecemos?” (p. 4). Muitas das dificuldades são encontradas pelos alunos devido à falta de preparo dos professores, que são formados sem conhecer o conteúdo que devem lecionar. De acordo com, Lorenzato (2008), “Uma maneira de dar aula sem conhecer é repetir exatamente aquilo que o aluno encontra no livro didático, o que pode conduzir o aluno a conceber o professor como um objeto desnecessário á sua aprendizagem (p. 4-5)”.

De fato, é o que acontece no ensino da matemática quando ensinada de forma tradicional, sendo uma simples transmissão de conhecimento, faz com que o aluno apenas memorize. As metodologias utilizadas por professores com assimilações de conceitos algébricos na matemática tornam as aulas apenas voltadas para a memorização e mecanização de fórmulas. Desta forma, é de suma importância o papel do professor não apenas em passar os assuntos que são trabalhados na sala de aula, e sim, tentar compreender as dificuldades que alunos possuem na aprendizagem da álgebra. Sendo assim, buscar uma melhor compreensão no processo ensino e aprendizagem. Quando o aluno acha a matemática chata, difícil, ruim, isso gera consequências, pois, o aluno cria medo e vergonha de não conseguir compreende-la.

Alguns estudos vêm mostrando que o erro não está sendo aproveitado como deveria no processo de ensino e aprendizagem da matemática. “Numa avaliação classificatória, em que o foco de atenção está voltado para o acerto da resposta, o erro provavelmente não será valorizado pelo professor”. (PINTO, 2000, p. 11). Porém, o erro

deve ser pensado como metodologia de ensino na sala de aula. Dessa forma, é importante trabalhar o erro no ponto de vista construtivista.

Uma decorrência do princípio construtivista é o fato de o erro apresentar-se como uma oportunidade didática para o professor organizar melhor seu ensino a fim de criar situações apropriadas para o aluno superar seus erros e apropriar-se dos conhecimentos necessários à sua cidadania. (PINTO, 2000, p. 11).

O professor precisa olhar o erro de outra forma, não apenas como se o erro fosse a não aprendizagem do aluno em determinado assunto. “O erro constitui-se numa oportunidade para o professor mostrar seu respeito ao aluno, pois o aluno não erra por que deseja; e mais, o erro é pista (dica) para a realização de sondagem às suas possíveis causas”. (LORENZATO, 2008, p. 50). Sendo assim, é importante que o professor esteja disposto a investigar as possíveis causas desses erros, pois o erro não é só responsabilidade do aluno. Segundo De La Torre (1994),

O erro expressa as duas faces da mesma moeda: tanto pode ser visto de modo negativo – e utilizado para punir o aluno –, quanto pode ser visto de modo construtivo, como oportunidade para refazer o percurso e ampliar o raciocínio, tornando mais claras as inter-relações do processo do conhecimento. (1994, apud PINTO, 2000, p. 19).

E o que acontece em muitas escolas hoje em dia, na maioria das vezes o erro é apenas visto como negativo, falta de conhecimento, incompreensão. É preciso valorizar o erro dos alunos, analisar cada tipo de resposta, tentar entender por que o erro ocorreu em determinado assunto. Pois, a matemática é temida por muitos alunos tanto pela dificuldade em aprender mais, também pelo alto índice de reprovação. Como afirma Pinto (2000): “[...] é inadmissível que a matemática preserve o mesmo status de outrora, ocupando o lugar de campeã de reprovações”. (p. 18). Pelo fato de tanta reprovação, essa disciplina é vista como um “monstro” por alunos. É importante o diálogo entre professor e aluno, para que possam ser identificados os motivos e causas dessa incompreensão por parte do aluno, pois a não compreensão de assuntos anteriores pode levar a mais dificuldades nos próximos anos na escola.

2.4. Análise Didática de Erros

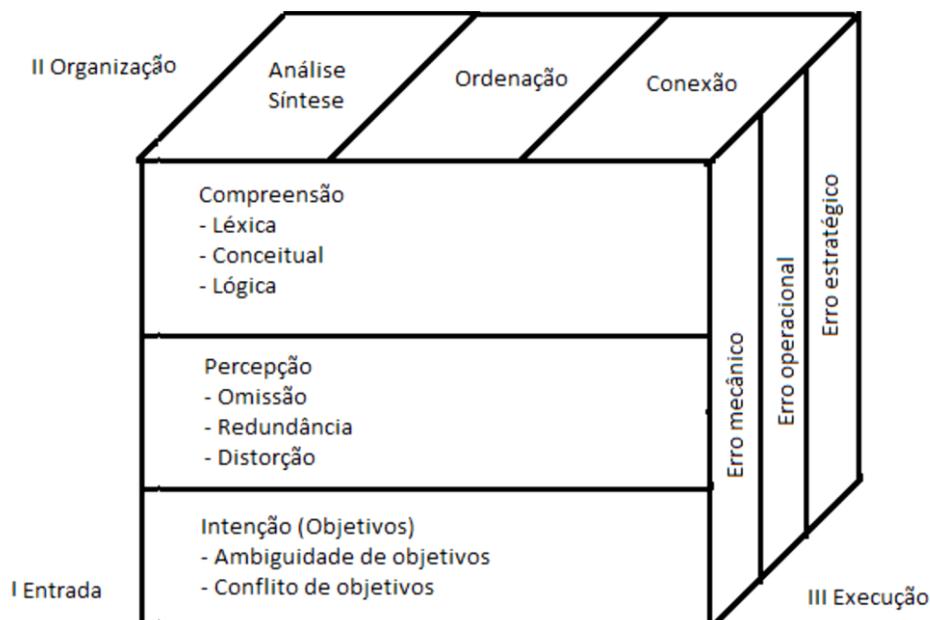
Na maioria das vezes o erro vem sendo algo ruim, negativo, porém é necessário que seja visto de forma construtivista pelo professor. Sendo importante que o professor se questione sobre quais motivos e possíveis causas que levaram os alunos a cometerem esses erros. De acordo com análise didática dos erros pode-se dizer quais são as possíveis

causas, e suas três fases: localização, identificação e correção (DE LA TORRE, 2007, p. 127).

1. Detecção do erro. Pode ser detectado pelo professor, pessoas do convívio e por quem cometeu o erro.
2. Identificação dos erros. É diagnosticado o erro e identificado suas causas, e proposto estratégias para que não ocorram mais.
3. Retificação de erros. É corrigido e eliminado.

É essencial que o professor visualize e depois analise as dificuldades apresentadas pelo aluno, pois diante das causas com que estes erros estejam acontecendo, pode-se ajudar o aluno a superar essa dificuldade. É necessário a percepção do aluno em relação ao seu erro. “O erro informa ao aluno de que algo falhou na realização da tarefa ou na solução de problemas, e por mesmo, o aluno deve mudar de enfoque ou estratégia no modo de abordá-la (DE LA TORRE, 2007, p. 90). Neste caso onde o aluno vai se questionar sobre o que está acontecendo para que esses erros não se repitam, junto com o professor deve-se procurar as possíveis soluções.

Figura 3 – Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE



Fonte: DE LA TORRE, 2007, p. 108.

Erros de Entrada: retrata uma insuficiência ou inadequação de informação, nos seguintes planos: erros no plano intenção, erros no plano percepção e erro de compreensão. Segundo os planos das intenções de De La Torre (2007), envolve três momentos do erro, o primeiro tem características de metas ou falta de clareza, pois o aluno não entende o que o professor está pedido em sua atividade. Desta forma o professor

não deixa claro o que ele quer que seja feito pelo aluno e para que serve a atividade proposta. O professor precisa ser um mediador para que a aprendizagem do aluno, e sempre deixar claro o que suas atividades estão pedindo. De La Torre (2007), dá um exemplo, basta entregamos uma folha ao aluno e não falar nada “escrevam”. E se for além e disser “Façam o que quiserem”. Apareceram muitas perguntas para tentar esclarecer as intenções. Nota-se a importância da clareza de objetivo, em para conciliar o que o professor propôs. O autor descreve a segunda situação no plano das intenções que ocorrem pela Incompreensão ou confusão do objetivo da intenção. Esses erros ocorrem pela falta de amadurecimento do aluno diante das atividades apresentadas, e incompreensão do objetivo da atividade. Para evitar que esse erro aconteça cabe ao professor traçar os objetivos sempre com clareza e de acordo com nível de conhecimento de cada aluno.

Os erros da terceira situação segundo De La Torre (2007), o conflito de objetivos ou o desvio da meta fichada, o erro ocorre quando o aluno desperta o interesse pela atividade, porém vai além do que foi proposto pelo professor, ou seja, segue o caminho errado. Na resolução de exercícios o aluno começa desenvolvendo a questão, porém se esquece ou perde o foco e não consegue concluir a questão.

Segundo plano das percepções, utilizando ainda o erro de entrada. De la Torre (2007) acredita que esses erros sejam cometidos pela inadequação percepção de informação, por metodologia inadequada usada pelo professor. “Se nos erros de intenção o principal responsável era o professor, no plano da percepção é a metodologia docente e a capacidade discente”. (p. 11). São três modalidades das categorias de percepção: erros de omissão, erros redundância e de distorção.

No primeiro erro de omissão acontecem pela falta de informação. Muitas vezes o professor ao passar determinado assunto tem em mente que os alunos já tenham conhecimento do que foi exigido. Este fato ocorre também em cursos superiores. De La Torre (2007) menciona, “Isto vocês já sabem de anos anteriores já estão acostumados a ouvir: “Damos estas noções por sabidas”; “Revisem por sua conta estas noções, antes de fazer o problema”. (p. 112). É papel do professor questionar o aluno se ele possui conhecimento ou noção do que está sendo pedido, pois muitas vezes ele nem tenha visto ou aprendido tal assunto. A sobrecarga de informação passada ao aluno dificulta em seu processo de assimilação. “Quero dizer que a quantidade de informação apresentada tem de estar em sintonia com a capacidade da pessoa em questão”. (DE LATORRE, 2007, p.112).

O autor relata no segundo tipo no plano do erro, redundância de informação. Para alguns alunos a redundância de informação pode ajudar, porém ao mesmo tempo pode dificultar para outros. “Excessiva redundância ou repetição do que já se sabe leva a ineficácia; excessiva informação nova dificulta sua assimilação”. (DE LA TORRE, 2007, p.113). Cada aluno tem sua forma de assimilar as coisas, alguns tem mais facilidade, que outros talvez não tenha. O professor necessita de flexibilidade para ajudar a todos. Dessa forma De La Torre (2007) ressalta a forma como os professores se refere ao, “método de pilão”, na verdade estão usando a filosofia da redundância, isto é, de insistir repetidamente nos mesmos conceitos ou exercícios que mostraram sua eficácia com alunos lentos ou atrasados (p. 113).

Erros de distorção é o último no plano de percepção. Ocorre quando não há clareza, equivoco, confusão, relativo à cognição e ao conhecimento. Estes erros acontecem quando o aluno não compreende o que a atividade pede, ou distorce a resposta. O aluno acredita que está no caminho certo, porém simplifica de mais os dados de forma que altera seu significado. “Em fim, a distorção pode provir também da complexidade da informação e da tentativa de simplificá-la ou da dificuldade de discriminar o essencial do secundário” (TORRE, 2007, p. 115).

Ainda no momento de entrada o último plano de compreensão De La Torre (2007), os erros de compreensão léxica conceitual ou lógica. Esses erros acontecem pela falta de compreensão da tarefa. Quando um aluno compreende um conteúdo é tem que está apto para expressa-lo com sua própria linguagem, porém quando isto não ocorrem o aluno comete erro desse tipo. “A incompreensão leva, antes ou depois, ao erro”. (DE LA TORRE, 2007, p. 116). Os erros de compreensão léxica ocorrem, quando o uso de palavras diferentes, difíceis em atividades. “Para isso, sublinhar as palavras novas ou difíceis é um modo de evitar possíveis erros” (DE LA TORRE, 2007, p. 116). De acordo com o autor, se o aluno sair da escola sem compreender as explicações da aula, cometerá erros conceituais. Os erros de compreensão lógica, De La Torre (2007) “são frutos do funcionamento mental” (p116). Segundo o autor não é fácil diferenciar os erros conceituais dos lógicos “mesmo que os primeiros possam estar ligados a significados convencionais”. (p. 116).

Erros de organização da informação: é onde trata-se o processo cognitivo do aluno e coloca-se em prática. De acordo com De La Torre (2007) “Os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que dispõe para

dar com a resposta que lhe é pedida” (p. 118). Esses erros ocorrem no momento de análise e síntese quando se ordena em sequência, e quando há conexão dessa informação e conhecimento que o aluno já possui.

Um exemplo de análise e síntese Segundo De La Torre (2007)

Se apresentássemos um desenho do Sol sobre o horizonte para crianças de várias idades e perguntássemos se se trata de um nascer ou de um pôr-do-sol, responderiam uma coisa ou outra, sem reparar que falta informação para se responder. (DE LA TORRE, 2007, p. 119).

Dessa forma percebe-se que, a síntese está agregada a capacidade de análise do que se ler. Erros de ordenação são importante para resolver problemas e tomar decisões. “O sujeito não conecta adequadamente a informação que possui, desviando-se por isso, da meta buscada”. (DE LA TORRE, 2007, p. 118). O exemplo de ordenação segundo o autor, está no momento em que o aluno ordena frações da maior para a menor, e só depois encontra a diferença entre ambas, para mostrar o início considerando apenas o numerador. Os erros de conexão, são cometidos quando os alunos não consegue passar para novas situações conhecimento que eles já possuem. Segundo De La Torre (2007) os erros ocorre com aluno do 6º e 7º ano do ensino Fundamental em relação a identificação de triângulos retângulo, no momento que o triângulo é invertidos de sua posição, o aluno não consegue identificar que tipo de triangulo é. “O aluno pode saber perfeitamente a regra ou fórmula, mas tem dificuldade ao projeta-se sobre uma situação nova” (DE LA TORRE, 2007 p.121).

Erro de execução: são erros que depende de cada pessoa, pois há alunos que arrisca caminhos diferentes, busca novas estratégias, cada um com sua forma. Os erros segundo De La Torre (2007) são, erros mecânicos ou lapsos – ocorrem quando há eliminação na troca de sinal, ou omissão de letras e palavras; erros operacionais – acontecem no momento de nervosismo esquecimento ou distração. “[...] exemplos de erros operacionais quando confundimos os sinais matemáticos, somando quando deveríamos multiplicar ou o contrário”. (DE LA TORRE, 2007, p. 125). E erros estratégicos – ocorrem quando o aluno utiliza estratégias inadequada para resolver o problema.

3. METODOLOGIA

Esta pesquisa, caracteriza-se como uma pesquisa de intervenção e é qualitativa. Tem o propósito de identificar as causas dos erros de alunos nos anos finais do Ensino Fundamental. O termo intervenção é utilizado em diferentes áreas como exemplo: na medicina, psicologia, administração. Segundo Damiani (2012):

[...] usa-se o termo intervenção em um sentido mais específico do que o nelas expresso. No âmbito de nosso grupo de pesquisa, denominam-se intervenções as interferências (mudanças, inovações), propositadamente realizadas, por professores/pesquisadores, em suas práticas pedagógicas. Tais interferências são planejadas e implementadas com base em um determinado referencial teórico e objetivam promover avanços, melhorias, nessas práticas, além de pôr à prova tal referencial, contribuindo para o avanço do conhecimento sobre os processos de ensino/aprendizagem neles envolvidos. (DAMIANI, 2012, p. 3).

A pesquisa com o processo de intervenção visa propor melhoras para a aprendizagem dos alunos. “O método da intervenção demanda planejamento e criatividade, por parte do pesquisador, bem como diálogo com a teoria – que o auxilia na compreensão da realidade e na implementação da intervenção” (DAMIANI et. al, 2013, p. 60).

3.1 Procedimentos Metodológicos

A escola escolhida para o desenvolvimento dessa pesquisa foi a Escola Municipal Maurina Rodrigues dos Santos localizada em Passira – PE, a escola atende alunos da Educação Infantil, Ensino Fundamental do 1º ao 5º ano e Ensino Fundamental do 6º ao 9º. A escola é estruturada, as salas possuem ar condicionado, acesso à internet, quadra poliesportiva coberta, biblioteca, etc.

A pesquisa foi realizada durante a disciplina Trabalho de Conclusão do Curso (TCC), em uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental. A escolha da escola foi pelo fato de ser a única escola do município com turmas do 8º ano. São dois 8º anos no turno da manhã e quatro 8º anos no turno da tarde, sendo uma professora pela manhã e dois professores no turno da tarde. Escolhi o turno da manhã pela disponibilidade da professora e apenas uma turma, pois era suficiente para a pesquisa. Os alunos que participaram da pesquisa são 14 meninos e 19 meninas, entre 12 e 16 anos de idade.

O primeiro contato foi com a coordenação da escola, expliquei que estava fazendo uma pesquisa de conclusão de curso e precisava da disponibilidade da escola para fazer a pesquisa na sala de aula. A coordenação disse que era possível e apenas necessário

informar aos professores. Então, em outro dia voltei a escola e falei com a professora da manhã que ensinava em dois 8º anos. A informei que a pesquisa seria em apenas uma turma, pois era suficiente para a pesquisa. Em seguida fui apresentada a turma e a professora informou que precisava da colaboração de todos para responder dois questionários, em dias diferentes, e que se tratava de um trabalho de conclusão de curso. Os questionários foram aplicados no horário de aula no turno matutino, estavam presentes 33 alunos tanto no pré-teste como no pós-teste.

3.2 Instrumentos de Coleta de Dados

Os instrumentos utilizados nessa pesquisa foram dois questionários, um pré-teste e um pós-teste. Cada questionário era composto por três questões, as quais envolviam conteúdos relativos às expressões algébricas. Os alunos precisavam utilizar de cálculo aritmético, raciocínio algébrico e o domínio da simbologia matemática, para representação dos termos descritos nos enunciados.

Tais questões foram escolhidas para analisar o nível inicial de compreensão dos alunos sobre álgebra no pré-teste. No pós-teste foram usadas questões semelhantes para analisar se houve melhora após o processo de intervenção.

A primeira questão aborda um problema que pode ou não ser resolvido como uma expressão algébrica. A questão dois trata de aspectos relativos a generalização da aritmética para a álgebra. A terceira questão é mais específica das expressões algébricas, mas pode ou não ser resolvida por meio desse conteúdo.

No pré-teste os alunos responderam os problemas sozinhos sem nenhuma interferência, apenas com conhecimento que eles possuíam sobre a álgebra.

Antes da aplicação do pós-teste, foram trabalhados em sala de aula os erros dos alunos, fundamentados nas quatro concepções de álgebra definidas por Usinkin (1995), definidas como sendo Álgebra como aritmética generalizada, Álgebra como estudo de métodos para resolver certos tipos de problemas, Álgebra como relação entre grandezas e Álgebra como estudo de estruturas.

Tomou-se como referência a pesquisa de Booth (1995), com os quatro aspectos sobre tipo de erros que alunos cometem em álgebra, a saber: o objeto da atividade algébrica e a natureza da “resposta”, o uso da notação e convenções em álgebra, o significado das letras e das variáveis, os tipos de relações e métodos usados em aritmética. Além disso, foi realizada a Análise Didática de Erros de Saturnino De La Torre (2007).

Foram corrigidos na sala de aula utilizando como base as questões e respostas obtidas no pré-teste. Foram apresentados os problemas escritos no quadro negro e solucionados com a participação dos alunos.

Falei brevemente sobre a história das expressões algébricas que na Antiguidade, as letras foram pouco usadas na representação de números e relações. Depois utilizei de situações do cotidiano para mostrar onde as expressões algébrica são utilizadas. Pois muitas vezes no dia-a-dia sem perceber utilizamos as expressões algébricas ou numéricas. Exemplo: Ao irmos a uma papelaria e calculamos o preço de um lápis e somamos ao preço de duas borrachas, então usamos expressões algébricas como $Ix + 2y$, sendo x o preço do lápis e y o preço de cada borracha. Quando usamos a subtração para passar um troco. Exemplo, se P é o valor total de dinheiro e Q é o troco, temos uma expressão do tipo $P - (Ix + y) = Q$. Falei da importância das expressões algébrica e que são encontradas muitas vezes em fórmulas matemáticas, como no cálculo de áreas de retângulo triângulos e outras.

A intervenção teve o objetivo de ajudar os alunos a conhecer os erros de forma construtivista, para que o próprio aluno perceba seus erros e possa corrigi-los. O pós-testes será analisado e comparado com o pré-testes. Para saber se o processo de intervenção contribuiu para a aprendizagem dos alunos.

3.3. Análise dos Dados

A análise dos dados foi realizada tomando como referência o Modelo de Análise Didática de Erros proposto por Saturnino de La Torre (2007) e as contribuições de Booth sobre tipos de erros em álgebra.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

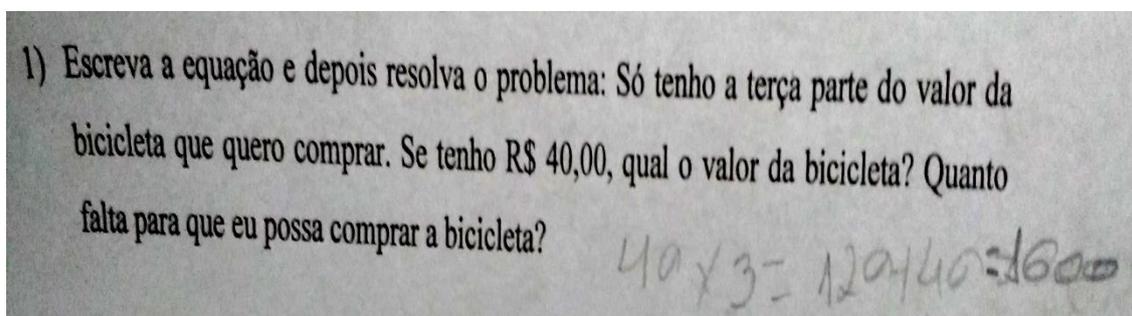
Neste tópico, apresentamos a análise e discussão dos resultados obtidos a partir da aplicação dos questionários pré-teste e pós-teste, categorizando os erros cometidos pelos alunos de acordo com o MADE (Modelo de Análise Didática de Erros), proposto por Saturnino de La Torre (2007) e as contribuições de Booth (1995) para a discussão sobre tipos de erros em álgebra.

4.1. Análise do Questionário Pré-teste

A primeira questão traz um problema que pode ou não ser resolvido com a utilização de uma expressão algébrica. Os erros que aparecem com mais frequência são “Erros de Execução”, que estão dentro da categoria “Erros Operacionais”, de acordo com o MADE (DE LA TORRE, 2007, p. 108). Alguns dos erros se tratavam da má utilização operacional da aritmética.

O estudante E1, por exemplo, fez uma multiplicação do valor e depois utilizou a adição para chegar ao resultado.

Figura 4- Questão 1 (E1)

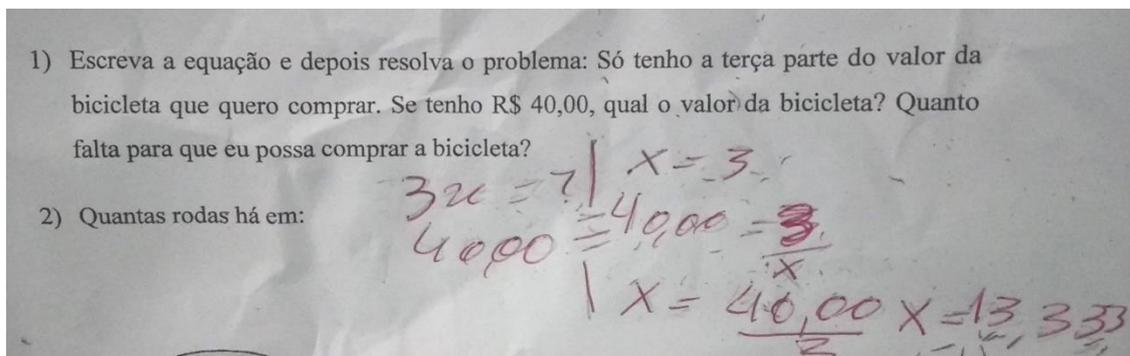


Fonte: Do autor (2017)

Já o estudante E2, cometeu erros categorizados como “Erros Estratégicos”. O aluno usou uma estratégia incorreta para encontrar o valor da bicicleta, isolando a incógnita “x” e, na sequência, dividiu o valor da terça parte da bicicleta por 3 para encontrar o valor que “faltava”. No desenvolvimento da questão, o estudante também cometeu outro tipo de erro, categorizado como “Erro de Conexão”, onde o mesmo não conseguiu interpretar o que a questão estava pedindo, chegando, assim, a um valor incorreto. De acordo com o 2 aspectos de Booth (1995) O uso da notação e convenções em álgebra, o aluno não simplifica a expressão algébrica, ele tem dificuldade em representar o que é a terça parte da bicicleta, não identifica o valor desconhecido e também ocorre erro da, 4 concepção de Booth (1995) Os tipos de relações e métodos

usados em aritmética, “ Para compreender a generalização das relações e procedimentos aritméticos é preciso primeiro que tais relações e procedimentos sejam aprendidos dentro do contexto aritmético”.(p.33). O aluno soma a adição errada, acrescenta um zero onde não é necessário, esses erros acontecem por não saber regras básica da matemática, ou atenção a hora de resolver.

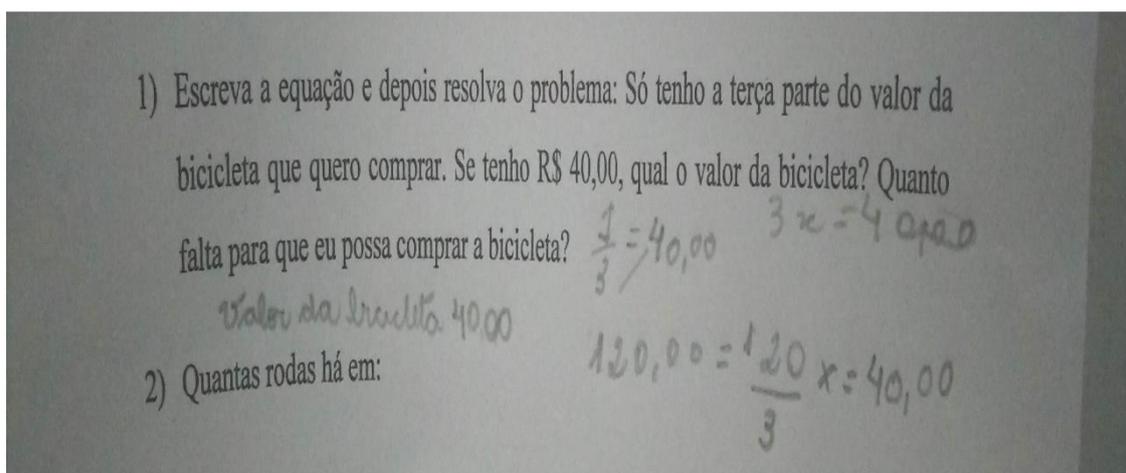
Figura 5- Questão 1 (E2)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno E3, no desenvolver da questão, se perde e chega a um resultado incorreto. O erro cometido é categorizado no plano das percepções da informação, como um “Erro de Distorção”. Segundo Booth (1995) no aspecto do significado das letras e das variáveis, métodos que separam a álgebra e a aritmética, o aluno erra em regras básica da matemática, não consegue interpretar o foco da questão pois não encontra a variável da questão.

Figura 6- Questão 1 (E3)



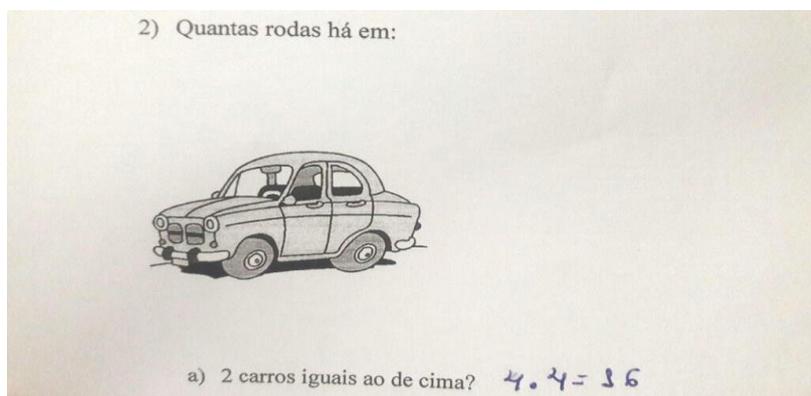
Fonte: Recorte do aluno (2017)

Também ocorreu de alguns alunos colocarem apenas o valor sem nenhum desenvolvimento da questão, tendo acertado o valor que correspondem o que falta para comprar a bicicleta. Sendo que desses alunos, 4 acertaram o valor e 6 erraram.

A segunda questão trata de aspectos relativos a generalização da aritmética para a álgebra. Na letra A, a maioria dos alunos acertou a questão, os erros que ocorreram foram da passagem da aritmética para a álgebra. Os alunos utilizaram a adição para encontrar o valor de carros. Ocorre que os alunos entenderam que as variáveis se comportam como incógnitas e representam valores fixos. Os erros categorizados foram, “Erros Operacionais” e “Erros Estratégicos”. Nem sempre os alunos conseguem diferenciar incógnitas de variáveis e isto acaba tornando mais difícil para que o aluno desenvolva o pensamento algébrico.

Na figura abaixo, percebemos que o aluno E30, fez uma multiplicação, porém errada, pois a questão estava pedindo de acordo com a figura ilustrada do carro e o carro possui 4 rodas. Porém o aluno respondeu a questão como se fosse apenas três pneus no carro, erro de compreensão o aluno não compreendeu o enunciado. O aluno erra de acordo com a 1 concepção de Booth (1995) que é sobre a diferença entre uma atividade aritmética e uma atividade algébrica, o aluno não identifica a variável e acaba pensando em uma resposta numérica.

Figura 7- Questão 2A (E30)

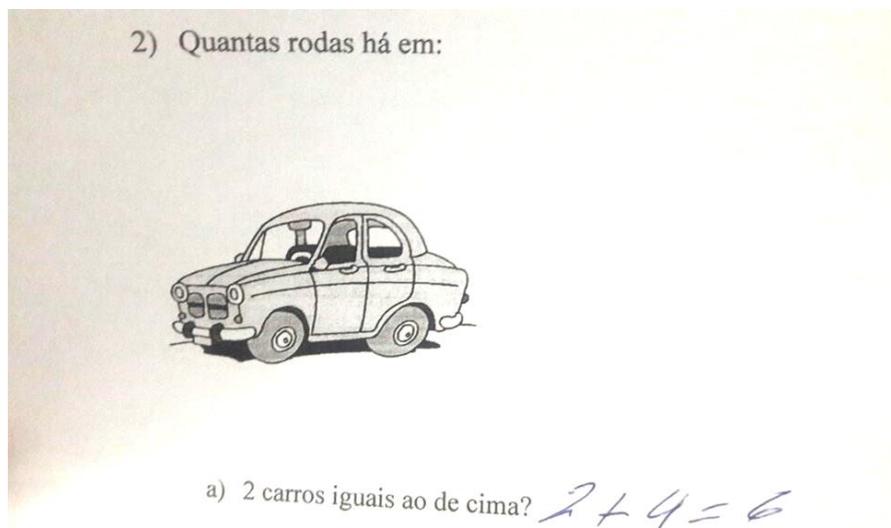


Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno E31 não conseguiu compreender o que a questão estava pedindo. De acordo com De La Torre (2007) “Compreender uma tarefa ou um problema significa ser capaz de reconceitualiza-lo ou expressa-lo com termos diferentes, com a própria linguagem” (p. 115). No entanto, o aluno não conseguiu expressar o que o problema estava pedindo, a falta de domínio da matemática acaba tornando ainda mais difícil, pois se o aluno não tem noção do que a questão pede, não será possível responder de forma correta a questão. Citamos o exemplo apresentado por Booth (1995, p.27) muitos alunos

simplifica a expressão “ $2a+5b$ para $7ab$ ”. O alunos dispõe de uma dificuldade que está ligada a ausência de um fechamento

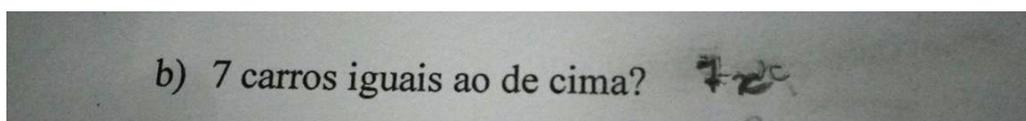
Figura 8- Questão 2A (E31)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

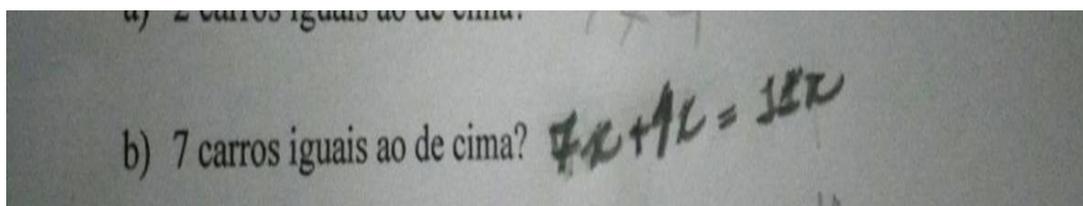
Na letra B, da questão 2, a maioria dos alunos não utilizou nenhum desenvolvimento para responder a questão, os alunos responderam a questão de forma direta, os erros ocorreram de diversos tipos, a maioria desses erros foram operacionais. O aluno E13, por exemplo, não conseguiu identificar a incógnita. Booth (1995), muitas vezes ao compreender que a letra representa um valor numérico, o aluno entende que é um valor fixo e que o X sempre representa o valor numérico 2.

Figura 9- Questão 2B (E13)



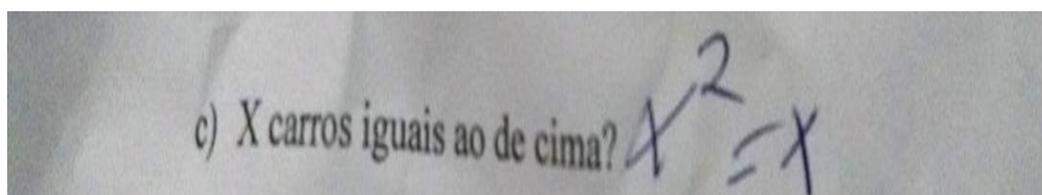
Fonte: Recorte do aluno (2017)

Na resolução do aluno E16, foi utilizada aritmética para resolver a questão, ele sabia o valor da incógnita, porém não utilizou a multiplicação para responder a questão. Sendo assim, foi possível identificar erros categorizados como estratégicos, uma vez que o aluno tem a noção do que a questão está pedindo, mais não consegue escolher uma estratégia adequada para a resolução. O erro segundo Booth(1995), pode ter origem na falta de conhecimento nas expressões algébricas, ou na incompreensão com as letras sendo variável.

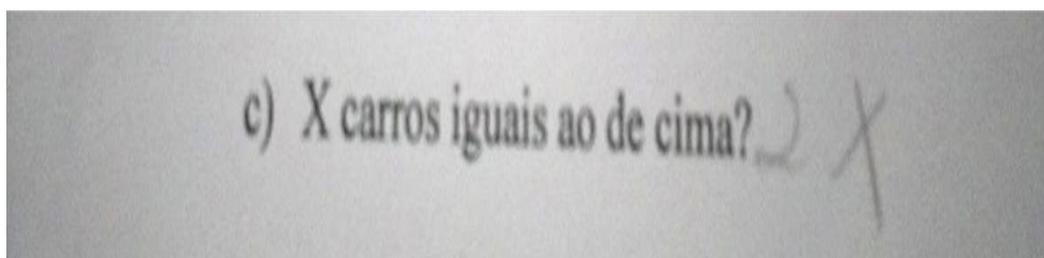
Figura 10- Questão 2B (E16)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

A letra C, questão 2, foi a questão com maior erro. Os alunos sentiram muita dificuldade de entender o que pedia a questão. A falta de conhecimento matemático também fez com que muitos não soubessem responder. Eles não sabiam identificar, nem dizer o que é uma incógnita. Diante dos erros encontrados pelos alunos percebi que as vezes os alunos acabam não aceitando uma expressão algébrica de forma simplificada como sendo a resposta final de um determinado problema. Para os alunos, o estabelecimento de uma expressão e manipulação acaba não sendo suficiente tem que ter uma resposta numérica. Os principais erros, de acordo com a categorização de De La Torre (2007) foram “Erros de entrada” e “Erros de estratégia”. Aluno E31 não tinha noção do que a questão estava pedindo, pois ele elevou o x ao quadrado. Já o aluno E15, multiplicou 2 por x . De acordo com o autor Booth (1995) este erro se encaixa no 3 aspecto, significado das letras e variáveis, a grande dificuldade é em representar o valor desconhecido e misturar com números. “ A confusão decorrente dessa mudança de uso pode resultar numa ‘falta de referencial numerico’, por parte do aluno, ao interpretar das letras em álgebra. (BOOTH, 995, p.30).

Figura 11- Questão 2C (E31)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 12- Questão 2C (E15)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

A terceira questão é mais específica das expressões algébricas, mas pode ou não ser resolvida por meio desse conteúdo. A maioria dos alunos não conseguiu identificar o que a questão solicitava. Sendo assim, as dificuldades e erros cometidos foram categorizados como “Erros de compreensão”. O aluno E18, cometeu erros estratégicos e erros de organização. O aluno não conseguiu organizar as ideias, usou de forma incorreta as operações matemáticas. “Os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata e mudar a informação de que dispõe para dar com a resposta que lhe é pedida”. (DE LA TORRE, 2007, p118). Há uma idealização dos alunos em pensar que toda expressão tem que chegar a igualdade, faz com que o aluno aceite uma expressão como resposta. Na concepção de Booth (1995), O significado das letras e das variáveis. Quando utilizam as letras e variáveis para representar valores, acaba trazendo muitos erros nas questões de álgebra.

Figura 13- Questão 3 (E18)

3) O quádruplo de um número somado com 15 é igual a 47. Qual é esse número?

$$4x + 15 = 47$$

$$4x = 47 + 15$$

$$4x = \frac{62}{4} = 15,5$$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

E18 inicia a questão de forma correta, porém se perde no desenvolvimento da questão, utiliza uma adição onde não devia, montou a equação, porém esqueceu a igualdade. Os erros que ocorrem na questão são “Erros Operacionais”, “Erros de estratégia” e “Erros de conexão”, pois não consegue conectar o que a questão pedia e usa uma estratégia incorreta para responder o exercício. Como foi o caso do E30, que na mudança de lados o aluno faz uma subtração onde não era necessário e acaba errando a questão e não chega a resposta. De acordo com o autor Booth (1995) ocorreram erros dos tipos de relações e métodos usados em aritmética, pois o aluno generalização da aritmética para a álgebra.

Figura 14- Questão 3 (E30)

3) O quadruplo de um número somado com 15 é igual a 47. Qual é esse número?

$$4 + 15 = 47$$

$$47 - 15 = 32$$

$$32 \div 4 = 8$$

valor do número é 8

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 15- Questão 3 (E27)

3) O quadruplo de um número somado com 15 é igual a 47. Qual é esse número?

$$4 + 15 = 47$$

$$19 = 47$$

$$\frac{47}{19} = 2,47$$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno E27 montou a equação de forma correta, porém no decorrer da resolução, utilizou da operação errada para responder a questão. Podemos notar o erro aritmético, quando o aluno somou os valores 4 e 15 e multiplicou o resultado, esquecendo da prioridade na operação. Booth (1995) “Os tipos de relações e métodos usados em aritmética”. O aluno não consegue transformar a linguagem corrente e algébrica.

4.2. Análise do Questionário Pós –Teste

Todas as questões do pós-teste tem o mesmo grau de dificuldade das questões do pré-teste. Na primeira questão do pós-teste é uma questão que não necessariamente pode ser resolvida com a utilização de uma expressão algébrica.

O erro que mais ocorreu foi do tipo operacional o aluno confunde os sinais. “As distrações levam a confundir também a ordem de operações ou os passos de um processo” (DE LA TORRE, 2007, p.125). Erros estratégicos, erros mecânicos, alguns erros ocorreram pelo fato de o aluno não saber interpretar a questão, alguns equívocos aconteceram pelo fato deles não utilizar a operação correta, e usar expressões algébricas.

Figura 16 – Questão 1 (E15)

$$\begin{aligned}
 & 9 + 1 + 16 + 0,50 + 0,25 = 20 \\
 & 10 + 8 + 0,25 = 20 \\
 & 18 = 0,25 + 20 \\
 & 18 + 0,25 \\
 & = 13, \text{ moldas}
 \end{aligned}$$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 17- Questão 1 (E27)

$$\begin{aligned}
 & 1) \quad 9 + 1,00 + 16 + 0,50 + 0,25 = 20,00 \\
 & \quad 10 + 8 = 0,25 - 20 \\
 & \quad 18 = 5 \\
 & \quad \frac{18}{5} = 3,6R\$ \\
 & \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times 0,50 \\ \hline 0 \quad 0 \\ 0 \quad 0 \\ \hline 20 \quad 0 \\ \times 0,25 \end{array}
 \end{aligned}$$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Na segunda questão onde é a passassem da aritmética para a álgebra, os alunos conseguiram entender o que é uma variável, ocorreram pouco erros, apenas 3 erros. Os 3 alunos que erraram tiveram o mesmo tipo de erro, que foram erros operacionais, os alunos não conseguiram identificar a variável. Os alunos também cometeram erros, Segundo Booth (1995) o foco da atividade algébrica e a natureza das “respostas”.

Figura 18- Questão 2 A (E27)

2) O número de carros em um estacionamento é Y.

a) Quantos carros serão depois de colocar 10 carros? $10 \cdot X = 10 + Y + X$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Na letra b ocorreu alguns erros por causa de distração. Erros de compreensão e erros mecânicos os alunos usaram erros estratégicos e organização para resolver a questão. O aluno E19 fez uma confusão multiplicou o X depois somou com 2 e errou a soma, pois da forma que ele fez daria 12. E14 não conseguiu diferenciar a multiplicação da adição ele usou a adição onde não podia. O E22 não atribuiu valor a letra (Erros de entrada- percepção). Erro segundo as concepções de Booth(1995), o significado das letras

e das variáveis, há uma dificuldade em representar os valores as incógnitas. Erros relacionados a conceitos não compreendido na aritmética.

Figura 19- Questão 2B (E19)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

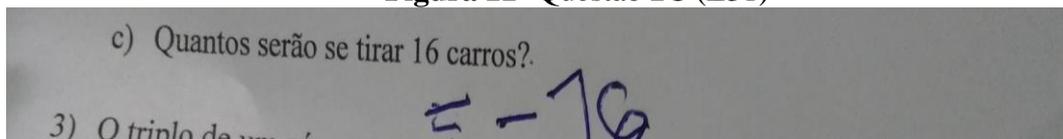
Figura 20- Questão 2B (E14)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 21- Questão 2B (E15)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

A letra C, os erros ocorreram por os alunos não compreender o que a questão estava dizendo, falta de compreensão erros de ordenação. De La Torre (2007) “O sujeito não conecta adequadamente a informação que possui desviando-se por isso da meta buscada”. (p.119). O aluno respondeu que se tirar 16 carros. “A ordem facilita compreensão da mensagem e evita equívoco”. (Torre, 2007, p.119) A questão dizia que o número de carros no estacionamento era Y, e quantos carros seriam se tirasse 16 carros. Os alunos que erraram a maioria foram por falta de atenção, o erros que mais apareceu foi erros sem desenvolvimento algébrico, responderam de forma aritmética. De acordo com as concepções de Booth (1995) os erros que acontecem são do tipo “significado das letras e das variáveis”. Esses erros são pelo fato dos alunos estarem acostumado que na aritmética, o foco é encontrar respostas numéricas, já na álgebra isto não será sempre possível.

Figura 22- Questão 2C (E31)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Na letra C, os erros que ocorreram foram, erros sem desenvolvimento do tipo aritmético. Os alunos não utilizaram a variável Y. Erros semântico, erros estratégicos. “No ambiente de sala de aula, os erros de execução se apresentam quando, depois de haver aprendido algo, o aluno se esquece ou quando são propostas tarefas que exigem mais passos do que o sujeito é capaz de integrar “. (DE LA TORRE, 2007, p. 125). Segundo as concepções de Booth (1995), O significado das letras e das variáveis, o aluno não identifica a variável, usa um valor numérico inapropriado.

De forma, e preciso saber até que ponto o aluno compreender determinado assunto, pois se ele não tem conhecimento do que está sendo pedido ele não resolvera a questão.

A questão 3 alguns alunos ainda não conseguiram identificar a variável da questão, outro erro que aconteceu foi no desenvolvimento da questão um aluno se atrapalhou no jogo de sinais. Erros de compreensão, erros de organização, erro de ordenação, Segundo De La Torre (2007) os Erros Mecânicos ou Lapsos “Costuma-se tratar de pequenos detalhes como omissão de letras, alteração ou substituição de um sinal por outro ou por uma palavra por outra” (p. 124). Foi o caso do aluno E14 ele não fez o jogo de sinais, quando muda de lado os sinais mudam, porém o aluno em vez de subtrair somou o valor acabou errando a questão. Outro tipo de erro que ocorreu foi esse do aluno E15, ele não consegue utilizar a álgebra para resolver a questão ele apenas utilizar a operação matemática, adição. Conforme as concepções de Booth (1995, p.27), O uso da notação e convenções em álgebra. O aluno sentiu dificuldade em organizar os termos e usar a operação matemática corretamente. Em vez do aluno subtrair o valor 78 por 18, ele somou, e não conseguiu demonstrar a expressão algébrica.

Figura 23- Questão 3 (E14)

3) O triplo de um número somado com 18 é igual a 78. Qual é esse número?

$$3x = 78 + 18$$

$$3x = 96$$

$$x = \frac{96}{3}$$

$$x = 32$$

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 3} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

Fonte: Recorte do aluno(2017)

Figura 24- Questão 3- E (21)

3) O triplo de um número somado com 18 é igual a 78. Qual é esse número?

Como lá

$$3 + 18 + 78$$

$$= 21 + 78$$

$$x = 99$$

O número é

$$99$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 78 \\ \hline 99 \end{array}$$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

No tópico seguinte será apresentada a comparação entre os dados encontrados no pré-teste e no pós-teste.

4.3. Comparação Entre os Testes

De uma forma geral, apresentamos abaixo o quantitativo de erros para cada tipo no pré-teste e no pós-teste.

Quadro 1- Quantidade de erros para cada tipo proposto por La Torre (2007)

Tipos de Erros	Quantitativo de Erros	
	Pré-Teste	Pós-Teste
I - Erros de entrada		
Compreensão	4	2
Percepção	0	2
Intenção	0	
II – Erros de Organização		
Análise e Síntese	0	
Organização	2	3

Conexão	1	
III – Erros de Execução		
Erro Mecânico	2	5
Erro Operacional	8	2
Erro Estratégico	3	6

Fonte: Da pesquisa (2017)

Dos 20 questionários analisados é possível identificar, pelo quadro acima, que os erros operacionais foram mais frequentes na análise realizada. Abaixo, estão representados graficamente os erros cometidos no pré-teste e no pós-teste, afim de identificar o que mudou de um para o outro.

Gráfico 1- Comparação Pré e Pós Teste- Questão 1A

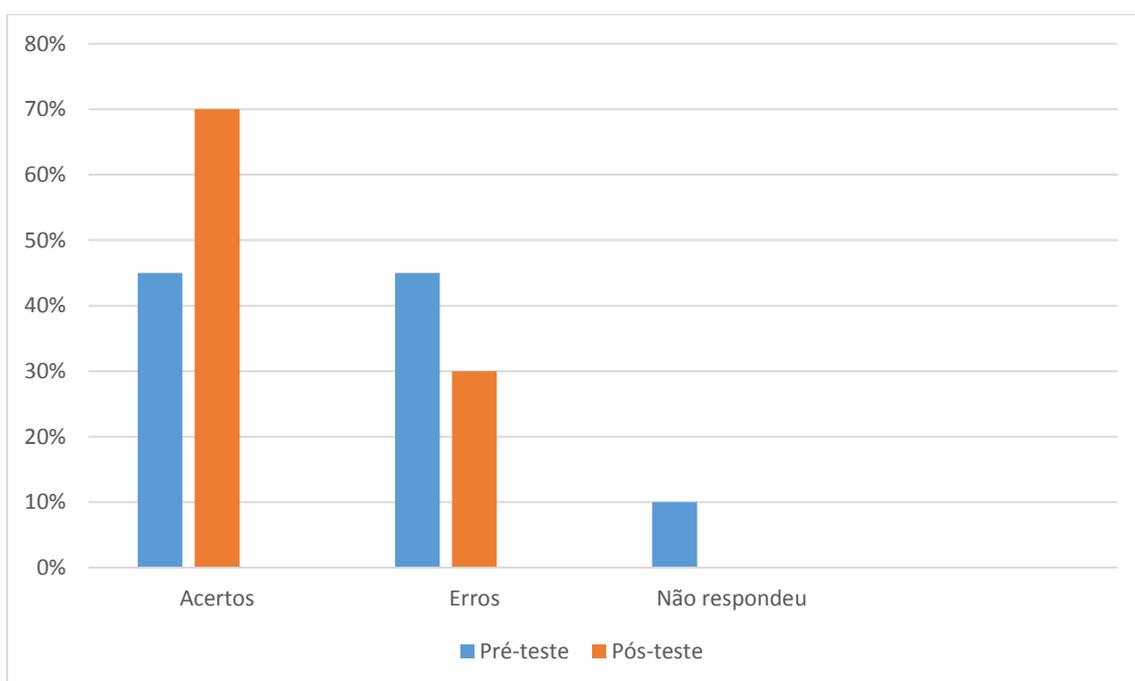


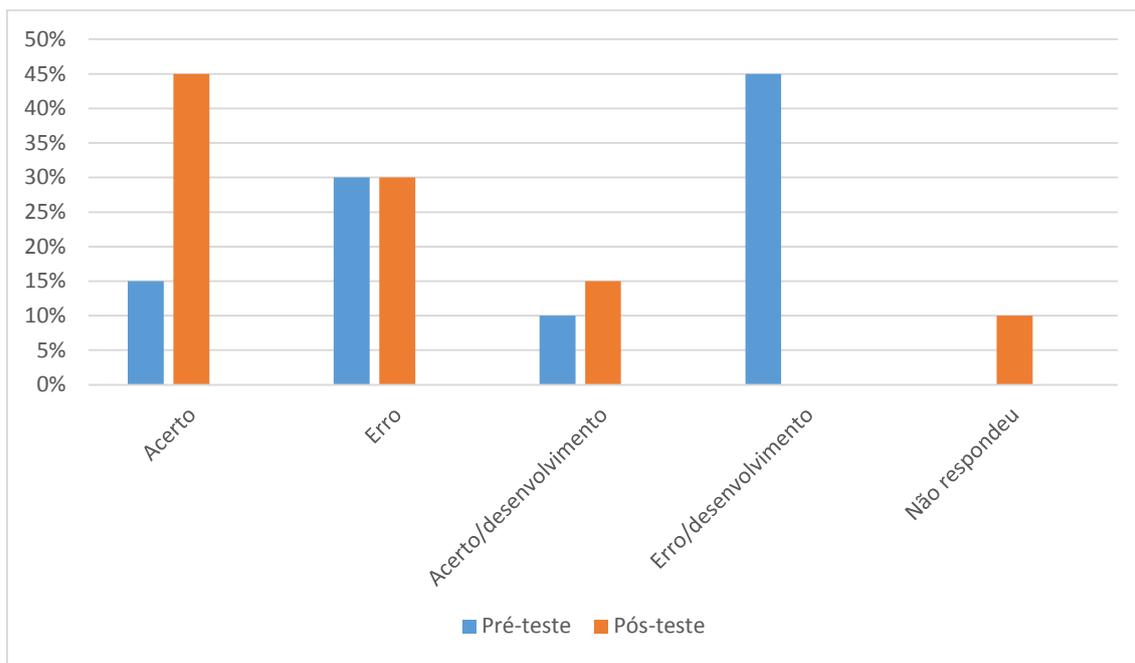
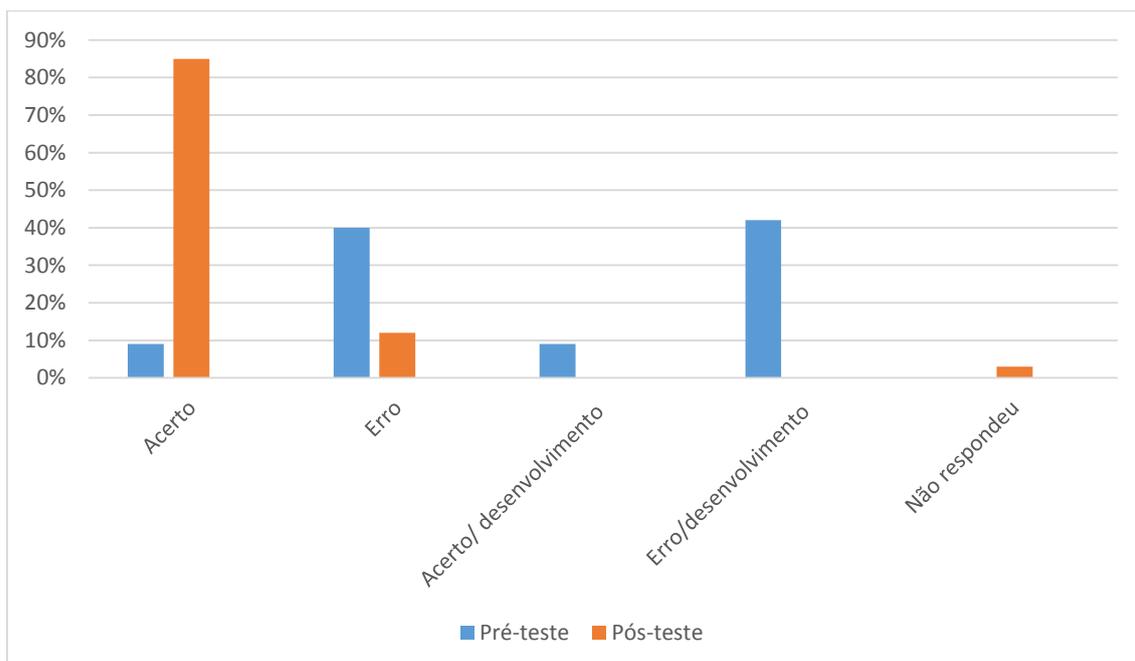
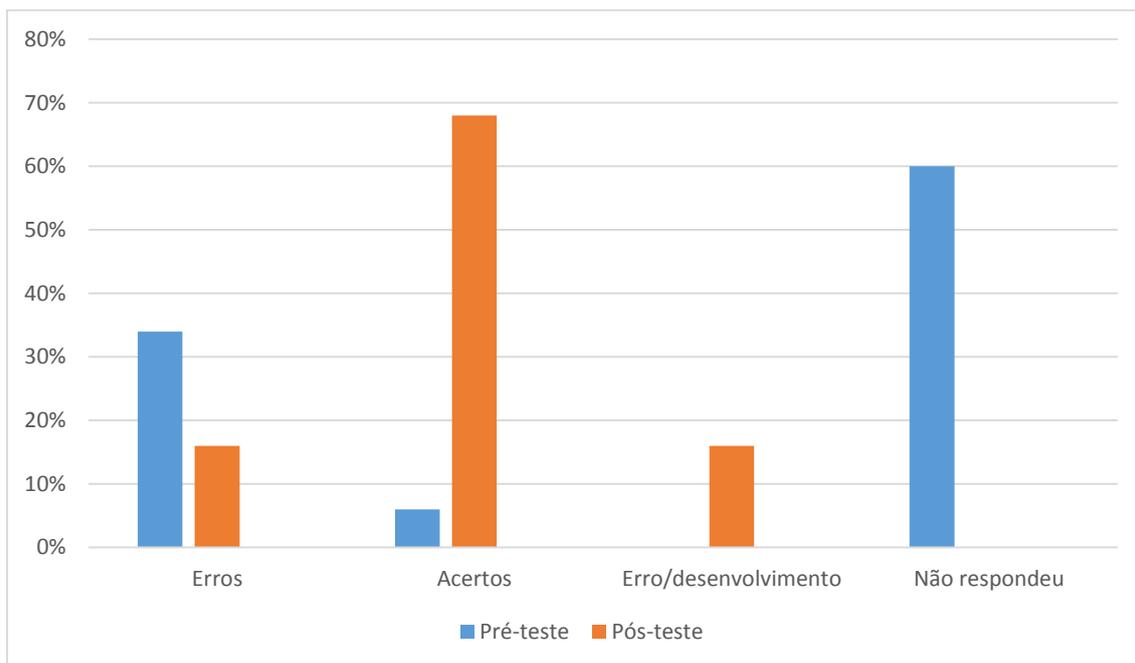
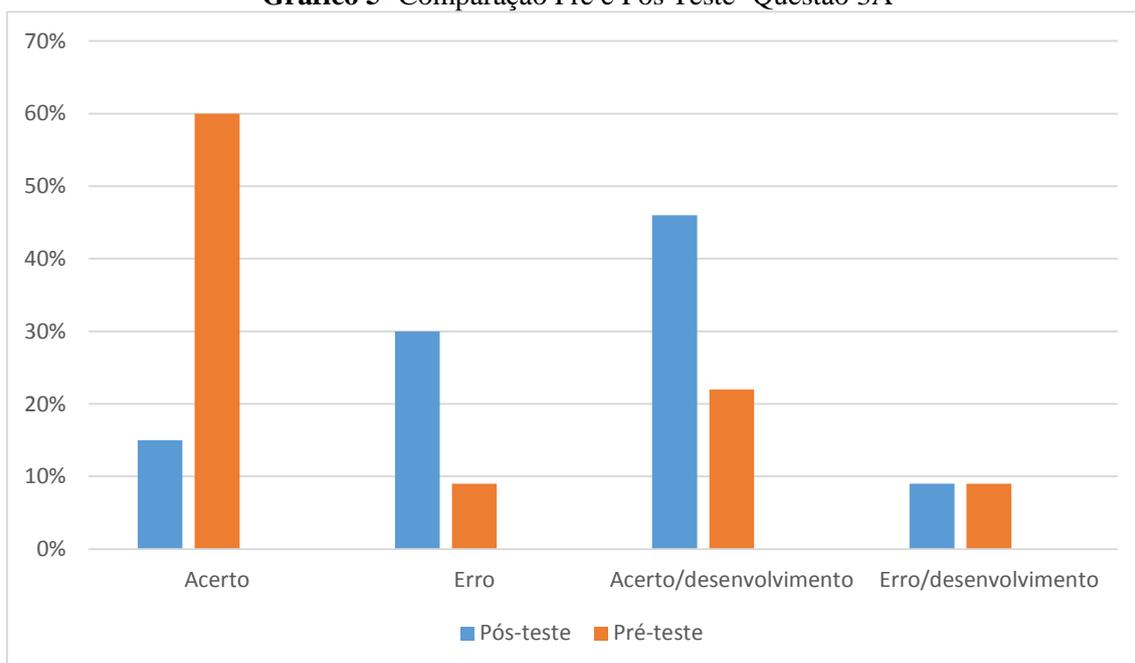
Gráfico 2- Comparação Pré e Pós Teste- Questão 2A**Gráfico 3- Comparação Pré e Pós Teste- Questão 2B**

Gráfico 4- Comparação Pré e Pós Teste- Questão 2C**Gráfico 5- Comparação Pré e Pós Teste- Questão 3A**

É fundamental a análise de erro descrita e detalhada pelo professor, pois melhora a compreensão do aluno em assuntos matemáticos. A utilização de categorias e identificação do erro, também foi importante para detectar as dificuldades dos alunos em determinados assuntos. No pré-teste muito dos erros foram por não lembrar regras matemáticas, falta de conhecimento matemático, interpretação do problema. Outro tipo de erro muito frequente a separação da incógnita do termo independente, e não saber aplicar as operações corretas. Alguns erros foram devido o aluno não saber que na adição

de um termo os dois lado em uma equação não altera a igualdade. Erros aritméticos e algébricos ocorreram com bastante frequência.

No pré-teste percebeu-se uma maior dificuldade na linguagem escrita para a linguagem algébrica, na 1º questão ocorreram muitos erros por não saber demonstrar entendimento de forma matemática. O erro que mais ocorreu foi operacional, muitos alunos erraram conceitos básicos da matemática, usaram a adição em vez da multiplicação. Os erros categorizados do tipo operacionais, de acordo com De La Torre (2007). E podem ter origens pela falta de conhecimentos matemáticos, ou incompreensão das letras como variáveis, segundo Booth (1995). Na segunda questão, ocorreram erros pela generalização, pois os alunos pensaram na questão apenas como aritmética em números e ausentando-se da elaboração da equação algébrica. Na questão 3, muitos alunos responderam de forma direta sem desenvolver a questão, apenas com um número, outro tipo de erro que ocorreu com frequência foram erros de estratégia e operacional. Os alunos tentaram utilizar estratégias para chegar ao resultado, porém no decorrer da resolução acabaram se perdendo. Verificou-se a manipulação algébrica nos erros cometidos, pois não conseguiram manipular os termos e buscaram o fechamento.

Já o pós-teste, teve um número bem menor de erros, no decorrer da aplicação do pós-teste percebi a preocupação de alguns alunos em não cometer os mesmo erros, foi corrigido o pré-teste na sala e eles prestaram bastante atenção porém observei que alguns alunos não estavam interessados e responderam sem mesmo pensar apenas colocaram um valor numérico.

Na primeira questão, os erros que ocorreram foram operacionais e mecânicos, segundo as categorização de De La Torre (2007), os alunos ainda não conseguiram identificar como representar a terça parte de um todo. Os erros ocorreram por não saber desenvolver a equação usando o simbolismo para representar o número desconhecido, como destaca Booth (1995). Na segunda questão, os erros relacionados a notação escrita pode ter origem em conhecimentos aritméticos não compreendido, segundo Booth(1995). Na terceira questão, os erros podem ter sido pela falta de atenção ou incompreensão durante a resolução do problema, pois teve aluno que traduziu corretamente o problema, mais não conseguiu dar os outros passos seguinte corretamente. Vale ressaltar, que muitos alunos deixaram sem desenvolvimento apenas com um valor numérico, outros até ensaiaram um pequeno esboço, e alguns não tiveram evidência de tentativa de resolução. Ocorre que, esses alunos podem ter muita dificuldade em resolver a questão que sequer

compreendem como representar a equação. Porém no pós-teste muitos alunos conseguiram interpretar as questões e desenvolver o pensamento algébrico.

Portanto, todo processo feito pelo aluno para encontrar o resultado, sendo, certo ou errado para resolução de um problema precisa ser considerado, pois é necessário identificar possíveis causas que estejam prejudicando o aluno para que ele possa progredir.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Por meio das referências dos autores citados, foi possível chegar ao objetivo de pesquisa, onde foram analisados os erros cometidos pelos alunos a partir de um processo de intervenção com base na análise de erros em problemas envolvendo as expressões algébricas. Foi feito dois questionários, sendo um pré-teste, e um pós-teste. O pré-teste foi aplicado e eles responderam conforme conhecimentos que já possuíam sobre o assunto, já no pós-teste foram corrigidos os erros cometidos anteriormente na sala de aula.

As categorias de erros apresentadas neste trabalho, foram semelhantes as apresentadas nas pesquisas de Booth (1995) e De La Torre (2007), onde mostra que a maiorias dos erros cometidos pelos alunos são relacionados a aspectos conceituais, de acordo com o Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE), segundo De La Torre (2007).

Entre os principais erros estão, conforme De La Torre (2007), erros operacionais o aluno utilizar alguns símbolos matemáticos de forma errada, erros estratégicos, o aluno dispõe de estratégias inadequada, e compreensão, os alunos não compreende o objetivo da tarefa. De acordo com a pesquisa de Booth (1995), os erros mais frequentes forma os significados das letras e variáveis, foi possível notar que os alunos não identificou as variáveis e tiveram muita dificuldade em interpretar e simbolizar as questões matematicamente com conceitos algébricos. E os erros por notação e conversão em álgebra, o aluno sente dificuldade em utilizar as operações matemática.

Diante da aplicação do pré-teste e pós-teste foi possível verificar que muitos dos erros ocorreram por os alunos sentirem dificuldades em desenvolver o pensamento algébrico, pois ao não conseguir compreender o abstrato acaba generalizando.

Para que estes erros seja reduzido, segundo Pinto (2000) é preciso que o educador identifique e reflita com os alunos e desenvolva propostas didática que auxiliem os alunos vencer as dificuldades, e corrija-los, para que assim possa aprender com os erros e não mais comete-los. Lins e Gimenez (1997) para trabalhar os erros algébrico é importante que o aluno desenvolva estratégias para ser capaz de pensar algebricamente. O erro deve ser tratado e não desprezado, pois o erro revela conhecimento que o aluno possui. Deve ser trabalhado na sala de aula como método de aprendizagem, os professores precisam ver o erro de forma “construtivista”.

Sendo assim, ficou evidente que um processo de intervenção que vise analisar os erros cometidos por alunos em questões algébricas, é de suma importância para a

compreensão do aluno, pois quando os erros foram trabalhados no pré-teste, percebeu-se um número bem menor cometidos no pós-teste. No momento em que foi trabalhado em cima do erro, sendo analisado as dificuldades que eles tinham, serviu bastante para uma melhor compreensão e identificou onde eles cometeram os erros e por quais motivos. Percebeu-se também a diminuição no pós-teste de aluno que não responderam as questões.

A análise de erros é uma das importâncias de se fazer uma intervenção no momento que o professor não consegue analisar os erros dos alunos e trabalham em cima desses erros, os alunos vai continuar errando, pois dessa forma o aluno vai passando de série sem compreender a álgebra, pelo fato de ter um ensino deficiente em anos anteriores. É importante que o professor após as avaliações, exercícios façam esse processo de intervenção, converse com os alunos sobre os erros cometidos, corrija com eles esses erros, busque outras estratégias, metodologias, pois há uma grande chance que eles não cometam mais esses erros, pois o erro tem um papel importante na aprendizagem. O erro pode ser uma pista para alertar o professor buscar novas estratégias que conduza o aluno a compreensão. Partindo dos indícios de erros, assim o professor esteja apto a rever a didática utilizada por ele.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Jadilson Ramos de, **Níveis de Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: Em busca de um Modelo para Problemas de Partilha de Quantidade**, Anais do ENEM, São Paulo – SP, 13 A 16 de Julho de 2016, p. 1-13.
- ALMEIDA, Jadilson Ramos de, SANTOS, Marcelo Câmara de, **Pensamento Algébrico: Em busca de uma definição**, **Revista Paranaense de Educação Matemática**, RPM, Campo Moura, Pr.v.6, n10, p.34-60, jan-jun.2017
- BOOTH, L. R. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da Álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995, p. 23-36
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- DAMIANI, Magda Floriana de, **Pesquisa do Tipo Intervenção, XVI, Enipe-Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino**, Unicamp-Campinas, 2012.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar...a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v.4, n.1 [10], pp.78-91, março 1993.
- FERNANDES, Marlise Tatiane Alves. **Estratégias de Ensino para melhorar a compreensão da Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental II**, Monografia Pará de Minas 2013
- GARBI, Gilberto G. O romance das equações algébricas / Gilberto G. Garbi,- 2.ed ver. E ampl. – São Paulo: **Editora Livraria da física**, 2007.
- LINS, Rômulo C. e GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas e Álgebra e Aritmética para o Século XXI**. Campinas-SP: Papirus, 1997
- LORENZATO, Sergio. Para aprender matemática / Sergio Lorenzato. 2.ed. rev. – **Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Formação de professores)**.
- PINTO, Neuza Bertoni. **O erro como estratégia didática: Estudo do erro no ensino da matemática elementar** / Neuza Bertoni Pinto. – Campinas, SP: Papiros, 2000. – (Serie Pratica Pedagógica).
- PIRES, Flávio de Souza. **Reflexões sobre o ensino de álgebra a partir da análise de concepções e do conceito de variável**, XIII CIAEM- Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.
- PONTE, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2009). **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: **Ministério da Educação**, Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário.
- TORRE, Saturnino de La. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança: o erro como estratégia de mudança**. Tradução Ernani Rosa. – porto Alegre: Artmed, 2007.
- USISKIN, Z. (1995) **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis** (H. H. Domingues, trad.). In: A. F. COXFORD & A. P. SHULTE (org.), *As idéias da álgebra*. (pp. 9-19). São Paulo: Atual, 1995.

APÊNDICE A - Questionário Pré-Teste

Nome: _____ Idade: _____

- 1) Escreva a equação e depois resolva o problema: Só tenho a terça parte do valor da bicicleta que quero comprar. Se tenho R\$ 40,00, qual o valor da bicicleta? Quanto falta para que eu possa comprar a bicicleta?

- 2) Quantas rodas há em:



- a) 2 carros iguais ao de cima?
 - b) 7 carros iguais ao de cima?
 - c) X carros iguais ao de cima?
- 3) O quádruplo de um número somado com 15 é igual a 47. Qual é esse número?

APÊNDICE B - Questionário Pós-Teste

Nome: _____ Idade: _____

- 1) Escreva a equação e depois resolva o problema: Gabriela tem 9 moedas de R\$1,00, 16 moedas de R\$0,50 e algumas moedas de R\$0,25, totalizando R\$20,00. Quantas moedas de R\$0,25 ela tem?

- 2) O número de carros em um estacionamento é Y.
 - a) Quantos carros serão depois de colocar 10 carros?

 - b) Quantos carros serão ao dobrar o número seu número?

 - c) Quantos serão se tirar 16 carros?

- 3) O triplo de um número somado com 18 é igual a 78. Qual é esse número?