

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: UMA  
ANÁLISE DA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA  
COM ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

PLÍNIO RUBENS DE FARIAS MARCOLINO

CARUARU, 2017

PLÍNIO RUBENS DE FARIAS MARCOLINO

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: UMA  
ANÁLISE DA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA  
COM ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Licenciado em Matemática sob a orientação do Professor Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho.

CARUARU, 2017

Catálogo na fonte:

Bibliotecária – Simone Xavier – CRB/4-1242

M321a Marcolino, Plínio Rubens de Farias.  
Aprendizagem significativa na educação estatística: uma análise da compreensão do conceito de medida aritmética com estudantes do 1º ano do ensino médio. / Plínio Rubens de Farias Marcolino. - 2017.  
99f.: il.; 30 cm.

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.  
Inclui Referências.

1. Educação estatística. 2. Estatística – Estudo e ensino. 3. Aritmética – Estudo e ensino. 4. Ensino médio. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de. II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-073)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA NA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: UMA  
ANÁLISE DA COMPREENSÃO DO CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA  
COM ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO**

PLÍNIO RUBENS DE FARIAS MARCOLINO

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e APROVADO em 02 de Maio de 2017.

Banca Examinadora:

---

Prof. José Ivanildo Felisberto de Carvalho  
(Orientador)

---

Prof. Robson da Silva Eugênio  
(Examinador (a) Externo (a))

---

Prof. Valdir Bezerra dos Santos Júnior  
(Examinador (a) Interno (a))

## AGRADECIMENTOS

É difícil escrever em uma página o quão grato estou por este trabalho. Agradeço primeiramente a Deus e a Nossa Senhora, pelo fim de mais uma etapa em minha vida, pelo sonho que se concretiza e por me proporcionarem sabedoria e paciência na construção desta pesquisa. Porque deles, por meio deles, e para eles são todas as coisas em minha vida.

Agradeço aos meus pais, Sebastião e Marinês, meus maiores exemplos. Obrigado por cada incentivo e orientação, pelas orações em meu favor, pela preocupação para que eu estivesse sempre percorrendo caminho correto e por sempre me apoiarem nos meus estudos.

A meu irmão Paulo, que é meu melhor amigo. Se não fosse o caminho trilhado por você eu não teria chegado, certamente, nem perto de concluir esta etapa e, a cada dia, você me dar forças para chegar ao sucesso profissional e pessoal que você possui e que eu tanto admiro.

A meus avós (in memoriam) que com suas simplicidades me deram força para seguir sempre em busca dos meus sonhos.

Agradeço ao meu professor orientador, Ivanildo F. de Carvalho, pela paciência, pelas orientações, que foram momentos de extremo aprendizado, por todas as sugestões e dicas na construção do trabalho, por acreditar no potencial de todos os seus alunos e por dar força no desenvolvimento desta pesquisa em momentos de angústia.

Aos meus amigos e colegas da Universidade, que me proporcionaram momentos de alegrias, de companheirismo e de extremo crescimento intelectual. Em especial, àqueles da melhor turma do CAA.

A todos os meus professores do curso de Matemática Licenciatura, que permitiram ampliar minha visão sobre o ensino e conhecer pessoas incríveis, as quais levarei como exemplo para o resto de minha vida.

Obrigado a todos que, mesmo não citados aqui, tanto contribuíram para conclusão desta etapa em minha vida.

## RESUMO

O presente estudo buscou investigar como o conceito de média aritmética é compreendido, por alunos do primeiro ano do Ensino Médio considerando diferentes invariantes, significados e representações. Buscamos analisar os conhecimentos mais gerais e inclusivos (subsunçores) dos aprendizes sobre o conceito de média aritmética tomando como aporte teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Desse modo, podemos ter clareza de quais são os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema em questão. Participaram dessa pesquisa 180 alunos de três escolas de Gravatá – Pernambuco. Foi solicitado que cada aluno respondesse individualmente a um teste envolvendo cinco questões. Os resultados mostraram um desempenho muito baixo. Observou-se que nenhum dos alunos investigados respondeu corretamente a todas as questões que compõem o instrumento diagnóstico, os alunos apresentaram uma grande dificuldade em questões que envolvem diferentes significados do conceito de média aritmética, a maioria fica preso ao cálculo e não realiza uma análise crítica e reflexiva do que o problema propõe. Finalmente, nossos resultados evidenciam a importância dos invariantes, significados e representações na compreensão do conceito de média aritmética.

**Palavras-chave:** Educação Estatística. Média Aritmética. 1º ano do Ensino Médio.

## ABSTRACT

The present study sought to investigate how the concept of arithmetic mean is understood by students of the first year of High School considering different invariants, meanings and representations. We seek to analyze the more general and inclusive knowledge (subsumptions) of the learners about the concept of arithmetic mean. In this way, we can be clear about what the students' previous knowledge about the subject in question. 180 students from three schools in Gravatá - Pernambuco participated in this study. Each student was asked to respond individually to a test involving five questions. The results showed very poor performance. Regarding student performance, it was observed that none of the investigated students answered correctly to all the questions that make up the diagnostic instrument. The students presented a great difficulty in questions that involve different meanings of the concept of arithmetic mean, the majority is attached to the calculation and Does not perform a critical and reflexive analysis of what the problem proposes. Finally, our results highlight the importance of invariants, meanings and representations in understanding the concept of arithmetic mean.

**Keywords:** Statistical Education. Arithmetic Average. 1st year of High School

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Os três fatores essenciais para aprendizagem .....	21
Quadro 2- Significado da média aritmética .....	27
Quadro 3- Propriedades da média .....	28
Quadro 4- Relação das produções sobre o conceito de Média Aritmética e teorias cognitiva .....	29
Quadro 5- Aspecto abordado em cada questão diagnóstica.....	55
Quadro 6- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q0 .....	58
Quadro 7- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q1 .....	65
Quadro 8- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q2 .....	70
Quadro 9- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q3 .....	75
Quadro 10- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q4 .....	80
Quadro 11- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q5 .....	86
Quadro 12- Percentuais de acertos em relação aos significados.....	93

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Quantidade de sujeitos do sexo feminino e masculino e suas respectivas idades.....	46
Gráfico 2- Quantidade de Acertos por questão .....	56
Gráfico 3- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q0.....	58
Gráfico 4- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q1.....	65
Gráfico 5- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q2.....	69
Gráfico 6- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q3.....	74
Gráfico 7- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q4.....	80
Gráfico 8- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q5.....	85

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Definição de média aritmética simples 1 .....	24
Figura 2- Definição de média aritmética simples 2 .....	25
Figura 3- Exemplo de uma questão de média em um livro didático do ensino médio ..	25
Figura 4- Questão 3 (Q3) da pesquisa .....	50
Figura 5- Questão 4 (Q4) da pesquisa .....	52
Figura 6- Resposta correta da questão Q0, com explicitação do procedimento de resolução.....	61
Figura 7- Resposta correta da questão Q0, sem explicitação do procedimento de resolução.....	62
Figura 8- Resposta incorreta da Q0, com uso da média aritmética, mas desconsiderando as quatro partidas.....	62
Figura 9- Resposta incorreta da Q0, com uso da adição dos valores da variável enquanto estratégia de resolução .....	63
Figura 10- Resposta incorreta da Q0, utilizando valor (es) apresentado (s) na questão.	64
Figura 11- Justificativa por um dos alunos referente a Q1, trata-se do aumento das variáveis e do aumento da média aritmética.....	67
Figura 12- Resposta correta da Q1, porém afirmam apenas que “sim”.....	67
Figura 13- resposta incorreta onde relacionam o aumento apenas com a adição dos valores.....	68
Figura 14- Resposta correta da Q2, com escolha dos conjuntos de dados, os quais correspondem à média apresentada na questão.. .....	72
Figura 15- Resposta incorreta da Q2 escolhem os conjuntos de dados que correspondem ao valor da média, bem como os conjuntos em que a média obtida é um número aproximado do valor da média apresentada na questão .....	73
Figura 16- Resposta incorreta da Q2, com escolha do conjunto de dados em que os valores são constantes e iguais ao valor da média apresentada na questão.....	74
Figura 17- Resposta correta da Q3, com explicitação do procedimento de resolução, onde se faz uso do algoritmo da média aritmética.....	77
Figura 18- Resposta correta da Q3, sem explicitação do procedimento de resolução....	78
Figura 19- Resposta incorreta da Q3, com uso do valor da menor coluna.....	79
Figura 20- Resposta incorreta da Q4, com uso de compensação em função do valor da média .....	82

Figura 21- Resposta incorreta da Q4, com uso do algoritmo da média aritmética, porém dividem por 5 (cinco) .....	83
Figura 22- Resposta incorreta da Q4, com uso do algoritmo da média aritmética.....	84
Figura 23- Resposta correta da Q4, porém não explicam o procedimento da resolução	85
Figura 24- Resposta correta da Q5, fazendo uso do conceito da média aritmética.....	88
Figura 25- Resposta incorreta da Q5, com uso do algoritmo da média aritmética .....	90
Figura 26- Resposta incorreta da Q5, utilizando o número mais comum, que é o 6,3....	91
Figura 27- Resposta incorreta da Q5, usa 6,2 por considerar que estar correta por se situar no meio dos dados.....	92

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	13
2.	OBJETIVOS.....	17
2.1	Objetivo Geral .....	17
2.2	Objetivos específicos.....	17
3.	REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
3.1.	Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel .....	18
3.2.	Breve História do Conceito de Média Aritmética .....	22
3.3.	Pesquisas em Educação Estatística no Brasil .....	29
4.	METODOLOGIA .....	44
4.1	Orientações Teórico- Metodológicos .....	44
4.2.	Participantes .....	45
4.3	Procedimentos .....	47
4.4.	Instrumento Diagnóstico .....	47
5.	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	56
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	95
7.	REFERÊNCIAS .....	98

## 1. INTRODUÇÃO

Nas atividades de estágio supervisionado, desenvolvidas durante a graduação, foi possível observar as dificuldades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio na aprendizagem de média aritmética no ensino da Estatística. Observamos que a maioria dos alunos tem um conceito pré-formado de que a “estatística é difícil”, assim como a matemática também é considerada, de uma maneira geral. Sobre média aritmética a maioria dos alunos entendem que ela é “a soma total dos termos dividida pelo número total de termos”, dessa forma quando se deparam com questões que possuem diferentes sentem dificuldades e/ou não conseguem resolver as questões. Tais dificuldades refletem uma aprendizagem carregada de incompreensões conceituais, erros de procedimento, falta de vontade de aprender, dentre outros fatores.

Desta forma, observamos que grande parte das vezes os sujeitos envolvidos na ação, sendo eles professor-aluno ou aluno-professor, são os principais influenciadores nas dificuldades ou incompreensão dos significados da média aritmética. Alguns professores não buscam explicar o conteúdo de uma forma mais dinâmica, em que abordem o assunto dentro do contexto do aluno, também não utilizam recursos didáticos que possibilitem uma explicação que faça mais sentido para o aluno e, por vezes, sequer analisam os seus conhecimentos prévios, dificultando, assim, que haja uma aprendizagem significativa do conteúdo apresentado.

Tais experiências, com o estágio, nos ajudaram a criar questionamentos sobre assuntos envolvendo o conceito de média aritmética, nos levando a querer compreender como esse conceito é assimilado por alunos do primeiro ano do Ensino Médio, considerando diferentes invariantes, significados e representações sistematizados por Vergnaud (1997), abordando os significados de Batanero (2000), invariantes de Strauss e Bichler (1998) tomando também como referência a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

As justificativas que levaram a escolha do tema aqui em estudo são de caráter pessoal e científico. A justificativa de caráter pessoal surge das inquietações vindas das experiências já citadas, onde percebemos as dificuldades dos alunos e, na maioria das vezes, as reflexões acerca do conceito da média aritmética sendo deixado de lado pelo professor. A justificativa científica surge da inquietação que autores como Stella (2003), Eugênio (2013), Melo (2010) e Damin (2015) causam, no sentido de enfatizar questões sobre o conceito de média aritmética, que doravante vamos discutir neste texto. O

contato inicial com o conceito de média aritmética a partir desses autores é o que molda nossa justificativa científica.

Optamos por desenvolver nossa investigação com alunos do 1º ano do Ensino Médio, pois estes provavelmente já devem ter desenvolvido todas as competências relacionadas às reflexões que abordam o conceito de média aritmética, uma vez que, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) para as séries finais do Ensino Fundamental já orienta sobre a importância do ensino da Estatística:

[...] a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar e tratar informações estatisticamente (BRASIL, 1998, p. 27).

Portanto, nos anos finais do Ensino Fundamental destaca-se a importância da Educação Estatística em função do seu uso social. Devido a esta demanda da sociedade, o ensino de Estatística se constitui como algo fundamental para o desenvolvimento da competência pelos sujeitos, favorecendo assim o exercício da cidadania.

No percurso histórico do conceito de média aritmética diversos significados são acoplados, Batanero (2000) ressalta que o seu desenvolvimento tem se dado de forma insuficiente e que só recentemente estamos tomando conhecimento das principais dificuldades dos alunos em relação ao conceito da média aritmética.

Diante dessas reflexões, nos questionamos sobre: Como o conceito de média aritmética é compreendido por alunos em sala de aula, particularmente no 1º ano do Ensino Médio?

É importante que os alunos apresentem conhecimentos prévios acerca dos conteúdos que antecedem o conceito da média aritmética, para uma melhor compreensão nesse tópico. Por exemplo, o cálculo da média aritmética não poderá ser ensinado antes da divisão, mas por outro lado a compreensão da média pode alargar a noção dos alunos acerca da divisão). Diante disso, nos indagamos: Os alunos do 1º ano do Ensino Médio têm conhecimentos prévios sobre os assuntos que antecedem o conceito de média aritmética? Os alunos compreendem os diferentes significados a respeito da média aritmética? As representações (escrita ou gráficas) de questões que abordam o conceito de média aritmética influenciam em um melhor entendimento?

Nosso trabalho, então, levanta a problemática de como o conceito de média aritmética é compreendido, por alunos do primeiro ano do Ensino Médio considerando

diferentes invariantes, significados e representações e quando os alunos compreendem, quais os conhecimentos prévios utilizaram para chegar a tal resultado.

O presente trabalho foi desenvolvido através de aplicação e análise de cinco questões relacionadas ao conceito de média aritmética com alunos do 1º ano do Ensino Médio, aplicada com 180 (cento e oitenta) alunos de três escolas. A pesquisa torna-se relevante por analisar os conhecimentos e dificuldades que os alunos apresentam ao responderem as questões da pesquisa. Salientando-se que nosso público pesquisado, segundo os PCN, já deve apresentar conhecimentos que reflitam acerca de tais questões.

Dividimos nosso trabalho em seis capítulos, sendo o primeiro a introdução, onde contextualizamos a pesquisa, discorremos sobre as justificativas para a escolha do tema e apresentamos nosso problema de pesquisa.

No capítulo 2 “Objetivos” apresentamos o objetivo geral e os objetivos específicos que nortearam o desenvolvimento da nossa pesquisa.

O capítulo 3 “Referencial Teórico” apresenta a história da Aprendizagem Significativa e da Educação Estatística, com ênfase na média aritmética, e em seguida apresentamos a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1980), os invariantes, significados e representações sistematizados por Vergnaud (1997), os significados do conceito de média aritmética propostos por Batanero (2000) e as propriedades citadas por Strauss e Bichler (1988). Essas teorias guiaram nosso trabalho para o cumprimento dos nossos objetivos. Além disso, explicamos como o conceito de média aritmética se insere no Ensino Fundamental e Médio, quais as competências desejadas de acordo com documentos curriculares oficiais, bem como o que as pesquisas em Educação Estatística têm apontado referente a Aprendizagem Significativa.

O capítulo 4 “Metodologia” expõe o percurso metodológico utilizada para a construção desta pesquisa, descrevemos os momentos e as estratégias que a conduziram. Apresentamos também as questões que fizeram parte da pesquisa. No capítulo 5 “Resultados e Discussão” discutimos os resultados obtidos concernente a abordagem dos significados, representações e subsunçores onde buscamos investigar como o conceito de média aritmética é compreendido, por alunos do primeiro ano do Ensino Médio considerando diferentes invariantes, significados e representações. Procuramos analisar os conhecimentos mais gerais e inclusivos (subsunçores) dos alunos sobre o conceito de média.

Enfim, no capítulo 6 trazemos as “Considerações Finais” sobre o que foi discutido sobre o conceito de média aritmética, destacando as contribuições da pesquisa e sugestões para futuras pesquisas envolvendo o ensino e a aprendizagem da educação estatística com ênfase no conceito de média aritmética.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo Geral**

Investigar os conhecimentos de alunos do 1º ano do Ensino Médio de algumas escolas de Gravatá – PE sobre o conceito de Média Aritmética.

### **2.2 Objetivos específicos**

- Investigar como o conceito de média aritmética é compreendido por alunos do 1º ano do Ensino Médio em sala de aula,
- Investigar se os alunos do 1º ano do Ensino Médio têm conhecimentos prévios dos assuntos que antecedem o conceito de média aritmética.

### **3. REFERENCIAL TEÓRICO**

Para explicitar, claramente, o conceito e as teorias que estamos trabalhando é necessário buscar compreender sua historicidade. Portanto, decidimos fazer uma breve apresentação dos aspectos mais relevantes do conceito e da teoria através do tempo. Sendo assim, este capítulo está dividido em duas partes: na primeira, faremos um breve estudo a respeito da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000) e do Conceito de média aritmética: seu significado e o contexto de surgimento. Na segunda, introduziremos os invariantes, significados e representações sistematizados por Vergnaud (1997), do conceito de média aritmética, os significados segundo Batanero (2000) e os invariantes segundo Strauss e Bichler (1988) que são os condutores da nossa pesquisa.

#### **3.1. Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel**

O psicólogo e pesquisador David Ausubel (1918 – 2008) nos mostrou em suas pesquisas que quanto mais sabemos, mais aprendemos. Nesta perspectiva Ausubel tornou-se muito famoso por ter proposto a Teoria da Aprendizagem Significativa. Teoria apresentada no ano de 1963, época em que as ideias behavioristas predominavam, isto é, acreditava-se na influência do meio sobre o sujeito. Para o behaviorismo, o que os estudantes sabiam previamente não era considerado para a sua aprendizagem e entendia-se que só aprenderiam se fossem ensinados por alguém.

A teoria de Ausubel aplicada a realidade da escola considera como fundamental dar importância a história do sujeito e exaltar que a função do docente é proporcionar situações que favoreçam a aprendizagem. Dessa forma, de acordo com o autor, só há duas maneiras para que a aprendizagem significativa aconteça. A primeira é que o assunto a ser ensinado seja potencialmente revelador, que o conteúdo possa despertar o interesse nos alunos, a curiosidade pelo novo. Já a segunda, o autor considera que o alunado deve estar disposto a aprender, a relacionar o material de maneira consistente e não arbitrariamente.

É comum vermos professores e profissionais da educação falarem que o fracasso escolar está ligado à disposição do aluno em aprender. Estes se esquecem que o professor é o profissional qualificado para criar momentos que potencializem a construção do conhecimento e, por consequência, propiciem uma aprendizagem significativa. Nessa perspectiva, Ausubel analisou interações com o professor, aluno e

conhecimento, definindo que isso seria uma aprendizagem mecânica, onde conteúdos ficam soltos ou ligados a estrutura mental de forma não significativa. Onde são memorizadas frases e formulas vistas em sala ou lidas em livros didáticos.

Ausubel define também a aprendizagem como mecânica onde “à aprendizagem de novas informações tem pouca ou nenhuma relação a conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva” (MOREIRA, 2012, p. 104). Sendo assim, o novo conhecimento estaria armazenado de maneira arbitrária, onde não há interação entre o que o sujeito já sabe com o novo que se aprende, dificultando a retenção do novo.

Após conhecermos a aprendizagem mecânica e a significativa, concluímos que a aprendizagem significativa seja de maior relevância, pois, a mesma pressupõe na estrutura cognitiva a existência de conceitos, ideias relevantes e inclusivos, que servem de “ancoradouro” para o novo.

Dessa forma, nós professores devemos nos preocupar em como ocorre a aprendizagem e não deixar que a mesma se torne algo mecânico, onde novas informações têm pouca ou nenhuma associação a conceitos relevantes na estrutura cognitiva, ou seja, não há interação entre a nova informação e aquela já armazenada. Sendo assim, devemos levar em conta a importância do aprendizado significativo e a ordem dos conceitos a serem estudados, compreendendo assim que deve haver uma interação entre o novo conhecimento e o que eles já sabem na organização cognitiva do sujeito que aprende.

Ausubel, Novak e Hanesian (1980) salientam que a aprendizagem significativa apresenta quatro grandes vantagens sobre a aprendizagem por memorização ou mecânica:

1. Os conhecimentos adquiridos significativamente ficam retidos por um período maior de tempo;
2. As informações assimiladas resultam num aumento da diferenciação das ideias que serviram de “âncoras”, aumentando, assim, a capacidade de uma maior facilitação da subsequente aprendizagem de materiais relacionados;
3. As informações que não são recordadas (são esquecidas) após ter ocorrido a assimilação ainda deixam um efeito residual no conceito assimilado e, na verdade em todo o quadro de conceitos relacionados;

4. As informações aprendidas significativamente podem ser aplicadas em enorme variedade de novos problemas e contextos.

Essas quatro características segundo Soares, são “proveitosas” na aprendizagem significativa em relação à automática, é um novo olhar, o diferenciador em termos de aprendizagem, pois se ponderarmos, com atenção, perceberemos que grande parte do que temos sobreposto hoje em dia nos sistemas escolares não oferece relações com essas ideias. Muitas vezes, nas atividades de ensino, em particular no campo da Matemática, exige-se dos estudantes que aprendam uma gama de formulas que não lhe são familiares, sem que antes tenham adquirido um corpo adequado de subordinadores relevantes em nível adequado de inclusividade.

Diante de tudo o que vimos aqui, frisamos a importância de os alunos entenderem os conceitos da média aritmética e não apenas memorizarem (aprendizagem mecânica) que “a média aritmética é a soma total dos termos dividida pelo número total de termos”, ou seja, se memorizarem o termo geral da média estarão presos em uma aprendizagem mecânica, onde só fazem memorizar, mas não veem funcionalidade naquilo. E dependendo de algumas questões que abordem alguns conceitos que vão além do termo geral da média, o aluno, provavelmente, não conseguirá desenvolver o que se pede.

Portanto, o conhecimento novo, que será aprendido deve estar ancorado em conceitos prévios que o sujeito já sabe, proporcionando assim uma aprendizagem significativa. Esses conceitos são denominados subsunçores e esse tipo de aprendizagem é denominada aprendizagem significativa.

Os subsunçores não devem ser vistos apenas como conceito suporte de nova informação e sim como um conceito claro e com estabilidade de proporcionar a integração entre o novo e o antigo conhecimento, facilitando a aprendizagem (BRIGHENTI, 2003, p. 17).

Destacamos, desta forma, a importância do professor levar em consideração os subsunçores como fundamental no processo de aprendizagem, já que os mesmos dão suporte para que o sujeito ao aprender o novo possa refletir sobre o que se está aprendendo e, assim, tenha uma aprendizagem com mais significado. Para Ausubel “a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação se relaciona com um aspecto relevante na estrutura do conhecimento do indivíduo” (MOREIRA; MASINI, 2011, p. 17). Desta maneira, cabe ao professor apresentar um conteúdo que tenha significado para quem aprende, gerando curiosidade e disposição em aprender.

Caso não haja uma conexão entre novo assunto e o que o aluno já sabe (subsunçor), não há aprendizagem significativa. Para Ausubel, são observados as diferenças entre um novo conteúdo e o conteúdo já conhecido pelo aluno, o autor denomina como dois conceitos de reconciliação integrativa e diferenciação progressiva, ocorrendo em todos os instantes da aprendizagem. Desta forma Brighenti (2003) afirma que,

Esses dois conceitos relevantes – reconciliação integrativa e diferenciada progressiva são fortalecidos e facilitados se, antes de abordar um assunto, o professor utilizar a estratégia de estabelecer a conexão entre o que o aluno já sabe e o novo conhecimento, utilizando conceitos organizadores da estrutura cognitiva. (BRIGHENTI, 2003, p. 24).

Sendo assim, o conhecimento prévio, intitulado de subsunçor, é fundamental, pois será a partir dele que o novo conhecimento será desenvolvido. Nesse aspecto, Ausubel destaca três fatores essenciais para o aprendizado:

**Quadro 1 - Os três fatores essenciais para aprendizagem**

<b>Ordem</b>	<b>Fatores</b>
<b>1º</b>	Disposição do sujeito para aprender;
<b>2º</b>	Material que potencialize o estudado
<b>3º</b>	Existência de subsunçores no cognitivo do aprendiz.

Fonte: Ausubel (1980)

Sendo o primeiro caso, que o sujeito tenha uma estrutura cognitiva de ideias-âncoras que sejam relevantes com o que será apresentado. Já a segunda parte exalta que os materiais, tais como, livros, aulas, jogos, entre outros, tenha significado lógico. Ou seja, que os materiais utilizados possam ser relacionados de maneira não arbitrária a uma estrutura cognitiva apropriada e relevante.

Nesse contexto, compreensão e aplicação da metodologia em sala de aula farão com que o aluno relacione o que ele já sabe com o novo, tendo assim um aprendizado significativo. Segundo Bicudo (2005),

[...] esta posição baseia-se na observação de que compreensão aumenta quando o aluno é capaz de: relacionar uma determinada ideia Matemática a um grande número ou uma variedade de contextos, relacionar um dado problema a um grande número de ideias Matemáticas implícitas nele. (BICUDO, 2005, p. 222).

Compreende-se, assim, a importância de que o aprendiz possa relacionar conhecimentos antigos com o novo que a ele está sendo apresentado, tomando essa direção o mesmo poderá ver sentido no que está sendo aprendido.

Destacamos então, que os subsunçores são um corpo de conhecimentos que o sujeito já tem na sua estrutura cognitiva, facilitando darmos significados a novos conhecimentos. Segundo Moreira (2012),

O subsunçor pode ser também uma concepção, um construto, uma proposição, uma representação, um modelo, enfim, um conhecimento prévio especificamente relevante para a aprendizagem significativa de determinados conhecimentos. (MOREIRA, 2012, p. 18).

Portanto, podemos destacar que todos os sujeitos têm subsunçores na sua estrutura cognitiva e, assim, cabe ao professor em suas atividades didáticas utilizar o que o aluno já sabe com o novo que será aprendido.

Assim, é importante que se estudem os métodos que podem ser empregados para se conhecer ou avaliar os conhecimentos prévios dos alunos, e deste modo, como esses conhecimentos podem se relacionar, durante as aulas, com os conceitos que ele pretende apresentar. Entendemos que estas questões merecem tratamentos diferenciados e cuidadosos. Portanto, torna-se nítida nossa inquietação em pesquisar se os alunos do 1º ano do Ensino Médio têm os subsunçores que fazem parte dos conceitos de média aritmética.

### **3.2. Breve História do Conceito de Média Aritmética**

Como dito anteriormente, para entender claramente o conceito que estamos trabalhando, é preciso buscar compreender sua historicidade. Assim, decidimos realizar uma breve apresentação dos aspectos importantes desse conceito através do tempo, que será baseada na análise de Lavoie e Gattuso (1998) que fizeram uma exploração epistemológica e histórica do conceito de média.

Conforme os autores citados, o conceito de média (*average*, em inglês) pode ser visto como um conceito filosófico “geral”, que teve seu primeiro uso no mundo da ciência e sua evolução é relatada no decorrer da história afirmando que seu uso se tornou mais amplo nos últimos cinquenta anos (LAVOIE; GATTUSO, 1998).

Este conceito também tem algum significado sociológico no desenvolvimento das sociedades industriais onde a padronização era essencial. O conceito de média (*average*) desempenhou um papel na política: a ideia de intervalo de confiança auxilia as ferramentas estatísticas indicando os levantamentos de opinião. O conceito de média tornou-se importante o suficiente para ser ensinado nas escolas, mas pouco é falado sobre os vários sentidos do conceito e suas dificuldades não são realmente tratadas. (LAVOIE; GATTUSO, 1998, p. 1.051).

Inicialmente, os autores apresentam uma análise da palavra média em francês, cujo termo utilizado é ‘*moyénne*’ e, em inglês, ‘*Average* ou *mean*’. Eles citam que a dificuldade do conceito é universal e para exemplificar analisam:

A palavra ‘*moyénne*’ deriva da raiz indo-européia ‘*medhyo*’ no sentido de ‘aquilo que está no meio’ (Grandsaignesd’Hauteriva, 1948). Encontramos um traço desta raiz em Sânscrito (*madhyah*), em Grego (*meseuw*), em Latim (*medius*), em Espanhol (*médio*), em Italiano (*misaine*), em Inglês (*medal*), em Francês a palavra é principalmente, um adjetivo (*moyen, moyénne*) e reflete sua etimologia de ‘situado no meio’. Ela sofreu uma certa distorção, tornando-se ‘*meiens*’ por volta de 1120 e ‘*moienne*’ por volta de 1360. Por volta da segunda metade do século XIII, a forma substantiva ‘*lamoyenne*’ ou ‘*average*’ já existia (LAVOIE; GATTUSO, 1998, p. 1.053).

Na Idade Média, o conceito de média referia-se àquilo que é mais comum, frequente ou típico, representando, portanto, a maioria. Segundo os autores citados, no século XVI, quando se afirmava que alguém era menor em 22 de tamanho do que a média, estava indicando que era um pouco diferente da altura que representava o grupo. Assim, esses conceitos de média estão muito próximos da mediana e da moda.

A média aritmética, moda e a mediana são algumas das medidas que representam a tendência central de localização de dados estatísticos. Sendo a média aritmética a mais utilizada, pois estudos demonstram sua importância no currículo escolar, porém, também demonstram sua origem em ocorrências sócio histórica há muitos anos antes de Cristo. Vejamos alguns estudos que mostram a origem (história) da média aritmética e seus conceitos. Bakker (apud CARVALHO, 2011) apresenta casos em que a média aritmética foi utilizada em problemas de estimativa, onde se queria saber a quantidade de homens em navios, extraído do texto História da Guerra de Peloponeso de Thucydides (cerca de 400-460 a. C). Vejamos então um exemplo que abrange a média para estimar quantidades totais, encontrados nos estudos de Bakker (apud CARVALHO, 2011):

Em uma antiga história indiana, Rtuparna estimou o número de folhas e frutos em dois grandes ramos de uma árvore frondosa. Ele estima o número com base em um único ramo, que, multiplicado pelo número estimado de galhos nos ramos encontra um número, que depois de uma noite de contagem acabou por ser muito próximo do número real. Poderia muito bem ser que ele escolheu um galho típico ou médio, desde que realmente dê uma boa estimativa. Isso, então, pode ser visto como um antecessor intuitivo da média aritmética, porque um número médio representa todos os números de outro galho e este número médio é de alguma forma "no meio" dos outros. A escolha é feita de

modo que, presumivelmente, o que é contado muito, por um lado é contado muito pouco, por outro lado. Olhando hoje para este uso da média aritmética, percebemos que a situação tem a ver com compensação, equilíbrio e representatividade (BAKKER apud CARVALHO, 2011, p. 19).

Desta forma, vemos a média aritmética presente a aproximadamente 460 anos antes de Cristo, destacando-se pela sua importância, mas concluindo-se que a origem etimológica exata da média é incerta.

Neste segundo momento introduziremos os conceitos de média aritmética do ponto de vista da matemática. Como já citado anteriormente, a média aritmética é uma das principais medidas de tendência central, sendo o foco do nosso trabalho, portanto explicaremos suas definições. A medida de tendência central mais comumente usada para descrever resumidamente uma distribuição de frequência é a média aritmética que pode ser de dois tipos sendo ela a simples ou ponderada. A média aritmética simples pode ser definida da seguinte forma:

**Figura 1 - Definição de média aritmética simples 1**

**Média aritmética ( $\bar{x}$ )**

Média aritmética é o quociente da divisão da soma dos valores da variável pelo número deles:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}, \text{ sendo:}$$

$\bar{x}$ : a média aritmética  
 $x_i$ : os valores da variável  
 $n$ : o número de valores

Fonte: Estatística Fácil (2001, p. 80)

A definição mostrada acima foi extraída de um livro utilizado no nível superior, porém, na maioria dos livros didáticos do Ensino Fundamental a definição é apresentada com uma linguagem mais simples, sem o símbolo de somatório e tendo os valores da variável representados por  $\bar{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+\dots+x_n}{n}$ . Vejamos a seguir a apresentação da definição no livro “Matemática Fundamental” (2002, p. 551):

**Figura 2 - Definição de média aritmética simples 2**

"Média aritmética ( $\bar{x}$ ) dos valores  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  é o quociente entre a soma desses valores e o seu número total n.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Fonte: Estatística Fácil (2001, p. 81)

Ao trazerem essa definição a maioria dos livros didáticos do ensino fundamental apresenta exemplos, tais como:

**Figura 3 - Exemplo de uma questão de média em um livro didático do ensino médio**

Se um grupo de nove pessoas tem as idades: 12, 54, 67, 15, 84, 24, 38, 25, 33 então a idade média do grupo (utilizando o algoritmo acima descrito) pode ser calculada pela média aritmética:

$$\bar{x} = \frac{12 + 54 + 67 + 15 + 84 + 24 + 38 + 25 + 33}{9} = 39,1$$

Fonte: Estatística Fácil (2001, p. 84)

Constata-se que, na maioria das vezes, os exercícios são como o exemplo acima, onde se valoriza o algoritmo e não há uma interpretação do valor encontrado (no caso, o que significaria uma média de idade 39,1?).

Do ponto de vista didático, o que poderíamos nos perguntar é: O que significa uma média de idade igual a 39,1? Qual o significado para esta média? O que representa este número? Quando é que a média aritmética faz sentido? E quando é que não faz? São perguntas como estas que mostram a importância do entendimento dos conceitos de média aritmética.

Acreditamos assim, que a compreensão de um conceito não se reduz simplesmente a conhecer as definições, algoritmos e propriedades, mais que isso é preciso compreender o significado de tal conceito e quando é possível aplicá-lo.

Portanto, vemos que a média aritmética, enquanto conceito, é uma medida de tendência central e tem sido compreendida pela Estatística como uma medida que descreve características de um conjunto de dados. Novaes e Coutinho (2009) definem a média como “ponto de equilíbrio dos desvios dos valores da distribuição [...] e que

equivale ao centro de massa de um conjunto de dados” (p. 80). Sendo assim, ela é abordada em variados setores da sociedade, sobretudo no contexto escolar. Há aproximadamente duas décadas, Pollatsek, Lima e Well (1981) já ressaltavam a utilização frequente da média na vida cotidiana das pessoas, bem como sua importância como um conceito básico da Estatística e da ciência experimental.

Como já dito anteriormente, o enfoque de nosso estudo é o significado e compreensão das medidas de tendência central, mais particularmente da média aritmética, portanto é indispensável entendermos um pouco o problema da compreensão de um conceito matemático. De acordo com Batanero (2000):

O problema da compreensão está, por conseguinte, intimamente ligado a como se concebe o próprio conhecimento matemático. Os termos e expressões matemáticas denotam entidades abstratas cuja natureza e origem temos que explicitar para poder elaborar uma teoria útil e efetiva sobre o que entendemos por compreender tais objetos. Esta explicitação requer responder a perguntas tais como: Qual é a estrutura do objeto a compreender? Que formas ou modos possíveis de compreensão existem para cada conceito? Que aspectos ou componentes dos conceitos matemáticos é possível e indispensável que aprendam os estudantes em um momento ou circunstâncias dadas? Como se desenvolveram estes conteúdos? (BATANERO, 2000, p. 418).

Neste trecho, Batanero (2000) enfatiza a importância de uma análise epistemológica dos conceitos sob investigações, por isso fizemos anteriormente uma breve descrição da média na perspectiva matemática, onde nos centramos nas definições. Porém, achamos pertinente salientar que o estudo da aprendizagem de conceitos envolve mais do que dominar sua definição. Vergnaud (1997), em suas considerações sobre a natureza de conceitos matemáticos, propôs a tese de que a definição de um conceito não pode se reduzir apenas à definição matemática, mas se constitui de uma definição psicológica (do ponto de vista do sujeito) combinada a uma definição matemática.

Vergnaud (1997) explica sua posição argumentando que enquanto matemáticos normalmente visam ser precisos, completos e econômicos quando escrevem definições, pesquisadores em Educação Matemática tentam compreender "como conceitos são formados progressivamente, através de diferentes tipos de situações e competências e através de diferentes tipos de representações linguísticas e símbolos" (p. 5). Ainda de acordo com Vergnaud (1997), conceitos matemáticos se desenvolvem nas mentes de aprendizes como resultados das suas experiências dentro e fora da escola e, para estudar

e compreender este processo de desenvolvimento precisamos considerar que um conceito (C) é composto de três conjuntos S, I e R. Sendo S o conjunto de situações que dão ao conceito utilidade e significado; I o conjunto de invariantes operacionais que podem ser utilizados por indivíduos para lidar com estas situações; e R o conjunto de representações simbólicas linguísticas, gráficas ou gestuais, que podem ser usadas na representação de invariantes, situações e procedimentos.

A definição mostra que as investigações de conceitos particulares, realizadas por pesquisadores, deveriam tentar caracterizar e classificar o vasto conjunto de situações, para as quais o conceito pode ser usado por estudantes. Eles deveriam também, tentar identificar os diferentes invariantes nos esquemas usados por indivíduos para dar sentido aos diferentes aspectos destas situações mesmo que muitos dos elementos pudessem ser implícitos. Portanto, pesquisadores não devem ignorar a imensa parte feita por palavras e por símbolos na reconstrução e na seleção dos objetos matemáticos relevantes, de suas propriedades e relações e na progressiva elaboração de concepções explícitas diferenciadas.

Particularmente importante para nosso trabalho é a aplicação dos significados. Batanero (2000), a respeito do caráter complexo do conceito matemático de "média", sugere que o significado do conceito de média emerge progressivamente de um campo de problemas no qual temos problemas de vários tipos. Sendo assim, ela destaca que o significado do conceito de média aritmética emerge progressivamente, envolvendo uma classe de problemas dos quais a autora elenca quatro tipos aplicáveis a média, que são os seguintes:

**Quadro 2 - Significado da média aritmética segundo**

<b>Ordem</b>	<b>Significados do conceito de média aritmética</b>
<b>1º</b>	Estimação de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição – cálculo da melhor estimativa de um valor desconhecido
<b>2º</b>	Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme.
<b>3º</b>	Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.
<b>4º</b>	Valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população.

Fonte: Batanero (2000)

Batanero (2000) argumenta que o campo composto pelos problemas, primeiro práticos e mais tarde teóricos (no sentido da formalização, generalização), exemplificados por estes tipos descritos acima, tem levado a definição do conceito de média, a identificação de suas propriedades.

Descreveremos, com mais detalhes, os quatro significados definidos por Batanero (2000) a respeito do conceito da média ou das medidas de posição central, no contexto dos tipos de problemas propostos por ela. Incluímos também considerações sobre as dificuldades dos estudantes associadas a estes elementos que foram identificadas nas pesquisas relacionadas ao conceito de média aritmética.

A autora destaca que o reconhecimento dos problemas, das situações, que envolvem o conceito de média é um aspecto fundamental para resolvê-los. Por exemplo, não é suficiente conhecer o algoritmo e as definições de medidas de tendência central, ou mesmo saber calcular, se não há reconhecimento dos problemas que envolvem o conceito de média.

Um segundo aspecto tem relação com as práticas utilizadas pelos estudantes na resolução dos problemas. Somar e dividir os valores, encontrar um valor mais frequente em uma tabela de frequência, calcular frequências acumulativas etc., constituem diferentes formas de atuação.

Strauss e Bichler (1988) levantam sete propriedades da média, que são as seguintes:

**Quadro 3 - Propriedades da média**

<b>Ordem</b>	<b>Propriedades</b>
1º	A média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo $\leq$ média $\leq$ valor máximo);
2º	A soma dos desvios a partir da média é zero ( $\sum (X_i - \text{média}) = 0$ );
3º	A média é influenciada por cada um e por todos os valores (média = $\sum X_i/n$ );
4º	A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem;
5º	A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,3);
6º	O cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos;
7º	A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

Fonte: Strauss e Bichler (1988)

Strauss e Bichler (1988) enfatizam que o domínio do conceito de média está profundamente relacionado à compreensão de suas propriedades, onde são fundamentais para uma compreensão conceitual de média, pois apresentam aspectos relevantes para a compreensão dos seus invariantes. Esses autores encontraram um número significativo de estudantes que eram capazes de compreender e aplicar adequadamente as três

primeiras propriedades, porém as outras propriedades causam mais dificuldades e são classificadas como “abstratas” pelos pesquisadores.

### 3.3. Pesquisas em Educação Estatística no Brasil

As pesquisas sobre Educação Estatística no Brasil são muito reduzidas quando comparadas com outras áreas, como Álgebra (equações e funções), Geometria (grandezas e medidas), entre outras. Porém, atualmente vêm acontecendo um crescimento de pesquisas através dos programas de pós-graduação (mestrado e doutorado) o que vem contribuindo gradativamente para o crescimento das buscas na área de ensino de Estatística no país. Desta forma, trazemos algumas explorações que contribuíram para o desenvolvimento da nossa investigação.

Começamos por analisar documentos que norteiam a educação no Brasil e em Pernambuco, tais como, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Curricular Comum de Pernambuco (BCC/PE). Em seguida, buscamos pesquisas que norteassem os estudos na Educação Estatística, com ênfase nas teorias cognitivas (com destaque na Teoria da Aprendizagem Significativa) na Média Aritmética. A seguir apresentaremos um quadro para melhor entendimento da ordem das pesquisas aqui apontadas.

**Quadro 4 - Relação das produções sobre o conceito de Média Aritmética e teorias cognitivas**

<b>TÍTULO</b>	<b>AUTOR (ES)</b>	<b>TIPO DE PRODUÇÃO</b>	<b>ANO</b>
<b>A Teoria da Aprendizagem Significativa e o Ensino de Estatística</b>	Suzi Samá Pinto	Artigo	2014
<b>Ensino de Estatística para os anos finais do Ensino Fundamental</b>	Willian Damin	Dissertação	2015
<b>Média Aritmética nos Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental</b>	José Ivanildo Felisberto de Carvalho.	Dissertação	2011
<b>Um estudo sobre o conceito de média aritmética com alunos do Ensino Médio</b>	Cristiane Aparecida Stella	Dissertação	2003
<b>Aprendizagem Significativa e o ensino de Matemática na EJA</b>	Benedite das Graças S. da Silva, Michellen A. Caladas Souza e Pedro Franco de Sá	Artigo	2014
<b>Exploração sobre a média no software tinkerplots 2.0 por estudantes do ensino fundamental</b>	Robson da Silva Eugênio	Dissertação	2013
<b>Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: Uma</b>	Luís Havelange Soares.	Dissertação	2009

<b>proposta para a Geometria Básica.</b>			
<b>Fazendo Média: compreensões de alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.</b>	Mabel Cristina Marques Melo	Dissertação	2010
<b>A Aprendizagem da Média Aritmética Simples a partir de materiais didáticos distintos: uma comparação entre duas propostas de ensino</b>	Sandra Maria e Sônia Fonseca.	Artigo	2016

Fonte: Do autor (2017)

De acordo com os PCN (1997-1998), a inserção do estudo de educação estatística deve ser feito desde os primeiros anos de escolarização. Os PCN dividem-se em ciclos, nos quais desde o primeiro (Ensino Fundamental I - 2º e 3º anos) se ressalta que nesta etapa de conhecimento deve-se estimular os alunos a formularem perguntas, a estabelecer relações, a construir justificativas e a desenvolver o espírito de investigação (BRASIL, 1997, p. 52). Já no segundo ciclo (Ensino Fundamental I - 4º e 5º anos) destaca-se que os alunos devem ter o trabalho desenvolvido a partir da coleta, organização e descrição de dados, possibilitando aos alunos compreenderem as funções de tabelas e gráficos usados para comunicar esses dados: a apresentação global da informação, a leitura rápida e o destaque dos aspectos relevantes (BRASIL, 1997, p. 62). No terceiro ciclo (Ensino Fundamental II - 6º e 7º ano) evidencia-se que é importante fazer com que se ampliem as noções adquiridas ao longo dos anos anteriores, aprendendo também a formular questões pertinentes para um conjunto de informações, a elaborar algumas conjecturas e comunicar informações de modo convincente, a interpretar diagramas e fluxogramas. Damos ênfase, também, que no decorrer desse ciclo é possível iniciar o estudo das medidas estatísticas, como a média aritmética que possibilitará uma interpretação mais aperfeiçoada dos dados (BRASIL, 1997, p. 69-70). O Quarto ciclo (Ensino Fundamental II, 8º e 9º ano) condiz que se deve aprofundar o conhecimento, pois os alunos têm melhores condições de desenvolver pesquisas sobre sua própria realidade e interpretá-la, utilizando-se de gráficos e algumas medidas estatísticas. As pesquisas sobre Saúde, Meio Ambiente, Trabalho e Consumo etc., poderão fornecer contextos em que os conceitos e procedimentos estatísticos ganham significados (BRASIL, 1997, p. 89).

Destacamos até aqui todos os ciclos para frisarmos que os alunos do primeiro ano do Ensino Médio, nosso público alvo na pesquisa, já deve ter tido contato com a Estatística desde os anos iniciais e com a média aritmética desde o primeiro ano dos anos iniciais.

Neste contexto, destacamos, ainda, que nos PCN para as séries finais do Ensino Fundamental, ressalta-se que:

À compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar e tratar informações estatisticamente (BRASIL, 1998, p. 27).

Portanto, indo de encontro com a orientação apresentada nos PCN (BRASIL, 1997), há necessidade de se introduzir o estudo da Estatística desde os primeiros anos de escolarização, argumentando que a “finalidade é que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia” (p. 56).

Sendo assim, destaca-se que o trabalho com os conceitos, habilidades e a Educação Estatística, demandam seriedade no reconhecimento da importância deste conhecimento na vida dos alunos, desde seus primeiros anos na escola.

A Base Curricular Comum para as redes públicas de ensino de Pernambuco (BCC/PE) no item “A Matemática na Segunda Etapa do Ensino Fundamental” indica que em relação à estatística deve-se:

[...] utilizar informações obtidas do ambiente social do aluno, o professor poderá promover situações que permitam a compreensão de algumas como, por exemplo, A interpretação de termos como frequência, frequência relativa, amostra, etc., também pode ser bastante facilitada quando se trabalha com atividades ligadas ao contexto social do aluno. (PERNAMBUCO, 2006, p. 103).

Assim a BCC/PE corrobora com os PCN, pois ressalta a importância da Educação Estatística desde os anos iniciais, dando ênfase a média aritmética desde os primeiros anos do anos iniciais, destacando que as aulas devem priorizar metodologias que facilitem o entendimento dos alunos, trazendo as explicações para o contexto dos mesmos, aproximando-se, assim, das ideias da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Por fim, a BCC/PE para o Ensino Médio traz orientações que se familiarizam com as orientações do PCN. Na área de Educação Estatística orienta que:

[...] o aluno precise tomar certas decisões em sua vida cotidiana podem ser trazidas para a discussão de algumas como, por exemplo, medidas de tendência central (média, mediana e moda) e de dispersão (desvio-médio, desvio-padrão e variância). A interpretação de termos

como frequência, frequência relativa, amostra, espaço amostral, etc., também pode ser consolidada. (PERNAMBUCO, 2006, p. 111).

Como um dos seus resultados, a pesquisa de Pinto (2014) mostra uma reflexão sobre o ensino de Estatística através de “Projetos de Aprendizagem” fundamentados na Aprendizagem Significativa de Ausubel. A pesquisa teve por objetivo refletir sobre o ensino de Estatística como forma de promover a aprendizagem significativa. Os Projetos de aprendizagem foram desenvolvidos em duas turmas de graduação da Universidade Federal do Rio Grande – FURG, com 110 estudantes dos cursos de Administração, Ciências Contábeis e Ciências Econômicas.

Primeiramente, a autora dividiu o projeto de pesquisa em três etapas, com o objetivo de possibilitar o acompanhamento de construção do projeto pelo professor, permitindo assim analisar o desenvolvimento do projeto e o que era necessário aperfeiçoar. Na primeira fase, os estudantes realizaram a escolha do tema, definição da população alvo, método e tipo de amostragem. Na segunda fase, os estudantes procederam a revisão da literatura sobre o tema escolhido e a definição da forma de coleta de dados e quando pertinente, a construção do instrumento de coleta. Por fim, os grupos procederam a coleta dos dados, sua tabulação, organização, resumo, análise e interpretação. Por último, os alunos entregaram o trabalho impresso e apresentaram para os colegas. Desta forma, o acompanhamento do desenvolvimento do projeto possibilitou ao professor buscar evidências de uma aprendizagem significativa. Ao final da disciplina foi aplicado um instrumento de avaliação, com questões abertas, a fim de coletar a opinião dos estudantes a respeito do projeto de pesquisa proposto e identificar se esta proposta pedagógica levou os estudantes a uma aprendizagem significativa.

Como um dos resultados dessa pesquisa aponta-se a necessidade do constante questionamento sobre o trabalho desenvolvido, a fim de promover uma aprendizagem significativa. “É preciso questionar sempre este fazer e refazer a partir da avaliação que o estudante também vai realizando sobre este processo.” (p. 762). Por último, o Projeto de Aprendizagem possibilitou associar os conceitos estatísticos às aplicações práticas promovendo o envolvimento dos estudantes na realização da pesquisa. Essa pesquisa foi bastante interessante, onde se nota que para existir uma aprendizagem significativa o estudante precisa se predispor a relacionar os novos conhecimentos a sua estrutura cognitiva prévia, modificando-a assim que necessário.

Outro trabalho que contribui para nossa reflexão foi desenvolvido por Damini (2015), no qual é apresentado uma pesquisa qualitativa realizada com alunos do Ensino Fundamental, cujo objetivo foi avaliar o conhecimento dos alunos em relação ao conceito de média aritmética. O autor faz discussões da área de Educação Estatística atualmente no Brasil e, em seguida, desenvolve a pesquisa que foi realizada com onze alunos, na faixa etária de 13 anos, do 8º ano do Ensino Fundamental de um colégio da rede privada de uma cidade no norte do Estado do Paraná. A aplicação das atividades para essa pesquisa teve duração de uma aula de cinquenta minutos e os alunos participantes puderam utilizar calculadora, por ser uma importante ferramenta no tratamento estatístico. Ressalta-se, que esses alunos não participaram de uma aula introdutória a respeito do conceito de média aritmética, pois o objetivo era avaliar o conhecimento adquirido até o momento.

O objetivo da pesquisa em questão foi avaliar esse conhecimento por parte dos alunos, dessa forma foi aplicado um teste diagnóstico, o qual contou com cinco questões dissertativas, adaptadas da literatura, sobre média aritmética, direcionadas apenas ao conceito da mesma. Em seguida, inicia-se a análise, adotando um método onde as respostas dos alunos não devem ser codificadas apenas como certas ou erradas, e sim, separadas, inicialmente, em três blocos - “responde adequadamente à questão”, “responde parcialmente à questão” e “não responde à questão”.

Com os resultados, ao final da análise, observou-se que a turma pesquisada não apresenta compreensão adequada sobre o conceito de média aritmética, sendo que esse assunto pertence ao conteúdo programático de anos anteriores de escolarização e já deveria ter sido assimilado. De acordo com Damini (2015) “é possível perceber que esse conceito foi pouco trabalhado, ou ainda, que a assimilação não ocorreu por parte dos alunos.” (p. 64). Por fim, constatou-se que o principal erro dos alunos foi o de calcular a média apenas realizando a soma de dados, não dividindo o valor encontrado pela quantidade de dados do conjunto. Trabalho bem relevante para nossa pesquisa, pois colabora com os procedimentos adotados pela mesma.

Carvalho (2011) apresentou em sua pesquisa como é a abordagem da média aritmética nos livros de matemática (anos finais) que foram aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) no ano de 2011. O autor segue ancorado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990). Foram analisadas 10 coleções aprovadas no PNLD do referente ano de acordo com os seguintes objetivos: Mapear as atividades

de média no livro didático; analisar os conjuntos dos invariantes operatórios prescritos, significados e representações nas atividades mapeadas; analisar a abordagem que a coleção traz da média entre outros objetivos.

Os livros representam um importante papel para os professores e alunos na construção do campo conceitual da média aritmética. Carvalho (2011) entende que tais livros apresentam melhora nas atividades envolvendo média aritmética, uma vez que todos eles tratam, de alguma maneira, esse conceito, mesmo que ainda apresentando algumas limitações.

O autor seguiu o conjunto das invariantes, assumindo as sete propriedades descritas por Strauss e Bichler (1988), em seguida, no mapeamento, foi utilizado a classificação realizada por Batanero (2000), onde o autor incluiu mais algumas classificações e em seguida constatou que dos livros didáticos analisados, 63% das atividades contidas neles não buscam promover reflexão sobre nenhuma das propriedades da média. Carvalho (2011) analisou 454 atividades destinadas ao Tratamento da Informação e constatou que 286 não promovem a reflexão de média aritmética a partir de suas propriedades. É possível verificar que muitas coleções de livros didáticos ainda não focalizam de forma adequada os conceitos de média aritmética, priorizam o cálculo e são desprovidos de significados.

Por fim, Carvalho (2011) constatou que nos livros pesquisados no PNLD de 2011 os trabalhos de média realizado pelos livros didáticos encontram-se concentrados em um único significado, onde os demais significados são explorados raramente.

Sendo assim, ao final da pesquisa constatou-se que as abordagens da média aritmética nos livros didáticos são limitadas, no que diz respeito às invariantes, significados e representações os livros não apresentam grandes avanços. Portanto, o campo conceitual da média aritmética nos livros didáticos é visto sem propiciar uma compreensão da média, visando o seu caráter como uma medida estatística, ou seja, são pouquíssimas atividades que propõem a compreensão por parte do aluno da função estatística da média aritmética.

A pesquisa de Carvalho (2011) é relevante para nossa investigação, pois constata-se que em alguns livros adotados pelo PNLD não traz questões que possam desenvolver o entendimento dos alunos nos conceitos da média aritmética. Dificultando

assim, o trabalho do professor em desenvolver uma aprendizagem significativa para os alunos.

Stella (2003), em sua pesquisa, buscou entender quais são as interpretações do conceito de média, de alunos do ensino médio que seguem o currículo brasileiro. Para buscar responder tal questionamento ela dividiu a pesquisa em duas partes. Na primeira parte, investigou o que é abordado sobre média em quatro instrumentos relacionados ao ensino de Matemática no Brasil: os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e os livros didáticos. A partir dessa análise dos PCN, na qual foi confirmado que o conceito de média deve ser abordado tanto no Ensino Fundamental como no Ensino Médio, uma vez que faz parte do bloco Tratamento da Informação, a autora resolve investigar se o que é proposto nos PCN é realmente “cobrado” nos Sistemas de Avaliação de Ensino, e de que forma isto é “cobrado” e que tipo de problema é proposto.

Na segunda parte, a autora teve como objetivo investigar o que o aluno brasileiro, do Ensino Médio, entende por média, quais concepções ele já tem a respeito deste conceito, quais estratégias ele utiliza na resolução de problemas tradicionais (em que é pedido para obter a média por meio do uso do algoritmo), de construção (onde é dada a média e o aluno constrói a distribuição) e de interpretação (onde é preciso descrever, resumir, comparar e raciocinar sobre um conjunto de dados).

Dando continuidade a descrição da pesquisa de Stella (2003), esta buscou apoio teórico no trabalho de Batanero (2000) e em outras pesquisas sobre média aritmética. Com base nos elementos teóricos estudados, analisou questões de várias fontes (ENEM, SAEB e a pesquisa de Mokros e Russell (1995)) que envolviam o conceito de média aritmética. Nesta etapa da análise ela considerou, quando possível, os índices de acerto de alunos do Ensino Médio (referente aos resultados do ENEM e SAEB) e analisou as possíveis motivações para as respostas dos alunos às questões dos sistemas de avaliação e da pesquisa de Mokros e Russell (1995). Portanto, como o objetivo era saber quais as concepções dos alunos do Ensino Médio a respeito do conceito de média, realizou entrevistas com alunas do Ensino Médio, que tinham como tarefa resolver as questões apresentadas pela autora. Foram realizadas sete entrevistas com alunas de uma escola pública na cidade de São Paulo e a análise destas entrevistas também foi fundamentada no modelo proposto por Batanero (2000).

A autora faz uma observação importante, onde ela frisa que escolheu conduzir as entrevistas baseadas em tarefas relacionadas com a média, durante a qual o estudante tinha oportunidade de discutir suas ideias com a pesquisadora. Então, as entrevistas não eram apenas momentos de coleta de dados, mas também representaram oportunidades de aprendizagem por parte dos aprendizes, uma vez que os mesmos estavam refletindo sobre o conceito de média em resolução a diferentes situações e problemas.

Nesta etapa, Stella (2003) teve por resultados que os entrevistados nem sempre tinham o conhecimento das regras de cálculo, ou seja, parte dos estudantes carecia necessariamente de uma compreensão real dos conhecimentos subjacentes, pois, se os alunos adquirem apenas o conhecimento de tipo algorítmico é mais provável que cometam erros previsíveis, salvo nos problemas mais simples onde basta calcular a média.

A análise mostra que os aspectos observados em relação aos PCN, do Ensino Fundamental e Médio, revelam que o conceito de média tem sua importância ressaltada, apresentando-se de forma significativa nos PCN de Ensino Fundamental. Já os PCN de Ensino Médio são, em termos de conteúdo, mais genéricos, os conteúdos não são apresentados explicitamente, ficando subentendido a necessidade do estudo de tais conteúdos para o desenvolvimento das habilidades que são apresentadas. Na análise dos livros didáticos, chegou-se à conclusão de que os mesmos são tecnicistas, deixam a parte de Estatística nos últimos capítulos do volume e na maioria das vezes valorizam da média apenas o algoritmo, sempre com os mesmos tipos de exercícios onde são fornecidos todos os dados e pedem para calcular o valor da média de acordo com as sugestões dos PCN.

Como conclusão, a autora mostra que para o ensino da média e das medidas de tendência central a sugestão é de propor aos alunos não somente situações em que ele aplique o algoritmo e já obtenha o resultado, mas sim situações de problemas de construção em que, por exemplo, é dada a média e o aluno tenha que construir a distribuição. Sendo assim, o trabalho com média deve ser complementado com situações que motivem o interesse do aluno, e que permitam explorar tanto os dados quanto os conceitos envolvidos, as representações e a capacidade de argumentação, reforçando desta forma os elementos intensivos e válidos. O trabalho de Stella (2003) é uma descoberta pertinente para nossa pesquisa, por se concluir que existem dificuldades

no currículo e na aprendizagem dos alunos em relação aos conceitos de média aritmética.

Os autores Silva, Souza e Sá (2014) buscaram investigar as relações existentes entre a teoria da Aprendizagem Significativa e o ensino de Matemática para jovens e adultos, visando as maneiras que podem ser feitas este diálogo, possibilitando obter resultados significativos no processo de ensino e aprendizagem dos alunos da EJA.

Os autores começam destacando a importância e a grande relevância da aprendizagem significativa, que possibilita que os conhecimentos precedentes à escola tenham lugar de destaque para a introdução e formalização de novos saberes. E desse modo, os conhecimentos formais ganham significado especial por emergir de uma informação já existente no repertório de vida daquele que está aprendendo. Esses conhecimentos prévios são também entendidos como subsunçores, existentes na estrutura cognitiva do aprendiz, que funcionam como elementos de ligação à introdução de uma nova informação, dando-lhe significado.

Os alunos da EJA são pessoas que têm um conhecimento de vida mais amplo, seja este adquirido no mundo do trabalho, nas relações familiares, ou no dia-a-dia, em tempo e espaço completamente diferentes. Desse modo, a EJA necessita de estratégias de ensino diferenciadas daquelas tradicionais das escolas regulares, a fim de estimular o aprendizado deste aluno de maneira mais eficaz e significativa. Assim, buscam-se alternativas que colaborem no processo de ensino-aprendizagem da EJA, levando em consideração os conhecimentos prévios trazidos pelos alunos, de maneira que os levem a questionar sua realidade e “enxergar” a relação de tais conteúdos com o seu cotidiano.

Por fim, os autores Silva, Souza e Sá (2014) trazem algumas convergências entre a Teoria de Ausubel e a EJA, tais como, a importância do conhecimento prévio que é tido como um dos pré-requisitos para haver uma aprendizagem de novos conhecimentos de modo significativo. Nesse sentido, afirmam que a principal convergência existente entre a teoria da Aprendizagem Significativa e os pressupostos teóricos e curriculares que fundamentam o ensino de Matemática na EJA, é a possibilidade de conciliar o repertório de conhecimento desses alunos com a introdução de novas informações, tornando esse repertório mais rico e sistematizado do ponto de vista da ciência. Ainda pontuam que os materiais escolhidos para serem trabalhados com os alunos do EJA devem ser potencialmente significativos, facilitando assim, o entendimento dos alunos. Por fim, destacam a importância da relação entre a Teoria da Aprendizagem

Significativa e o ensino de Matemática na EJA, pelas convergências existentes entre elas, principalmente no que diz respeito a interação entre a experiência vivida por estes sujeitos e a introdução de novos conhecimentos presentes no currículo formal, de modo que o conhecimento prévio se torne mais elaborado e mais rico.

Podemos concluir que no ensino de Matemática deve-se estimular o aluno da EJA a relacionar seus conhecimentos prévios aos conteúdos matemáticos, trazidos de suas experiências de vida, sendo imprescindível o papel do professor nesse processo, onde esse aluno realmente possa superar suas dificuldades e medos sobre a disciplina e, então, fazer uso dos saberes matemáticos no seu dia-a-dia.

A pesquisa torna-se relevante para nosso trabalho, por mostrar a importância na prática da utilização pelos professores da Teoria de Ausubel, que pode vir a facilitar um melhor entendimento dos alunos da EJA sobre o conteúdo trabalhado.

Eugênio (2013) buscou analisar a compreensão sobre o conceito de média aritmética simples de estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental, indagando como os estudantes interpretavam a média aritmética com e sem o auxílio do recurso do *software*. As tarefas de pesquisa incluíram a resolução de um teste e a utilização de um *software* que potencializou ações de organização e análise de dados estatísticos. O autor contou com um aporte teórico de Strauss e Bichler (1988), Batanero (2000), entre outros. Mostrando, assim, alguns pontos importantes das atuais pesquisas na educação estatística.

Participaram da pesquisa 16 estudantes do Ensino Fundamental, sendo oito do 5º ano (média de idade = 10,3 anos) e oito do 9º ano, (média de idade = 14,2 anos), advindos de uma mesma escola pública, localizada na Região Metropolitana do Recife-PE. O autor justifica a escolha dos participantes por levar em consideração orientações dos documentos oficiais, como os Parâmetros Curriculares da Educação Básica de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) e os PCN (BRASIL, 1997), onde orientações preconizam que a média deve ser trabalhada e estudada de forma longitudinal a partir dos anos iniciais e que esse estudo deve ser sistematizado nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, levando assim a aprendizagem desse conceito estatístico. Nesse sentido, optou-se por incluir estudantes do 5º e do 9º ano, por eles se encontrarem finalizando os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, respectivamente.

Foi aplicado aos participantes um instrumento diagnóstico sobre média composto por dez questões. Os estudantes responderam individualmente às tarefas de pesquisa em duas sessões, uma com os oito participantes do 5º ano e uma sessão com os do 9º ano. Na sessão de coleta de dados, cada estudante recebia uma folha impressa com as tarefas.

Eugênio (2013) apresenta os resultados através de três subseções, vinculadas com a descrição das situações de pesquisa e suas respectivas questões. As duas primeiras subseções apresentam os níveis de respostas dos estudantes em situação familiar e no contexto da mídia e em situações de interpretação de gráficos, enquanto a terceira apresenta as respostas a partir do cálculo da média.

Ao final, o autor destaca que a aprendizagem da média aritmética, em diferentes situações, vai além do que o estudante sabe ou não, é uma compreensão que deveria desenvolver-se no decorrer do processo de escolarização. Nas situações de uso da média em situação familiar e da mídia, observou-se que a maioria dos estudantes do 5º ano respondeu a partir de respostas singulares e sem uma análise mais específica aos dados do problema. Os do 9º ano, por sua vez, resolveram os problemas a partir de respostas mais elaboradas e que envolveram a noção de média como um conjunto de dados. A respeito desse avanço na abordagem da média em relação à escolarização, observou-se a ausência de respostas relacionais nas abordagens dos estudantes do 9º ano. Esse resultado é preocupante, pois coloca em evidência a ausência de um raciocínio crítico em relação ao uso da média nas situações estudadas.

Nesse sentido, o autor conclui que essa forma de se estudar a média associada a interpretação de gráficos, se constitui em abordagem que poderia ser realizada na educação básica como forma de se ampliar a visão sobre média aritmética. Este trabalho torna-se notável em nossa pesquisa por destacar dificuldades de alunos no entendimento dos conceitos de média aritmética.

Já Soares (2009) buscou em sua pesquisa analisar o potencial didático de um Objeto de Aprendizagem desenvolvido com recursos computacionais com o objetivo de auxiliar no processo de ensino de Geometria Fundamental. O autor utilizou como tema a Geometria Básica por conhecer a problemática no seu ensino atualmente.

Trabalhou-se com a hipótese de que a utilização de objetos de aprendizagem nas aulas de geometria poderia favorecer a aprendizagem significativa nos educandos. A

pesquisa teve como principal fonte teórica a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, mas também, buscaram suportes em estudos inseridos no campo da Educação Matemática, principalmente aqueles voltados ao uso de tecnologias no ensino desta ciência, e Textos que tratam do ensino de Geometria no Brasil.

O estudo foi aplicado em duas turmas de esferas administrativas distintas (pública e privada) do Ensino Médio, sendo ambas localizadas no município de Campina Grande – PB. O autor utilizou como metodologia, um pré-teste e pós-teste, com questões classificadas de acordo com a Taxonomia de Bloom (BLOOM, 1983), obedecendo às dimensões cognitivas do conhecimento. Aplicou-se o primeiro teste antes da apresentação do Objeto de Aprendizagem para os alunos, e o segundo após o estudo desenvolvido pelos discentes e professor.

Os resultados mostraram que o Objeto de Aprendizagem teve uma grande contribuição para a aprendizagem dos alunos. Nas duas turmas houve um crescimento bastante considerável das médias, mesmo entre aqueles alunos que apresentaram notas baixas em ambos os testes. A análise feita em termos de dimensões cognitivas também mostrou que, mesmo nos testes que foram classificados nas dimensões mais complexas, houve um crescimento importante no desempenho dos estudantes.

Por fim o autor acredita que a dinâmica oferecida pelo Objeto de Aprendizagem pode contribuir de modo relevante para o desenvolvimento da aprendizagem significativa. Tornando esta pesquisa relevante já que mostra as várias formas de buscar um material potencialmente significativo para um bom desempenho da aprendizagem.

Melo (2010), em sua dissertação de mestrado desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica – EDUMATEC, investigou como o conceito de média aritmética é compreendido por alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando diferentes invariantes, significados e representações.

Participaram desse estudo 210 sujeitos de seis escolas públicas do Município de Moreno – Pernambuco, sendo 75 alunos do 3º ano, 104 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental e 31 professores desse mesmo nível de ensino. Foi solicitado que cada sujeito respondesse individualmente a um teste envolvendo sete questões.

A autora criou dois testes, onde apresentava equivalência entre os invariantes (a média está localizada entre os valores extremos; é influenciada por cada um e por todos

os valores; não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem; pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física; seu cálculo leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos; é um valor representativo dos valores a partir dos quais foi calculada) e significados (estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida; obtenção de uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme; serve de elemento representativo de um conjunto de valores dados; necessidade de conhecer o valor que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição) apresentados em cada questão, mas variavam a representação: gráfico de colunas ou enunciado escrito.

Os resultados da pesquisa de Melo (2010) mostraram um desempenho muito fraco dos alunos e não foram observadas diferenças significativas entre os níveis de escolaridade. Os professores apresentaram um desempenho significativamente superior ao dos alunos, evidenciando uma maior compreensão do conceito de média aritmética. Entretanto, ressalta-se que o desempenho destes ainda foi aquém do desejado. Verificou-se, que na maioria das questões, o tipo de representação não foi um fator determinante na compreensão do conceito de média, mas exerceu influência na estratégia de resolução utilizada pelos sujeitos investigados. Professores e alunos apresentaram dificuldades diferentes em relação aos significados da média.

Quanto aos invariantes, foi difícil tanto para os professores, quanto para os alunos, a compreensão de que a média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física. A partir de uma análise de Estrutura de Similaridade (SSA) entre as questões e os grupos investigados, foi possível observar a existência de uma alta correlação entre os significados: média como uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme e como elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica. Essa correlação foi percebida também entre os invariantes: a média é influenciada por cada um e por todos os valores; considera-se todos os valores inclusive os nulos, e é um valor representativo dos valores a partir dos quais foi calculada.

Dessa forma, parece que o significado apresentou maior influência do que o invariante no desempenho dos sujeitos investigados. Esse estudo aponta alguns caminhos didáticos possíveis de serem desenvolvidos ao se buscar um trabalho sistematizado relacionado ao conceito de média. Por fim, os resultados evidenciam a

importância dos invariantes, significados e representações na compreensão do conceito de média aritmética.

A última pesquisa aqui apresentada Magina e Fonseca (2016), buscou apresentar e comparar resultados de dois estudos sobre apropriação do conceito de média, em que ambos foram realizados com alunos do 5º ano (antiga 4ª série), de quatro turmas distintas de uma mesma escola pública da área central da cidade de São Paulo. O motivo que levou as autoras a fazerem tal pesquisa foi a importância que o conceito de média tem na vida científica e cotidiana do cidadão. Esse conceito permite explicar muitos fenômenos, embora nem sempre seu uso seja adequado. Assim, não raro, pessoas escolhem a média para lhes subsidiar em suas tomadas de decisão sem que esta seja a ferramenta estatística mais acertada para tal.

Os estudos relatados tiveram duas etapas, uma relativa à realização de uma intervenção de ensino e a outra à aplicação de dois instrumentos diagnósticos (pré-teste, aplicado antes da intervenção, e pós-teste, aplicado depois dela). Todos os dois estudos também lançaram mão de um grupo controle (GC), que participou apenas da etapa dos instrumentos diagnósticos, aplicados nas mesmas ocasiões em que foram aplicados ao grupo experimental (GE). O GC de cada estudo foi constituído considerando eventuais efeitos de maturação e de aprendizagem escolar sobre o desenvolvimento cognitivo dos estudantes participantes do estudo. Assim o GC teve a finalidade de servir de referência comparativa aos resultados do GE. Por fim, apontamos como semelhança entre os estudos, os testes diagnósticos (pré-teste e pós-testes), que foram os mesmos, inclusive com a mesma formatação.

Nos resultados finais, Magina e Fonseca (2016) constataram uma evolução positiva dos dois grupos entre o pré-teste e o pós-teste, onde as autoras afirmam que ambos os materiais didáticos utilizados nas intervenções de ensino dos dois estudos, mostraram-se efetivos para o ensino da média aritmética simples, pelo menos no que tange a esse grupo de estudantes.

Por fim, concluíram, com base na análise feita, que ensinar média aritmética simples a partir de gráficos construídos de maneira pictórica, utilizando sejam ferramentas didáticas manipulativas, sejam ferramentas computacionais dinâmicas, mostrou ter grande efeito positivo para a apropriação desse conceito por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os estudos apresentados nesse capítulo colocaram em evidência as dificuldades dos alunos na compreensão dos conceitos da média aritmética, e em alguns estudos como o de Pinto (2014) e Silva (2014) apresentam a importância da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000) corroborando com nossa pesquisa.

#### 4. METODOLOGIA

Seguindo uma trajetória Ausubeliana, antes da utilização de um determinado Objeto de Aprendizagem, é importante que se verifique o nível de conhecimento da turma, para depois analisar com mais profundidade os resultados. Desta forma, o presente estudo buscou investigar como o conceito de média aritmética é compreendido por alunos do primeiro ano do Ensino Médio, considerando diferentes invariantes, significados e representações. Buscamos analisar os conhecimentos mais gerais e inclusivos (subsunçores) dos aprendizes sobre o conceito de média. Desse modo, pudemos ter clareza de quais são os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tema em questão.

##### 4.1. Orientações Teórico-Methodológicas

Para a construção da nossa metodologia de pesquisa nos orientamos teoricamente na ideia de formação do conceito criada por Vergnaud (1990), uma vez que buscamos analisar a compreensão dos participantes sobre o conceito de média aritmética.

Quanto a formação do conceito, entende-se como uma tríade de conjuntos distintos, onde Vergnaud (1990) destaca que um conceito precisa ser analisado a partir de um campo conceitual, que inclui não apenas as suas propriedades, objetos e relações, o que ele denomina de invariantes, mas deve-se levar em conta também as situações que constituem os tipos de problemas em que eles são expressos e suas representações simbólicas que são usadas para realçar aspectos do invariante. Portanto, nossa pesquisa e análise perpassa pelos invariantes, significados e representações simbólicas relacionados ao conceito de média.

Sendo assim, levando em consideração as invariantes, nosso estudo teve por base as sete propriedades de média aritmética levantada por Strauss e Bichler (1988) sendo elas:

1. A média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo  $\leq$  média  $\leq$  valor máximo);
2. A soma dos desvios a partir da média é zero ( $\sum (X_i - \text{média}) = 0$ );
3. A média é influenciada por cada um e por todos os valores (média =  $\sum X_i/n$ );
4. A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem;

5. A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,5);
6. O cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos;
7. A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores.

Nosso estudo analisou a compreensão dos grupos com relação a seis dos setes invariantes levantados por Strauss e Bichler (1988), não fizemos uso do invariante “2” (a soma dos desvios a partir da média é zero).

Já para os significados, esta pesquisa baseou-se no estudo de Batanero (2000), no qual a autora elenca que mesmo os conceitos mais simples, como os de média precisam de um tratamento específico para que os estudantes possam alcançar a compreensão de seus múltiplos significados. Sendo assim, a autora levanta os quatro significados do conceito de média adotados, sendo eles:

- I. A estimativa de uma quantidade desconhecida, em presença de erros de medida;
- II. A obtenção de uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme;
- III. A aplicação de que a média serve de elemento representativo de um conjunto de valores dados, cuja distribuição é aproximadamente simétrica; e
- IV. A necessidade de conhecer o valor que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição.

Buscamos analisar, ainda, através da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, os subsunçores que os alunos tinham ao conseguir resolver as questões propostas, buscamos destacar ainda os subsunçores que cada questão necessitava ao resolve-las.

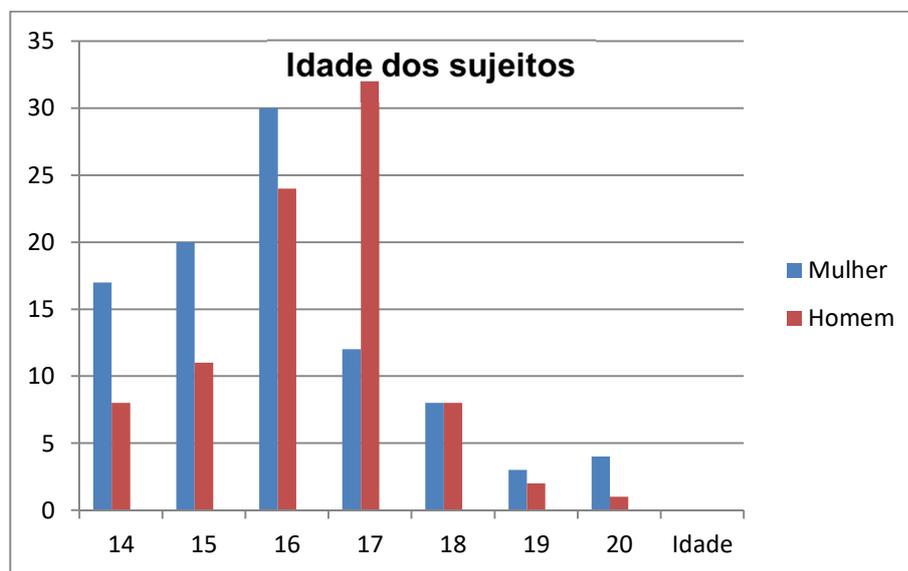
#### **4.2. Participantes**

Participaram desse estudo 180 sujeitos, sendo 94 meninas e 86 meninos, todos alunos do primeiro ano do Ensino Médio que faziam parte de três escolas do Município de Gravatá-PE, na qual foi realizada a aplicação do instrumento diagnóstico.

Foram 6 (seis) turmas ao todo, com uma média de 30 alunos por sala, nos dias da pesquisa. Pela frequência do professor haviam mais de 45 alunos por sala, mas nos

dias em que a pesquisa foi feita a ausência foi bem significativa. Ao todo, foram três escolas porque nelas existiam apenas dois primeiros anos no horário que a pesquisa foi realizada. No gráfico abaixo apresentamos a quantidade de alunos do sexo feminino e masculino que fizeram parte da pesquisa e suas respectivas idades.

**Gráfico 1- Quantidade de sujeitos do sexo feminino e masculino e suas respectivas idades**



Fonte: O autor, 2017

Podemos analisar a variação de idade dos sujeitos, constando assim que a maioria dos alunos estavam na faixa etária de 14 (catorze) a 17 (dezesete) anos, onde representavam um percentual de 85,6 % dos entrevistados, ou seja, concebiam aproximadamente 154 sujeitos. Os outros 14,4 % eram representados por um público que variava entre 18 (dezoito) e 20 (vinte) anos, isto quer dizer que dos 180 (cento e oitenta) sujeitos 26 tinha idade entre dezoito e vinte anos. Constatou-se que a maioria dos sujeitos foram do sexo feminino, os quais representaram 52,51 % do total pesquisado, isso quer dizer que aproximadamente 94 (noventa e quatro) dos 180 (cento e oitenta) sujeitos eram do sexo feminino. Já o sexo masculino era representado por uma porcentagem um pouco menor 47,49 % onde foram aproximadamente 86 (oitenta e seis) sujeitos.

Optou-se por investigar esse ano específico de escolaridade, pelo fato dos alunos estarem finalizando os quatros primeiros ciclos do Ensino Fundamental, e assim, de acordo com o PCN (BRASIL, 1997) a partir dos 2º ciclos (4º e 5º anos) do Ensino Fundamental, os estudantes devem aprender a obter e a interpretar a média. Nos 3º e 4º anos do Ensino Fundamental, de acordo com o PCN, os estudantes já devem possuir competência em relação à elaboração, interpretação de gráficos e tabelas, além de

compreender a média como representativa de um grupo de dados. Dessa forma, ao escolher-se estudantes do 1º ano do Ensino Médio para compor nossa amostra, espera-se que haja um desenvolvimento sobre conhecimento de média.

### 4.3. Procedimentos

Inicialmente, entramos em contato com as escolas para pedir permissão para realizar a pesquisa, em seguida foram solicitadas informações sobre a quantidade de primeiros anos que as escolas tinham e os professores que poderiam nos ajudar. Dessa forma, fomos falar com os professores de matemática responsáveis por tais turmas, marcando assim uma possível data para serem aplicada as questões.

Explicando do que se tratava minha presença na sala de aula e das questões a serem aplicadas, solicitou-se que os alunos respondessem individualmente, uma série de cinco questões. Para a resolução das questões, os alunos contavam com uso de lápis, caneta e borracha. A aplicação durou em média 80 minutos sendo realizada na sala dos próprios alunos. Das seis turmas, em duas os alunos apresentaram dificuldades na leitura, sendo assim o pesquisador leu cada questão. Ressalta-se que em todas as turmas esteve presente o pesquisador e o professor responsável pela disciplina de matemática.

### 4.4. Instrumento Diagnóstico

Como instrumento diagnóstico utilizamos uma sequência de questões, buscando verificar a compreensão dos grupos investigados em relação aos significados do conceito de média e seus respectivos subsunçores. Portanto, as questões a seguir apresentavam representações entre gráficos de colunas ou enunciado escrito. As atividades foram escolhidas por já terem sido trabalhadas em pesquisas semelhantes como a de Melo (2010) e também por apresentarem as propriedades e significados que acabamos de comentar.

**Questão 0 e 1:** *Em um campeonato de futebol, o Caruaru Futebol Clube disputou quatro partidas. Em cada partida a quantidade de gols foi diferente. Na primeira partida o time fez 3 gols; na segunda 5; na terceira o atacante do time levou cartão vermelho e o time não fez nenhum gol; na quarta o time se recuperou e conseguiu fazer 2 gols. Em média quantos gols foram marcados por partidas? Se o time tivesse marcado mais um gol, a média de gols marcados por partida seria alterada? Por quê?*

**Resolução e Comentários da Questão 0 e 1:** A questão Q1 é representada por meio de enunciado escrito, onde tem por significado que a média seja uma quantidade análoga a repartir para conseguir uma distribuição uniforme, ou seja, requer que os alunos reconheçam que se acrescentar mais um valor ao conjunto de dados a média seria modificada. Apresentam ainda mais de uma propriedade, onde a média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física (por exemplo, o número médio de filhos por casal é de 2,5) e que a média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem.

O valor correto a se alcançar na média aritmética da questão em discussão, seria 2,5 onde se obteria a mesma somando a quantidade de gols e dividindo pela quantidade de partidas:

$$\text{Média Aritmética} = \frac{3 + 5 + 0 + 2}{4} = 2,5$$

Na segunda parte da questão, a resposta é “sim”, seria alterada já que o número de gols teria aumentado. Sendo assim, requer que os alunos obtenham a média aritmética, aceitando-a como uma quantidade justa a ser dividida para conseguir uma distribuição uniforme (significado), onde a média é influenciada por cada um dos valores (invariante) apresentados.

A questão requer que os alunos tenham alguns conhecimentos para conseguir resolve-la, além dos significados e propriedades já apresentados os alunos deveriam ter subsunções acerca da soma, divisão e dos números decimais, onde por meio da compreensão do conceito de média pode alargar a noção dos alunos acerca dos assuntos citados. Ou seja, para que os alunos conseguissem resolver tal questão eles teriam que ter uma noção da soma, divisão e números decimais.

Alguns dos possíveis erros a serem observados, seriam relacionados a soma dos valores apresentados na questão, onde o aluno tentaria solucionar algo que envolve uma fórmula de cálculo ainda não compreendido. Ou seja, imaginamos que alguns dos possíveis erros nessa questão seriam a resolução incorreta da mesma por nunca ter tido acesso aos conceitos de média aritmética, erro ao somar os números inteiros positivos e desconsiderar o valor zero, ele nem sempre é tomado em conta no cálculo da média pelos alunos, ainda podem sentir dificuldades em realizar o cálculo da divisão onde se encontrará como resultado um número decimal.

Caso alguns desses erros venham a se fazer presentes em algumas respostas, posteriormente podemos destacar a “falta” de alguns subsunçores, tais como, a falta de interpretação do conceito de “média aritmética”, onde o conceito não se faz presente, caso o aluno venha errar na somatória perceberemos a falta do subsunçor “somar” onde levaria o mesmo a errar o resto do cálculo entre outros subsunçores que veremos mais posteriormente.

**Questão 2:** *Marcos obteve no final do ano a média 4 em Geografia. Coloque V (Verdadeiro) ou F (Falso) para as possíveis notas recebidas por Marcos nas quatro unidades do ano letivo:*

- a) ( ) 1, 1, 1, 1                      c) ( ) 4, 4, 4, 4                      e) ( ) 1, 2, 3, 4  
 b) ( ) 1, 2, 4, 9                      d) ( ) 1, 2, 4, 8                      f) ( ) 1, 2, 4, 10

**Resolução e Comentários da Questão 2:** A Q2 é apresentada por meio de enunciado escrito, tendo por significado que a média serve de elemento representativo, de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica, ou seja, solicita-se que a partir da média aritmética já dada, identifique-se os possíveis conjuntos de dados que satisfazem a média. Porém exigia-se o entendimento da média como elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica (significado) e, além disso, um valor representativo das informações a partir dos quais ela foi calculada (invariante).

Na opção “a” os valores que fazem parte do conjunto de dados são constantes e a somatória deles é análoga ao valor da média, portanto deverá ser marcada como falsa; Na alternativa “b” são distintos os valores e o conjunto de dados corresponde à média exposta na questão, ou seja, a questão é considerada verdadeira pois a somatória de todos os seus termos é igual a dezesseis, que realizando o cálculo corresponde à média da questão já apresentada; Na opção “c” os valores são constantes e análogos aos valores da média, correspondendo à média descrita na questão. Portanto a questão é verdadeira, onde os valores apresentados correspondem a média da questão; Na alternativa “d” os valores são múltiplos do valor da média, ou seja, a questão é considerada falsa pois não satisfaz a média solicitada; Na opção “e” os valores são distintos e não excedem o valor da média, sendo assim, a questão é falsa já que realizando o cálculo da média a questão não corresponde ao solicitado; Enfim na alternativa “f” os valores são desiguais e um dos valores excede o valor da média, sendo

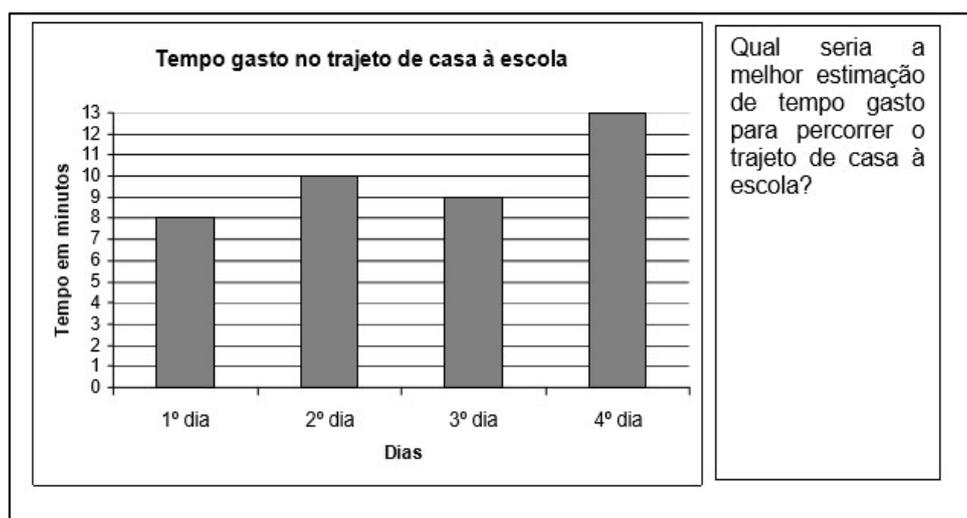
assim, a questão é considerada falsa, pois mesmo com um dos termos satisfazendo a média os demais termos não satisfazem a média solicitada.

A questão para ser resolvida necessita de alguns subsunçores dos alunos, primeiramente que o aluno compreenda o conceito da média aritmética, onde a questão já apresenta a média e ele deverá afirmar quais possíveis notas que compõem os termos para se obter a média. Outro subsunçor essencial seria a somatória onde os alunos devem ter conhecimento para assim realizar os demais cálculos. O aluno tendo o subsunçor somatória ao realizar o cálculo da média estará consolidando cada vez mais este conceito tornando-a assim uma aprendizagem significativa.

Alguns dos possíveis erros a serem apresentados poderiam ser, a não interpretação do enunciado da questão e usar uma fórmula conhecida na tentativa de resolver a questão que abrange um procedimento de cálculo ainda não compreendido. Ou seja, possa ser que alguns erros venham a acontecer por conta dos alunos nunca terem entrado em contato com alguma questão similar e assim não compreender o que a questão pede, ou seja, não conseguir desenvolver a questão quando a mesma já traz a média e solicita quais dos possíveis cálculos levaram a aqueles resultados, ainda destaca-se que os alunos podem vir a errar por não terem compreendido bem a fórmula ou o cálculo de se resolver questões desta propriedade/significado, o que resultaria em uma falta de subsunçor do conceito da média.

### Questão 3:

Figura 4- Questão 3 (Q3) da pesquisa



Fonte: Melo (2010)

**Resolução e Comentários da Questão 3:** A Q3 apresenta uma representação gráfica de colunas, onde tem por definição uma estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida, ou seja, solicita-se a aquisição da média aritmética, tendo-a como uma estimativa de uma quantidade ainda desconhecida em presença de erros de medida (significado), bem como a média é influenciada por cada um e por todos os valores (invariante). Desta forma apresenta-se como propriedade que a média é influenciada por cada um e por todos os valores.

Nesta questão podemos obter a resposta através da soma de todos os valores da variável dividida pela quantidade de dados:

$$\text{Média Aritmética} = \frac{8+10+9+13}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

Portanto ao finalizar o cálculo deve-se obter como resposta que a média de tempo gasto no trajeto de casa a escola é de 10 minutos sendo assim, o segundo dia é o dia que melhor representa o tempo gasto da casa a escola.

Nesta questão era imprescindível que quem a resolvesse tivesse subsunçores que os ancorariam para o desenvolvimento da questão, sendo eles: interpretação de gráficos, somatória, conceito da média aritmética e divisão, sem tais subsunçores seria impossível resolver a mesma “logicamente”.

Sendo assim, podemos destacar que alguns dos erros que possam vir a aparecer na presente questão, podem estar ligados a interpretação incorreta do gráfico/enunciado, ou ao uso de uma fórmula conhecida na tentativa de resolver a questão, que abrange um procedimento de cálculo ainda não compreendido. Ou seja, um dos possíveis erros na interpretação do gráfico seria o aluno não conseguir identificar os dados apresentados, falta do subsunçor do conceito de média, onde poderá levar o aluno informar que a melhor estimativa seria o 1º dia por apresentar o menor tempo gasto.

**Questão 4:****Figura 5- Questão 4 (Q4) da pesquisa**

Fonte: Melo (2010)

**Resolução e Comentários da Questão 4:** A Q4 apresenta uma representação gráfica de colunas, onde tem por definição a necessidade de conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado ainda não preenchido em uma distribuição, ou seja, requer o reconhecimento da média como valor que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado oculto em uma distribuição (significado). Ainda envolvia a ideia de que a média está localizada entre os valores extremos (invariante).

Destaca-se que a resposta correta para esta questão se refere ao valor da própria média apresentada na situação 70 Kg, ou seja, a questão já traz a resposta em seu enunciado, onde a mesma solicita o valor mais provável sendo assim o peso da 5ª pessoa não será uma certeza e sim uma possibilidade.

Destacamos então, alguns subsunçores que os alunos teriam que possuir para conseguir resolver tal questão, deveriam apresentar subsunçores de interpretação de gráfico, noção de probabilidade onde ele trabalhará a questão do possível peso já que não se tem a certeza do peso da 5ª pessoa e noção do conceito de média aritmética.

As possíveis dificuldades podem estar na necessidade de conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição, interpretação incorreta do gráfico/ enunciado, apresentar respostas incorretas com valores apresentados na questão ou deixar a questão em branco, multiplicar o valor da média por 5 (quantidade de pessoas), subtrai do 1º resultado o 2º resultado.

Em estudos como o de Pollatsek e Cols (1981) e Stella (2003), eles propuseram um problema semelhante a questão apresentada, no trabalho deles verificou-se que poucos estudantes deram uma resposta correta a questão, ou seja, escolhem o valor da média como a resposta correta. Geralmente os alunos buscam um valor do peso das 5 pessoas tal que somado as quatro anteriores, dê uma média e 70, ou seja, os sujeitos não utilizam o conceito de média como “valor mais provável” e a utilizam só como algoritmo.

**Questão 5:** *Nove estudantes pesaram um pequeno objeto com um mesmo instrumento em uma aula de ciências. Cada estudante registrou os seguintes pesos (em gramas): 6,3; 6,0; 6,0; 15,5; 6,1; 6,3; 6,2; 6,15 e 6,3. Os estudantes querem determinar com a maior precisão possível o peso real do objeto. Qual dos seguintes métodos é recomendado que utilizem?*

- (a) *Usar o número mais comum, que é 6,3.*
- (b) *Usar 6,15, posto que é o peso mais preciso.*
- (c) *Somar os 9 números e dividir a soma por 9.*
- (d) *Usar 6,2, pois quatro medidas ficam abaixo e quatro acima.*
- (e) *Outro método. Qual? \_\_\_\_\_.*

**Resolução e Comentários da Questão 5:** Os alunos que utilizam a letra “a” como resposta, consideram a média como valor mais frequente (moda), ou seja, as características de quem apresenta esse tipo de resposta são as seguintes: normalmente eles usam o conceito de moda para construir uma distribuição ou interpretar uma existência, não apresentam flexibilidade em escolher estratégias, Segundo Stella (2003) esses estudantes são “incapazes de construir uma distribuição quando não é permitido usar a média dada como um dado ponto” (p.59). Sendo assim, esses alunos não apresentam subsunçores relacionados com a média aritmética.

Os alunos que utilizam a letra “b” como resposta, acreditam que a média de um conjunto particular de dados não é um valor matemático preciso, mas uma aproximação que pode assumir um de vários valores, ou seja, a média é vista como uma aproximação razoável que poderia ter de um a vários valores e que, portanto, não um valor matemático preciso. Para esses sujeitos, encontrarem o valor exato, se faz necessário que se tenha o valor exato de cada dado e não uma estimativa. Sendo assim, os alunos

que fazem uso desta resposta não apresentam subsunçores relacionados com a média aritmética.

Alunos que utilizam a letra “c” como resposta, utilizam o algoritmo da média, seguindo rigidamente o que foi ensinado em sala de aula, no sentido de executar um procedimento para encontrar a média aritmética. Ou seja, apresentam estratégias limitadas para averiguar a “razoabilidade” das soluções. Sendo assim, esses alunos não apresentam subsunçores relacionados com a média aritmética.

Alunos que utilizam a letra “d” como resposta, veem a média como uma ferramenta para dar sentido aos dados, escolhem uma média que é representativa dos dados, desde uma perspectiva matemática e de uma perspectiva do senso comum, procuram pelo “centro” para representar os dados, este centro é definido como mediana, o meio do intervalo. Assim, esses alunos não apresentam subsunçores relacionados com a média aritmética.

Segundo Batanero (2000) questões deste tipo tem, por significados que os sujeitos devem estimar uma quantidade desconhecida para o objeto. Ou seja, a média é empregada como uma estimacão de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida, conforme vemos acima. A ideia para se resolver esta questão é que, como não é possível saber qual dos pesos é o mais preciso, os estudantes precisam descartarem o peso 15,3 por se tratar de uma variável muito alta, tendo em vista que a questão específica que é o mesmo objeto, e em seguida os estudantes apliquem o algoritmo da média, somando-as aos demais valores e dividindo por 8, assim a média representará uma estimativa mais próxima do peso do objeto.

Alguns erros podem surgir nesta questão, onde os alunos podem considerar as 9 variáveis, e assim utilizar o algoritmo da média, ou seja, somando os valores e dividi-los por 9, dessa forma a média representada não demonstrará uma melhor estimativa do peso do objeto.

Destacamos ainda, que apesar de Batanero (2000) sugerir quatros tipos de significados no qual o cálculo da média é requerido, ela enfatiza que não adianta conhecer as definições das medidas de posição central e saber calculá-las se o estudante não é capaz de reconhecer e aplicá-las as questões relacionadas com esses conceitos. Sendo assim, não adianta saber algoritmo da média se o estudante não consegue distinguir em que situações ele é aplicável, ou ainda, não adianta saber o cálculo se este

estudante não é capaz de estimar uma média a partir de um conjunto de valores dados sem ter que calculá-la, ou seja, não é capaz de dar sentido algum ao sujeito.

Para finalizar a descrição das questões analisadas acima apresentamos, no quadro abaixo, os aspectos sobre os quais versam cada questão do instrumento diagnóstico.

**Quadro 5- Aspecto abordado em cada questão diagnóstica**

Questões	Representações	Significados	Invariantes
Q0 Q1	Enunciado escrito	Média como uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme.	A média é influenciada por cada um e por todos os valores; A média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física; A média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem.
Q2	Enunciado Escrito	A média serve de elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica	A média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada
Q3	Gráfico de Colunas	Estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida	A média é influenciada por cada um e por todos os valores
Q4	Gráfico de colunas	Necessidade de conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição	A média está localizada entre os valores extremos (valor mínimo $\leq$ média $\leq$ valor máximo)
Q5	Enunciado escrito	Estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida	A média é influenciada por cada um e por todos os valores

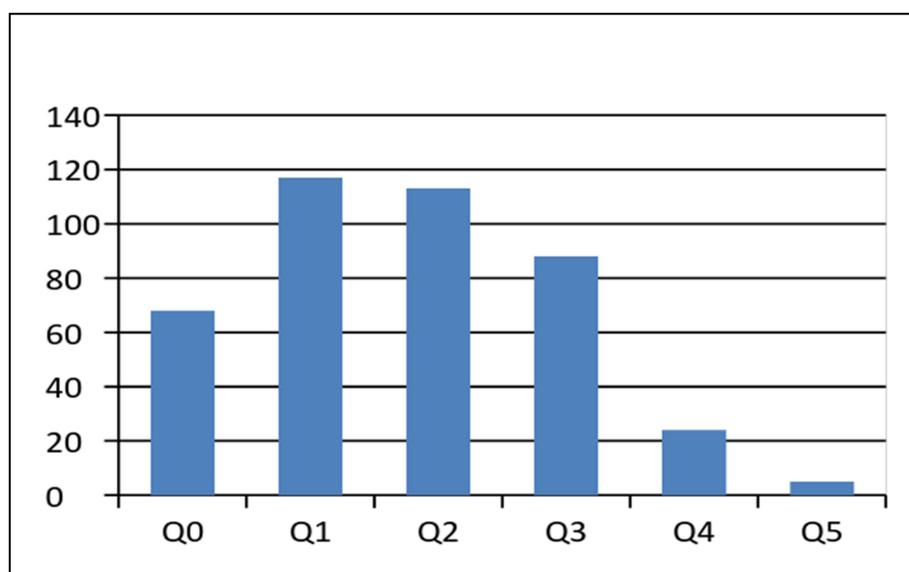
Fonte: O autor, 2017

Analisaremos no capítulo seguinte a compreensão dos sujeitos investigados acerca dos subsunçores do conceito de média aritmética, suas invariantes, significados e representações.

## 5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O presente estudo foi formado por cinco questões, cada uma delas envolvendo significados e propriedades diferentes. As questões variam entre enunciados escritos e gráficos de coluna. Através de tais questões buscamos analisar a compreensão dos alunos do 1º ano do ensino médio acerca dos significados e invariantes do conceito de média, bem como quais subsunçores os alunos utilizaram para desenvolver os cálculos de tais questões. Iniciaremos, mostrando a quantidade de acerto por questão, vale ressaltar que dos 180 (cento e oitenta) sujeitos alguns deixaram questões em branco. No gráfico a seguir, consideremos apenas os acertos de cada questão para se ter uma noção geral.

**Gráfico 2- Quantidade de Acertos por questão**



Fonte: O autor, 2017

Destacamos dessa forma que o gráfico apresentado, demonstra da questão (Q0) até a questão 5 (Q5) já que na questão 1 são dois questionamentos. Ao analisar o gráfico podemos ver que em nenhuma questão houve 100 % de acerto, ou seja, em todas as questões tiveram alunos que erraram.

Verificamos ainda que a questão (Q1) foi a que obteve a maior quantidade de acertos ao contrário da questão (Q5) onde a maioria errou ou não quis responder a questão, destacamos ainda que os 180 (cento e oitenta) sujeitos acertaram ao menos uma questão das 5 (cinco) questões aplicadas, destacando dessa forma que há uma compreensão acerca do conceito de média aritmética, ou seja, há subsunçores acerca dos conceitos básicos porém insatisfatório para o esperado.

Neste contexto, ao analisar o quantitativo de erros no gráfico acima nos questionamos se a representação influencia ou não na compreensão dos sujeitos acerca dos conceitos de média aritmética. Destacamos ainda, que para se resolver questões com representações gráficas, os subsunçores vão além dos conhecimentos “básicos” do conceito, onde o aluno necessita de conhecimentos (subsunçores) tais como interpretação e leitura de gráficos. Com essa inquietação buscamos analisar as questões que apresentavam gráficos de colunas e enunciado escrito e quais delas teve um percentual de acerto maior. A seguir mostramos uma tabela com seus respectivos percentuais de acertos.

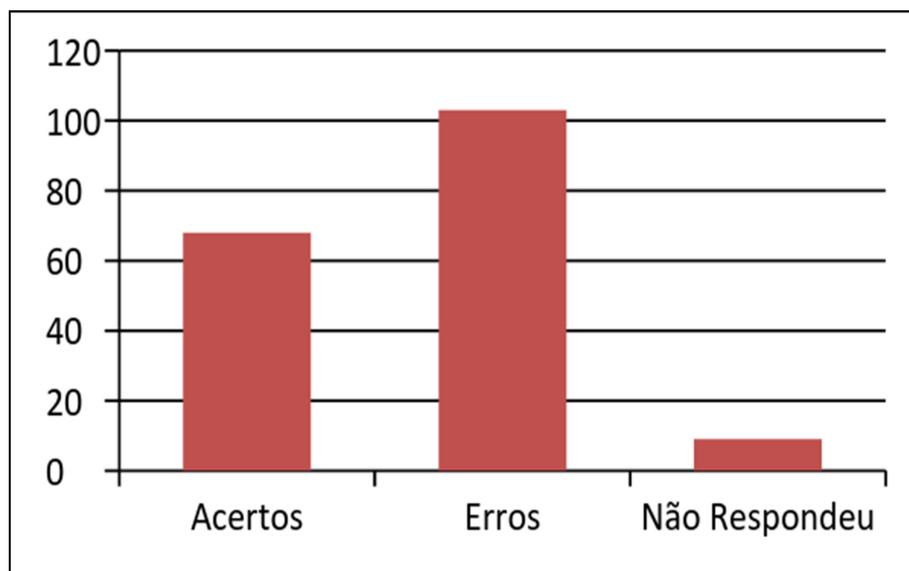
**Tabela 1- Percentuais de acerto das questões**

<b>Questão / Representação</b>	<b>Porcentagem</b>
Q0 / Enunciado Escrito	38%
Q1 / Enunciado Escrito	72%
Q2 / Enunciado Escrito	63%
Q3 / Gráfico Barra	49%
Q4 / Gráfico de Barra	13%
Q5 / Enunciado Escrito	3%

Fonte: O autor, 2017

Analisando a tabela acima, percebemos que há pouca diferença no que condiz as representações gráfica de colunas ou enunciado escrito, então percebemos que a maioria dos sujeitos apresentaram um desempenho satisfatório na segunda parte, da primeira questão, entretanto as questões Q4 e Q5 apresentam um resultado insatisfatório para alunos do 1º ano do ensino médio.

Apresentamos em seguida os tipos de estratégias usadas pelos sujeitos, começaremos expondo as “estratégias“ utilizadas na questão (Q0), em seguida demonstraremos os percentuais de cada estratégia usada pelos sujeitos. Destacamos assim, que a Q0 e Q1 apresentavam o mesmo significado onde se pedia a obtenção da média aritmética, admitindo-a como uma equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme (significado), bem como que a média é influenciada por cada um e por todos os valores (invariante), abaixo segue uma visão geral da questão com o quantitativo de acertos, erros e as que não apresentaram resposta.

**Gráfico 3- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q0**

Fonte: O autor, 2017

Podemos observar através do gráfico 3, que a maioria dos sujeitos teve dificuldade em resolver esta questão, o índice de erros foi muito alto, onde mais de 100 alunos erraram. Desta forma, 57% erraram a questão, contando com os que não responderam esse percentual saltou para 62 %.

Portanto, começaremos a analisar as respostas e as estratégias utilizadas por eles para resolver as questões, onde envolvem subsunçores do conceito de média aritmética, sendo este relevante para nosso estudo já que dará indicações de como os alunos do 1º ano do Ensino Médio compreendem tal conceito.

No quadro a seguir, mostraremos os tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus percentuais, vejamos dos 180 (cento e oitenta) alunos quantos apresentarão aquele tipo de resposta e justificativa. Destacamos primeiramente a Q0 ressaltando que em algumas questões os alunos não apresentaram subsunçores.

**Quadro 6- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q0**

Resposta	Estratégia	Subsunçores	%
1. Correta, onde é exposto o processo de resolução, usando o algoritmo da média aritmética;	Apresenta a resposta correta através do procedimento de cálculo da média aritmética: soma de todos os valores da variável dividido pela quantidade de dados.	O sujeito apresenta subsunçores do conceito de média aritmética, de adição, divisão e números decimais.	29%

2. Apresenta resposta correta, porém os sujeitos não explicam o procedimento que utilizaram para resolução;	Os sujeitos apresentam a resposta correta e não esclarecem como chegaram a tal resposta.	Nesta questão específica, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas coloca a resposta.	9%
3. Resposta apresenta-se incorreta, onde os sujeitos fazem uso da adição dos valores da invariável presente na questão;	A questão apresenta-se incorreta, por aplicarem a soma dos valores das invariáveis da questão. Ao analisarmos constata-se que utilizam essa estratégia pelo seguinte procedimento: usar um algoritmo conhecido em busca de solucionar um cálculo ainda não compreendido.	Os sujeitos que utilizaram esse método, fazem uso de subsunçores de adição. Porém, fica nítido que os mesmos não conseguiram compreender o que a questão solicitava, sendo assim provavelmente os sujeitos não tem subsunçores do significado de média trabalhados na questão;	12%
4. Apresenta resposta incorreta, os sujeitos utilizam valor (es) apresentado (s) na questão.	Nesta questão os sujeitos fazem uso do (s) valor (es) da questão, resultando em uma resposta incorreta. Percebe-se que não compreenderam o que a questão pedia.	Nesta questão percebemos a falta de alguns subsunçores para resolução da questão, tal como, subsunçores do significado de média, trabalhada na questão.	17%
5. Resposta incorreta, os alunos resolvem o cálculo da média aritmética, mas não consideram as quatro partidas.	Nesta questão os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, por desenvolverem o cálculo da média aritmética, mas desconsiderar a partida que não foi marcado gols. Desta forma imaginamos que a estratégia que levou ao erro foi não considerar que a média é influenciada por cada um e por todos os valores.	Nesta questão os sujeitos apresentam subsunçores de adição, divisão e do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresentaram o significado da questão específica.	20%
6. Resposta incorreta, desenvolveram o cálculo da média, porém erraram na divisão.	A questão apresenta-se incorreta, pois os sujeitos que fizeram uso desta estratégia não conseguiram desenvolver o cálculo da divisão. Neste tipo de resposta percebemos que os alunos também têm conhecimento do conceito da média aritmética, mas não conseguiram desenvolver um cálculo simples de divisão.	Os subsunçores presente na resolução desta questão são adição e o conceito da média. Porém, faltam subsunçores de divisão e números decimais, já que os alunos não conseguiram desenvolver o cálculo da média onde o resultado dava-se por um número decimal.	5%

7. Resposta incorreta, com uso de valores, que não apresentam relação com a questão.	Apresentam uma resposta incorreta, com uso de valores que não fazem sentido para a situação proposta.	—	3%
8. Branco	Os sujeitos não apresentam tentativa de resolução. Onde pode-se inferir que a não resolução trata-se da não compreensão do conceito envolvido na questão, pelo desinteresse em responder o teste, dentre outras suposições.	—	5%

Fonte: O autor, 2017

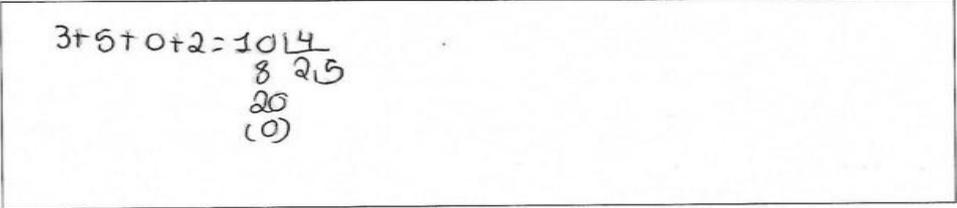
Analisando o quadro acima, percebemos que o percentual de respostas corretas dos 180 alunos analisados é (38%), onde utilizaram a estratégia 1 (29%) e 2 (9%), isso quer dizer que 68 responderam corretamente fazendo uso da estratégia 1 e 2, sendo 52 e 16 sujeitos respectivamente.

Dos que responderam corretamente, observamos que a maioria utilizou a estratégia 1 (76%), constatando-se que compreenderam o conceito de média aritmética abordado na questão e que os sujeitos tinham todos os subsunçores para o desenvolvimento de questões daquele tipo, onde apresentam a resposta correta com a explicação do procedimento da resolução, sendo assim, nesta estratégia se faz uso do algoritmo da média aritmética para se chegar até a solução.

Já a estratégia 2 foi utilizada por 24% dos que responderam corretamente, ou seja, o procedimento de resolução não foi explicitado na resposta, levando a entender que o uso dessa estratégia corresponde a algum procedimento de resolução, tais como, uso do cálculo mental, a compensação dos valores, entre outras estratégias que ficaram implícita na questão. Mostraremos a seguir, um exemplo da estratégia 1, onde o sujeito apresenta uma resposta correta explicitando o procedimento de resolução.

**Figura 6- Resposta correta da questão Q0, com explicitação do procedimento de resolução**

(Questão 1) Em campeonato de futebol o Caruaru Futebol Clube disputou quatro partidas. Em cada partida a quantidade de gols foi diferente. Na primeira partida o time fez 3 gols; na segunda 5; na terceira o atacante do time levou cartão vermelho e o time não fez nenhum gol; na quarta o time se recuperou e conseguiu fazer 2 gols. Em média quantos gols foram marcados por partidas?



$$3 + 5 + 0 + 2 = 10$$


---


$$2.5$$

$$(10)$$

Fonte: O autor, 2017

Analisando a figura, observa-se que o sujeito de nº 65, (os sujeitos foram numerados de 01 até 180 aleatoriamente), responde corretamente à questão Q0, onde torna-se nítido o uso das seguintes estratégias: utilização do algoritmo da média aritmética e divisão correta com uso das quatro partidas. Fica claro, que esse sujeito como os demais que desenvolveram o cálculo dessa forma tem subsunçores que os auxiliaram na resolução da questão, os subsunçores presentes são: adição, divisão, conceito da média e conhecimento dos números decimais.

Desta forma, o sujeito realizou o cálculo da média aritmética (soma dos valores da variável e divisão pelo número de dados), obtendo como resposta dois e meio (2,5). Como só 52 alunos realizaram esse procedimento vemos que os resultados ficaram muito abaixo do desejado.

A estratégia 1 (Correta, onde é exposto o processo de resolução, usando o algoritmo da média aritmética) e a estratégia 2 (Que apresenta resposta correta, porém os sujeitos não explicam o procedimento que utilizaram para resolução) como fizeram os 16 alunos que optaram pela mesma, e que pode ser observado nos seguintes exemplos da resolução.

**Figura 7- Resposta correta da questão Q0, sem explicitação do procedimento de resolução**

(Questão 1) Em campeonato de futebol o Caruaru Futebol Clube disputou quatro partidas. Em cada partida a quantidade de gols foi diferente. Na primeira partida o time fez 3 gols; na segunda 5; na terceira o atacante do time levou cartão vermelho e o time não fez nenhum gol; na quarta o time se recuperou e conseguiu fazer 2 gols. Em média quantos gols foram marcados por partidas?

2,5

Fonte: O autor, 2017

Na figura 7, percebemos que o aluno de nº 120 apresenta apenas a resposta correta sem explicitar a forma como conseguiu obter tal resposta. Esse tipo de resposta como já demonstrado esteve presente em algumas estratégias de alunos que responderam corretamente. Nesta questão específica, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas colocou a resposta.

Constatamos que 20% dos sujeitos que usaram como estratégia uma resposta incorreta, resolvem o cálculo da média aritmética, mas não consideram as quatro partidas. A maioria desconsidera a partida que não fez gol no cálculo da média. Vejamos a seguir um exemplo das respostas:

**Figura 8- Resposta incorreta da Q0, com uso da média aritmética, mas desconsiderando as quatro partidas**

(Questão 1) Em campeonato de futebol o Caruaru Futebol Clube disputou quatro partidas. Em cada partida a quantidade de gols foi diferente. Na primeira partida o time fez 3 gols; na segunda 5; na terceira o atacante do time levou cartão vermelho e o time não fez nenhum gol; na quarta o time se recuperou e conseguiu fazer 2 gols. Em média quantos gols foram marcados por partidas?

A média de gols foi:  $3,3$   
 por que  $\frac{5+3+2}{3} = 3,3$

Fonte: O autor, 2017

Nesta figura podemos analisar que o sujeito tem conhecimento de como calcular a média aritmética, porém para calcular a média de gols ele desconsidera a partida em que não foi marcado gols. Notamos que o mesmo utilizou como estratégia calcular a média, porém o que o levou a errar foi não considerar que a média é influenciada por cada um e por todos os valores.

Esse tipo de resposta esteve bem presente entre as respostas, foi observada na resolução de 36 alunos, isso representa 20 % de todos os pesquisados, destacamos ainda que pode-se observar na resolução do sujeito que o mesmo apresenta subsunçores de adição, divisão e do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresenta o subsunçor do significado da questão específica que levaria em conta que a média é influenciada por cada um e por todos os valores.

Outro erro que esteve presente nas análises é que os alunos fazem uso da adição dos valores da invariável presente na questão, este erro esteve presente em 12% dos alunos. Vejamos um exemplo do erro a seguir:

**Figura 9- Resposta incorreta da Q0, com uso da adição dos valores da variável enquanto estratégia de resolução.**

**(Questão 1)** Em campeonato de futebol o Caruaru Futebol Clube disputou quatro partidas. Em cada partida a quantidade de gols foi diferente. Na primeira partida o time fez 3 gols; na segunda 5; na terceira o atacante do time levou cartão vermelho e o time não fez nenhum gol; na quarta o time se recuperou e conseguiu fazer 2 gols. Em média quantos gols foram marcados por partidas?

$$3 + 5 + 0 + 2 = 10$$

Fonte: O autor, 2017

Na figura 9, observamos uma resposta incorreta, por aplicarem a soma dos valores das invariáveis da questão. Ao analisarmos constata-se que utilizam essa estratégia pelo seguinte procedimento: usar um algoritmo conhecido em busca de solucionar um cálculo ainda não compreendido. Percebe-se assim que o uso desse tipo de estratégia implica na concepção de média como sendo a soma dos valores da variável. Esses resultados são semelhantes aos estudos de Lima (2005), Caetano (2004)

e Stella (2003) em que este tipo de concepção, sem validade estatística, foi comumente observado nas respostas dos alunos.

Referindo-se aos subsunçores, os sujeitos que utilizaram esse método, fazem uso de subsunçores de adição. Porém, fica nítido que os mesmos não conseguiram compreender o que a questão solicitava, ou seja, provavelmente eles não devem ter lembrado do conceito, não compreenderam o que a questão solicitava entre outras variáveis.

Algumas outras respostas incorretas surgiram também, tais como, utilizar valor (es) apresentado (s) na questão. Essa resposta esteve presente em 17% dos que participaram da pesquisa, vejamos a seguir um exemplo:

**Figura 10- Resposta incorreta da Q0, utilizando valor (es) apresentado (s) na questão**

**(Questão 1)** Em campeonato de futebol o Caruaru Futebol Clube disputou quatro partidas. Em cada partida a quantidade de gols foi diferente. Na primeira partida o time fez 3 gols; na segunda 5; na terceira o atacante do time levou cartão vermelho e o time não fez nenhum gol; na quarta o time se recuperou e conseguiu fazer 2 gols. Em média quantos gols foram marcados por partidas?

3 gols

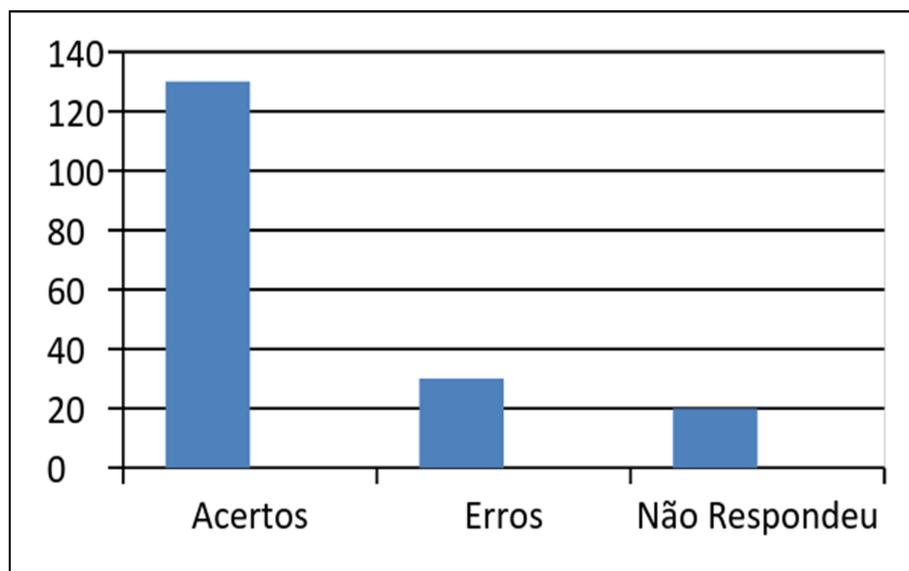
Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos esta questão, observa-se que os 31 sujeitos ao responderem dessa forma, fazem uso do (s) valor (es) da questão, tornado uma resposta incorreta. Percebe-se que não compreenderam o que a questão pedia. Neste sentido, no que diz respeito aos subsunçores percebemos a falta de subsunçores do conceito de média, para resolução da questão.

Portanto, destacamos que ao analisarmos esta questão constata-se que apenas 38 % acertaram. Observa-se que o entendimento do conceito de média trabalhada nesta questão fica muito aquém do desejado para alunos do 1º ano do Ensino Médio.

O gráfico 4 a seguir apresenta a quantidade de erros, acertos e alunos que não responderam à questão (Q1), vejamos:

Gráfico 4- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q1.



Fonte: O autor, 2017

Observamos um enorme quantitativo de acertos nessa questão uma “recuperação” se comparada a primeira parte da questão (Q0), sendo assim fica nítido que não houve dificuldades dos alunos pelo fato da questão ser escrita ou em gráfico já que a questão (Q0 e Q1) apresentam o mesmo enunciado e o percentual de acertos de uma para a outra foi bem significativo. Se formos comparar os percentuais de acertos entre as duas questões trabalhadas até aqui, vemos que nesta segunda parte os sujeitos apresentaram uma leve melhora no índice de acertos.

No quadro a seguir, descrevemos os tipos de respostas, justificativas, subsunçores e percentuais (o percentual considera os 180 sujeitos) apresentados pelos alunos ao responderem à questão Q1. A questão Q1 solicita dos alunos o reconhecimento de que ao se acrescentar mais um valor ao conjunto de dados da média se alteraria o resultado.

**Quadro 7- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q1**

Resposta	Justificativa	Subsunçor	%
1. Resposta correta, consideram que o acréscimo implica na alteração da média.	As respostas apresentadas, justificam o aumento em um dos valores da variável que implica na alteração da média.	Apresentam subsunçores que correspondem com entendimento do conceito da média aritmética, justificando-se que aumentar uma variável aumentará a média	50%

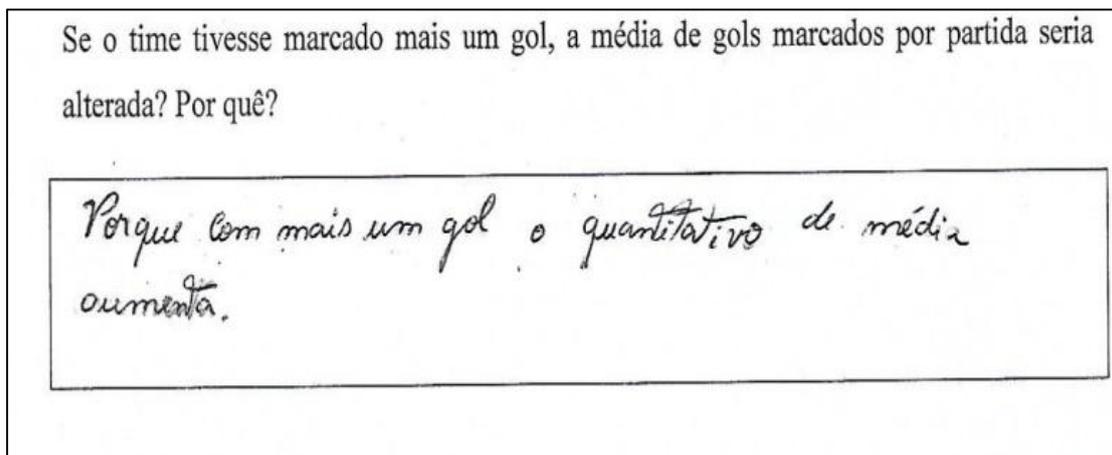
		aritmética.	
2. Respostas corretas e afirmam apenas que “sim”.	Nesta questão respondem corretamente, considerando que o aumento em um dos valores da variável alteraria a média aritmética. Porém, afirmam apenas que “sim”.	Nesta questão específica, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas coloca a resposta “sim”.	27%
3. Nessas respostas os sujeitos relacionam o aumento apenas com a adição dos valores.	Os sujeitos apresentam justificativa relacionando apenas com a adição dos valores da variável, desconsiderando o conceito da média.	Nesta questão torna-se nítido a falta do subsunçores conceito de média aritmética, onde os sujeitos só a relacionam com adição.	9%
4. Desconsideram que o aumento alteraria a média.	Não consideram que o aumento em uma das variáveis influencia na média aritmética.	Não conseguimos identificar se os sujeitos tem subsunçores sobre a média aritmética.	2%
5. Escrita irreconhecível	Apresenta uma escrita irreconhecível.	—	2%
6. Branco	Deixam a questão em Branco	—	10%

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos o quadro 3, observamos que 50 % dos sujeitos responderam corretamente e consideram que o aumento em um dos valores da variável incidia na alteração da média aritmética. Mesmo intuitivamente os alunos demonstram compreender que qualquer alteração nas variáveis mesmo que pequena implica em alterações na média aritmética. Logo, demonstra-se uma facilidade em compreender que a média aritmética é influenciada por cada um e por todos os valores (invariantes).

Analisaremos a seguir a resposta de um dos sujeitos na questão Q1, onde o mesmo afirma que a alteração no valor das variáveis implicaria na alteração da média aritmética.

**Figura 11- Justificativa por um dos alunos referente a Q1, trata-se do aumento das variáveis e do aumento da média aritmética.**



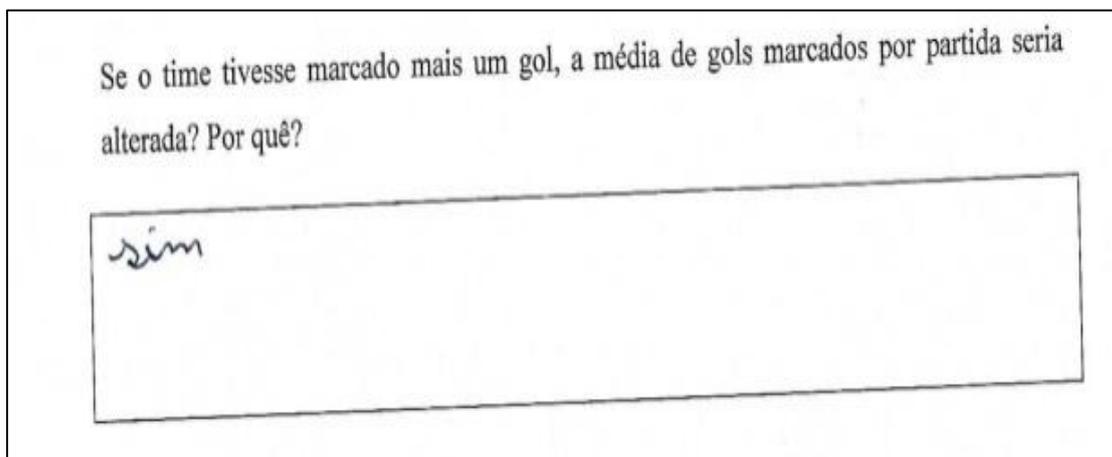
Fonte: O autor, 2017

Nesta questão observamos que o sujeito de nº 23 respondeu corretamente, e justifica afirmando que “Porque com mais um gol o quantitativo da média aumenta”, sendo assim, o aluno considera que aumentando um valor na variável isso implicaria no aumento da média aritmética.

A questão aborda subsunçores que correspondem com entendimento do conceito da média aritmética, justificando-se que ao aumentar uma variável aumentará a média aritmética. Desta forma, destacamos que possivelmente o sujeito tenha o conhecimento (subsunçor) que corresponde com o significado da média aritmética abordado nesta questão.

Na estratégia 2 do quadro 3, a justificativas de 27% dos alunos é apenas “sim”. Vejamos um exemplo na figura abaixo:

**Figura 12- Resposta correta da Q1, porém afirmam apenas que “sim”**

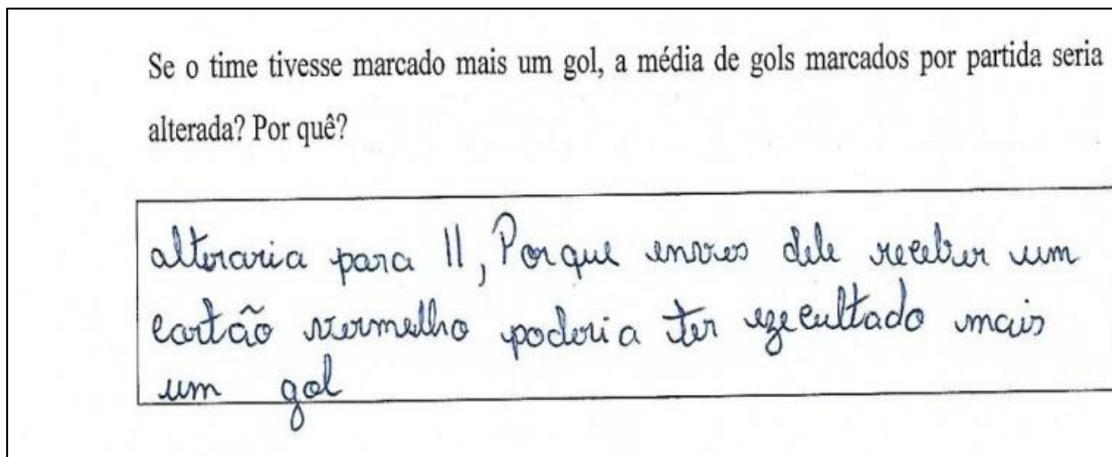


Fonte: O autor, 2017

A figura 12 demonstra que os alunos ao responderem desta forma entendem que existe uma alteração na média aritmética por ser acrescentado mais um gol. Porém, afirmam apenas que “sim”. Onde não podemos afirmar se os mesmos detêm o conhecimento do conceito de média. Não conseguimos analisar se havia algum subsunçor nos alunos que fizeram uso desta estratégia ao resolver a questão, já que os mesmos apenas colocam a resposta “sim”.

Analisemos a seguir, um exemplo onde utiliza se como estratégia, a relação do aumento apenas com a adição dos valores. Este erro foi constatado por 9% dos 180 alunos. Vejamos a seguir o exemplo:

**Figura 13- Resposta incorreta onde relacionam o aumento apenas com a adição dos valores**



Fonte: O autor, 2017

Constatamos na figura 13, que o sujeito entende que houve uma alteração por ser acrescentado mais um gol totalizando 11. Sendo assim, o mesmo apresenta um entendimento da média como sendo a soma de valores, consideração inválida. O mesmo, ainda justifica a sua resposta informando que “porque ao invés dele receber um cartão vermelho poderia ter feito mais um gol”, desta forma ela ainda incrementa a uma partida específica. Torna-se nítido a falta dos subsunçores nesta questão, com ênfase do conceito de média aritmética, onde os sujeitos só relacionam com adição.

Os demais erros, que correspondem a 4% condizem que os sujeitos não consideram que caso aumente as variáveis da questão não se aumentaria a média aritmética. Nas outras questões não conseguimos identificar o que estava escrito. Percebemos assim, que uma parte desses erros demonstra a falta de subsunçores que “ajudaria” na interpretação da questão e assim, sua resolução.

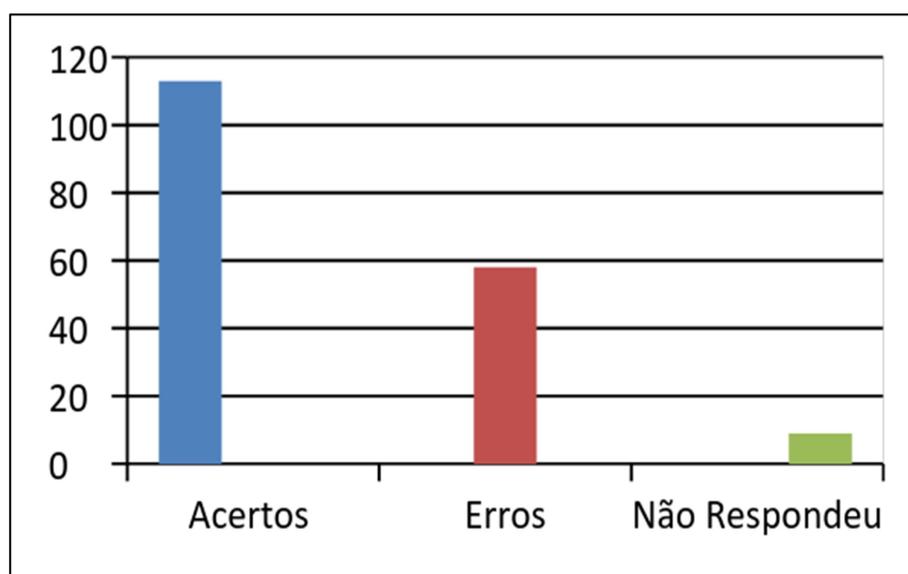
Ao finalizar esta análise da primeira questão, que divide-se em duas Q0 e Q1 percebemos a grande diferença no que condiz com o quantitativo de acertos onde a Q0 apresenta apenas 38 % de acertos já a Q1 77 % de acertos. Consideramos essa margem, tão significativa devido a primeira questão onde os sujeitos não considerarem o “zero” na resolução do cálculo, ou seja, se na partida não foi marcado um gol logo eles não contaram a partida na resolução, resultando assim em uma imensa porcentagem de erros. Já na segunda pedia-se apenas o entendimento se o aumento de uma variável influencia ou não na média, os sujeitos mostraram entendimento do conceito abordado.

Mesmo com um resultado satisfatório na Q1, consideramos que o resultado no geral da primeira questão ficou a desejar, onde grande parte dos alunos do 1º ano do Ensino Médio não demonstraram um entendimento adequado para a série que eles estão.

A questão Q2 solicita que a partir de uma média dada sejam identificados os possíveis conjuntos de dados que correspondem a determinada média. Para resolver a mesma, era necessário o entendimento da média como um valor representativo dos dados, a partir dos quais ela foi calculada (invariante), e também enquanto elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica (significado).

A seguir demonstraremos a quantidade de acertos, erros e sujeitos que decidiram por não responder a Q2. Vejamos o gráfico a seguir:

**Gráfico 5- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q2**



Fonte: O autor, 2017

Como podemos ver a questão Q2 até o presente momento é a que apresenta o maior quantitativo de acertos, onde mais de 110 alunos acertaram a questão. Nesta, observa-se que 63% dos alunos acertaram e 37 % apresentaram uma resposta incorreta ou não quiseram resolver a questão.

No quadro a seguir, descrevemos os tipos de respostas, justificativas, subsunçores e percentuais (o percentual considera os 180 sujeitos) apresentados pelos sujeitos investigados ao responderem à questão Q2.

**Quadro 8- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q2**

<b>Respostas</b>	<b>Justificativas</b>	<b>Subsunçores</b>	<b>%</b>
1. Apresentam resposta correta, com escolha dos conjuntos de dados, os quais correspondem à média apresentada na questão.	Apresentam como resposta as alternativas (b, c), estando assim corretas, pois os conjuntos de dados das referidas alternativas correspondem a média da questão.	O sujeito apresenta subsunçores do conceito de média aritmética, de adição e divisão.	63 %
2. Apresentam resposta incorreta, escolhem os conjuntos de dados que correspondem ao valor da média, bem como os conjuntos em que a média obtida é um número aproximado do valor da média apresentada na questão.	Os sujeitos assinalam as alternativas (b, c) referentes aos conjuntos de dados que correspondem ao valor da média aritmética, apresentam também as alternativas (d, f) em que a média obtida é um número aproximado do valor da média apresentada na questão.	Os subsunçores apresentados nestas respostas revela que os sujeitos provavelmente não compreenderam adequadamente o conceito de média. Tendo em vista que arredondaram os valores da média, dando entender que a média não poderia ser um número decimal.	9%
3. Os sujeitos apresentam resposta incorreta, com a escolha do conjunto de dados em que a soma dos valores resulta no valor da média apresentada na questão.	Os sujeitos apresentam como verdadeira a alternativa (a) que se refere ao conjunto de dados em que a soma dos valores resulta no valor da média apresentada na questão.	Não conseguimos identificar se os sujeitos apresentam subsunçores do conceito de média, onde só somam os dados da questão para dar a média apresentada. Um entendimento errôneo.	4%
4. Resposta incorreta, com escolha do conjunto de dados em que os valores são constantes e iguais ao valor da média apresentada na questão.	Os sujeitos, assinalaram como verdadeira a alternativa (c) que se refere apenas a um dos conjuntos de dados que corresponde ao valor da	Não conseguimos identificar se os sujeitos apresentam subsunçores do conceito de média, onde só marcam a questão onde os valores são constantes e iguais	6%

	média dada. Esse conjunto de dados especificamente é formado por valores constantes e iguais ao valor da média apresentada na questão.	da média. Um entendimento errôneo.	
5. Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com escolha dos conjuntos de dados em que os valores são constantes.	Os sujeitos, assinalam como verdadeiras as alternativas (a, c) referentes aos conjuntos de dados em que os valores são constantes.	Não conseguimos identificar se os sujeitos apresentam subsunçores do conceito de média, pois só marcam a questão onde os valores são constantes. Um entendimento errôneo.	5%
6. Resposta incorreta, com escolha dos conjuntos de dados em que os valores não ultrapassam o valor da média apresentada na questão.	Os sujeitos, assinalam como verdadeiras as alternativas (a, c, e) que se referem aos conjuntos de dados em que os valores não ultrapassam o valor da média apresentada na questão.	Não conseguimos identificar se os sujeitos apresentam subsunçores do conceito de média,	2%
7. Os sujeitos apresentam resposta incorreta, com escolha dos conjuntos de dados em que os valores sejam variados e que dentre eles haja valores superiores ao valor da média	Os sujeitos marcam como resposta as alternativas (b, d, f) que correspondem aos conjuntos de dados formados por valores variados (não constantes) e que dentre eles haja valores superiores ao valor da média.	Não conseguimos identificar se os sujeitos apresentam subsunçores do conceito de média,	3%
8. Em Branco	Deixaram a questão em branco.	—	8%

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos o quadro 8, observa-se que 63% dos sujeitos assinalaram as alternativas corretas (b, c), as quais correspondiam ao valor da média. Isto quer dizer que 113 alunos acertaram a questão. Constata-se assim, até um número significativo de acertos a questão, desta forma acreditamos que isso ocorre por se tratar de um contexto que eles vivenciam, a questão de notas para serem aprovados ao final do ano.

Vejamos a seguir um exemplo de resposta desse grupo que apresenta a resposta correta, assim apresentando subsunçores do conceito de média envolvido na questão trabalhada.

**Figura 14- Resposta correta da Q2, com escolha dos conjuntos de dados, os quais correspondem à média apresentada na questão.**

**(Questão 2)** Marcos obteve no final do ano a média 4 em Geografia. Coloque V (Verdadeiro) ou F (Falso) para as possíveis notas recebidas por Marcos nas quatro unidades do ano letivo:

a) (F) 1, 1, 1, 1                      c) (V) 4, 4, 4, 4                      e) (F) 1, 2, 3, 4  
b) (V) 1, 2, 4, 9                      d) (F) 1, 2, 4, 8                      f) (F) 1, 2, 4, 10

Se desejar, justifica tuas escolhas.

$$\frac{1+2+4+9}{4} = \frac{16}{4} = 4, \quad e \quad \frac{4+4+4+4}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

Fonte: O autor, 2017

Como podemos analisar na figura 14, os alunos que responderam corretamente tinham conhecimento do procedimento do cálculo da média aritmética, na figura observamos que o aluno de nº 173 desenvolveu o cálculo adequadamente. Tratando-se dos subsunçores, podemos destacar que os alunos ao responderem corretamente esta questão tem conhecimentos (subsunçores) do conceito de média aritmética, adição e divisão.

A seguir buscamos analisar um exemplo de uma resposta dos alunos que consideraram como verdadeiras as alternativas (b, c, d, f), onde nas duas primeiras é obtida corretamente a média, já as letras (d, f) apresentam um número aproximado do valor da média. Percebemos em algumas respostas desse tipo que os alunos em sua maioria consideram apenas a parte inteira do número, onde foi considerada a possibilidade de arredondamento. Aparentemente indica que os sujeitos não reconhecem a média aritmética como um número decimal, a consideração dos conjuntos de dados em que o valor da média obtida a partir dos mesmos, corresponde a um número que pode ser arredondado para mais ou para menos, em função do valor da média apresentada na questão.

**Figura 15- Resposta incorreta da Q2 escolhem os conjuntos de dados que correspondem ao valor da média, bem como os conjuntos em que a média obtida é um número aproximado do valor da média apresentada na questão**

**(Questão 2)** Marcos obteve no final do ano a média 4 em Geografia. Coloque V (Verdadeiro) ou F (Falso) para as possíveis notas recebidas por Marcos nas quatro unidades do ano letivo:

a) (F) 1, 1, 1, 1                      c) (V) 4, 4, 4, 4                      e) (F) 1, 2, 3, 4  
b) (V) 1, 2, 4, 9                      d) (V) 1, 2, 4, 8                      f) (V) 1, 2, 4, 10

Se desejar, justifica tuas escolhas.

*as questões são verdadeiras nas alternativas (b, c, D, F) pois a média é arredondada*

*Exemplos:  $\frac{8+4+2+1}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$  ou seja 4*

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos a figura 15, observamos que os alunos apresentam como verdadeira as alternativas corretas (d, f), as alternativas que correspondem aos conjuntos em que o valor da média é aproximado. Nesta figura percebe-se que o sujeito faz um arredondamento seja para mais (alternativa “d” – 3,75) ou para menos (alternativa “f” – 4,25) considerando apenas a parte inteira do número.

Apresentaram essa resposta 9% dos alunos. Tratando-se dos subsunçores apresentados nestas respostas condiz que os sujeitos não compreenderam adequadamente o conceito de média. Tendo em vista que arredondaram os valores da média, dando a entender que a média não poderia ser um número decimal.

Analisaremos a seguir a figura 16, onde utilizaram como estratégia escolher um conjunto de dados em que os valores são constantes e iguais ao valor da média apresentada na questão. Portanto foi assinalado como resposta a alternativa “c”, referindo-se a valores constantes e iguais a média apresentada na questão.

**Figura 16- Resposta incorreta da Q2, com escolha do conjunto de dados em que os valores são constantes e iguais ao valor da média apresentada na questão**

**(Questão 2)** Marcos obteve no final do ano a média 4 em Geografia. Coloque V (Verdadeiro) ou F (Falso) para as possíveis notas recebidas por Marcos nas quatro unidades do ano letivo:

a)  1, 1, 1, 1                      c)  4, 4, 4, 4                      e)  1, 2, 3, 4

b)  1, 2, 4, 9                      d)  1, 2, 4, 8                      f)  1, 2, 4, 10

Se desejar, justifica tuas escolhas.

*não*

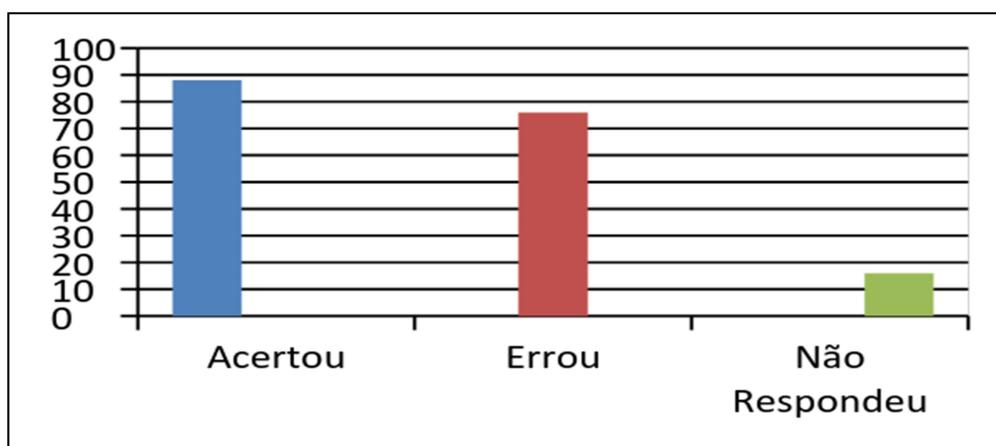
Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos a figura 16, constatamos que os sujeitos ao responderem como verdadeira apenas a alternativa “c” onde o conjunto de dados é composto por valores constantes e iguais à média, eles desconsideram a alternativa “b” que também está correta.

Este tipo de resposta está presente em 6% das respostas. Nesta estratégia os sujeitos não apresentam subsunçores do conceito de média, onde só marcaram a alternativa onde os valores são constantes e iguais ao da média, portanto um entendimento errôneo.

A seguir demonstraremos a quantidade de acertos, erros e sujeitos que decidiram por não responder deixando a questão Q3 em branco. Vejamos o gráfico a seguir:

**Gráfico 6- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q3**



Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos o gráfico 6, percebemos que o quantitativo de acertos e erros ficaram bem parecidos, porém observa-se que o percentual dos que decidiram por não responder também teve uma leve alta comparada com as questões analisadas até aqui.

O quadro a seguir, demonstrará as respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais na Q3. Nesta questão, requer-se a média aritmética, entendendo-a como uma estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida (significado). Em relação ao invariante, a questão implicava no reconhecimento de que a média é influenciada por cada um e por todos os valores.

**Quadro 9- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q3**

<b>Resposta</b>	<b>Estratégias</b>	<b>Subsunçores</b>	<b>%</b>
1. Os sujeitos apresentam uma resposta correta, com explicitação do procedimento de resolução, onde se faz uso do algoritmo da média aritmética.	Os sujeitos demonstram a resposta correta por meio do cálculo da média aritmética: soma de todos os valores da variável dividido pela quantidade de dados.	Os sujeitos apresentam subsunçores do conceito de média aritmética, de adição, divisão.	37%
2. Os sujeitos demonstram a resposta correta sem explicitação do procedimento de resolução;	Os sujeitos apresentam apenas a resposta correta para a situação proposta.	Nesta questão específica, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas apresenta a resposta.	12%
3. Apresentam a resposta incorreta, com uso da adição dos valores da variável.	Os sujeitos que responderam desta forma, responderam incorretamente, pois somam os valores apresentados no enunciado da questão. Constata-se assim, que ao usarem esta estratégia eles fazem uso do seguinte procedimento: usar um algoritmo conhecido na tentativa de solucionar uma questão que envolve um procedimento de cálculo ainda não compreendido.	Os sujeitos que utilizaram esse método, fazem uso de subsunçores de adição. Porém, fica nítido que os mesmos não conseguiram compreender o que a questão solicitava, sendo assim provavelmente os sujeitos não tem subsunçores do significado de média trabalhada na questão;	4%
4. Apresentam uma resposta incorreta, com uso do valor da maior coluna.	Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com uso de um valor apresentado na própria questão, especificamente o valor da maior coluna. A utilização	Os sujeitos que utilizaram esse método não conseguiram compreender o que a questão solicitava, sendo assim provavelmente os sujeitos	7%

	dessa estratégia refere-se à localização de ponto extremo no gráfico, neste caso o ponto máximo.	não tem subsunçores do significado de média trabalhada na questão.	
5. Apresentam uma resposta incorreta, com uso do valor da menor coluna.	Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com uso de um valor apresentado na própria questão, especificamente o valor da menor coluna. A utilização dessa estratégia refere-se à localização de ponto extremo no gráfico, neste caso o ponto mínimo.	Os sujeitos que utilizaram esse método não conseguiram compreender o que a questão solicitava, sendo assim provavelmente os sujeitos não tem subsunçores do significado de média trabalhada na questão.	29%
6. Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com uso de valores, os quais não apresentam nenhuma relação com a situação proposta.	Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com uso de valor que não faz sentido para a situação proposta.	Nesta questão específica, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor	2%
7. Em Branco	Os sujeitos deixaram a questão em branco, onde não é apresentada nenhuma tentativa de resolução da questão. Sendo assim, a falta da resposta possa ter sido motivada pela incompreensão do conceito envolvido na questão, pela dificuldade de compreensão do contexto da situação proposta, pelo desinteresse em responder o teste, dentre outras conjecturas.	—	9%

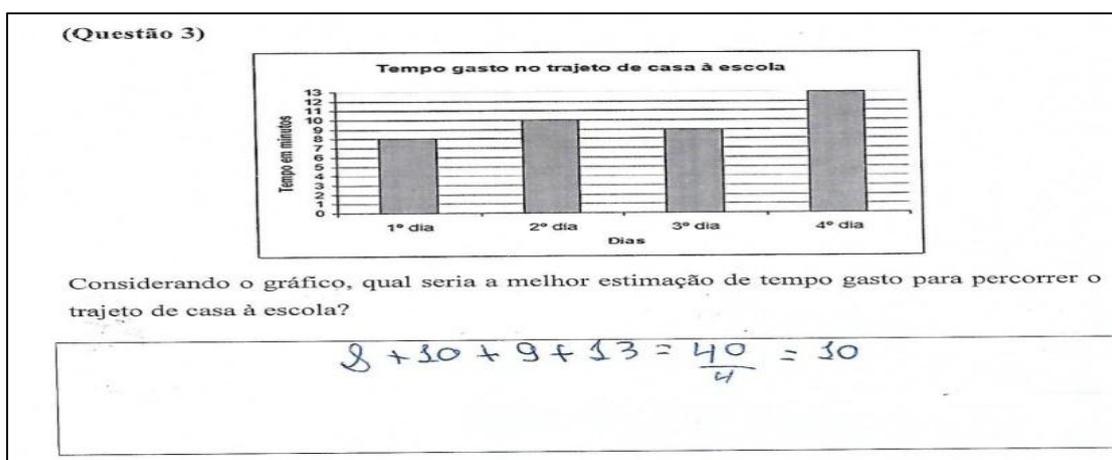
Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos o quadro 9, percebemos que as estratégias 1, 2 e 5 foram as mais utilizadas pelos alunos, onde a maioria 37 % respondeu corretamente, com explicitação do procedimento de resolução, já que fizeram uso do algoritmo da média aritmética, onde 12% também respondeu corretamente, mas não demonstraram como chegaram a tal resultado. Após, a estratégia 1 a segunda mais utilizada foi a estratégia 5 onde nota-se que 29 % dos sujeitos responderam incorretamente à questão fazendo uso da menor coluna.

Isto quer dizer que 67 alunos apresentaram uma resposta correta com uso da média aritmética, outros 21 responderam corretamente, mas não demonstram como chegaram até o resultado já 53 alunos fizeram uso da menor coluna para destacar que a estimativa da média aritmética era o dia que gastava menos tempo.

Desta forma, analisaremos a seguir a figura, onde demonstra um exemplo de resposta correta fazendo uso do conceito de média aritmética. Vejamos o exemplo a seguir:

**Figura 17- Resposta correta da Q3, com explicitação do procedimento de resolução, onde se faz uso do algoritmo da média aritmética**

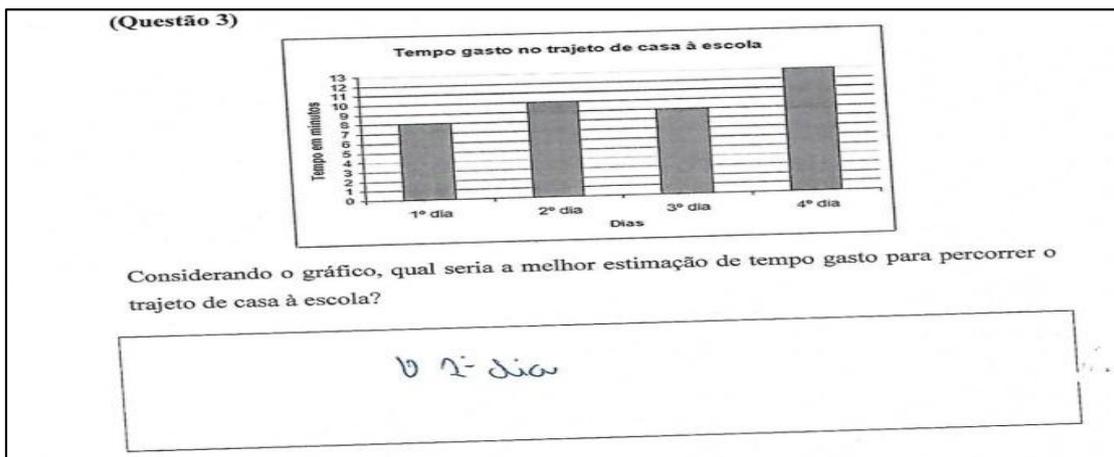


Fonte: O autor, 2017

Ao analisar a figura 17, vemos que os alunos que fizeram uso desta estratégia responderam corretamente através do cálculo da média aritmética: soma de todos os valores da variável dividido pela quantidade de dados. Nesta questão era esperado que todos os alunos do 1º ano do Ensino Médio fizessem uso desta estratégia. Apenas 37 % fizeram o uso da mesma, ficando assim muito aquém do desejado. Tratando-se dos sujeitos que responderam através desta estratégia apresentam subsunçores do conceito de média aritmética, de adição, divisão.

A seguir analisaremos os sujeitos que responderam corretamente, mas não demonstraram como chegaram a tal cálculo, esse sujeitos fizeram uso da estratégia de apresentar apenas a resposta correta para situação proposta.

**Figura 18- Resposta correta da Q3, sem explicitação do procedimento de resolução**



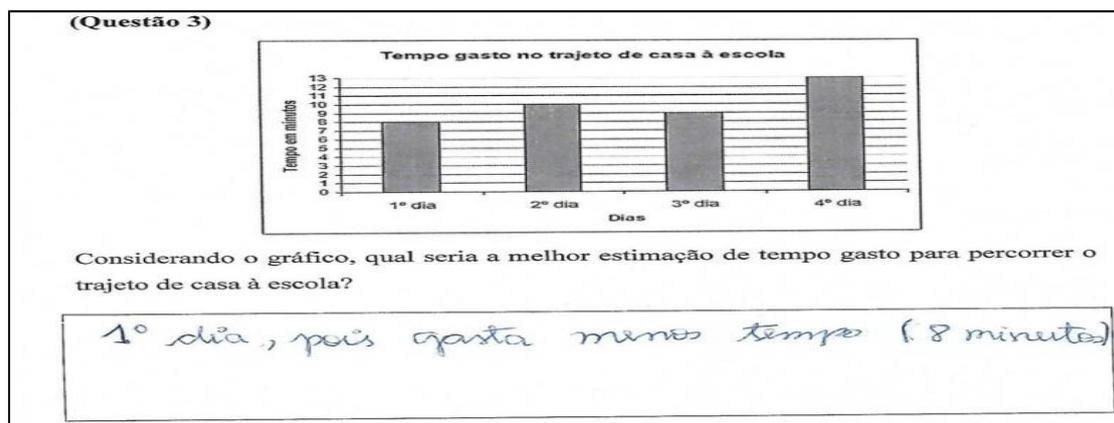
Fonte: O autor, 2017

Como podemos ver na figura 18, os alunos que utilizaram tal estratégia não desenvolveram nenhum cálculo relacionado com a média aritmética explicitamente, desta forma, supõe-se que o aluno tenha feito uso do cálculo mental. Dos 180 alunos, 21 apresentaram esse tipo de estratégia, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas apresentou a resposta.

Destacamos que as duas estratégias analisadas até aqui na questão Q3, correspondem a 49% das respostas. O resultado se torna insatisfatório tratando-se de alunos do 1º ano do Ensino Médio já que os mesmos conhecem o conteúdo desde os anos finais do ensino fundamental.

Analisaremos a seguir um exemplo de alunos que apresentaram uma resposta incorreta, com uso de um valor apresentado na própria questão, especificamente o valor da menor coluna. A utilização dessa estratégia refere-se à localização de ponto extremo no gráfico, neste caso o ponto mínimo. Vejamos a seguir o exemplo na figura 20:

**Figura 19- Resposta incorreta da Q3, com uso do valor da menor coluna**



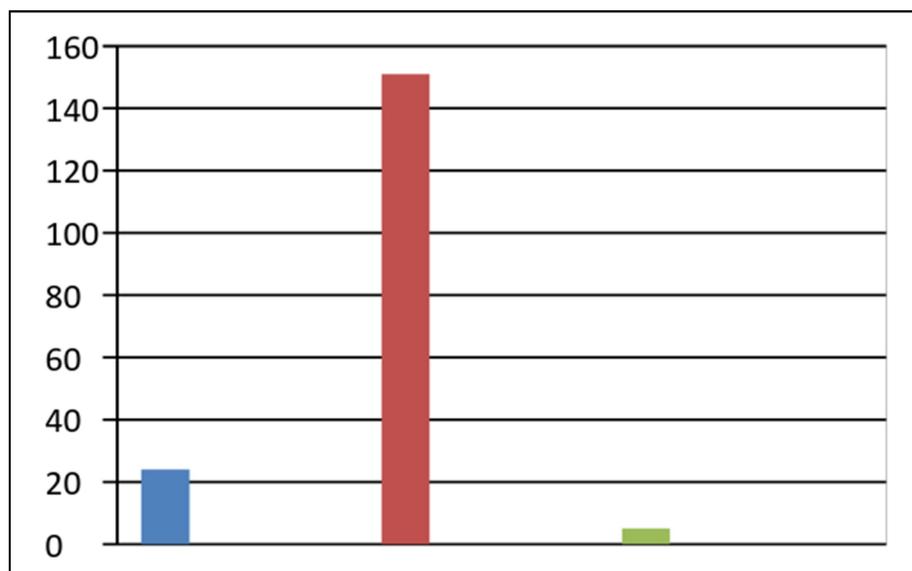
Fonte: O autor, 2017

A figura 19 representa a estratégia utilizada por vários alunos, em que se utiliza como resposta o menor valor entre os dados (ponto mínimo que corresponde à coluna mais baixa). O sujeito justifica sua escolha afirmando o seguinte: “1º dia, pois gasta menos tempo (8 minutos)”. Constata-se, então, que o sujeito considera como melhor estimativa o menor valor, na situação posta, desconsiderando o valor da média como estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida.

Esta questão esteve presente em 29% dos alunos, isso quer dizer que 53 escolheram esta estratégia para resolver tal questão. No que condiz com os subsunçores os sujeitos que utilizaram esse método não conseguiram compreender o que a questão solicitava, sendo assim provavelmente os sujeitos não tem subsunçores do conceito de média trabalhada na questão.

Neste tipo de resposta, observamos que ao escolherem o menor valor da variável como a melhor estimativa de tempo gasto, destaca-se a dificuldade em compreender a média aritmética como uma estimativa de uma quantidade desconhecida, em presença de erros de medida (significado da média).

A seguir demonstraremos a quantidade de acertos, erros e sujeitos que decidiram por não responder deixando a questão Q4 em branco. Vejamos o gráfico a seguir:

**Gráfico 7- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q4**

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos o gráfico 7 vemos que a maioria apresentou uma resposta incorreta, observamos também que das analisadas até aqui, esta foi a que mais os sujeitos “participaram”, ou seja, foi a que teve menos alunos que deixaram a questão em branco. Vemos que esta questão foi a que obteve mais erros, onde mais de 84 % das respostas apresentadas eram incorretas, os dados são mais alarmantes ainda quando somam-se com os que não responderam à questão onde o percentual ultrapassa os 86%.

Analisaremos a seguir, no quadro os tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais da questão Q4. A questão solicitava o reconhecimento da média como valor que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição (significado). Também envolvia a ideia de que a média está localizada entre os valores extremos (invariante).

**Quadro 10- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q4**

Resposta	Estratégias	Subsunçores	%
1. Os sujeitos apresentam resposta correta, porém não explicam o procedimento da resolução	Os sujeitos apresentam apenas a resposta correta que é a média citada na própria questão.	Nesta questão específica, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas apresenta a resposta.	13%
2. Os sujeitos apresentam		Nesta questão os sujeitos apresentam	

resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética.	Apresentam resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética.	subsunçores de adição, divisão e do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresenta o significado da questão específica.	9%
3. Apresentam a resposta incorreta, com uso de compensação em função do valor da média.	Os sujeitos apresentam resposta incorreta, com uso do seguinte procedimento:  I. Multiplicam o valor da média por 5 (quantidade de pessoas no teste A ou quantidade de alunos no teste B);  II. Somam os valores da variável;  III. Subtraem do 1º resultado o 2º resultado.	Nesta questão os sujeitos apresentam subsunçores de adição, divisão, multiplicação e subtração. Porém, não apresentam o significado da questão específica.	28%
4. Os sujeitos apresentam resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética, porém dividem por 5 (cinco).	Apresentam resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética, porém dividindo por 5 (cinco).	Nesta questão os sujeitos apresentam subsunçores de adição, divisão e do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresenta o significado da questão específica.	23%
5. Resposta incorreta, com uso de valor (es) apresentado (s) na questão.	Os sujeitos apresentam resposta incorreta, com uso de valor (es) apresentado (s) na questão.	Nesta questão percebemos a falta de alguns subsunçores para resolução da questão, tal como, do significado de média trabalhada na questão.	7%
6. Resposta apresenta-se incorreta, com uso da multiplicação do valor da média por 5	Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com uso da multiplicação do valor da média por 5 (quantidade de pessoas).	Nesta questão os sujeitos apresentam subsunçores de multiplicação. Porém, não apresenta o significado da questão específica.	5%
7. Apresentam resposta incorreta, com uso de valores, os quais não	Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com uso de valores que não fazem sentido para a situação proposta.	Nesta questão específica, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no	8%

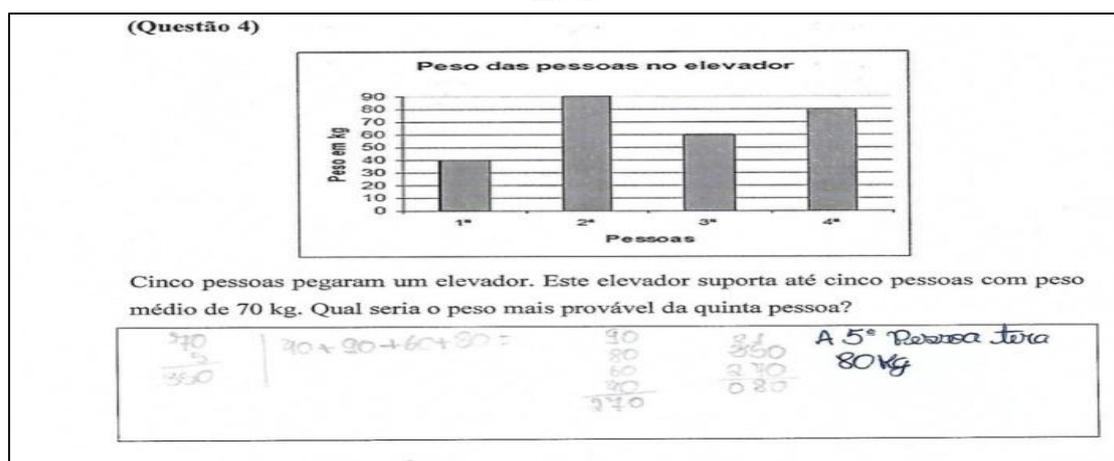
apresentam relação com a situação proposta.		sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas apresenta a resposta.	
8. Em branco	Os sujeitos deixaram a questão em branco, onde não é apresentada nenhuma tentativa de resolução da questão. Sendo assim, a não resposta possa ter sido motivada pela incompreensão do conceito envolvido na questão, pela dificuldade de compreensão do contexto da situação proposta, pelo desinteresse em responder o teste, dentre outras conjecturas.	—	7%

Fonte: O autor, 2017

Ao analisar o quadro 10, observamos com maiores frequências as estratégias 3, 4 e 1. A estratégia 3, aparece com 28%, a estratégia diz respeito ao procedimento de compensação a partir do valor da média e da quantidade de dados, a resposta é considerada incorreta, porém foi bem conveniente analisar o raciocínio dos sujeitos que a utilizaram.

Analisaremos a figura 20, onde apresenta-se uma resposta incorreta com uso do procedimento de compensação a partir do valor da média.

**Figura 20- Resposta incorreta da Q4, com uso de compensação em função do valor da média**



Fonte: O autor, 2017

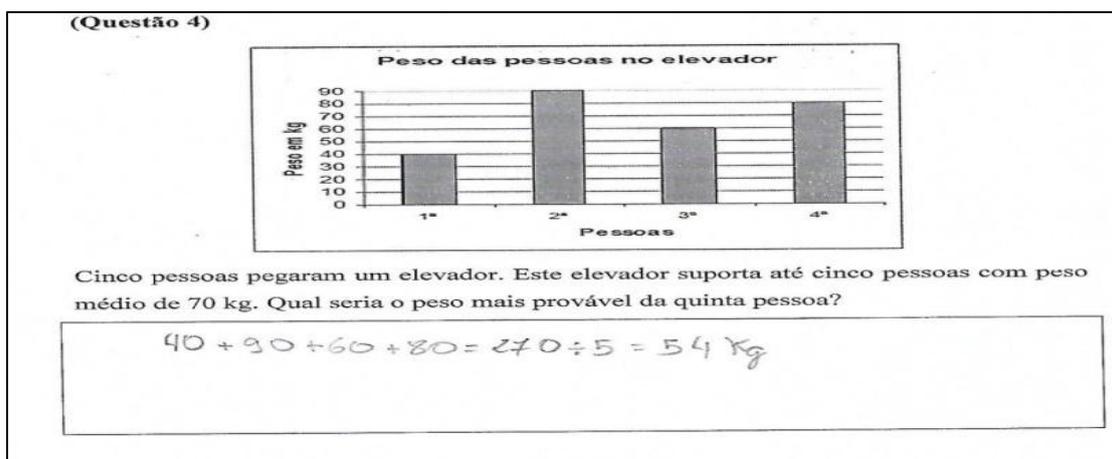
Podemos analisar o procedimento demonstrado na Figura 20, em que multiplicou-se o valor que correspondia ao peso médio por 5 (quantidade de pessoas que pegaram o elevador), obtendo o valor de 350 kg. Em seguida, subtraiu desse valor 270 (correspondente à soma dos valores da variável no gráfico). Por fim, conseguiu

como resultado 80 (valor do peso máximo que a 5ª pessoa poderia ter para ser suportada pelo elevador), que consideram ser o valor que provavelmente teria a quinta pessoa.

Destacamos que dos 180 alunos, 50 utilizaram esta estratégia, ressaltamos que a questão Q4 é considerada complexa, tendo em vista que a resposta da própria questão se apresenta no enunciado, ou seja, a resposta correta é a própria média que consta no enunciado da questão. No que diz respeito aos subsunçores os sujeitos apresentam de adição, divisão, multiplicação e subtração. Porém, não apresentam o conceito da questão específica.

Neste contexto analisaremos a seguir, a segunda estratégia mais utilizada pelos sujeitos que responderam as questões. A estratégia apresenta uma resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética, porém dividindo por 5 (cinco). Vejamos agora o exemplo a seguir:

**Figura 21- Resposta incorreta da Q4, com uso do algoritmo da média aritmética, porém dividem por 5 (cinco)**



Fonte: O autor, 2017

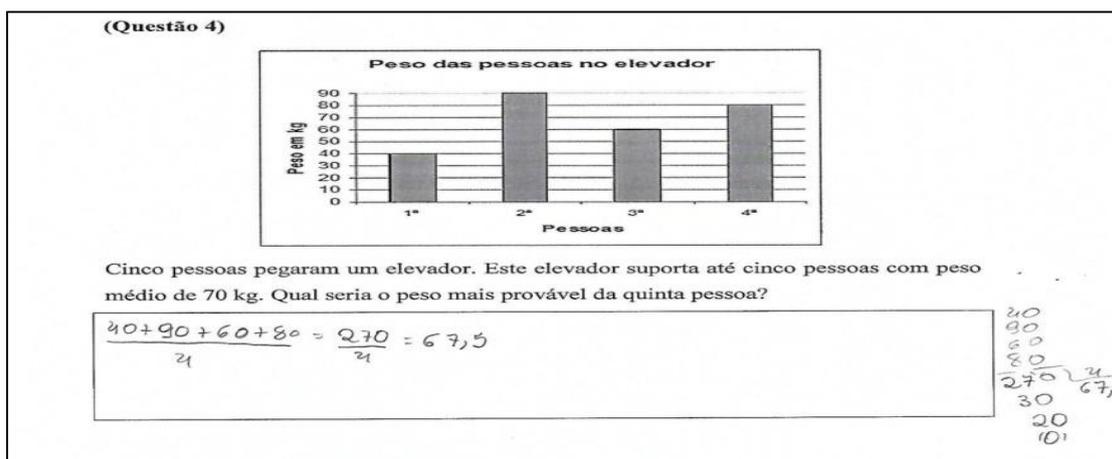
Esta estratégia foi utilizada por 23% dos 180 sujeitos, os que utilizam desta estratégia buscavam chegar ao cálculo correto. Porém, como podemos analisar na figura 21, vemos que eles chegam em uma resposta incorreta.

A estratégia utilizada por esse grupo de sujeitos faz uso do algoritmo da média aritmética, porém dividem por 5 (cinco). Ou seja, eles somam todos os valores das variáveis obtendo 270 em seguida eles dividem por 5 (quantidade de sujeitos que cabem no elevador) ao final do cálculo eles obtêm como resposta 54, estando assim incorreto. Tratando-se dos subsunçores, nesta questão os sujeitos apresentam de adição, divisão e

do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresenta o significado da questão específica.

Analisaremos agora, outra estratégia bem semelhante com a analisada na figura anterior, onde os sujeitos apresentam resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética. Vejamos a seguir um exemplo de uma das respostas apresentada por esses sujeitos.

**Figura 22- Resposta incorreta da Q4, com uso do algoritmo da média aritmética**



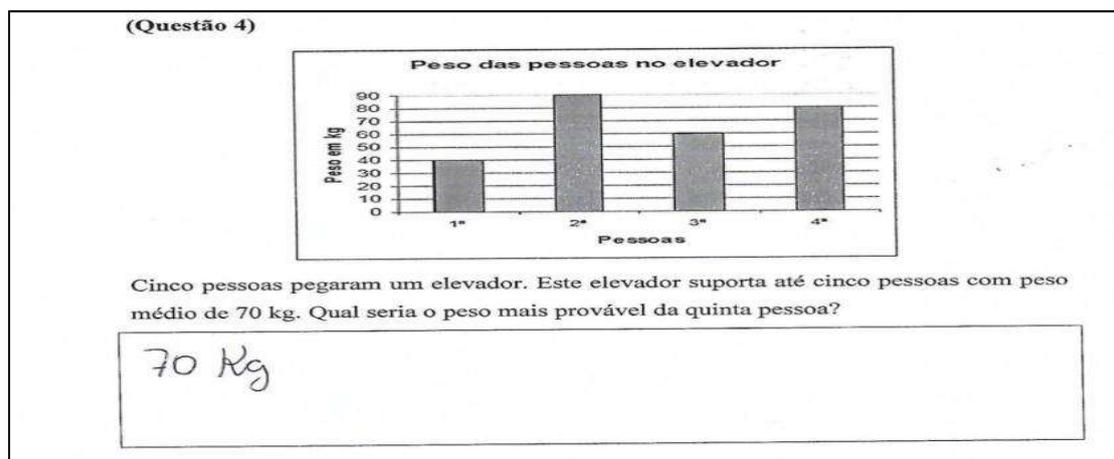
Fonte: O autor, 2017

Esta estratégia foi bem utilizada pelos sujeitos, onde eles usam o cálculo do algoritmo da média considerando apenas os quatro valores apresentados no gráfico. Nesta estratégia eles utilizam a soma de todos os valores das variáveis obtendo 270 em seguida eles dividem por 4 (quantidade de sujeitos) ao final do cálculo eles obtêm como resposta 67,5, estando assim incorreto.

Nesta estratégia utilizada por 9% dos que participaram da pesquisa é notável que eles não levam em consideração a 5ª pessoa na obtenção da resposta. Esse método indica uma dificuldade de compreensão em relação ao significado levantado por Batanero (2000) que diz respeito ao reconhecimento da média como valor mais provável ao contar com um dado faltando em uma distribuição. Já os subsunçores presentes nesta questão, os alunos apresentam: de adição, divisão e do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresentam o conceito da questão específica.

Analisaremos na figura a seguir as respostas corretas, onde os sujeitos não justificam como chegaram a tal resultado. Vejamos a seguir um exemplo de uma das respostas dos sujeitos que a acertaram.

**Figura 23- Resposta correta da Q4, porém não explicam o procedimento da resolução**



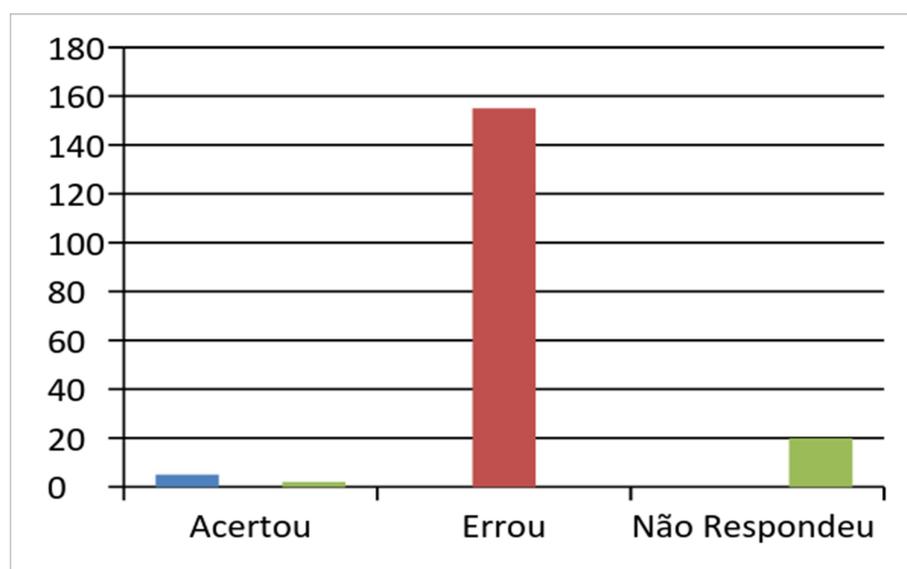
Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos a figura 23 vemos que os alunos apresentam a resposta correta, porém não explicam o procedimento da resolução. Desta forma, não conseguimos analisar se havia ou não algum subsunçor no sujeito ao resolver a questão, já que o mesmo apenas coloca a resposta.

Este método está presente em 13% dos 180 sujeitos que participaram da pesquisa, ou seja, apenas 24 responderam corretamente. Esses dados são considerados insatisfatórios, levando em conta que são alunos do 1º ano do ensino médio.

A seguir demonstraremos a quantidade de acertos, erros e sujeitos que decidiram por não responder deixando a questão Q5 em branco. Vejamos o gráfico a seguir:

**Gráfico 8- Quantidade de acertos, erros e alunos que não responderam Q5**



Fonte: O autor, 2017

O gráfico 8 demonstra que a questão foi a mais alarmante entre todas até aqui, o quantitativo de acertos na questão é insignificante em comparação aos que erraram. Percebe-se que o quantitativo de erros e os que optaram em não responder essa questão foi bem expressivo, ultrapassando os 95% dos sujeitos que participaram da pesquisa.

Analisaremos a seguir a Q5, a questão tinha por significado estimação de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição – cálculo da melhor estimativa de um valor desconhecido. A questão solicita que os sujeitos indiquem qual o melhor método a ser utilizado para se obter com melhor precisão o peso de um mesmo objeto.

Esta questão, consideramos como complexa pelo alto índice de erros, onde segundo Batanero (2000), em algumas situações, precisamos medir uma quantidade  $x$  desconhecida de certa magnitude. Sendo assim, com às imperfeições dos instrumentos de medida, com medições sucessivas, conseguiremos distintos valores como medidas de  $x$ . Desta forma, o procedimento para se chegar a uma resposta correta na questão Q5 é descartar o valor que se apresenta em uma escala muito alta, em seguida somar todas as variáveis e dividir pela quantidade de dados.

Portanto, analisaremos no quadro a seguir, os tipos de respostas, justificativas, subsunçores e percentuais (o percentual considera os 180 sujeitos) apresentados pelos sujeitos investigados ao responderem à questão Q5.

**Quadro 11- Tipos de respostas, estratégias, subsunçores e seus respectivos percentuais apresentados pelos alunos ao resolverem a Q5**

<b>Resposta</b>	<b>Justificativa</b>	<b>Subsunçores</b>	<b>%</b>
1. Os sujeitos apresentam uma resposta correta, fazendo uso do conceito da média aritmética.	Os sujeitos apresentam uma resposta correta, fazendo uso do conceito da média aritmética, utilizando como procedimento descartar o valor que apresenta em uma escala muito alta, em seguida somar todas as variáveis e dividir pela quantidade de dados.	O subsunçor presente por quem resolveu utilizando este método, corresponde com entendimento do conceito da média aritmética, justificando-se que a variável que se encontra muito alta (escala muito alta) influenciará para um cálculo errôneo da média aritmética.	2%
2. Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, utilizando o número mais	Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, os mesmos utilizam como estratégia usar a moda o número que mais se repete.	Nesta questão torna-se nítido a falta do subsunçor do conceito de média aritmética, onde os sujeitos só relacionam com moda.	14%

comum, que é o 6,3			
3. Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, usar 6,15 considerando como o peso mais preciso.	Os sujeitos apresentam uma resposta incorreta, com uso de um valor apresentado na própria questão, especificamente o valor da menor variável. A utilização dessa estratégia refere-se à localização de ponto mínimo na distribuição de dados, neste caso apontando como correto o ponto mínimo.	Os sujeitos que utilizaram esse método não conseguiram compreender o que a questão solicitava, sendo assim provavelmente os sujeitos não tem subsunçores do significado de média trabalhada na questão.	4%
4. Os sujeitos apresentam resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética.	Apresentam resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética. Ou seja, somam todas as variáveis e dividem pela quantidade de dados.	Nesta questão os sujeitos apresentam subsunçores de adição, divisão e do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresenta o significado da questão específica.	61%
5. O sujeito apresenta resposta incorreta, usa 6,2 por considerar que está correta por se situar no meio dos dados.	O sujeito apresenta uma resposta incorreta, o mesmo utiliza como estratégia usar a mediana o número que está situado no meio da distribuição de dados.	Não conseguimos identificar se os sujeitos apresentam subsunçor do conceito de média aritmética, onde os sujeitos só relacionam com moda.	5%
6. Deixar a questão em branco	Os sujeitos deixaram a questão em branco, onde não é apresentada nenhuma tentativa de resolução da questão. Sendo assim, a não resposta possa ter sido motivada pela incompreensão do conceito envolvido na questão, pela dificuldade de compreensão do contexto da situação proposta, pelo desinteresse em responder o teste, dentre outras conjecturas.	—	13%

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos o quadro 10, percebemos que 84 % dos sujeitos que participaram da pesquisa erraram esta questão, outros 13% deixaram a questão em branco, onde não é apresentada nenhuma tentativa de resolução da questão. Sendo assim, a falta da resposta, pode ter sido motivada pela incompreensão do conceito envolvido na questão, pela dificuldade de compreensão do contexto da situação proposta, pelo desinteresse em responder o teste, dentre outras conjecturas.

Desta forma, dos alunos que não responderam ou que erraram esta questão totalizam-se 97 %, dos participantes isto quer dizer que 175 alunos erraram ou não responderam à questão. São dados insatisfatórios para alunos do 1º ano do ensino médio tendo em vista que os alunos deveriam trabalhar com esses conceitos desde os anos finais do fundamental I.

Analisaremos a seguir as principais respostas e estratégias usadas pelos alunos, fica claro no quadro que as estratégias mais utilizadas foram a: 4, 2 e 5. Porém, analisaremos uma das respostas corretas para notarmos como os sujeitos que obtiveram a resposta correta chegaram até ela.

Analisaremos a seguir a figura, com a resposta e estratégia que os sujeitos utilizaram para responder corretamente à questão Q5, vejamos:

**Figura 24- Resposta correta da Q5, fazendo uso do conceito da média aritmética**

(Questão 5) Nove estudantes pesaram um pequeno objeto com um mesmo instrumento em uma aula de ciências. Cada estudante registrou os seguintes pesos (em gramas):

6,3 6,0 6,0 ~~6,1~~ 6,1 6,3 6,2 6,15 6,3.

Os estudantes querem determinar com a maior precisão possível o peso real do objeto. Qual dos seguintes métodos é recomendado que utilizem?

$6,3 + 6,0 + 6,0 + 6,1 + 6,1 + 6,2 + 6,15 + 6,3 = \frac{49,35}{8}$   
 $R = 6,168...$

(a) Usar o número mais comum, que é 6,3.  
 (b) Usar 6,15, posto que é o peso mais preciso.  
 (c) Somar os 9 números e dividir a soma por 9.  
 (d) Usar 6,2, pois quatro medidas ficam abaixo e quatro acima.

Outro método. Qual? Dividir o 49,35 a soma o que sobrou e dividir por 8.

Se desejar, justifica tua resposta.

Fonte: O autor, 2017

Antes de começarmos a análise da figura 24, volto a ressaltar que o pesquisador se fez presente em todas as turmas que foram aplicadas a análise, ressaltando assim que o mesmo presenciou toda a inquietação dos sujeitos em algumas questões, desta forma destaca-se para os sujeitos que apresentaram este tipo de resposta correta, onde dois deles em salas diferentes chamaram o pesquisador e falaram:

*Aluno: Professor, esta questão está errada?*

*Pesquisador: Não, por quê?*

*Aluno: veja o peso desse aqui, ele errou, olha a diferença do peso dos demais. Isto é uma pegadinha né? Vou descartar esse aqui que está errado, e irei fazer o cálculo da média.*

*Pesquisador: Ok*

Como podemos ver na resposta dos sujeitos que responderam corretamente, eles analisaram que se tratava de um mesmo objeto, sendo assim não poderia apresentar tamanha diferença, desta forma eles questionaram o pesquisador, se aquilo tratava-se de uma pegadinha para eles errassem a questão, em seguida já foram informando o método que eles iriam utilizar para chegar a uma resposta correta.

Portanto, os sujeitos apresentaram como justificativa: “descartar o 15,3 somar o que sobrar e dividir por 8”, ou seja, fizeram o método que era esperado para alunos do 1º ano do Ensino Médio, a primeira coisa que fizeram, como podemos ver na figura, foi descartar o 15,3 onde colocaram um “x” em seguida somaram todos os valores dos dados e dividiram por 8, apresentando assim, a forma correta de resolver a questão. Eles ainda foram além do solicitado e realizaram o cálculo, pois a questão só solicitava o método para se obter uma resposta correta.

Tratando-se do subsunçor presente por quem resolveu utilizando esta estratégia, corresponde com entendimento do conceito da média aritmética, justificando-se que a variável que se encontra muito alta (escala muito alta, tratando-se de um mesmo objeto) influenciará para um cálculo errôneo da média aritmética.

Destacamos ainda que infelizmente só 2% dos 180 sujeitos apresentaram respostas desse tipo, ou seja, de todos que participaram da pesquisa apenas 5 sujeitos apresentaram esta resposta. Indagamos assim, de tão complexa que consideramos esta questão onde o quantitativo de acertos para o total de pesquisados é muito, mas muito baixo. Analisaremos a seguir uma resposta errônea, onde 61% dos sujeitos empregaram este tipo de estratégia.

Na figura abaixo analisaremos uma resposta incorreta, onde os sujeitos fazem uso do algoritmo da média aritmética. Vejamos a figura a seguir:

**Figura 25- Resposta incorreta da Q5, com uso do algoritmo da média aritmética**

(Questão 5) Nove estudantes pesaram um pequeno objeto com um mesmo instrumento em uma aula de ciências. Cada estudante registrou os seguintes pesos (em gramas):

6,3 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,3.

Os estudantes querem determinar com a maior precisão possível o peso real do objeto. Qual dos seguintes métodos é recomendado que utilizem?

(a) Usar o número mais comum, que é 6,3.

(b) Usar 6,15, posto que é o peso mais preciso.

Somar os 9 números e dividir a soma por 9.

(d) Usar 6,2, pois quatro medidas ficam abaixo e quatro acima.

(e) Outro método. Qual? \_\_\_\_\_.

Se desejar, justifica tua resposta.

Somar todas as medidas e dividir por 9.  
Que dará o resultado de 7,4.

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos esta figura 25, percebemos que os alunos que fizeram uso dessa estratégia, apresentam resposta incorreta, com uso do algoritmo da média aritmética. Ou seja, somam todas as variáveis e dividem pela quantidade de dados, os alunos não consideram a possibilidade do aluno que pesou o objeto e obteve 15,3 ter errado, já que a questão deixa bem claro que se trata de um mesmo objeto. Portanto, usam como método somar todas as variáveis e dividir pela quantidade de dados. Um dos alunos como podemos ver usa como justificativa que: “Somar todas as medidas e dividir 9. Que dará o resultado de 7,1”, assim errando a resposta da questão.

Se analisarmos as duas respostas apresentadas, percebemos a diferença de valores onde a correta é aproximadamente 6,1 e a incorreta 7,1. Isto quer dizer que se analisarmos os dados, a resposta mais próxima do valor real do objeto é 6,1 estando assim correta.

Vemos que o método utilizado na Q5 até aqui foi bem parecido nas duas estratégias, onde um utilizou 9 dados e outro 8 dados. Desta forma, nesta segunda estratégia analisada destacamos que os sujeitos apresentam subsunçores de adição,

divisão e do conceito geral da média aritmética. Porém, não apresentam o conceito da questão específica.

Analisaremos a seguir, um exemplo de uma resposta incorreta, onde os sujeitos apresentam como o melhor método a ser utilizado, usar o número mais comum. Vejamos o exemplo na figura abaixo:

**Figura 26- Resposta incorreta da Q5, utilizando o número mais comum, que é o 6,3**

**(Questão 5)** Nove estudantes pesaram um pequeno objeto com um mesmo instrumento em uma aula de ciências. Cada estudante registrou os seguintes pesos (em gramas):

6,3 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,3.

Os estudantes querem determinar com a maior precisão possível o peso real do objeto. Qual dos seguintes métodos é recomendado que utilizem?

Usar o número mais comum, que é 6,3.

(b) Usar 6,15, posto que é o peso mais preciso.

(c) Somar os 9 números e dividir a soma por 9.

(d) Usar 6,2, pois quatro medidas ficam abaixo e quatro acima.

(e) Outro método. Qual? \_\_\_\_\_.

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos a figura 26, percebemos que os sujeitos fazem uso de um método incorreto, utilizam como estratégia usar a moda, o número que mais se repete. Ou seja, para eles a média seria obtida utilizando o dado que aparece mais vezes no enunciado da questão.

Percebemos ainda que todos que utilizaram esta estratégia não quiseram justificar suas respostas. Desta forma, não conseguimos achar subsunções relacionados com a média. Este tipo de resposta esteve presente em 14% dos 180 sujeitos, isto quer dizer que 25 alunos fizeram uso desta estratégia. Conclui-se assim que os alunos que fizeram uso desta estratégia, provavelmente foram motivados pela incompreensão do conceito envolvido na questão, pela dificuldade de compreensão do contexto da situação proposta e por confundirem a moda com a média.

Outra estratégia também utilizada apresenta uma resposta incorreta, onde usam a mediana o número que está situado no meio da distribuição de dados. Vejamos a seguir um exemplo deste tipo de resposta:

**Figura 27- Resposta incorreta da Q5, usa 6,2 por considerar que estar correta por se situar no meio dos dados**

**(Questão 5)** Nove estudantes pesaram um pequeno objeto com um mesmo instrumento em uma aula de ciências. Cada estudante registrou os seguintes pesos (em gramas):

6,3 6,0 6,0 15,3 6,1 6,3 6,2 6,15 6,3.

Os estudantes querem determinar com a maior precisão possível o peso real do objeto. Qual dos seguintes métodos é recomendado que utilizem?

(a) Usar o número mais comum, que é 6,3.

(b) Usar 6,15, posto que é o peso mais preciso.

(c) Somar os 9 números e dividir a soma por 9.

(d) Usar 6,2, pois quatro medidas ficam abaixo e quatro acima.

(e) Outro método. Qual? \_\_\_\_\_.

Se desejar, justifica tua resposta.

Fonte: O autor, 2017

Ao analisarmos a figura 27, percebemos que os sujeitos fazem uso de um método incorreto, utilizam como estratégia usar a mediana o número que se encontra no meio da distribuição de dados. Ou seja, para eles a média seria obtida utilizando o dado que aparece no meio da distribuição.

Notamos assim, que todos que utilizaram esta estratégia não quiseram justificar suas respostas. Desta forma, não conseguimos achar subsunçores relacionados com a média, onde torna-se nítido a falta do subsunçor do conceito de média aritmética, onde os sujeitos só as relacionam com mediana.

Analisando o quadro 10, percebe-se que esta estratégia esteve presente em 5% dos 180 sujeitos, isto quer dizer que 9 alunos fizeram uso desta estratégia. Conclui-se assim que os alunos que fizeram uso desta estratégia, provavelmente foram motivados pela incompreensão do conceito envolvido na questão, pela dificuldade de compreensão do contexto da situação proposta, por confundirem a moda com a média, entre outros motivos.

Destacamos que o alto índice de erros nesta questão (Q5) demonstra que os sujeitos pesquisados estão terminando o 1º ano do Ensino Médio com pouquíssimo “conhecimento” do conceito de média aritmética, dado este bastante interessante já que o PCN (1998) traz indicações que os sujeitos trabalham com questões que abordam esses conceitos.

Apresentaremos no quadro abaixo um “resumo” dos significados que os alunos trabalharam e os percentuais de acertos. Ou seja, onde os alunos tiveram um pouco mais de facilidade em responder. Veja o quadro a seguir:

**Quadro 12- Percentuais de acertos em relação aos significados**

<b>Significado</b>	<b>Questão</b>	<b>Acertos %</b>
A média serve de elemento representativo de um conjunto de valores com distribuição aproximadamente simétrica.	<b>Q2</b>	<b>63%</b>
Quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme.	<b>Q0</b>	<b>57%</b>
	<b>Q1</b>	<b>72 %</b>
Necessidade de conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição.	<b>Q4</b>	<b>13%</b>
Estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de Medida.	<b>Q3</b>	<b>49%</b>
	<b>Q5</b>	<b>3%</b>

Fonte: O autor, 2017

No quadro 12, constatamos que os sujeitos tiveram um melhor desempenho nas questões Q1 que inclui o significado da média como uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme. Porém, na questão Q0 que apresenta o mesmo significado o desempenho aparece bem menor em comparação a Q1. Portanto imaginamos assim que as diferenças apresentadas nas questões estão relacionadas ao invariante presente na questão Q0 onde a média considera todos os valores inclusive os nulos.

Dando continuidade a análise, se constata que o maior percentual de erros, ou seja, as questões que apresentaram mais dificuldade aos pesquisados foram as questões Q4 e Q5, onde apresentam-se dois significados distintos, a estimativa de uma quantidade desconhecida em presença de erros de medida e a necessidade de conhecer o que se irá obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição respectivamente. Sendo assim, um das justificativas ao grande percentual de erros nestes significados, seja o fato do mesmo não ser trabalhado como deveria em sala de aula.

Destacamos ainda, que segundo Cobo e Batanero (2004) ao realizarem um estudo sobre os significados da média nos livros de textos do ensino secundário, constataram que o significado da questão Q4 não foi encontrado em nenhum dos vinte e

dois livros analisados. Portanto, é clara a necessidade que seja promovido um trabalho sistemático de ensino relativo a este significado.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos essa pesquisa buscando compreender como o conceito de média aritmética está presente na estrutura cognitiva dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, considerando diferentes invariantes, significados e representações. E quando ocorresse a compreensão por parte dos alunos, procurar compreender quais os conhecimentos prévios utilizados por eles para chegarem a tal resultado.

Levantamos estudos e pesquisas que antecederam esse trabalho e que possibilitaram uma maior reflexão com relação aos processos de ensino e aprendizagem a respeito do conceito de média aritmética, perpassando por estudos que apontam dificuldades dos estudantes e estudos sobre livros didáticos.

Tomamos como marco teórico os estudos de Batanero (2000), pois consideramos os significados de média aritmética, apontados por ela, como de grande relevância para as pesquisas em Ensino de Estatística. Utilizamos também a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000), que enfatiza que antes da utilização de um determinado Objeto de Aprendizagem, é importante que se verifique o nível de conhecimento da turma, para depois analisar com mais profundidade os resultados. E por último, e não menos importante, as propriedades da média aritmética apresentadas por Strauss e Bichler (1988), as quais consideramos também de grande importância para o desenvolvimento da nossa pesquisa.

Procedemos a análise das respostas dos 180 (cento e oitenta) alunos que participaram da pesquisa, foram um total de aproximadamente 1.080 (um mil e oitenta) questões analisadas, considerando que cada questionário tinha 6 questões (já que a primeira era dividida em duas partes).

Identificamos que a compreensão do conceito de média aritmética por alunos do 1º ano do Ensino Médio deixa a desejar, já que grande parte dos alunos erraram as questões. Das 6 questões apresentadas, apenas uma aparece com um índice de acertos superior a 70 %, o que nos leva a concluir que a compreensão do conceito de média aritmética dos alunos do 1º ano do Ensino Médio que participaram de nossa pesquisa é insatisfatória, indo em desencontro com os PCN que afirmam que os alunos devem chegar ao 1º ano do Ensino Médio com tais reflexões e conhecimentos prévios.

Constatamos que alguns alunos que participaram da pesquisa não apresentam conhecimentos prévios acerca dos assuntos que antecedem o conceito de média aritmética, ou ao menos não conseguimos identificar, já que deixaram a questão em

branco ou apresentaram respostas que não condizem com o proposto na questão. Aproximadamente 11% dos alunos em alguma das questões não apresentaram tais conhecimentos.

A maioria dos alunos não compreende os diferentes significados acerca de média aritmética, imaginamos que isso seja consequência da não reflexão dos diferentes significados em sala de aula, onde a maioria dos livros didáticos não aborda tais significados e, conseqüentemente, os professores também não trabalham significativamente, seus conceitos.

As representações (escrita ou gráficas) de questões que abordam o conceito de média aritmética não influenciaram em um melhor entendimento dos alunos. Já que, por exemplo, a questão 1 (que é dividida em Q0 e Q1) apresenta um enunciado escrito e o índice de acertos são bem distintos. As demais questões também não apresentaram uma melhor compreensão por consequência do enunciado.

Tratando-se dos conhecimentos prévios dos alunos, a maioria apresenta um certo conhecimento de determinados assuntos, mas mesmo assim desenvolvem um cálculo errado.

Os significados que os alunos apresentaram com mais facilidade tratavam-se da quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme. Este significado estava presente nas questões Q0 e Q1 e em média 64% dos alunos conseguiram chegar a uma resposta correta, quando o tal significado se fazia presente. Já o significado que os alunos apresentaram mais dificuldade tratavam-se da necessidade de conhecer o que se iria obter com maior probabilidade ao contar com um dado faltando em uma distribuição, apenas 13% dos alunos conseguiram chegar a uma resposta correta quando esse significado se fazia presente. Concluímos que o grande índice de erros nessa questão foi também influenciado pelo fato da própria questão induzir ao erro, porém se os alunos tivessem trabalhado e refletido esse significado em sala de aula talvez o resultado seria diferente.

Por meio das análises podemos perceber que os significados da média aritmética são pouco compreendidos por alunos do 1º ano do Ensino Médio, os quais aplicamos a pesquisa. Um motivo desse fato pode derivar da incompreensão do conceito envolvido na questão, pela dificuldade de compreensão do contexto da situação proposta dentre outras conjecturas.

Portanto, o nosso grupo investigado apresenta uma grande dificuldade em questões que envolvem diferentes significados do conceito de média aritmética, a

maioria fica preso ao cálculo e não realiza uma análise crítica e reflexiva do que o problema propõe. Sendo assim, é necessário promover a educação estatística no ensino e aprendizagem, criando situações em que a aprendizagem da média seja significativa, incentivando um raciocínio crítico.

Desta forma, acreditamos que a média aritmética não é apenas um algoritmo, deve-se desenvolver um raciocínio consciente e crítico da representatividade desse conceito. A maioria das aulas “treinam” os alunos a ficarem presos apenas ao cálculo sem reflexão do que a questão solicita.

Consideramos nosso trabalho relevante em relação ao ensino e aprendizagem de estatística, tendo em vista que ele proporciona a reflexão dos significados do conceito de média aritmética, da importância em se trabalhar a partir de todos os significados de acordo com cada etapa de escolaridade e da variação de representações.

Deixamos como sugestão para futuras pesquisas: buscar participantes de outros níveis da Educação Básica e Superior com enfoque a alunos da licenciatura, tendo em vista a necessidade do licenciando perceber a importância da reflexão sobre o conceito de média aritmética; intervenções de ensino, as quais busquem focar as três dimensões que, segundo Vergnaud (1990), constituem o conceito.

## 7. REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D.; NOVAK, J.; HANESIAN, H.. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Ed. Interamericana, 1980.

BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. **UNO**, 25, (p. 41-58), 2000. Disponível também em: <http://www.ugr.es/~batanero/ListadoEstadistica.htm>. Acessado em: 10 mar. 2017.

BLOOM, B. S. **Taxonomia de objetivos educacionais**. 8 ed. Porto Alegre: Globo, 1983.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de 1a a 4a série**. Brasília, MEC/ SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC-SEF. 1998

BRIGHENTI, Maria José Lourenção. **Representações Gráficas: atividades para o ensino e a aprendizagem de conceitos**. Bauru: EDUSC, 2003.

CAETANO, S. Introduzindo a estatística nas séries iniciais do ensino fundamental a partir de material manipulativo: uma intervenção de ensino. **Dissertação de Mestrado em Educação Matemática**. PUC/ São Paulo, 2004.

CARVALHO, J. I. F. Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

COBO, B. y BATANERO, C. Significados de la media em los libros de texto de secundaria. **Enseñanza de las ciencias**, 22(1), 5-18, 2004.

DAMIN, Willian; JUNIOR, Guataçara dos Santos; PEREIRA, Rudolph dos Santos Gomes. O Conceito de Média Aritmética nos anos finais do ensino fundamental. In: **Boletim online de Educação Matemática-BoEM**, v.4. n.6, Joinville, Brasil. p. 48-68.

EUGÊNIO, Robson da Silva. Exploração sobre a média no software tinkerplots 2.0 por estudantes do ensino fundamental. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.

LAVOIE, P; GATTUSO, L. An historical exploration of the concept of average. **Anais da 5ª Conferência de Educação Estatística**. Singapura, 1998. Disponível em: <<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php>> Acessado em 03 de março de 2017.

LIMA, R. Introduzindo o conceito de média aritmética na 4ª série no Ensino Fundamental usando o ambiente computacional. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) – PUC/SP, 2005.

MAGINA, Sandra; FONSECA, Sônia. A Aprendizagem da Média Aritmética Simples a partir de materiais didáticos distintos: uma comparação entre duas propostas de ensino. **Em teia- Revista de Educação Matemática e Tecnologia**. Recife, Pernambuco, Brasil. v.7, n. 1. Set.2016.

- MELO, Mabel Cristina Marques. Fazendo Média: compreensões de alunos e professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.
- MOKROS, J., RUSSELL, S. J. “Children’s Concepts of Average and Representativeness,” **Journal for Research in Mathematics Education**, v.26, n.1, p. 20-39. 1995.
- MOREIRA, M. A., MASINI E.F.S., **Aprendizagem Significativa – A Teoria de David Ausubel**, 4ª Edição. São Paulo: Editora Centauro, 2011
- MOREIRA, Marcos Antônio. **Aprendizagem significativa: a teoria e textos complementares**. São Paulo: Livraria da Física, 2012.
- NOVAES, D. V.; COUTINHO, C. Q. S. **Estatística para a educação profissional**. São Paulo: Atlas, 2009.
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** / Secretaria de Educação. - Recife: SE, 2008.
- PINTO, Suzi Samá; SILVA, Mauren Porciúncula Moreira. A Teoria da Aprendizagem Significativa e o Ensino de Estatística. In: ENCONTRO NACIONAL DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, 5, 2014, Belém, Pará, Brasil. **Anais do 5º Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa**. p. 757 – 763.
- POLLATSEK, A., LIMA, S. & WELL, A. D. concept or computation: Students’ understanding, of the mean. **Educational Studies in Mathematics**.V.12, p.191-2004. 1981.
- SILVA, B. G. S., SOUZA, M. A. C, SÁ, P. F. Aprendizagem Significativa e o Ensino de Matemática na EJA. In: ENCONTRO NACIONAL DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, 5, 2014, Belém, Pará, Brasil. **Anais do 5º Encontro Nacional de Aprendizagem Significativa**. p. 482 – 490.
- SOARES, Luís Havelange. Aprendizagem Significativa na Educação Matemática: uma proposta para a aprendizagem de Geometria Básica. **Dissertação** (Mestrado em Educação) Universidade Federal de Paraíba, João Pessoa, 2009.
- STELLA, Cristiane Aparecida. Um estudo sobre o conceito de média com alunos do ensino médio. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.
- STRAUSS, S. e BICHLER, E. The development of children’s concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, 19(1), 1988, p.64-80.
- VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptual. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, RDM, vol. 10, nº 23, pp. 133-170, 1990.
- VERGNAUD, G. The Nature of Mathematical Concepts. In Nunes, T., Bryant, P. (eds.) Learning and teaching mathematics – **An International Perspective**, p. 5 – 28, Edited by Terezinha Nunes and Peter Bryant. 1997.