UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE

NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ENSINO DE PROBABILIDADE POR MEIO E MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO CONTEXTO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICADA UFPE/CAA

Felipe Silva de Lima

CARUARU, 2016

FELIPE SILVA DE LIMA

ENSINO DE PROBABILIDADE POR MEIO DE MATERIAIS MANIMULÁVEIS DIDÁTICOS NO CONTEXTO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DA UFPE/CAA

O presente trabalho é requisito obrigatório para a obtenção do título de Licenciando em Matemática da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso II.

Orientadora: Professora Cristiane de Arimatéa Rocha.

CARUARU, 2016

Catalogação na fonte:

Bibliotecária – Paula Silva – CRB/4-1223

L732e Lima, Felipe Silva de.
Ensino de probabilidade por meio e materiais didáticos manipuláveis no contexto de licenciandos em matemática da UFPE/CAA / Felipe Silva de Lima. – 2017.
78f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Coorientador: Edelweis José Tavares Barbosa.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Probabilidades. 2. Material didático (Pernambuco). 3. Professores de ensino de primeiro grau - Formação (Pernambuco). 4. Matemática – Estudo e ensino (Pernambuco). I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Barbosa, Edelweis José Tavares (Coorientador). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-215)

ENSINO DE PROBABILIDADE POR MEIO DE MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO CONTEXTO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA DA UFPE/CAA

Felipe Silva de Lima

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e aprovado em 20 de dezembro de 2016.

Banca Examinadora:

Prof. Cristiane de Arimatéa Rocha
(Orientadora)

Prof. Edelweis José Tavares Barbosa
(Examinador(a) Interno(a))

Prof. Marcos Luiz Henrique
(Examinador(a) Interno(a))

AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus, meus pais e minha irmã, aos meus orientadores, inclusive cada professora e professor que fez parte da minha trajetória na educação e amigas e amigos.

RESUMO

O presente trabalho, objetiva investigar os conhecimentos de licenciandas e licenciandos em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco do Centro Acadêmico do Agreste na análise e proposição de Materiais Didáticos Manipuláveis – MDM para o ensino de probabilidade para Educação Básica. Para isso, pretende-se conhecer os saberes (a respeito de Probabilidade) que foram construídos pelas graduandas e graduandos após terem cursado as disciplinas de Estatística Básica (ofertada no 2º semestre da formação), Matemática 2 (ofertada no 2º semestre da formação) e Metodologia do Ensino de Matemática I (oferecida no 5º semestre da formação) e se nesses momentos de formação tiveram contato com MDM. Os sujeitos participarão de um encontro que versarão sobre: 1) Sondagem e revisão sobre o conceito de probabilidade; 2) Discussão sobre o material lúdico no ensino de probabilidade; 3) Aplicação e análise de materiais lúdicos de probabilidade; 4) Análise e avalição dos um jogo. Para avaliar o encontro e os MDM serão confeccionados questionários para cada momento. Estudos atuais apontam a necessidade do ensino de Probabilidade e Estatística ser tratado na escola para ajudar nas tomadas de decisões inerentes às situações da vida social e econômica por meio de análises, comparações, sondagens e escolhas amostrais. Diante da notável importância de se trabalhar esse conteúdo, surge a necessidade de propor diferentes materiais que dê alternativas para futuros professores trabalharem os distintos conceitos e propriedades que envolve este conteúdo. Acredita-se também que a manipulação com o MDM é importante para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos. Defendemos que o MDM é um meio envolvente e palpável de introduzir o conceito das Teorias das Probabilidades, área da matemática que convida à incerteza e que é tão primordial para interpretarmos as informações estocásticas. Quer-se, até, propor a cultura do uso de objetos lúdicos na formação dos licenciandos. Vendo-os não só como brinquedos, mais também como instrumentos que promovam a conexão entre a prática e a teoria.

Palavras chaves: Ensino de Probabilidade. Materiais Didáticos Manipuláveis. Licenciandos em Matemática.

ABSTRACT

The present work aims to investigate the knowledge of undergraduate and graduate students in Mathematics of the Federal University of Pernambuco of the Agreste Academic Center in the analysis and proposition of Manipulable Didactic Materials - MDM for the teaching of probability for Basic Education. For this, it is intended to know the knowledge (about Probability) that were constructed by the undergraduate and graduate students after having studied the Basic Statistics (offered in the 2nd semester of the training), Mathematics 2 (offered in the second semester of the training) and Methodology of Mathematics Teaching I (offered in the 5th semester of the training) and if in those moments of formation had contact with MDM. The subjects will participate in a meeting that will deal with: 1) Survey and review on the concept of probability; 2) Discussion on play material in probability teaching; 3) Application and analysis of playful probability materials; 4) Analysis and evaluation of a game. To evaluate the meeting and the MDGs will be made questionnaires for each moment. Current studies point to the need for Probability and Statistics to be treated at school to assist decision making in social and economic life situations through analyzes, comparisons, surveys and sample choices. Given the remarkable importance of working on this content, there is a need to propose different materials that will give alternatives for future teachers to work on the different concepts and properties involved in this content. It is also believed that manipulation with the MDM is important to assist the student in building their knowledge. We argue that MDM is a compelling and tangible way of introducing the concept of Probability Theories, an area of mathematics that invites uncertainty and is so central to interpreting stochastic information. We even want to propose the culture of the use of play objects in the training of graduates. Seeing them not only as toys, but also as instruments that promote the connection between practice and theory.

Keywords: Probability Teaching. Teaching Materials. Graduates in Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

TABELAS DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

No contexto educacional, social e econômico que estamos inseridos, é insuficiente entender isoladamente as porcentagens, probabilidades expostas em índices estatísticos, gráficos, tabelas e árvores de decisões, é preciso não só analisá-los como também relacioná-los, coletivamente, para então entender-se a totalidade dos quaisquer contextos.

Os discentes do ensino médio na maioria das vezes veem as Teorias das Probabilidades e não se sente preparados para analisar/lidar com informações estocásticas[1], e que no cotidiano são tão presentes e imperceptíveis. Espera-se do indivíduo, que o mesmo seja capaz de estruturar, estudar e traduzir dados de relevância social, como taxas de inflação, criminalidade, crescimento e decrescimento de setores econômicos, etc. a fim de atuar ativamente no meio onde vive.

Quando os docentes não passam por uma formação ampla e significativa sobre Probabilidade, eles correm o risco de apresentarem um mundo totalmente determinístico, invariável e que nada pode sofrer influências, em suas regências.

Nessa perspectiva, que conhecimentos os professores e futuros professores devem possuir sobre a estatística e probabilidade para diminuir essas dificuldades? Que alternativas além das práticas tradicionais possuem o professor para trabalhar esses conteúdos e envolver os alunos em eventos aleatórios, equiprováveis ou não? Que contextos diferenciados podem-se inserir nessa discussão além de dados, moedas e baralhos?

Essas inquietações, delimitam o seguinte problema de pesquisa: Quais benefícios os Materiais Didáticos Manipuláveis podem trazer para o Ensino de Probabilidade de Licenciandos em Matemática?

À frente dessa problemática, com o intuito de replica-la, a posteriori, tanto a *Fundamentação Teórica* quanto a *Metodologia* tratarão do tripé constituído pelo *Ensino de Probabilidade, Materiais Didáticos Manipuláveis* e a *Formação de Licenciandas e Licenciandos em Matemática.* O embasamento conceitual dessa investigação trará discursões pertinentes referentes aos eixos citados visando, ora explica-los, ora exemplifica-los. Já o conjunto de procedimentos, dispõe-se em observar e apontar as reações advindas das interações desses elementos fundamentais que constituem essa pesquisa.

Diante das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, vê-se a necessidade de o ensino de Probabilidade ir além da habilidade de lidar com algoritmos que através de razões obtêm-

1 Estocástica é o termo utilizado para tratar a probabilidade como inseparável da estatística, SOARES (apud MORAN, 1999).

se a porcentagem de sucesso ocorrer em uma dada situação. Com isso, salientamos a importância de aprender a manusear os algoritmos necessários para o cálculo da probabilidade, não como um fim no próprio cálculo, mas como um meio que nos permita fazer considerações sobre uma situação.

Portanto, para atender as expectativas do PCN quanto ao ensino do supracitado conteúdo, é preciso que no decorrer da formação docente o futuro professor de matemática seja capacitado para estabelecer um espaço onde o alunado possa perceber através das próprias vivncias rotineiras fenômenos aleatórios. Se o licenciando só observar lançamentos de dados e moedas na construção da sua formação, ele provavelmente irá restringir-se a fazê-lo. O erro não está em analisar sucessos desses instrumentos, mas, em somente neles.

Quer-se, até, propor a cultura do uso de MDM na formação das licenciandas e licenciandos. Vendo-os não só como brinquedos, mais também como instrumentos que promovam a conexão entre a prática e a teoria.

Assim percebemos a relevância os licenciados terem ciência da existência desses materiais que eles tivessem contato e fossem instigados a produzir outros, inclusive. A escolha desses instrumentos para o ensino de probabilidade no ensino superior não deve ser vista como inferior face às teorias das probabilidades (a Matemática dita “Pura”), pelo contrário, pois ela é tão importante quanto. Iremos, a priori, trazer o Cubo de Rubik como um dos instrumentos para expor o pensamento probabilístico, aleatoriedade, árvore de decisões, eventos e etc.

Na Metodologia vamos detalhar todos os momentos que fazem parte dessa pesquisa. É nela que iremos explicar como serão produzidos os questionários que a serem aplicados nos encontros. Nesses encontros os licenciandos terão a oportunidade de conhecer novas alternativas através de materiais concretos para o ensino das Teorias das Probabilidades.

Na outra sessão deste trabalho será apresentado os objetivos de nortearão a presente pesquisa.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GERAL

- Investigar os conhecimentos de futuros professores de matemática na análise e proposição de Materiais Didáticos Manipuláveis para o ensino de probabilidade para Educação Básica.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar o conhecimento de futuros professores de matemática sobre Probabilidade
- Identificar o conhecimento pedagógico de futuros professores de matemática sobre Probabilidade
- Verificar a proposição de materiais lúdicos para o ensino de probabilidade pelos futuros professores de matemática
- Verificar a proposição de variações e alternativas para os materiais lúdicos escolhidos nas perspectivas de futuros professores de matemática

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A finalidade desta seção é exibir o embasamento teórico desta pesquisa e trazer discursões conceituais que envolvem as Teorias das Probabilidades e seu Ensino na formação de licenciandos em Matemática através do uso de MDM. Para tal fim, apresentaremos um breve histórico sobre o desenvolvimento da probabilidade, as Teorias da Probabilidade, o Ensino da Probabilidade, Materiais Didáticos Manipuláveis na Perspectiva de Lorenzato e por fim, o Cubo de Rubik[2], como um exemplo de MDM para o ensino desse ramo matemático.

3.1 UM BREVE HISTÓRICO SOBRE PROBABILIDADE

A História da Matemática é um recurso bastante utilizado para exibir e explicar conceitos matemáticos. Através dessa escolha didática, os alunos têm a oportunidade de conhecer o contexto (social, político, económico, acadêmico e etc.) que colaborou e instigou para o surgimento do saber matemático a ser apresentado, e também, os personagens que protagonizaram sua criação. Ainda quanto a relevância de trazer-se os episódios históricos matemáticos às introduções das aulas, Schender (2013, p. 10) diz:

> A história é um instrumento importantíssimo para explicar a origem dos vários axiomas, conceitos, fórmulas, postulados, enfim, situando o aluno no tempo e no espaço e contextualizando o assunto estudado. Assim ampliando as concepções sobre os conhecimentos da matemática e as soluções encontradas pelos matemáticos diante dos problemas do passado e estimulando para o campo da pesquisa, a fim de que outras soluções sejam encontradas para os problemas não resolvidos da atualidade.

Alves e Lopes (2014) acreditam também que o uso da História da Matemática pode tornar as aulas mais agradáveis. Defendem inclusive que um dos benefícios de o professor possuir o conhecimento histórico de um dado conhecimento é que ele pode expô-lo nas suas regências com intuito de indicar os porquês da necessidade de precisa estuda-lo. Diante disso, compreende-se a relevância dessa estratégia de ensino e por isso traremos um breve histórico sobre a História da Probabilidade. Mencionaremos alguns dos fatos mais relevantes da trajetória da criação e

2 O cubo de Rubik, também conhecido como cubo mágico, é um quebra-cabeça tridimensional, inventado pelo húngaro Ernő Rubik em 1974. Originalmente foi chamado de *Cubo Mágico* pelo seu inventor, mas o nome foi alterado pela *Ideal Toys* para *Cubo de Rubik*. Nesse mesmo ano, ganhou o prêmio alemão do *Jogo do Ano* (Spiel des Jahres). Ernő Rubik demorou um mês para resolver o cubo pela primeira vez. O cubo de Rubik e um dos ícones da década de 1980, por ter sido nela que foi mais difundida.

Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Cubo_de_Rubik consolidação da Probabilidade como um conteúdo matemático, assim como citaremos uns celebres matemáticos de figuraram essa narrativa.

De acordo com Lopes e Meireles (2005), em *O Desenvolvimento da Probabilidade e da Estatística*, o Estudo da Probabilidade só se estabeleceu como parte integrante da Matemática aproximadamente da metade do século XV, mas, muito antes dessa época já dava indícios duma ciência experimental fundamentada na observação de jogos e apostas. Segundo eles, existem registros que comprovam que há milhares de anos atrás, egípcios usavam fragmentos de ossos como dados e que os romanos tinham um grande fascínio em jogos de dados e cartas, no entanto foram reprimidos pela Igreja Cristã na Idade Média.

Essa pesquisa não tem como foco central trazer o cenário completo de como esse conteúdo alargou-se ao logo do tempo, porém, traremos aqui alguns dos muitos matemáticos relevantes deixaram suas contribuições para o desenvolvimento das Teorias das Probabilidades.

Para Gonçalves e Lopes (2013), em *Probabilidade Princípios Teóricos*, Gerolando Cardano (1501-1576), foi o primeiro matemático a matematizar as ideias do acaso na obra intitulada de *Liber De Ludo aleae* (*Manual sobre de jogos de azar*[3]). Segundo Berlingoff e Gouvêa (2008), essa obra só foi publicada quase dez anos depois que Fermat e Pascal encontram a resolução do *Problema de Chevalier*.

Figura 1 - Gerolando Cardano (1501-1576)

Fonte: http://beyondthirtynine.com/girolamo-cardano-is-william-shakespeares-prospero-the-main-character-of-the-tempest/

3 Tradução encontrada no Livro *Matemática através dos tempos* de William P. Berlingoff e Fernando Q.Gouvêia, com tradução de Elza F. Gomide e Helena Castro.

Conforme relata Berlingoff e Gouvêa (2008), em *Matemática através dos tempos*, através de uma situação-problema de um jogo que envolvia aposta, denominado por *Problema dos Pontos*[4], o Chevalier de Maré (pertencente a alta sociedade francesa), desafiou a Blaise Pascal, em 1654, a resolve-lo. Segundo os autores Pascal, assim que recebeu o desafio, se correspondeu ao também matemático francês Pierre de Fermat, via carta. E mesmo à distância, com resoluções e métodos diferentes eles chegaram à mesma solução para o desafio. E partir daí a Probabilidade surge como um novo ramo da Matemática.

Figura 2 - Blaise Pascal (1623-1662)

Fonte: http://www.alllinn.com/blaise-pascal-1623-1662/

Figura 3 - Pierre de Fermat (1601-1665)

Fonte: https://encrypted-tbn2.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcShR6mtjBJdLL-8qxhcYm-FNHJO9l9TzSgMbiLbVH5SMghSAQAfHw

4 Por Berlingoff e Gouvêa (2008), temos que o *Problemas dos pontos* consiste na indagação de como distribuir as apostas em um jogo de azar não terminado.

Segundo Gonçalves e Lopes (2013), a Christian Huygens (1629-1695) deve-se o mérito de ter produzido a primeira publicação de livro relativo ao cálculo de Probabilidades, sob o título *De ratiociniis in Ludo Aleale*, onde deu-se origem ao conceito de valor médio. Além de matemático, Huygens foi físico, astrônomo e horologista neerlandês.

Figura 4 - Christian Huygens (1629-1695)

Fonte: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/51/Christiaan_Huygens.jpg

Segundo Lopes e Meireles (2005), o matemático Jakob Bernoulli (1654-1705) teve sua obra *Ars Conjectandi* (A arte de conjecturar) publicada *in memória*, em 1713. O livro tratava duma abordagem totalmente voltada à teoria das Probabilidades. Era uma releitura da obra que Huygens produzira (*De ratiociniis in Ludo Aleale*) sobre jogos de azar, toda via, numa outra parte desse trabalho trouxe considerações sobre permutações e combinações, até criar teorema de Bernoulli sobre as distribuições binomiais.

Figura 5 - Jakob Bernoulli (1654-1705)

Fonte: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/19/Jakob_Bernoulli.jpg

O relevante tratado *Théorie analitytique des probalitités*, publicado no início do século XIX, tem como autor Pierre Simon Laplace (1749-1827), onde através dessa divulgação científica literária, despontaram-se novos métodos analíticos, novas ideias e resoluções autênticas do Estudo das Probabilidades (GONÇALVES; LOPES, 2012).

Figura 6 - Pierre Simon Laplace (1749-1827)

Fonte: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/e3/Pierre-Simon_Laplace.jpg

A narrativa da evolução, formalização e consolidação da Probabilidade como uma ramificação matemática, não teve apenas estes anteriormente citados como principais figurantes. Tantos outros brilhantes e influentes, tais como Leibniz (1646-1716), Jacob Bernoulli (1654-1705), Thomas Bays (1702-1761), Johan Carl Friedrich Gauss (1777-1855), Andrey Nikolaevich Kolmogorov (1903-1987) deixaram suas contribuições para que o estudo das Probabilidade tivesse a relevância que possui.

Percebe-se assim, ao logo desta secção, que o conteúdo da probabilidade não foi um construto individual, acabado, mas que veio e vem se desenvolvendo, ao longo dos anos através de pesquisadores da área. Inicialmente apenas para facilitar as decisões em jogos de azar, e na atualidade sendo utilizado em várias ciências como a física, a química, a economia, trazendo contribuições significativas para tomada de decisões nestas áreas. Assim, ter um conhecimento básico de probabilidade permite entender melhor as situações aleatórias a que nos dispomos no cotidiano, facilitando as tomadas de decisão.

3.2. PROBABILIDADE

Para definir *Probabilidade*, *Evento* e *Espaço Amostral,* analisamos o Livro *Análise Combinatória e Probabilidade* de Morgado *et al* (2004). A escolha desta obra não se deu ao acaso, mas pela razão de a mesma ser usada na disciplina de *Estatística Básica,* momento da formação onde explica-se e demarca-se este conteúdo. Para esses autores, a Teoria das Probabilidades, é também, um ramo da Matemática que cria, desenvolve e em geral pesquisa modelos que podem ser utilizados para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios. Percebe-se então que essa Teoria não se restringe apenas na busca de calcular a probabilidade de um evento acontecer, mas também, na procura, na geração e na observação de situações de aleatoriedade e determinismo. Ainda sobre *Fenómenos Aleatórios*, A teoria das Probabilidades tem como objetivo encontrar modelos matemáticos que descrevam fenómenos naturais cujo futuro não pode ser previsto, com exatidão, a partir do seu passado. Tais fenômenos dizem-se fenômenos aleatórios (GONÇALVES; LOPES, 2013).

Novamente, segundo Morgado *et al* (2004), Probabilidade é o número obtido da divisão entre a quantidade de casos favoráveis e possíveis, nessa ordem, como numa fração.

Figura 7 – Definição de Probabilidade

$$\text{probabilidade} = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número de casos possíveis}}.$$

Fonte: Livro *Análise Combinatória e Probabilidade*
Morgado *et al* (2004) - Capítulo 5 – Página 121

Conforme os mesmos, essa maneira de entender e explicar Probabilidade foi formalizada por Jerônimo Cardano, no século XVI. Mas, até hoje, é umas das formas mais usadas para ensinar-se Probabilidade em casos discretas, na Educação Básica, cursinhos preparatórios para concursos e vestibulares e, até mesmo no Ensino Superior.

De acordo com Morgado *et al* (2004), *Evento* é toda ocorrência, todo e qualquer acontecimento possível de um experimento. O exemplo trazido por foi o lançamento de um dado, afim de descriminar todos os eventos possíveis, ou seja, todas as prováveis faces obtidas pós-lançamentos. Já o *Espaço Amostral*, foi nominado por eles como *o conjunto dos possíveis resultados do experimento*. Usaram a letra grega *ômega* Ω para representar o espaço amostral desse experimento.

Figura 8 – Espaço Amostral

$$\Omega = \{1, 2, \ldots, 6\}, \quad \#(\Omega) = 6.$$

Fonte: Livro *Análise Combinatória e Probabilidade*
Morgado *et al* (2004) - Capítulo 5 – Página 120

Ainda sobre esse exemplo trazido por Morgado *et al* (2004), cada face *1*, *2*, *3*, *4*, *5* e *6* é um evento distinto e a reunião deles forma o espaço amostral ilustrado na imagem acima. Dentro dessa situação também, eles criaram um *subconjunto* desse espaço amostral composto das faces pares, *2*, *4* e *6*; e o nomearam de *A*; para *A* = {2, 4, 6}. Logo mais, usaram essa situação para inaugurarem o cálculo de probabilidade, calculando as chances desse evento ocorrer, como pode ser vista na figura abaixo:

Figura 9 – Probabilidade de A

Fonte: Livro *Análise Combinatória e Probabilidade*

$$\text{probabilidade de} A = \frac{\#(A)}{\#(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Morgado *et al* (2004) - Capítulo 5 –Página 121

A posteriori, avançam na formalização desse assunto e trazem várias questões resolvidas e outras propostas, tendo como contextos, a observação de experimentos com MDM, como dados, baralhos, moedas e etc.

3.3. O ENSINO DE PROBABILIDADE

Faz-se necessário a presença da análise de situações aleatórias e noções básicas de probabilidade na Educação Básica pela razão das mesmas serem recorrentes a vida cotidiana, como afirma Batanero e Godino (2012). Em *Estocástica y su didática para maestros* esses autores ressaltam que os fenômenos aleatórios tanto concentram-se como aplicam-se na Estatística principalmente nas áreas: Na *Biologia*, com a previsão das características fenótipas que um filho pode herdar dos pais, na medicina com as a possibilidade de contágio ou não uma epidemia; Na *Física*, na aferição da temperatura, intensidade e direção do vento, estimativas de localização de fontes de energias; Na *Sociedade*, eles (os escritores), partem do fato que vivemos em sociedade e que nos ambientes dela (escola, trabalho, família e etc.) estamos cercados de fenômenos aleatórios, como por exemplo, o fato de não podemos saber exatamente qual pergunta virá num exame escolar, ou quando investimos na bolsa de valores e ficamos à mercê das variações e cotações e na *Política*, na elaboração de senso para a partir dos resultados tomar-se decisões governamentais (seja ela local ou internacional) serem tomadas, índices demográficos e demanda de mercado entre outros (BATANERO; GODINO, 2012).

Diante disso, vê-se que os autores assinalam para o fato de que a Estatística, a Probabilidade e os Fenômenos Aleatórios estão intimamente ligados e mais presentes no nosso cotidiano do que se pensa. A presença constatada desses conceitos na *Biologia*, na *Física*, na *Sociedade* e na *Política*, só reforça ainda mais a indispensabilidade que esse bloco de saber possui desde a formação docente até a Educação Básica, dado que esses saberes podem proporcionar a capacidade de analisar dados para tomadas de decisões. Por isso, para um curso de licenciatura, onde intui-se formar professores, nesse caso de Matemática, espera-se, por sua vez, que esses itens conceituais citados sejam apresentados de maneira significativa, não só de algoritmos, que dependendo da forma que são expostos, não conversam com a realidade vivenciada pelos alunos (tanto da universidade quanto da escola). Com o intuito de tornar a formação docente crítica, criativa e didática, esse trabalho propõe e exibe, respectivamente, o uso e os benefícios da utilização dos MDM tanto para a formação, ensino e aprendizagem da Probabilidade.
Batanero e Godino (2012) trazem discussões sobre *Experimento*, *Sucesso Aleatório*, *Sucesso Seguro e Impossível*, ora conceituando-os e ora exemplificando-os em situações de fenômenos da natureza (previsão do tempo) ou biológicos (sexo de um recém-nascido). Para eles *Experimento Aleatório* é quando em determinadas situações, um evento tem uma maior probabilidade de ocorrer do que um outro. Quanto ao *Sucesso*, definem ser quaisquer umas das possíveis ocorrências gerada pelo *Experimento Aleatório* em questão. Considero bastante importante e interessante a necessidade e maneira com que esses autores contextualizam e definem esses termos ao longo do corpo textual da obra. Apesar disto, nos livros presentes na ementa das disciplina de Estatística, do curso analisado, percebemos uma carência em exemplificações cotidianas (ou até mesmo de outras áreas do conhecimento) desse conjunto de conhecimentos probabilísticos.

Santana (2011) corrobora com o que foi exposto, reforçando a crença de que o cotidiano é repleto de situações aleatórias e que para compreende-las é preciso a capacidade de observá-las numa perspectiva probabilística. Sua pesquisa objetivou em conhecer e analisar o modo com que os docentes do Ensino Fundamental compreendem e interpretam a o Ensino da Probabilidade. Esta pesquisa percorreu a Teoria dos Campos Conceituais[5] (TCC) para identificar a/s possível/is relação/ões deste conteúdo com outro/s e logo evidenciaram-se os seguintes (não necessariamente

5 Segundo o Filósofo, Matemático e Psicólogo francês Gérard Vergnaud, a *Teoria dos Campos Conceituais*, concebida no final do século XX (no início da década de 90), trata-se, em síntese, de uma pesquisa que analisa como se dá a elaboração do saber matemático.

nessa ordem): fração, razão, porcentagem, chance, acaso e outros. Quanto ao método, utilizou-se duma entrevista semiestruturada para dialogar com oito professores do Ensino fundamental (sendo quatro deles dos anos iniciais e os demais dos finais) para identificar e evidenciar suas concepções sobre conceitos probabilísticos que foram criadas ao longo da sua formação docente dentre outras questões.

Depois disto, verificou que as noções fundamentais deste conteúdo, apresentadas por esses profissionais ainda se encontram em construção. Esses participantes alegaram que sua formação não foi suficiente para capacita-los adequadamente e que nas suas regências esse conteúdo era pouco abordado. Esse problema identificado por Santana (2011) através do diagnóstico das falas dos professores, só revela que a formação dos pósteros docentes precisa ser repensada quanto a prioridade (ou até mesmo a falta dela) no ensino superior. Desde a formação, os pósteros docentes precisam vivenciar as diversas modalidades/tendências (Através de demonstrações, conceitos, aplicações exercícios; Etnomatemática; Transposição Didática; Materiais Didáticos, manipuláveis e/ou digitais) no Ensino de Probabilidade para que essa vivencia possa ser repetida e ampliada na sua futura prática de ensino.

Por Busetto (2010), em *Propostas ao estudo de probabilidade no ensino médio*, vimos que o ensino de probabilidade na Educação Básica tem a sua dificuldade reconhecida, existindo abismos entre a matemática escolar, e a vivenciada no dia-a-dia. Logo, o ensino adequado do conhecimento matemático, se dá quando a aula se integra ao cotidiano do aluno, e integrando também a ciências pertinentes a essa forma de conhecimento. Ainda nessa perspectiva, a necessidade de um ensino de probabilidade significativo e interessante, pois esse conteúdo pode auxiliar o aluno a interpretar dados, ponderar as diferentes variáveis nas diversas situações da sua rotina diária na sociedade para que possa atuar como cidadão que consiga analisar transformar informações em decisões. Semelhantemente, Busetto (2010, p. 5) considera:

> As habilidades e competências que os educandos devem desenvolver são cada vez mais desafiantes, uma vez que o mundo está em constante transformação e, portanto, a necessidade de adaptar-se e readaptar-se é obrigatória, ou corre-se o risco de isolar-se no mundo globalizado em que estamos inseridos.

Uma vez que o professor é incumbido do papel de integrar os conceitos de probabilidade com o cotidiano do estudante, cabe ao profissional a sensibilidade de sondar a realidade social do aluno, suas peculiaridades, para construir a melhor alternativa de ensino. Bosetto (2010) destaca em seu trabalho, a importância da análise de propostas "prontas" - que na verdade, exigem não só critérios de escolha, mas criatividade na complementação das mesmas. Esse papel de integrador do professor, é destacado pela autora, quando infere sobre o professor em seus processos de análises de propostas:

> O professor precisa analisá-la cautelosamente, verificando se é ou não adequada para seus alunos, considerando desde se dominam os conteúdos específicos envolvidos na atividade, a que faixa etária a atividade se destina, se o tema da atividade é compatível com realidade da vida cotidiana do grupo, e, por fim, a relevância que a proposta em questão representará no processo de ensino-aprendizagem. A opção por uma proposta adequada propicia que os alunos a desenvolvam com maior interesse, e, por consequência, melhor aproveitamento. (Busetto, 2010).

O interesse do aluno é o objeto principal a ser explorado, na construção ou análise de propostas de ensino. Adiante, a autora ilustra essa exploração exemplificando com propostas, como: análises estatísticas de acontecimentos reais, e jogos matemáticos - estes, por sua vez, abordam o uso de materiais manipuláveis, o que traz à tona da inserção destes no ensino prático da probabilidade.

Desde o início da educação básica o aluno tem-se contato com instrumentos que o ajudem a entender o mundo que o cerca. É notório que o estudante saiba lidar com os conteúdos matemáticos que o permitam interpretar as informações nas diversas situações que se apresentam. Diante disso os conteúdos de matemática do Ensino Básico se dividem em quatros blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medias e tratamento da informação segundo os Documentos Oficiais (Brasil, 1998; 2000; 2006). O ensino de probabilidade é tratado no bloco Tratamento da Informação, onde envolve os eixos de Estatística, Probabilidade e Combinatória, ao qual é explorado junto aos outros eixos e outras áreas da matemática.

Nesse bloco, a estatística envolve a coleta, a organização e a interpretação de informações, tendo as tabelas e gráficos como meios de comunicação. E saber utilizar bem esse recurso é possibilitar uma interpretação matemática mais eficiente. Já a Combinatória é explorada através de situações que exigem o princípio multiplicativo da contagem, uma vez que esse é um de seus significados. Por fim, a Probabilidade traz a noção de que há acontecimentos definidos ao acaso e pela incerteza, identificando possíveis resultados.

Em suma, muitos desconhecem a probabilidade ou ainda acreditam que se trata apenas de uma representação percentual a cerca de um evento qualquer. Esse fato descaracteriza tal conteúdo matemático não sendo capaz apenas de analisar todas as possibilidades de um determinado evento, mas também que permite avaliar as chances de um acontecimento podem ser maiores ou menores de acordo com uma nova escolha, uma nova decisão. Temos por exemplo, alunos que não são colocados em frente a situações que favoreçam uma base racional para lidar com situações que dependam de cada caso, ou ainda, lidar com o acaso, e situações que ainda permitam o estudo do erro.

Estudar probabilidade na educação básica para apresentar aos discentes um modo de medir a incerteza e de mostrarem como os mesmos podem matematizar e resolver problemas reais. Assim, Lopes (2008) recomenda-se o ensino das noções de probabilidade através da metodologia heurística e ativa, por intermédio de proposição de problemas concretos e da realização de experimentos reais. De modo geral, a matemática das probabilidades é tratada no ensino médio quando trabalhada, de forma tradicional, onde seu principal foco é a mecanização de regras e algoritmos. Sendo necessário o entendimento de eventos incertos como algo que faz parte do cotidiano humano.

Por exemplo, os alunos precisam entender os conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e aleatoriedade, que surgem no dia a dia, comumente na mídia. Também é notório o entendimento da compreensão de que a probabilidade é uma medida de incerteza, e que os modelos são uteis para simular eventos, e que nossas intuições podem ser incorretas e podem ainda nos levar a decisão errada no que se trata a probabilidade e eventos de chance (Lopes, 2008, p. 70). Por fim, a aprendizagem da probabilidade só se complementa na formação dos alunos de maneira mais significativa, como sua interação em um jogo, onde busca-se a vitória pela condução de situações mais contextualizadas.

O ensino da probabilidade englobado na matemática, traz uma gama de dificuldades para os discentes na continuação e expansão de outros assuntos. No contexto escolar, os docentes se limitam a métodos tradicionais por que não dispõem de materiais ou de recursos para tornarem tal conteúdo mais significante. Assim, o ensino de probabilidade se limita a memorização de regras e algoritmos. Diante desse contexto os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998; 2000) vieram mostra a relevância da adoção de metodologias diversificadas, que estimulem a reconstrução do conhecimento e desenvolvam o raciocínio e a experimentação.

Nesse sentido, busca-se métodos de ensino voltados a elaboração de experimentos e simulações que permitam à construção do espaço amostral, a indicação da probabilidade de um evento, verificação de estimativas de probabilidade, e outros saberes que compõem a teoria das probabilidades. Segundo Lopes e Coutinho (2009), a probabilidade combinatória é a mais trabalhada durante o ensino básico, representada entre a razão de um número de sucessos que realizam o evento que se quer estudar, e o número total de resultados possíveis. Assim, esses conceitos devem ser trabalhados através de atividades nas quais os discentes possam realizar experimentos e observar tais eventos. Essas atividades lúdicas promovem a manifestação intuitiva do acaso e da incerteza, construindo, a partir desses resultados, métodos matemáticos para o estudo de tais fenômenos (Kataoka, Rodrigues & Oliveira, 2007; e Lopes (2003).

4. MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NA PERSPECTIVA SERGIO LORENZATO

Trazendo à tona a discussão sobre as metodologias de ensino, e os meios empregados em suas práticas, Lorenzato propõe o uso de materiais didáticos, organizados em um ambiente próprio de aprendizagem, designado como *Laboratório de Ensino de Matemática* (LEM). Essa proposta é discutida sob a necessidade de reforçar o ensino afim de ampliar a aprendizagem, cuja concretização é facilitada quando se explora outros sentidos, além da tradicional audição e visão.

Citando e mencionando diversos educadores, Lorenzato explora o uso de materiais táteis visando a interatividade, absorção de conceitos, numa trajetória cognitiva que vai do concreto ao abstrato; o aluno poderá ter o seu aprendizado facilitado se assimilar os conceitos matemáticos de maneira palpável, de maneira dinâmica. Tais objetos que possuem essas características são referidos por Lorenzato (2006, p. 18) autor como *Materiais Manipuláveis* (MD), como pode conferir-se:

> Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um quebra-cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros. Apesar dessa enorme gama de possibilidades, todos os MD constituem um dos inúmeros fatores de interferem no rendimento escolar do aluno.

Utilizando-se de experimentos, o autor realizou comparativos entre turmas com e sem LEM, a fim de expor o acréscimo de aprendizagem que o LEM proporciona, através de um reconhecimento prévio dos conceitos matemáticos, de forma interativa. Esse "reconhecimento evidencia o fundamental papel que o MD pode desempenhar na aprendizagem." (LORENZATO, 2006)

Assim, os materiais manipuláveis, figuram como facilitadores no processo de aquisição de conceitos matemáticos, e exigirá do professor a habilidade de planejá-los, construí-los e aplicá-los no cotidiano dos seus discentes. A diversos títulos de exemplos, é sugerido por Lorenzato, o uso de palitos para a construção de figuras 2D, o uso de cartolina/papelão para elaboração de figuras em 3D, e nessas construções, evidencia-se a possibilidade de ensinar-se conceitos pertinentes a geometria analítica, teorema de Pitágoras, geometria espacial. Quando o discente constrói objetos que versam o aprendizado, constrói simultaneamente a cognição pelo conceito estudado, e inconscientemente, instiga e investiga esse saber proposto. O autor denota esse estímulo como a melhor das potencialidades do material manipulável, revelada no momento de sua construção, pois são essas construções que "conduzem os alunos a fazer conjecturas e descobrir caminhos e soluções" (Lorenzato, 2006). Por isso, considera-se vital a formação pedagógica do professor que criará as metodologias dentro desse laboratório de ensino com materiais manipuláveis.

De acordo com Lorenzato (2006), o uso do MD, promovendo atividades visuais ou manipulativas não garante a aprendizagem. Mas, também, através de um trabalho mental por parte do aluno.

A posteriori mostraremos como os MD (que planejamos e confeccionamos) foram utilizados no ensinamento de Probabilidade, inclusive o autor também afirma que o professor (ou o futuro) quando fabrica seu próprio MD o mesmo está também em formação. O MD que aplicamos na intervenção desta pesquisa foram jogos que permitiram a reapresentação de alguns itens desse ramo matemático aos licenciandos em Matemática da UFPE/CAA. Além disso, a partir da utilização dos MD na parte prática desse trabalho, queríamos também conhecer as fronteiras pedagógicas que os mesmos possuem, pois como Lorenzato (2006, p. 18) afirma:

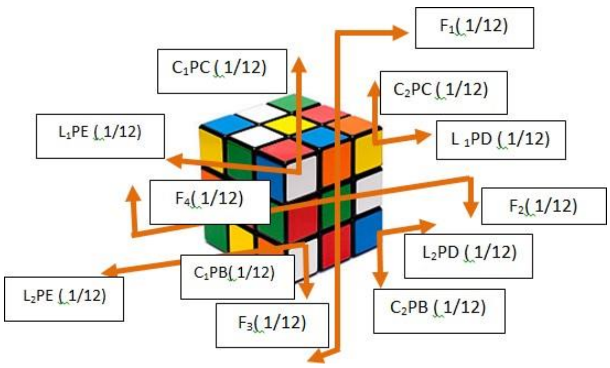
> Apesar dessa enorme gama de possibilidades, todos os MD constituem apenas um dos inúmeros fatores que interferem no rendimento escolar do aluno. [..] Por melhor que seja, o MD nunca ultrapassa a categoria de meio auxiliar de ensino, e, como tal, o MD não é garantia de um bom ensino, nem de uma aprendizagem significativa e não substitui o professor.

Por isso a escolha de um MD não pode dar-se aleatoriamente, mas sobre tudo deve ser pensada e repensada, para que as chances de sucesso, a compreensão do aluno seja um evento possível e muito provável.

4.1. O CUBO DE RUBIK COMO MDM PARA ENSINO DA PROBABILIDADE

Apresentaremos o Cubo de Rubik como uma proposta de Material Didático Manipulável para a apresentação de alguns conceitos probabilísticos, tais como: *Eventos*, *Espaço Amostral*, *Probabilidade* e *Diagrama da árvore*. Tornaremos a manipulação do Cubo de Rubik um experimento aleatório. Para isso, o submeteremos a umas determinadas condições para que isso seja possível. Considerando um *Dado de 12 faces* (*1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*, *8*, *9*, *10*, *11* e *12*)*;* os eventos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, *H*, *I*, *J*, *L e M* pertencentes ao Espaço amostral Ω; e os 12 movimentos realizáveis do Cubo de Rubik: *coluna 1 para cima, evento A*, *coluna 1 para baixo, coluna 3 para cima, coluna 3 para baixo, linha 1 para esquerda, linha 1 para direita*, *linha* 3 *para esquerda*, *linha 3 para direita*, *face 1 (para cima), face 2 (para direita), face 3 (para baixo)* e *face 4 (para esquerda).* Agora associa-se, respectivamente, as faces, os eventos e os movimentos. Então, cada face pós-lançamento do dado corresponderá a um movimento no cubo. O fato de listarmos e reunirmos tanto as possibilidades das faces do dado, dos eventos quanto os movimentos, abre-se a possibilidade de falar-se do conceito de *eventos* e também de *espaço amostral*, que por sua vez é a reunião de todos os eventos. Na figura abaixo, é ilustrada a probabilidade que é associada a cada movimento.

Figura 10 – Probabilidade dos movimentos do Cubo de Rubik



Fonte: Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Cubo_de_Rubik (com edição do Autor)

Nesse caso, admitimos que o dado não é viciado. Podemos discutir sobre a equiprobabilidade presente na ocorrência dos eventos. Pois para cada evento há uma chance em dose para ocorrer. Então, por Morettin (2010), teremos *eventos equiprováveis*, dado que, a probabilidade de cada evento ocorrer é igual e a soma de suas probabilidades for igual a *1*. Abaixo traremos o *Diagrama da Árvore* desse experimento aleatório:

Figura 11 - Diagrama da Árvore dos movimentos do Cubo de Rubik

Fonte: O autor

Por Morettin (2010), tem-se que o *Diagrama em árvore* é uma outra maneira de determinar o espaço amostral de um experimento e é útil para a resolução de um problema. Nesse caso, a representação dá-se da seguinte forma pois, cada evento pode tanto repetir-se no segundo lançamento quanto os *11* demais.

4.2. O ENSINO DE PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA COM JOGOS

Desde o início da educação básica o aluno tem-se contato com instrumentos que o ajudem a entender o mundo que o cerca. É notório que o estudante saiba lidar com os conteúdos matemáticos que o permitam interpretar as informações nas diversas situações que se apresentam. Diante disso os conteúdos de matemática do Ensino Básico se dividem em quatros blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medias e tratamento da informação segundo os Documentos Oficiais (Brasil, 1998; 2000; 2006). O ensino de probabilidade é tratado no bloco Tratamento da Informação, onde envolve os eixos de Estatística, Probabilidade e Combinatória, ao qual é explorado junto aos outros eixos e outras áreas da matemática.

Nesse bloco, a estatística envolve a coleta, a organização e a interpretação de informações, tendo as tabelas e gráficos como meios de comunicação. E saber utilizar bem esse recurso é possibilitar uma interpretação matemática mais eficiente. Já a Combinatória é explorada através de situações que exigem o princípio multiplicativo da contagem, uma vez que esse é um de seus significados. Por fim, a Probabilidade traz a noção de que há acontecimentos definidos ao acaso e pela incerteza, identificando possíveis resultados.

Em suma, muitos desconhecem a probabilidade ou ainda acreditam que se trata apenas de uma representação percentual a cerca de um evento qualquer. Esse fato descaracteriza tal conteúdo matemático não sendo capaz apenas de analisar todas as possibilidades de um determinado evento, mas também que permite avaliar as chances de um acontecimento podem ser maiores ou menores de acordo com uma nova escolha, uma nova decisão. Temos por exemplo, alunos que não são colocados em frente a situações que favoreçam uma base racional para lidar com situações que dependam de cada caso, ou ainda, lidar com o acaso, e situações que ainda permitam o estudo do erro.

Estudar probabilidade na educação básica para apresentar aos discentes um modo de medir a incerteza e de mostrarem como os mesmos podem matematizar e resolver problemas reais. Assim, Lopes (2008) recomenda-se o ensino das noções de probabilidade através da metodologia heurística e ativa, por intermédio de proposição de problemas concretos e da realização de experimentos reais. De modo geral, a matemática das probabilidades é tratada no ensino médio quando trabalhada, de forma tradicional, onde seu principal foco é a mecanização de regras e algoritmos. Sendo necessário o entendimento de eventos incertos como algo que faz parte do cotidiano humano.

Por exemplo, os alunos precisam entender os conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e aleatoriedade, que surgem no dia a dia, comumente na mídia. Também é notório o entendimento da compreensão de que a probabilidade é uma medida de incerteza, e que os modelos são uteis para simular eventos, e que nossas intuições podem ser incorretas e podem ainda nos levar a decisão errada no que se trata a probabilidade e eventos de chance (Lopes, 2008, p. 70). Por fim, a aprendizagem da probabilidade só se complementa na formação dos alunos de maneira mais significativa, como sua interação em um jogo, onde busca-se a vitória pela condução de situações mais contextualizadas.

O ensino da probabilidade englobada na matemática, traz uma gama de dificuldades para os discentes na continuação e expansão de outros assuntos. No contexto escolar, os docentes se limitam a métodos tradicionais por que não dispõem de materiais ou de recursos para tornarem tal conteúdo mais significante. Assim, o ensino de probabilidade se limita a memorização de regras e algoritmos. Diante desse contexto os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1998; 2000) vieram mostra a relevância da adoção de metodologias diversificadas, que estimulem a reconstrução do conhecimento e desenvolvam o raciocínio e a experimentação.

Nesse sentido, busca-se métodos de ensino voltados a elaboração de experimentos e simulações que permitam à construção do espaço amostral, a indicação da probabilidade de um evento, verificação de estimativas de probabilidade, e outros saberes que compõem a teoria das probabilidades. Segundo Lopes e Coutinho (2009), a probabilidade combinatória é a mais trabalhada durante o ensino básico, representada entre a razão de um número de sucessos que realizam o evento que se quer estudar, e o número total de resultados possíveis. Assim, esses conceitos devem ser trabalhados através de atividades nas quais os discentes possam realizar experimentos e observar tais eventos. Essas atividades lúdicas promovem a manifestação intuitiva do acaso e da incerteza, construindo, a partir desses resultados, métodos matemáticos para o estudo de tais fenômenos (Kataoka, Rodrigues & Oliveira, 2007; e Lopes (2003).

Quando se trata de situações de experimentos em aulas de matemática, temos os jogos como uma importante ferramenta para simulação de experimentos aleatórios em sala de aula, o que nos remete as origens da matemática da probabilidade cujas aplicações iniciais eram voltadas aos jogos de azar, e seus jogadores aplicavam o conhecimento da teoria apenas em planejar estratégias de apostas. Sabendo que a probabilidade é usada para quantificar a chance de ocorrência de um determinado evento, assim ao quantificar quão provável pode ser a vitória de cada jogador em uma determinada partida, torna-se um grande recurso na potencialização no ensino da probabilidade através da utilização de jogos.

Esses jogos são utilizados como recursos metodológicos nas aulas de matemática com grande frequência, e o posicionamento dos documentos oficiais em relação ao uso desses jogos se faz favorável a eles no ensino de matemática, pois os jogos tendem contribuir para um trabalho de formação de atitudes necessárias para a aprendizagem de matemática, assim os discentes irão enfrentar desafios, lançaram na busca de soluções, no desenvolvimento da crítica, do saber intuitivo, também criaram estratégias e a possiblidade de alterar as mesmas estratégias, quando o resultado não for favorável e nem esperado na formação de atitudes (Brasil, 1998, p. 47).

Quando se trata de situações de experimentos em aulas de matemática, temos os jogos como uma importante ferramenta para simulação de experimentos aleatórios em sala de aula, o que nos remete as origens da matemática da probabilidade cujas aplicações iniciais eram voltadas aos jogos

de azar, e seus jogadores aplicavam o conhecimento da teoria apenas em planejar estratégias de apostas. Sabendo que a probabilidade é usada para quantificar a chance de ocorrência de um determinado evento, assim ao quantificar quão provável pode ser a vitória de cada jogador em uma determinada partida, torna-se um grande recurso na potencialização no ensino da probabilidade através da utilização de jogos.

Esses jogos são utilizados como recursos metodológicos nas aulas de matemática com grande frequência, e o posicionamento dos documentos oficiais em relação ao uso desses jogos se faz favorável a eles no ensino de matemática, pois os jogos tendem contribuir para um trabalho de formação de atitudes necessárias para a aprendizagem de matemática, assim os discentes irão enfrentar desafios, lançaram na busca de soluções, no desenvolvimento da crítica, do saber intuitivo, também criaram estratégias e a possiblidade de alterar as mesmas estratégias, quando o resultado não for favorável e nem esperado na formação de atitudes (Brasil, 1998, p. 47).

A crítica ao ensino tradicional como forma suficiente para a aprendizagem do aluno, é ainda reforçada por Nascimento et al, que aponta a deficiência desses modelos pela ausência de instigação, na relação ensino-aluno. Quando os estudantes não lidam com situações reais, visando o favorecimento de um alicerce racional que os ajudem a lidar com situações posteriores, o aprendizado corre grande riscos de não ser concluso com o êxito necessário.

> A matemática das probabilidades no Ensino Médio quando trabalhada, em geral é apresentada de forma tradicional, onde o foco principal é a mecanização de regras e algoritmos. Mas é imprescindível que o educador entenda que a presença de fenômenos imprevisíveis em seus resultados é algo que faz parte do cotidiano do ser humano. (Nascimento, et al)

Assim, os jogos matemáticos são citados como mecanismos que permitem que o aluno apalpe conceitos de probabilidades ao lidar com situações modeladas pela natureza competitiva. A busca pela vitória no jogo, exige uma série de critérios e passos, que ao serem analisados e computados pelos alunos - os colocam num processo de análise probabilística.

> Assim, a aprendizagem de Probabilidade só complementará a formação dos alunos se for significativa, se considerar situações familiares a eles, como sua interação em um jogo, onde a busca pela vitória conduzirá a situações contextualizadas, investigadas e analisadas. (Nascimento, et al)

Ou seja, a aprendizagem de temas relacionados a probabilidade é efetiva quando é contextualizada, e os jogos são instrumentos facilitadores desse processo de ensino. Excepcionalmente, são discutidos jogos que abordam materiais lúdico-manipuláveis, como moedas e dados. Assim, o trabalho de Nascimento et al visa a capacitação de profissionais educadores, a fim de que sejam instigados a reconhecer a importância dessas metodologias práticas. Desse modo, o trabalho consistia em apresentar jogos matemáticos para professores formados, tendo como resultado esperado, a manifestação do reconhecimento mencionado, bem como a capacidade de manusear, criar e analisar propostas de ensino que utilizassem os jogos matemáticos como complementos vitais no processo de ensino-aprendizagem. A exposição dos jogos visa o estímulo da criatividade, e o desenvolvimentos de habilidades necessárias para criação e utilização da metodologia.

4.3.ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE FAMILIARIZADAS NO CONTEXTO ESCOLAR

A Estatística e a Probabilidade passaram por diferentes fases de elaboração no ambiente escolar, bem como tem sido encarada de várias perspectivas, principalmente no que se refere-se a análise e interpretação de dados como ferramenta de descrição da realidade. Durante um "Encontro sobre o Ensino e Aprendizagem da Estatística em fevereiro de 2000, na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, João Pedro da Ponte e Helena Fonseca apresentaram um estudo comparativo relacionado a esse tema, trazendo ligação entre o currículo de português, o inglês e o americano.

Para elas, foi na década de 50 que começaram a introduzir o ensino de estatística na escola básica e secundária, e ainda que na época interesse era promover nos alunos pela frequência de estudos especializados nessa área. Até então não mudou nada e assim, cresceu a necessidade do ensino no currículo escolar. Então, a inclusão desse conteúdo é justificada como formar de levar os alunos a tomarem decisões mais conscientes e mostrar o papel da Estatística na sociedade, e percebendo suas reais ideias são usadas para a compreensão da natureza do pensamento estatístico, que seria uma primeira razão.

Como segunda razão, temos o fato da Estatística assumir uma forte especificidade em face aos outros tópicos do currículo. Tendo seu objeto um agregado de objetos como amostras, coleções. O tema não deve ser visto com auto-suficiente, mas deve ser encarado na óptica de sua utilização em processos de investigação e em contextos de atividade social. Assim, os objetivos essenciais da Estatística enquadram-se nos essenciais objetivos da matemática. E portanto, não será uma simples participação social que faz com que esse conhecimento estocástico surja de repente. Mas que o mesmo deva ser construído na escola, e cabe a mesma desempenhar papel fundamental nessa construção.

Para as pesquisadoras foi na Inglaterra que começou a ser incluso nos currículos de matemática o ensino secundário no final dos anos 50, relacionados ao estudo de Probabilidades com o enfoque basicamente teórico. Em seguida, também iniciou-se a ser introduzido nos currículos do ensino primário, por intermédio das formas de representação de dados e medidas simples de tendência central. No final dos anos 70, no mesmo país, surgiu um projeto de desenvolvimento escolar, promovido pelo Schools Council, que traz em suas orientações consagradas no chamado relatório de Cockcroft de 1982, constituindo uma influência determinante no National Curriculem inglês.

No cotidiano há na Europa três grandes tendências sobre o Ensino de Estatística: primeira enfatizando no processo de análise de dados, na perspectiva em que esta ciência é usada na sociedade, tendo em conta que o uso de dados que faz parte da vida de todos os dias (Inglaterra); a segunda, como capitulo de matemática por vezes nomeada de Estocástica, enfatizando aspectos conceptuais ou computacionais (França); e a terceira, como ferramenta auxiliar para o estudo de diversos assuntos e disciplinas escolares (Suécia).

Em estudo entre Portugal, Inglaterra e Estados Unidos foi verificado que o currículo português confere existência de aspectos matemáticos, nomeados aos conceitos, cálculos e outros métodos e que o currículo inglês oficial e a organização americana colocam em primeiro plano a análise de dados. Sendo que em Portugal, a estatística é vista como um capítulo da matemática, de menor importância, na Inglaterra e nos EUA ela torna-se um tema autônomo e de constantes investigações nos problemas atuais.

Já no Brasil, segundo pesquisas há evidências que esses conteúdos já eram trabalhados no ensino médio dos anos 70 e no ensino fundamental em alguns estados, no início dos anos 90. Todos esses fatos são comprovados por estudo feito por GONÇALVES (2004), que recorreu à uma análise dos livros do ensino médio e fundamental referentes a esse período.

No estudo pertinente possibilitou verificar que na década de 70, período da matemática moderna, que os capítulos referentes à introdução ao estudo de probabilidades no ensino médio, nos segundos e terceiros anos. Porém introduzido de maneira mais formal de conceitos. Nos livros pesquisados das décadas de 80 e 90 foi verificado que na sua maioria das coleções apresentavam estreita relação com as técnicas de contagem e até com aplicação dessa técnica. Abordadas de forma implícita, as coleções escolhidas limitam-se a situações de jogos.

E se tratando das análises de coleções do ensino fundamental, segundo GONÇALVES (2004) verificou que nem todas mostraram o conteúdo probabilidades em todos os volumes, indicando que o tema não seria abordado em todas as séries. E que o desenvolvimento desse conteúdo seria no enfoque de problemas de contagem de possibilidades relacionadas aos resultados de uma experiência aleatória e do número de possibilidades que representam as características desejadas ao observador (ponto de vista Laplaciano), ou seja, a razão entre o número de sucessos e o número total de casos.

Ele ainda complementa que o ensino de probabilidade no Brasil nas décadas de 70, 80 e 90 ocorreu através de abordagens clássicas e axiomáticas e que ainda houve variações de tipos de tarefas técnicas e discursos teóricos-tecnológicos das situações apresentadas em exercícios ou exemplos. Assim, nos anos 70 as técnicas de resolução das tarefas se baseavam na Teoria dos Conjuntos; nos anos 90, na Análise Combinatória e nos anos 80, ocorreu uma apropriação de ambas, assim agora as Teorias que justificam suas técnicas.

No tocante as PCNs, nessa proposta para Estatística e Probabilidade no ensino fundamental, trazem várias passagens de adoção do "ensino em espiral", ou seja, são ensinados nos anos iniciais e voltam os mesmos conceitos nos anos finais, devido a crença que o aluno absorva mais os conteúdos dessa forma, revisando. Pires (2000) complementa que essa concepção supõe uma acumulação de conhecimentos, em que cada unidade contenha conteúdos precedentes. Mas a autora relata que ao assumir essa progressão logica linear não é garantia de estabelecimento de relações com os outros temas.

As propostas da inserção desses conteúdos no ensino fundamental visam a situar o ensino desses temas como meio relevante na formação da cidadania e desenvolvimento do raciocínio dos alunos. Segundo PIRES (2000) e LOPES (2004), o ensino e a aprendizagem de Estatística discutem fatores que devem ser incluídos no currículo, levando em consideração a formação do cidadão tendo como foco o aprimoramento do Ensino de Matemática no ambiente escolar. PIRES (2000) analisa que dois fatores precisam ser superados na prática do ensino de matemática: a linearidade e a acumulação de conteúdo, herdados nas reformas curriculares de 1995.

A linearidade vem pela sucessão de conteúdo, dados por ordem ou pré-requisito, reforçando que o conhecimento matemático vai se justapondo sem jamais desorganizar o que foi construindo anteriormente. Assim, o conteúdo pode ser dividido em partes e distribuído em doses compatíveis com a capacidade de armazenar, em suma basta sistematizar e organizar em partes lógicas. Segundo LOPES (2004) a linearidade no currículo de matemática vem se justificando que ao ensinar um conteúdo é necessário trabalhar seu pré-requisito. Porém ao se tratar do ensino de Probabilidade e Estatística poderá auxiliar nessa ruptura linear.

Assim, para os elaboradores dos PCNs os conteúdos que formam o bloco Tratamento da Informação devem propiciar o estabelecimento das ligações entre a matemática e os conteúdos de outra áreas e com os Temas Transversais, de maneira que o discente os perceba como ferramentas essenciais para a constituição de uma atitude crítica diante de questões sociais, políticas, culturais, cientificas e atuais (BRASIL, 1998, p. 70).

Diante disso a linearidade e a acumulação de conteúdo é uma cultura tradicional da matemática que se inicia com o trabalho do docente no contexto escolar. O problema está além do aluno perceber e estabelecer relações. Sendo que suas interligações entre conteúdos são percebidas quando a visão é interrompida. Assim, percebemos que a inclusão desses conteúdos vai além do social.

E que extinguir a linearidade, e a prática de fragmentação de conteúdo, tão presentes no ensino de matemática, é uma necessidade. LOPES (2004) avalia de modo é essencial a inclusão da Estocástica apenas como um tópico a mais a ser estudado, em alguma outra séria do ensino fundamental, enfatizando uma estatística mais descritiva, mas não por fórmulas e cálculos, e sim pelo desenvolvimento do pensamento probabilístico até a análise dos resultados obtidos.

Em relação as propostas curriculares à reforma de 1995, que traziam ao ensino de matemática, a definição de conceito, a formalização. Tais conceitos eram vistos como bens culturais e transmitidos hereditariamente como produto final e acabado. Para PIRES (2000) o fazer matemática é realizado não pela memorização de coisas prontas, mas pelo desenvolvimento de um trabalho em que o pensamento se construa conceitos.

E o mesmo acrescenta que não significa uma reinvenção da matemática, mas que seja um engajamento de um processo de produção que ganhe significado. Para isso, os PCNs apontam como ponto inicial de uso da problematização do desenvolvimento de atividades matemáticas. No que tange as atividades estatísticas, parte de uma problematização, articulando entre a vida e a escola. Trazendo um significado para a vida do aluno.

Assim, acredita-se que não faz sentido trabalhar atividades que não envolva conceitos estatísticos e probabilísticos que não estejam vinculados a uma problemática. Cabendo propor uma coleta de dados desvinculada de uma situação-problema não levará à possibilidade de uma análise real. Também no intuito de construir gráficos e tabelas desvinculados de um contexto ou relacionados a situações muito distantes do aluno pode estimular a elaboração de um pensamento, mas não garante o desenvolvimento de sua criticidade (LOPES, 2004).

Essa concepção exige um olhar mais atendo no conteúdo de Estatística e Probabilidade. Que faz necessário uma problematização a priori, enfatizando os objetivos, relacionados aos temas, que só serão atingidos plenamente quando forem desenvolvidos de maneira crítica e reflexiva, e ainda que envolvam as atividades de ensino, levando a aluno a repensar seu modo de ver a vida, evitando excessivas formalizações matemáticas, trazendo para o campo mais prático. Bem como traz a valorização do aluno. Enquanto as outras propostas anteriores enfatizam o conteúdo e a forma, os PCNs colocam o aluno como foco principal, e o conteúdo é inserido pela necessidade do educando.

O currículo de matemática, segundo os elaboradores dos PCNs (BRASIL, 1998), devem criar condições para que o discente transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e que se torne um agente mais ativo na transformação de seu ambiente. Assim, a matemática deve desempenhar um currículo, mais equilibrado e evidenciar seu papel na formação de capacidades intelectuais, na construção do pensamento e na agilidade do raciocínio do aluno, buscando a aplicação de problemas e situações do cotidiano e atividades do mundo do trabalho e apoiando as construções de conhecimentos em outras áreas do saber.

Faz necessário que a escola proporcione ao discente, desde o ensino fundamental, uma formação de conceitos que o auxiliem no preparo para sua cidadania, pois a leitura crítica e a interpretação dessas informações complexas, muitas vezes contraditórias, são instrumentos necessários para exercer cidadania.

4.4. O ENSINO DE ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE E OS PCNS

Esse tema está inserido no bloco Tratamento da Informação e é justificado pelos elaboradores dos PCNs, por considerarem que tais assuntos possibilitam o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio crítico dos alunos, envolvendo fenômenos aleatórios, interpretando amostras, além de permitir a leitura e a compreensão de uma realidade. Também ressalta-se esse estudo favorece o desenvolvimento de atitudes que possibilitam ao discente uma posição mais crítica, podendo fazer previsões e tomar decisões. Em relação aos raciocínio estatístico e probabilístico, espera-se que o ensino de matemática leva ao discente a realizar observações sistemáticas em termos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo um maior número possível de relações entre eles, e utilizando o conhecimento matemático, bem como selecionando, organizando e produzindo mais informações relevantes, para posteriormente serem interpretadas e avaliadas (BRASIL, 1998).

Em relação a estatística, o objetivo traçado é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que apareçam no seu cotidiano. Já em relação à probabilidade, o objetivo é que o aluno aprenda e compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória, mas que é possível prever prováveis resultados desses acontecimentos. E que as noções de acaso e incerteza se manifestam pelo intuito, podendo ser exploradas na escola, e em situações em que os alunos realizam experimentos e observam eventos em espaços equiprováveis (BRASIL, 1998).

Quando a forma que são tratados os temas de Estatística e Probabilidade no Ensino Fundamental foi verificado que os PCNs os conteúdos e suas aplicações estão em consenso com o objetivo: fornecer ferramentas para que o discente desenvolva sua cidadania e capacidade intelectual. Mas por outro lado, busca-se atender ao aluno seja necessário superar certas crenças bastantes enraizadas na prática docente.

Historicamente a luta contra o regime militar, e o descontentamento com a matemática, a articulação promovida entre os educadores através do movimento da educação matemática, a veiculação de informações através de infográficos são elementos que contribuíram para inserção dos conteúdos de Estatística e Probabilidade no contexto escolar. E assim esses conteúdos trouxeram um contexto mais social e buscando mais o desenvolvimento intelectual do aluno, como argumentado pelos elaboradores dos PCNs. Bem como, foi verificado a existência de um movimento político, social, educacional, cultural e econômico que precedeu essa decisão.

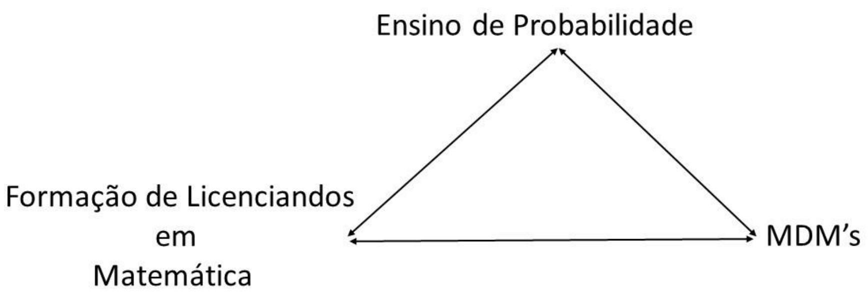
5. METODOLOGIA

A priori, entendemos que a formação de licenciandos em Matemática em relação ao Ensino de Probabilidade deve não apenas contar com teorias, demonstrações e exercícios em suma, mas também, através de outros meios que possam auxiliar aos futuros professores de Matemática perceberem e compreenderem a aleatoriedade nas diversas situações, tanto teóricas quanto do seu cotidiano. Tendo em vista que os mesmos ensinarão na Educação Básica.

Com a finalidade de transformar a construção docente mais ampla e significativa, trazemos os MDM como uma possibilidade, uma proposta para tal.

Essa etapa tem a finalidade de mostrar as estratégias utilizadas que trouxeram, espontaneamente, respostas às indagações que delimitam essa pesquisa. Nosso primeiro passo, diante do problema de pesquisa em questão, foi reunir uma literatura que permitíssemos realizar uma reflexão relevante e crítica quanto ao uso dos MDM no Ensino de Probabilidade na formação dos licenciandos. A imagem abaixo ilustra os termos protagonistas que norteiam este trabalho.

Figura 12 – Eixos da Pesquisa



Fonte: O autor

Foi-se elaborado um questionário intencionado em identifica as concepções sobre Probabilidade e os conceitos relacionados, como, evento e espaço amostral, que os/as estudantes internalizaram durante seu desenvolvimento acadêmico. Ainda nele, questionou-se também se durante as aulas o/a professor/a usou MDM para o ensino desse conteúdo. A seguir, o formulário.

Figura 13 – Questionário 1

Questionário

1) Marque com um "**x**" as disciplinas que você já cursou abaixo:
( ) Estatística Básica ( ) Matemática 2 ( ) Metodologia do Ens. da Matemática 1
2) Com suas palavras, explique o que é Probabilidade.
3) O que é evento?
4) Como você define espaço amostral?
5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?
6) Qual a importância que você vê no ensino de Probabilidade para a Educação Básica?
7) Dados, moedas e urnas são Materiais Didáticos Manipuláveis bastante usados para o ensino e em questões de Probabilidade. Além desses, instrumentos, qual(is) outro(s) você recorda ter visto nessas aulas?
8) Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar?

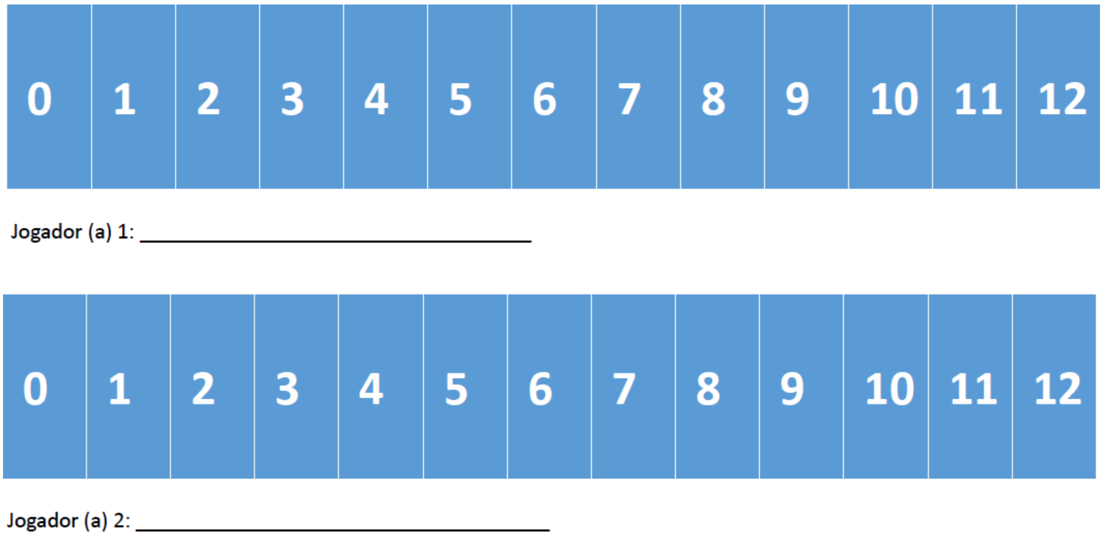
Fonte: O Autor

Convidamos 16 licenciandos em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco do Centro Acadêmico do Agreste para responderem este questionário. Tendo como pré-requisito ter cursado as disciplinas: *Estatística Básica*, *Matemática 2* e *Metodologia do Ensino da Matemática 1*. O motivo dessa restrição dá-se pelo fato de que no currículo prescrito destas disciplinas, especificamente nas ementas das disciplinas citadas, trazem Probabilidade, ou o *Ensino de Probabilidade* no *corpus* de seus conteúdos. Por uma questão de ética na pesquisa, esses alunos serão codificados de: *Aluno 1*, *Aluno 2*, *Aluno3*, *Aluno 4*, *Aluno 5*, *Aluno 6*, *Aluno 7*, *Aluno 8*, *Aluno 9*, *Aluno 10*, *Aluno 11*, *Aluno 12*, *Aluno 13*, *Aluno 14*, *Aluno 15* e *Aluno 16*.

Posteriormente, os alunos participaram de três jogos que foram confeccionados ao decorrer desta pesquisa. Esses reúnem, moedas, dados, dominó e tabuleiros. Os três jogos que foram aplicados são: *Pintando o 13*, *Rotas* e *Par ou Par*. No próximo parágrafo cada um será apresentado com suas respectivas regras. Eles foram planejados e confeccionados para poderem ser usados no Ensino de Probabilidade. Através das regras, observação e manipulação, as jogadas podem estabelecer situações mais atraentes e significativas para falar sobre evento, espaço amostral e probabilidade. Apresentaremos os jogos agora.

JOGO 1: Pintando o 13

Figura 14 - Pintando o 13

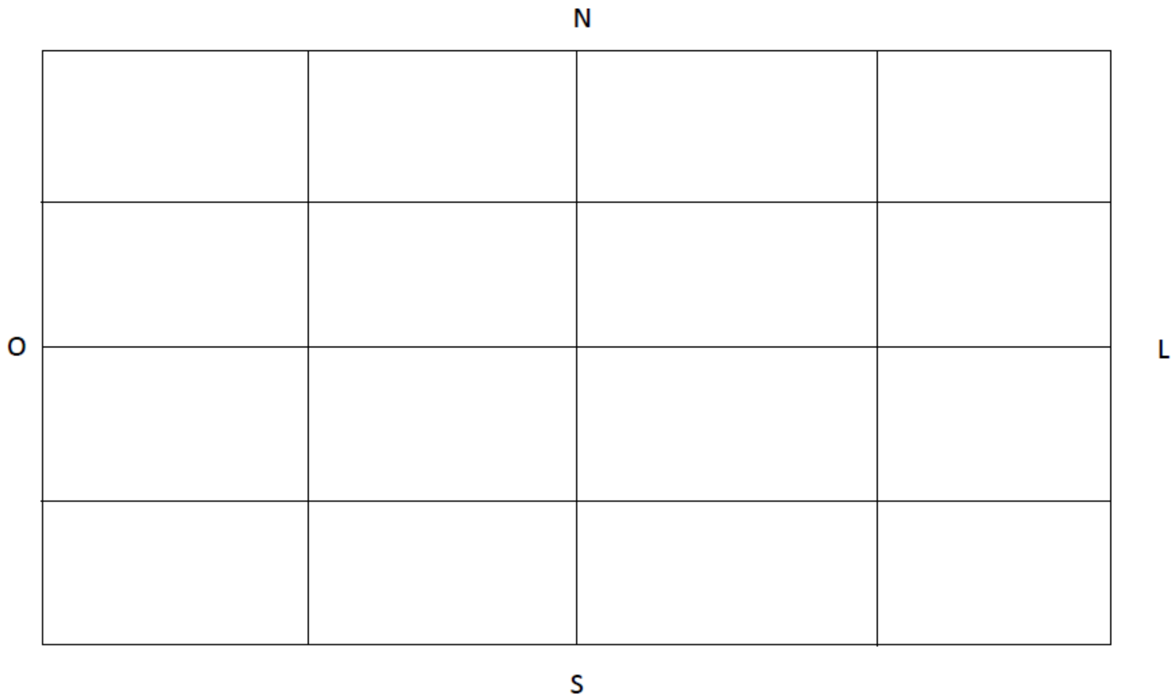


Fonte: O autor

É constituído por um tabuleiro com duas faixas enumeradas de *0* a *12* e um dominó de 28 peças (duplo 6). Esses valores todos são obtidos a partir das somas dos pontos que cada pedra possui. Joga-se duas pessoas por partida. O *Jogador 1*, será quem tirar a peça com soma maior, do contrário, o *Jogador 2*. As peças podem ser postas tanto numa mesa (com a face para baixo e embaralhadas), quanto numa urna (que pode ser até mesmo um saco opaco, escuro). Nessas condições, tem que se retirar uma peça por vez, observar os pontos somando-os, marcar o valor correspondente na faixa e devolver a peça à mesa ou à urna. Cada *Jogador* deve fazer o mesmo na sua vez. Caso retire uma peça cujo o valor da soma já tenha sido "pintada" na faixa deve-se devolve-la sem jogar e passar a vez. Ganhará a partida o *Jogador* que conseguir "pintar" todos os números da faixa primeiro.

JOGO 2: Rotas

Figura 15 – Rotas



Fonte: O Autor

O segundo jogo foi o *Rotas*, que assim como o *Pintando o 13* conta com um tabuleiro (ilustrado acima) e um dominó de 28 peças (duplo 6), mas também com uma moeda (inicialmente posta no encontro da 3ª linha e 3ª coluna). Trata-se duma malha constituída por cinco retas horizontais e cinco verticais interceptadas perpendicularmente. ~~P~~ara saber quem jogará primeiro, cada jogador deve retirar uma peça do dominó, observar os valores somando-os e quem obter a soma maior será o primeiro. Cada jogador possuirá um tabuleiro e uma moeda. O dominó poderá ser compartilhado. Diferentemente do jogo antecedente, onde foram usadas todas as peças, nesse retira-se a peça formada pelo os dois valores zero, “ 0/0”, a “carroça de branco”. Assim, as somas dos pontos de cada peça diversificarão de *1* a *12*. Os resultados *1*, *2*, *3*, *4*, *5*, *6*, *7*, *8*, *9*, *10*, *11* e *12* formarão quatro conjuntos com três elementos cada e corresponderão a quatro comandos. Dessa forma, teremos: *1* ou *2* ou *3* = Para a Esquerda = E; *4* ou *5* ou *6* = Para Cima = C; *7* ou *8* ou *9* = Para a Direita = PD e *10* ou *11* ou *12* = Para Baixo = PB. A meta é sair da malha, vence a partida quem conseguir primeiro.

Figura 16 – Questionário Pós-Jogo

QUESTIONÁRIO PÓS-JOGOS

1) Em relação ao jogo "Pintando o '13'" quantos eventos existem?

2) A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.

3) Quais conceitos de probabilidade você vê no jogo "Pintando o '13'"?

4) Em relação ao jogo "Rotas'" quantos eventos existem?

5) A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.

6) Quais conceitos de probabilidade você vê no jogo "Rotas"?

7) Quais vantagens você consegue vê no uso desses MDM's para o ensino de Probabilidade?

8) Na sua prática você se vê usando algum MDM's para o para o ensino de Probabilidade?

Fonte: O Autor

6. ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÕES

6.1 QUESTIONÁRIO 1

Analisamos as oitos questões do *Questionário 1*. As observações sobre as mesmas resultaram um panorama que expõe as concepções tanto sobre o ensinamento quanto a aprendizagem de Probabilidade que os estudantes de Licenciatura em Matemática veem compreendendo ao longo da sua trajetória acadêmica. Além disso, a partir das respostas vemos como os discentes lidaram com MDM e quais foram usados nesses momentos. Esse questionário pode ser observado na Metodologia desta pesquisa.

6.1.1. **Questão 1 -** ***Marque com um "x" as disciplinas que você já cursou abaixo:***

( ) Estatística Básica ( ) Matemática 2 ( ) Metodologia do Ens. da Matemática 1

Viu-se que todos os participantes cursaram essas disciplinas.

6.1.2. **Questão 2 -** ***Com suas palavras, explique o que é Probabilidade***

As réplicas dessa questão respondem a dois dos objetivos gerais dessa pesquisa que é a*nalisar o conhecimento de futuros professores de matemática sobre Probabilidade* e *identificar o conhecimento pedagógico de futuros professores de matemática sobre Probabilidade*. Usamos uma tabela para mostra quais foram as palavras e /ou expressões mais recorridas para conceituar Probabilidade.

Tabela 1 – Palavras para a definição de Probabilidade

Palavras chaves para a definição de Probabilidade						
Aluno	**Chance**	**Ocorrência**	**Acontecimento**	**Possibilidade**	**Ciência**	**Previsão**
1	x					
2	x					
3	Não respondeu o Questionário 1					
4						x
5				x	x	
6	x					x
7	x					
8			x		x	
9	x		x			
10	x	x				
11	x	x				
12			x			
13		x				
14	x	x				
15	Conceito não definido pelo Aluno					
16	x	x		x		

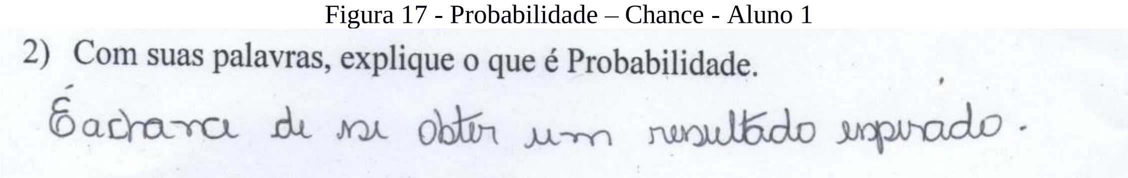
Fonte: O Autor

A tabela acima exibe a assiduidade de cada termo usado por cada aluno. Vê-se que os termos *Chance* e *Ocorrência* foram os mais frequentes. Abaixo destacaremos alguns resultados relevantes das categorias.

- **Probabilidade - *Chance***

Ao todo, nove alunos dos dezesseis empregaram o termo *Chance* para definir o conceito de Probabilidade. Percebeu-se em algumas dessas situações esse vocábulo exprime o sentido de *o percentual de ocorrer*, *o tão quanto pode acontecer*, *a possibilidade de*.

Figura 17 - Probabilidade – Chance - Aluno 1



Fonte: O Autor

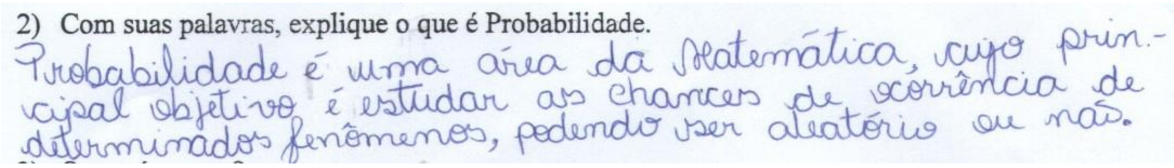
Figura 18 - Probabilidade – Chance - Aluno 2
Fonte: O Autor

Face à essas respostas, percebemos que os alunos atrelam a Probabilidade na maioria dos casos como algo que pode acontecer ou que em definitivo ocorra, mas, porém, pode-se e/ou em alguns casos deve-se também, calcular ou conhecer as *Chances* de um evento de não acontecer, nesse caso o *fracasso*.

- **Probabilidade – *Ocorrência***

Os dados mostram que cinco dos dezesseis, utilizaram o termo *Ocorrência* para expressar o que concebem por Probabilidade. Traremos um desses casos, que inclusive, em relação aos outros anteriormente expostos leva em conta a aleatoriedade dos fenômenos.

Figura 19 - Probabilidade – Ocorrência – Aluno 11


2) Com suas palavras, explique o que é Probabilidade.
Probabilidade é uma área da Matemática, cujo principal objetivo é estudar as chances de ocorrência de determinados fenômenos, podendo ser aleatório ou não.

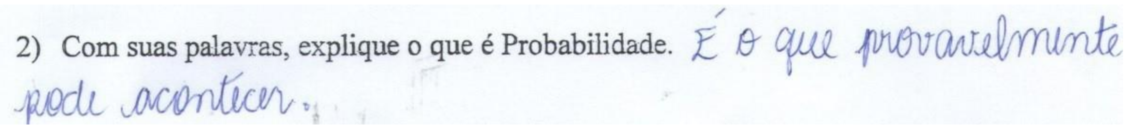
Fonte: O Autor

Diferentemente dos *Alunos 1*e 2, o *Aluno 11* considera também, a possibilidade duns fenômenos quaisquer poderem ser aleatórios os não. A importância dessa observação dá-se pelo fato de que caso um fenômeno não seja aleatório, o mesmo será determinístico, que são aqueles cujas probabilidade de acontecer é *1*.

- **Probabilidade – *Acontecimento***

Identificamos que três dos dezesseis alunos trouxeram a terminologia *Acontecimento* para denotar o conceito pesquisado. Trouxemos como amostra (embora todas tenham sido analisadas) a reposta do *Aluno 12* para discussão.

Figura 20 - Probabilidade – Acontecimento – Aluno 12


2) Com suas palavras, explique o que é Probabilidade. É o que provavelmente pode acontecer.

Fonte: O Autor

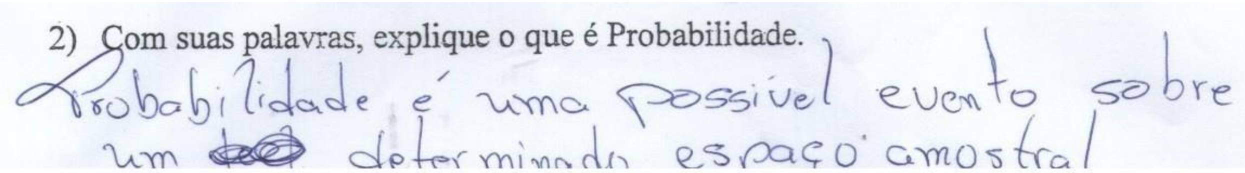
Verificou-se que essa definição apresentada pelo *Aluno 12* está em construção. Pois a Probabilidade não só estuda casos que provavelmente aconteçam, mas também, os eventos pouco prováveis e até mesmo os impossíveis. Essa explicação faz parecer que tudo pode ser suscetível a acontecer o que não é. Por exemplo, considerando o experimento onde é realizado 10 lançamentos de moeda, por mais que *cara* ou *coroa* sejam eventos equiprováveis, ou seja, aqueles que possuem a mesma probabilidade de ocorrer e que a soma das suas probabilidades seja igual a *1*, como afirma

Morettin (2010), pode acontecer de obter-se 10 *caras* ou 10 *coroas*. A aleatoriedade deve ser levada em consideração.

- **Probabilidade - *Possibilidade***

Para essa categoria, trouxemos a resposta do *Aluno 7*. Como pode ser visto na Figura abaixo, ele entente probabilidade como *um possível evento sobre um determinado espaço amostral*. Acreditamos que em *evento* o mesmo refere-se ao caso favorável, o *sucesso* e, no *espaço amostral* os casos possíveis.

Figura 21 - Probabilidade – Possibilidade – Aluno 7

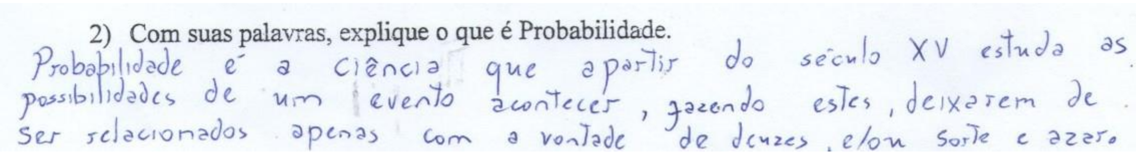

2) Com suas palavras, explique o que é Probabilidade.
Probabilidade é uma possivel evento sobre um ~~...~~ determinado espaço amostral

Fonte: O Autor

- **Probabilidade – *Ciência***

Quanto a Probabilidade concebida como *Ciência*, trazemos a análise das repostas tanto do *Aluno 5* quanto do *Aluno 8*.

Figura 22 - Probabilidade – Ciência – Aluno 5

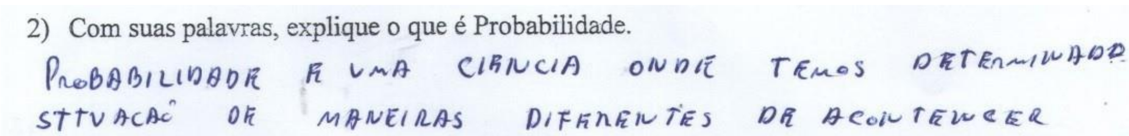

2) Com suas palavras, explique o que é Probabilidade.
Probabilidade é a ciência que a partir do século XV estuda as possibilidades de um evento acontecer, fazendo estes, deixarem de ser relacionados apenas com a vontade de deuses, e/ou sorte e azar.

Fonte: O Autor

Antes de tudo, vale atentar a nota histórica que o *Aluno 5* trouxe espontaneamente e bastante pontual. Além da palavra *acontecer (acontecimento)*, ele também demarca o conceito com o termo *possibilidades*. No final da sua conceituação, ele explica que a Probabilidade se torna *Ciência* quando passa a ignorar que os eventos acontecem por vontade de divindades, mas através da observação dos eventos.

Figura 23 - Probabilidade – Ciência – Aluno 8

O


2) Com suas palavras, explique o que é Probabilidade.
PROBABILIDADE E UMA CIENCIA ONDE TEMOS DETERMINADO SITUACAO DE MANEIRAS DIFERENTES DE ACONTENCER

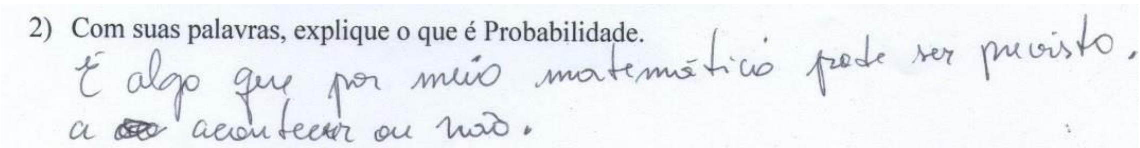
Fonte: Autor

Na definição realizada pelo *Aluno 8*, abstraímos, através de suas palavras, que o mesmo acredita que Probabilidade é a *Ciência* que identifica determinadas situações (fenômenos aleatórios) que possuem maneiras diferentes de acontecer (eventos distintos).

- **Probabilidade – *Previsão***

Como exemplo de Probabilidade vista como uma *Previsão*, trouxemos a conceituação/resposta do *Aluno 4*.

Figura 24 - Probabilidade – Previsão – Aluno 4



2) Com suas palavras, explique o que é Probabilidade.

É algo que por meio matemático pode ser previsto, a acontecer ou não.

Fonte: O Autor

Nela, ele fala que *É algo que por meio matemático pode ser previsto, a acontecer ou não*. Na primeira frase, percebemos que o *Aluno 4* não consegue exprimir com precisão alguns termos do corpo conceitual da probabilidade, como por exemplo em *algo* que se refere a *evento*. Vemos também que ele não especifica que *meio matemático* seria esse, que nesse caso sabe-se que é a divisão de *casos favoráveis* sobre os *possíveis*.

6.1.3. Questão 3 - *O que é evento?*

Essa questão teve como objetivo conhecer as noções que os discentes constituirão ao longo da sua formação. E, através disso fazer observações sobre a mesma do ponto de vista conceitual e metodológico.

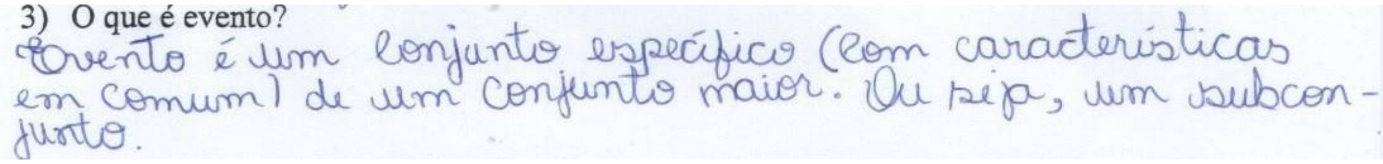
Quando examinamos as repostas da *Questão 3, O que é evento?*, percebemos que os estudantes usaram expressões-chave para expressar suas respectivas percepções sobre o conceito de *evento*. Dentre as quais destacam-se: *Resultado esperado*, *O que se quer*, *Situação*, *Conjunto de resultado*, *Possíveis resultados*, *Acontecimento*, *É o que se deseja saber*, *Um subconjunto* e *Situação ocorrida*.

Vimos também que dentre essas expressões recorridas

- **Evento – *Um subconjunto***

Verificamos que seis estudantes usaram a expressão *subconjunto* para referir-se à noção de evento. Nessas situações percebemos que mesmo usando a mesmo vocábulo, eles focaram em partes diferentes deste conceito. Exibiremos algumas situações onde essa diversidade se manifestou. Inclusive esse é o intuito de trazer-se as diferentes maneiras de conceitualizar o mesmo conteúdo.

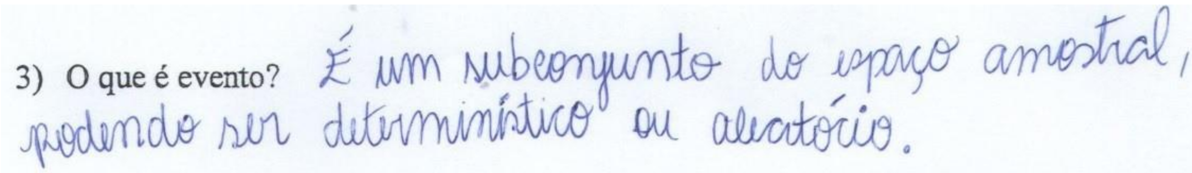
Figura 25 - Evento – Um subconjunto – Aluno 11


3) O que é evento?
Evento é um conjunto específico (com características em comum) de um conjunto maior. Ou seja, um subcon-junto.

Fonte: O Autor

Trouxemos a resposta do *Aluno 11* como uma exemplificação de uma percepção ampla do saber em questão, *Evento*. Notamos que o *Aluno 11* descreveu características importantes, a exemplo de cada evento é um conjunto, ou seja, há aspectos que os fazem distintos entre si e, também, que são subconjuntos.

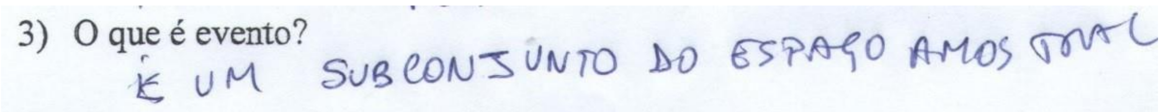
Figura 26 - Evento – Um subconjunto – Aluno 12


3) O que é evento? É um subconjunto do espaço amostral, podendo ser determinístico ou aleatório.

Fonte: O Autor

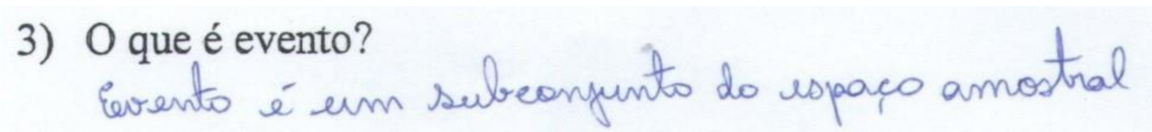
Já o *Aluno 12*, também define *Evento* como *subconjunto* e ainda enfatiza que ele pode ser oriundo tanto dum experimento aleatório quanto dum determinístico.

Figura 27 - Evento – Um subconjunto – Aluno 13


3) O que é evento?
É UM SUBCONJUNTO DO ESPAÇO AMOSTRAL

Fonte: O Autor

Figura 28 - Evento – Um subconjunto – Aluno 16


3) O que é evento?
Evento é um subconjunto do espaço amostral

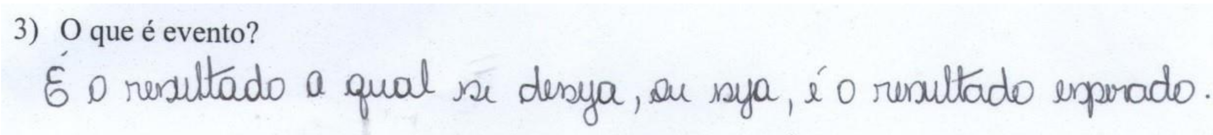
Fonte: O Autor

A resposta do *Aluno 13* e do *Aluno 16* enfatizam a recorrência da expressão subconjunto para designar a noção de *Evento.* Inclusive essa terminologia é adotada por Morgado *et al* (2004) que chama *Evento* de subconjunto de espaço amostral.

- **Evento – *Resultado Esperado***

Constatamos a ocorrência da definição de *Evento* como *Resultado esperado* em dois casos, na conceitualização do *Aluno 1* e do *Aluno 4*. Mostraremos na integra as falas desses estudantes e logo após comentaremos sobre as mesmas.

Figura 29 - Evento – Resultado Esperado – Aluno 1

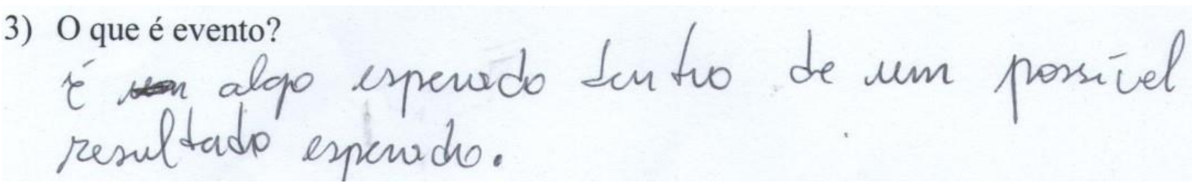


3) O que é evento?

É o resultado a qual se deseja, ou seja, é o resultado esperado.

Fonte: O Autor

Figura 30 - Evento – Resultado Esperado – Aluno 4



3) O que é evento?

É ~~um~~ algo esperado dentro de um possível resultado esperado.

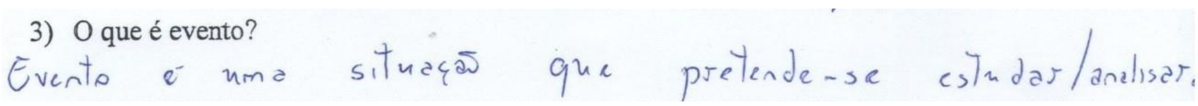
Fonte: O Autor

Além de referir-se a ideia de *Evento* a um *Resultado esperado*, os estudantes evocaram também de *resultado a qual se deseja*. Porém, segundo Morettin (2010), *eventos aleatórios*, que são obtidos a partir de experimentos aleatórios, não são previsíveis.

- **Evento - *Situação***

Ao todo, localizamos duas falas que trazem *Evento* é como *Situação*, as mesmas foram referidas pelo *Aluno 5* e também pelo *Aluno14*.

Figura 31 - Evento – Situação – Aluno 5

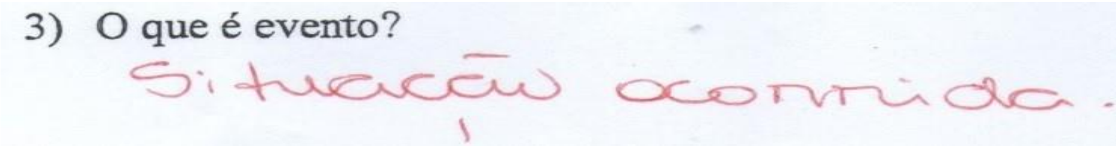


3) O que é evento?

Evento é uma situação que pretende-se estudar/analisar.

Fonte: O Autor

Figura 32 - Evento – Situação – Aluno 5



Fonte: O Autor

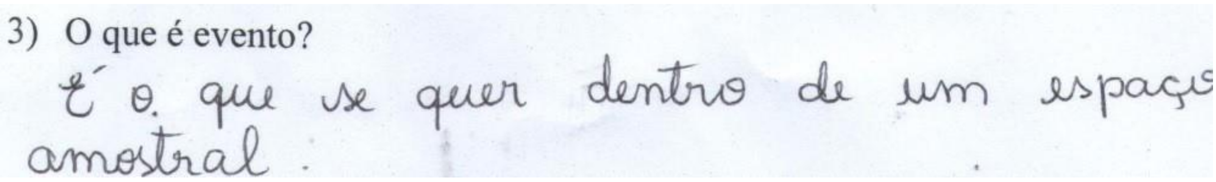
Diante das amostras trazidas acima, concluímos que ambos se referem em *Situação* a algum acontecimento, que por sua vez diz respeito do que se obtêm pós-experimento, sendo ele determinístico ou aleatório.

- **Evento -** ***O que se quer, Conjunto de resultados, Possíveis resultados, Acontecimento* e *É o que se deseja saber***

Essas demais expressões não apresentaram uma frequência de uso de mais de um estudante. No entanto, esse fato não as tornam menos notáveis que as outras.

Em relação a locução *O que se quer* utilizada para designar *Evento* trazemos a fala do *Aluno 2*.

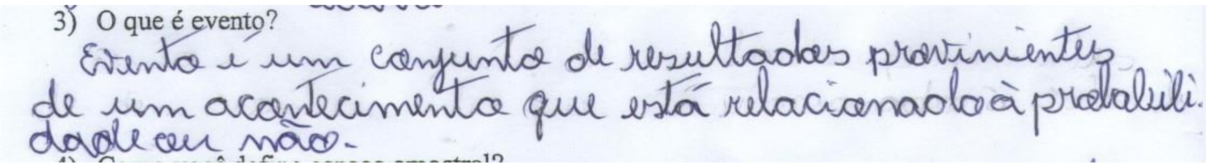
Figura 33 - Evento – O que se quer – Aluno 2



Fonte: O Autor

Acreditamos que o *Aluno 2* utilizou-se dessa expressão para fazer alusão a ideia de *sucesso*.

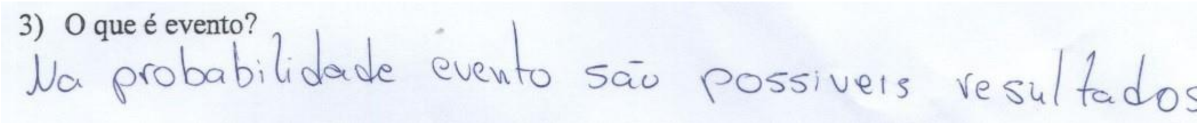
Figura 34 - Evento – Conjunto de resultados – Aluno 6



Fonte: O Autor

Em relação a expressão *Conjunto de resultados* usada pelo *Aluno 6* para definir *Evento*, pudemos abstraímos, a partir da colocação do mesmo, que ele trata *acontecimento* como *experimento aleatório*. No final, em *está relacionado* (o evento) *à probabilidade ou não*, entendemos que ao dizer isso, ele refere-se ao fato de que nem sempre quando estuda-se evento, procura-se a sua probabilidade de ocorrer. Na figura abaixo, vimos que *Evento* é trazido como *Possíveis resultados* pelo o *Aluno 7*.

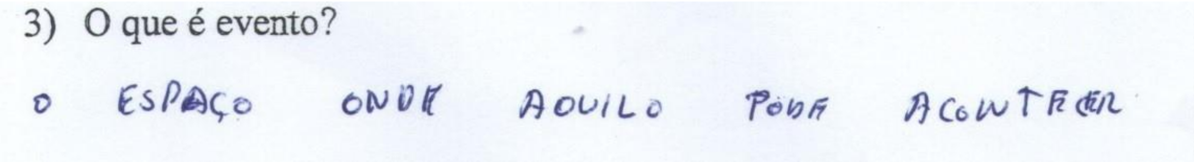
Figura 35 - Evento – Possíveis resultados – Aluno 7


3) O que é evento?
Na probabilidade evento são possiveis resultados

Fonte: O Autor

Em *o espaço onde aquilo pode acontecer* (acontecimento), explicação na integra do *Aluno 8* para definir *Evento*, abstraímos que em *espaço* trata-se do subconjunto de um espaço amostral qualquer e *aquilo* de um evento.

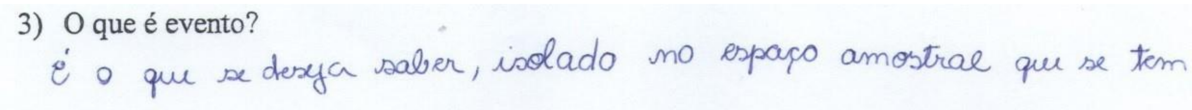
Figura 36 - Evento – *espaço onde aquilo pode acontecer* – Aluno 8


3) O que é evento?
O ESPAÇO ONDE AQUILO PODE ACONTECER

Fonte: O Autor

Terminaremos está subseção com a consideração do *Aluno 9* quanto a delimitação da ideia de *Evento*. Sobre esse conceito, o *Aluno 9* trouxe *É o que se deseja saber, isolado no espaço amostral que se tem*. Compreendemos que em *o que* o mesmo se refere ao próprio *Evento* e em *isolado no espaço amostral* trata-se das características que cada evento possui que o torna disjunto ou não em relação aos outros.

Figura 37 - Evento – *O que se deseja saber* – Aluno 9


3) O que é evento?
É o que se deseja saber, isolado no espaço amostral que se tem

Fonte: O Autor

6.1.4. Questão 4 – *Como você define espaço amostral?*

Segundo Morettin (2010), em *Estatística Básica Probabilidade e Inferência,* afirma que o conjunto dos resultados de um experimento aleatório é denominado *Espaço Amostral*. Sob essa definição, vamos nos guiar para relatar as denominações que o conceito de Espaço Amostral recebeu dos licenciandos. Em seguinte, temos a Tabela 2, que exibe a frequência com a qual as expressões foram evocadas:

Tabela 2 – Expressões para a definição de Espaço amostral

Expressões para a definição de Espaço Amostral						
Aluno	Todos possíveis resultados	Todas as possibilidades	Total de eventos possíveis	Conjuntos de todos elementos	Todos os eventos	Total de Resultados possíveis
1	x					
2		x				
3	Não respondeu o Questionário 1					
4	(compreensão em construção)					
5			x			
6						x
7			x			
8	(compreensão em construção)					
9			x			
10	x					
11				x		
12		x				
13					x	
14	(compreensão em construção)					
15		x				
16					x	

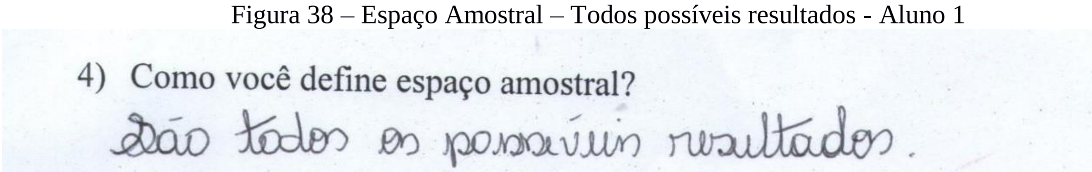
Fonte: O Autor

As denotações que os licenciandos realizaram para precisar o conceito de *Espaço Amostral* categorizam-se em *Todos possíveis resultados*, *Todas as possibilidades*, *Total de eventos possíveis*, *Conjunto de todos elementos*, *Todos os eventos* e *Total de resultados possíveis*. Analisamos cada uma das respostas e traremos algumas respostas que representa sua respectiva classe.

- **Espaço Amostral - *Todos possíveis resultados***

Segundo os dados observados, o *Aluno 1* e o *Alunos 10* utilizaram a locução *Todos possíveis resultados* para expressar a ideia de *Espaço amostral*. Como pode ser visto a seguir:

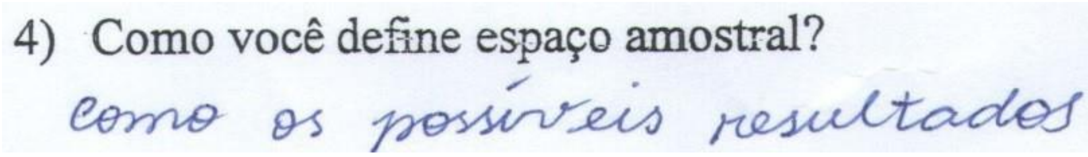
Figura 38 – Espaço Amostral – Todos possíveis resultados - Aluno 1


4) Como você define espaço amostral?

São todos os possíveis resultados.

Fonte: O Autor

Figura 39 – Espaço Amostral – Todos possíveis resultados - Aluno 10


4) Como você define espaço amostral?
Como os possíveis resultados

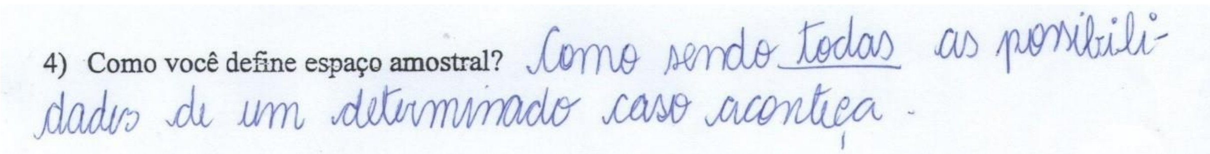
Fonte: O Autor

Depois de um comparativo que realizamos entre a definição trazida por Morettin (2010) e a maneira com a qual os *Alunos 1* e *10* compreendem o conceito de *Espaço Amostral*, percebemos que as colocações discentes não estão incorretas, porém incompleta. Intuímos assim, pois, apenas trazer *os possíveis resultados* pode deixa a definição imprecisa, dado que, não indica a origem desses *possíveis resultados.* Um futuro professor de matemática precisa ser capaz de trazer explicações mais amplas dos conceitos que irá expor com seus alunos.

- **Espaço Amostral – *Todas as Possibilidade***

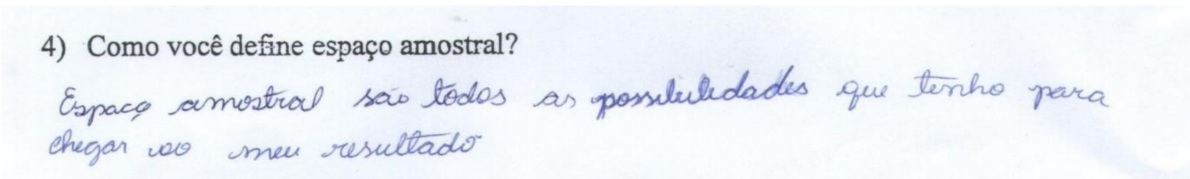
Foram três discentes no total, os *Alunos 2*, *12* e *15* que trouxeram a definição de *Espaço Amostral* como *Todas as possibilidades*. A seguir, as colocações:

Figura 40 – Espaço Amostral – Todas as possibilidades - Aluno 2


4) Como você define espaço amostral? Como sendo todas as possibili-dades de um determinado caso aconteça.

Fonte: O Autor

Figura 41 – Espaço Amostral – Todas as possibilidades - Aluno 12


4) Como você define espaço amostral?
Espaço amostral são todos as possibilidades que tenho para chegar ao meu resultado

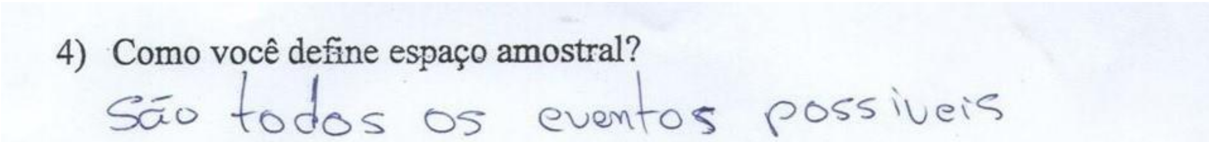
Fonte: O Autor

O *Aluno 2*, na sua colocação, em *ocorrência de um evento* (parte complementar a *todas as possibilidades*) faz referência ao conjunto de todos elementos que um experimento aleatório pode produzir. Já em *Como sendo todas as possibilidades de um determinado caso aconteça*, conceitualização feita pelo *Aluno 12*, compreendemos que o mesmo aludi ao ato de listar os eventos para constituir um espaço amostral.

- **Espaço Amostral – *Total de eventos possíveis***

Constatamos que o *Alunos 5, 7* e *9* recorreram a essa expressão (*Total de eventos possíveis*) para designar o conceito de *Espaço Amostral*.

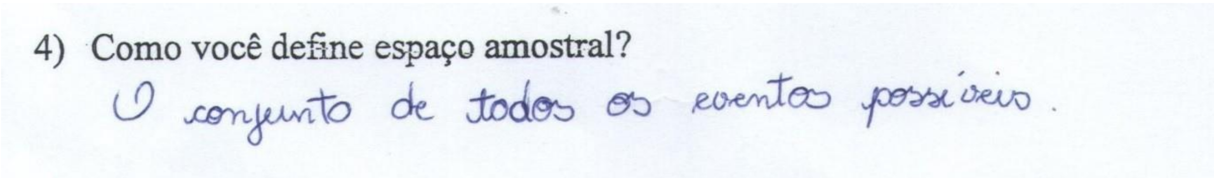
Figura 43 – Espaço Amostral – Total de eventos possíveis - Aluno 7


4) Como você define espaço amostral?

São todos os eventos possiveis

Fonte: O Autor

Figura 44 – Espaço Amostral – Total de eventos possíveis - Aluno 9


4) Como você define espaço amostral?

O conjunto de todos os eventos possiveis.

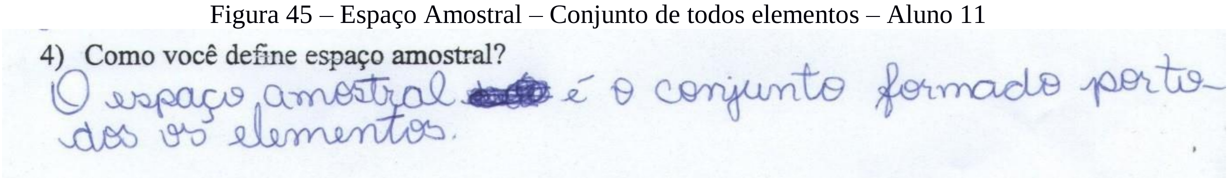
Fonte: O Autor

Vê-se nessas definições que tanto o *Aluno 7*, quanto o *Aluno 9*, através da expressão *todos os eventos possíveis*, explicam que *Espaço Amostral* nada mais é que a totalidade de eventos. No entanto, não explicam que esses eventos são oriundos de experimentos aleatórios.

- **Espaço Amostral – *Conjunto de todos elementos***

Apenas o Aluno *11* usou *Conjunto de todos elementos* para reporta-se a formulação de *Espaço Amostral*.

Figura 45 – Espaço Amostral – Conjunto de todos elementos – Aluno 11


4) Como você define espaço amostral?

O espaço amostral é o conjunto formado porto-dos os elementos.

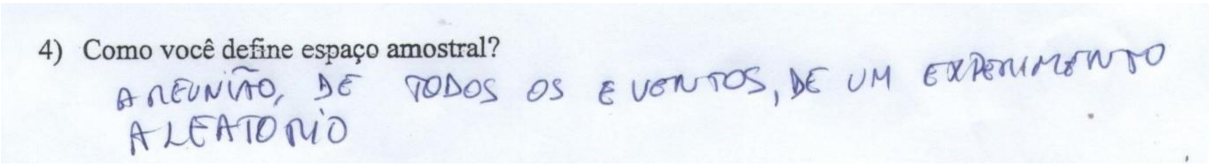
Fonte: O Autor

De imediato detectamos em *elementos* a atribuição para *eventos*.

- **Espaço Amostral – *Todos eventos***

Observamos que o *Aluno 13* e *Aluno 16* usaram *todos eventos* para denominar *Espaço Amostral* nas suas respectivas definições. Como vê-se abaixo:

Figura 46 – Espaço Amostral – Todos eventos – Aluno 13


4) Como você define espaço amostral?
A REUNIÃO, DE TODOS OS EVENTOS, DE UM EXPERIMENTO ALEATÓRIO

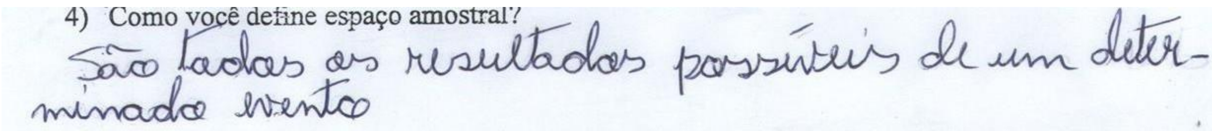
Fonte: O Autor

Atentamos para a pontualidade conceitual que o *Aluno 13* traz em *de um experimento aleatório* apontando a origem desses eventos, que quando reunidos constituem o espaço amostral.

- **Espaço Amostral – *Total de resultados possíveis***

E para a última expressão, temos *Total de resultados possíveis* usada pelo *Aluno 6* para definir a noção de *Espaço Amostral*.

Figura 47 – Espaço Amostral – Total de resultados possíveis – Aluno 16


4) Como você define espaço amostral?
São todos os resultados possíveis de um deter-minado evento

Fonte: O Autor

Através de Morettin (2010), compreendemos que um evento aleatório tanto pode ser constituído por apenas um ponto amostral[6] ou o conjunto deles. Com isso, em relação a colocação do *Aluno 6*, temos que em *resultados possíveis* seriam esses *pontos amostrais* que formam os eventos e que por sua vez constituem o espaço amostral.

6.1.5. Questão 5 - *Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?*

6 Segundo Morettin (2010), pontos amostrais são elementos de um espaço amostral.

Ao analisarmos todas as respostas da *Questão 5* do *Questionário 1* verificamos que as maiores dificuldades relativas ao ensino da probabilidade apontadas pelos estudantes, em ordem pela maior concentração e em ordem alfabética, são: *Encontrar o espaço amostral*, *Interpretação das questões*, *Demonstrações*, *Conceito descontextualizado* e *Falta de metodologia docente*. Com o objetivo de exibir a relação estudante x dificuldade organizamos em uma tabela as respectivas frequências. Como pode se vê abaixo na *Figura 47*:

Tabela 3: Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade. Fonte: O Autor.

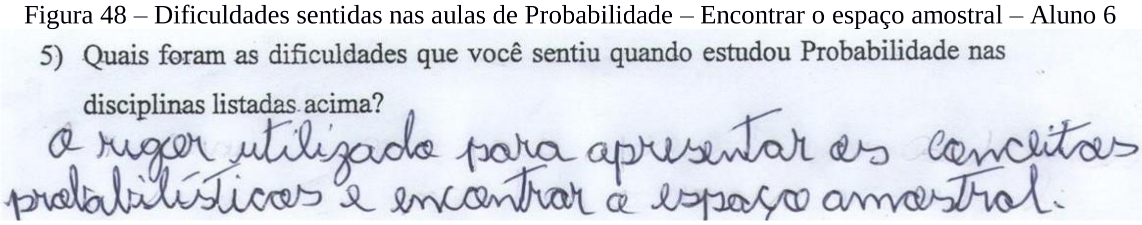
Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade

Aluno	Interpretação das questões	Encontrar o espaço amostral	Demonstrações	Conceito descontextualizado	Falta de metodologia docente
1	x		x		
2	x				
3	Não respondeu o Questionário 1				
4	*Dificuldade em* Conceito de Análise Combinatória				
5	*Dificuldades não listadas*				
6		x	x		
7	x		x		
8	x				
9	x	x			
10		x			
11		x			
12		x			
13		x			
14				x	
15					x
16			x		

- **Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade - *Encontrar o espaço amostral***

Constatamos que os *Alunos 6*, *9*, *10*, *11*, *12* e *13* tiveram dificuldades para detectar o espaço amostral das questões propostas nas aulas. Exibiremos o relato original de alguns desses estudantes sobre suas respectivas dificuldades.

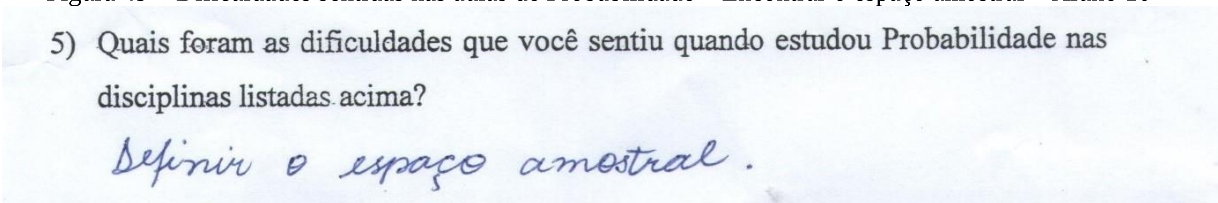
Figura 48 – Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Encontrar o espaço amostral – Aluno 6


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?

O rigor utilizado para apresentar os conceitos probabilísticos e encontrar o espaço amostral.

Fonte: O Autor

Figura 49 – Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Encontrar o espaço amostral – Aluno 10

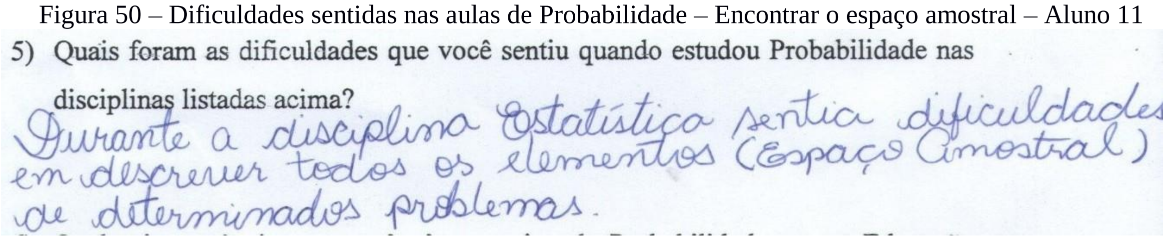


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?

Definir o espaço amostral.

Fonte: O Autor

Figura 50 – Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Encontrar o espaço amostral – Aluno 11

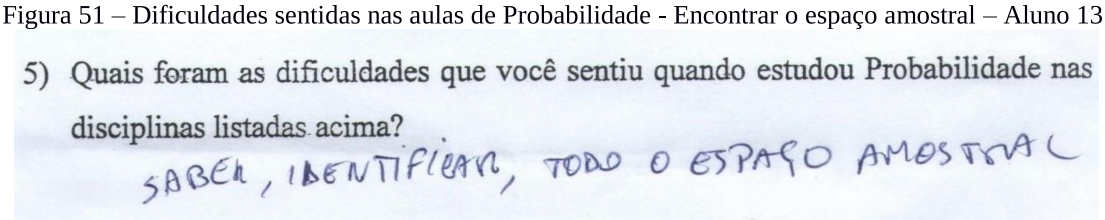


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?

Durante a disciplina Estatística sentia dificuldades em descrever todos os elementos (Espaço Amostral) de determinados problemas.

Fonte: O Autor

Figura 51 – Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade - Encontrar o espaço amostral – Aluno 13



5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?

SABER, IDENTIFICAR, TODO O ESPAÇO AMOSTRAL

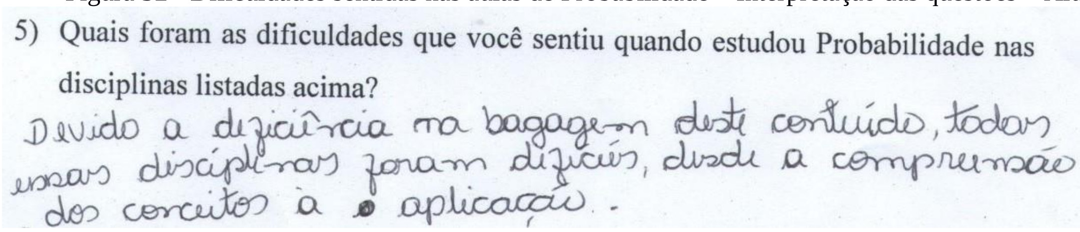
Fonte: O Autor

Levando em consideração a relevância que possui o conceito de *Espaço Amostral* para o ensino de Probabilidade, torna-se preocupante o fato da maioria dos estudantes que participaram dessa pesquisa terem tantas dificuldades em lidar com esse tópico.

- **Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade - *Interpretação das questões***

Segundo as observações que realizamos, os *Alunos 1, 2, 7, 8* e *9* relataram que sentiam dificuldades para interpretar as questões desse conteúdo matemático. Iremos mostrar algumas dessas narrativas em seguinte:

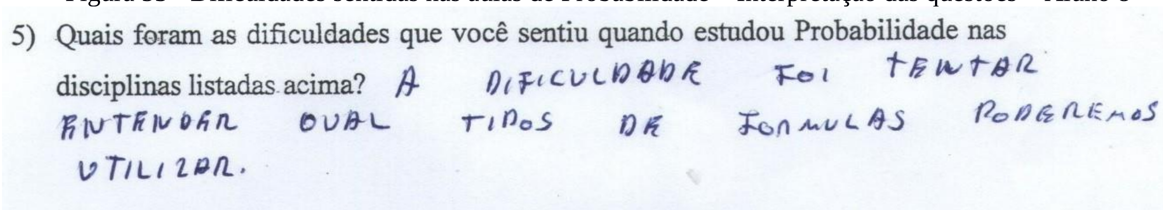
Figura 52 - Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Interpretação das questões – Aluno 1


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?

Devido a deficiência na bagagem deste conteúdo, todas essas disciplinas foram difíceis, desde a compreensão dos conceitos à aplicação.

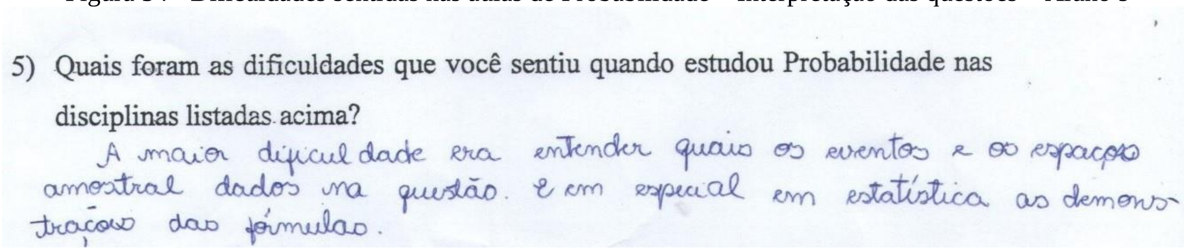
Fonte: O Autor

Figura 53 - Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Interpretação das questões – Aluno 8


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima? A DIFICULDADE FOI TENTAR ENTENDER QUAL TIPOS DE FORMULAS PODEREMOS UTILIZAR.

Fonte: O Autor

Figura 54 - Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Interpretação das questões – Aluno 9


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?

A maior dificuldade era entender quais os eventos e os espaços amostral dados na questão. E em especial em estatística as demonstrações das fórmulas.

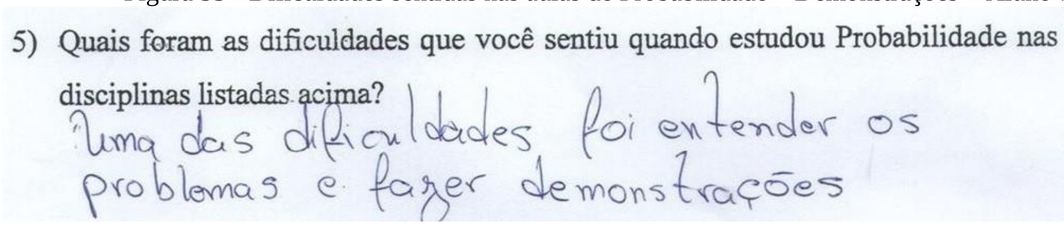
Fonte: O Autor

Disto, vimos que o *Aluno 1* apontou como razão do problema a formação e que isso se refletiu tanto na teoria deste conteúdo quanto nas resoluções das questões em si. Através do discurso do *Aluno 8*, observamos e intuímos que o mesmo não tinha facilidade em identificar qual algoritmos usar mediante as perguntas. Segundo o *Aluno 9*, os obstáculos que ele encontrou nos momentos de formação foram detectar os eventos, o espaço amostral e realizar demonstrações na Disciplina de Estatística Básica.

- **Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – *Demonstrações***

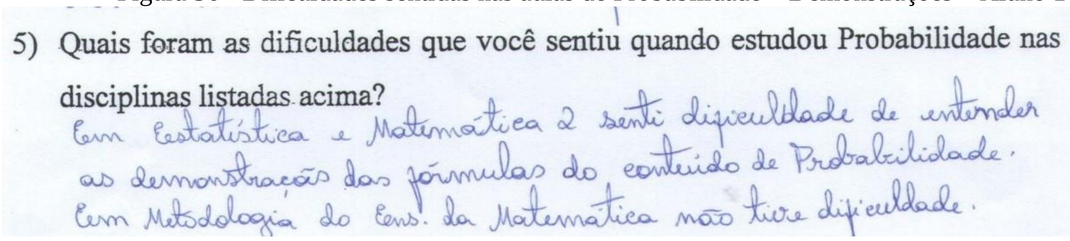
Detectamos a frequência de quatro licenciandos que se viram inseguros para lidar com as *Demonstrações*. Entre eles, o *Aluno 1*, *6*, *7* e *16*. Adiante iremos expor duas das quatro respostas.

Figura 55 - Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Demonstrações – Aluno 7


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?
Uma das dificuldades foi entender os problemas e fazer demonstrações

Fonte: O Autor

Figura 56 - Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade – Demonstrações – Aluno 16


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?
Em Estatística e Matemática 2 senti dificuldade de entender as demonstrações das fórmulas do conteúdo de Probabilidade. Em Metodologia do Ens. da Matemática não tive dificuldade.

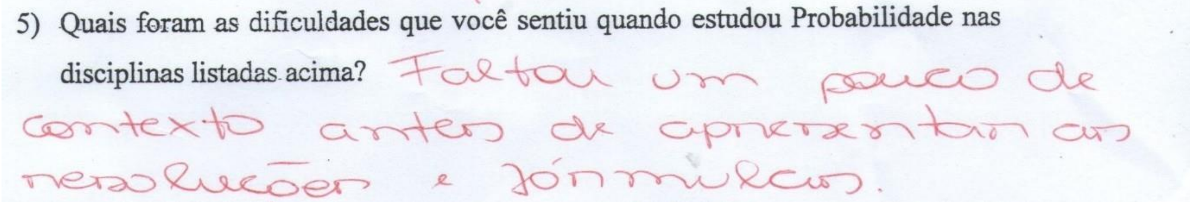
Fonte: O Autor

O *Aluno 7*, achou as questões complexas e relatou também que não possuiu facilidade para realizar demonstração. Pelo relato do *Aluno 16*, vimos que o mesmo não conseguiu compreender claramente como davam-se as fórmulas, no enteando, nos momentos de ensino de probabilidade na disciplina de *Metodologia do Ensino da Matemática I*, não possuiu dificuldades.

- **Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade - *Conceito descontextualizado* e *Falta de metodologia docente***

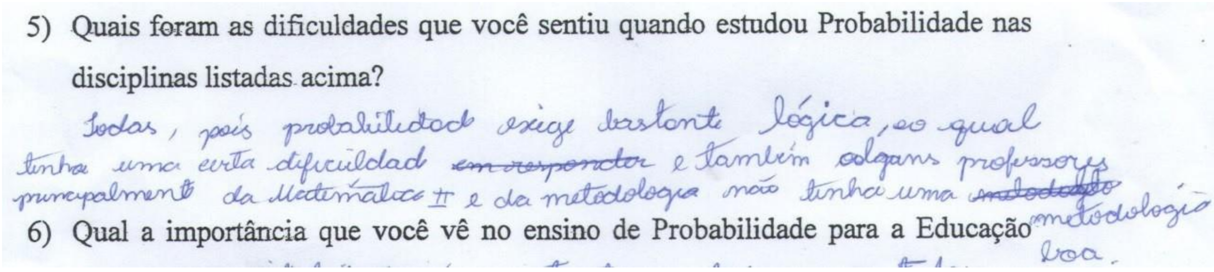
Ambas expressões obtiveram a frequência de um aluno. Para o primeiro caso traremos a narrativa do *Aluno 14* e para o segundo o *Aluno 15*.

Figura 57 - Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade - Conceito descontextualizado – Aluno 14


5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?
Faltou um pouco de contexto antes de apresentar as resoluções e fórmulas.

Fonte: O Autor

Figura 58 - Dificuldades sentidas nas aulas de Probabilidade - Falta de metodologia docente – Aluno 15



5) Quais foram as dificuldades que você sentiu quando estudou Probabilidade nas disciplinas listadas acima?

Todas, pois probabilidad exige bastante lógica, ao qual tinha uma certa dificuldad ~~em responder~~ e também alguns professores principalment da Matemática II e da metodologia não tinha uma ~~metodologia~~ metodologia boa.

6) Qual a importância que você vê no ensino de Probabilidade para a Educação

Fonte: O Autor

Na primeira circunstância, o *Aluno 14* atribui suas dificuldades na aprendizagem desse conteúdo a forma que as aulas foram dadas, devido a mínima contextualização que precedeu a formalização e aplicação desse conteúdo. Um póstero docente em Matemática precisa desde sua formação inicial vivenciar a aplicação da Probabilidade no cotidiano, pois como ele poderá enxergar e também mostrar para seus futuros alunos que a Probabilidade pode exercer uma função social dada a possibilidade de auxiliar na tomada de decisão?

Já o *Aluno 15*, disse possuir muitas dificuldades na construção do saber desse conteúdo, pois o mesmo apresenta uma alta complexidade dado as situações lógicas que ele apresenta. Ele também atribuiu suas dificuldades a falta de *metodologia boa* (palavras do estudante).

6.1.6. Questão 6 - *Qual a importância que você vê no ensino de Probabilidade para a Educação Básica?*

Criamos uma Tabela para exibir as expressões que representam a relevância desde conteúdo na perspectiva dos discentes que colaboraram para esse trabalho. Em seguinte iraremos expô-la:

Tabela 4 – Importância da Probabilidade. Fonte: O Autor

Importância do Ensino de Probabilidade					
Aluno	Aplicação no cotidiano	Para resoluções de questões	Incentivo para o raciocínio lógico	Para a compreensão da aleatoriedade	Para a compreensão da equiprobabilidade
1	x	x			
2	x				
3	Não respondeu o Questionário 1				
4	x				
5	x				
6	x				
7	x				
8		x			
9			x		
10	Importância não descrita				
11	x				
12	x				
13					x
14	Importância não descrita				
15	x				
16				x	

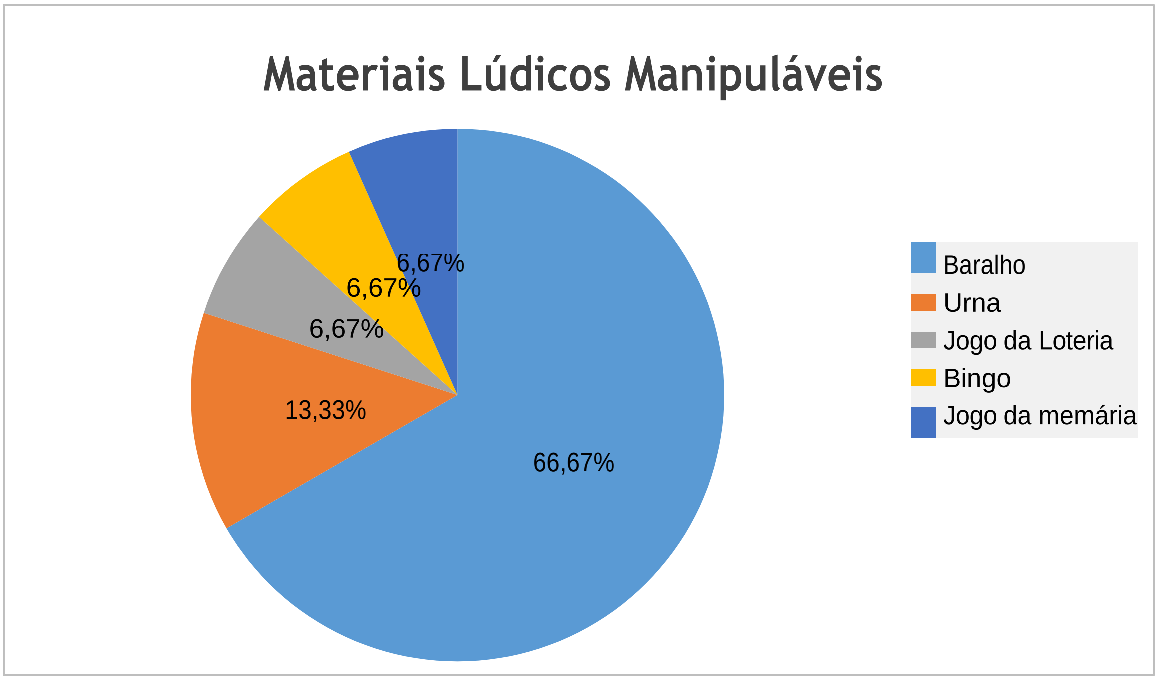
A análise das respostas nos mostrou que aproximadamente 56% dos estudantes consideram a *Aplicação no cotidiano* o que de mais relevante a Probabilidade pode proporcionar. Os alunos que o fizeram foram: 1, 2, 4, 5, 6, 7, 11, 12 e 15. Destacamos três das nove falas como exemplificação das considerações citadas. O *Aluno 4,* trouxe *É de suma importância pois o aluno se depara constantemente com problemas envolvendo probabilidade, logo necessita desse conhecimento* através dessa; O Aluno 6, *é comum do dia a dia o uso da probabilidade para medir a chance de que algo que possa ocorrer. Daí, torna-se importante seu ensino na educação básica para que os alunos possam compreender a sua utilidade enquanto instrumento matemático* e o *Aluno 12, como sendo primordial na formação de cidadões críticos, uma vez que estaremos nos deparando com situações probabilísticas no nosso cotidiano*. Diante dessas falas que refletem a percepção da relevância desse conteúdo no cotidiano concluímos que cada vez esse conceito desse ser ministrado na perspectiva de construir a capacidade de tomar decisões advindas de análises e ponderações tanto nos professores quanto alunos.

Constatamos que os *Alunos 1* e *8* trouxeram nos seus ditos que o ensino deste saber proporciona a capacidade para a *Resolução de questões* tanto das provas quanto de vestibulares. Vimos que o *Aluno 9* acredita que as aulas podem auxiliar aos alunos a constatar a probabilidade de um evento ocorrer, além de incentivar o raciocínio logico e intuitivo. O *Aluno 16* julga que através de jogos de azar a compreensão da aleatoriedade pode ser construída. E por fim, observamos que o *Aluno 13* supõe que através desse estudo se estabeleça a elucidação sobre equiprobabilidade.

6.1.7. **Questão 7 - *Dados, moedas e urnas são Materiais Didáticos Manipuláveis bastante usados para o ensino e em questões de Probabilidade. Além desses, instrumentos, qual(is) outro(s) você recorda ter visto nessas aulas?***

Depois que examinamos todas as respostas da *Questão 7*, que por sua vez objetivou em saber se além dos Materiais Didáticos Manipuláveis que acreditamos ser os mais recorridos, outros foram usados. Através do gráfico de pizza em seguinte exibiremos os resultados quantitativos dessa questão:

Gráfico 1 - Materiais Didáticos Manipuláveis



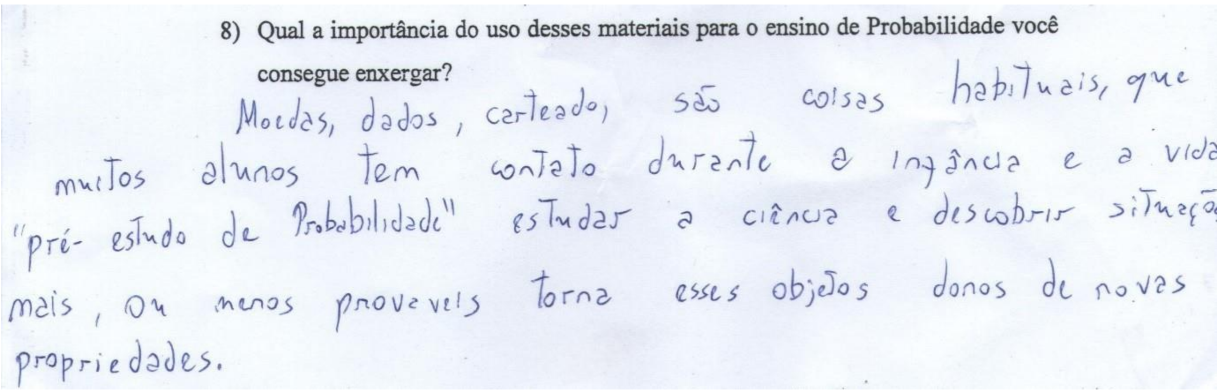
Fonte: O Autor

A partir desses resultados percebemos que é possível usar-se outros MDM além dos já tão aplicados. Além disso pode-se até pensar-se na confecção de diferentes MDM.

6.1.8. Questão 8 - *Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar?*

Nessa sessão iremos trazer a importância enxergada pelos licenciandos dos MDM no ensino de probabilidade. Analisamos todos os relatos, selecionamos alguns deles e sobre eles realizamos ponderações que exibiremos em seguinte:

Figura 59 - Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar? Aluno 5

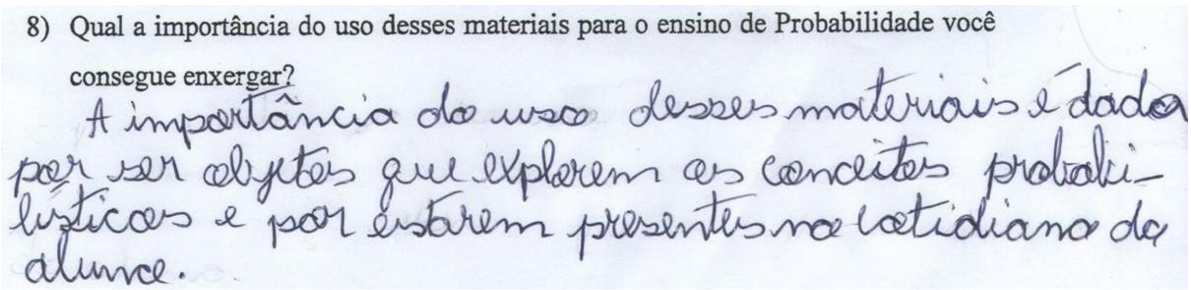


8) Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar?

Moedas, dados, carteado, são coisas habituais, que muitos alunos tem contato durante a infância e a vida "pré- estudo de Probabilidade" estudar a ciência e descobrir situação mais, ou menos proveveis torna esses objetos donos de novas propriedades.

Fonte: O Autor

Figura 60 - Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar? Aluno 6



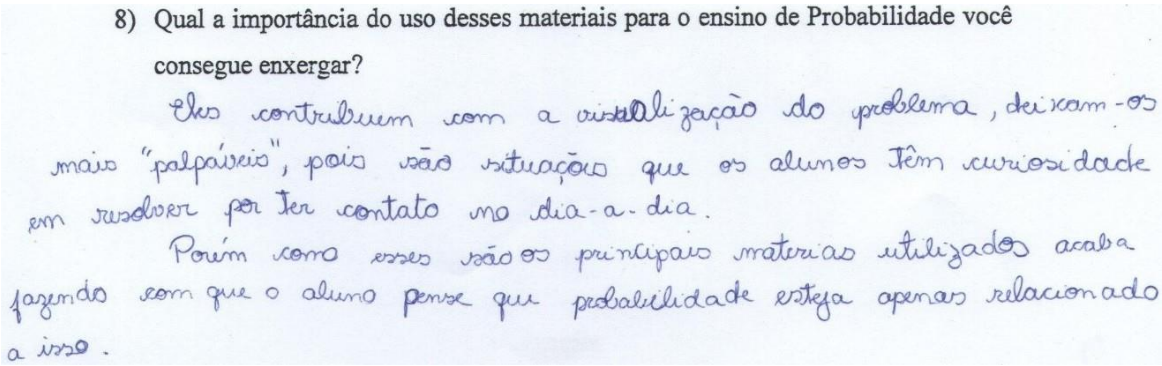
8) Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar?

A importância do uso desses materiais é dada por ser objetos que explorem os conceitos probabilísticos e por estarem presentes no cotidiano do aluno.

Fonte: O autor

Figura 61 - Qual a importância do uso desses materiais

para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar? Aluno 9. Fonte: O autor


8) Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar?

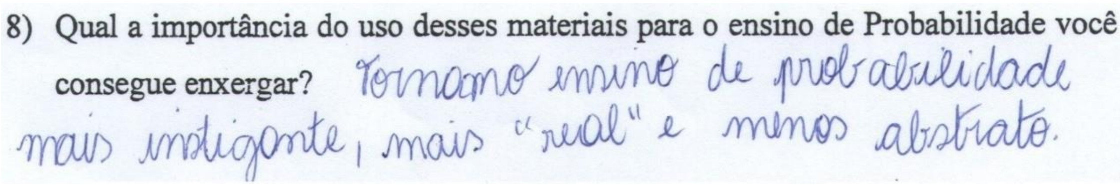
Eles contribuem com a visualização do problema, deixam-os mais "palpáveis", pois são situações que os alunos têm curiosidade em resolver por ter contato no dia-a-dia.

Porém como esses são os principais materiais utilizados acaba fazendo com que o aluno pense que probabilidade esteja apenas relacionado a isso.

Fonte: O autor

Figura 62 - Qual a importância do uso desses materiais

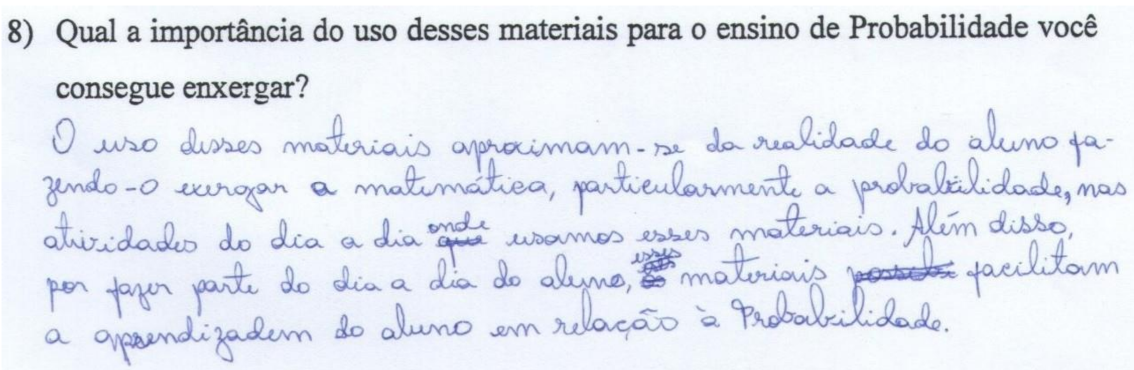
para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar? Aluno 6.


8) Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar? Tornam o ensino de probabilidade mais instigante, mais "real" e menos abstrato.

Fonte: O autor

Figura 63 - Qual a importância do uso desses materiais

para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar? Aluno 5


8) Qual a importância do uso desses materiais para o ensino de Probabilidade você consegue enxergar?

O uso desses materiais aproximam-se da realidade do aluno fazendo-o enxergar a matemática, particularmente a probabilidade, nas atividades do dia a dia ~~que~~ onde usamos esses materiais. Além disso, por fazer parte do dia a dia do aluno, ~~os~~ esses materiais ~~[illegible]~~ facilitam a aprendizagem do aluno em relação à Probabilidade.

Fonte: O autor

Percebemos que o *Aluno 5* acredita que através dos da interação com MDM é possível vivenciar um *pré-estudo de probabilidade*. Vimos que ele ainda diz que é realizável dá outros sentidos (matematizá-los nas situações probabilística) a esses materiais. O *Aluno 6* justifica a relevância dos MDM no ensino de Probabilidade pelo fato dos mesmo estarem presentes no cotidiano dos alunos e também por eles possibilitarem ser material de apoio pedagógico desse conteúdo. Notamos que o *Aluno 9* considera que o uso do MDM capacite o aluno a resolver as questões desse conteúdo, segundo ele os MDM tornam as situações *mais palpáveis*, no entanto pela recorrência dos mesmos MDM, segundo ele pode-se construir a visão errônea de que a probabilidade só se manifesta nessas situações. De acordo com a colocação do *Aluno 12*, utilizar MDM nesse ensino torna esses momentos de construção mais significantes. O *Aluno 16* diz é o MDM traz a probabilidade para realidade, o cotidiano. Ele ainda diz que esses materiais facilitam a compreensão desse saber matemático.

6.2. OBSERVAÇÕES E PONDERAÇÕES DAS INTERAÇÕES DOS LICENCIANDOS COM OS MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULÁVEIS NO ENSINO PROBABILIDADE A PARTIR DO QUESTIONÁRIO PÓS-JOGOS

6.2.1. Questão 1 - *Em relação ao jogo "Pintando o '13'" quantos eventos existem?*

Essa questão teve por finalidade identificar se os licenciandos seriam capazes de localizar os eventos possíveis do Jogo *Pintando o 13*. Constatamos através das respostas que quatro alunos erraram, pois, a resposta seria 13 eventos. O *Aluno 5* e o *6* responderam que haviam 28 eventos (acreditamos que pelo fato de existir 28 peças, os mesmos confundiram-se), o *Aluno 14* alegou haver 22 eventos e o *Aluno 13* disse que o jogo tinha 12, supomos que esse estudante tenha dado essa resposta, pois uma das somas dos valores das peças resulta em zero e por essa razão ele tenha sido desconsiderado esse evento.

6.2.2. Questão 2 - *A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.*

Antes relembraremos que o Jogo *Pintando o 13* possui os seguintes eventos: *0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11* e *12*. Eles são advindos através da soma dos valores das peças do dominó de 28 peças.

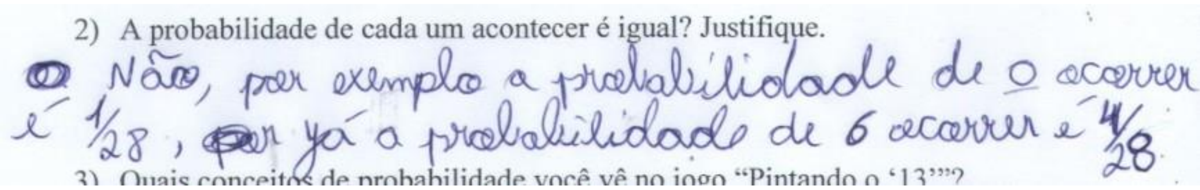
Tabela 5: Eventos

Eventos												
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0 + 0	0 + 1	0 + 2 1 + 1	0 + 3 2 + 1	0 + 4 2 + 2 3 + 1	0 + 5 2 + 3 4 + 1	0 + 6 1 + 5 2 + 4 3 + 3	1 + 6 2 + 5 3 + 4	4 + 4 5 + 3 6 + 2	3 + 6 4 + 5	4 + 6 5 + 5	5 + 6	6 + 6

Fonte: O Autor

Vê-se que os eventos naturalmente terão probabilidades de ocorrerem diferentes, dado que, há eventos que têm uma frequência maior do que outros. De acordo Morettin (2010) eventos que possuem a mesma probabilidade de ocorrer são equiprováveis, diferente desses que não possuem essa característica. Como exemplificação deste fato, trouxemos a resposta do *Aluno 6* em seguinte:

Figura 64 - A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique - Aluno 6

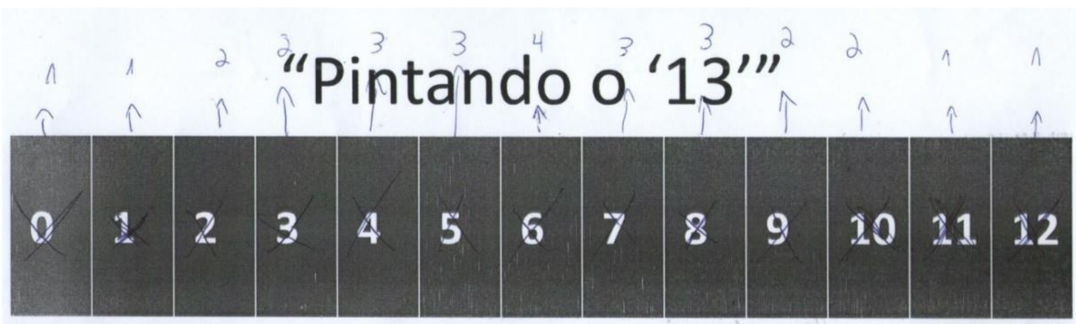

2) A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.

Não, por exemplo a probabilidade de 0 ocorrer é 1/28, por já a probabilidade de 6 ocorrer é 4/28

Fonte: O autor

Diante da resposta do *Aluno 6* concluímos que ele conseguiu visualizar de modo hábil e consciente os eventos e o espaço amostral. Inclusive, constatamos que o *Aluno 5* também fez uma observação semelhante à do *Aluno 6* relatando que a probabilidade de cada evento ocorrer não era igual e que o *6* aparece quatro vezes nas vinte e oito peças. Além disso, notamos que no momento que o *Aluno 5* disputava a partida, ele, espontaneamente, escreveu sobre o tabuleiro do *Pintando o 13* a frequência de probabilidade de cada evento, como pode ser visto na figura abaixo:

Figura 65 – Pintando o 13 – Exemplo

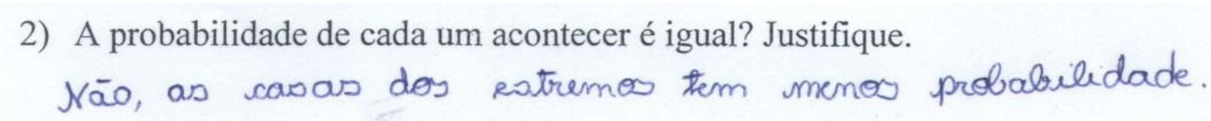


Fonte: O Autor

Pela observação dessa ação natural do *Aluno 5*, concluímos que é possível criar situações de ensino e aprendizagem significativas com o uso de Materiais Didático Manipuláveis. Pois através dessa situação o supracitado aluno foi capaz de identificar os eventos e suas respectivas frequências e os diferentes espaços de probabilidade.

Baseado na observação do *Aluno 9* sobre essa mesma situação concluímos que ela conseguiu perceber que os eventos dos *extremos*, como ele coloca, tem a probabilidade menor de ocorrer, a exemplo do *0*, *1*, *11* e *12*.

Figura 66 - A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique - Aluno 9

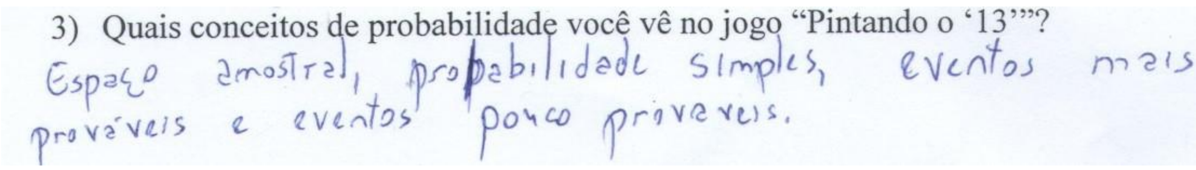

2) A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.
Não, as casas dos extremos tem menos probabilidade.

Fonte: O autor

6.2.3. Questão 3 - *Quais conceitos de probabilidade você vê no jogo "Pintando o '13'"?*

A análise que realizamos desse item, nos permitiu listar os diferentes conceitos compreendidos ou relacionados as Teorias das Probabilidades que os licenciandos conseguiram perceber durante a interação que tiveram com o *Pintando o 13*. Quanto a isso, como um exemplo, traremos as considerações realizadas pelo *Aluno 5*:

Figura 67 - Quais conceitos de probabilidade você vê no jogo "Pintando o '13'"? - Aluno 5


3) Quais conceitos de probabilidade você vê no jogo "Pintando o '13'"?
Espaço amostral, probabilidade simples, eventos mais prováveis e eventos pouco prováveis.

Fonte: O autor

Da sua fala colocamos em evidencia os termos *eventos mais prováveis e eventos prováveis*, abstraímos através desses vocábulos que o estudante evoca, respectivamente, aos eventos, *5*, *6* e *7* (devido a uma maior frequência de ocorrência desses eventos em relação aos outros) e 0, 1, 11 e 12 (pois esses eventos só possuem uma ocorrência).

Enumeramos os conceitos identificados pelos alunos, tais: *Probabilidade (simples e de reposição)*, *espaço amostral*, *eventos (mais prováveis, pouco prováveis, possíveis, aleatórios e determinísticos) e reposição*.

6.2.4. Questão 4 - *Em relação ao jogo "Rotas'" quantos eventos existem?*

O *Rotas* foi o segundo jogo a ser aplicado nos encontros onde deram-se as intervenções desta pesquisa. Permaneceram as mesmas duplas do jogo anterior, o *Pintando o 13*. Para esse jogo, foi distribuído o tabuleiro (pode ser visualizado no capítulo quatro) para cada um dos licenciandos e um dominó convencional, sendo que com a retirada da peça *carroça de branco*, totalizando 27 peças. Pediu-se para que os alunos colocassem as peças com as faces voltadas para baixo. Explanou-se sobre as regras e objetivos. E para começar o jogo, pedimos que cada jogador retirasse uma peça e somasse os valores para saber que iria obter a soma maior, sendo este o primeiro a jogar. Depois disso, os jogadores nas suas respectivas duplas iniciaram as partidas. A meta desse jogo é sair da malha, dando um passo de cada vez de acordo com a coordenada que era obtida, como a tabela abaixo exibe:

Tabela 6: Eventos e suas Probabilidades do jogo Rotas. Fonte: O Autor.

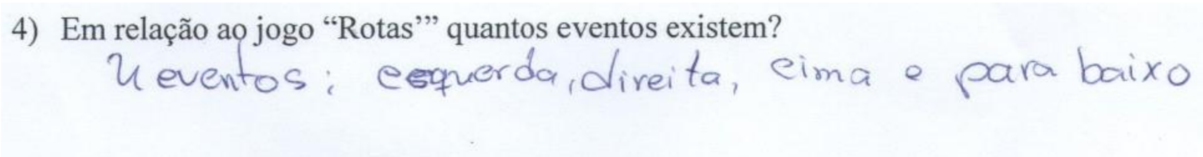
Eventos											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0 + 1	0 + 2 1 + 1	0 + 3 2 + 1	0 + 4 2 + 2 3 + 1	0 + 5 2 + 3 4 + 1	0 + 6 1 + 5 2 + 4 3 + 3	1 + 6 2 + 5 3 + 4	4 + 4 5 + 3 6 + 2	3 + 6 4 + 5	4 + 6 5 + 5	5 + 6	6 + 6
Para a Esquerda			Para Cima			Para a Direita			Para Baixo		
Probabilidade											
5/27			10/27			8/27			4/27		

A *Tabela 6* que mostra os eventos e suas respectivas probabilidades. Percebeu-se que ao longo das partidas os estudantes chegavam a conclusão que alguns comandos tinham mais ocorrência em relação a outros. O que era esperado, prova disso é a comparação das probabilidades das coordenadas *Para a Esquerda (5/27)* e *Para Cima (10/27)*.

Face essa informações e contextos analisamos as respostas dessa questão com a finalidade de saber se os discentes conseguiriam delimitar o espaço amostral, ou seja, identificar os eventos todos, assim como suas probabilidades.

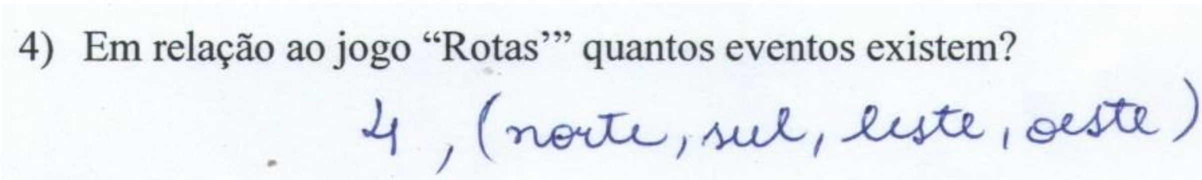
Constatamos que os *Alunos 5*, *6*, *12*, *14* e *15*, responderam que haviam doze eventos, já o *Aluno 11* concluiu haver três eventos e os demais Alunos acertaram respondendo ter quatro eventos no espaço amostral. Intuímos que *Alunos 5*, *6*, *12*, *14* e *15* chegaram a sua conclusão, respondendo doze, baseados no fato de que as somas dos valores das peças variam de *1* a *12*, porém esses valores só são parte do processo para descobrir que coordenada se obterá. Já para a resposta do *Aluno 11* não se conseguiu interpretar sua resposta. Como exemplo de algumas respostas corretas, trazemos:

Figura 68 - Em relação ao jogo “Rotas’” quantos eventos existem? - Aluno 7


4) Em relação ao jogo “Rotas’” quantos eventos existem?
4 eventos; esquerda, direita, cima e para baixo

Fonte: O autor

Figura 69 - Em relação ao jogo “Rotas’” quantos eventos existem? - Aluno 10

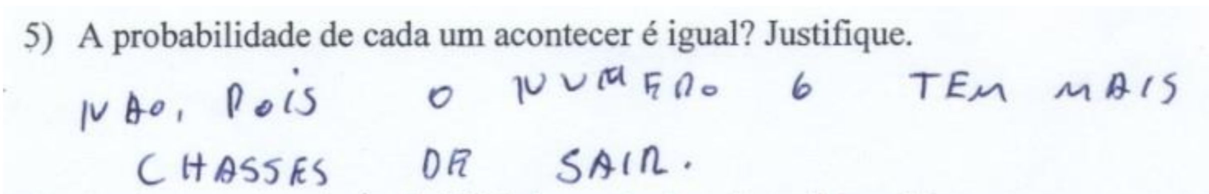

4) Em relação ao jogo “Rotas’” quantos eventos existem?
4, (norte, sul, leste, oeste)

Fonte: O autor

6.2.5. Questão 5 - *A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.*

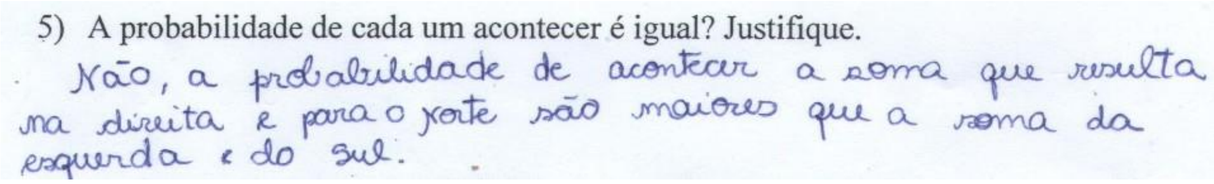
Através da *Tabela 6* podemos concluir que os eventos não são equiprováveis pois suas respectivas probabilidades de ocorrer não são iguais. Sob essa perspectiva, examinamos as respostas da *Questão 5*. Unanimemente, todos discentes acertaram respondendo que as probabilidades dos eventos são diferentes. Exibiremos alguns desses acertos em seguinte:

Figura 70 - Em relação ao jogo “Rotas’” quantos eventos existem? - Aluno 6


5) A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.
NAO, POIS O NUMERO 6 TEM MAIS CHASSES DE SAIR.

Fonte: O autor

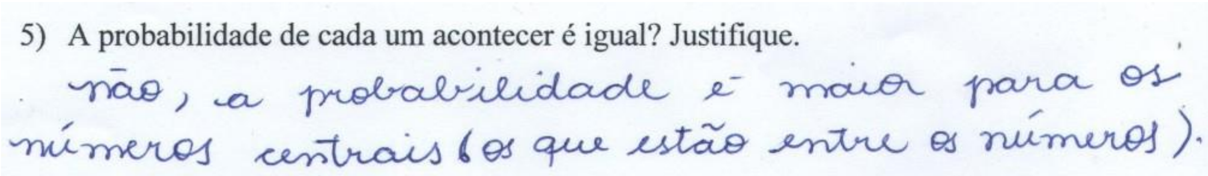
Figura 71 - Em relação ao jogo “Rotas’” quantos eventos existem? - Aluno 9


5) A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.

Não, a probabilidade de acontecer a soma que resulta na direita e para o norte são maiores que a soma da esquerda e do sul.

Fonte: O autor

Figura 71 - Em relação ao jogo “Rotas’” quantos eventos existem? - Aluno 10


5) A probabilidade de cada um acontecer é igual? Justifique.

não, a probabilidade é maior para os números centrais (os que estão entre os números).

Fonte: O autor

Na fala do *Aluno 6*, verificamos que o mesmo consegue enxergar as diferentes distribuições que probabilidades presente nesse espaço amostral, trazendo o *6* como exemplificação disso. O *Aluno 9* aponta para a não equiprobabilidade que os eventos possuem assim com observou o *Aluno 10.*

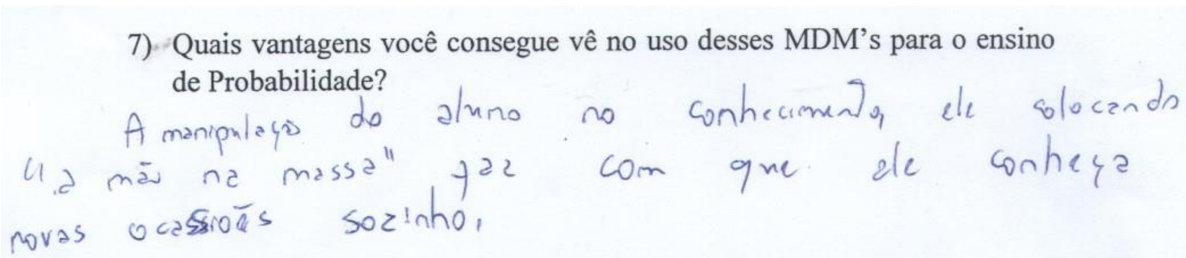
6.2.6. **Questão 6 -** ***Quais conceitos de probabilidade você vê no jogo “Rotas”?***

Constatamos os seguintes conceitos vistos nas interações probabilísticas na perspectiva dos alunos em relação ao *Rotas*: *Eventos mais prováveis e determinísticos, pouco prováveis, espaço amostral, reposição, aleatoriedade, não tem equiprobabilidade, permutação* e *combinação*.

6.2.7. **Questão 7 -** ***Quais vantagens você consegue vê no uso desses MDM’s para o ensino de Probabilidade?***

Depois da análise que realizamos das respostas da *Questão 7*, detectamos uma grande variedade quanto ao proveito e o benefício do uso de MDM. Iremos expor alguns dos relatos em seguinte:

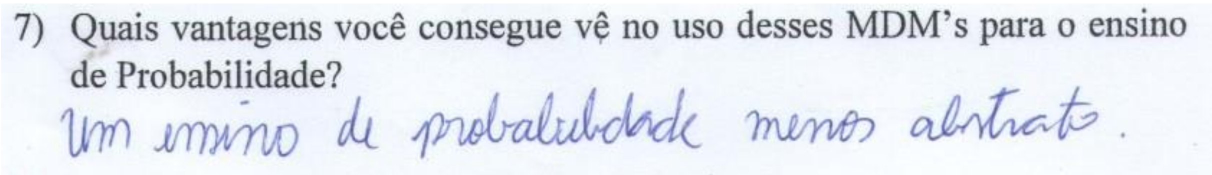
Figura 72 - Quais vantagens você consegue
vê no uso desses MDM’s para o ensino de Probabilidade? Aluno 5


7) Quais vantagens você consegue vê no uso desses MDM’s para o ensino de Probabilidade?

A manipulação do aluno no conhecimento, ele colocando "a mão na massa" faz com que ele conheça novas ocasiões sozinho,

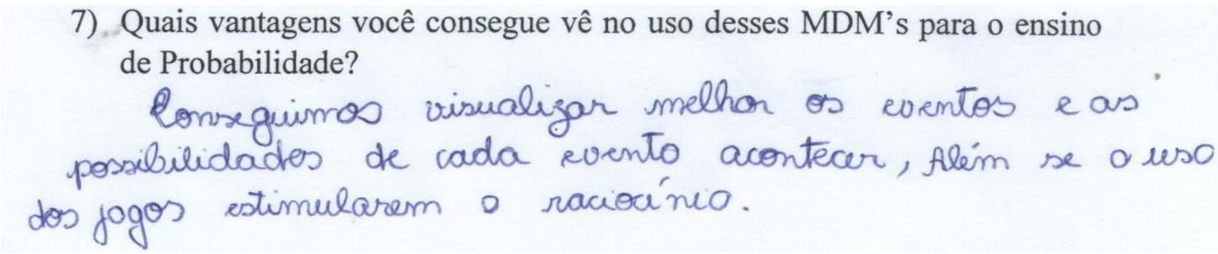
Fonte: O Autor

Figura 73 - Quais vantagens você consegue
vê no uso desses MDM's para o ensino de Probabilidade? Aluno 7


7) Quais vantagens você consegue vê no uso desses MDM's para o ensino de Probabilidade?
Um ensino de probabilidade menos abstrato.

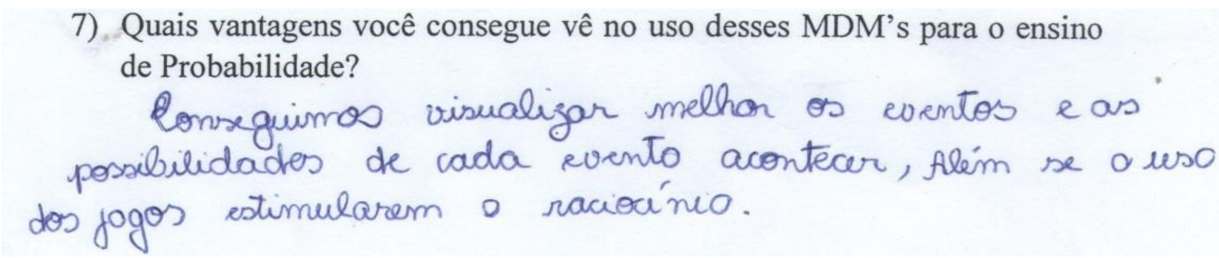
Fonte: O Autor

Figura 74 - Quais vantagens você consegue
vê no uso desses MDM's para o ensino de Probabilidade? Aluno 9


7) Quais vantagens você consegue vê no uso desses MDM's para o ensino de Probabilidade?
Conseguimos visualizar melhor os eventos e as possibilidades de cada evento acontecer, Além se o uso dos jogos estimularem o raciocínio.

Fonte: O Autor

Figura 75 - Quais vantagens você consegue
vê no uso desses MDM's para o ensino de Probabilidade? Aluno 12


7) Quais vantagens você consegue vê no uso desses MDM's para o ensino de Probabilidade?
Conseguimos visualizar melhor os eventos e as possibilidades de cada evento acontecer, Além se o uso dos jogos estimularem o raciocínio.

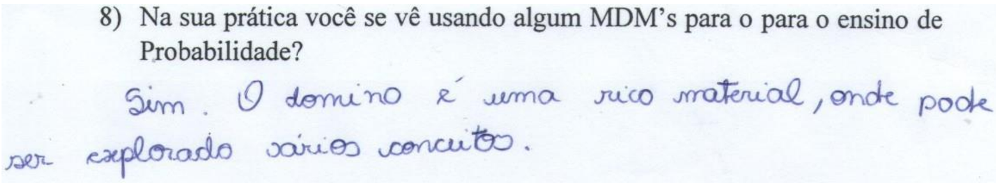
Fonte: O Autor

Constatamos através desses discursos, que esses alunos veem através do uso dos MDM no ensino de probabilidade a possibilidade de se estabelecer momentos onde haja a transposição da teoria à prática, da busca e descoberta promovendo uma aprendizagem autônoma, como aponta o *Aluno 5*. O *Aluno 7*, acredita que a relevância dessas interações, dá-se pela aprendizagem significativa que pode ser vivenciada nesses momentos. Através do contato com esses MDM para o ensino supracitado, facilita-se a compreensão e visualização desse conceito além de estimular o raciocínio lógico do estudante, como assinala o *Aluno 9*. Através da colocação do *Aluno 12,* concluímos que o mesmo enxerga por meio da sua experiência, que essas interações com o MDM podem estabelecer situações de ensino mais visíveis e perceptível.

6.2.8. **Questão 8 -** ***Na sua prática você se vê usando algum MDM para o ensino de Probabilidade?***

Constatamos que 92% dos alunos usariam o MDM para o ensinamento de Probabilidade. Além de afirmarem o que utilizarão esses materiais, eles frisaram algumas vantagens de o fazerem a posteriori em detrimento a vivencia com esses dois jogos nesses momentos de intervenções citados. Mostraremos alguns relatos agora:

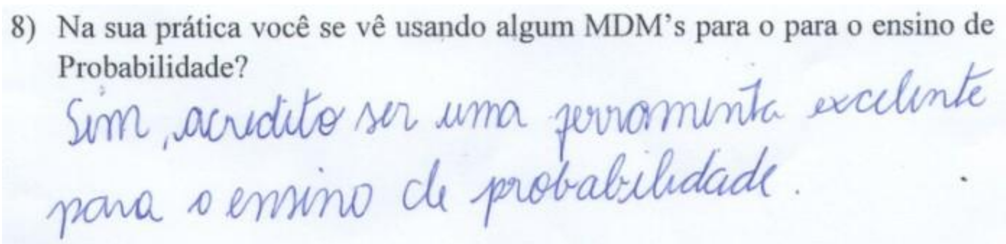
Figura 76 - Na sua prática você se vê usando algum MDM para o ensino de Probabilidade? - Aluno 5


8) Na sua prática você se vê usando algum MDM's para o para o ensino de Probabilidade?

Sim. O dominó é uma rico material, onde pode ser explorado vários conceitos.

Fonte: O Autor

Figura 77 - Na sua prática você se vê usando algum MDM para o ensino de Probabilidade? - Aluno 9


8) Na sua prática você se vê usando algum MDM's para o para o ensino de Probabilidade?

Sim, acredito ser uma ferramenta excelente para o ensino de probabilidade.

Fonte: O Autor

Vimos que o Aluno 5 afirma que irá incluir o uso desses materiais e cita uns deles. Percebemos por meio da fala do Aluno 9 que ele utilizará o MDM, pois acredita que a partir do seu manuseio deles, pode se construir situações de ensino de diversos conceitos desse conteúdo.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho principiou-se com a finalidade de conhecer as concepções sobre as Teorias das Probabilidades e seu ensinamento que os licenciandos em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, do Centro Acadêmico do Agreste, construíram ao longo de sua formação. Para isso, 16 estudantes responderam e interagiram com, respectivamente, questionários e Materiais Didáticos Manipuláveis, com a intenção de evidenciar-se as noções probabilísticas que cada um traz consigo.

A priori reunimos uma literatura que tratasse de maneira pertinente e ampla sobre Probabilidade (sua história, seu conceito e seu ensino), Materiais Didáticos Manipuláveis, Formação e concepções de professores da Educação Básica sobre Probabilidade e os Parâmetros Curriculares Nacionais na sessão de Tratamento de Informação (parte onde o conteúdo de Probabilidade é tratado).

Com isso, como um panorama dessa pesquisa, temos: o levantamento bibliográfico sobre os eixos que norteiam esse trabalho; criação dos questionários; planejamento e confecção de Materiais Didáticos Manipuláveis (jogos); organização das intervenções; seleção dos participantes; realização das intervenções e análise e réplicas, respectivamente, dos e aos resultados.

Ao produzimos o *Questionário 1*, que objetivou no mapeamento e análise das noções probabilísticas dos discentes e o *Questionário pós-jogos*, que por sua vez, teve a finalidade de analisar a descrição e observação do manuseio de MDM no Ensino de Probabilidade percebemos que de uma maneira ou de outra íamos refletindo sobre as problemáticas de tangem esse conceito matemático desde a formação na Educação Básica até a do Ensino Superior, assim como a prática docente.

Para o uso de MDM para o Ensino de Probabilidade, optamos por usar jogos, que por sua vez foram pensados e confecção pelo autor deste trabalho. Percebemos que os mesmos possibilitaram, por meio da interação jogos x licenciandos o ensino de probabilidade e seus diferentes conceitos.

As partidas permitiram que os alunos percebessem aspectos probabilísticos presentes nos jogos, tanto no *Pintando o 13*, quanto no *Rotas*, tais como: eventos, pois naturalmente as situações desses jogos instigavam os alunos a saber os diferentes elementos que surgiam a cada momento; probabilidade, pois a medida que jogavam começaram a identificar que os eventos não eram equiprováveis, logo, suas respectivas probabilidades eram diferentes; espaço amostral, pois as circunstancias desses jogos faziam com que eles listassem mentalmente os eventos possíveis e aleatoriedade, pois ao longo do contato com o jogo, sem grandes esforços repararam, que tratava-se de uma situações onde vencer o jogo era uma questão de acaso, apenas.

Quanto a análise do *Questionário 1*, que teve como finalidade evidenciar as concepções que os pósteros professores internalizaram ao longo da sua formação docente, sobre evento, espaço amostral, probabilidade e o uso de MDM no ensino e aprendizagem desses conceitos para responder os objetivos dessa pesquisa. Pudemos perceber, que enquanto alguns alunos apresentaram grandes dificuldades para conceituar, identificar, classificar e exemplificar cada um destes assuntos, em contrapartida outros de maneira bem pontual e consciente trouxeram colocações bem amplas e consistentes.

As observações do *Questionário pós-jogos* nos fizeram concluir que os MDM podem auxiliar os alunos a elucidarem e visualizar com mais clareza e na prática os conceitos probabilísticos. Vale ressaltar a espontaneidade com que os alunos, a partir das partidas percebiam aspectos de aleatoriedade nas diferentes situações.

Acreditamos que os jogos que envolvem essa temática poderiam ser mais presentes na formação dos licenciandos em matemática. Dando aos mesmos outras alternativas para o ensino e aprendizagem do conteúdo aqui pesquisado.

Trazer os MDM, especificamente os jogos para o ensinamento desses conceitos é de certa forma visitar a gênese do surgimento desse saber como ramo matemático, pois pela observação dos eventos dos jogos de azar no Século XX começaram-se a especular-se as chances de um jogador vencer.

A relevância desta pesquisa ao campo dos estudos sobre o ensino e a aprendizagem desse conceito dá-se pelo fato da mesma expor as concepções que estudantes de licenciatura em Matemática compreendem esse saber e como interagem com o manuseio de MDM no ensinamento da Probabilidade.

Face aos resultados, defendemos que é possível usar os MDM no ensinamento de probabilidade e seus itens com a finalidade de tornar esses momentos mais atraentes, “palpável” e significativos. Propomos para pósteras análises nesta perspectiva: além do que fizemos aqui, de conhecermos as noções de probabilidade dos licenciandos em Matemática e o uso de jogos no contexto da formação destes estudantes, nossa proposta para a posteriori é que futuros professores de matemática vivenciem também o planejamento de confecção de MDM podendo ser jogos que possibilitem o estudo desses conceitos.

REFERÊNCIAS

BUSETTO, Daniele Trentin. **Propostas ao estudo de probabilidade no Ensino Médio.** Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões**.** Erechim-RS. 2010.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica**. PUC/São Paulo. São Paulo, 2004.

LIMA, Felipe Silva de. **Cubo de Rubik Modelado Probabilisticamente.** In: XVI ESCOLA BRASILEIRA DE PROBABILIDADE, Recife, Pernambuco, 2012.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores.** 1ª ed. 2002. Autores Associados.

MENDES, A. I. **Matemática e Investigação em sala de aula**. São Paulo. Editora Livraria da Física, 2009.

MENDOZA, L. P.; SWIFT, J. Why Teach Statistics and Probability: a rationale. In: SHULTE, A P.; SMART, J. R. (Org.). **Teaching Statistics and Probability**. Nova York: Yearbook, 1981. p. 90-100.

MORGADO, Augusto César de Oliveira; CARVALHO, João Bosco Pitombeira;

CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; FERNANDEZ; Pedro Jesus. **Análise Combinatória e Probabilidade**. São Paulo, Editora SBM. 344, 6ed 2004.

PAUL, L. Meyer. Probabilidade – Aplicações à Estatística. Rio de Janeiro, Editora Livros Técnicos e Científicos, 1983.

ROTUNNO. Sandra Aparecida Martins**, Estatística e probabilidade: um estudo sobre a inserção desses conteúdos no ensino fundamental.** Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 2007.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática - terceiro e quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

SOARES. Elizabeth, **Um Olhar sobre o Processo de Investigação em Probabilidade no Ensino Fundamental II.** Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo. Editora Scipione. São Paulo, 1999.

SCHENDER. Klim Wertz, **História da matemática: a importância no processo do ensino-aprendizagem na educação básica.** Universidade Metropolitana de Santos. Santos-SP, 2013.