



UNIVERSIDADE
FEDERAL
DE PERNAMBUCO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

DANILO PEREIRA DINIZ

**DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: 7º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS**

CARUARU

2017

DANILO PEREIRA DINIZ

**DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: 7º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Universidade Federal de Pernambuco como parte
dos requisitos necessários para a obtenção do Grau
de Licenciado em Matemática.

Orientador: Mestre Paulo Roberto Câmara de
Souza

Coorientadora: Mestra Débora Karyna dos Santos
Araújo Bernardino da Silva

CARUARU

2017

D585d Diniz, Danilo Pereira.

Dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas: 7º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais. / Danilo Pereira Diniz. – 2017.

66f. ; il. : 30 cm.

Orientador: Paulo Roberto Câmara de Sousa.

Coorientadora: Débora Karyna dos Santos Araújo Bernardino da Silva

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.

Inclui Referências.

1. Educação matemática. 2. Ensino e aprendizagem. 3. Problemas, exercícios, etc. 4. Matemática – estudo e ensino. I. Sousa, Paulo Roberto Câmara de (Orientador). II. Silva, Débora Karyna dos Santos Araújo Bernardino da (Coorientadora) III. Título.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2017-365)

DANILO PEREIRA DINIZ

**DIFICULDADES DOS ALUNOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS
ENVOLVENDO ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS: 7º ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL – ANOS FINAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao
Curso de Licenciatura em Matemática do Centro
Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de
Pernambuco para a obtenção do grau/título de
bacharel/licenciado em Matemática.

Aprovado em: 08/12/2017.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Me. Paulo Roberto Câmara de Sousa (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Me. Débora Karyna Dos Santos Araújo Bernardino da Silva (Examinador
Externo)

Universidade Federal de Pernambuco

A minha mãe, Inácia Pereira Diniz, que me criou e que não está mais aqui, pela educação, dedicação e pelos valores que me ensinou e que foram fundamentais para a minha caminhada na minha vida pessoal e profissional.

Dedico

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me iluminado e me guiado em todos os momentos difíceis na caminhada do curso.

A minhas Irmãs Neri e Ladjane, pelos momentos de compreensão que me fizeram seguir até o fim e me motivam a lutar por um futuro melhor.

A minhas sobrinhas Daniela e Sheila, pelos momentos de carinho e compreensão.

A meu orientador Paulo Câmara, pela dedicação, estímulo compreensão.

A minha coorientadora, Débora Karyna, pelo trabalho, organização, incentivo, dedicação, competência e comprometimento.

A minhas amigas, Eliane Santos, Eduarda Cabral e Fernanda Albuquerque, que contribuíram na jornada desse curso com estímulo, compreensão e apoio.

A meus amigos Carlos Albuquerque e Letiere José, que me ajudaram e me incentivaram nesta caminhada para a construção da aprendizagem que guardarei para sempre.

A meus amigos Cleber Lima e Waldey Monteiro, além de minha amiga Monyck Ferreira, que não me deixaram desistir apesar de todas as dificuldades encontradas.

“A resolução de problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo de ensino e aprendizagem pode ser desenvolvido através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos”.

(LUPINACCI & BOTIN, 2004)

RESUMO

O presente trabalho é o resultado de uma pesquisa de campo, com o objetivo de verificar a importância do ensino de resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas como uma estratégia para o ensino de Matemática dos alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental – Anos Finais, de uma escola estadual do estado de Pernambuco. O referencial teórico tem como base a Arte de Resolver Problemas de George Polya (1995), e as contribuições de Pozo (1998), Silveira (2001), entre outros. Como metodologia, foi realizada uma intervenção e aplicação de um questionário; assim, dividimos esse momento em duas etapas, são elas: aplicação do questionário sociocultural (conhecer o aluno) e aplicação do questionário para verificação da aprendizagem. Aplicamos o questionário sociocultural para os alunos, incluindo perguntas norteadoras para a compreensão do mesmo, posteriormente à aplicação do questionário para verificação de aprendizagem resolução de problemas multiplicativos. Em análise, percebeu-se que aconteceu o entendimento do conceito de resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas; porém, a manipulação dos cálculos, em geral, obteve êxito parcial. A proposta de trabalho apresentado permite afirmar a existência de métodos que, se bem direcionados, certamente ajudarão no desenvolvimento do raciocínio do aluno e, conseqüentemente, no processo ensino-aprendizagem, especialmente da turma de 7º Ano. A conclusão final permitiu ressaltar os principais aspectos da pesquisa, em que podemos considerar que, quando se trata de aprendizagem, é necessário que se compreenda que tanto o professor quanto o aluno necessitam de tempo de ensino e aprendizagem, respectivamente, para que ocorra uma aprendizagem significativa.

Palavras-chaves: Ensino e Aprendizagem. Educação Matemática. Resolução de Problemas. Estruturas Multiplicativas.

ABSTRACT

The present work is the result of a field research, which the objective was to verify the importance of teaching problem solving involving multiplicative structures as a strategy for the teaching of Mathematics for the students of the 7th Year of Elementary School, into a state school of the state of Pernambuco. The theoretical reference is based on "A Arte de Resolver Problemas", written by George Polya (1995), and the contributions of Pozo (1998), Silveira (2001), among others. As methodology, an intervention and application of a questionnaire was carried out; thus, we divided this moment into two stages: the application of the sociocultural questionnaire (knowing the student) and the application of the questionnaire to verify the learning. We applied the sociocultural questionnaire to the students, including guiding questions for their understanding, after the explanation and application of the questionnaire. In analysis, it was noticed that the understanding of the concept of problem solving involving multiplicative structures occurred; however, the manipulation of the calculations had been, in general, partially successful. The proposed work allows to affirm the existence of methods that, if well targeted, will certainly help in the development of the student's reasoning and, consequently, in the teaching-learning process, especially in the 7th grade class. The final conclusion allowed to highlight the main aspects of the research, in which we can consider that, when it comes to learning, it is necessary to understand that both the teacher and the student need time of teaching and learning, respectively, for learning to occur in a significant way.

Keywords: Teaching-Learning. Mathematics Education. Problem Solving. Multiplicative Structures.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Modelo do questionário sociocultural aplicado aos alunos	37
Quadro 2: Modelo do questionário sobre o assunto	37

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Alunos que gostam da disciplina Matemática	59
Gráfico 2: Quantidade de Acertos e Erros	60

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. OBJETIVOS	15
2.1 Objetivo Geral	15
2.2 Objetivos Específicos	15
3. REFERENCIAL TEÓRICO	16
3.1. Perspectivas históricas da resolução de problemas	16
3.2. Recursos utilizados para o ensino-aprendizagem na resolução de problemas	17
3.3. Situações-problema envolvendo as estruturas multiplicativas	20
3.4. Resolução de problemas: sua importância e estratégias	21
3.5. A arte de resolver problemas	24
3.5.1. <i>Resolução de problemas segundo Polya</i>	24
3.5.2. <i>Compreensão do problema</i>	25
3.5.3. <i>Estabelecer um plano</i>	25
3.5.4. <i>Executar um plano</i>	25
3.5.5. <i>Fazer um retrospecto</i>	25
3.6. O ensino da resolução de problemas	31
3.7. Trabalhar por resolução de problemas	33
3.8. Resoluções de problemas e os PCN	32
3.9. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud	35
4. METODOLOGIA	35
5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS	39
6. AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO	65
7. RESULTADOS E DISCUSSÕES	65
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
REFERÊNCIAS	65

1. INTRODUÇÃO

Durante o processo de ensino da Matemática, podemos desenvolver projetos que facilitem o processo de ensino-aprendizagem, buscando a interação mais efetiva dos educandos com a Matemática. A primeira coisa a entender, que parte dos problemas, serão as dificuldades dos alunos em resolver situações-problema envolvendo estruturas multiplicativas.

O indivíduo durante seu crescimento físico e psicológico começa a ter contato com as pessoas e com as situações-problema. E é nesse processo que os alunos perceberão uma grande mudança em suas vidas. Eles evidenciarão essa mudança através de diversas etapas a serem alcançadas. Nesse percurso, terão de lidar, por exemplo, com a resolução de problemas de multiplicação. E é importante que esses discentes estejam aptos tanto física quanto psicologicamente para que consigam resolver tais problemas, e, assim sendo, para que fique mais fácil sua compreensão, uma vez que o que se espera é que os estudantes possam resolver problemas de maneira simples, através do entendimento a contento do que são estruturas multiplicativas.

Por meio do levantamento bibliográfico sobre o assunto e da pesquisa de campo, pudemos observar que se pode trabalhar com resolução de problemas nas aulas de Matemática para o Ensino Fundamental de uma forma mais simples, concreta e dinâmica. Como consequência dessa estratégia didático-pedagógica, será melhor viabilizada a possibilidade de despertar um maior interesse dos alunos em aprender, já que, ao se recorrer a uma estratégia de ensino mais criativa nas aulas de Matemática, propicia-se, acreditamos, um terreno mais profícuo para despertar um maior interesse e uma maior motivação para a aprendizagem.

A escolha desse tema deu-se por percebemos a grande dificuldade dos alunos nos anos finais do Ensino fundamental para lidar com atividades baseadas na resolução de problemas. A escolha também se deu por conta do grande desafio que o ensino de resolução de problemas oferece para a prática docente. Portanto, esperamos que este estudo traga boas contribuições tanto para a prática quanto para a oferta de conhecimento práticos para os discentes, a fim de que eles possam processar melhor os conhecimentos e as dificuldades que o trabalho com a resolução de problemas proporciona.

No decorrer da pesquisa de campo realizada em uma escola de ensino básico da rede estadual de Pernambuco trabalhamos com alunos do Ensino Fundamental, avaliando suas dificuldades em resolver problemas matemáticos. As atividades desenvolvidas na escola serviram para contribuir tanto na prática pedagógica do professor como na aprendizagem e desenvolvimento dos educandos.

Esta pesquisa objetiva ampliar a nossa prática docente e compartilhar nossas experiências vivenciadas em sala de aula. Visamos promover a troca de saberes entre professores e alunos do 7º Ano do Ensino Fundamental II, bem como realizar e desenvolver trabalhos voltados para a realidade escolar na qual o aluno está inserido. Isso tudo para buscar a compreensão sobre a resolução de problemas de uma forma mais simples e contextualizada. Esperamos que, com isso, possamos contribuir para o desenvolvimento intelectual dos discentes, reforçando nesses a sua formação para a cidadania como sujeitos críticos e atuantes em sociedade.

Em sua prática, podemos observar que o educador, em geral, é um profissional dedicado, que evidencia um olhar voltado para os discentes no sentido de se preocupar sempre com o aprendizado dos mesmos. Suas atitudes em sala de aula devem visar, portanto, à construção de uma relação de afeto e respeito. Nessa ótica, o que se almeja é o exercício do fazer docente com qualidade, objetivando criar o terreno propício para que ocorra a aprendizagem, por meio da troca de conhecimentos e motivações.

Com as atividades de resolução de problemas que envolvam estruturas multiplicativas, espera-se que o aluno obtenha uma aprendizagem satisfatória, que possa trazer significados para a sua vida social, vindo ainda a colaborar no seu dia a dia para a aquisição de hábitos e práticas matemáticas que estimulem o desenvolvimento cognitivo. Tudo de forma equilibrada e dinâmica, possibilitando capacitar o aluno para resolver situações-problema de diferentes maneiras. Para que isso aconteça, é preciso questionar sobre que caminhos poderão ser percorridos para motivar os alunos e reorientar práticas pedagógicas: como o processo de resolução de problemas pode influenciar na aprendizagem dos alunos? Quais são as dificuldades encontradas pelo professor diante da utilização das atividades envolvendo situações-problema em sala de aula? Quais os benefícios das atividades com situações-problema?

Portanto, esta pesquisa tem como **objetivo geral**: analisar as dificuldades dos alunos de uma turma do 7º ano de uma escola pública estadual na resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas. Esperamos, com isso, apresentar as dificuldades encontradas na (e a importância da) resolução de problemas multiplicativos, via prática pedagógica que facilite o processo de ensino-aprendizagem. Como **objetivos específicos**, pretendemos: a) identificar os erros cometidos pelos alunos em resolver problemas que envolvam estruturas multiplicativas b) apontar as estratégias utilizadas pelos alunos ao se trabalhar com a resolução de situações-problema.

2. OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

2.1.1 Analisar as dificuldades dos alunos de uma turma do 7º ano de uma escola pública estadual na resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas.

2.2 Objetivos Específicos

2.2.1 Identificar os erros cometidos pelos alunos em resolver problemas que envolvam estruturas multiplicativas;

2.2.2 Apontar as estratégias utilizadas pelos alunos ao se trabalhar com a resolução de situações-problema.

3. REFERENCIAL TEÓRICO

3.1. Perspectivas históricas da resolução de problemas

Historicamente, desde a Antiguidade, o indivíduo costuma resolver situações e/ou problemas envolvendo a Matemática. A resolução de problemas, segundo estudiosos e educadores, foi sempre considerada parte fundamental no ensino da Matemática.

Durante o século XIX, acreditava-se que a resolução de problemas deveria ocorrer com base em aplicações de princípios aprendidos, com o objetivo de exercitar e fortalecer os músculos do cérebro. Ao professor cabia a função de ensinar o conteúdo; o papel do aluno, por sua vez, era praticar e aprender o conteúdo aplicado.

A criança, ao chegar à escola, traz consigo um conjunto de saberes matemáticos construídos em interação com seu meio social. O que se espera da instituição escolar, então, é que ela viabilize condições para a criança utilizar os conhecimentos previamente trazidos para resolver situações que apresentem significado para ela e que facilitem a construção de saberes mais elaborados a serem vivenciados em etapas posteriores. É recomendável que a introdução dos conceitos, procedimentos, simbologia, nomenclatura e sistematização, característicos da Matemática como conhecimento estruturado, faça-se de forma progressiva e com extremo cuidado, para não gerar dificuldades de aprendizagem. Nessa etapa da escolaridade, como apontam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Matemática adquire um aspecto mais informal e apresenta como referência o espaço social da criança. Por isso, é fundamental que o professor resgate esse espaço para a construção dos conceitos.

A relação do estudante com o conhecimento é, de início, marcadamente individualista (“meu quadrado”, “minha conta”), como também o são as representações utilizadas por ele. Embora sirvam de ponto de partida para a construção dos conceitos e possam, portanto, ser vistas como normais, o professor é chamado a levar o estudante a perceber as limitações dessas representações pessoais, por meio de atividades e de debates coletivos em classe. O apoio em materiais de manipulação também pode ser necessário nessa etapa. Porém, é desejável que as situações criadas pelo professor levem o estudante a operar mentalmente

(PCPE/2012, p.49). Tudo isso deve ser realizado de forma cuidadosa e sem imposições, deixando-se que o próprio estudante perceba as limitações do material concreto.

A forte ligação entre a língua materna e a linguagem matemática também é uma característica dessa etapa. Os símbolos matemáticos devem aparecer não como uma imposição do professor ou como uma característica do conhecimento matemático, mas como elementos facilitadores da comunicação. As relações entre causa e efeito e as inferências lógicas começam a aparecer nessa fase. Os alunos começam a descobrir propriedades e regularidades nos diversos campos da Matemática. Cabe ao professor construir situações que promovam a consolidação progressiva dessas ideias, evitando cuidadosamente antecipar respostas a problemas e questionamentos vindos do estudante, de modo a permitir o desenvolvimento do pensamento lógico (PCPE/2012, p.50). De acordo com os PCNs, é importante que o discente desempenhe um papel ativo na construção do conhecimento Matemático, e o professor precisa explorar a resolução de problemas a partir dos problemas vividos no cotidiano do aluno.

3.2. Recursos utilizados para o ensino-aprendizagem na resolução de problemas

Os PCN (1998) reforçam a relevância de o aluno ser provocado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar determinado problema em uma fonte de novos problemas, a elaborar problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos que admitem diferentes respostas em função de certas condições. Isso evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas, sim, pela via de ação refletida que constrói conhecimentos. Outro fator importante, que deve estar dentro do leque de preocupações de um professor durante a resolução de problemas, é se o aluno possui ou não pré-requisitos para execução do problema proposto: *“é relativamente recente a atenção ao fato de que o aluno é agente da construção do seu conhecimento, pelas conexões que estabelece com seu conhecimento prévio num contexto de resolução de problemas”* (PCN, 1998, p. 50). Assim, acreditamos que, para afastar uma eventual aversão à Matemática – muito presente em quando se trabalha com conhecimentos descontextualizados ou com alto grau de complexidade –, devemos propor situações em que os estudantes tenham condições de resolver, recorrendo aos conhecimentos

prévios adquiridos em situações concretas de sua realidade, ou seja, de onde, muito provavelmente, muitos conhecimentos matemáticos foram processados e vivenciados.

Sob a ótica dos PCN (1998) para o Ensino Fundamental, o Ministério da Educação (MEC) buscou dar um novo sentido ao conhecimento escolar, acentuando a importância da contextualização de diversos conteúdos, sugerimos que se refere ao ensino aprendizagem significativa da matemática no ensino fundamental, logo os parâmetros recomendam explicitamente que além de considera-la como uma ciência autônoma, como também como uma linguagem própria e métodos de investigação específicos, não se esquecendo do aspecto instrumental com importante função integradora junto com as demais ciências humanas da natureza, nesse sentido os conteúdos matemáticos devem ser desenvolvidos de modo a permitir que os alunos consigam usufruir tanto matematicamente quanto de seus aspectos formativos, instrumental e tecnológico.

Os PCN (1998) de Matemática salientam a importância do uso de computadores na sala de aula, ao apresentar os seguintes comentários:

As experiências escolares com o computador também têm mostrado seu uso efetivo ao estabelecimento de uma nova relação professor-aluno, marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração. Isso define uma nova visão do professor, que longe de considerar-se um profissional pronto, ao final de sua formação acadêmica, tem de continuar em formação permanente ao longo de sua vida profissional. (PCN,1998, p. 44).

Sabemos que, hoje em dia, a maioria dos nossos alunos tem tido um contato lúdico com a tecnologia em seu cotidiano. Grande parte dos educandos tem acesso, por exemplo, à internet, a meios tecnológicos como celulares, *tablets*, *notebook*, dentre outros meios, cujo uso adequado pode ajudá-los em seu processo de aprendizagem. Vemos essas tecnologias como benéficas para o processo de ensino-aprendizagem. No entanto, é necessário atentar para o não uso em excesso dessas ferramentas tecnológicas a fim de evitar que alunos percam o foco de sua aprendizagem e incorram em insucessos. Se o aluno não estiver na escola, a oportunidade de se familiarizar com as diversas situações que surgem na luta pela solução dos problemas encontrados e simulados em contexto de ensino poderá ser comprometida; logo, é provável que sua educação matemática falhe em algum ponto, já que o ensinar a resolver problemas é uma forma de educar efetivamente.

Antes de passarmos para as estratégias, é importante ressaltar que nenhuma delas tem a pretensão de vir a ser uma fórmula mágica ou regra que deve ser seguida em sequência de etapas, uma atrás da outra. É preciso, sim, se necessário, voltar ao início do objetivo traçado, uma vez que a busca é pelo sucesso na aplicação das atividades mediante adequação ao nível das habilidades e competências demonstradas pela turma. Sendo assim, o bom desempenho na realização das atividades dependerá do trabalho a ser concretizado em cada turma, considerando a habilidade de cálculo e raciocínio lógico apresentada pelos discentes. Esperamos que tudo isso possa favorecer o desenvolvimento do pensar criticamente e leve o aluno a conhecer, questionar, transformar, produzir e compartilhar ideias.

Como sugestões de estratégias didáticas para o ensino de Matemática através da resolução de problemas, os PCN consideram que a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser fundamentada nos seguintes princípios:

- a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturas, a situação que lhe é apresentada;
- aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo o processo análogo ao que se pode observar na história da Matemática;
- um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas (BRASIL, 1997, p. 43).

Então, podemos dizer que os problemas matemáticos não constituem uma situação de sequências matemáticas para obtenção de uma solução, seja ela exata ou não, sendo necessário que o aluno busque estratégias para a sua construção. Logo, é preciso saber qual a

dificuldade que o aluno enfrenta em relação à resolução de problemas, uma vez que cada aluno tem um nível de desenvolvimento intelectual e de conhecimentos diferentes.

Segundo BRASIL (1997, p. 44-45), resolver um problema pressupõe que o aluno: *elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); compare seus resultados com os de outros alunos; valide seus procedimentos*. O recurso da resolução de problemas é, portanto, uma estratégia para as aulas de Matemática, em que o professor pode usar essa prática que ajuda o aluno a construir conhecimentos. Por isso, é fundamental que o professor utilize um método inovador e dinâmico, buscando novas metodologias de estudo e pesquisa, a fim de tornar o ensino da Matemática mais atrativo e significativo.

3.3. Situações-problema envolvendo as estruturas multiplicativas

Compreendemos que, muitas vezes, em nossa prática, utilizamos a solução como princípio único para a aprovação da multiplicação. E é importante observarmos que é a solução uma base estrutural, mas não a única. Pensar assim de maneira restrita, pode comprometer o processo de ensino-aprendizagem dos alunos, pois o esquema de pensamento para resolver problemas de multiplicação vai além dos esquemas de resolução das adições. É importante diferenciarmos o raciocínio multiplicativo do raciocínio aditivo, e conhecermos as características de cada um.

Conhecer os alunos e aproximar-se de suas dúvidas e dificuldades, torna-se fundamental para bem avaliar e orientar o processo de ensino-aprendizagem, de modo que possamos responder às expectativas de uma educação escolar que deseja ser transformadora (FREIRE, 2005). Uma prática pedagógica que leve em conta as diferenças subjetivas dos educandos, que aprendem de forma e ritmos próprios, respeita o aluno em sua individualidade e, ao mesmo tempo, reconhece-o inserido numa coletividade em que cada sujeito tem semelhanças e particularidades. Assim, o conteúdo de multiplicação ficará mais atraente para os alunos, principalmente para aqueles com mais dificuldades.

Segundo Gitirana *et al* (2014), considerar a multiplicação como adição de parcelas repetidas pode causar obstáculos no entendimento da propriedade comutativa da multiplicação que garante que, em uma multiplicação, a ordem dos fatores não altera o

produto. A estrutura multiplicativa é constituída por diferentes conceitos, a saber: multiplicação, divisão, fração, razão, números racionais, função linear e não linear, análise dimensional e espaço vetorial. Tais conceitos não são independentes. Eles estão em mesmo campo conceitual e interligam-se.

As situações que estão inseridas nas estruturas multiplicativas e nas resoluções envolvem sempre os conceitos de divisão ou multiplicação, *cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações [...]* (VERGNAUD, 1990, p. 8). No entanto, a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda é bastante desconhecida da grande maioria e, quando é incorporada à prática escolar, aparece como um item isolado, desenvolvido, paralelamente, como aplicação da aprendizagem, a partir de listagem de problemas, cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos (PCN, 1998).

3.4. Resolução de problemas: sua importância e estratégias

Hoje, todos os alunos aprendem a resolver problemas matemáticos. Ao mesmo tempo, a resolução de problemas vem contribuindo para o insucesso escolar. De modo geral, os problemas trabalhados em sala de aula são exercícios repetitivos para fixar os conteúdos que acabaram de ser estudados, motivando o uso de procedimentos padronizados para serem utilizados na resolução de problemas semelhantes. Essa atividade não desenvolve no aluno, a capacidade de transpor o raciocínio utilizado para o estudo de outros assuntos.

A resolução de problemas oferece uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pois cria no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento matemático, não se restringindo a exercícios rotineiros desinteressantes e que valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação. A importância da resolução está no fato de:

possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance dentro e fora da sala de aula. Assim, os alunos terão oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (SCHOENFELD *apud* PCN, 1998, p. 67).

Para Dante (1991), é possível, por meio da resolução de problemas, desenvolver-se no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de formular

um raciocínio lógico, isto, é, fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, a fim de que ele possa propor boas soluções às questões que emergem do seu cotidiano, de dentro ou de fora da sala de aula. Os alunos, ao resolverem problemas, podem descobrir fatos novos; em sendo motivados a encontrar várias outras maneiras de resolver o mesmo problema, despertam a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e, assim, desenvolvem a capacidade de solucionar as situações que lhes são propostas.

Contudo, despertar no aluno o gosto pela resolução de problemas não é tarefa fácil. Muitos são os momentos de dificuldade, de enfrentamento de obstáculos, de erros cometidos. Isso, algumas vezes, acontece porque muitos professores e alunos não conseguem distinguir um problema matemático de um exercício matemático.

Podemos distinguir mais claramente um problema de um exercício da seguinte forma: um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Isso implica dizer que a solução não está disponível no início, mas é possível construí-la (PCN, 1998).

Por sua vez, um problema matemático é toda situação que solicita a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que arrisca resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado (SILVEIRA, 2001). O fundamental é que o “resolvedor” conheça o objetivo a ser alcançado, porém só há o enfrentamento de um problema se a pessoa ainda não tem os meios para atingir tal objetivo.

Se os alunos conseguem interpretar a proposta do enunciado da questão, sabendo algumas estruturas ou todas as situações apresentadas, desenvolvendo várias estratégias de resolução, incluindo a verificação das mesmas e do resultado, têm em mãos um problema matemático. Todavia, aponta Silveira (*op. cit.*), se o que ocorre é a aplicação de uma atividade de treinamento no uso de alguma habilidade matemática (ou de algum conhecimento matemático) já de conhecimento do “resolvedor”, como a aplicação de um algoritmo conhecido, de uma fórmula conhecida, por exemplo, os alunos têm em mãos um exercício que exige apenas a aplicação de um procedimento, sem a necessidade de criar estratégias para resolvê-lo.

Destacamos que a proposição de problemas deve estar vinculada aos objetivos didáticos, à realidade escolar e extraclasse do aluno. Trata-se, portanto, de trabalhá-los em sala de aula através do desejo dos alunos de resolvê-los, pois sabemos que muito da Matemática baseia-se

mesmo na resolução de problemas. Deste modo, professores e alunos desenvolvem o gosto pela Matemática se os problemas desafiarem a curiosidade, estimularem a pesquisa e motivarem permitir desenvolver capacidades, tais como: a de pensar, de raciocinar, de questionar, de criar estratégias e de compartilhar ideias para encontrar uma solução para o problema. No contexto de educação matemática, professores e pesquisadores do assunto atribuem cada vez mais uma maior relevância a esse tipo de metodologia.

3.5. A arte de resolver problemas

3.5.1. Resolução de problemas segundo Polya

A maior preocupação no estudo da resolução de problemas é fazer com que os alunos possam compreender os enunciados para depois desenvolvê-los corretamente. Para tanto, faz-se necessário proporcionar diferentes métodos explicativos para que os alunos possam intensificar seus conhecimentos e a capacidade de compreensão em busca de alcançar resultados satisfatórios.

Para Polya (1986), a resolução de um problema é, na verdade, um desafio e um pouco de descobrimento, uma vez que não existe um método rígido que o aluno possa sempre seguir para encontrar a solução de uma situação-problema. Acredita-se que as atividades propostas aos alunos devem ser desafiadoras e, ainda que atividades rotineiras, elas devem ter como alvo conquistar o interesse dos alunos e contribuir para o seu desenvolvimento intelectual. Em sua obra “A arte de resolver problemas”, o autor mencionado apresenta passos que orientam o raciocínio de um aluno para a resolução de problemas. Nesse livro, esses passos são chamados por Polya de “como resolver problemas”. Polya (1995, p. 3) propõe, então, um roteiro para resolver problemas que se resumem da seguinte maneira:

- Compreender o problema – temos que compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário para resolvê-lo;
- Estabelecer um plano – temos que ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados para termos a ideia da resolução, para estabelecer o plano;
- Executar o plano – verificar cada passo;

- Fazer um retrospecto – examinar a solução obtida.

3.5.2. *Compreensão do problema*

De acordo com Polya (1995), para compreender o problema proposto ao aluno, devem-se realizar diferentes procedimentos na busca do entendimento. Portanto, o primeiro passo em busca da resolução de um problema é tentar compreendê-lo bem, sendo necessário saber exatamente o que é dado e o que é pedido; assim, temos:

Primeiro passo: é preciso compreender o problema, identificando o enunciado da questão. Para isso, os questionamentos e comandos possíveis poderiam os seguintes:

- Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?
- É possível a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é suficiente? Ou redundante? Ou contraditória?
- Trace uma figura. Adote uma notação adequada.
- Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?
- Leia o problema com muita atenção. Se necessário, leia em voz alta e tente explicá-lo aos colegas.
- Tomar nota das quantidades e das condições que são dadas os chamados “dados do problema” (unidades de medidas).
- Identificar as incógnitas e as condicionantes. O que é que se pretende exatamente calcular ou provar?
- Desenhar um esquema que ajude a organizar a informação e a visualização do problema.
- Reformular o problema de formas diferentes, ou pensá-lo numa situação concreta.

3.5.3. *Estabelecer um plano*

O estabelecimento de um plano para resolver problemas seria o **segundo passo** em busca da resolução de um problema. É preciso planejar uma estratégia. Depois de compreender o problema, é necessário imaginar um plano para resolver. Este passo é o mais difícil, porque requer capacidades que os alunos têm de aprender e desenvolver, como:

criatividade, imaginação, organização. São essas capacidades que os educandos só irão desenvolver com muito esforço e trabalho.

Faz-se necessário encontrar conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado considerar problemas auxiliares se não encontrar uma conexão imediata. Enfim, nesta etapa, é preciso chegar a um plano para a resolução do problema, em que se exige muito do aluno, pois é preciso traçar um plano ou uma estratégia para se chegar ao resultado final.

3.5.4. Executar um plano

Terceiro passo: executar a estratégia de planejamento; rever tudo, desde o início se necessário. Agora já se tem um plano para resolver o problema. É preciso só executar, sem receios, pois a autoconfiança é a chave para o sucesso. O objetivo do terceiro passo é executar o plano para a solução. Ao executar o plano, é preciso verificar cada passo. É imprescindível verificar e demonstrar se o plano está correto. Então, faz-se necessário abordar e executar as ideias já estabelecidas desde o início da resolução do problema, pois já foi desenvolvida a estratégia, agora é só colocar em prática.

3.5.5. Fazer um retrospecto

Quarto passo: verificar e interpretar os resultados. Agora já se tem uma solução. Será que está correta? É muito importante validar os resultados obtidos. Então, a finalidade do quarto passo é examinar a solução obtida. Logo, os questionamentos seriam: é possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível perceber isso num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Sendo assim, o último passo é fazer uma retrospectiva do problema, revisando e interpretando os resultados abordados para se chegar à solução. Nesta perspectiva, o aluno irá ver se o problema está correto, verificando se os resultados são válidos, examinando a solução encontrada.

Todas as etapas de Polya (1995) servem como um método para auxiliar-nos a resolver problemas. O professor que almeje desenvolver nos alunos o espírito solucionador e

a capacidade de resolver problemas deve estimular em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes oportunidades variadas de imitar e de praticar. Além disso, quando o professor soluciona um problema em aula, é relevante dramatizar um pouco as suas ideias e fazer a si próprio as mesmas indagações utilizadas para ajudar os educandos. Por meio dessa orientação, o estudante acabará por descobrir o uso correto das indagações e sugestões e, ao fazê-lo, adquirirá algo mais importante do que o simples conhecimento de um fato matemático qualquer. Polya ainda afirma que o surgimento de um problema se dá quando procuramos maneiras/meios para conseguir um objetivo imediato, ocupando a maioria de nossa parte pensante com buscas incessantes para encontrar uma solução satisfatória:

resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. [...] se você quer aprender a nadar, você tem de ir à água. E se você quer se tornar um bom ‘resolvedor’ de problemas, tem que resolver problemas” (POLYA, 1995, p. 65).

Polya é reconhecido pela maioria dos autores que discute sobre o tema da resolução de problemas pelo seu método de resolver problemas. Entretanto, muitos autores afirmam que Polya não se atentava, de fato, ao ensino e ao efeito das estratégias utilizadas na resolução dos problemas matemáticos e que, na época da publicação do seu livro, o foco estava no professor, e não, no aluno.

Será que, ao escrever o livro “A arte de resolver problemas”, Polya pensava em divulgar apenas um método para resolver problemas? E o papel do professor e do aluno? E as heurísticas denominadas por Polya? E o que ele designava por problemas matemáticos? A fim de tecer um enredo sobre essas indagações e ainda ensaiar uma apropriação do método heurístico do autor, desenvolveu-se um estudo de cunho bibliográfico para responder adequadamente tais inquietações. Com isso, discutiremos, nos tópicos a seguir, os desdobramentos oriundos da análise da obra “A arte de resolver problemas”.

Ao examinarmos o texto de Polya (1978), constatamos que não há uma definição explícita que nos permita responder a indagação. O referido autor talvez não considerasse necessária tal exposição por assumir que o entendimento já era claro. Por conta disso, ao longo do livro, são identificados usos explícitos das expressões, mas sem maiores esclarecimentos. A seguir são apresentadas algumas sentenças que ilustram essa afirmação:

- os materiais indispensáveis à resolução de um problema matemático são certos itens relevantes do conhecimento matemático já adquirido;
- um dos primeiros deveres do professor é não dar aos seus alunos a impressão de que os problemas matemáticos têm pouca relação uns com os outros;
- ao resolver um problema matemático, partimos de conceitos muito claros, que estão razoavelmente ordenados em nossa mente;
- num problema matemático perfeitamente formulado, todos os dados e todas as cláusulas da condicionante são essenciais e têm de ser levadas em conta;
- de fato, ao resolvermos um problema, sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo.

Conforme está posto nos recortes apresentados, parece que Polya entendia o problema matemático como algo a ser trabalhado de forma hierarquizada, ou seja, do mais simples para o mais complexo. Ainda é possível inferir que, para o autor, a existência de um problema matemático deve-se ao fato de estar munido de conhecimentos prévios sobre um conteúdo relacionado. Constata-se também que, na concepção do autor, o problema matemático só estará bem formulado quando todos os dados forem úteis para a resolução do problema. O autor atenta ainda para o fato de que, se o problema for matemático, temos que recordar de problemas já resolvidos, de teoremas ou de definições. Essa afirmação de Polya nos remete a um questionamento: e se o aluno, ao ler o problema, não conseguir relacioná-lo com outro, ou, se não conseguir fazer uso de nenhum teorema ou definição, o problema deixará de ser matemático?

Com relação a problemas não matemáticos, Polya traz alguns exemplos, como: o jogo de palavras cruzadas e o problema de um homem primitivo que desejava atravessar um riacho. De acordo com Polya:

- o nosso problema pode ser algébrico ou geométrico, matemático ou não, um problema científico importante ou um mero enigma. Não há diferença, as indagações fazem sentido e podem auxiliar-nos a resolver o problema;
- o problema deve ser bem escolhido, nem muito difícil nem muito fácil, natural e interessante, e um certo tempo deve ser dedicado à sua apresentação natural e interessante;

- se houver uma figura relacionada ao problema, deverá traçar uma figura e nela indicar a incógnita e os dados;
- os resultados numéricos de problemas matemáticos podem ser verificados pela comparação com números observados ou por estimativa judiciosa de números observáveis. Como os problemas que surgem de necessidades práticas, ou da curiosidade natural, quase sempre objetivam fatos, seria de esperar que tais comparações com fatos observáveis raramente fossem omitidas;
- com o auxílio de representações geométricas apropriadas, procuramos tudo expressar em linguagem gráfica, tentamos reduzir problemas de qualquer tipo a problemas geométricos;
- em problemas de todos os tipos, mas particularmente nos problemas matemáticos que não sejam simples demais, a notação adequada e as figuras geométricas constituem grandes e indispensáveis auxílios.

Por meio das passagens ilustradas, é perceptível que Polya realiza uma abordagem do problema matemático atrelando-o, constantemente, a um conteúdo matemático a ele relacionado. Dessa forma, entendemos que a existência dos problemas matemáticos está diretamente relacionada aos conteúdos requisitados nos seus enunciados e, para resolvê-los, o autor indica mecanismos auxiliares de acordo com o conteúdo matemático embutido.

Vale destacar também a proposta de uma Heurística apresentada por Polya (1978). O autor afirma que seu livro é uma tentativa de reviver este estudo de forma moderna e modesta. Pela concepção de uma Heurística moderna, esse autor procura compreender o processo solucionador de problemas, dando ênfase às operações mentais que tenham utilidade no processo de resolução. O estudioso acrescenta que a Heurística moderna dispõe de várias fontes de informação, não devendo ser desprezada. Segundo Polya (1978):

um estudo consciencioso da Heurística deve levar em conta, tanto as suas bases lógicas quanto as psicológicas. Não deve esquecer aquilo que autores antigos como Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano escreveram sobre o assunto, mas muito menos pode desprezar a experiência imparcial. A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir a base em que se assenta a Heurística. Neste estudo, não devemos descurar nenhum tipo de problema, e sim procurar aspectos comuns na maneira de tratar de problemas de toda sorte: devemos considerar os aspectos gerais, independentemente do assunto específico do problema. O estudo da Heurística tem objetivos “práticos”: melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas pode exercer uma certa influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino de Matemática (POLYA, 1978, p. 87).

Para Polya resolver problemas é uma atividade humana fundamental. De fato, a maior parte do nosso pensamento consciente relaciona-se com problemas. A não ser quando nos entregamos a meros devaneios ou fantasias, os nossos pensamentos dirigem-se para um fim, procuramos meios, procuramos resolver um problema.

Contudo, ainda de acordo com o autor, o professor deve ser um participante no que diz respeito a examinar a solução que cada aluno encontrou. Se a solução está correta ou não. Se correta, deve fazer questionamentos, evidenciando o percurso acionado pelo educando para se chegar à solução. Se houve outros caminhos, como se chegou a essas soluções apresentadas? E, no caso de a solução estar incorreta, o professor vai verificar junto ao aluno onde está o erro e, claro, ajudar o aluno em sua resolução. O processo deve ser construtivo, no qual o aluno vai buscar por uma solução correta. Sabe-se que não existe somente uma única maneira correta de resolver problemas, mas, sim, várias outras formas de resolver os problemas. É necessário perceber que, para resolver um problema, primeiramente precisamos saber alguma coisa do assunto da questão, para, em seguida, reunir e selecionar os itens relevantes do nosso conhecimento que se encontram em estado desconhecido.

A nossa concepção de problema é muito mais ampla no final do que no princípio, pois tudo que foi acrescentado terá que ser recordado. Se for uma questão de resolução de problemas, ou então de teoremas, devemos buscar em nossas mentes tudo aquilo que vivenciamos no processo de ensino-aprendizagem. Polya diz que o professor deve, evidentemente, tentar encontrar alguma questão adequada ou sugestões que possam auxiliar os alunos quando estes não conseguirem ir adiante. Sempre há o risco de que o estudante se canse e abandone o problema, ou perca o interesse e cometa erros tolos como consequência da atitude indiferente assumida.

3.6. O ensino da resolução de problemas

Sabemos que muitos alunos têm dificuldades, principalmente na multiplicação, quando as situações-problema exigem uma compreensão maior no momento em que são apresentadas de maneira a ser interpretadas. Devido à exigência da realização de inferências, muitas vezes bastante complexas, é na interpretação do enunciado da questão quando os estudantes apresentam um grau maior de dificuldades. É quando se requer deles uma maior apropriação das práticas sociais associadas com a leitura e a escrita, ou seja, exige-se um grau maior de “letramento”, conceito verificado em Soares (2008). Diante disso, faz-se necessário oferecer

uma metodologia que se volte para o cotidiano, para as práticas sociais efetivamente exercidas pelas pessoas em um contexto social específico, buscando, deste modo, uma maior proximidade dos educandos com os problemas apresentados.

[...] O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema, porque no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula, ou um processo operatório (BRASIL, MEC, 1998, p. 40).

Podemos analisar, a partir da citação, que o professor nesse processo deve instigar o estudante a produzir situações e através delas; buscar estratégias que os façam aprender; buscar novos caminhos para a resolução de problemas matemáticos, mesmo que esse percurso leve os alunos a cometerem “erros”. Neste caso, o erro não deve ser interpretado de forma depreciativa, mas, sim, de maneira positiva, salutar para o crescimento do processo de aprendizagem do aluno.

Na sala de aula, podemos considerar pelo menos dois caminhos quando o aluno erra nas atividades matemáticas: ignorar a situação e considerar que o problema é do aluno e não do ensino, ou, enfrentar a situação como um desafio e buscar formas de superação. Defendemos, assim como Luckesi (2002), que o segundo caminho seja o mais viável, visto que:

ao assimilar os conhecimentos, o educando assimila também as metodologias e as visões de mundo que os perpassam. O conteúdo do conhecimento, o método e a visão de mundo são elementos didaticamente separáveis, porém compõem um todo orgânico e inseparável do ponto de vista real (LUCKESI, 2002, p. 127).

Como já salientamos anteriormente, um dos grandes fatores que dificulta a compreensão de problemas matemáticos dos alunos, fruto da falta do domínio de compreensão textual, está relacionado à questão da leitura. Pode-se dizer que é reflexo dessa particularidade, por exemplo, quando são evidenciadas dificuldades na operação e percepção de códigos e símbolos com mais propriedade e habilidade. Concomitante a isso, está impregnada na mente de muitos estudantes a ideia de que a Matemática é complicada e chata. Esse fato dificulta ainda mais o processo de ensino-aprendizagem. Diante dessas adversidades, aumenta ainda mais a responsabilidade do professor em buscar meios de

motivar os alunos, fazer com que eles sintam-se instigados a aprender Matemática, reconhecendo sua importância no dia a dia.

3.7. Trabalhar por resolução de problemas

Pozo & Echeverria (1998) concedem destaque maior para a aprendizagem da solução de problemas. Sua obra sai um pouco da realidade matemática destacada por Polya, pois o foco dos autores mencionados recai mais no campo da educação. Pozo & Echeverria apresentam uma visão mais atual sobre a resolução de problemas, que, de certo modo, leva os alunos a aprender a aprender. Nesse sentido:

a solução de problemas baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes. Assim, ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros [...] (POZO & ECHEVERRIA, 1998, p. 09).

De acordo com Pozo & Echeverria, portanto, o ensino da resolução de problemas não diz respeito somente a dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também criar neles o hábito e a atitude para perceber a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma solução. Logo, é possível constatar que esse conceito de resolução de problemas amplia-se em comparação ao apresentado por Polya.

No entanto, para Pozo & Echeverria, existem outros fatores que levam a resolver problemas com sucesso, sendo que cada um tem suas diferenças e particularidades tanto entre o exercício de resolução propriamente dito quanto entre a formulação de dado problema. Isso é algo peculiar dentro da ciência Matemática, isto é, é inerente ao campo do raciocínio matemático a existência de várias estratégias possíveis de serem acionadas para se resolver um problema. Esse expediente matemático concretiza-se no campo da resolução de problemas em dois momentos: quando da maneira como dispomos os tipos de problemas matemáticos; e quando efetuamos as orientações necessárias para verificar o processo de solução do problema.

Diante de todas essas especificidades, o que se espera do professor, durante o ensino da resolução de problemas, é uma atitude como a referida nos pressupostos de Polya quando o autor defende que o melhor é ajudar o aluno com naturalidade. Assim sendo, o professor deve colocar-se no lugar do aluno, perceber o ponto de vista deste ao encarar a complexidade do expediente a ser aprendido. Nessa direção, o docente deve procurar compreender a forma como os discentes acionam seus conhecimentos, fazendo indagações a eles, indicando-lhes os melhores caminhos para que suas habilidades cognitivas sejam ampliadas e a resolução do problema seja, enfim, efetivada.

3.8. Resoluções de problemas e os PCN

Os PCN (1998) para o Ensino Fundamental apontam entre os seus objetivos: questionar a realidade na perspectiva de formular problemas, tratando de resolvê-los, utilizando o pensamento lógico, a criatividade, a imaginação, a intuição, a capacidade de análise e crítica, a seleção de procedimentos, além de verificar, de forma adequada, esses métodos na busca de resultados. Nesse sentido, destaca-se a importância da resolução de problemas não apenas para a Matemática, mas para outros campos do saber.

Os PCN (1998) conduzem o ensino Fundamental no Brasil presenciado de acordo com a realidade da sala de aula. Os PCN exclusivos para Matemática no Ensino Fundamental mostram que a Resolução de Problemas precisa ser vista como uma oferta para o processo de ensino-aprendizagem da disciplina. O documento aborda o cuidado que o professor precisa ter com a interpretação de suas práticas, que podem levar distorções de erros a partir do uso da resolução de problemas.

De acordo com os PCN (1998), a resolução de problemas deve privilegiar uma abordagem que considere os problemas que fazem parte do nosso dia a dia – é preciso trabalhar de maneira transversal e, de preferência, em conjunto também com as demais disciplinas das diversas áreas do conhecimento. A resolução de problemas é muito importante também pela sua capacidade de acionar habilidades e conhecimentos que extrapolam o campo da Matemática, uma vez que sua prática pode contribuir para o desenvolvimento do potencial intelectual dos alunos, o que é profícuo para potencializar aptidões cognitivas que permitirão apreender conteúdos de áreas diferentes do conhecimento, além da Matemática.

Considerando a importância dos PCN como documentos históricos para o apoio e norte do trabalho docente, o bom estudo desses documentos é de extrema relevância para a construção da aprendizagem com a resolução de problemas e com a formação para a cidadania dos educandos na etapa de ensino em tela.

3.9. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud

A estrutura multiplicativa é constituída por diferentes conceitos, a saber: multiplicação, divisão, fração, razão, números racionais, função linear e não linear, análise dimensional e espaço vetorial. E esses conceitos não são independentes, eles estão em mesmo campo conceitual e interligam-se. As situações que estão inseridas nas estruturas multiplicativas, nas resoluções, envolvem sempre os conceitos de divisão ou multiplicação, *cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações* (VERGNAUD, 1990, p. 8).

Nesse trabalho, a nossa preocupação é investigar estratégias para a resolução de problemas realizadas pelos alunos. Logo, a “Teoria dos Campos Conceituais”, de Vergnaud, pode nos servir como uma ferramenta para analisar as dificuldades dos alunos em resolver problemas. Segundo essa teoria, o conhecimento está organizado em campos conceituais. Trata-se, assim, de *uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e aprendizagem de competências complexas, notadamente das que revelam das ciências e das técnicas* (VERGNAUD, 1990, p.133).

De acordo com pressupostos do referido autor, é só durante o processo de desenvolvimento sociocognitivo dos educandos, ao longo dos tempos, por meio das experiências com a maturidade e a aprendizagem, tanto dentro da escola quanto fora dela, que vai se formando a cognição necessária nos indivíduos para lidar com os mais diversos e complexos conceitos. Vergnaud defende que:

A solução de problemas muitos novos é impossível sem a linguagem, sobretudo quando essa solução evoca conceitualizações novas e a transformação de certos elementos em objetos de pensamentos bem identificados. A linguagem tem, de antemão, uma função de comunicação, e a aprendizagem matemática é uma aprendizagem fortemente socializada. Essa função de comunicação, todavia, não

pode exercer-se ultimamente sem apoiar-se em outra função da linguagem, que é a representação. Em relação com essas duas funções, observa-se uma terceira função da linguagem: o auxílio ao pensamento e a organização da ação. [...] A linguagem e os símbolos matemáticos têm, pois, um papel na conceitualização e na ação. Sem os esquemas e as situações, elas não teriam sentido (VERGNAUD, 1993, p. 25-26).

A classificação de situações resulta de considerações de ordem tanto psicológica como matemática. Uma classificação feita exclusivamente por critérios matemáticos negligenciaria distinções importantes para a didática; entretanto, um dos desafios colocados para a psicologia da aprendizagem matemática é, para Vergnaud (1993), *o de estabelecer classificações, descrever procedimentos, formular conhecimentos em ação, analisar a estrutura e a função das enunciações e representações simbólicas em termos que tenham um sentido matemático*. (p. 156).

Uma das maiores contribuições da “Teoria dos Campos Conceituais” é a investigação de que existem fatores que interferem no sucesso da criança em resolver os problemas. Na resolução de problemas multiplicativos, por exemplo, tanto a maior como a menor dificuldade encontrada no aluno está, principalmente, relacionada ao nível de cognição dele, o que, na maioria das vezes, não acontece de forma espontânea e independe do seu nível de escolaridade.

4. METODOLOGIA

Nosso trabalho teve como objetivo investigar as estratégias de resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas nos anos finais do Ensino Fundamental. A escolha desse tema deu-se por percebermos a grande dificuldade dos alunos nos anos finais do Ensino Fundamental para lidar com atividades baseadas na resolução de problemas. A escolha também se deu por conta do grande desafio que o ensino de resolução de problemas oferece para a prática docente. Portanto, esperamos que este estudo traga boas contribuições tanto para a nossa prática quanto para a oferta de conhecimentos práticos para os discentes, a fim de que eles possam processar melhor os conhecimentos e as dificuldades que o trabalho com a resolução de problemas proporciona.

O conhecimento matemático está presente nas mais variadas situações do cotidiano para os problemas reais da vida social enfrentados pelos educandos. Enquanto se levar em consideração apenas o tempo e o conteúdo passado em sala de aula, o olhar para essa realidade será negligenciado. É preciso, deste modo, criar métodos, caminhos que possam ajudar os discentes na resolução de problemas. Visando a esse feito e voltando nosso olhar para uma das estruturas que mais desafia os alunos, questionamo-nos: qual a maior dificuldade dos alunos em relação à estrutura multiplicativa? Será mais fácil para eles aprender compreendendo a complexidade de tal estrutura através do lúdico? Solucionando problemas do dia a dia, da realidade deles, será que esses alunos vão se interessar mais pela Matemática? Essas são as principais indagações a que buscamos responder.

A pesquisa desenvolvida neste trabalho fundamentou-se em um estudo exploratório e descritivo, envolvendo pesquisas e diálogos sobre a temática de maneira positiva, e objetivo de verificar o trabalho de resolução de problemas em sala de aula como estratégia didática para promover a aprendizagem de problemas que envolvem multiplicação. A perspectiva para a construção desse trabalho focou-se na aprendizagem que se encontra estritamente associada à identificação de conceitos e à realização de procedimentos favoráveis para o conhecimento em resolver problemas como uma estratégia para as aulas de Matemática.

O desenvolvimento do método foi uma proposta de planejamento, estudo e pesquisa de natureza qualitativa em prol do desenvolvimento de um trabalho criativo e dinâmico na

escola. Os recursos utilizados para a construção da metodologia foram: pesquisas, estudo, observação e elaboração de questionários.

A ideia desse trabalho surgiu da observação e investigação da dificuldade dos alunos no estudo sobre resolução de problemas multiplicativos, tendo como proposta melhorar as aulas de Matemática. Diante deste contexto, decidimos estudar, pesquisar, investigar e planejar meios que contribuíssem para o desenvolvimento de atividades com resolução de problemas multiplicativos como uma estratégia para as aulas de Matemática, envolvendo a realidade e o cotidiano do aluno no ambiente escolar. A pesquisa foi realizada em uma escola pública da rede estadual de ensino. Participou da pesquisa a turma do 7º ano do Ensino Fundamental, com um total de 25 alunos. Escolhemos esta escola pelo fato de já ter lecionado nela o que facilitou o acesso à gestão, coordenadores e professores. A escolha da turma foi aleatória. O dia do questionário da aplicação ocorreu em semana de prova, logo a única turma disponível para a aplicação foi o 7º ano.

A pesquisa bibliográfica foi importante, pois se constituiu como suporte teórico para a construção deste trabalho e ampliou nosso conhecimento acerca da resolução de problemas, sendo fundamentada através de autores como Pozo (1998) e Polya (1978), que abordam a resolução de problemas como ferramenta para a construção da aprendizagem Matemática. Neste sentido, o trabalho do professor com resolução de problemas precisa ser realizado de forma mais diversificada, dinâmica, atraente e adequada, para favorecer o gosto do aluno para a aprendizagem de Matemática.

Antes do início das atividades, realizamos uma conversa com a gestora da escola acerca da viabilidade e possibilidade da aplicação da pesquisa. Em seguida, foram apresentados o teor e objetivos da pesquisa para professores e alunos pesquisados. Damos ênfase à intenção de proporcionar um momento de reflexão sobre o trabalho com resolução de problemas multiplicativos como uma estratégia didática para as aulas de Matemática e sua importância para o desenvolvimento da aprendizagem.

A proposta de aplicação do questionário desse trabalho é resultado de uma situação-problema que mostra a aplicação e importância dos conhecimentos matemáticos para o desenvolvimento do conhecimento humano, mostrando que as atividades com resolução de problemas são uma forma de contribuir para a aprendizagem dos alunos, provocando interesse para o estudo da Matemática. Os alunos serão motivados a estudar, através de diferentes

atividades com resolução de problemas do seu cotidiano, com o objetivo de buscar e ampliar os seus conhecimentos na perspectiva de serem sujeitos ativos, construtores e participantes da sua própria aprendizagem.

A proposta com resolução de problemas foi utilizada com objetivo de desenvolver as capacidades e métodos que ajudem na compreensão, envolvendo a multiplicação. Além disso, a proposta visa a promover situações que levem o aluno a pensar e analisar as possibilidades de resolver um problema.

Foi aplicado o seguinte questionário sociocultural, que serviu para conhecer um pouco mais os alunos:

Quadro 1 - Modelo do questionário sociocultural aplicado aos alunos:

1 – Aluno (a): _____
2 – Idade: _____
3- Sexo _____
4 – Instituição de ensino: _____
5 – Série: _____
6 – Você gosta da disciplina Matemática: () Muito () Pouco () Não Gosto

Fonte: Autor, 2017

Quanto ao segundo questionário, a seguir, trata-se especificamente de um modelo com o intuito de verificar se o aluno conseguia resolver a contento problemas envolvendo estruturas multiplicativas:

Quadro 2: Modelo do questionário sobre o assunto:

<u>QUESTIONÁRIO</u>
1) Para uma excursão a um museu, um colégio alugou quatro ônibus. Em cada ônibus, foram colocados 35 estudantes. Dez professores acompanharam os estudantes na excursão. Quantas pessoas ao todo participaram dessa viagem?
2) Cristina foi a uma livraria para comprar 5 cadernos e 1 livro. O total que Cristina pagou por sua

compra foi R\$ 22,00. Como o livro custou R\$ 7,00 e todos os cadernos têm o mesmo preço, quanto ela pagou por cada caderno?

3) Durante as férias escolares, Paulinha viajou para Porto Seguro, onde tirou muitas fotos com sua máquina digital. Na volta, ela resolveu revelar as fotos de sua incrível viagem. Paulinha colocou 12 fotos em cada página do álbum. O álbum, que possuía 45 páginas no total, ficou completamente cheio. Quantas fotos Paulinha colocou no álbum?

4) Um camelô comprou 30 ursinhos de pelúcia por R\$ 165,00. Desejando lucrar R\$ 75,00 com a venda desses ursinhos, por quanto o camelô deve vender cada um?

5) Vou fazer sanduíches. Cada um terá um recheio e um tipo de pão. Os recheios serão: presunto, queijo, ricota ou atum. Os tipos de pães serão: francês, forma ou integral. Quantos tipos diferentes de sanduíches posso fazer?

6) Em um depósito de supermercado, há 328 caixas, cada uma contendo 24 garrafas de suco. Qual o total de garrafas de suco guardadas nesse depósito?

7) Em um teatro há 18 fileiras de poltronas. Em cada fileira, foram colocadas 26 poltronas. Quantas poltronas há nesse teatro?

8) Carlos comprou uma moto. Ele deu uma entrada de R\$ 600,00 e dividiu o restante da dívida em 12 prestações mensais iguais de R\$ 325,00. Quanto Carlos vai pagar por essa moto?

Fonte: Autor, 2017

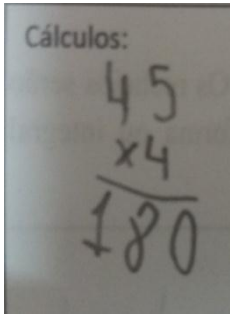
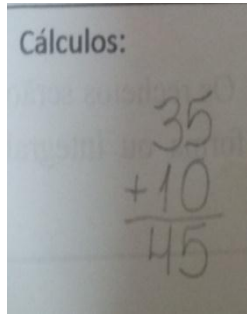
O questionário anterior contém 8 questões, todas de resolução de problemas envolvendo estruturas multiplicativas. Ambos os questionários tiveram como objetivos investigar e avaliar os conhecimentos prévios dos alunos acerca do conteúdo referente à resolução de problemas.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Iniciaremos este momento discutindo e analisando os resultados das situações-problema com 25 alunos. Foram observadas suas dificuldades acerca dos erros cometidos pelos sujeitos participantes da pesquisa através de tabelas. É importante ressaltar que aos alunos que acertaram, alguns deles, usaram o passo a passo da resolução de problemas proposto por Polya, isto é: compreensão do problema, estabelecimento de um plano de resolução, execução do plano e análise da solução obtida.

Problema 1: *Para uma excursão a um museu, um colégio alugou quatro ônibus. Em cada ônibus foram colocados 35 estudantes. Dez professores acompanharam os estudantes na excursão. Quantas pessoas ao todo participaram dessa viagem?*

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$35 \times 4 = [\quad] + 10 = ?$
Operação Aritmética	Multiplicação e Adição
Resultado obtido	40% dos alunos participantes acertaram, mas 60% dos alunos erraram. Esse percentual indica que 15 alunos erraram o problema.

Análise do erro	Os 15 alunos que apresentaram erro foram organizados da seguinte forma: • 12 alunos apresentam erros em relação ao cálculo numérico, e 3 alunos não conseguiram interpretar o enunciado e, ao invés de multiplicar, somaram a quantidade de alunos e dos professores, esquecendo que havia 4 ônibus. Logo, erraram o cálculo relacional, somando tudo, errando completamente a questão. Eles não entenderam o que pedia o problema. Como podemos ver nos exemplos abaixo, figuras 1 e 2:  Cálculos: $\begin{array}{r} 45 \\ \times 4 \\ \hline 180 \end{array}$ figura 1  Cálculos: $\begin{array}{r} 35 \\ + 10 \\ \hline 45 \end{array}$ figura 2 Já na figura 3, a seguir, há o exemplo de um aluno que acertou a questão, seguindo as etapas propostas por Polya: compreendeu o problema, estabeleceu um plano de resolução, executou o plano e analisou a solução obtida:
-----------------	---

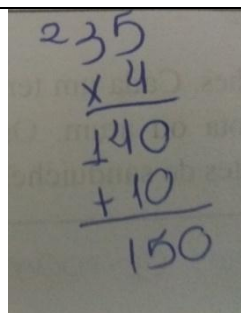

$$\begin{array}{r} 235 \\ \times 4 \\ \hline 140 \\ + 10 \\ \hline 150 \end{array}$$

Figura 3

Conclusão:

Essa atividade foi realizada pelos 25 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II, individualmente. 10 alunos conseguiram responder de forma correta, dando o resultado certo do enunciado da questão, ou seja, conseguiram interpretar bem o que foi pedido no problema. Já os outros 15, até montaram a questão, porém não chegaram ao resultado correto devido a não conseguirem interpretar, raciocinar e desenvolver a questão, mostrando dificuldades em ler e entender o problema. Com a atividade, formulamos ideias sobre os resultados positivos e negativos nos alunos no ato de resolver problemas, pois eles apresentam deficiência em pensar e interpretar o problema. Ao nosso ver, isso reflete problemas de aprendizagem que foram negligenciados em séries anteriores. Nesse sentido, é importante que os professores procurem atividades que estimulem o interesse do aluno para a aprendizagem da Matemática.

Então, podemos dizer que o maior número de alunos apresenta erros ao resolver problemas multiplicativos e isso está ligado à falta de habilidades no cálculo mental e interpretação, mostrando que não basta apenas ler o problema para resolvê-lo, mas é necessário compreendê-lo, identificar as suas estratégias e conferir a resposta se está de acordo com o problema proposto. Para desenvolver essas capacidades, os alunos precisam desenvolver as técnicas de raciocinar e interpretar, visto que, para que o aluno resolva um problema, é preciso compreender e estabelecer uma estratégia em busca dos resultados.

Problema 2: Cristina foi a uma livraria para comprar 5 cadernos e 1 livro. O total que Cristina pagou por sua compra foi R\$ 22,00. Como o livro custou R\$ 7,00 e todos os cadernos têm o mesmo preço, quanto ela pagou por cada caderno?

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$5 \times ? = [\quad] + 7 = 22$
Operação Aritmética	Multiplicação e Adição
Resultado obtido	64% dos alunos participantes acertaram, porém 36% dos alunos erraram. Esse percentual indica que 9 alunos erraram o problema.
Análise do erro	Os 9 alunos que apresentaram erro foram organizados da seguinte forma: 6 alunos apresentaram erros em relação ao cálculo numérico, e 3 alunos não conseguiram interpretar o enunciado e erraram ao multiplicar o número de cadernos pelo total da compra; ou seja, erraram o cálculo relacional, errando completamente a questão. Eles não entenderam o que pedia o problema. Como podemos ver no exemplo abaixo, figuras 1 e 2:

$$\begin{array}{r} \text{Cálculos:} \\ 22,00 \\ \times 5 \\ \hline 110,00 \end{array}$$

Figura 1

$$\begin{array}{r} \text{Cálculos:} \\ 22 \\ \times 5 \\ \hline 110 \end{array}$$

Figura 2

$$\begin{array}{r} \text{Cálculos:} \\ 5 \times 3 + 7 \\ \hline 22 \\ 110,00 \end{array}$$

Figura 3

$$5 \times 3 = 15 + 7 = 22 = \text{Resultado final 3}$$

Figura 4

Já na figura 3 e 4, os alunos seguiram as etapas de Polya: compreenderam o problema, estabeleceram um plano de resolução, executaram o plano e analisaram a solução obtida.

Conclusão:

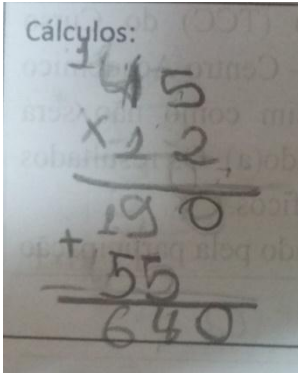
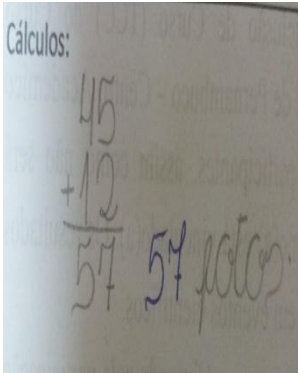
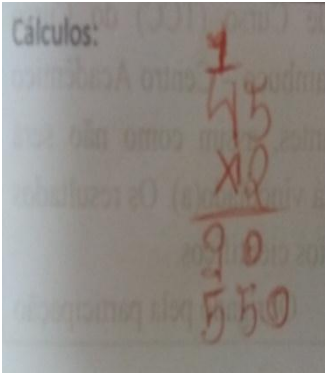
Elaboramos essa atividade, pensada com a utilização de materiais escolares, para ajudar no processo da aprendizagem de Matemática com resolução de problemas. Assim, utilizamos um método mais dinâmico e participativo na perspectiva que os alunos adquirissem informações sobre objetos de seu manuseio quase diário, aprendendo uns com os outros trocando informações.

Este trabalho, com o exercício proposto individualmente, pudemos realizar com os 25 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II, sendo que 16 alunos acertaram a atividade proposta, e 9 erraram a atividade. Apesar do resultado, pudemos constatar durante a observação que a atividade contribuiu de forma positiva para a aprendizagem com resolução de problemas. A estratégia adotada possibilitou que os alunos se envolvessem mais e prestassem mais atenção. Isso fez com que os discentes interpretassem melhor o enunciado da questão e

	consequentemente a compreendessem mais efetivamente. Essa atividade foi planejada de acordo com a observação da aprendizagem do aluno e trabalho do professor; por isso, é uma proposta e ideia para melhorar o ensino-aprendizagem.
--	--

Problema 3: Durante as férias escolares, Paulinha viajou para Porto Seguro, onde tirou muitas fotos com sua máquina digital. Na volta, ela resolveu revelar as fotos de sua incrível viagem. Paulinha colocou 12 fotos em cada página do álbum. O álbum, que possuía 45 páginas no total, ficou completamente cheio. Quantas fotos Paulinha colocou no álbum?

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$45 \times 12 = ?$
Operação Aritmética	Multiplicação

Resultado obtido	56% dos alunos participantes acertaram a questão; 44% erraram. Esse percentual indica que 11 alunos erraram o problema.
Análise do erro	Os 11 alunos que apresentaram erro foram organizados da seguinte forma: 6 alunos não entenderam o que a questão pedia. Em vez de multiplicar eles somaram as parcelas. 5 alunos conseguiram até estruturar a questão, mas apresentaram erros em relação ao cálculo numérico. Eles não entenderam o que pedia o problema. Como podemos ver nas figuras de 1 a 3, a seguir:  Figura 1  Figura 2  Figura 3

Cálculos:

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 \times 45 \\
 \hline
 60 \\
 + 480 \\
 \hline
 540
 \end{array}$$

Figura 4

Já na figura 4, o aluno seguiu as etapas de Polya, isto é: compreendeu o problema, estabeleceu um plano de resolução, executou o plano e analisou a solução obtida.

Conclusão:

A elaboração dessa atividade foi pensada para favorecer a aprendizagem do aluno com resolução de problemas multiplicativos. A conexão com fatos do cotidiano deu-se por meio da associação a uma situação muito comum e frequente, sobretudo nessa era digital: tirar fotos.

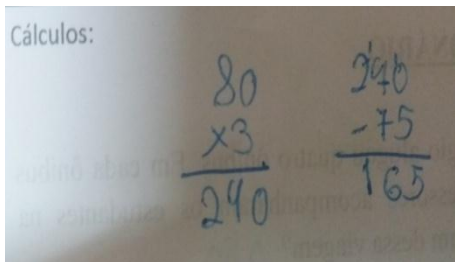
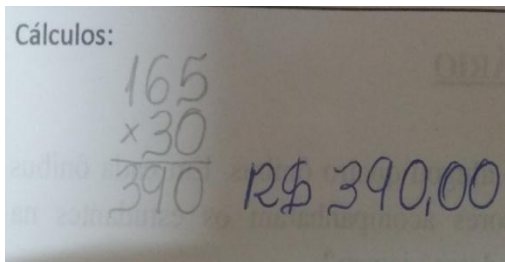
Essa atividade, proposta individualmente para os 25 alunos do 7º ano do ensino fundamental II, apresentou os seguintes resultados: 14 alunos acertaram a questão; 11 erraram. Esses dados serviram tanto para rever a aprendizagem do aluno como também para refletir sobre a prática pedagógica do professor. É importante que o docente planeje e execute atividades e estratégias de ensino mais contextualizadas, abordando assuntos que sirvam para a formação do aluno para o exercício de seu papel como cidadão.

Como foi possível verificar, a maioria dos alunos conseguiu resolver o problema multiplicativo, acionando a contento suas habilidades de cálculo mental e de interpretação textual, mostrando que a leitura atenta do problema é o principal caminho para que se possa compreendê-lo. Os que assim procederam identificaram as informações e estratégias necessárias para se chegar à resposta adequada do problema proposto. Os dados colhidos demonstraram que houve alunos que até

	conseguiram elaborar estruturalmente a resposta, contudo não chegaram a responder corretamente o problema, pois apresentaram erros em virtude de não saberem efetivamente realizar o cálculo multiplicativo. Acreditamos que um estudo mais reforçado da tabuada, em conjunto com um maior trabalho com leitura e interpretação de texto, pode ser o caminho adequado para sanar algumas das principais dificuldades demonstradas pelos discentes. Segundo Carraher (1991), para que o aluno possa construir o conhecimento, será necessária que, diante do enunciado de um problema, ele conheça cada expressão verbal utilizada. Em seguida, o educando deverá ser capaz de traduzir cada dado apresentado verbalmente em dados concretos do mundo em que ela vive. Por último, precisará entender as relações lógicas constantes do problema para, então, relacionar os dados entre si e realizar as operações necessárias a solução. Tudo isso supõe o desenvolvimento de certas capacidades do aluno as quais poderão ou não estar presentes.
--	--

Problema 4: Um camelô comprou 30 ursinhos de pelúcia por R\$ 165,00. Desejando lucrar R\$ 75,00 com a venda desses ursinhos, por quanto o camelô deve vender cada um?

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$165 + 75 = 240$ $30 \times ? = 240$

Operação Aritmética	Adição, Multiplicação e Divisão.
Resultado obtido	100% dos alunos participantes erraram a questão; logo, esse percentual indica que os 25 alunos não obtiveram êxito na resolução do problema.
Análise do erro	Os alunos não compreenderam o que a questão requeria deles. Houve desatenção ao enunciado da questão. Pedia-se que os alunos somassem o valor total da compra dos ursos, mais o lucro total dos ursos; depois, que dividissem pela quantidade de ursos comprados; ou eles poderiam somar o valor do lucro e o valor total dos ursos, multiplicando a quantidade de ursos por um número que eles deveriam pensar, seguindo o raciocínio: qual número posso utilizar para multiplicar a quantidade de ursos para resultar no valor total? Além da falta de atenção, interpretação, cálculo mental, os alunos também não perceberam que a questão se tratava de “lucros”. Vale salientar que um desses alunos conseguiu, por algum método, multiplicar, só que não percebeu, ao estruturar o problema, que trocou valores; não chegou ao resultado exato, já que não informou por quanto era para ser vendido cada urso. Já 10 desses alunos fizeram a multiplicação da quantidade dos ursos pela quantia paga por todos os ursos. Como podemos ver nas figuras a seguir:  Figura 1  Figura 2

Cálculos: R\$ 240,00 cada umzinho

$$\begin{array}{r} 165,00 \\ + 75,00 \\ \hline 240,00 \end{array}$$

Figura 3

Na figura 3, mais especificamente, tem-se um exemplo do que aconteceu com 14 alunos que conseguiram parcialmente estruturar corretamente a resolução do problema; entretanto, esses não obtiveram sucesso para encontrar o valor correto pelo qual poderia ser vendido o urso para obter o lucro, conforme exemplo acima, no qual um aluno expõe que o valor do urso era para ser vendido por R\$ 240,00 cada um.

Conclusão:

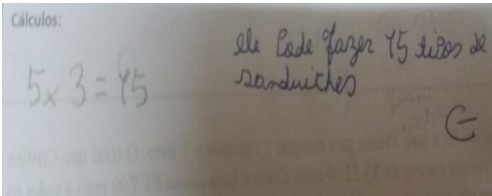
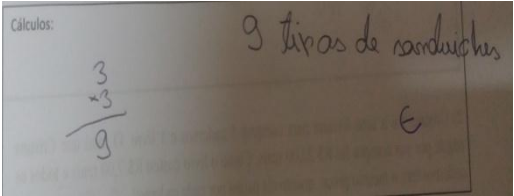
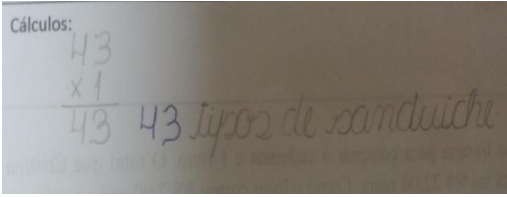
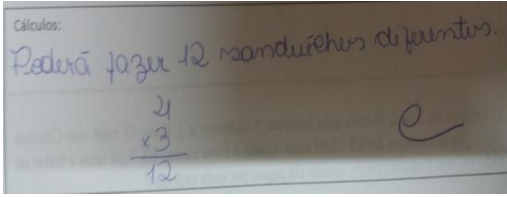
A elaboração dessa atividade foi planejada para a aprendizagem do aluno com resolução de problemas multiplicativos e demais operações. Essa atividade, proposta individualmente para os 25 alunos do 7º ano do ensino fundamental II, demonstrou que 25 alunos erraram a questão. Esse quantitativo de erro pode ser justificado pelo fato da questão exigir um maior número de estratégias para ser resolvida. Esses dados serviram para rever a aprendizagem do aluno, como também como uma forma de refletir sobre a prática pedagógica do professor, abordando outros assuntos relevantes que sirvam para a formação do aluno como sujeito crítico e consciente dos fatos que o circundam. A realização dessa atividade nos permitiu ainda perceber que os alunos precisam praticar mais cálculo mental, a fim de construir um raciocínio mais eficaz na busca pelo resultado da questão.

A abordagem da pesquisa de campo com essa atividade foi desenvolvida da seguinte maneira: enquanto os alunos resolviam as questões, conversamos com o professor para conhecer mais sobre os alunos e seu trabalho com a Matemática. O

	professor relatou que era muito difícil ensinar Matemática, pois a maioria dos alunos frequentemente expõe que não gosta dessa disciplina. Diante disso, buscamos elaborar outras formas de ensino visando uma maior proximidade do conteúdo que se ensinava à realidade do aluno, por meio da elaboração de questões relacionadas com o seu dia a dia. Explicamos, então, ao docente, o motivo de planejarmos essas atividades para chamar a atenção do aluno para temas que provavelmente seriam mais eficazes para despertar seu interesse. Ainda buscando uma maior proximidade com o aluno, optamos por direcionar a reflexão para questões em que os mesmos colocassem em prática a solução de problemas de forma dialogada, expressando oralmente as dificuldades encontradas.
--	--

Problema 5: *Vou fazer sanduíches. Cada um terá um recheio e um tipo de pão. Os recheios serão: presunto, queijo, ricota ou atum. Os tipos de pães serão: francês, forma ou integral. Quantos tipos diferentes de sanduíches posso fazer?*

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$4 \times 3 = ?$
Operação Aritmética	Multiplicação
Resultado obtido	64% dos alunos participantes acertaram a questão, porém 36% dos alunos erraram. Esse percentual indica que 9 alunos erraram o problema.

Análise do erro	Os 9 alunos que apresentaram erro foram organizados da seguinte forma: 6 alunos erraram o cálculo numérico; 2 alunos erraram por falta de atenção, de não interpretar a questão, não percebendo que se tratava de 4 tipos de recheios, e não de 3 tipos ou 5 tipos. Apesar de 1 aluno ter deduzido um algoritmo e obtido um resultado, não houve compreensão do que pedia o problema, conforme podemos ver nas figuras de 1 a 3 a seguir:  Figura 1  Figura 2  Figura 3  Figura 4 Já na figura 4, como podemos verificar, o aluno conseguiu entender o que o problema havia pedido, soube multiplicar de forma correta o que foi proposto na questão que a maioria acertou.
------------------------	---

Problema 6: Em um depósito de supermercado, há 328 caixas, cada uma contendo 24 garrafas de suco. Qual o total de garrafas de suco guardadas nesse depósito?

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$328 \times 24 = ?$
Operação Aritmética	Multiplicação
Resultado obtido	40% dos alunos participantes acertaram a questão, porém 60% dos alunos erraram. Esse percentual indica que 15 alunos erraram o problema.
Análise do erro	Os 15 alunos que apresentaram erro foram organizados da seguinte forma: 10 alunos erram no cálculo numérico – alguns deles não souberam resolver a multiplicação de 2 algarismos, e isso os levou a errar a questão. Mesmo que alguns tenham conseguido efetuar a operação de multiplicação, quando do momento de somar os valores das parcelas, eles erram a operação de soma. Como podemos ver nas figuras 1 a 3:

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 21 \\ 43 \\ \hline 2828 \\ \times 24 \\ \hline 1282 \\ - 556 \\ \hline 4322 \end{array}$$

Figura 1

Cálculos: 8.672

$$\begin{array}{r} 11 \\ 328 \\ \times 24 \\ \hline 1312 \\ + 756 \\ \hline 8672 \end{array}$$

Figura 2

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 328 \\ \times 24 \\ \hline 304 \\ + 656 \\ \hline 6864 \end{array}$$

Figura 3

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 328 \text{ caixas} \\ \times 24 \text{ garrafas} \\ \hline 1312 \\ + 656 \\ \hline R = 7.872 \text{ garrafas ou todo} \end{array}$$

Figura 4

Já na figura 4, podemos constatar que o aluno conseguiu estruturar a resolução, especificando o que significava cada valor e, assim, chegando ao resultado correto, seguindo as etapas para se resolver um problema sugeridas Polya (compreender o problema, estabelecer um plano de resolução, executar o plano e analisar a solução obtida).

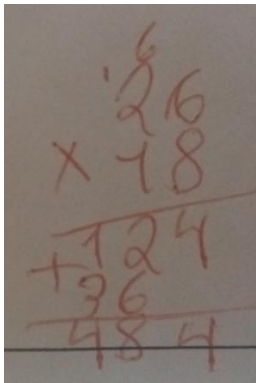
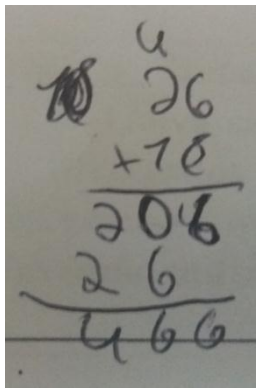
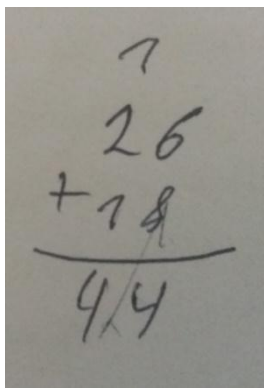
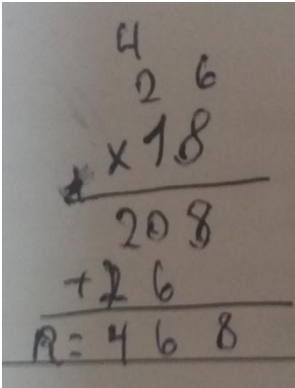
Conclusão:

A elaboração dessa atividade foi planejada para a aprendizagem do aluno com resolução de problemas multiplicativos, e também está voltada para a realidade do dia a dia. A análise desses registros evidencia, muitas vezes, o domínio de conhecimentos matemáticos que são a base para o cálculo escrito e, particularmente, para a compreensão das técnicas de cálculo que usualmente são

	ensinadas na escola. Ao assimilar os conhecimentos, o educando assimila também as metodologias e as visões de mundo que os perpassam. O conteúdo do conhecimento, o método e a visão de mundo são elementos didaticamente separáveis, porém compõem um todo orgânico e inseparável do ponto de vista real (LUCKEST, 2002, p. 127).
--	--

Problema 7: *Em um teatro, há 18 fileiras de poltronas. Em cada fileira, foram colocadas 26 poltronas. Quantas poltronas há nesse teatro?*

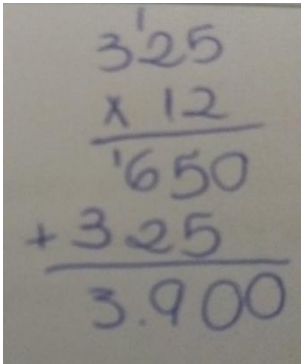
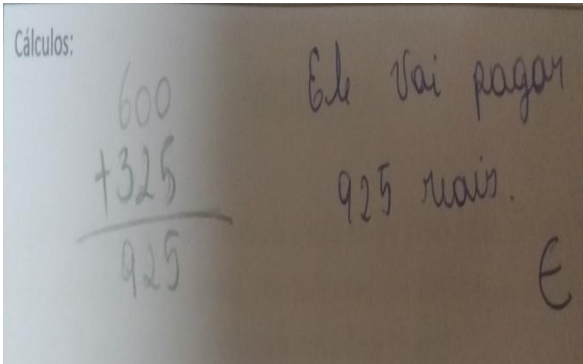
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$18 \times 26 = ?$
Operação Aritmética	Multiplicação
Resultado obtido	56% dos alunos participantes acertaram a questão. Por sua vez, 44% dos alunos erraram. Esse percentual indica que 11 alunos erraram o problema.

Análise do erro	Os 11 alunos que apresentaram erro foram organizados da seguinte forma: 6 alunos cometeram o mesmo erro do problema anterior: erraram o cálculo numérico. 5 alunos erraram por falta de atenção de não interpretar corretamente a questão. Até conseguiram estruturar de forma correta, mas não perceberam que se tratava de uma multiplicação de parcelas. O que esses alunos fizeram foi uma adição de parcelas (princípio aditivo). Com isso, eles não conseguiram responder corretamente o problema, como podemos ver nas figuras 1 a 3, a seguir:  Figura 1  Figura 2  Figura 3  Figura 4 Já na figura 4, verificamos um exemplo de que o aluno conseguiu entender o
------------------------	--

	que o problema havia pedido, realizando corretamente a operação de multiplicar corretamente, assim como a maioria dos que acertaram a questão. É possível, por meio de resolução de problemas, desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia a dia na escola ou fora dela (DANTE, 1991).
--	---

Problema 8: Carlos comprou uma moto. Ele deu uma entrada de R\$ 600,00 e dividiu o restante da dívida em 12 prestações iguais de R\$ 325,00. Quanto Carlos vai pagar por essa moto?

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Multiplicativa	$325 \times 12 = ? + 600 = ?$
Operação Aritmética	Adição e Multiplicação
Resultado	40% dos alunos participantes acertaram a questão. Todavia, 60% dos alunos erraram. Esse percentual indica que 15 alunos erraram o problema.

obtido	
Análise do erro	Os 15 alunos que apresentaram erro organizaram-se da seguinte forma: 12 que apresentaram erro conseguiram resolver parcialmente a questão. Todavia, esses, mais por falta de atenção, não somaram o resultado obtido com o valor da entrada da moto, o que os levou a errar o problema. Já 2 alunos tiveram um raciocínio diferente: ao invés de somar os 600,00 reais de entrada, eles multiplicaram pelo valor da parcela, não chegando ao resultado esperado. Apenas 1 aluno que teve falta de atenção na questão somou a entrada com o valor da parcela (adição). Acreditamos que ele não entendeu o enunciado da questão. Verifiquemos esses dados nas figuras de 1 a 3, a seguir:  Figura 1  Figura 2

Cálculos:

$$\begin{array}{r}
 600 \\
 \times 325 \\
 \hline
 1500 \\
 + 12 \\
 \hline
 4037,00
 \end{array}$$

R\$ 4.037,00

Figura 3

Cálculos:

$$\begin{array}{r}
 325 \\
 \times 12 \\
 \hline
 650 \\
 + 3250 \\
 \hline
 3900
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3.900 \\
 + 600 \\
 \hline
 4.500
 \end{array}$$

Ele vai pagar R\$ 4.500.

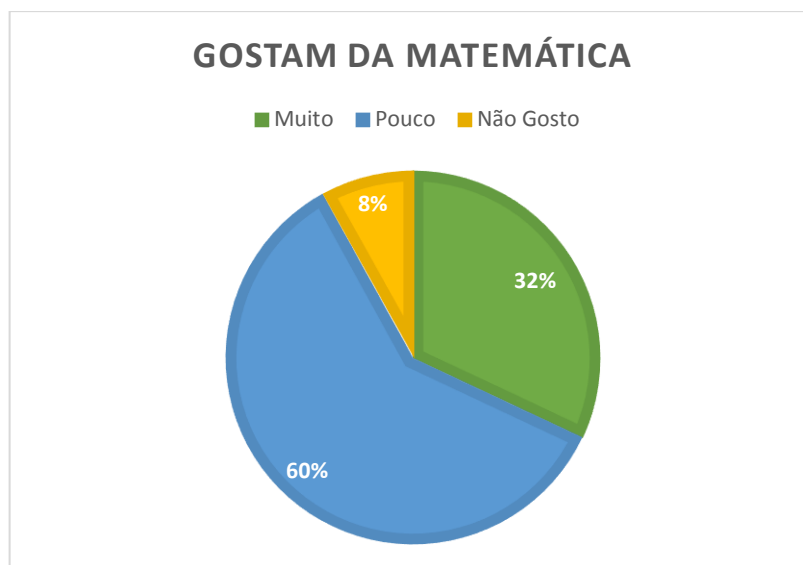
Figura 4

Já na figura 4, temos o exemplo de um aluno que conseguiu entender o que o problema havia pedido, efetuando a multiplicação de forma correta, demonstrando a compreensão do que foi proposto na questão. Os alunos que desse modo procederam fizeram o cálculo correto e somaram a entrada com o resultado obtido da multiplicação, seguindo, assim, os passos sugeridos por Polya.

Por meio da elaboração desse problema possibilitamos aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance dentro e fora da sala de aula. Fazendo isso, corroboramos as orientações dos PCN (1998) de que aos alunos devem ser dadas oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca dos conceitos e procedimentos matemáticos, bem como do mundo em geral, a fim de desenvolver sua autoconfiança.

A aplicação das atividades foi aplicada em uma turma do 7º ano do Ensino Fundamental, com um total de 25 alunos, sendo 15 meninas e 10 meninos, entre 12 e 14 anos; 32% responderam que gostavam da disciplina Matemática; 60% que gostavam pouco; e 8% responderam que não gostavam. Sintetizamos esses dados no gráfico a seguir:

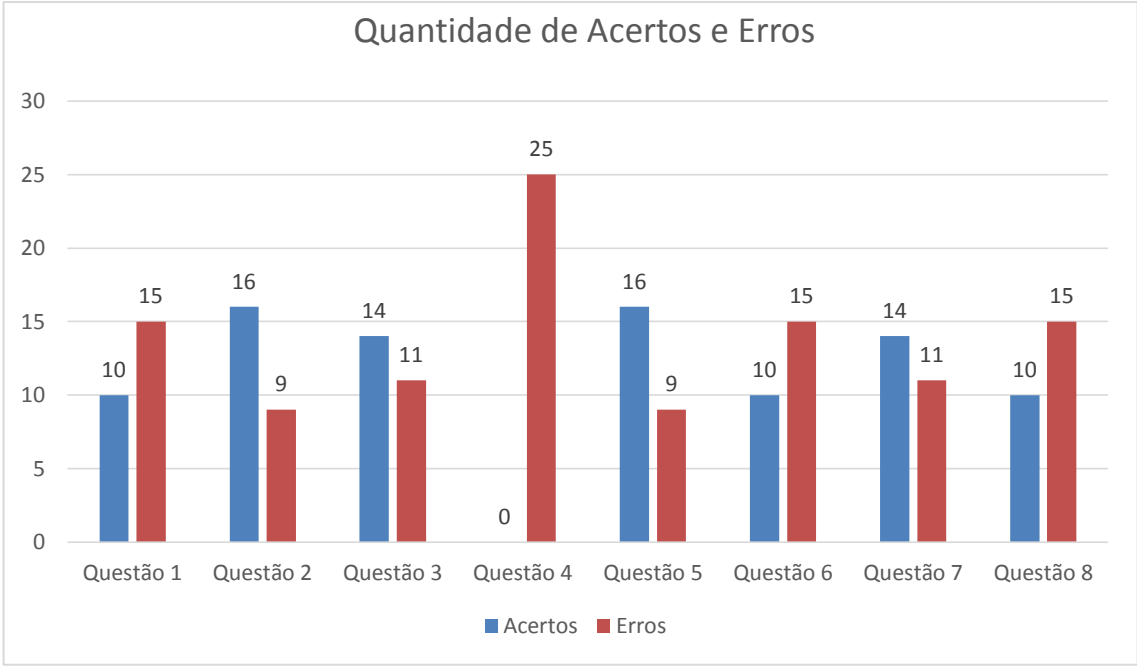
Gráfico 1: Alunos que gostam da disciplina Matemática



Fonte: Autor, 2017

Elaboramos também um gráfico para refletir o percentual de cada questão referente ao erro e acerto dos alunos, conforme podemos verificar a seguir:

Gráfico 2: Quantidade de Acertos e Erros



Fonte: Autor, 2017

6. AVALIAÇÃO DA APLICAÇÃO

A aplicação de todas as atividades, que foram desenvolvidas de forma significativa visando à construção da aprendizagem, foi pensada com o intuito de melhorar o rendimento dos alunos em resolver problemas. Acreditamos também que atividades como as propostas para a intervenção e a realização de pesquisas de campo como essas servem de experiência para enriquecer, ampliar e melhorar nossa prática pedagógica. Foi um trabalho bastante satisfatório no sentido de que nos permitiu conhecer e aprender ainda mais sobre o sistema educacional – fato que contribui muito para nossa formação pessoal e profissional.

A realização da aplicação em si foi de suma importância para compreendermos um pouco a essência da profissão docente. Foi através da pesquisa em campo, que pudemos adquirir novos conhecimentos e compreender muitas necessidades na configuração do trabalho do professor. Isso nos permitiu adquirir experiências que nos ajudarão tanto em nosso futuro trabalho como docente como na forma de lidar melhor com o público alvo da educação pública e básica em nosso estado.

Vários foram os momentos de reflexões sobre a realidade escolar. Neste sentido, foi possível vivenciar as dificuldades de aprendizagem e as principais concepções do professor e alunos em relação à utilização da resolução de problemas na sala de aula. Foi possível verificar, por exemplo, a aceitação ou não da resolução de problemas multiplicativos como uma estratégia para facilitar a aprendizagem dos alunos e como essa estratégia está sendo utilizada na sala de aula foco de nosso estudo.

No tocante à escola estadual que serviu como campo de nossa pesquisa mais especificamente, foi possível detectar as principais dificuldades encontradas pelos alunos em resolver um problema matemático. Tais dificuldades referem-se a problemas com interpretação, raciocínio e entendimento do enunciado da questão. Essas dificuldades vêm desde cedo, já que refletem questões que deveriam ter sido trabalhadas desde a infância; e, como provavelmente não foram suficientemente processadas, obstáculos que acompanharão os discentes durante todo o seu processo de aprendizagem na vida escolar foram criados.

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Ao concluirmos a pesquisa de campo com a aplicação das atividades, percebemos que atingimos os objetivos almejados, e pudemos compreender melhor o processo de aprendizagem com resolução de problemas. Refletindo sobre as ações desenvolvidas em sala de aula, ampliamos nosso conhecimento sobre o processo de ensino-aprendizagem na abordagem da resolução de problemas multiplicativos como forma melhorar a aprendizagem do aluno.

Neste trabalho procuramos contribuir para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos de forma ativa e participativa, valorizando suas ideias e conhecimentos acerca da temática abordada, fazendo com que demonstrassem interesse e vontade para a aprendizagem Matemática.

Um possível trabalho futuro é realizar uma intervenção abordando o conteúdo a partir dos passos da resolução de problemas e só depois realizaremos a aplicação dos questionários. Poderemos ainda fazer entrevistas com professores no intuito de verificar quais deles já utilizaram o método de resolução de problemas em suas aulas ou se conhecem essa metodologia.

Por fim, é importante ressaltar que as atividades atingiram o objetivo de ajudar na socialização e aprendizagem do aluno, favorecendo na aquisição dos conhecimentos sobre resolução de problemas, possibilitando a construção da aprendizagem matemática de forma participativa e dialogada na perspectiva do envolvimento do aluno.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Resolver problemas multiplicativos é aprimorar o raciocínio através de situações-problema que estimulam a curiosidade, visando à construção de conceitos matemáticos pelo o aluno. Neste sentido, se bem utilizados de forma coerente com os objetivos que se desejam alcançar, pode-se facilitar e desenvolver diversas habilidades, principalmente as de raciocínio lógico, pois desperta-se nos alunos a busca de estratégias para resolver os problemas propostos.

Entretanto, não podemos deixar de considerar a importância do estudo da Língua Portuguesa na aprendizagem Matemática, uma vez que a Educação Matemática não se resume apenas a efetuar cálculos numéricos. Existem outras habilidades que devem ser desenvolvidas, tais como: o raciocínio lógico e dedutivo, estratégias de interpretação e aprendizagem da escrita, como também assuntos do seu cotidiano que servem para facilitar na sua vida.

Na realização da pesquisa com a turma do 7º ano do Ensino Fundamental, foi constatado que resolver problemas ainda é algo que oferece grandes dificuldades para os alunos. Contudo, mesmo diante do fato de a maioria dos alunos, por exemplo, não conseguir interpretar e entender o que se pede na questão proposta, cabe ao professor de Matemática o empenho de desenvolver estratégias para facilitar a compreensão dos cálculos, a fim de despertar nos alunos curiosidades e interesse pela prática de resolver problemas multiplicativos. Resolver problemas pode e deve ser utilizado de diferentes maneiras para que os alunos obtenham habilidades e estratégias que lhes proporcionem a compreensão, por si mesmos, de novos conhecimentos que servirão para a sua vida pessoal e profissional.

Um das maneiras mais acessíveis maneiras de proporcionar aos alunos que aprendam a resolver problemas multiplicativos é a utilização de uma metodologia de ensino que se baseie na apresentação de situações abertas e sugestivas, que exijam dos alunos uma atitude ativa e um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento: *o ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes* (POZO e ECHEVERRÍA,1998,P.09).

Portanto, como já afirmamos anteriormente, o ensino através da resolução de problemas multiplicativos ajuda os educandos a desenvolver sua capacidade de aprender a aprender, pois os habitua a determinar por si próprios as respostas às questões que os incomodam, sejam elas questões escolares ou da vida cotidiana, em vez de esperar uma resposta elaborada e dada pelo professor ou pelo livro didático.

REFERÊNCIAS

- BRASIL/MEC, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais** - Pernambuco, 2012.
- BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1998.
- CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. L. **Na vida dez, na escola zero**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2006.
- DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 2. ed. São Paulo: Editora Ática, 2005 [Obra em quatro volumes para alunos de 5ª a 8ª séries].
- FRANCHI, Anna *et al.* **Educação Matemática**: uma nova introdução; Silvia Dias Alcântara Machado (org.) – 3. ed. revisada. São Paulo: EDUC, 2012.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 2005.
- GITIRANA, V. *et al.* **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2013.
- LUCESI, C. C. **A avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo: Cortez, 1995.
- LUPINACCI, M. L. V. & BOTIN, M. L. M. **Resolução de problemas no meio de matemática**. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, p.1-5.
- BRASIL/MEC, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais. Ministério da Educação e do Desporto: Brasília/DF, 1998.
- NUNES, T. & BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 1997.
- PIAGET, J. **Equilíbrio das Estruturas Cognitivas**. Trad. Marion M. S. Penna. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.
- POLYA, J. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. São Paulo: Interciência, 1978.
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**. Porto Alegre: Artes Médicas (Artmed), 1998.
- POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender; trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RUDIO, F.V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 32.ed. Petrópolis: vozes, 2001.

SOARES, Magda. **Alfabetização e letramento**. 5. ed. – São Paulo: Contexto, 2008.

TEIXEIRA, L. M. R.; VASCONCELLOS, M.; GUIMARÃES, S. D. A resolução de problemas multiplicativos de produto de medidas: um caso exemplar. In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Orgs.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 77-93.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In Brun, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 155-191.

VERGNAUD, G. ***El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria***. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. *Multiplicative structures*. In: R. LESH; M. LANDAU (Eds.). **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983, p.127-174.