



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
MATEMÁTICA-LICENCIATURA

**INVESTIGANDO AS DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E
EXERCÍCIOS DE DIVISÃO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

JÉSSICA FERNANDA DE ALBUQUERQUE CASSIANO

CARUARU
2017

JÉSSICA FERNANDA DE ALBUQUERQUE CASSIANO

**INVESTIGANDO AS DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E
EXERCÍCIOS DE DIVISÃO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Licenciatura em Matemática da
Universidade Federal de Pernambuco –
Campus Agreste, como pré-requisito parcial
para a obtenção do título de licenciada.

Área de Concentração: Educação.

Orientador: Prof. Me. Paulo Roberto Câmara Sousa
Co-Orientadora: Prof. Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos

CARUARU
2017

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier CRB/4 - 1242

C345i Cassiano, Jéssica Fernanda de Albuquerque.
Investigando as dificuldades na resolução de problemas e exercícios de divisão com
alunos do ensino fundamental. / Jéssica Fernanda de Albuquerque Cassiano. – 2017
70f. il. : 30cm

Orientador: Paulo Roberto Câmara Sousa.
Coorientadora: Maria Lucivânia Souza dos Santos
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de
Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental. 3. Matemática – Problemas,
exercícios, etc. I. Sousa, Paulo Roberto Câmara (Orientador). II. Santos, Maria Lucivânia
Souza dos (Coorientadora). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2017-349)

JÉSSICA FERNANDA DE ALBUQUERQUE CASSIANO

**INVESTIGANDO AS DIFICULDADES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E
EXERCÍCIOS DE DIVISÃO COM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao
Curso de Matemática (Licenciatura) do Centro
Acadêmico do Agreste da Universidade Federal
de Pernambuco para a obtenção do título de
licenciado em Matemática.

Aprovado em: 01/12/2017.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Me. Paulo Roberto Câmara Sousa (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Edelweis Jose Tavares Barbosa (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos (Examinador Externo)

Universidade Federal de Pernambuco

DEDICATÓRIA

Dedico essa minha vitória em especial:

A minha mãe Cícera Rejania de Albuquerque pela força, incentivo, amizade, pelas palavras de conforto e apoio nessa minha caminhada e em todos os momentos de minha vida.

Ao meu pai Fernando Mauricio Cassiano (*in memoriam*) por sempre está presente me guiando e me protegendo.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me proteger, me guiar, me ter dado forças para sempre continuar e por ter me permitido alcançar essa vitória em minha vida, sempre com a fé em Deus.

A minha mãe pelo amor incondicional e por todo o apoio e palavras de conforto, e por sempre me amparar nas horas de cansaço e nos momentos que pensei em desistir. Ao meu pai (*in memoriam*) por sempre me proteger e ser meu anjo. A minha irmã pelo apoio.

Ao meu esposo, por me incentivar a concluir esta etapa de minha vida, e pela compreensão dos momentos em que estive ausente.

Ao professor e orientador Paulo Câmara pelo o apoio, compreensão e dedicação dado ao meu trabalho.

A professora e Coorientadora Lucivânia Souza por toda a dedicação, a atenção e apoio na orientação desse trabalho.

Aos meus amigos de curso, Eliane dos Santos, Eduarda Cabral e Danilo Pereira, pela amizade, pelo o apoio, a palavra amiga e a união nos momentos difíceis, pelas alegrias e tristezas, e por todos esses momentos vividos juntos e compartilhados.

Aos professores que tive nessa caminhada, obrigada por cada aprendizagem.

Nunca foi sorte, sempre foi Deus.
(Autor desconhecido)

RESUMO

É comum os alunos apresentarem dificuldades em divisão de números naturais, mas, no dia a dia, ao se deparar com situações que envolvam divisão, ele resolve essas situações da forma que faz mais sentido para elas. Contudo, alguns até conseguem utilizar corretamente o algoritmo ao resolver questões de divisão, porém não sabe dar o significado para tal operação, em outras palavras, o aluno sabe fazer mais não sabe explicar. Identificar os entraves enfrentados pelos alunos nesse processo é essencial para o professor trabalhar no sentido de esclarecer todas as dúvidas surgidas durante o processo de aprendizagem. Nesse sentido, o presente estudo teve como objetivo investigar as dificuldades de alunos do 6º ano do ensino fundamental em solucionar uma sequência de problemas e “contas secas” envolvendo a operação de divisão, evidenciar as estratégias utilizadas por eles na resolução dos problemas propostos e categorizar os erros cometidos. Os resultados dessa investigação mostram que, de uma forma geral, nos problemas a maior dificuldade deu-se no início da resolução, na compreensão e interpretação do que está sendo pedido. Já nas “contas secas”, a maioria dos erros ocorreram na execução da conta, isso pode se dar pelo fato de que nos exercícios não há muito o que interpretar, o desafio é encontrar a melhor estratégia, geralmente uma fórmula ou regra pronta.

PALAVRAS-CHAVE: Divisão. Dificuldades. Resolução de Problemas. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

It is common for students to have difficulties in dividing natural numbers, but in day-to-day situations when they encounter divisive situations, they solve these situations in the way that makes the most sense for them. However, some even manage to use the algorithm correctly when solving questions of division, but it does not know how to give meaning to such an operation, in other words, the student knows how to do more and does not know how to explain. Identifying the obstacles faced by students in this process is essential for the teacher to work in order to clarify all the doubts that have arisen during the learning process. In this sense, the present study had as objective to investigate the difficulties of 6th grade students in solving a sequence of problems and "dry accounts" involving the operation of division (by partition and by quotas), to show the strategies used by them in solving the problems proposed and categorizing the mistakes made. The results of this investigation show that, in general, in the problems the greatest difficulty occurred at the beginning of the resolution, in the understanding and interpretation of what is being requested. In "dry accounts", most errors occurred in account execution, this can be due to the fact that in exercises there is not much to interpret, the challenge is to find the best strategy, usually a formula or rule ready.

KEYWORDS: Division. Difficulties. Troubleshooting. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Divisão em galeão, século XVI	18
Figura 2 - Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE.....	28
Figura 3– Problema 1 (F26)	35
Figura 4– Problema 1 (F10)	35
Figura 5– Problema 1 (F41)	36
Figura 6– Problema 2 (F14)	36
Figura 7– Problema 2 (F38)	37
Figura 8– Problema 2 (F18)	37
Figura 9– Problema 3 (F2)	38
Figura 10 – Problema 3 (F1)	38
Figura 11 – Problema 3 (F24)	38
Figura 12 – Problema 3 (F30)	39
Figura 13 – Problema 4 (F12)	39
Figura 14 – Problema 4 (F21)	40
Figura 15 – Problema 4 (F32)	40
Figura 16 – Problema 4 (F37)	40
Figura 17 – Problema 4 (F41)	41
Figura 18 – Problema 5 (F2)	42
Figura 19 – Problema 5 (F13)	42
Figura 20 – Problema 6 (F26)	43
Figura 21 – Problema 6 (F33)	43
Figura 22 – Problema 6 (F40)	43
Figura 23 – Problema 7 (F9)	44
Figura 24 – Problema 8 (F25)	45
Figura 25 – Problema 8 (F17)	45
Figura 26 – Problema 8 (F13)	46
Figura 27 – Problema 8 (F26)	46
Figura 28 – Exercício 1 (F10)	48
Figura 29 – Exercício 1 (F19)	48
Figura 30 – Exercício 2 (F2)	49
Figura 31 – Exercício 3 (F14)	49
Figura 32 – Exercício 3 (F6)	49

Figura 33 – Exercício 3 (F30)	50
Figura 34 – Exercício 4 (F24)	50
Figura 35 – Exercício 4 (F21)	51
Figura 36 – Exercício 5 (F10)	51
Figura 37 – Exercício 5 (F22)	51
Figura 38 – Exercício 5 (F1)	52
Figura 39 – Exercício 6 (F21)	52
Figura 40 – Exercício 6 (F6)	53
Figura 41 – Exercício 7 (F9)	53
Figura 42 – Exercício 7 (F20)	53
Figura 43 – Exercício 8 (F27)	54
Figura 44 – Exercício 8 (F25)	54
Figura 45 – Exercício 8 (F22)	55

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Percentual de Acertos e Erros nos Problemas	34
Gráfico 2 - Tipos de Erro nos Problemas.....	47
Gráfico 3 - Percentual de Acertos e Erros nas “Contas Secas” (Exercícios).....	47
Gráfico 4 - Tipos de erro nas “Contas Secas” (Exercícios).....	55

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Multiplicação de Combinações de Frações	17
--	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

MADE – Modelo de Análise Didática de Erros

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivos	16
1.1.1	Objetivo Geral	16
1.1.2	Objetivos Específicos	16
2	REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1	A Operação de Divisão: Um pouco de História	17
2.2	A Operação de Divisão nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)	19
2.3	A Operação de Divisão na Sala de Aula	24
2.4	Modelo de Análise Didática de Erros (MADE)	27
3	METODOLOGIA	32
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	33
4.1	Análise do Questionário (Alunos)	33
4.2	Análise dos Problemas	34
4.3	Análise das “Contas Secas” (Exercícios)	47
4.4	Análise Comparativa Entre Problemas e “Contas Secas” (Exercícios)	55
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	59
	APÊNDICE A – Questionário (Alunos)	61
	APÊNDICE B – Sequência de Problemas	64
	APÊNDICE C – Sequência de “Contas Secas” (Exercícios)	68

1. INTRODUÇÃO

Antes mesmo das crianças entrarem na escola, elas apresentam algum conhecimento espontâneo sobre vários conceitos matemáticos, dentre eles, a divisão, que está presente desde cedo em diversas atividades do cotidiano. Entretanto, entre as quatro operações fundamentais, é justamente a “conta” de dividir tida pelos alunos como a mais difícil. Algo esperado é que quando ocorra o processo de escolarização, hajam oportunidades para as crianças ampliarem seus conhecimentos sobre os significados da divisão, fazendo com que isso ajude as crianças. No entanto, geralmente, os professores apresentam a divisão de dois números naturais como algo pronto e acabado, o que dificulta a compreensão do aluno acerca dos diferentes significados existentes na operação da divisão. Normalmente, os alunos resolvem o problema retirando os dados numéricos que tem no contexto, sem ter a compreensão como chegaram aquele resultado, por não compreender a representação que os algoritmos e os termos dos algoritmos têm.

Para resolver situações-problemas de divisão, o aluno terá que construir invariantes operatórios que darão significado ao conceito. Todavia, quando os alunos se deparam com alguma situação que envolva a divisão, muitas vezes apenas querem encontrar o resultado certo, iniciando os cálculos na divisão, sem antes mesmo de ter compreendido a situação.

Borba e Selva (2000) afirmam que a divisão envolve regras operatórias complexas. A divisão envolve várias regras operatórias em campos conceituais distintos, por ter que utilizar subtrações, multiplicações e diversas divisões sucessivas. Tendo em vista que nem sempre os resultados da divisão são exatos. É observado que os algoritmos são utilizados de alguma maneira sendo isolado do seu contexto, o que dificulta o entendimento dos alunos em relação à divisão.

Como observam Moro (2005) e Spinillo e Lautert (2006) quando junta-se a dificuldade em saber resolver o problema (conhecimento procedural), e a dificuldade de dar o significado a divisão (conhecimento verbal), e identifica-se as dificuldades no aluno, será formada uma onda de problemas. Nessa situação, se não ocorrer a mediação do professor de maneira efetiva, o aluno terá dificuldades em aprender nos anos seguintes.

Os livros didáticos trazem uma abordagem da operação de divisão em números naturais, com maior intensidade no ensino fundamental I, o que nos leva a supor que os alunos devem chegar no 6º ano do ensino fundamental, dominando com desenvoltura esta operação. Mas o que é observado por nós professores é que os alunos chegam nesse ano

com pouca ou quase nenhuma habilidade em fazer contas de divisão. A abordagem superficial da operação de divisão, adotada pela maioria dos autores do sexto ano, talvez por admitirem que este assunto já foi bem trabalhado nos anos anteriores, parecem confirmar essa visão. Mas como vivenciamos na prática isso não acontece. Com frequência, ouve-se dos alunos “Divisão é muito difícil, não compreendo” ou “Eu não sei dividir”. E, quando chega o momento das atividades que trabalham divisão, que os alunos vão colocar no papel a prática e conhecimentos sobre divisão, é que se tem uma ideia da tamanha dificuldade, pois o que frequentemente acontece é deixarem de resolver o problema, ou resolverem errado, não por falta de compreensão do assunto em questão, mais sim, pela dificuldade que encontram em fazer uso desta operação.

Portanto, este trabalho se justifica porque ao resolver uma situação-problema que envolva divisão, o aluno se depara com uma operação que requer armar e efetuar operações as quais, além de dividir, ele irá multiplicar, subtrair e até mesmo usar seu conhecimento de número decimal, quando houver resto, para operação continuar. Nesse sentido, esse estudo busca responder o seguinte problema: *Quais as principais dificuldades enfrentadas e as estratégias usadas por alunos do ensino fundamental na resolução de problemas que envolvem a operação matemática de divisão?*

Para responder ao questionamento proposto apresentamos os objetivos, geral e específicos, que nortearam a pesquisa.

1.1. OBJETIVOS

1.1.1. Objetivo Geral

Investigar quais as dificuldades enfrentadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental em divisão de números naturais e quais as estratégias usadas na resolução de problemas envolvendo essa operação matemática.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Apresentar a concepção de alunos do 6º ano do ensino fundamental sobre matemática e sobre a operação de divisão;
- Investigar as principais dificuldades apresentadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental em problemas de divisão;
- Evidenciar as estratégias usadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas envolvendo divisão.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Operação de Divisão: Um Pouco de História

Há cerca de quatro mil anos o homem começou a fazer contas. Com o passar dos séculos, foram desenvolvidos novos métodos para aprimorar as operações. Só os homens sábios sabiam dividir nos tempos passados, pois os métodos de resolução eram inúmeros e difíceis, como é apontado por Boyer (1974).

Segundo Boyer (1974), a operação aritmética fundamental no Egito era a adição, e nossas operações de multiplicação e divisão eram efetuadas no tempos de Ahmes por sucessivas duplações (duplicações dos números). Esse método requere bastante habilidade em somar e subtrair inúmeras vezes.

A própria palavra “multiplicação”, na verdade sugere o processo egípcio. Uma multiplicação de 41 por 19 por exemplo, seria efetuada somando 41 com ele mesmo para obter 82, depois adicionando a si próprio para alcançar 164, novamente duplicando para obter 328 e mais uma vez, dando 656 que é, naturalmente, dezesseis vezes 41. Como $19 = 16 + 2 + 1$, o resultado da multiplicação de 41 por 19 é $656 + 82 + 41$, isto é, 779. Ocasionalmente usava-se também a multiplicação por 10, pois isto era natural na notação hieroglífica decimal.

Multiplicação de combinações de frações unitárias também era parte da aritmética egípcia. Para a divisão, inverte-se o processo de duplicação, e o divisor é dobrado sucessivamente, em vez do multiplicando. Para dividir 196 por 7, por exemplo, escrevem-se os números lado a lado (distinguindo, que a primeira coluna corresponde ao dividendo, e a segunda coluna, correspondem ao divisor). Em baixo do dividendo se escreve 1, e em baixo do divisor, o próprio número. Em seguida, duplica-se cada número novo e coloca-se por baixo, respectivamente. A operação de duplicar o número é repetida até que na segunda coluna (a do divisor) dê um valor, que ao ser duplicado, resulte um número maior que o dividendo. Depois disso se verificam quais os números da segunda coluna (a do divisor), que, somados, dão o dividendo ou ficam o mais próximo possível dele. Assim:

Quadro 1. Multiplicação de combinações de frações

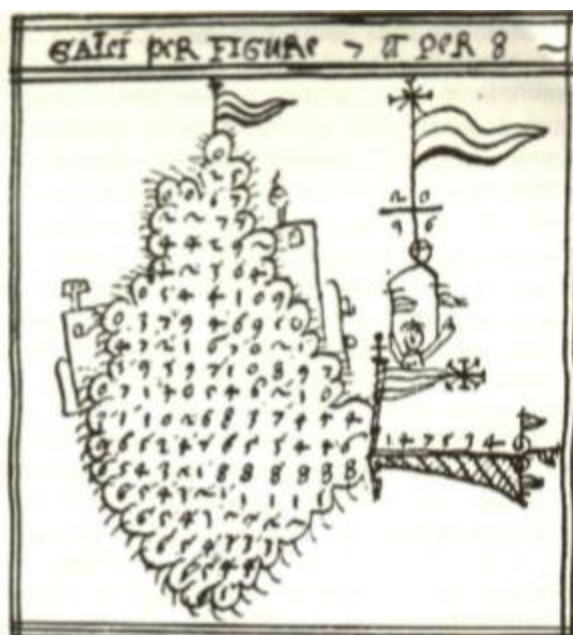
196	7
1	7
2	14
4	28
8	56
16	112
32	224

Fonte: Da pesquisa (2017)

Verificam-se quais os números que correspondem aos que foram somados na segunda coluna e somam-se os números da primeira coluna. O resultado da soma é a divisão pretendida: $4 + 8 + 16 = 28$.

O ganho deste processo está explicitado em Eves (1995): “O processo egípcio de [multiplicação e] divisão não só elimina a necessidade de aprender uma tábua de multiplicação, como também se amolda tanto ao ábaco que perdurou enquanto esse instrumento esteve em uso e mesmo depois.” (p. 73).

Figura 1. Divisão em galeão, século XVI.



Fonte: (BOYER, 1974, p. 159).

Segundo Boyer (1974), as operações aritméticas fundamentais eram tratadas pelos babilônios de modo não muito diferente do usado hoje, e com facilidade comparável. A divisão não era efetuada pelo incômodo processo de duplicações dos egípcios, mas por uma fácil multiplicação do dividendo pelo inverso do divisor, por exemplo, um problema $a \div b$ era visto como um problema multiplicativo do tipo $a \times \frac{1}{b}$. Todas as divisões eram tratadas como um tipo de multiplicação por tentativas. A base da numeração dos babilônios era sexagesimal.

Sobre a conhecida multiplicação em gelosia, Boyer (1974) discute que não se sabe ao certo quando ou onde ela apareceu, porém a Índia parece ser a fonte mais provável; foi usada lá pelo menos desde o século XII, e de onde parece ter sido levada à China e a Arábia. Dos árabes passou para a Itália nos séculos XIV e XV e lá o nome gelosia lhe foi associado por causa da semelhança com os gradeados colocados em frente às janelas em Veneza e outros lugares.

considere a divisão em situações-problema importantes, de forma contextualizada e/ou interdisciplinar, oferecendo, ao aluno uma aprendizagem mais significativa. As tarefas a ser realizadas com a divisão deve ser concentradas na compreensão de seus significados e nas relações existentes com as outras operações básicas (adição, subtração e multiplicação).

Para os PCN (2001), há uma razoável concordância no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental precisem observar os estudos dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permitem interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria), geralmente chamados de “blocos de conteúdos”.

Os elaboradores do PCN admitem que o grande desafio que se apresenta é o de identificar dentro de cada um desses amplos campos, de um lado, quais conhecimentos, competências, hábitos e valores são socialmente relevantes; de outro, em que medidas contribuem para o desenvolvimento intelectual do aluno, ou seja, na construção e coordenação do pensamento lógico-matemático, da criatividade, da intuição, da capacidade de análise e de crítica, que constituem esquemas lógicos de referência para interpretar fatos e fenômenos.

Um dos blocos de conteúdos abordados nos PCN, refere-se aos *Números e Operações*. Ao longo do ensino fundamental os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, em que intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente.

Com relação às operações, o trabalho a ser realizado deverá se concentrar na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo reflexivo do cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito.

Com relação ao ensino das operações nos diferentes ciclos do ensino fundamental, os PCN sugere, dentre outras, que elas deverão ser trabalhados de tal forma que possibilitem o educando a fazer: a análise, interpretação, resolução e formulação de situações-problema, compreendendo alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração; cálculos de multiplicação e divisão por meio de estratégias

peçoais; reconhecimento de que diferentes situações-problema podem ser resolvidas por uma única operação e que diferentes operações podem resolver um mesmo problema.

Os PCN apresentam algumas orientações didáticas para alguns conteúdos, entre eles, a multiplicação e a divisão. Para esses conteúdos os PCN retratam uma abordagem que é feita frequentemente no trabalho com multiplicação que é o estabelecimento de uma relação entre ela e a adição, onde segundo os PCN a multiplicação é apresentada como um caso particular da adição porque as parcelas envolvidas são todas iguais. Por exemplo:

“__ Tenho que tomar 4 comprimidos por dia, durante 5 dias. Quantos comprimidos preciso comprar?” (BRASIL, 2001, p. 108).

A essa situação associa-se a escrita 5×4 , na qual o 4 é interpretado como o número que se repete e o 5 como o número que indica a quantidade de repetições. Ou seja, $4+4+4+4+4$. Para os PCN, essa abordagem não é suficiente para que os alunos compreendam e resolvam outras situações relacionadas a multiplicação, mas apenas aquelas que são essencialmente situações aditivas. Além, de provocar uma ambiguidade em relação a comutatividade da multiplicação. Embora, matematicamente, $axb=bxa$, no contexto de situações como a que foi analisada (dos comprimidos) isso não ocorre. (BRASIL, 2001, p. 108-109).

Os PCN destaca a importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão, onde segundo eles, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base num campo mais amplo e significados do que tem sido usualmente realizado. (BRASIL, 2001)

Dentre as situações relacionadas à multiplicação e à divisão, a serem exploradas no ensino fundamental, de acordo com os PCN, podem-se destacar, para efeito de análise e sem qualquer hierarquização, quatro grupos:

Num primeiro grupo, estão situações associadas ao que se poderia denominar multiplicação comparativa. Exemplos:

“__ Pedro tem R\$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?” (BRASIL, 2001, p. 109)

“__ Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?” (BRASIL, 2001, p. 109)

Para os PCN, a partir dessas situações de multiplicação comparativa é possível formular situações que envolvem a divisão. Exemplo:

“__ Lia tem R\$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?” (BRASIL, 2001, p. 109)

Num segundo grupo, estão as situações associadas à comparação entre razões, que, portanto, envolvem a ideias de proporcionalidade. Exemplos:

“__ Marta vai comprar três pacotes de chocolate, Cada pacote custa R\$ 8,00, Quanto ela vai pagar pelos três pacotes?” (A ideia de proporcionalidade está presente: 1 está para 8, assim como 3 está para 24) (BRASIL, 2001, p. 110)

“__ Dois abacaxis custam R\$ 2,50. Quanto pagarei por 4 desses abacaxis?” (Situação em que o aluno deve perceber que comprará o dobro de abacaxis e deverá pagar – se não houver desconto – o dobro, R\$ 5,00, não sendo necessário achar o preço de um abacaxi para depois calcular o de 4.) (BRASIL, 2001, p. 110)

Segundo os PCN, a partir dessa situações de proporcionalidade, é possível formular outras que vão conferir significados à divisão, associação às ações “repartir (igualmente)” e “determinar quanto cabe”. Exemplos associados ao primeiro problema:

“__ Marta pagou R\$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote?” (A quantia em dinheiro será repartida igualmente em 3 partes e o que se procura é o valor de uma parte.) (BRASIL, 2001, p. 110).

“__ Marta gastou R\$ 24,00 na compra de pacotes de chocolate que custavam R\$ 3,00 cada um. Quantos pacotes de chocolate ela comprou?” (Procura-se verificar quantas vezes 3 cabem em 24, ou seja, identificar a quantidade de partes.) (BRASIL, 2001, p. 110).

Num terceiro grupo, estão as situações associadas à configuração retangular. Exemplos:

“__ Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?” (BRASIL, 2001, p. 110)

“__ Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 6cm por 9 cm?” (BRASIL, 2001, p. 111)

Nesse caso, a associação entre a multiplicação e a divisão de acordo com os PCN, é feita por meio de situações tais como:

“__ As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras. Quantas são as colunas?” (BRASIL, 2001, p. 111)

“__ A área de uma figura retangular é de 54 cm². Se um dos lado mede 6cm, quanto mede o outro lado?” (BRASIL, 2001, p. 111)

Num quarto grupo, estão as situações associadas à ideia de combinatória. Exemplo:

“__ Numa festa, foi possível formar 12 casais diferentes para dançar. Se havia 3 moças e todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes?” (BRASIL, 2001, p. 112)

Os alunos, segundo os PCN, costumam solucionar esse tipo de problemas por meio de tentativas apoiadas em procedimentos multiplicativos, muitas vezes representando graficamente o seguinte raciocínio:

- __ Um rapaz e 3 moças forma 3 pares.
- __ Dois rapazes e 3 moças formam 6 pares.
- __ Três rapazes e 3 moças formam 9 pares.
- __ Quatro rapazes e 3 moças formam 12 pares.

Para os PCN, levando-se em conta tais considerações, pode-se concluir que os problemas cumprem um importante papel no sentido de propiciar as oportunidades para as crianças e jovens do ensino fundamental, interagirem com os diferentes significados das operações, levando-as a reconhecer que um mesmo problema pode ser resolvido por diferentes operações, assim como uma mesma operação pode estar associada a diferentes problemas. (BRASIL, 2001)

Uma boa habilidade em cálculo depende de consistentes pontos de apoio, em que se destaca o domínio da contagem e das combinações aritméticas conhecidas por denominações diversas como tabuadas, listas de fatos fundamentais, leis, repertório básico etc. (BRASIL, p. 112-113, 2001)

Os PCN ainda reforçam dizendo que, evidentemente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá pela simples memorização de fatos de uma dada operação, mas sim pela realização de um trabalho que envolva a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos.

A construção de um repertório básico constitui suporte para a ampliação dos diferentes procedimentos e tipos de cálculos que o aluno vai desenvolver ao longo dos ciclos iniciais: cálculo mental ou escrito, exato ou aproximado.

É recomendável que a organização do estudo do cálculo privilegie um trabalho que explore concomitantemente procedimentos de cálculo mental e cálculo escrito, exato e aproximado, de tal forma que o aluno possa perceber gradativamente as relações existentes entre eles e com isso aperfeiçoar seus procedimentos pessoais, para torná-los cada vez mais práticos, aproximando-os aos das técnicas usuais.

“Nos dois primeiros ciclos, o objetivo principal do trabalho com o cálculo consiste em fazer com que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados

a situação-problema apresentada, aos números e às operações nela envolvidos.” (BRASIL, 2001, p. 116). Assim, no primeiro e segundo ciclos, alguns recursos podem auxiliar a compreensão de técnicas operatórias, um desses recursos é a obtenção de quocientes parciais que depois são adicionados (uma forma de efetuar a divisão).

2.3. A Operação de Divisão na Sala de Aula

Diversos autores reconhecem a complexidade que envolve o conceito de divisão (ANGHILERI, 1993; CARRAHER, 1992; CORREA, NUNES e BRYANT, 1998; LAUTERT e SPINILLO, 1999; NUNES e BRYANT, 1997; VERGNAUD, 1991). Esta complexidade pode ser provada no uso de regras operatórias que implicam nas diversas divisões, subtrações, multiplicações e a busca do quociente, que pode ou não ter resto.

Alguns autores (Alciléa Augusto, 1994; Macedo Júnior, 1996) confirmam tais dificuldades. Alciléa Augusto, por exemplo, avalia que problemas dos alunos em relação à divisão se iniciam pela própria estrutura da “conta”, uma vez que o algoritmo da divisão envolve avaliações, conjecturas e tentativas. Antes que se escreva um algarismo do quociente, é preciso fazer uma avaliação, escolher um número que se considere provável e fazer uma tentativa que nem sempre é bem sucedida, o que exige que se apague o dígito escrito para que se faça uma nova tentativa. Todas essas etapas pressupõem, certamente, que o estudante tenha um grau de maturidade muito maior do que aqueles necessários aos algoritmos da adição, subtração e multiplicação. Entretanto o problema não é só esse, pois, entre números inteiros, é preciso ainda distinguir a divisão euclidiana, com quociente e resto, da divisão como uma operação inversa da multiplicação.

Entretanto, Macedo Júnior discute que, muitas vezes, os professores apresentam o algoritmo da divisão de dois números naturais como algo pronto e acabado, o que se torna mais uma dificuldade para que o aluno entenda a lógica que está por detrás do processo, dificultando assim a compreensão dos diferentes significados da operação de divisão em $\mathbb{N}$.

Segundo Alciléa Augusto (1994), a divisão apresenta, no contexto matemático, aspectos mais complicados do que suas irmãs, a adição, a subtração e multiplicação, tanto do ponto de vista operacional quanto conceitual. Com efeito, na divisão, a “conta” é mais difícil e as respostas, que podem envolver quociente e resto, podem ser ainda diferentes para os mesmos dados numéricos de partida.

Também requer o estabelecimento de relações bastante complexas entre as partes que o compõem (dividendo, divisor, quociente e resto) implicando considerar o tamanho

do todo, o número de partes, o tamanho das partes que deve ser o mesmo, a relação direta entre o total de elementos e o tamanho das partes, a relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes.

Na divisão, a “conta” é mais difícil e as respostas, que podem envolver quociente e resto, podem ser ainda diferentes para os mesmos dados numéricos de partida. Vergnaud (1987) “propõe que os diferentes conceitos precisam estar articulados entre si”. Recriando um campo conceitual, em razão, sobretudo, em que os professores se aproximam da compreensão entre o que os alunos pensam, e juntar com o que ele espera que esses alunos conquistem. Por isso, é de responsabilidade do professor elaborar situações didáticas que favoreçam a concepção do conceito em divisão, assim como o de compreender como os alunos pensam sobre o conceito de divisão.

O aluno, com sucesso em problemas e que atribui significado matemático a divisão, tem ferramentas poderosas ao raciocínio. (LAUTERT e SPNILLO, 2002), é o grande domínio em saber os conceitos matemáticos, em dominar a linguagem matemática. Quando o aluno domina o conhecimento procedural e o conhecimento verbal, isso faz com que o aluno tenha ferramentas poderosas em resoluções de problemas, o aluno estará operando sobre os valores do problema e ao mesmo tempo, estabelecendo relações entre os conhecimentos procedural e verbal.

Sobre o processo de ensino e aprendizagem da matemática, Brito (2001), demonstra que, muitas vezes, os conceitos matemáticos não são tratados como objetos de aprendizagem. A escola tradicional ressalta a simples memorização dos signos e algoritmos matemáticos, sem ter uma conexão com a vida cotidiana nem com a formação do pensamento matemático.

No geral, o ensino das operações matemáticas, em especial a divisão, está baseado na comunicação de um procedimento de cálculo associado posteriormente a um pequeno universo de problemas que, supõe-se, “darão conta” do significado do conceito. Isso se dá porque os alunos não atribuem significado ao algoritmo que aplicam. Os algoritmos mostram uma relação superficial com o conhecimento, desembocando em ações puramente didáticas (centradas na situação escolar de aprendizagem), sem mobilização dos esquemas intelectuais próprios que, no entanto, têm a sua disposição (SAIZ, 1996).

Portanto a aprendizagem escolar da divisão está muito mais centrada sobre o ensino dos algoritmos do que sobre o desenvolvimento conceitual. Ao aprender os algoritmos, os alunos deixam de refletir sobre as relações entre diferentes aspectos das

situações que envolvem a divisão. Essa forma insuficiente de ensinar matemática ajuda o aluno a perceber o mundo real na perspectiva matemática.

As autoras Correa e Spinillo (2004) concordam que esse modo de tratar o ensino de conceitos lógico-matemáticos apresenta algumas limitações, como a redução da matemática a execução de algoritmos, ignorando que esta fornece modelos para a representação e compreensão do mundo; ignora as diferenças entre operação e algoritmo, uma vez que a operação se refere às transformações realizadas sobre os números, quantidades, grandezas e medidas, enquanto que o algoritmo se refere ao conjunto de procedimentos que conduz a execução de uma operação; o desconhecimento, do ponto de vista psicológico, que o processo de aquisição de conceitos matemáticos envolve invariantes operatórios, sistemas de representação e situações que conferem significados aos conceitos.

A solução correta de um problema ou operação nem sempre é sinônimo de uma compreensão mas sofisticada do conceito, pois o aluno pode aplicar corretamente o algoritmo para a solução de um problema e ter um nível de compreensão bastante simples, ou de maneira oposta, cometer erros ao aplicar algoritmo e ter um conhecimento mais elaborado do que a criança que resolve corretamente (CORREA; SPINILLO, 2004). Para as autoras, é uma tarefa difícil a reflexão e a interpretação dos tipos de resolução adotados por alunos, mas necessariamente para os professores que se propõem a compreender o raciocínio do aluno e praticar formas de desenvolvê-lo.

A dificuldade em saber explicar pode não ser necessariamente uma dificuldade em lidar com o conceito dado. Segundo Roazzi e Bryant (1997) “muitas vezes a criança domina um dado conceito embora não o explicita verbalmente, fato este conhecido na literatura como falso negativo” (p. 60). Porém, quando o aluno explica e define verbalmente o conceito da divisão, isso demonstra que o aluno tem o domínio daquilo que está manipulando, todavia aquele que fez o cálculo corretamente e não sabe conceituar/falar a respeito pode não ter compreendido o campo conceitual das estruturas multiplicativas (VERGNAUD, 1982). O aluno tem que ir a busca do conhecimento, procurar saber o porquê de tal resultado, quais as melhores ferramentas para executar o cálculo. Porém, isso tem que acontecer com o mediador, sendo um grupo, onde o objetivo maior seja o de superar todas as dificuldades encontradas no caminho estudado.

Segundo Macedo Júnior (1996), os professores, muitas vezes, apresentam o algoritmo da divisão de dois números naturais como algo pronto e acabado, ou têm

difículdade para explicar a lógica que está por detrás do processo. Com o objetivo de contribuir no processo ensino-aprendizagem dessa operação, esse autor, em seu artigo intitulado Os significados da operação divisão publicado na Revista do Professor de Matemática número 30, apresenta, não um novo algoritmo para a divisão, e sim o velho processo “esmiuçado e clarificado”, com ênfase ao significado dessa operação.

Inicialmente, ele discute que o ideal é que o professor crie situações nas quais as crianças, através da discussão coletiva, tirem suas próprias conclusões com relação à divisão. Para ele, cada nova passagem (descoberta) deve ser motivada tanto pela necessidade quanto pela curiosidade.

Ao trabalhar com a divisão é essencial compreendermos qual o seu significado e lavarmos em conta o que está sendo dividido para podermos interpretar o resultado da divisão. Segundo Teles (2007), em matemática, dividir um número por outro significa dividir em partes iguais, de forma que sobre o menor resto possível. As divisões efetuadas no campo dos números naturais são de dois tipos: divisões que deixam resto e divisões exatas.

O tratamento dado ao resto obtido é de grande importância no desempenho que os alunos têm em relação ao processo divisível. A concepção correta que os alunos têm sobre o resto, faz com que o seu raciocínio matemático tenha a possibilidade de desfrutar de mais ferramentas poderosas para propor sempre um bom desempenho.

Diante das dificuldades que são encontradas no ensino e aprendizagem da divisão faz-se necessário pensar formas de trabalhar esse conteúdo com o aluno, no sentido de minimizar essas dificuldades. A análise didática de erros pode ajudar professores e alunos a interpretar os possíveis erros e suas causas, trabalhando-os de um ponto de vista positivo, usando-o como ponto de partida para a construção de um conhecimento cada vez mais sólido da matemática. Assim, apresenta-se na sequência o Modelo de Análise Didática de Erros (MADE), proposto por Saturnino de La Torre.

2.4. Modelo de Análise Didática dos Erros (MADE)

O MADE é composto por categorias que fazem parte de três momentos de qualquer procedimento sistêmico: entrada, organização e execução. Nesse modelo, De La Torre (2007) levanta duas questões importantes em relação aos erros, tendo em vista o comportamento dos professores: “Como o professor atua diante dos erros? Na maior parte dos casos, corrige-os indicando a solução correta. Mas ele se pergunta porque os alunos cometeram determinado erro?” (p. 109).

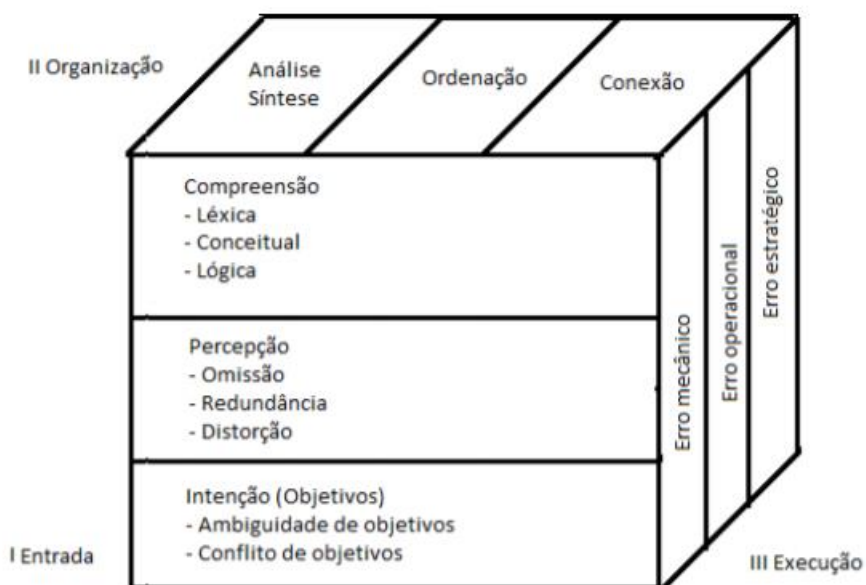
São muitas as contribuições que os indicativos dos erros oferecem para o professor: mostra onde o aluno se enganou, se precisa de ajuda e qual tipo de ajuda, se houve um desvio de atenção, entre outros que vão ser citados. Os erros oferecem pistas sobre o raciocínio que o aluno está tendo. Os erros proporcionam informações importantes sobre os procedimentos utilizado pelo aluno, podem até indicar novas direções que o professor pode seguir para ajudar aquele aluno a compreender melhor, indicar estratégias didáticas onde o professor possa utiliza-las em favor dos alunos.

O professor também deve incentivar os alunos a verem o erro como algo positivo para a sua aprendizagem, pois a partir daquele momento o professor junto com o aluno poderão juntos encontrar uma didática para melhorar o desempenho daquele aluno, naquele devido erro cometido. Isso é pouco feito, pois os alunos veem o erro como algo negativo, e se não tiver um mediador para que possa incentivar o aluno a entender seu erro e tentar a compreender aquele erro cometido, o erro não será um aliado na aprendizagem.

Através do MADE são “[...] recolhidas as principais dimensões e categorias do erro, que podem servir de guia tanto na investigação como para sua análise e seu tratamento didático” (p. 108, 2007).

Os erros do modelo de Saturnino podem ser categorizados em erros de entrada, organização e execução e suas subcategorias, como pode ser visto na figura 2.

Figura 2 - Modelo de Análise Didática dos Erros – MADE



Fonte: DE LA TORRE, 2007, p. 108.

Erros de Entrada, é provavelmente, o instante que pode se apresentar maior quantidade de erros, devido a problemas de interpretações entre os dados de entrada, informações insuficientes ou inadequadas, em alguns dos três planos: Intenção, percepção e compreensão.

No primeiro plano, que é o das intenções, De La Torre (2007) cita três tipos de erro, sendo o primeiro caracterizado pela indefinição de metas ou falta de clareza, ou seja, o aluno não consegue compreender o que está sendo pedido pelo professor. Por outro lado, o professor também não deixa claro o que ele quer, ou o que deseja que o aluno alcance, e nem qual é a utilidade do exercício.

De acordo com De La Torre (2007), a segunda situação ocorre quando há incompreensão ou confusão do objetivo ou da intenção. A falta de compreensão sobre o que se pede no exercício é o que resulta os erros nessa fase, ou seja, a relação ao tipo de objetivo apresentado em um exercício. Para que não aja esse tipo de erro, O professor terá que traçar os objetivos do exercício de acordo com o nível de conhecimento do aluno.

Já os erros cometidos na terceira situação, conforme o autor, são procedentes do conflito de objetivos ou do desvio da meta fixada. Esse tipo de erro acontece quando o aluno vai além daquilo que foi solicitado pelo professor, e acaba desviando do caminho correto a ser seguido, ou quando o exercício desperta no aluno “objetos” mais desejáveis que os propostos pelo professor, isto é, o aluno se interessa por uma parte do assunto, ou algum objeto, e se esquece de produzir o restante do que foi proposto no exercício.

Segundo De La Torre (2007), os erros correspondentes à categoria das intenções podem ser facilmente impedidos, visto que, na maioria das vezes, o principal responsável é o próprio professor, pela indução do aluno ao erro.

No segundo plano de “Entrada”, De La Torre (2007) garante que os erros cometidos pela inadequação na percepção da informação, são de responsabilidade da metodologia docente e da capacidade discente. Três são as modalidades da categoria de percepção: erros de omissão, da relação de redundância/omissão e de distorção. De La Torre (2007) afirma que os erros de omissão acontecem por sobrecarga de informação, visto que o aluno possui muitas informações, mas não consegue resumir para que possam ser usadas naquela situação proposta; por distração, devido a imaturidade cognitiva e, por fim, pela insuficiente percepção ou análise da tarefa ou do problema, ou seja, quando alguns detalhes passam despercebidos pelo aluno, estes mesmos detalhes são os pontos importantes para responder a questão. A última modalidade do erro de percepção, o autor

traz que alguns alunos cometem erros devido à redundância de informação. A repetição costuma ajudar alguns, porém pode atrapalhar outros. Os erros de distorção ocorrem quando a informação é confusa, ambígua e algumas vezes pouco clara para o aluno. A última modalidade dessa categoria de Entrada, de acordo com De La Torre (2007), são os erros na compreensão léxica, conceitual ou lógica. São erros que ocorrem quase sempre pela falta de compreensão do exercício. Quando o aluno compreende um conteúdo, este mesmo, é capaz de expressá-lo com sua própria linguagem, já quando o aluno não compreende o conteúdo, ele acaba cometendo erro dessa modalidade: Léxica, conceitual e lógica.

Erros de Organização da informação é nesse momento que os processos cognitivos do aluno são colocados em prática. Esses tipos de erros estão relacionados à análise e síntese da informação obtida, à ordenação dessa informação e à sua conexão com o conhecimento. Segundo De La Torre “Os erros de organização ocorrem quando o sujeito trata de mudar a informação de que dispõe para dar com a resposta que lhe é pedida” (p. 118, 2007). O aluno pode cometer erros nas diversas etapas citadas anteriormente ao organizar as informações. Ele pode errar ao analisar e sintetizar as informações de entrada, onde a própria experiência e a adivinhação é com que o aluno supre a falta de informação, ou ao ordená-las, o aluno não consegue conectar de forma adequada a informação que possui, fazendo com que se desvie da meta proposta, ou ao fazer conexões dessas informações dadas com o conhecimento que já possui.

Erros de Execução, são erros que são cometidos por alunos que preferem se arriscar em novas estratégias na solução do problema, e acaba cometendo equívocos. Esses erros são identificados por De La Torre (2007) como erros mecânicos ou lapsos, e advém quando há uma alteração ou substituição de sinal, ou letras ou até mesmo palavras; os erros operacionais e de distração, tem omissão devido ao esquecimento, o aluno pode se esforçar para tentar se lembrar, mas não consegue. Segundo o autor pode se considerar que “o nervosismo é uma causa frequente desse tipo de situações em que se chega a bloquear o processo de evocação” (p. 124-125). E por último, os erros estratégicos, que são erros de procedimentos, isto é, ocorre quando o aluno comete um equívoco na utilização de uma estratégia adequada ao resolver um problema.

O MADE, é um modelo que facilita que o professor identifique a causa do erro e o corrija com a finalidade de não deixá-lo se tornar um erro frequente. De La Torre cita que o modelo pode ser utilizado por professores desde o Ensino Infantil, a partir do

aprendizado da leitura-escrita e das operações aritméticas, até o Ensino Superior. O autor também afirma que, embora o “MADE tenha uma primeira intenção descritiva, não há dúvida de que pode nos ser útil em nível explicativo, preditivo e corretivo” (p. 109, 2007).

3. METODOLOGIA

Para alcançar os objetivos definidos no trabalho foi realizada uma pesquisa com abordagem qualitativa, procurando a obtenção de dados descritivos sobre os alunos, para compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo e também ter uma visão de conhecimento que esteja em sintonia com os procedimentos utilizados nesta pesquisa.

Acerca da abordagem qualitativa, Godoy (1995, p.58) afirma: “[...] é a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, para compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo.”

O estudo contará com a participação de 41 alunos, de idade de 11 anos entre 17 anos, do 6º ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de ensino, na cidade de Santa Cruz do Capibaribe - PE.

Cada aluno respondeu um questionário com múltiplas escolhas, Uma sequência de 8 questões contextualizadas e outra de 8 questões “contas secas” envolvendo a operação de divisão em ambas. Foi abordado essas palavras “contas secas” para se referir aos problemas donde não tem contextualização, ou seja, é explicitado apenas os valores que devem ser tomados para a realização do cálculo da divisão. Para a aplicação dos problemas foi dado uma explicação inicial da avaliação a ser desenvolvida e informações que o registro será feito da maneira que os alunos preferissem. Foi comunicado que não haveria qualquer tipo de explicação durante a realização das avaliações. Foram um total de 16 questões, entre as contextualizadas e contas “secas”, abaixo de cada questão foi deixado um espaço em branco, no qual os alunos deverão registrar a solução, utilizando para isso lápis e borracha. Após a aplicação da atividade e recolhidas, serão resolvidos em sala de aula os problemas no quadro para que todos os alunos possam verificar as soluções.

A análise deste trabalho foi realizada a partir dos resultados alcançados através da aplicação das situações problemas (8 questões) e em outro momento, a aplicação das contas não-contextualizadas, contas secas, (8 questões), levando em consideração os percentuais de erros e acertos, verificando na análise dos erros as estratégias utilizadas, através do modelo de análise didática de erros.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

No primeiro momento da análise serão apresentadas as respostas do questionário sobre as dificuldades que os alunos dizem ter ou não em Matemática. Na sequência, serão discutidas as situações-problemas e contas secas, categorizando os erros cometidos pelos alunos.

4.1. Análise do Questionário (Alunos)

O questionário elaborado e aplicado, foi justamente pensado, para que houvesse uma confirmação e uma relação entre o que os alunos pensam e sobre seu desenvolvimento e postura nas atividades respondidas.

Quando se questionado sobre a matéria que mais se gostava a turma, não elegeu a matemática como a mais preferida, ela ficou na 4ª posição, e repetiu essa mesma posição quando se questionado a matéria que menos se gostava.

É notório, que, uma grande quantidade de alunos admitem que a matemática está no seu dia-a-dia, e que sente uma dificuldade em responder algumas atividades que envolvam Radiciação. Os problemas com as quatro operações foi considerada um assunto fácil, ficando na última posição. Entretanto, quando se questionado sobre as quatro operações, entre elas a mais difícil, a Multiplicação e Divisão ficaram entre a duas mais escolhidas, com isso entendemos os erros dos alunos nas atividades propostas a ele neste trabalho e os erros cometidos pelos os alunos.

Visto que, foi questionado aos alunos, sobre o que eles achavam que dificultava a aprendizagem em matemática, uma parte relatou que “Só sei fazer conta contando nas pontas dos dedos ou desenhando bolinhas ou outro desenho, por exemplo.” (Recorte dos Alunos, 2017). Isto significa que os alunos não sabem desenvolver o cálculo de divisão e nem a relação sobre os elementos da divisão.

Muitos alunos também, relataram que entende quando o professor explica, mais não consegue desenvolver o cálculo sozinho, esta questão poderia ser, inclusive, um alerta sobre Discalculia.

Pode ocorrer também, que o aluno não entenda a forma como o professor explica, e em outros casos pode haver um conflito entre o aluno não gostar do professor e vice-versa, pois isso ocorrendo vai haver uma barreira interrompendo na aprendizagem do aluno.

Os alunos, quando questionados se já haviam notado que para realizar qualquer tipo de atividade matemática, eles precisavam saber as quatro operações, todos responderam que sim, e que sabiam armar e efetuar uma conta de divisão, e seguindo adiante, escolheram a opção que sabiam fazer a prova para saber se a divisão está correta. Neste último ponto, há uma contradição com o que foi analisado nos problemas e exercícios, pois não houve nenhuma prova para saber se a divisão estava correta, até mesmo os que realizaram o cálculo conforme o que é esperando, não fizeram a prova para saber se está correto ou não.

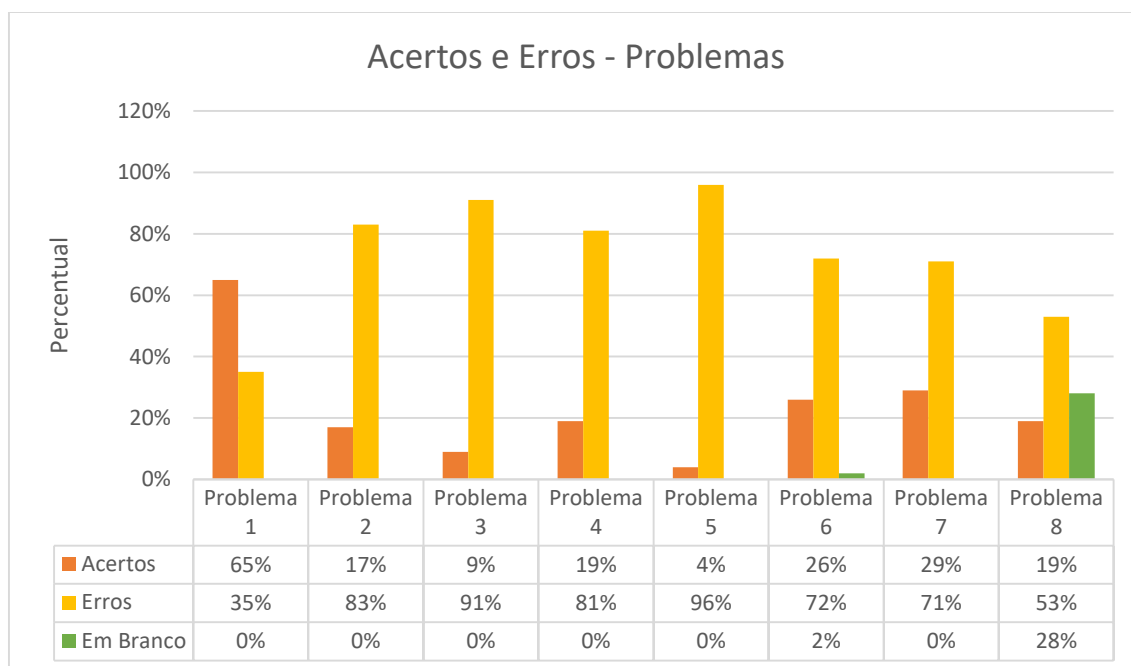
No questionário, a última questão analisada fez uma reviravolta, em relação as outras anteriores, quando se perguntou se o aluno sabia dividir com dois números no divisor, muitos falaram que não, Daí vem a questão, será que eles sabiam quem era o divisor? Pois foi notório nos problemas e exercícios que muitos alunos não sabiam identificar dividendo, divisor, quociente e resto.

O questionário, teve uma grande importância para que pudéssemos identificar as dificuldades dos alunos e os pontos chaves dessas dificuldades.

4.2. Análise dos Problemas

Para iniciar a análise, encontram-se no gráfico 1 o percentual de erros, acertos e questões em branco, no que diz respeito aos problemas. Na sequência será apresentada a análise de cada problema separadamente.

Gráfico 1. Percentual de Acertos e Erros nos Problemas.



Entretanto, a maioria dos erros foram Execução – operacionais/distração, como no recorte abaixo:

Figura 5– Problema 1 (F41)

01. Ricardo foi a uma papelaria e comprou 28 lápis de cor e quer colocá-los em 3 estojos. Ele quer que cada estojo tenha a mesma quantidade de lápis de cor. Quantos lápis de cor ele irá colocar em cada estojo?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 28 \overline{) 84} \\ \underline{-6} \\ 24 \\ \underline{-24} \\ 0 \end{array}$$

Resposta: 28

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Problema 2: Na escola de Pedro estudam 1.528 alunos e na escola de sua irmã a metade dos alunos que estudam na escola de Pedro. Quantos alunos estudam nas duas escolas?

Neste problema, os alunos teriam que analisar as informações dadas, realizar a divisão, e por fim, a adição da quantidade de alunos da escola de Pedro, e a quantidade, que no caso seria a metade da quantidade de alunos da escola de Pedro, com a da sua irmã. Observamos que apenas 17% dos alunos acertaram essa questão, apenas um aluno resolveu o cálculo pelo algoritmo da adição, os outros alunos resolveram pelo algoritmo da divisão.

Figura 6– Problema 2 (F14)

02. Na escola de Pedro estudam 1.528 alunos e na escola de sua irmã a metade dos alunos que estudam na escola de Pedro. Quantos alunos estudam nas duas escolas?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 1528 \\ \underline{-764} \\ 764 \\ \underline{-764} \\ 0 \end{array}$$

Resposta: 2.292 alunos

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Alguns alunos iniciaram a divisão corretamente, mas deixaram a questão incompleta, pois só encontravam a primeira parte da questão, cometendo o erro de Entrada-percepção/redundância e omissão.

Figura 7– Problema 2 (F38)

02. Na escola de Pedro estudam 1.528 alunos e na escola de sua irmã a metade dos alunos que estudam na escola de Pedro. Quantos alunos estudam nas duas escolas?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 1.528 \overline{) 1.528} \\ \underline{-14} \\ 12 \\ \underline{-12} \\ 08 \\ \underline{-08} \\ 00 \end{array}$$

Resposta: 764 Escola de sua irmã tem 764

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Já outros alunos, como o aluno F18, cometeu o erro de Organização/ordenação, pois ele não conseguiu dominar a informação que na escola de Pedro estudavam 1.528 alunos.

Figura 8– Problema 2 (F18)

02. Na escola de Pedro estudam 1.528 alunos e na escola de sua irmã a metade dos alunos que estudam na escola de Pedro. Quantos alunos estudam nas duas escolas?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 1.528 \overline{) 1.528} \\ \underline{-14} \\ 12 \\ \underline{-12} \\ 08 \\ \underline{-08} \\ 00 \end{array}$$

Resposta: 764 alunos em cada escola

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Tiveram também alunos que erraram o algoritmo da divisão, não conseguiram concluir a divisão, que pode ser considerado como erro de execução-estratégicos.

Problema 3: Uma torneira despeja 75 litros de água por hora. Quanto tempo levará para encher uma caixa de 3.150 litros?

No problema 3, foi aumentada a quantidade de algarismos no dividendo e o divisor passou a ser com dois algarismos. Os alunos que acertaram esta questão, resolveram pelo método do algoritmo da divisão. O aluno F2 resolveu pelo algoritmo da divisão:

Figura 9– Problema 3 (F2)

03. Uma torneira despeja 75 litros de água por hora. Quanto tempo levará para encher uma caixa de 3.150 litros?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 3150 \overline{) 75} \\ - 300 \quad 42 \\ \hline 150 \\ - 150 \\ \hline 0 \end{array}$$

Resposta: Levará 42 h para encher.

Fonte: Recorte do aluno (2017)

A maioria dos erros ocorreu pelos os alunos não compreender, ou seja, erros de Entrada-compreensão. Segundo De La Torres (2007) Ao compreender um conteúdo o aluno deve ser capaz de expressa-lo com a sua própria linguagem, quando isso não é possível, o aluno acaba cometendo erros dessa natureza.

Figura 10– Problema 3 (F1)

03. Uma torneira despeja 75 litros de água por hora. Quanto tempo levará para encher uma caixa de 3.150 litros?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 3150 \\ + 78 \\ \hline 15750 \\ + 22050 \\ \hline 236250 \end{array}$$

Resposta: 236.250 de tempo para encher.

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 11– Problema 3 (F24)

03. Uma torneira despeja 75 litros de água por hora. Quanto tempo levará para encher uma caixa de 3.150 litros?

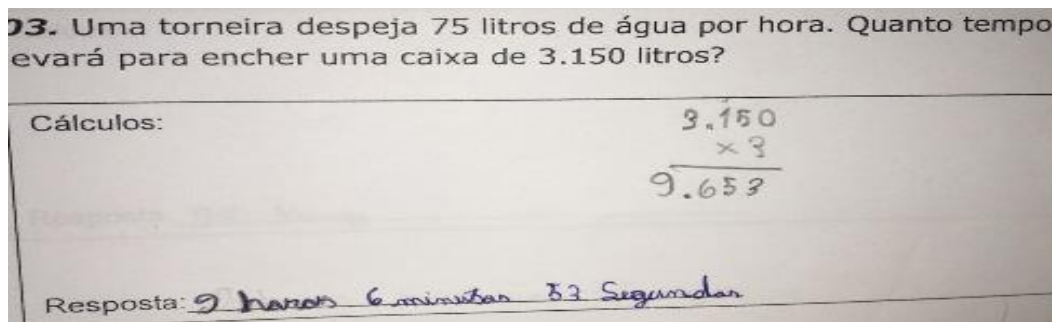
Cálculos:

$$\begin{array}{r} 75 \\ + 75 \\ \hline 150 \\ + 75 \\ \hline 225 \\ + 75 \\ \hline 300 \\ + 75 \\ \hline 375 \end{array}$$

Resposta: 4 horas

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 12– Problema 3 (F30)



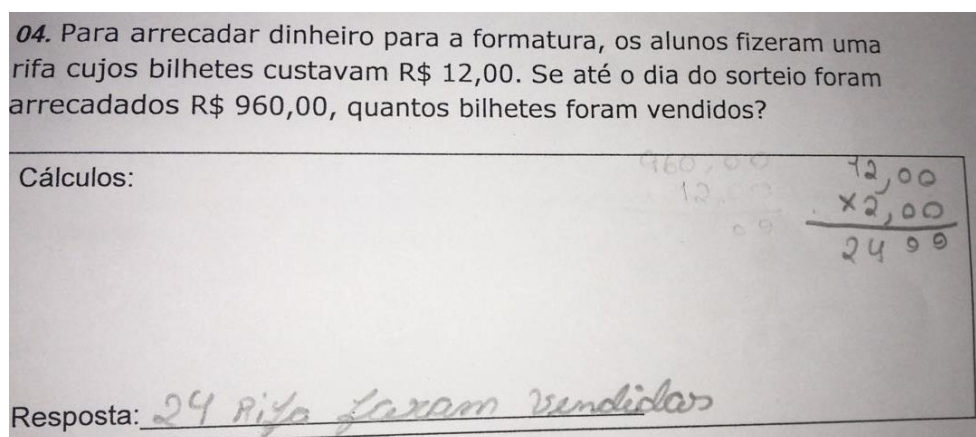
Fonte: Recorte do aluno (2017)

Problema 4: Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos fizeram uma rifa cujos bilhetes custavam R\$ 12,00. Se até o dia do sorteio foram arrecadados R\$ 960,00, quantos bilhetes foram vendidos?

Neste problema a divisão é exata, apresenta três dígitos no dividendo e dois no divisor, nele são consideradas duas grandezas de dinheiro, a quantidade unitária de um bilhete, e a quantidade total que foi vendida, donde pretende-se conhecer qual a quantidade que foi vendida para arrecadar o total de R\$960,00.

Os erros mais encontrados foi o de Execução – estratégicos, pois os alunos que erraram, utilizaram o algoritmo da multiplicação, adição ou subtração. Muitos alunos também erraram pelo erro de entrada – compreensão, isso foi observado pelos os cálculos sem fundamentação que os alunos tentavam resolver.

Figura 13– Problema 4 (F12)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 14– Problema 4 (F21)

04. Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos fizeram uma rifa cujos bilhetes custavam R\$ 12,00. Se até o dia do sorteio foram arrecadados R\$ 960,00, quantos bilhetes foram vendidos?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 960 \\ \times 12 \\ \hline 1920 \\ + 9600 \\ \hline 11320 \end{array}$$

Resposta: ~~320~~ 11.320 R\$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 15– Problema 4 (F32)

04. Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos fizeram uma rifa cujos bilhetes custavam R\$ 12,00. Se até o dia do sorteio foram arrecadados R\$ 960,00, quantos bilhetes foram vendidos?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 12,00 \\ - 960,00 \\ \hline 95,000 \end{array}$$

Resposta: 95,000

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 16– Problema 4 (F37)

04. Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos fizeram uma rifa cujos bilhetes custavam R\$ 12,00. Se até o dia do sorteio foram arrecadados R\$ 960,00, quantos bilhetes foram vendidos?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 960 \\ + 500 \\ \hline 1460 \end{array}$$

Resposta: 1460 *difficil*

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 17– Problema 4 (F41)

04. Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos fizeram uma rifa cujos bilhetes custavam R\$ 12,00. Se até o dia do sorteio foram arrecadados R\$ 960,00, quantos bilhetes foram vendidos?

Cálculos:

$$\begin{array}{r}
 960 \\
 \times 12 \\
 \hline
 1920 \\
 1060 \\
 \hline
 2980
 \end{array}$$

Resposta: deu 2.980 bilhetes €

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Problema 5: O ônibus escolar do município de São Cassimiro só pode transportar 30 alunos todos sentados. Se os sextos anos A, B e C da Escola Municipal Tia Fernanda têm exatamente 42 alunos cada, quantas viagens o ônibus terá de fazer para transportar, de ida e volta, todos os alunos dos sextos anos para visitar o museu Barros de Barros?

O problema 5 foi o que os alunos mais erraram, foi observado que os alunos erravam justamente na hora de interpretar as informações contida nesta questão, ou seja, erro de Entrada-incompreensão do objeto. Alguns alunos chegavam a compreender quantas viagens iniciais teria que ter para transporte todos os alunos da escola até o museu, porém não foi observado que na questão estava falando de “ida e volta” e por isso, muitos alunos erraram, e apenas 2 alunos conseguiram interpretar e concluir a resposta corretamente.

Os dois alunos que acertaram, não realizaram a conta pelo algoritmo da divisão, e sim pelo algoritmo da adição e subtração.

Figura 18– Problema 5 (F2)

05. O ônibus escolar do município de São Cassimiro só pode transportar 30 alunos todos sentados. Se os sextos anos A, B e C da Escola Municipal Tia Fernanda têm exatamente 42 alunos cada, quantas viagens o ônibus terá de fazer para transportar, de ida e volta, todos os alunos dos sextos anos para visitar o museu *Barros de Barros*?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 126 \\ -30 \quad 4^{\circ} \\ \hline 96 \\ -30 \quad 2^{\circ} \\ \hline 66 \end{array} \quad \begin{array}{r} 66 \\ -30 \quad 2^{\circ} \\ \hline 36 \\ -30 \quad 1^{\circ} \\ \hline 6 \end{array}$$

Resposta: Ele terá que fazer 10 viagens.

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 19– Problema 5 (F13)

05. O ônibus escolar do município de São Cassimiro só pode transportar 30 alunos todos sentados. Se os sextos anos A, B e C da Escola Municipal Tia Fernanda têm exatamente 42 alunos cada, quantas viagens o ônibus terá de fazer para transportar, de ida e volta, todos os alunos dos sextos anos para visitar o museu *Barros de Barros*?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 30 \\ 30 \\ 30 \\ 30 \\ \hline 120 \\ +6 \\ \hline 126 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ 30 \\ 30 \\ 30 \\ \hline 120 \\ +6 \\ \hline 126 \end{array}$$

Resposta: Ele irá dar 10 viagens 126

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Problema 6: Na festa do padroeiro de Santa Cruz do Capibaribe, a barraca de Moura oferece 3 pontos ao participante cada vez que acertar o alvo. Lucas gostou da brincadeira e conseguiu 72 pontos. Quantas vezes Lucas acertou o alvo?

O problema 6 é quase equivalente ao problema 4, sendo que neste temos pontos ganhos em vez de dinheiro. Os alunos que acertaram esta questão, todos fizeram pelo algoritmo da divisão. O erro de Execução-estratégicos, predominou, pois muitos alunos não souberam usar os procedimentos adequados.

Figura 20– Problema 6 (F26)

06. Na festa do padroeiro de Santa Cruz do Capibaribe, a barraca de Moura oferece 3 pontos ao participante cada vez que acertar o alvo. Lucas gostou da brincadeira e conseguiu 72 pontos. Quantas vezes Lucas acertou o alvo?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline 72 \end{array}$$

Resposta: 45

Handwritten notes on the right side of the page:

- $3 \times 1 = 3$
- $3 \times 2 = 6$
- $3 \times 3 = 9$
- $3 \times 4 = 12$
- $3 \times 5 = 15$
- $3 \times 6 = 18$
- $3 \times 7 = 21$
- $3 \times 8 = 24$
- $3 \times 9 = 27$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 21– Problema 6 (F33)

06. Na festa do padroeiro de Santa Cruz do Capibaribe, a barraca de Moura oferece 3 pontos ao participante cada vez que acertar o alvo. Lucas gostou da brincadeira e conseguiu 72 pontos. Quantas vezes Lucas acertou o alvo?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline 72 \end{array}$$

Resposta: 102

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 22– Problema 6 (F40)

06. Na festa do padroeiro de Santa Cruz do Capibaribe, a barraca de Moura oferece 3 pontos ao participante cada vez que acertar o alvo. Lucas gostou da brincadeira e conseguiu 72 pontos. Quantas vezes Lucas acertou o alvo?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 3 \\ \hline 72 \end{array}$$

Resposta: 70

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Problema 7: Lucas dividiu igualmente seus livros antigos de historinhas entre seus 8 amigos. Se cada um dos amigos recebeu 6 livros e sobraram 2, quantos livros eram os livros de historinhas Lucas?

Este problema, envolve a regra da divisão: $D = D * Q + R$, porém nenhum aluno chegou a explicitar essa regra. Os alunos que acertaram usaram essa regra, pois multiplicaram, e depois somaram, mais nenhum escreveu essa regra. Resolução do aluno F9:

Figura 23– Problema 7 (F9)

07. Lucas dividiu igualmente seus livros antigos de historinhas entre seus 8 amigos. Se cada um dos amigos recebeu 6 livros e sobraram 2, quantos livros eram os livros de historinhas Lucas?

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 6 \\ \hline 48 \\ + 2 \\ \hline 50 \end{array}$$

Resposta: 50 livros

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Os alunos que erraram explicitaram que não sabia nem se quer qual a operação, ou operações, neste caso, a serem usadas. Nesta questão o erro foi de Execução-estratégicos.

Problema 8: A professora Eliane propôs a sua aluna Fabiana que dividisse 359 por 11. Fabiana apresentou à sua professora os cálculos a seguir:

$$\begin{array}{r} 359 \overline{) 11} \\ - 33 \quad \underline{32} \\ 29 \overline{) } \\ - 22 \\ 7 \end{array}$$

a) Na “conta” de Fabiana, qual é o valor do *quociente* e do *resto*?

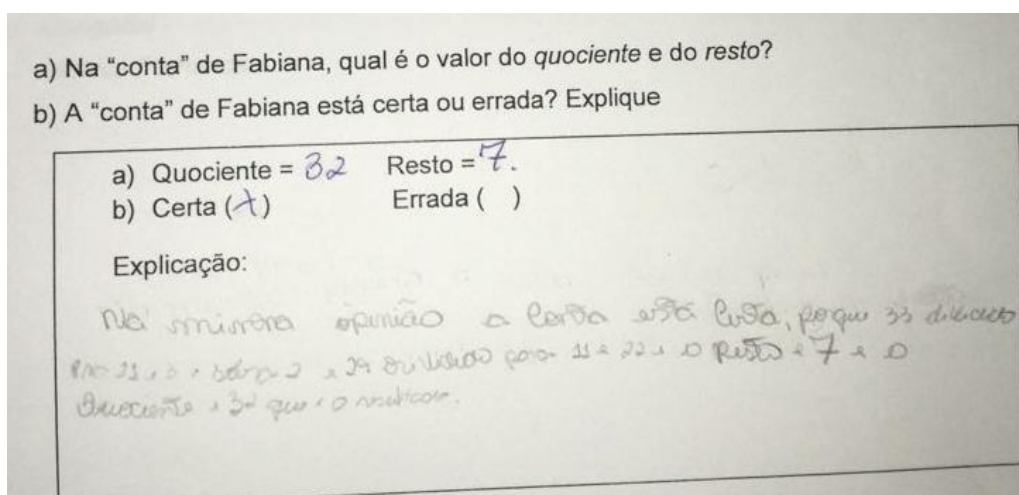
b) A “conta” de Fabiana está certa ou errada? Explique

- a) Quociente = Resto =
b) Certa () Errada ()

Explicação:

No problema 8 foi proposto aos alunos uma resolução do algoritmo da divisão de $359 \div 11$, uma divisão não exata. Se pediu na letra “a” para que os alunos identificasse quem era o quociente e o resto deste problema, e em seguida foi questionado se está “conta” está certa ou errada, e foi pedido uma explicação para a resposta dada. Os alunos que acertaram, deram sua própria explicação sem usar conceitos matemáticos, um conceito matemático que poderia ser usado e o mais certo: Bastava o alunos dizer que para verificar se a divisão está correta, bastaria fazer $32 \times 11 = 352 + 7 = 359$, ou seja, quociente $\times$ divisor + resto = dividendo. Porém, nenhum dos alunos chegaram nessa conclusão.

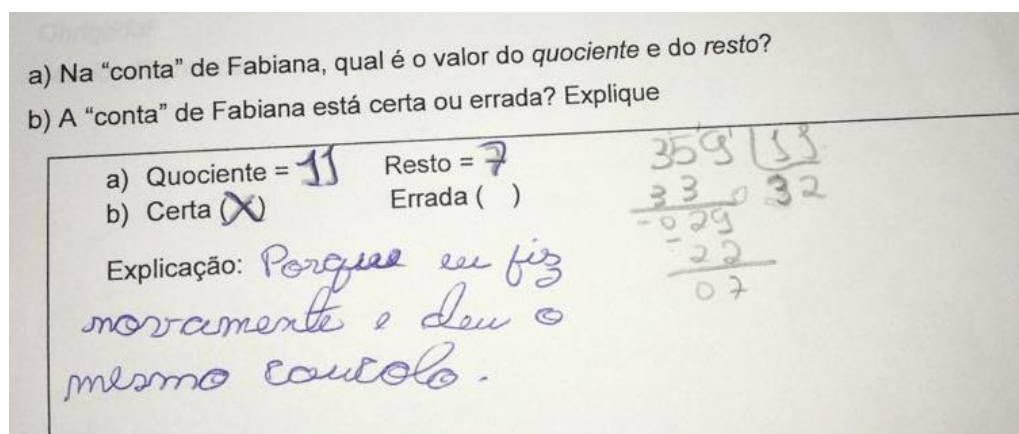
Figura 24– Problema 8 (F25)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

Entretanto, os erros que os alunos cometeram nesta questão foram absurdos, onde foi perceptivo que os alunos não conseguiram distinguir os elementos da operação divisão. O aluno F17 relatou que a operação estava correta, porém confundiu o quociente com o divisor:

Figura 25– Problema 8 (F17)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno F13 relatou que a operação estava errada pois sobrou resto, então para este aluno, um conta de divisão que seja não exata, está incorreta.

Figura 26– Problema 8 (13)

a) Na "conta" de Fabiana, qual é o valor do *quociente* e do *resto*?

b) A "conta" de Fabiana está certa ou errada? Explique

a) Quociente = 32 Resto = 7

b) Certa () Errada (X)

Explicação:

Porque quando sobrou resto a divisão está errada

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Todos erros cometidos entram no erros de Entrada/compreensão pois os alunos deu para entender que não compreendia o conteúdo, pois não sabia dizer quem seria os elementos daquela divisão, confundiram dividendo com quociente, resto com dividendo, divisor com resto e quociente com resto, sem contar que alguns trouxeram números aleatórios para classificar como quociente ou resto.

O aluno F26, confundiu o dividendo com o quociente, e explicitou o quociente como sendo o resto, e sua explicação não tem nenhum fundamento:

Figura 27– Problema 8 (F26)

a) Na "conta" de Fabiana, qual é o valor do *quociente* e do *resto*?

b) A "conta" de Fabiana está certa ou errada? Explique

a) Quociente = 359 Resto = 32

b) Certa (X) Errada ()

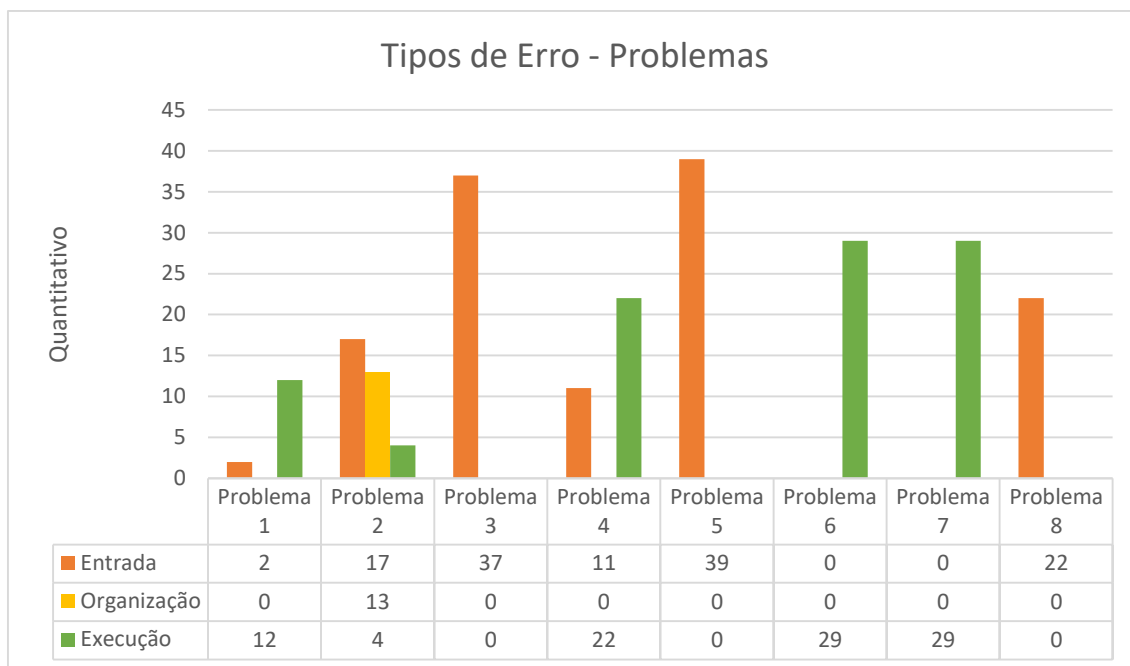
Explicação:

Porque os divisões e as multiplicações e as subtrações estão erradas

Corretamente

Fonte: Recorte do aluno (2017)

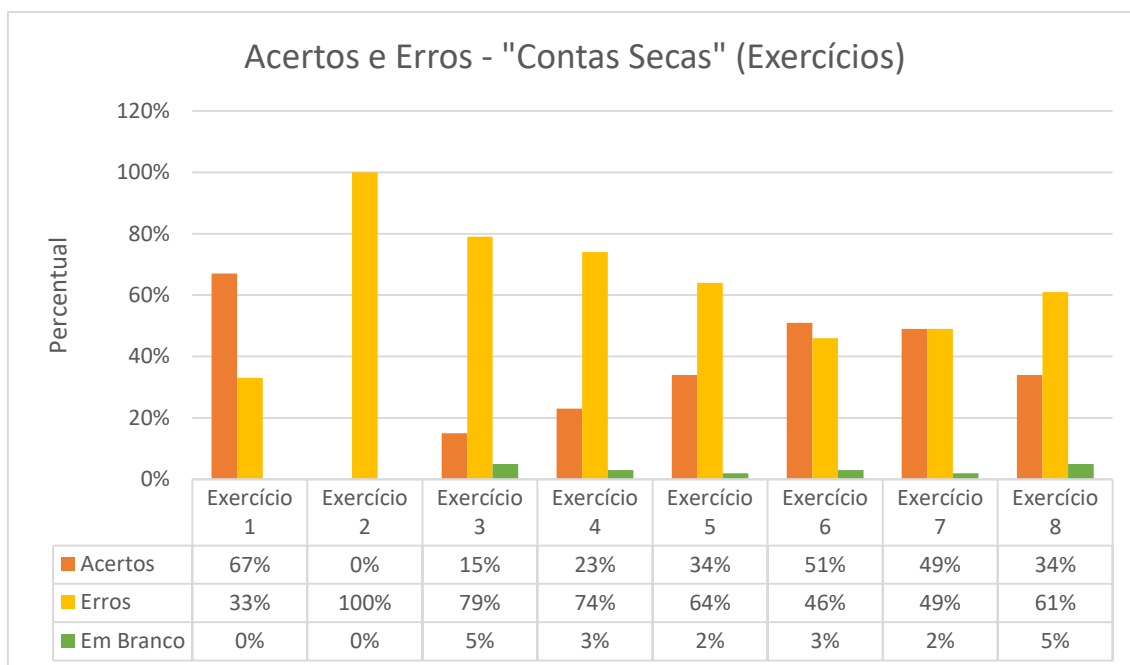
No gráfico 2, é apresentada a categorização dos erros, de acordo com o MADE, que foram cometidos nos problemas.

Gráfico 2. Tipos de Erro nos Problemas

Na sequência será apresentada a análise das “contas secas”.

4.3. Análise das “Contas Secas” (Exercícios)

Para a análise das “contas secas” apresentaremos inicialmente o percentual de acertos, erros e questões em branco para cada questão.

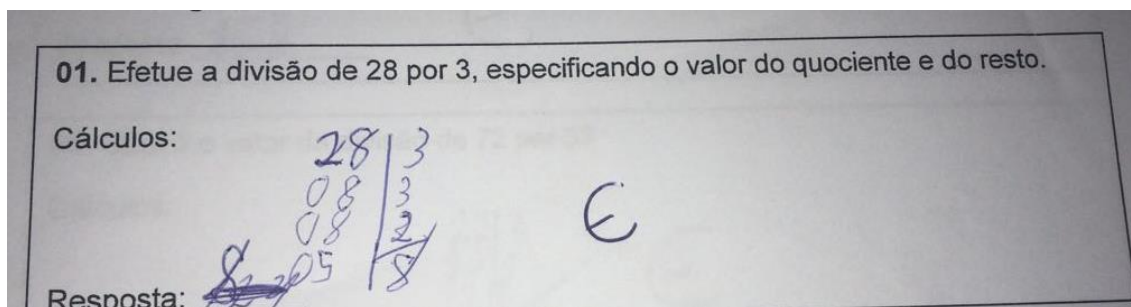
Gráfico 3. Percentual de Acertos e Erros nas “Contas Secas” (Exercícios).

Questão 1: Efetue a divisão de 28 por 3, especificando o valor do quociente e do resto.

Este problema é de divisão com resto, apresenta dois dígitos no dividendo e um no divisor, foi solicitado ao aluno que especificasse o valor do quociente e do resto. Os 67% dos alunos que acertaram todos fizeram pelo método do algoritmo da divisão. Os alunos que erraram se encaixaram no erro de Execução operacionais e estratégicos.

O aluno F10 se encaixou no erro Execução – estratégico, pois não usou a operação correta para esse cálculo.

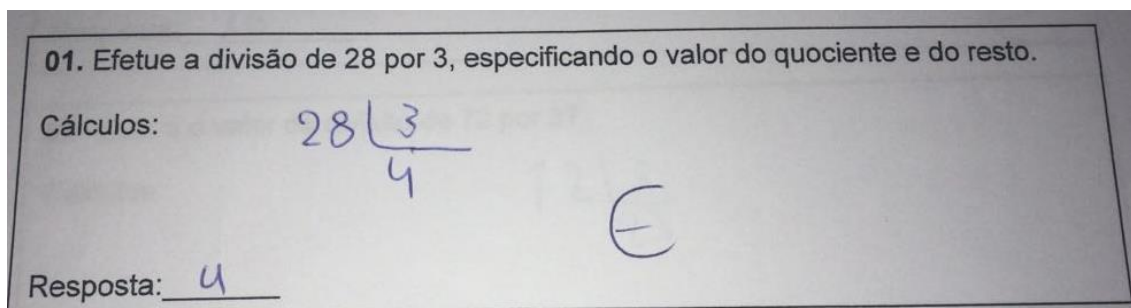
Figura 28- Exercício 1 (F10)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno F19 ficou no erro Execução – operacionais, visto que, o aluno não chegou a concluir o cálculo por sua distração.

Figura 29- Exercício 1 (F19)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

Questão 2: Quanto dá $1.528 + 1.528 \div 2$?

Todos os alunos erraram nesta questão pelo o erro de Execução – operacionais, onde se diz que o aluno pode se confundir sobre a ordem das operações ou passos de um processo, foi exatamente o que encontramos nesta questão, os alunos primeiro realizava a adição, em seguida era que fazia a divisão. É notório que a turma não estava lembrada sobre as regras em se resolver uma conta que se tenha mais de 2 operações distintas.

Figura 30 – Exercício 2 (F2)

02. Quanto dá $1.528 + 1.528 \div 2$?

Cálculos:

Resposta: 1.528

Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno F2 realizou primeiro a adição, e pôr fim a divisão.

Questão 3: Efetue $3.150 \div 75$

No problema 3, foi aumentada a quantidade de algarismos no dividendo e o divisor passou a ser com dois algarismos. Os alunos que acertaram esta questão, resolveu pelo método do algoritmo da divisão. O aluno F14 resolveu pelo algoritmo da divisão, porém não realizou todos os procedimentos corretos.

Figura 31 – Exercício 3 (F14)

03. Efetue: $3.150 \div 75$

Cálculos:

Resposta: 40

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 32 – Exercício 3 (F6)

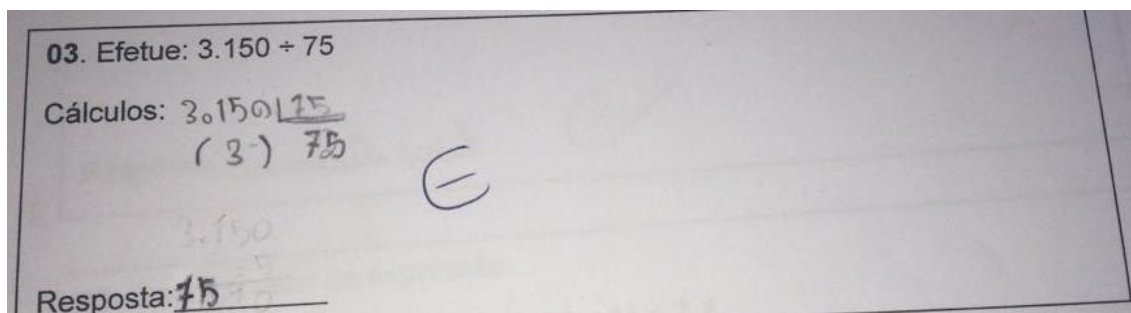
03. Efetue: $3.150 \div 75$

Cálculos:

Resposta: 280

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 33 – Exercício 3 (F30)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

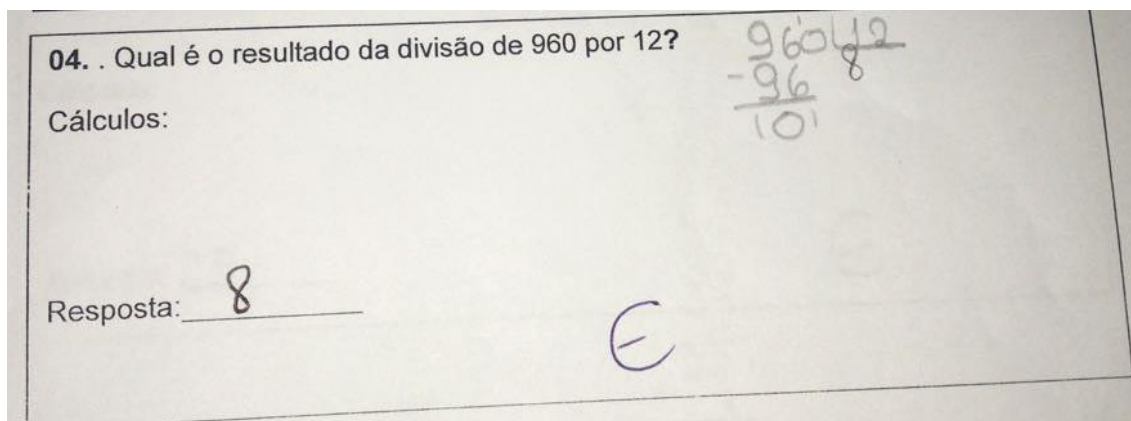
Como é notável, os erros ocorridos se encaixam no erro de Execução-estratégicos, pois todos os alunos erraram no procedimento do cálculo.

Questão 4: Qual é o resultado da divisão de 960 por 12?

Neste problema a divisão é exata, apresenta três dígitos no dividendo e dois no divisor. Os erros foram de Entrada-compreensão pois muitos alunos não concluiu o cálculo, deixou incompleto, visto que, os alunos desconsideravam o restante do cálculo por ter sobrado 0.

Aluno F24, este aluno fez o cálculo mais desconsiderou o 0 que passaria ser o novo dividendo.

Figura 34 – Exercício 4 (F24)

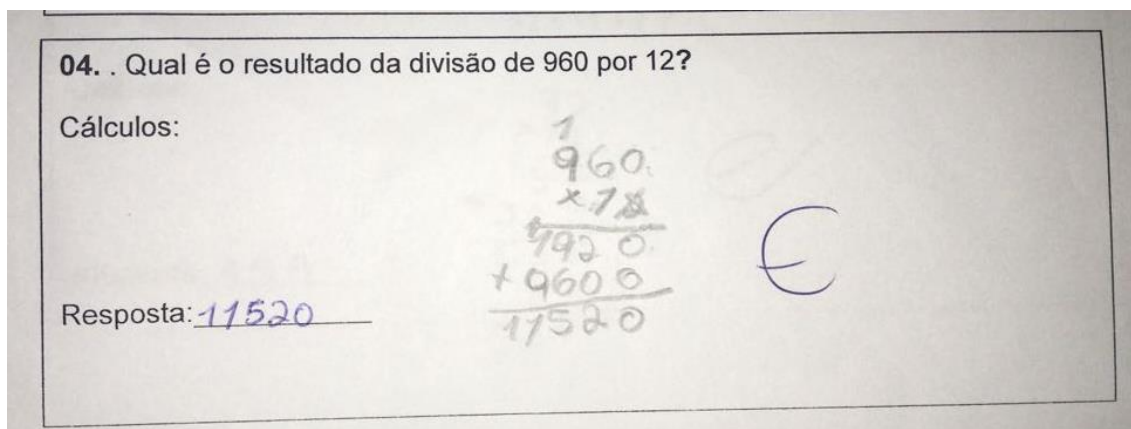


Fonte: Recorte do aluno (2017)

Ocorreu também erros de Execução – estratégicos, pois os alunos erraram na operação a ser utilizada.

Aluno 21, fez uma multiplicação, em vez da divisão, que já estava explícita no enunciado da questão.

Figura 35 – Exercício 4 (F21)

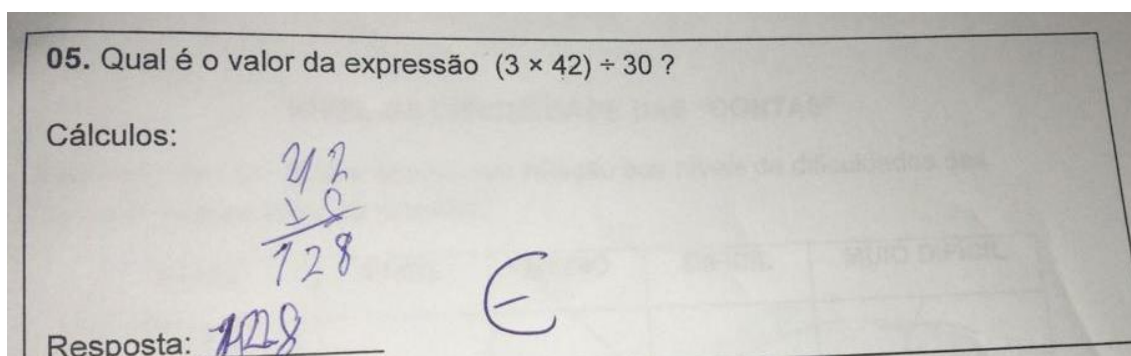


Fonte: Recorte do aluno (2017)

Questão 5: Qual é o valor da expressão $(3 \times 42) \div 30$?

Neste problema os alunos resolveram o que estavam dentro do parênteses, alguns só fizeram a multiplicação como o aluno F10:

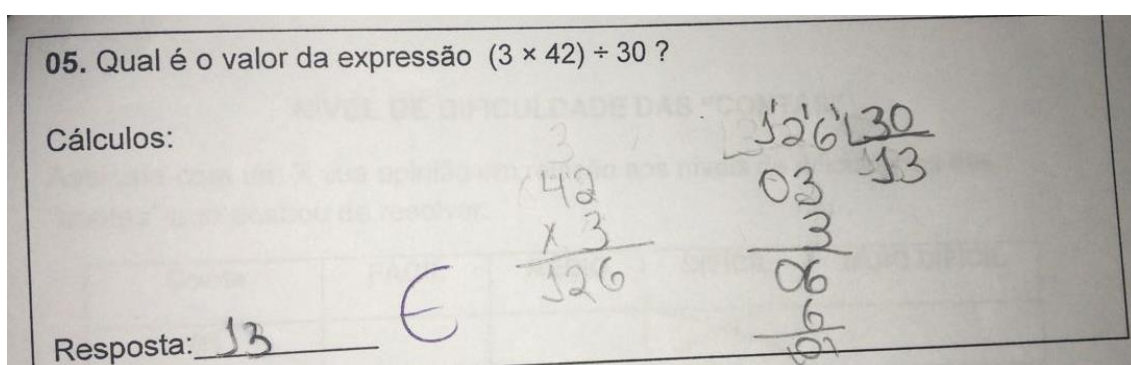
Figura 36 – Exercício 5 (F10)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

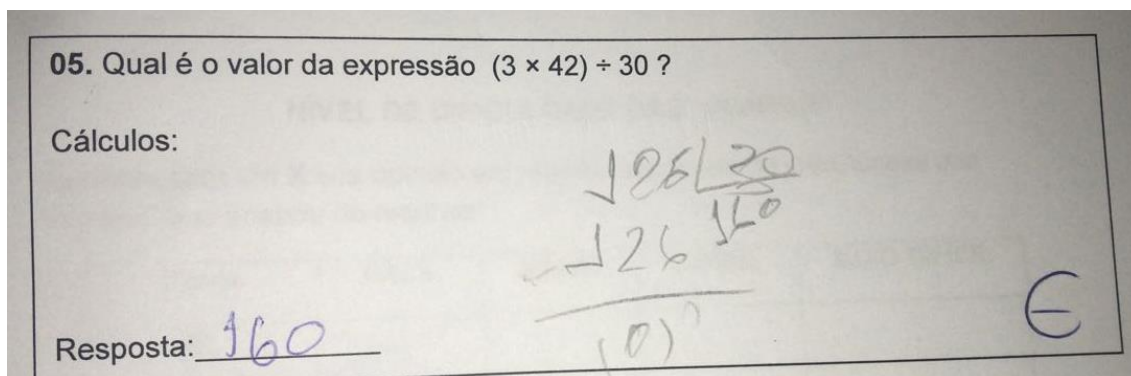
Outros alunos erraram na multiplicação, e a maioria fez a multiplicação e a divisão, porém alguns não chegaram no resultado correto.

Figura 37 – Exercício 5 (F22)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

4 alunos encontraram o quociente maior que o divisor, um desses alunos foi o aluno F1:

Figura 38 – Exercício 5 (F1)

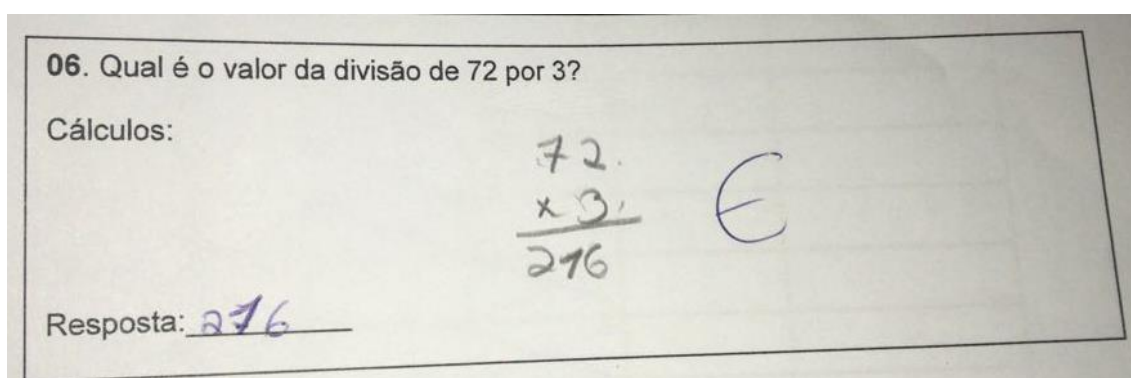
Fonte: Recorte do aluno (2017)

Ocorreu erro de Entrada – compreensão; Execução – estratégicos e Execução – operacional.

Questão 6: Qual é o valor da divisão 72 por 3?

Esta questão foi a única das contas secas, em que os alunos que acertaram, todos fizeram pelo algoritmo da divisão. Os alunos que erraram, se encaixaram nos erros de entrada-estratégicos e a maioria foi erro de Execução – operacionais.

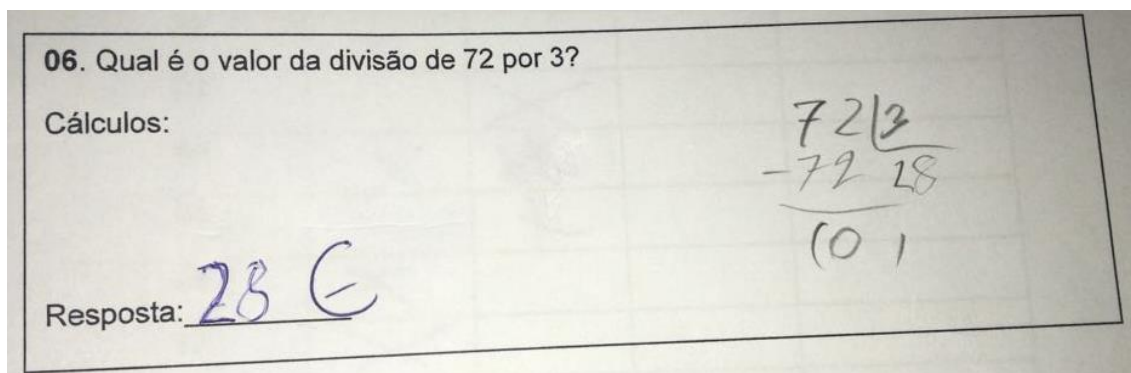
O aluno F21 errou na operação, pois fez a multiplicação:

Figura 39 – Exercício 6 (F21)

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Os outros alunos que cometeram erro, visto que, não conseguiram calcular o quociente certo.

Figura 40 – Exercício 6 (F6)

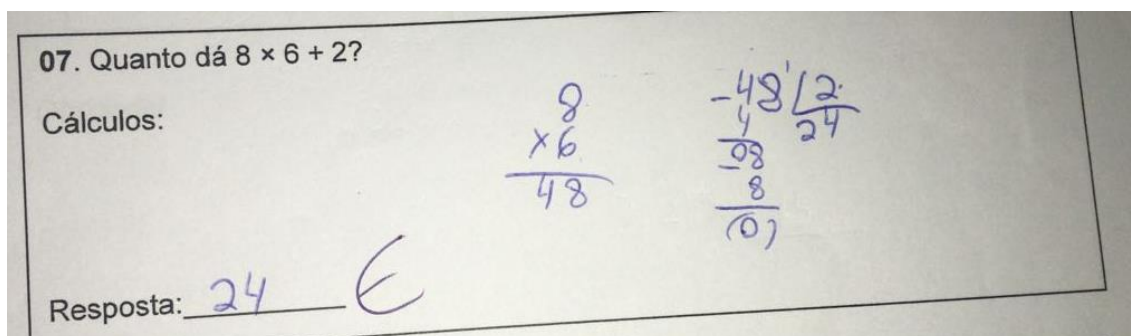


Fonte: Recorte do aluno (2017)

Questão 7: Quanto dá $8 \times 6 + 2$?

Esta questão envolve a regra da divisão: $D = D * Q + R$. Os alunos que acertaram usaram essa regra, pois multiplicaram, e depois somaram, fizeram na ordem que se encontrava. Alguns alunos, cometeram o erro de Entrada – percepção/distorção, pois fizeram confusão com o símbolo da adição e divisão.

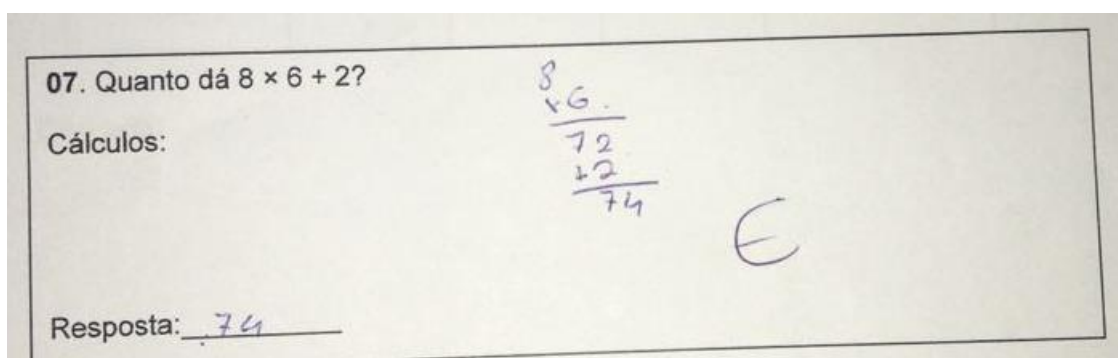
Figura 41 – Exercício 7 (F9)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno F20 errou o algoritmo da multiplicação.

Figura 42 – Exercício 7 (F20)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

Questão 8: Qual é o valor da expressão:

$$32 \times 11 + 7?$$

Essa questão é equivalente a questão 7, pois usa a regra da divisão. Em geral, os alunos que erraram, se encaixaram no erro de Execução – estratégico, visto que, todos erraram a multiplicação de 32 por 11.

Figura 43 – Exercício 8 (F27)

08. Qual é o valor da expressão:

$$32 \times 11 + 7 ?$$

Cálculos:

Resposta: 39 €

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 11 \\ \hline 32 \\ + 32 \\ \hline 39 \end{array}$$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

Figura 44 – Exercício 8 (F25)

08. Qual é o valor da expressão:

$$32 \times 11 + 7 ?$$

Cálculos:

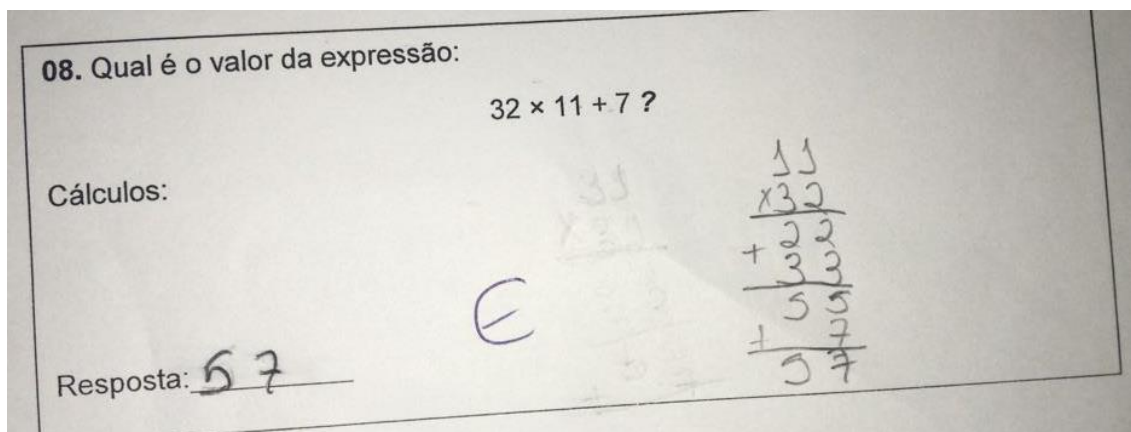
Resposta: 327 €

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 11 \\ \hline 32 \\ 320 \\ + 7 \\ \hline 327 \end{array}$$

Fonte: Recorte do aluno (2017)

O aluno F22 cometeu um equívoco quando multiplicou o segundo número e não colocou na posição correta.

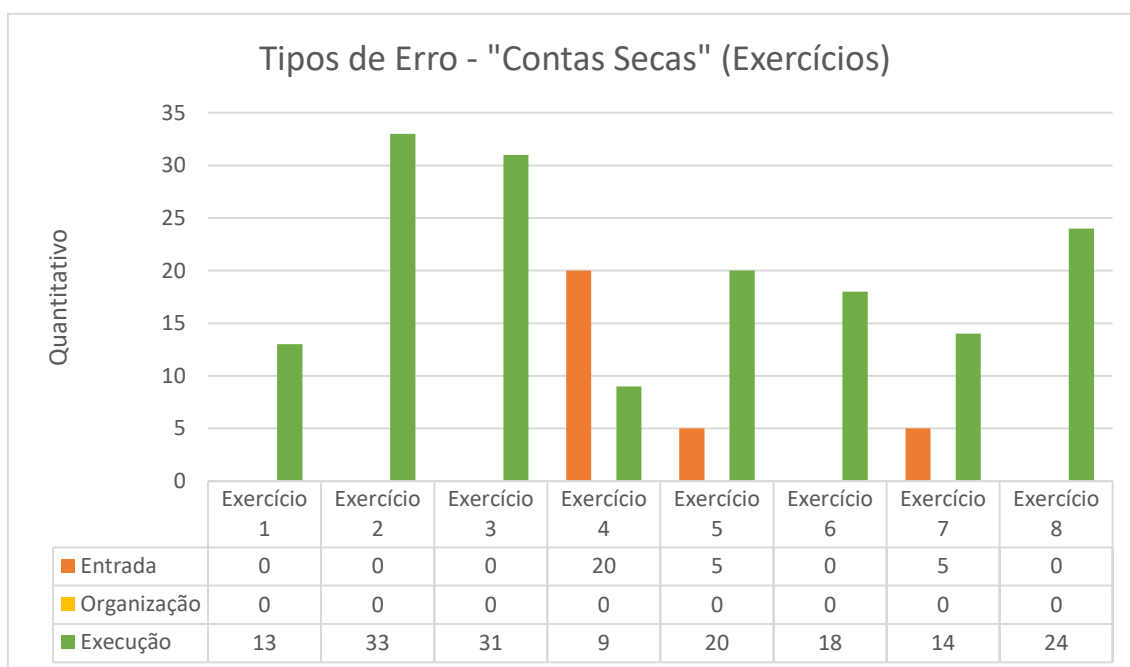
Figura 45 – Exercício 8 (F22)



Fonte: Recorte do aluno (2017)

No gráfico abaixo é possível conferir os tipos de erros cometidos nas contas secas.

Gráfico 4. Tipos de erro nas “Contas Secas” (Exercícios).



Na sequência apresenta-se uma breve análise comparativa entre os problemas e as “contas secas”.

4.4. Análise Comparativa Entre Problemas e “Contas Secas” (Exercícios)

Analisando o total de erros nos problemas verifica-se que ocorreram um total de 128 erros de entrada, 13 erros de Organização e 96 erros de execução. Enquanto nas “contas secas”, chegou-se a um quantitativo de 30 erros de entrada, nenhum erro de organização e 162 erros de execução.

As quatro primeiras questões contextualizadas tiveram mais resultados positivos do que as não contextualizadas, donde por isso, poderemos inferir que se o contexto for

um contexto familiar ao aluno, ele conseguirá resolver com mais facilidade e coerência aquela tipo de problema, e até mesmo identificar se houve equívoco de sua parte em calcular e encontrar tal valor no quociente. Já as quatro últimas questões, tiveram resultados mais positivos na parte das questões não contextualizadas e foram exatamente as questões onde utilizava a relação fundamental da divisão: $D = d \times Q + R$. Também a relação em operações com duas operações, sendo que estava entre parênteses uma das operações, e a divisão onde havia apenas dois algarismo no dividendo e apenas um no divisor. Todas essas questões tiveram êxito positivo nas questões com as contas secas.

De uma forma geral, percebeu-se que nos problemas a maior dificuldade está no início da resolução, na compreensão e interpretação do que está sendo pedido. Já nas “contas secas”, a maioria dos erros ocorreram na execução da conta, isso pode se dar pelo fato de que nos exercícios não há muito o que interpretar, o desafio é encontrar a melhor estratégia, geralmente uma fórmula ou regra pronta, que vai levar ao resultado correto, enquanto nos problemas faz-se necessário todo um plano de resolução para que, de fato, haja a compressão do problema, das diversas estratégias que poderão ser utilizadas, e o aluno desenvolva, assim, a capacidade de resolver qualquer outro problema que surgir, aprimorando suas estratégias, sem a necessidade de memorizar fórmulas e regras, o que comumente ocorre quando resolvem exercícios mecânicos, como os apresentados aqui.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

É esperado que esta pesquisa de alguma forma possa contribuir para uma compreensão das dificuldades, estratégias e justificativas, utilizadas por alunos do ensino fundamental, na resolução de problemas de divisão, com problemas contextualizados, e problemas não contextualizados, as “contas secas” (exercícios), para que os professores possam desenvolver estratégias que sejam mais dinâmicas no ensino dos conteúdos matemáticos que envolvem a operação de divisão, promovendo uma melhoria no processo de compreensão e aprendizagem. É observado a importância do erro, onde o professor tem uma grande participação, em desenvolver uma análise e tentar de alguma forma modificar a sua metodologia para que o aluno possa chegar mais próximo do conhecimento.

Os problemas propostos aos alunos, foram de um trabalho individual, onde o aluno não poderia receber qualquer tipo de auxílio, como a calculadora ou ajuda do professor ou da pesquisadora, pois é de suma importância observar a própria linha de raciocínio e estratégia utilizada por cada aluno.

Visto que, os problemas que os alunos resolveram envolviam divisões com até quatro algarismo no dividendo e no máximo dois algarismo no divisor, foi feita uma relação entre os problemas contextualizados e não contextualizados, onde seriam os mesmos cálculos a serem feitos, porém uma com a contextualização e outra sem.

As discussões realizadas deram-se a partir da análise dos resultados encontrados nos problemas resolvidos pelos os alunos, onde foi notório o alto índice de erros, tanto nos problemas como nos exercícios, o que vem a confirmar que os alunos tem dificuldades em trabalhar com a operação divisão.

Foi observado que os alunos tem uma dificuldade enorme quando aumenta o número de algarismos, tanto no dividendo como no divisor e, principalmente, na interpretação de problemas.

Ressalta-se assim, que o trabalho com resolução de problemas na sala de aula, desde o início da alfabetização matemática, ao invés de exercícios de memorização apenas, favorece o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, processo indispensável para que o mesmo venha a ter sucesso no seu percurso escolar.

Destaca-se ainda, o grande potencial da análise didática de erros, para problemas ou exercícios, como uma ferramenta capaz de minimizar as dificuldades dos alunos e a frequência e recorrência de determinados tipos de erro. Sendo essa análise realizada junto

ao aluno, na qual o mesmo tem contato com o seu erro, analisa-o e, assim, é capaz de progredir na sua aprendizagem.

A análise didática de erros também é importante para o professor, pois a partir dela é possível reorientar a sua prática, no sentido de propor atividades que e pensar aulas que favoreçam uma aprendizagem mais sólida dos conteúdos matemáticos, uma vez que a partir da análise e categorização de erros o professor é capaz de prever em que dimensões os erros são mais frequentes em suas turmas.

REFERÊNCIAS

- ANGHILERI, J. *The language of multiplication and division*. Em K. Durkin & B. Shire (Orgs.), *Language in mathematical education: Research and practice* (pp. 95- 104). Buckingham, Philadelphia: Open University Press, 1993.
- AUGUSTO, Alcilea. Sete por dois, quanto dá? *Revista do Professor de Matemática*. v. 26, issn: 0102-4981, 0, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática/ Secretaria de Educação Fundamental*. Brasília: MEC/SEF, 2001.
- BORBA, R. & SELVA, A. *O efeito de representações simbólicas, significados e escolarização*, 2000.
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. Tradução Elza F. Gomide, São Paulo, Edgard Blucher, 1974.
- BRITO, M. R. F. A. Aprendizagem significativa e a formação de conceitos na escola. In: BRITO M. R. F. A. (Org.). *Psicologia da educação matemática: teoria e pesquisa*. Florianópolis: Insular, p. 69-84, 2001.
- CARRAHER, D. W. *A aprendizagem de conceitos matemáticos com auxílio de computador*. Em E. S. de Alencar (Org.), *Novas contribuições da Psicologia aos processos de ensino e aprendizagem* (pp. 169-201). São Paulo: Cortez, 1992.
- CORREA, J., NUNES, T. & BRYANT, P. Young children's understanding of division: The relationship between division terms in a non-computational task. *Journal of Educational Psychology*, 90(2), 321-329, 1998
- CORREA, J.; SPINILLO, A. G. A resolução de tarefas de divisão por criança. *Estudos de Psicologia*, Natal, v. 9, n. 1, 2004.
- DE LA TORRE, Saturnino. *Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança*. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. São Paulo: UNICAMP, 1995.
- GODOY, A. S. *Pesquisa Qualitativa: tipos fundamentais*. Revista de Administração de Empresas. São Paulo, v. 38, n.1, jan./mar. 1995.
- LAUTERT, S.L. & SPINILLO, A. G. Como as crianças representam a operação de divisão: da linguagem matemática oral para outras formas de representação. *Temas em Psicologia*. 7 (1),23-36, 1999.
- LAUTERT, S. L. & SPINILLO, A. G. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de criança sobre divisão. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, Brasília, v. 18, n. 3, p. 237-246, 2002.
- MORO, M. Estruturas Multiplicativas e Tomada de Consciência: Repartir para Dividir. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*..Vol. 21 n. 2, pp. 217-226, 2005.
- NUNES, T. & BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática* (S.Costa, Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

ROAZZI, A. & BRYANT, P. Explicitness and conservation: Social class differences. *International Journal of Behavioural Development*, 21 (1), 51-70, 1997.

SAIZ, I. *Dividir com dificuldades ou dificuldades para dividir*. In: PARRA, C.; Saiz, I. (Orgs.). *Didática da matemática: reflexes psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artmed, P. 156-183, 1996.

Selva. A.C.V. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. Em A Schliemann e D. CalTilher (OTgs.), *A construção de conceitos aritméticos*. OJ. Ensino e pesquisa. Vol (pp 95-119). Campinas: Papirus. 1998.

TELES, R. A. de M. Imbricações entre os campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre a formulação de área de figuras geométricas planas. 2007. *Dissertação (Mestrado)* – UFPE, 2007.

VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In.: T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Orgs.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. New Jersey: Lawrence Erlbaum, 1982.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1, (5), 76-90, 1987.

VERGNAUD, G. *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas, 1991.

APÊNDICE A – Questionário (Alunos)

Escola Municipal Donatila Da Costa Lima

Aluno (a): _____

Questionário**1. Qual a disciplina que você mais gosta?**

- () Língua Portuguesa
- () Inglês
- () Arte
- () Matemática
- () Ciências
- () Geografia
- () História
- () Educação Física

2. Qual a disciplina que você menos gosta?

- () Língua Portuguesa
- () Inglês
- () Arte
- () Matemática
- () Ciências
- () Geografia
- () História
- () Educação Física

3. Considerando as disciplinas relacionadas abaixo, enumere de 1 a 8, sendo 1 a que você menos gosta chegando até 8 a que você mais gosta.

- () Língua Portuguesa
- () Inglês
- () Arte
- () Matemática
- () Ciências
- () Geografia
- () História

☐ Educação Física

4. Considerando as disciplinas relacionadas abaixo, enumere de 1 a 8, sendo 1 a que você considera mais fácil chegando até 8 a que você considera mais difícil.

☐ Língua Portuguesa

☐ Inglês

☐ Arte

☐ Matemática

☐ Ciências

☐ Geografia

☐ História

☐ Educação Física

5. Você acha que usa matemática no seu dia a dia?

☐ Sim

☐ Um pouco

☐ Não

6. Qual entre as operações matemáticas você considera mais difícil?

☐ Adição

☐ Subtração

☐ Multiplicação

☐ Divisão

7. Entre os assuntos de Matemática apresentados abaixo, qual o que você considera mais difícil?

☐ Problemas com as quatro operações matemáticas

☐ Fração

☐ Potenciação

☐ Raiz quadrada

8. Você sente dificuldade em aprender Matemática?

☐ Sim

☐ Um pouco

☐ Não

A partir desse ponto, só continue respondendo caso você tenha respondido SIM para a questão 8.

9. Você acha que a dificuldade em aprender Matemática está (pode marcar mais de uma):

- ☐ Na forma como o professor explica.
- ☐ Entendo o que o professor explica, mas não sei resolver as questões.
- ☐ Não sei tabuada.
- ☐ Não sei adição.
- ☐ Não sei subtração.
- ☐ Não sei multiplicação.
- ☐ Não sei divisão.
- ☐ Só sei fazer conta contando nas pontas dos dedos ou desenhando bolinhas ou outro desenho, por exemplo.

10. Você já notou que precisa saber as quatro operações matemáticas para fazer qualquer atividade de Matemática?

- ☐ Sim
- ☐ Um pouco
- ☐ Não

11. Você sabe armar e efetuar uma conta de divisão?

- ☐ Sim
- ☐ Um pouco
- ☐ Não

12. Você sabe fazer a prova para saber se a conta de divisão está certa?

- ☐ Sim
- ☐ Um pouco
- ☐ Não

13. Você sabe a tabuada?

- ☐ Sim
- ☐ Um pouco
- ☐ Não

14. Você sabe dividir com dois números na chave (no divisor)?

- ☐ Sim
- ☐ Um pouco
- ☐ Não

APÊNDICE B – Sequência de Problemas**UFPE - Centro Acadêmico do Agreste
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC**

Nome: _____ (opcional)

Idade: _____

Caro (a) aluno (a), ao responder os problemas a seguir apresente os cálculos (ou explicações) e respostas nos respectivos espaços reservados.

Você pode utilizar lápis ou caneta.

Muito obrigada!

01. Ricardo foi a uma papelaria e comprou 28 lápis de cor e quer coloca-los em 3 estojos. Ele quer que cada estojo tenha a mesma quantidade de lápis de cor. Quantos lápis de cor ele irá colocar em cada estojo?

Cálculos:

Resposta: _____

02. Na escola de Pedro estudam 1.528 alunos e na escola de sua irmã a metade dos alunos que estudam na escola de Pedro. Quantos alunos estudam nas duas escolas?

Cálculos:

Resposta: _____

03. Uma torneira despeja 75 litros de água por hora. Quanto tempo levará para encher uma caixa de 3.150 litros?

Cálculos:

Resposta: _____

04. Para arrecadar dinheiro para a formatura, os alunos fizeram uma rifa cujos bilhetes custavam R\$ 12,00. Se até o dia do sorteio foram arrecadados R\$ 960,00, quantos bilhetes foram vendidos?

Cálculos:

Resposta: _____

05. O ônibus escolar do município de São Cassimiro só pode transportar 30 alunos todos sentados. Se os sextos anos A, B e C da Escola Municipal Tia Fernanda têm exatamente 42 alunos cada, quantas viagens o ônibus terá de fazer para transportar, de ida e volta, todos os alunos dos sextos anos para visitar o museu *Barros de Barros*?

Cálculos:

Resposta: _____

06. Na festa do padroeiro de Santa Cruz do Capibaribe, a barraca de Moura oferece 3 pontos ao participante cada vez que acertar o alvo. Lucas gostou da brincadeira e conseguiu 72 pontos. Quantas vezes Lucas acertou o alvo?

Cálculos:

Resposta: _____

07. Lucas dividiu igualmente seus livros antigos de historinhas entre seus 8 amigos. Se cada um dos amigos recebeu 6 livros e sobraram 2, quantos livros eram os livros de historinhas Lucas?

Cálculos:

Resposta: _____

08. A professora Eliane propôs a sua aluna Fabiana que dividisse 359 por 11. Fabiana apresentou à sua professora os cálculos a seguir:

$$\begin{array}{r} 359 \overline{) 11} \\ - 33 \quad 32 \\ \hline 29 \overline{) 32} \\ - 22 \\ \hline 7 \end{array}$$

a) Na “conta” de Fabiana, qual é o valor do *quociente* e do *resto*?

b) A “conta” de Fabiana está certa ou errada? Explique

a) Quociente = Resto =
b) Certa () Errada ()

Explicação:

Para finalizar, assinale com **X** sua opinião em relação aos níveis de dificuldades dos problemas que acabou de resolver:

Problema	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUITO DIFÍCIL
01				
02				
03				
04				
05				
06				
07				
08				

Obrigada!

Fernanda

APÊNDICE C – Sequência de “Contas Secas” (Exercícios)**UFPE - Centro Acadêmico do Agreste
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC**

Nome: _____ (opcional)

Idade: _____

Caro (a) aluno (a), ao fazer as contas a seguir apresente os cálculos e ponha a resposta no espaço reservado. Você pode utilizar lápis ou caneta. Muito obrigada!

01. Efetue a divisão de 28 por 3, especificando o valor do quociente e do resto.

Cálculos:

Resposta: _____

02. Quanto dá $1.528 + 1.528 \div 2$?

Cálculos:

Resposta: _____

03. Efetue: $3.150 \div 75$

Cálculos:

Resposta: _____

04. Qual é o resultado da divisão de 960 por 12?

Cálculos:

Resposta: _____

05. Qual é o valor da expressão $(3 \times 42) \div 30$?

Cálculos:

Resposta: _____

06. Qual é o valor da divisão de 72 por 3?

Cálculos:

Resposta: _____

07. Quanto dá $8 \times 6 + 2$?

Cálculos:

Resposta: _____

08. Qual é o valor da expressão:

$$32 \times 11 + 7 ?$$

Cálculos:

Resposta: _____

NÍVEL DE DIFICULDADE DAS “CONTAS”

Assinale com um **X** sua opinião em relação aos níveis de dificuldades das “contas” que acabou de resolver:

Conta	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUJO DIFÍCIL
01				
02				
03				
04				
05				
06				
07				
08				

Obrigada!