

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE COM BASE NOS PARÂMETROS
CURRICULARES NACIONAIS**

JOSÉ GERALDO DE LIMA BEZERRA

CARUARU, 2017

JOSÉ GERALDO DE LIMA BEZERRA

**OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE COM BASE NOS PARÂMETROS
CURRICULARES NACIONAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a graduação em Matemática-Licenciatura.

Orientador: Prof. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior.

CARUARU – 2017

Catálogo na fonte:

Bibliotecária – Simone Xavier – CRB/4-1242

B574s Bezerra, José Geraldo de Lima.
Os significados de fração em livros didáticos de matemática: uma análise com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais. / José Geraldo de Lima Bezerra. – 2017. 43f.; il.: 30 cm.

Orientador: Valdir Bezerra dos Santos Júnior
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Fração. 2. Livros didáticos. 3. Matemática – Estudo e ensino. 4. Significado. 5. Parâmetros Curriculares Nacionais. I. Santos Júnior, Valdir Bezerra dos (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-217)

JOSÉ GERALDO DE LIMA BEZERRA

**OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE COM BASE NOS PARÂMETROS
CURRICULARES NACIONAIS**

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e APROVADO em 14 de agosto de 2017.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Júnior (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Prof. Me. Paulo Roberto Câmara de Sousa (Examinador(a) Interno(a))
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Prof. Dra. Simone Moura Queiroz (Examinador(a) Interno(a))
Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado o dom da vida e a capacidade de sonhar e acreditar que tudo é possível, por ter me dado força, coragem, por ter cuidado de mim e nunca ter me desamparado.

Ao meu orientador Professor Dr. Valdir Bezerra por ter aceito esse desafio e ter contribuído de maneira significativa na elaboração deste trabalho.

À minha família pela contribuição na minha permanência na Universidade.

Ao meu amigo Pedro Henrique por sua colaboração, ajuda, incentivo e amizade durante esses anos de Universidade.

À minha tia Tereza por não ter me deixado desistir de fazer a prova que mudaria a minha vida por completo.

Agradeço também aos meus professores Ivanildo Felisberto de Carvalho e Cristiane de Arimatéa Rocha pelos saberes compartilhados durante esses anos que fiz parte, como monitor, do Laboratório de Ensino Matemática do Agreste Pernambucano.

Agradeço aos professores que fizeram parte da banca pela disponibilidade e pelas contribuições para com o meu trabalho.

Aos meus amigos e professores pelas contribuições de forma direta e indireta durante a minha formação.

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi identificar o conteúdo de fração presente numa coleção de livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental a partir dos significados apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), a saber: parte-todo, razão, quociente e operador e tendo como Referencial Teórico a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1993, 2009). Caracterizada como uma pesquisa qualitativa, utilizamos como subsídio para isso a realização de uma pesquisa sobre os estudos antecedentes com relação à abordagem dos significados em livros didáticos de Matemática e sobre a importância de tal recurso – o livro didático – no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, pudemos fazer a exposição dos significados apresentados pelos PCN e, por fim, a análise dos livros em comparação com o disposto nos PCN. Pudemos, com a análise, observar que a coleção não aborda todos os significados ao longo do texto do capítulo, mas que, ao observamos os exercícios, foi possível notar que eles eram apresentados na coleção, mas não era feito uma ressalva sobre ser um significado diferente dos já apresentados.

Palavras-chave: Fração. Significado. Livro didático. Parâmetros Curriculares Nacionais.

ABSTRACT

The aims of that work was identifying the fraction content of fraction present in a didactic books of Math's collection of the final years of Elementary School from the meanings presented by National Curricular Parameters (NCP) (BRASIL,1998), to know: part-all, reason, quotient operator and having as Theoretical Framework and the Theory of Conceptual Fields (VERGNAUD,1993,2009). Characterized as a quality research, we utilize as subsidy for it the realization of a search about antecedent studies related to approach meanings in didactic books of Math and about the value of such resource – the didactic book – in the process of teaching and learning. Moreover, we could do the exhibition of the presented meanings by PCN and, lastly, the analysis of books in comparison with the provisions in the PCN. We could, with the analysis, observe that the collection did not address all the meanings along the text of the chapter, but, when we observe the exercises, was possible to note they were presented in the collection, however it was not made a reservation about being a different meaning of the previously exposed.

Key-words: Fraction. Meaning. Didactic Book. National Curricular Parameters.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Delimitação do Campo Conceitual das Frações.....	22
Quadro 2- Diferenciação entre os contextos contínuos e discreto no âmbito de frações. (Significado razão)	32

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Exercício presente no livro analisado.	30
Figura 2- Abordagem inicial do conteúdo de fração no livro do 6º ano.....	31
Figura 3- Definição de fração presente no livro do 6º ano.	32
Figura 4- Exercícios presentes no livro envolvendo a relação parte-todo.....	33
Figura 5- Exercício presente no livro envolvendo o significado razão.	33
Figura 6- Exercício presente no livro envolvendo o significado operador.	34
Figura 7- Exercício presente no livro envolvendo o significado quociente.	34
Figura 8- Utilização do significado parte-todo (parte de figura) para exemplificação na classificação das frações apresentadas pelos autores.	35
Figura 9- Exercício presente no livro envolvendo o significado parte-todo.	36
Figura 10- Exercício presente no livro envolvendo o significado razão.	36
Figura 11- Exercício presente no livro envolvendo o significado quociente.	36
Figura 12- Exercício presente no livro envolvendo o significado operador.....	37
Figura 13- Definição de número racional dada pelos autores.	38
Figura 14- Exercícios envolvendo os significados parte-todo(26) e quociente(27) apresentados no capítulo que trata sobre conjuntos numéricos.....	39

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
1. ALGUMAS PESQUISAS NACIONAIS SOBRE OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL.....	13
2. O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA E OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO APRESENTADOS PELOS PCN.....	18
3. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E AS FRAÇÕES.....	21
4. METODOLOGIA.....	26
5. ANÁLISE DA COLEÇÃO VONTADE DE SABER.....	28
5.1. Livro do 6º ano.....	30
5.2. Livro do 7º ano.....	35
5.3. Livro do 8º ano.....	38
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	40
REFERÊNCIAS.....	42

INTRODUÇÃO

Fração é um conteúdo da Matemática abordado pela primeira vez nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e, assim como qualquer outro, pode trazer dificuldades à vida do aluno quando não é compreendido. Como subsídio para o processo de ensino e aprendizagem, o professor conta com diversos recursos didáticos como: material manipulável, recursos tecnológicos, livro didático, entre outros.

Nesta perspectiva damos neste trabalho ênfase ao recurso livro didático. Observamos em Souza que:

O livro didático se configura como um material indispensável a professores e alunos, se tornando, portanto, um dos mais importantes instrumentos na construção do saber. Ao observarmos a importância de tal recurso didático e sua capacidade de influenciar no resultado escolar, consideramos que é importante que se faça uma análise cautelosa sobre seu papel na educação. (SOUZA, 2013, p. 2)

Aliado a ideia da importância que o livro didático tem e o fato de ele poder interferir no resultado escolar, compartilhamos que enquanto professor da rede municipal de ensino da cidade de Surubim-PE, foi possível experimentar algumas dificuldades quanto à utilização de noções associadas ao conteúdo fração. Diante dessa experiência e ressaltando a importância da abordagem dos diferentes significados no ensino de frações, inclusive nos livros didáticos, resolvemos investigar o seguinte questionamento: Quais os diferentes significados de fração presentes nos livros didáticos utilizados pelas escolas públicas do município de Surubim-PE?

Com o objetivo de responder a este questionamento, buscamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), documento que orienta a educação no país, indicações a respeito do ensino de frações e encontramos esse destaque na parte que trata sobre o ensino de números racionais.

[...] a construção do conceito de número racional pressupõe uma organização de ensino que possibilite experiências com diferentes significados e representações, o que demanda razoável espaço de tempo; trata-se de um trabalho que apenas será iniciado no segundo ciclo do ensino fundamental e consolidado nos dois ciclos finais. (BRASIL, 1997, p. 69)

Em contraposição à ação de considerar o livro didático como “material indispensável”, temos o seguinte ponto: o livro didático pode ser indispensável, mas não deve ser o único material a ser utilizado. Nesse sentido, temos que:

[...] Porém, o livro não deve ser considerado como única fonte de conhecimento disponível para o educando, mesmo sendo utilizado didática e corretamente em sala de aula, pois o professor deve ter consciência da necessidade de um trabalho diversificado e, para tanto, é preciso buscar, em outras fontes, informações ou conteúdos que venham a complementar e enriquecer o livro didático. (VERCEZE e SILVINO, 2008, p. 85)

O livro didático não é, assim como nenhum outro, um recurso didático perfeito e completo. Há problemas que podem ser conceituais, falta de noções que são indicadas nos documentos oficiais, etc. Nesse ponto é importante considerar a realização de uma análise crítica por parte do professor no momento em que decide o livro que será tomado como livro-texto da disciplina. Além disso, é importante que os alunos estejam cientes de possíveis problemas que tal material, visto com tanta importância, pode possuir, ou seja, incentivar que os alunos também tenham um olhar crítico em relação ao que o livro didático propõe.

Em relação ao conteúdo fração, que é o nosso foco, os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco, em particular os Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, afirmam que, nos anos finais do ensino fundamental, “Os diferentes significados dos números racionais devem ser aprofundados: parte-todo; quociente entre dois números inteiros; medida; razão; e operador” (PERNAMBUCO, 2012, p. 112-113)

Nesse sentido, consideramos importante uma análise da abordagem dos diferentes significados de fração presentes nos livros didáticos adotados pelas escolas da rede pública de ensino de Surubim levando em consideração pontos como: se é realizada, como é realizada, adequação, problemas conceituais, etc. Com isso, delimitamos a questão de pesquisa como: *“Os significados de fração presentes nos livros didáticos de Matemática, dos anos finais do ensino fundamental, selecionados pelas escolas municipais de Surubim-PE estão de acordo com o que estabelecem os documentos oficiais?”*

A partir da questão anterior temos como objetivo de pesquisa:

- ✓ Identificar os diferentes significados do conteúdo fração numa coleção de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental adotada no município de Surubim-PE.

Como alicerce para o alcance de tal objetivo, tivemos os seguintes objetivos específicos:

- ✓ Investigar o cenário das pesquisas nacionais em relação ao conteúdo fração.
- ✓ Caracterizar a importância do livro didático de Matemática no processo de ensino e aprendizagem.
- ✓ Apresentar as orientações feitas pelos documentos curriculares normativos para o ensino de fração e seus diferentes significados.
- ✓ Relacionar o conteúdo de fração sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1993) com os PCN.

Nesse sentido, após introduzirmos o tema que iremos tratar – buscando justificativas de sua importância – e os objetivos, geral e específicos, apresentaremos o que foi realizado para que pudéssemos obter êxito no alcance dos objetivos específicos para assim podermos atingir o objetivo geral. No capítulo 1 expomos alguns trabalhos realizados no campo de investigação da educação matemática, mais precisamente sobre a abordagem do conceito de fração em livros didáticos, que nos dão subsídios para esta pesquisa.

No capítulo 2 tratamos sobre o papel do livro didático de Matemática, sua importância, potencialidades e limitações apresentando, também, alguns estudos que fundamentam tal apresentação. Além disso, trouxemos uma apresentação sobre os significados de fração apresentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais. No capítulo 3 expomos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993, 2009) e suas contribuições para o nosso trabalho. No capítulo 4 apresentamos a metodologia utilizada para a realização da pesquisa e considerações a respeito da classificação da pesquisa. No capítulo 5 realizamos a análise da coleção de livros didáticos e no último capítulo são feitas considerações acerca dos objetivos, da análise e o que pudemos concluir com a pesquisa.

1. ALGUMAS PESQUISAS NACIONAIS SOBRE OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO EM LIVROS DIDÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL.

Este capítulo é destinado a compreender o cenário das pesquisas nacionais sobre os significados de fração em livros didáticos. Para isso buscamos em teses, dissertações e em revistas científicas, trabalhos que colaborem no delineamento da organização das pesquisas sobre a abordagem do conteúdo de frações em livros didáticos.

Lapa (2013) resolveu investigar os cinco significados de Fração no 7º ano do ensino fundamental da rede municipal de Aracaju-SE a partir do livro didático mais utilizado pelos professores de Matemática e dos registros nos cadernos do estudante buscando responder as seguintes questões específicas: “Se e como os cinco significados de fração são enfatizados nas atividades propostas pelo livro didático “A conquista da Matemática (GIOVANNI JÚNIOR e CASTRUCCI, 2009)” do 7º ano do ensino fundamental?” e “Se e como os cadernos de alunos do 7º ano da rede municipal de Aracaju-SE contemplam os cinco significados de fração?”. Para isso, Lapa (2013) baseou-se na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1996), nos trabalhos de Franchi (1999) e Vergnaud (2009) e nos cinco significados de fração segundo Nunes et al (2003).

Realizando uma pesquisa de natureza qualitativa ancorada na Análise de conteúdo de Bardin (2010), ela buscou indícios dos cinco significados de fração nos livros didáticos e nos cadernos de dois alunos de cada professor dos quinze professores de Matemática que atuavam no 7º ano do ensino fundamental no ano letivo de 2012.

Após essa pesquisa, Lapa (2013) observou que no livro didático adotado pelas escolas o significado mais enfatizado foi a fração como um operador multiplicativo, seguido pelo significado número, parte- todo e medida. Já em relação aos Cadernos dos alunos, percebeu-se que os professores enfatizavam mais o significado número. Além disso, Lapa (2013) pôde observar que o significado quociente não apareceu nem no livro didático nem nos cadernos dos alunos.

Marinho e Mandarino (2013) analisaram, com base no procedimento metodológico da análise de conteúdo proposta por Bardin (1977), os livros do 6º ano do Ensino Fundamental de dez coleções de livros didáticos aprovadas no Plano Nacional do

Livro Didático (PNLD) 2011 em busca de compreender como eram as abordagens utilizadas pelos autores para introduzirem o conteúdo de fração.

A análise foi dividida em duas partes denominadas: 1- pré-análise e 2- análise. A primeira consistia na separação do material, retirada de cópias, leituras, etc. A segunda era a análise propriamente dita. Os autores apresentaram alguns recursos didáticos que analisariam a presença e a forma como se dava essa presença em cada livro didático. Os recursos eram: Ilustração de Figuras Geométricas, ilustração de objetos do cotidiano, ilustração de uma coleção, desenhos associados à ideia de comprimento, abordagem histórica e material concreto. Além disso, com relação às atividades presentes nas obras analisadas, foi observado se tais atividades abordavam situações que exigiam a participação efetiva do aluno, aplicações que faziam referência a situações do cotidiano e aplicações em situações da própria Matemática.

Foi possível constatar, segundo Marinho e Mandarinho (2013), que apenas um livro fazia uso de todos os recursos didáticos em questão e de todas “estratégias” nos exercícios. Por outro lado, todos livros fizeram uso do recurso “ilustração de figuras geométricas” e, nos exercícios, de aplicações que faziam referência a situações do cotidiano e da própria Matemática.

Com relação aos significados investigados pelos autores em concordância com os PCN (BRASIL, 1998), a saber: Relação parte-todo; Quociente; Razão e Operador. Foi possível constatar, a partir da análise, que as abordagens utilizadas pelos autores para apresentação do conteúdo de fração eram feitas com base na relação parte-todo e estabelecia os outros três apenas com base em exemplos.

Souza (2013) realizou uma pesquisa com o objetivo de analisar as abordagens sobre os conceitos e significados de fração nos livros didáticos adotados pelas escolas da cidade de Itapororoca-PB. Segundo Souza (2013), a pesquisa pode ser categorizada como uma pesquisa exploratória documental e a metodologia utilizada foi a metodologia de análise de dados qualitativos.

Souza (2013) fundamentou sua análise nas propostas apresentadas por Van de Walle (2009), Toledo e Toledo (1997), PNLD e pelos PCN.

Os livros analisados foram os livros referentes ao 6º ano do Ensino Fundamental de três coleções, a saber: Coleção “Tudo é Matemática”, Coleção “Matemática” e

Coleção “Matemática e Realidade”. Ao final da pesquisa Souza (2013) pôde concluir que os livros apresentavam falhas nas questões analisadas, como por exemplo: fatos históricos pouco aprofundados, atividades pouco contextualizadas, etc.

Além disso, foi possível observar que todos os livros apresentaram a fração como relação parte-todo e apenas uma apresenta os outros significados de fração. Outro fato tido como conclusão foi a ideia pouco contextualizada de fração, em todos os livros predominavam algoritmos e cálculos na resolução das atividades. Ao final, Souza (2013) orienta que “... o professor deve buscar recursos didáticos que auxiliem na construção dos saberes matemáticos agindo de modo crítico e autônomo no processo de ensino e aprendizagem”. (p.13)

À luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, os autores Silva, Freire e Canova (2016) resolveram analisar os livros didáticos referentes ao 6º e 7º anos do Ensino Fundamental de duas coleções aprovadas no PNLD 2014 no que diz respeito ao conteúdo de fração. Na Teoria dos Campos Conceituais um conceito é construído com base num conjunto composto por três outros conjuntos que são definidos como: S- Conjunto das situações que dão sentido ao conceito. I- Conjunto dos Invariantes do Conceito e R- Conjunto das representações simbólicas do conceito. (SILVA, FREIRE E CANOVA, 2016).

Com relação ao conteúdo fração, os autores definem I como sendo a ordenação, equivalência, unidade de referência, densidade e procedimento de dupla contagem. R como sendo as representações pictóricas (imagens), relação de fração com número decimal, fração, número misto, porcentagem e a linguagem natural. Por fim, Silva, Freire e Canova (2016) definem S como sendo os significados presentes nos PCN, a saber: parte-todo, quociente, razão e operador.

Os significados investigados por Silva, Freire e Canova (2016) foram os mesmos apresentados nos PCN de Matemática. Foram selecionadas para análise 319 questões que envolviam o conteúdo fração. Os autores puderam perceber, com a análise, que, com relação aos significados de fração, parte-todo era o mais apresentado nas questões, em seguida aparecem os significados razão, operador e quociente por ordem de maior para menor apresentação.

Oliveira (2015) analisou como são desenvolvidos os significados das frações em duas coleções de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD (BRASIL, 2014), adotados em duas escolas na cidade de Fortaleza, Ceará. Objetivando responder a seguinte pergunta: “Como são desenvolvidas as frações em duas coleções de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD 2014?”.

Apoiando-se na teoria dos campos conceituais e investigações que classificam diferentes significados das frações quanto aos estudos que tratam de análise de livros didáticos, desenvolveu uma pesquisa documental, na qual o enfoque foi dado na análise de como os significados de fração são abordados nessas coleções. Foi desenvolvida uma grade de análise com categorias, as quais foram divididas em: Significado (parte-todo, quociente, razão, operador); Representação: (pictórica, relaciona fração com número decimal, fração, número misto, porcentagem, linguagem natural); Invariante: (ordenação, equivalência, unidade de referência, densidade e procedimento de dupla contagem) e Grandezas (contínuas ou discretas).

Mesmo as coleções analisadas tendo apresentado todos os significados, não estavam de maneira equivalente, na qual a situação mais abordada foi parte-todo. Já nos invariantes, o mais recorrente foi equivalência, a representação, fração, e a grandeza contínuas.

Observando os métodos utilizados e os resultados encontrados pelos pesquisadores aqui citados, percebemos a importância da continuação das pesquisas nesta área. Pesquisas estas que servem para diagnosticar as possíveis dificuldades e elaborar propostas para uma intervenção com objetivos de solucionar os problemas enfrentados por professores e alunos na utilização do livro didático como recurso didático no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Fração

Por outro lado, Carvalho (2014) afirma que, de acordo com a análise realizada, pode-se perceber que fração como número racional é o significado de fração com maior prioridade na coleção analisada enquanto o significado de fração como operador é o menos abordado.

De acordo com Alves e Martens (2011, p. 9373) “Os estudos mostram que os diferentes significados de frações são pouco explorados intencionalmente em sala de aula,

isso porque nem os livros didáticos abordam devidamente todos eles [...]”. Com isso, ele deve ser bem analisado antes da sua escolha para não afetar o processo de ensino-aprendizagem, tendo em vista, que um bom livro didático serve como facilitador deste processo.

Nesse sentido, ressaltamos a importância deste trabalho diante do cenário atual das pesquisas sobre números racionais e seus significados. Dando continuidade à investigação dos significados de fração presentes em livros didáticos em comparação com o proposto nos documentos oficiais para os respectivos anos do ensino fundamental.

Os PCN trazem que:

“Ao raciocinar sobre números racionais como naturais, os alunos acabam tendo que enfrentar vários obstáculos, tais como: diferentes representações de um mesmo número; multiplicação entre um número natural e um número racional; comparação entre maior e menor; sucessor; entre outros (BRASIL, 1997, p.67)”.

Em meio a esse cenário, consideramos importante comentar um pouco sobre o livro didático de Matemática e considerações com relação a sua importância, uso, problemas, etc. Além disso, é importante que tratemos também sobre a escolha do livro e as implicações dela.

2. O LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA E OS SIGNIFICADOS DE FRAÇÃO APRESENTADOS PELOS PCN

Neste capítulo faremos uma breve apresentação sobre a importância do livro didático no processo de ensino e aprendizagem de Matemática com base em alguns trabalhos, deixando também algumas observações sobre os cuidados que devemos tomar em relação a escolha de um livro didático e da sua adoção.

O livro didático é uma ferramenta muito útil na vida do professor e um auxiliador na aprendizagem do aluno, entretanto o professor deve saber usá-lo de forma adequada. Segundo Souza (1997-1998),

Se tornamos o papel do livro didático mesmo metaforicamente enquanto “arma”, parece-nos que o sucesso residiria em saber manipulá-la bem, parece que o sucesso residiria em manejá-la, manipulá-la bem. Caberia, assim, ao professor lidar com o livro didático e demonstrar que tem habilidade para realizar esta função (p. 266).

Pensando no livro didático como instrumento de reflexão e sua importância nesse contexto, Verceze e Silvinio (2008) trazem o seguinte pensamento:

Surge, assim, a importância do livro didático como instrumento de reflexão dessa situação particular, atendendo à dupla exigência: de um lado, os procedimentos, as informações e os conceitos propostos nos manuais; de outro lado, os procedimentos, as informações e conceitos que devem ser apropriados à situação didático-pedagógica a que se destinam. (VERCEZE e SILVINO, 2008, p. 85)

Ainda nessa mesma concepção, Santos (2016) afirma, que

O professor tem a tarefa de acabar com o distanciamento da realidade existente no corpo dos livros didáticos e redirecioná-lo ao cotidiano do aluno, visto que alguns meios de informação como a internet, revistas, etc, ainda “não” perfazem uma boa parcela da população, ou seja, ainda “não” tem acesso a esses meios de comunicação. (SANTOS, 2016, p. 2)

A escolha do livro didático reflete diretamente tanto na prática do professor quanto na aprendizagem do aluno que disponibiliza apenas de tal recurso. Ter o livro didático como fonte soberana do saber/conhecimento é um erro cometido por muitos alunos e também por professores.

A análise do livro didático pelo professor é importante não só para ele, mas também para o aluno, ou seja, quando um professor encontra um erro, uma resposta errada ou algo que possa trazer malefícios à aprendizagem do aluno, é importante que ele avise

aos alunos, para que estes fiquem cientes de tal problema e, além disso, quebrem o paradigma de que o livro didático está sempre correto.

Além disso, podemos destacar um trecho bastante importante que é explicitado no PLND (BRASIL, 2013), e que, sobretudo o item (i), nos ajuda na argumentação sobre o problema presente na priorização de um dos significados de fração dispostos nos PCN em detrimento dos outros.

Além disso, qualquer que seja sua opção metodológica, o livro didático deve atender a dois requisitos: (i) não privilegiar, entre as habilidades e competências que deve mobilizar e desenvolver, uma única, visto que raciocínio, cálculo mental, interpretação e expressão em Matemática envolvem necessariamente várias delas; (ii) ser coerente com os preceitos e com os objetivos que afirma adotar. (BRASIL, 2013, p. 17)

Antes da análise da coleção, os professores devem saber qual a realidade da escola e do aluno, para que a mesma se adeque às necessidades de ambos e que venha para facilitar o processo de ensino e aprendizagem. É preciso também que o professor leia algum documento oficial que oriente a sua escolha. Para orientar a escolha de um livro o professor conta com o (PNLD). Além disso, o professor conta com o PNLD digital, uma ferramenta que disponibiliza, pela internet, a análise de cada livro aprovado.

Nesse sentido, consideramos importante falar sobre quais são esses significados de fração e o ensino de tal conteúdo. Para darmos embasamento aos significados utilizaremos a Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud e os significados de fração trazidos pelos PCN.

Iniciamos destacando que os Parâmetros curriculares nacionais apresentam quatro significados para as frações e apresentam situações que exemplificam bem esses significados. São eles: parte-todo, quociente, razão e operador. A seguir trazemos as respectivas definições e exemplos.

- Fração como uma relação **parte-todo**.

Este significado “[...] se apresenta quando um todo (unidade) se divide em partes equivalentes. A fração, por exemplo, indica a relação que existe entre um número de partes e o total de partes, é o caso das tradicionais divisões de uma figura geométrica em partes iguais (BRASIL, 1998, p. 102)”.

Além disso, os PCN enfatizam que “A interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo

(grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas (BRASIL, 1998, p. 102).”

- Fração como um **quociente**.

Nesse significado podemos entender fração como o quociente entre dois inteiros, isto é:

$$\text{Se } b \neq 0, a : b = \frac{a}{b}.$$

Como exposto nos PCN, este significado se diferencia do significado parte-todo, pois “[...] dividir uma unidade em 3 partes e tomar 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 unidades em 3 partes iguais. No entanto, nos dois casos, o resultado é dado pelo mesmo número: $\frac{2}{3}$.” (BRASIL, 1998, p. 102)

- Fração como uma **razão**.

Um significado diferente dos anteriores e também evidenciado pelos PCN é a fração como razão. Em tal significado a fração é usada

“[...] como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando se lida com situações do tipo: 2 de cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes e se conclui que $\frac{2}{3}$ da população da cidade é de imigrantes.” (BRASIL, 1998, p. 102)

Outras situações inclusas nesse significado são as de cálculo de porcentagem, escalas e probabilidades. Como por exemplo: a chance de retirarmos uma bola verde de uma caixa que contém 5 bolas verdes, 3 azuis e 6 pretas é igual a $\frac{5}{14}$, assim como a chance de retirar uma bola azul é de $\frac{3}{14}$.

- Fração como um **operador**.

O último, mas não menos importante, significado apresentado pelos PCN é a fração como um operador que surge em situações onde a fração atua como transformador por exemplo: situações do tipo “qual número devo multiplicar por 4 para obter 7?” (BRASIL, 1998, p.102-103)”.

3. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E AS FRAÇÕES.

Cabe destacar que os significados encontrados nos PCN são resultados das pesquisas desenvolvidas a partir da Teoria dos Campos Conceituais. Antes de demonstrarmos como a teoria concebe o campo conceitual das frações vamos observar a seguir alguns elementos da teoria que são base para compreendermos a ideia de campo conceitual.

Gérard Vergnaud construiu uma teoria chamada de Teoria dos Campos Conceituais. Esta teoria possibilita compreender como uma criança, por exemplo, pode adquirir/construir o conhecimento matemático.

Segundo Vergnaud,

O conhecimento consiste ao mesmo tempo de significados e de significantes: ele não é formado somente de símbolos, mas também de conceitos e de noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e a atividade do sujeito nesse mundo material. (VERGNAUD, 2000, p. 19)

Campo conceitual é definido por Vergnaud como um conjunto de problemas e situações cujo tratamento requer conceitos/significados, procedimentos e representações de diferentes tipos, mas que estão fortemente relacionados entre si. (VERGNAUD, 1983) Além disso, Vergnaud alega que “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pelo seu ensino e sua aprendizagem” (VERGNAUD, 1991 *apud* SILVA, 2015, p.15)

Moreira (2002) afirma que os conceitos-chave da teoria de Vergnaud vão além da própria definição de campo conceitual, admitindo também os conceitos de situação e invariante operatório e significado.

Vergnaud define um conceito como uma tripla de conjuntos de modo que

$$C = \{S, I, R\}.$$

Na qual S é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito, I é o conjunto de invariantes (objetos, propriedade e relações) sobre os quais está definida a operacionalidade do conceito. Este conjunto também pode ser descrito como o conjunto dos invariantes operatórios associados ao conceito ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para a análise e domínio das situações

contidas no primeiro conjunto. Por fim, o conjunto R é definido como o conjunto das representações simbólicas (linguagem natural, gráficos, diagramas, sentenças, etc.). (VERGNAUD *apud* MOREIRA, 2002, p. 10)

Vergnaud (1993) considera as frações como parte integrante do campo conceitual das estruturas multiplicativas, campo este que tal autor define como sendo

o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, razão escalar direta e inversa, quociente e produto de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1993, p. 10)

Com relação ao ensino de fração e a teoria dos campos conceituais, destacamos, para a utilização neste trabalho, a delimitação do campo conceitual das frações feito por Silva, Freire e Canova (2016) no quadro abaixo:

Quadro 1- Delimitação do Campo Conceitual das Frações

Significado: parte-todo, quociente, razão, operador.
Representação: pictórica, relaciona fração com número decimal, fração, número misto, porcentagem, linguagem natural.
Invariante: ordenação, equivalência, unidade de referência, densidade e procedimento de dupla contagem.

Fonte: (SILVA, FREIRE e CANOVA, 2016, p. 4)

A importância desses 3 conjuntos na construção de um conceito é clara, todavia Magina, et. al. (2001) evidenciam que

Em geral, pesquisadores e professores têm dificuldade em entender que a compreensão de um conceito, por mais simples que seja, não emerge apenas de um tipo de situação, assim como uma simples situação sempre envolve mais que um único conceito. (MAGINA et. al., 2001, p. 7)

O conjunto S , composto pelas situações que dão sentido/significado ao conceito é importante na construção deste tendo em vista as diversas situações que um mesmo conceito pode fazer parte. O conceito de função quadrática, por exemplo, tem seu papel na Matemática, na Física, etc. O gráfico de tal função tem relação com as curvas cônicas, assim como pode representar a trajetória de um corpo lançado obliquamente, etc. Isto

significa que um mesmo conceito pode ter, além de diferentes significados, diferentes representações.

A frase “Qual número natural que ao ser elevado ao quadrado e somado ao seu quádruplo resulta em 14?” pode ser representada como o conjunto solução, em \mathbb{N} , da seguinte equação $x^2 + 5x = 14$. Ou seja, ambas as situações são representadas pela mesma coisa, mas com “roupagem” diferente. A construção e o entendimento das diferentes representações e significados de um conceito estão intimamente relacionadas e agem mutuamente na construção deste.

Observe que, além disso, Vergnaud (1993) apresenta em sua teoria outro conjunto (I), composto pelos invariantes operatórios, que também está intimamente relacionado com os conjuntos S e R e que, agregado a estes últimos, são capazes de oferecer, ao aluno, subsídios para a construção de um conceito.

Como exemplo, dentro do nosso tema, mais especificamente no significado parte-todo, podemos elencar: a identificação do todo, das partes e o procedimento de dupla contagem como invariantes operatórios atrelados a tal significado. Além disso, a passagem de um número na forma fracionária para a forma decimal, por exemplo, tem o invariante como sendo o cálculo da divisão. Mostrando, mais uma vez, a inter-relação entre os conjuntos S, I e R.

Para este trabalho, utilizaremos apenas o conjunto dos significados composto pelos quatro significados apresentados também pelos PCN. Para uma melhor compreensão de tais significados e de como estes se relacionam entre si, consideramos importante a apresentação de alguns exemplos sobre tais significados e para isso nos apoiamos no trabalho de Canova (2006).

O significado parte-todo, como evidenciam os PCN e Canova (2006), é caracterizado pela divisão de um todo, seja contínuo ou discreto¹, é dividido em uma quantidade n de partes e cada parte representa $1/n$ do total (todo). Canova (2006) evidencia o procedimento de dupla contagem como parte integrante de tal significado e,

¹ Segundo Canova (2006) uma quantidade é considerada contínua quando esta não perde suas características ao ser dividida em uma quantidade qualquer de partes, por exemplo: não importa em quantas partes eu divida um pudim, este ainda continuará sendo um pudim. Por outro lado, uma quantidade é considerada discreta quando perde suas características ao ser dividida, por exemplo: a divisão de uma flor faz com que ela deixe de ser uma flor.

portanto, consideramos tal procedimento como um invariante operatório intrínseco a este significado. Isto significa que, ao identificar o todo e em quantas partes este foi dividido (1ª contagem, denominador) e quantas partes são “úteis” (2ª contagem, numerador), já é possível se chegar à resposta correta. Observe, contudo, que não importa qual parte seja contada primeiro, desde que esteja claro o que esta representa.

Um exemplo apresentado por Canova (2016) que explora, além do significado parte-todo, o contexto discreto sem representação pictórica é o seguinte: “Numa loja de brinquedos havia 3 bonecas iguais. Maria comprou duas dessas bonecas para presentear suas sobrinhas. Que fração representa as bonecas que Maria comprou em relação ao total de bonecas na loja?” (p. 44)

Para resolver tal problema é suficiente que o sujeito entenda que o todo (total de bonecas na loja) foi dividido em três partes iguais (pois havia 3 bonecas na loja) e, dessas, 2 foram compradas por Maria. Ou seja, Maria comprou $\frac{2}{3}$ das bonecas da loja. (Canova, 2006)

Com relação ao significado quociente Canova (2006) descreve que este “está presente em situações em que está envolvida a ideia de divisão” (p. 44) e apresenta como exemplo a seguinte situação: “Foram divididas igualmente 8 bolas de futebol de mesmo tamanho para 4 crianças. Quantas bolas de futebol cada criança ganhará? Que fração representa essa divisão?” (p. 45)

Observe que nessa situação a divisão é algo bastante sensato a ser usado em conjunto com um tipo de fração – fração aparente – evidenciado também por Souza e Pataro (2015), que é uma fração que representa um número inteiro. Nesse sentido, já é possível perceber que cada criança recebe 2 bolas, pois $\frac{8}{4} = 2$.

No que diz respeito ao significado operador, Canova (2006) associa esse significado ao termo transformação, assim como ratificam os PCN. Observe o seguinte exemplo: “Um estojo contém 40 lápis coloridos. Marina deu $\frac{3}{4}$ dos lápis para sua amiga. Quantos lápis Marina deu?” (p. 48). Nessa perspectiva, faz-se necessário que o aluno entenda a fração $\frac{3}{4}$ como uma fração transformadora do valor inicial, no caso 40. Ou seja, o aluno deve entender que a fração significa que ele irá calcular a quarta parte do triplo de 40 ou o triplo da quarta parte de 40.

Podemos, então, descrever as etapas da realização da pesquisa agora que já definimos tudo que diz respeito à fundamentação teórica. Tal descrição será feita no capítulo a seguir.

4. METODOLOGIA

Podemos classificar esta pesquisa como sendo uma pesquisa de natureza qualitativa. Pois segundo Silveira e Córdova (2009, p. 31), “A pesquisa qualitativa não se preocupa com representatividade numérica, mas, sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.”. Partindo desse pressuposto, concordamos que esta pesquisa se enquadra nessa categoria em virtude de estarmos interessados em pesquisar a abordagem do conteúdo fração em uma coleção de livros didáticos, fazendo relação desta com os documentos oficiais, etc.

Além disso, podemos classificar a pesquisa quanto aos seus objetivos. Nesse sentido, classificamos esta pesquisa como sendo uma pesquisa exploratória em virtude de que tais tipos de pesquisa “[...] têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses.” (GIL, 2002, p. 41)

Ainda segundo Gil (2002), “Embora o planejamento da pesquisa exploratória seja bastante flexível, na maioria dos casos assume a forma de pesquisa bibliográfica ou de estudo de caso [...]” (p. 41) Em concordância a essa afirmação, afirmamos que nossa pesquisa pode ser classificada também como pesquisa bibliográfica em virtude de que uma pesquisa desse tipo “[...] é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2002, p. 44) e nossa pesquisa está baseada na análise de uma coleção de livros didáticos e na apresentação de alguns resultados presentes em artigos científicos.

Para realização dessa pesquisa foi necessário fazer a escolha da coleção de livros didáticos a ser analisada. A coleção escolhida foi a coleção “VONTADE DE SABER” dos autores Joamir Souza e Patrícia Morena Pataro (2015). A escolha da coleção se deu pelo fato de que o livro foi recentemente aprovado no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2017 e será utilizada durante três anos (a saber: 2017, 2018 e 2019) até que uma nova coleção possa ser adotada. Ademais, tal coleção é utilizada por todas as escolas municipais da cidade de Surubim-PE, cidade onde desempenhamos o papel de docente.

Após a análise da abordagem dos significados de fração presentes na coleção, foi feita uma comparação do que foi encontrado em tais livros didáticos com o que é proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Diante do tipo de pesquisa, da Teoria dos Campos Conceituais e dos documentos oficiais, a pesquisa executou-se da seguinte maneira no capítulo destinado a análise:

- Apresentação geral sobre a estrutura da obra.
- Delimitação do(s) capítulo(s) que tratam sobre fração nos respectivos livros da coleção.
- Investigação sobre os significados de frações presentes nos livros.
- Comparação dos dados obtidos na etapa anterior com as orientações dos PCN.
- Apresentação dos resultados da comparação realizada.

5. ANÁLISE DA COLEÇÃO VONTADE DE SABER

Como falado anteriormente, a coleção VONTADE DE SABER é de autoria de Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro (2015) e foi aprovada no PNLD (BRASIL, 2017), além disso, a coleção é adotada por todas as escolas municipais cidade de Surubim. A coleção é dividida em quatro volumes, a saber: 6º ano, 7º ano, 8º ano e 9º ano. Falaremos um pouco sobre a estrutura geral da obra e, separadamente, sobre os conteúdos abordados em cada capítulo de cada um dos volumes e explicitaremos os delimitados para a pesquisa.

Cada livro da coleção possui, logo no início, uma seção intitulada “Conheça o seu livro”. Nela podem ser encontradas informações sobre cada uma das demais seções do livro.

No início de cada capítulo, a abertura é feita com base em um problema, aplicação, curiosidade, etc. do assunto que será tratado durante todo o capítulo. Além disso, são apresentadas algumas questões que podem despertar a curiosidade nos alunos e que, muitas vezes, podem ser respondidas com os conhecimentos prévios que os alunos possuem em conjunto com conteúdo de tal seção.

Há também a seção “Atividades” onde são apresentadas atividades diversificadas que têm objetivo de desenvolver as ideias estudadas ao longo do capítulo. Ao longo do capítulo há algumas notas de que apresentam sugestões de sites onde podem ser obtidas mais informações sobre os assuntos que estão sendo tratados.

Outra seção presente nos livros da coleção é a “Refletindo sobre o capítulo” que é encontrada ao final dos capítulos e retomam o conteúdo do respectivo capítulo e traz questões sobre tal conteúdo. Paralelamente, é trazida a seção “Revisão” que apresenta atividades sobre os conceitos desenvolvidos em todo o capítulo e tem como objetivo, como o próprio nome já diz, revisar o conteúdo estudado.

A seção “ENEM e OBMEP” apresenta problemas retirados do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) que podem ser resolvidos com base nos conteúdos de cada capítulo. Outra

seção presente na coleção é a “Ser consciente”, na qual podem ser estudados temas referentes a educação fiscal, sustentabilidade e ética e que envolvem a Matemática.

Além das citadas, há a seção “Cálculo mental” onde são apresentadas atividades que desenvolvem procedimentos de cálculo mental. A seção “Calculadora” apresenta algumas atividades que exploram procedimentos para o uso, como o nome sugere, da calculadora.

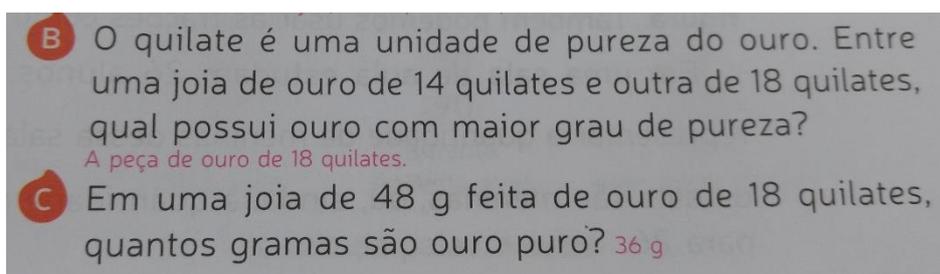
Por fim, há as seções “Contexto”, “Desafio”, “Resolvendo problemas”, “Acessando tecnologias” e “Ampliando seus conhecimentos”. Em que são trazidas atividades que relacionam a Matemática com outras disciplinas ou com situações do dia a dia. Atividades que possuem um caráter mais desafiador e que estimulam criações de estratégias próprias para a resolução, exemplos e atividades que complementam o que foi estudado com base em programas de computador e sugestões de livros e sites para que possam ser aprofundados os conteúdos estudados nos capítulos.

5.1. Livro do 6º ano

O livro do 6º ano está dividido em 12 capítulos. O capítulo 1 trata sobre formas geométricas espaciais, o cap. 2 sobre os sistemas de numeração, o cap. 3 sobre operações com números naturais, o cap. 4 sobre potências e raízes, o cap. 5 sobre múltiplos e divisores, o cap. 6 sobre frações, o cap. 7 sobre ângulos e retas, o cap. 8 sobre polígonos, formas circulares e simetria, o cap. 9 sobre números decimais, o cap. 10 sobre medidas de comprimento, de massa e de tempo, o cap. 11 sobre medidas de superfície e o cap. 12 sobre tratamento da informação.

O capítulo 6 – sobre frações – tem início com um texto sobre o ouro e sua relação com o conteúdo fração. Nessa seção o aluno pode entender o que significa a expressão “ouro 18 quilates”, por exemplo. Os autores afirmam que “O quilate indica a quantidade de partes de ouro contida em 24 partes da liga.” (SOUZA E PATARO, 2015, p. 127). Iniciando, portanto, com o significado razão. Antes de abordar o conteúdo propriamente dito, o exemplo fornecido nessa seção já trata do significado razão e ele surge de maneira “natural” sem nenhuma justificativa para tal uso. Na mesma seção, há, ao final, um problema que explora a utilização do que foi apresentado antes, como pode ser visto na figura abaixo:

Figura 1- Exercício presente no livro analisado.



Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

Agora o capítulo sobre frações é “efetivamente” iniciado. A abordagem inicial é feita com recursos da história da Matemática, mas sem nenhum recurso pictórico ou mais aprofundado, entretanto há uma atividade – e uma orientação ao professor para frisá-la ao aluno – mais à frente no capítulo, mais especificamente na seção “Contexto”.

A abordagem inicial do conceito de fração é feita com base no significado parte-todo. Nesse ponto também são definidos os termos “numerador” e “denominador” e são apresentados alguns exemplos para fixação, como pode ser visto na figura a seguir.

Figura 2- Abordagem inicial do conteúdo de fração no livro do 6º ano

As ideias de fração

Os primeiros usos das ideias de fração foram registrados no Egito, há cerca de 3000 anos, com o objetivo de auxiliar na realização de medições, como na demarcação das propriedades às margens do rio Nilo. Diga aos alunos que na atividade 65 da página 146 há mais informações sobre o uso das frações no Egito.

As frações são utilizadas em diversas situações do dia a dia. Veja uma delas.

Para recortar um pedaço de papel em 6 partes iguais Heloísa fez algumas marcações com caneta.



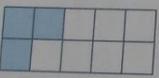
Inicialmente, ela vai utilizar 2 partes do pedaço de papel. Note que a figura está dividida em 6 partes iguais e Heloísa vai utilizar 2 delas. Considerando o pedaço de papel como um inteiro, podemos representar as 2 partes que Heloísa vai utilizar pela seguinte **fração**:

$$\frac{2}{6} \leftarrow \begin{array}{l} \text{partes a serem utilizadas} \\ \text{quantidade de partes iguais em que o papel foi dividido} \end{array}$$

Nessa fração, o número 2 é chamado **numerador**, e o 6, **denominador**.
Veja a fração que representa a parte em azul de cada uma das figuras.

A  $\frac{2}{3}$ \leftarrow numerador
 \leftarrow denominador
Neste caso, foram consideradas 2 partes de um total de 3.

C  $\frac{4}{4}$ \leftarrow numerador
 \leftarrow denominador
Neste caso, foram consideradas 4 partes de um total de 4, ou seja, foi considerada toda a figura.

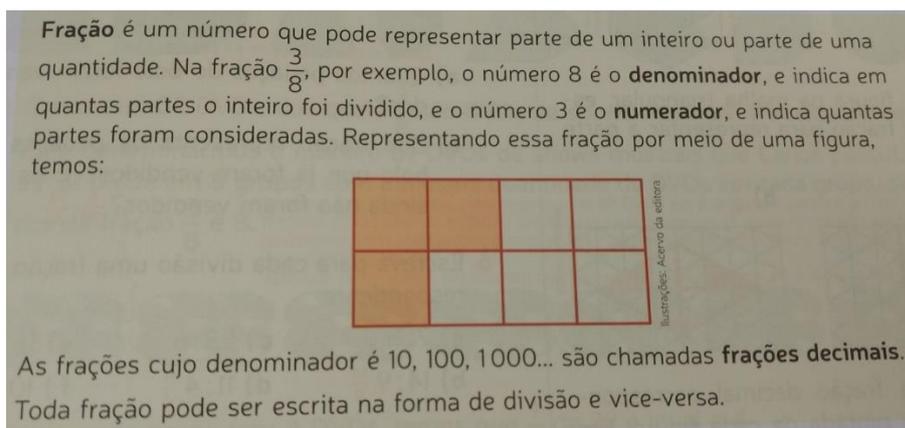
B  $\frac{3}{10}$ \leftarrow numerador
 \leftarrow denominador
Neste caso, foram consideradas 3 partes de um total de 10.

Ilustrações: Acervo da editora

Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015)

Os autores frisam que a abordagem inicial é feita com relação de fração como “parte de uma figura”. Logo em seguida os autores trazem que as frações também podem ser usadas como uma razão ou um quociente de uma divisão. As abordagens desses significados são feitas apenas com base em exemplos (um exemplo de cada) como se os exemplos fossem suficientes para a construção do conceito. Ao falar sobre o significado quociente os autores dão ênfase à fração como divisão e, após disso definem fração da seguinte maneira:

Figura 3- Definição de fração presente no livro do 6º ano.

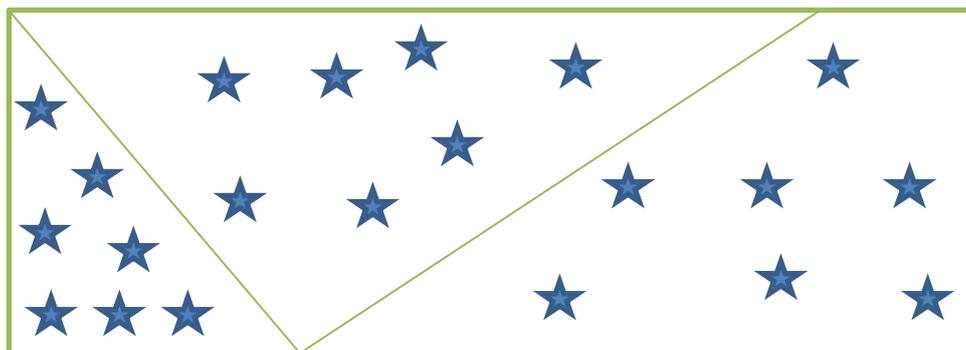


Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

A partir daí são apresentados alguns exemplos sobre leituras de frações e logo após tem início a seção de exercícios, em que são abordados diversos problemas envolvendo os 4 significados de fração que estamos tomando como base para a análise tanto no contexto discreto como no contínuo.

A utilização da diferenciação entre os contextos contínuo e discreto é bastante importante. Observe a situação abaixo:

Quadro 2- Diferenciação entre os contextos contínuos e discreto no âmbito de frações. (Significado razão)



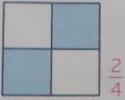
Fonte: O autor. (2017)

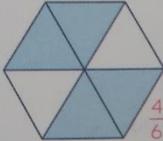
Observe que os dois segmentos de reta desenhados dividem o retângulo em três partes. Note que em cada uma das partes, podem ser encontradas 7 estrelas. Então, do ponto de vista discreto, temos que cada uma das partes em que o retângulo é dividido representa um terço ($\frac{1}{3}$) do número total de estrelas, todavia, do ponto de vista contínuo, as retas não dividem o retângulo em partes de mesma área e, portanto, cada uma das partes não representa um terço da área do retângulo, embora representem um terço da quantidade de estrelas da figura.

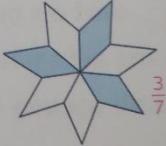
Predominante nos exercícios encontramos o significado parte-todo no contexto contínuo, sobretudo com a representação pictórica e com o uso do procedimento de dupla contagem. Isto é: Imagem → Fração. A relação tida como inversa também está presente no texto, ou seja: Dada a fração, espera-se que o estudante consiga representá-la na forma pictórica ou escolher a forma dentre as apresentadas no problema. Como nas figuras a seguir:

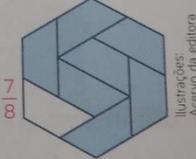
Figura 4- Exercícios presentes no livro envolvendo a relação parte-todo.

1. Escreva a fração que representa a parte pintada de cada figura.

a)  $\frac{2}{4}$

b)  $\frac{4}{6}$

c)  $\frac{3}{7}$

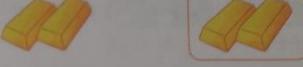
d)  $\frac{7}{8}$

Ilustrações: Acervo da editora

15. Nas páginas 126 e 127 estudamos algumas informações sobre o ouro. No Brasil, durante o chamado "ciclo do ouro", no século XVIII, todo ouro extraído em solo brasileiro era taxado pelo imposto conhecido como "quinto", ou seja, um quinto do ouro deveria ser destinado à Coroa Portuguesa.

a) Identifique, entre os itens a seguir, aquele em que a parte do ouro em destaque representa o quinto cobrado pela Coroa Portuguesa. III

I)  III) 

II)  IV) 

b) Considere que em certo garimpo brasileiro, no século XVIII, foram encontradas 800 g de ouro em determinada semana. Desse total, quantos gramas de ouro deveriam ser destinados à Coroa Portuguesa? 160 g

Ilustrações: Wladimir Neto

Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

Com relação ao significado da razão, encontramos o seguinte exercício proposto:

Figura 5- Exercício presente no livro envolvendo o significado razão.

16. Cerca de $\frac{3}{4}$ da massa do corpo humano são constituídos por água. Verifique a possibilidade de trazer uma balança à sala de aula para que os alunos possam resolver os itens b e c desta atividade ou, então, estabeleça para todos uma única massa.

a) Quantos quilogramas de água tem, em média, uma pessoa de 64 kg? 48 kg

b) Com o auxílio de uma balança, verifique quantos quilogramas você tem. Resposta pessoal.

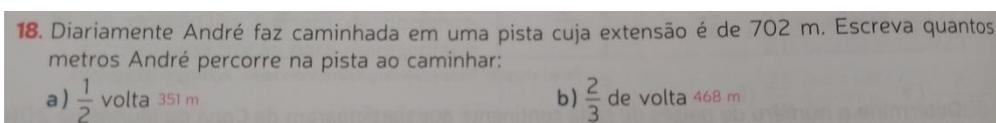
c) De sua massa, quantos quilogramas correspondem à água? Resposta pessoal.

Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

Nele podemos perceber a razão entre a massa de uma pessoa e massa referente à água, ou seja, que a cada 4kg de uma pessoa, 3kg são de água. E a partir disso, os estudantes precisam calcular a massa de água presente no corpo de uma pessoa de determinada massa.

Um significado não explorado a longo do capítulo e que aparece nos exercícios é a fração como operador, ou seja, ações de reduzir a um quarto, ou em situações como “qual número devo multiplicar por 4 para obter 3?”. Esse significado pôde ser observado no exercício a seguir:

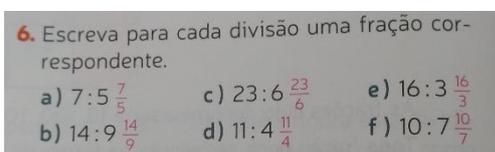
Figura 6- Exercício presente no livro envolvendo o significado operador.



Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

O significado quociente é pouco explorado nos exercícios, destacamos sua abordagem no recorte a seguir:

Figura 7- Exercício presente no livro envolvendo o significado quociente.



Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

De modo geral, o significado parte-todo é o significado explorado tanto no texto do capítulo quanto nos exercícios. Embora o significado Operador não esteja presente no texto do capítulo, ele aparece nos exercícios e não há nenhum exemplo/exercício resolvido com esse significado. Os outros dois aparecem, assim como o significado parte-todo, no corpo do capítulo e nos exercícios. Ambos são apresentados apenas com base em um exemplo e não são mais mencionados até as respectivas aparições nos exercícios.

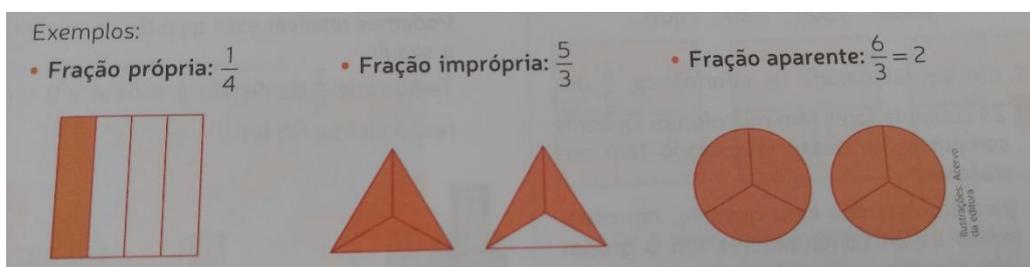
5.2. Livro do 7º ano

O livro do 7º ano da coleção está dividido em 12 capítulos. O capítulo 1 trata sobre frações, o 2 sobre números decimais, o 3 sobre formas geométricas espaciais, o 4 sobre números positivos e negativos, o 5 sobre tratamento da informação, o 6 sobre expressões algébricas, fórmulas e equações, o 7 sobre grandezas e medidas de temperatura, de energia e de capacidade, o 8 sobre ângulos, o 9 sobre polígonos, o 10 sobre proporcionalidade, o 11 sobre transformações de figuras (simetria, ampliação, redução) e o 12 sobre medidas de volume. O capítulo delimitado para a pesquisa foi o capítulo 1, intitulado: “Frações”.

Assim como no livro do sexto ano, o capítulo é iniciado com uma situação que envolve o conceito de fração. Nesse livro o tema é a água. A primeira questão trazida após o texto sobre o tema explora a fração como significado de razão e a segunda trata sobre a ordenação de frações.

Assim como no livro do sexto ano, o conteúdo de fração tem início com uma situação que envolve a fração com o significado parte-todo. Na verdade, os autores utilizam o termo “parte de uma figura” (SOUZA e PATARO, 2015, p. 14). Os significados razão e quociente entre dois inteiros são apresentados, mais uma vez, apenas com base em exemplos. Após isso são apresentadas as definições de frações próprias, impróprias e aparentes. Os exemplos apresentados para essas definições são feitos com base nos exemplos encontrados na figura a seguir:

Figura 8- Utilização do significado parte-todo (parte de figura) para exemplificação na classificação das frações apresentadas pelos autores.

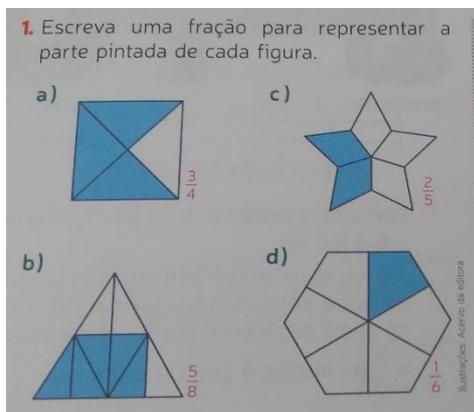


Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

Além disso, no texto do capítulo, é explicitado apenas sobre a leitura de frações e já é dado início à seção atividades. Embora o significado operador não seja apresentado

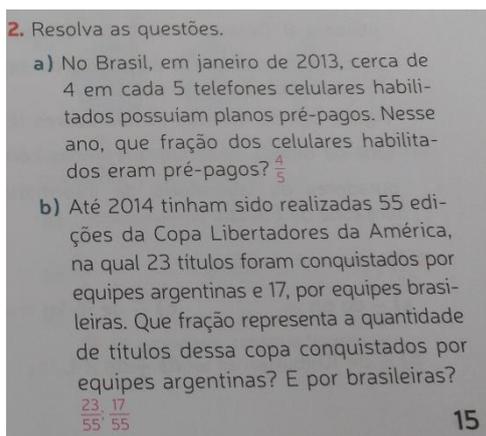
ao longo do capítulo, ele está presente nos exercícios. Nas figuras abaixo podemos ver exemplos das aparições dos quatro significados presentes nos exercícios.

Figura 9- Exercício presente no livro envolvendo o significado parte-todo.



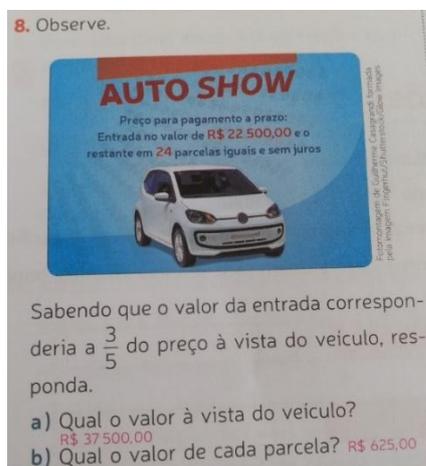
Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

Figura 10- Exercício presente no livro envolvendo o significado razão.



Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

Figura 11- Exercício presente no livro envolvendo o significado quociente.



Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

Figura 12- Exercício presente no livro envolvendo o significado operador.

5. Calcule.

a) $\frac{1}{3}$ de 6h 2h c) $\frac{5}{8}$ de 16 kg 10 kg

b) $\frac{2}{5}$ de 10 m 4 m d) $\frac{3}{4}$ de 2 L 1,5 L

Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

5.3 Livro do 8º ano

O livro do 8º ano também está dividido em 12 capítulos. O primeiro capítulo trata sobre ângulos, o segundo trata sobre potências e raízes, o terceiro trata sobre conjuntos numéricos, o quarto trata sobre o plano cartesiano, o quinto trata sobre polinômios, produtos notáveis e fatoração, o sexto trata sobre polígonos, o sétimo trata sobre equações, sistemas de equações e inequações, o oitavo trata sobre regra de três, o nono é sobre tratamento da informação, o décimo trata sobre triângulos, o décimo primeiro trata sobre quadriláteros e formas circulares e, por último, o décimo segundo é sobre medidas de superfície. Nesse livro, escolhemos o capítulo 3 para a análise, mais especificamente a seção que trata sobre o conjunto dos números racionais.

A abordagem trazida sobre o conjunto dos números racionais é bem curta e é apresentada em uma página e meia de “conteúdo” e uma página e meia de exercícios. Os autores iniciam a abordagem com base numa situação que envolve a fração como um quociente e justifica a apresentação de tal exemplo como sendo uma divisão entre dois inteiros que não tem como quociente outro número inteiro.

Os autores afirmam que o conjunto dos números racionais é composto pelos números que são obtidos a partir da divisão entre dois inteiros (SOUZA E PATARO, 2015, p. 61) e enfatizam a representação decimal e a representação fracionária de tais números. Os autores apresentam uma nota ao longo do texto onde é tratado sobre dízimas periódicas e sua representação. Os autores, após isso, definem novamente o conjunto dos números racionais e, nesse momento, enfatizam que o divisor precisa, necessariamente, ser diferente de zero. Observe:

Figura 13- Definição de número racional dada pelos autores.

Assim, os números racionais são aqueles que podem ser representados na forma $\frac{a}{b}$, sendo a e b números inteiros, com $b \neq 0$.

Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

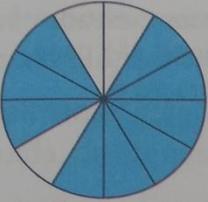
Souza e Pataro (2015) também enfatizam que todo número inteiro pode ser representado por uma fração, justificando assim, a inclusão $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ e também relacionam números racionais com pontos em uma reta numérica. Por fim são apresentadas algumas propriedades dos números racionais.

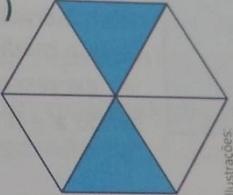
Nos exercícios foi possível observar apenas os significados parte-todo e quociente, fazendo sempre relação com as representações fracionárias e decimais dos números racionais. Como pode ser visto na figura que segue:

Figura 14- Exercícios envolvendo os significados parte-todo(26) e quociente(27) apresentados no capítulo que trata sobre conjuntos numéricos.

26. Para cada imagem, escreva a fração e o número decimal que a parte pintada representa em relação ao todo.

Cada figura está dividida em partes iguais.

I)  $\frac{9}{12}; 0,75$

II)  $\frac{2}{6}; 0,333\dots$ ou $0,\bar{3}$

27. Escreva as frações na forma de números decimais.

a) $\frac{19}{4}$ 4,75 b) $\frac{1}{8}$ 0,125 c) $\frac{4}{3}$ 1,333... ou $1,\bar{3}$ d) $\frac{17}{8}$ 2,125

Ilustrações:
Acervo da editora

Fonte: SOUZA E PATARO (2015).

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos as considerações finais destacando o objetivo do trabalho que acreditamos ter cumprido: Identificar os diferentes significados do conteúdo fração numa coleção de livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental adotada no município de Surubim-PE.

Para que pudéssemos alcançar o objetivo supracitado, tivemos suporte em quatro objetivos específicos. O primeiro: compreender o cenário das pesquisas nacionais em relação ao conteúdo fração, nos permitiu construir um panorama sobre as pesquisas nessa área e pudemos perceber que a abordagem dos significados do conteúdo fração vem sendo objeto de estudo de diversos pesquisadores e, além disso, pudemos notar que os livros didáticos, geralmente, trazem a abordagem do conteúdo fração com base em um dos seus diferentes significados, sobretudo os significados parte-todo, razão e quociente e, quando apresentam os outros, fazem isso, em grande parte dos casos, com base em exemplos.

O segundo: caracterizar a importância do livro didático de Matemática no processo de ensino e aprendizagem serviu para que pudéssemos estabelecer, com base em diferentes estudos, a importância de tal recursos, mas, além disso, fizemos considerações acerca da utilização apenas do livro (ou de apenas um) como recurso didático em aulas de Matemática. Enfatizamos, também, o procedimento de análise crítica, a ser realizada pelo professor, do livro didático a ser utilizado.

O terceiro: apresentar as orientações feitas pelos documentos curriculares normativos para o ensino de fração e seus diferentes significados, nos serviu para que delimitássemos quais seriam os diferentes significados de fração que consideraríamos nesse trabalho e, além disso, para que pudéssemos obter orientações acerca da abordagem e dos objetivos a serem atingidos no que diz respeito ao conteúdo fração nos anos finais do ensino fundamental.

Por último, o alcance do quarto objetivo específico, e conjunto com os outros, pudemos ter ainda mais subsídios para o alcance do objetivo geral dessa pesquisa, pois este está intimamente relacionado com o quarto objetivo.

Observamos na análise dos livros que, de modo geral, os livros apresentam os significados de fração dispostos nos PCN. Ressaltamos, entretanto, que a apresentação nem sempre é feita no texto do capítulo e explícita, isto é, a apresentação do significado operador no livro do 6º ano, por exemplo, só é feita nos exercícios e não há nada que indique ao aluno que o exercício trata de um significado diferente dos apresentados no texto do capítulo.

REFERÊNCIAS

- ALVES, D. R. S. MARTENS, A. S. **Desafios para a construção do conhecimento de frações nas séries intermediárias do ensino fundamental.** X Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. I Seminário Internacional de Representações Sociais, Subjetividade e Educação – SIRSSE. PUC-PR, Curitiba, 2011.
- BIEHL, J. V. BAYER, A. **A escolha do livro didático de Matemática.** X Encontro Gaúcho de Educação Matemática – EGEM. 2 a 5 de jul. de 2009, Ijuí – RS.
- BRASIL. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014: matemática.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.
- _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental).** Brasília: SEF/MEC, 1998.
- CANOVA, R. F. **Crença, concepção e competência dos professores do 1º e do 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) PUC-SP, São Paulo, 2006.
- CARVALHO, W. W. P. **Investigando os Significados de Fração em uma Coleção de Livros Didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental.** Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso), UFPE, Caruaru, 2014.
- FREIRE, J. C. O. **Os significados das frações presentes em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental.** Dissertação de Mestrado, São Paulo, 2015.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 1994.
- _____. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- LAPA, C. M. S. **O ENSINO DE FRAÇÃO E SEUS DIFERENTES SIGNIFICADOS: Um estudo a partir do livro didático “A conquista da Matemática” e dos registros dos cadernos dos de alunos de 7º ano da rede municipal de Aracaju-SE.** Dissertação de Mestrado, UFSE, São Cristóvão-SE, 2013.
- MAGINA, S. CAMPOS, T. M. M. NUNES, T. GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração: Contribuições da teoria dos campos conceituais.** 2ª ed – São Paulo: PROEM, 2001.
- MARINHO, A. MANDARINO, M. C. F. As frações nos livros didáticos do sexto ano do ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista – RS**, v. 1, n. 14, p. 52-54, 2013.
- MERLINI, V. L. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC-SP, São Paulo, 2005.
- MOREIRA, M. A. **A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área.** Investigações em Ensino de Ciências – V7(1), pp. 7-29, Porto Alegre-RS, 2002.
- PATRONO, R. M. **A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do ensino fundamental: análise de uma proposta de ensino.** Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto, 2011.
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco.** Recife: UNDIME, 2012.

SANTOS, F. F. **O professor e livro didático: implicações metodológicas na prática de ensino em Geografia**. UFPB, 2016. Acesso em 11 ago. 2017. Disponível em: https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwjX6qeVvs_VAhWEx5AKHU83AqkQFggnMAA&url=https%3A%2F%2Feventos.set.edu.br%2Findex.php%2Fenfope%2Farticle%2FviewFile%2F2363%2F1300&usg=AFQjCNGbmBSTG3GFS3rWkMQpIR2m62VsDQ

SILVA, A. F. G. FREIRE, J. C. O. CANOVA, R. F. **Um estudo das frações presentes em livros didáticos na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. XII ENEM, SBEM, São Paulo, 2016.

SILVA, J. J. **Análise dos problemas combinatórios em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental**. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso), UFPE, Caruaru, 2015.

SILVEIRA, D. T. CÓRDOVA, F. P. A pesquisa científica. In: SILVEIRA, D. T. GERHARDT, T. E. (Orgs) **Métodos de Pesquisa**. Porto Alegre, Editora da UFRGS, 2009.

SOUZA, A. T. S. **Abordagem do conceito de fração: uma análise de livros didáticos**. XI ENEM, SBEM, Curitiba, 2013.

_____. **Abordagem do conceito de fração: uma análise de livros didáticos**. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso), UFPB, Rio Tinto, 2013.

SOUZA, J. PATARO, P. M. **Coleção Vontade de saber**. FTD, 3ª edição, 6º ao 9º ano, São Paulo, 2015.

TEIXEIRA, A. M. **O professor, o ensino de fração e o livro didático: um estudo investigativo**. Dissertação do mestrado profissional em ensino de Matemática, PUC-SP, SP, 2008. 195p.

VERCEZE, R. M. A. N. SILVINO, E. F. M. **O livro didático e suas implicações na prática do professor nas escolas públicas de Guajará-mirim**. Práxis Educacional, Vitória da Conquista v. 4, n. 4 p. 83-102 jan./jun. 2008.

VERGNAUD, G. **A Teoria dos Campos Conceptuais**. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget Divisão Editorial, 1996. p. 155-189.

_____. **Teoria dos Campos Conceituais**. In: Nasser, L. (Ed) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1993, 26p. Disponível em: <https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwj0yJfskc3VAhXHEJAKHR4IBCYQFggxMAI&url=http%3A%2F%2Fodin.mat.ufrgs.br%2Fusuarios%2Fpaula%2FTeoria%2Fcampo%2Fconceitual%2FG.Vergnaud.pdf&usg=AFQjCNFuuY4jq9JXC7CBNZWeyroQaC5hAw>. Acesso em 10 ago. 2017.

_____. **A criança, a Matemática e a realidade: problemas no ensino da matemática na escola elementar**. Trad. Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Editora da UFPR, 2009.