

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA DOS LICENCIANDOS
EM MATEMÁTICA DO CAA-UFPE

GERCINO JOSÉ DE ARAÚJO JÚNIOR

Caruaru - PE

2017

GERCINO JOSÉ DE ARAÚJO JÚNIOR

**CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA DOS LICENCIANDOS
EM MATEMÁTICA DO CAA-UFPE**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Universidade Federal de Pernambuco como
parte dos requisitos necessários para a
obtenção do Grau de Licenciado em
Matemática

Orientadora: Dr^a Simone Moura Queiroz

**Caruaru -
PE 2017**

Bibliotecária – Simone Xavier – CRB/4-1242

Orientadora: Simone Moura Queiroz.
Monografia (Trabalho de conclusão de Curso – Universidade Federal de Pernambuco, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2017-242)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática - Licenciatura



CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA DOS LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA

GERCINO JOSÉ DE ARAÚJO JÚNIOR

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA -
Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de
Pernambuco e Aprovado em 10 de Julho de 2017.

Banca Examinadora:

Prof. Simone Moura Queiroz
(orientadora)

Prof. Helber Rangel Formiga Leite de Almeida
(Examinador(a) Externo(a))

Prof. Paulo Roberto Câmara de Souza
(Examinador(a) Interno(a))

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos envolvidos nessa enorme conquista em minha vida, sei quão grande e significativa é esta formação em minha vida como um todo.

Agradeço a minha família em geral, em especial a minha esposa Raniela por estar ao meu lado e saber, tanto quanto, eu as dificuldades de se elaborar uma trabalho de conclusão de curso.

À minha Mãe Maria de Fátima, por ser minha grande incentivadora nos estudos desde sempre, por olhar por mim em todos os seus dias e por me apoiar nas minhas empreitadas.

Ao meu Pai Gercino, por nunca deixar de me apoiar além de ajudar-me nas caminhadas, principalmente nesse final de curso.

A todos meus professores, grandes mestres que me ajudaram desde os primeiros anos até o presente momento, compartilhando conhecimento e também atitudes, demonstradas em seus exemplos.

Agradeço imensamente a minha orientadora Simone de Moura Queiroz, por me ajudar na construção desse trabalho e por sempre me incentivar. De todo o pesquisador que sou até hoje, grande parte devo a ela.

Agradeço a Deus por estar concluindo uma etapa na minha vida que durou mais de cinco anos de estudo, dedicação, dispêndio de momentos em detrimento de outros, dificuldades que com ajuda dele foram todas superadas.

RESUMO

No currículo de Matemática da Educação Básica brasileira a álgebra é atualmente um dos conteúdos mais presentes. Mediante essa realidade, é fundamental para que os educadores possam promover um ensino de álgebra eficiente que tenham concepções claras sobre essa área do conhecimento matemático, que compreendam e identifiquem as variáveis nas suas diversas formas e funções e que reconheçam a álgebra de uma forma a ultrapassar a visão de álgebra apenas como operações com letras. Nossa pesquisa investiga as concepções de Álgebra que os licenciandos em Matemática da UFPE-CAA, e certamente futuros professores têm. Para essa investigação utilizamos como ferramenta de coleta de dados um questionário, utilizando de uma metodologia fundamentada pela Análise do Conteúdo. Em nossa análise encontramos apontamentos sobre as concepções dos licenciandos em Matemática.

Palavras-chave: Concepção de Álgebra; Educação Básica; Análise de Conteúdo.

ABSTRACT

In the Mathematics curriculum of the Brazilian Basic Education algebra is currently one of the most present contents. Through this reality, it is fundamental for educators to promote an efficient algebra teaching that has clear conceptions about this area of mathematical knowledge, that understands and identifies the variables in their diverse forms and functions and that recognizes algebra in a way to overcome The vision of algebra only as operations with letters. Our research investigates the conceptions of Algebra that the graduates in Mathematics of the UFPE-CAA, and certainly future teachers have. For this investigation we use as a data collection tool a questionnaire, using a methodology based on Content Analysis. In our analysis we find notes about the conceptions of the licenciandos in Mathematics.

Keywords: Conception of Algebra; Basic education; Content analysis.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Concepções de álgebra segundo Usiskin.....	17
Tabela 2 Número de participantes por ano de entrada	30
Tabela 3 Respostas da Q1a.....	34
Tabela 4 Justificativas sobre Q1a expressão algébrica.....	35
Tabela 5 Resposta a Q1b	36
Tabela 6. Classificação compreensão básica de álgebra/variável.	37
Tabela 7 classificação da concepção de álgebra como operações com letras.	38
Tabela 8 resultados concepção de álgebra símbolos diversos	39

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Respostas à Q1a.....	34
Gráfico 2 justificativas sobre Q1a expressão algébrica.....	36
Gráfico 3 Resultados da categorização referentes a compreensão básica	37
Gráfico 4 Concepção de algebra por extenso.....	39

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 Mapa político de Pernambuco e suas mesorregiões.....	29
Figura 2 Resposta de Allan à Q1a	35

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	11
1. ALGUMAS CONCEPÇÕES SOBRE ÁLGEBRA.....	13
2. A ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	19
3. METODOLOGIA DE PESQUISA	23
3.1. Sujeitos da pesquisa	28
3.2. Procedimentos (etapas)	31
4. ANÁLISE DOS DADOS	34
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	43
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	44
APÊNDICES	45
APÊNDICE A - Questionário utilizado na pesquisa de campo:.....	46
APÊNDICE B- Esquema com todos os quesitos (<i>a, b, c, d, e e f</i>) marcados pelos licenciandos na segunda questão:	47

INTRODUÇÃO

A principal motivação para realização desta pesquisa foi a forma como a álgebra é vista de forma geral, como um conceito complicado e distante da maioria dos estudantes. Pude evidenciar isso em conversas sobre a álgebra, nas quais estudantes que convivo tanto no transporte para universidade quanto colegas de outros cursos em conversas dentro da própria instituição. De forma geral, as pessoas veem álgebra como algo que só um matemático que tenha muita afinidade com sua área consegue entender. Ao justificar que desde a educação fundamental o estudante vê álgebra e resolve quando completa lacunas em uma operação, por exemplo, $3+ =7$, normalmente o que escuto é que, normalmente, eles (estudantes de outras áreas e de matemática também) acreditam que só existe álgebra quando se faz operações com letras (variáveis) e números.

Através dessas observações, veio a inquietação sobre como o licenciando vê a álgebra, se reconhecem que operações vistas nos anos iniciais do fundamental contém álgebra, ou se a perspectiva de que álgebra se trata apenas de operações contendo letras e números se evidenciaria na análise dos questionários respondido pelos formandos.

Contudo, nossa pesquisa objetivou identificar qual a concepção que os Licenciandos em Matemática da UFPE-CAA têm a respeito do conceito de álgebra de acordo com as várias formas com que as variáveis se apresentam em cada questão, assim como analisar se o conceito de variável está totalmente, ou parcialmente compreendido. Partindo destes objetivos identificaremos em que nível de concepção o licenciando se encontra.

As concepções que os licenciandos, em qualquer curso de Matemática, possuem sobre o conceito de álgebra definem sua forma de aprender, de perceber, e futuramente de lecionar tal conteúdo. Sendo assim, esta pesquisa procurou através de questionários, classificar estas concepções e analisar o que os resultados desta pesquisa mostram sobre a forma restrita ou ampliada que os licenciandos têm sobre essa área do conhecimento.

Iniciamos com uma breve apresentação histórica sobre o desenvolvimento da álgebra, passando das fases da álgebra retórica para a sincopada, e logo em seguida, apresentamos a fase simbólica. Essas etapas históricas destacadas mostram não só o desenvolvimento da álgebra, como suas multi representações.

Tratamos em seguida sobre, as concepções de álgebra, utilizamos em nossa pesquisa as concepções de álgebra trazidas por Usiskin (1995) e por Fiorentine, Miorim e Miguel

(1993). Iniciamos fazendo uma apresentação das diferentes formas de concepções a cerca da álgebra definidas pelos autores, em seguida descrevemos essas concepções.

O terceiro capítulo traz uma apresentação da álgebra presente na Educação Básica, para tal, analisamos alguns dos documentos oficiais que servem de referência tanto para o Ensino Fundamental, quanto para o Ensino Médio. Documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), o primeiro é a referência oficial do Brasil quanto a orientações curriculares e o segundo viabiliza a escolha dos Livros Didáticos que serão utilizados nas escolas do nosso país.

Em seguida, a presente pesquisa fez uma breve análise da matriz do novo ENEM, documento que serve de parâmetro quanto às competências que serão exigidas para realização deste exame. O ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) é atualmente o meio de acesso aos cursos da UFPE-CAA, inclusive a Licenciatura em Matemática, sendo assim, o vestibular à que os sujeitos da pesquisa foram submetidos para ingressar no curso, os que fizeram o vestibular até final de 2013, para entradas no curso de 2014.1 e 2014.2 ou anteriores faziam o vestibular em duas etapas 50% Enem e 50% prova da Covest¹, a partir do vestibular de 2014 para entradas no ano de 2015 e posteriores entraram integralmente com a nota do ENEM, portanto, se tornou pertinente analisar qual a álgebra contida nesse exame.

Na metodologia de pesquisa dividimos o capítulo em três subcapítulos. O campo de pesquisa que objetivou mostrar um pouco do que é o curso de Licenciatura em Matemática, os participantes da pesquisa, que fala sobre a realidade local dos sujeitos com relação à álgebra presente tanto em sua educação básica até a álgebra existente no currículo em seu curso de formação, além de possíveis implicações que as concepções de álgebra podem trazer a prática docente dos mesmos ao lecionar tal conteúdo, sabendo que o objetivo principal do curso é a formação de professores de Matemática. No terceiro subcapítulo apresentamos o questionário utilizado como instrumento de coleta de dados, argumentando sobre a escolha de cada questão e quesito presente nele.

¹ Comissão de vestibular ligada a UFPE Fundação de Apoio ao Desenvolvimento (Fade).

1. ALGUMAS CONCEPÇÕES SOBRE ÁLGEBRA

Inicialmente, Fiorentine, Miorim e Miguel (1993) traz três momentos distintos no desenvolvimento da álgebra, isso considerando as fases evolutivas da linguagem algébrica, que são: a retórica ou verbal, a sincopada e a simbólica.

Primeiramente a *retórica* ou *verbal*, está relacionada à fase em que não se utilizava símbolos nem abreviações para expressar o pensamento algébrico, esse processo com relação aos esquemas operatórios envolvendo números e equações eram descritos em linguagem corrente. Álgebra dos babilônios dos egípcios e dos gregos pré diofantinos.

Percebemos aí uma estrutura do pensamento algébrico que serviu de base para outras formas mais sofisticadas, e que, atualmente é pouco explorada nas salas de aula, seja no Ensino Básico ou Superior.

A segunda fase da expressão do pensamento algébrico descrita pelo autor citado acima, é a fase *sincopada*. Ela teria surgido com Diofanto de Alexandria (século III), pois foi ele que pela primeira vez introduziu um símbolo para a incógnita, utilizando a letra *sigma* do alfabeto grego. Fiorentine, Miorim e Miguel nos diz em seu texto que, embora os árabes não tenham utilizado essa forma sincopada, eles introduziram um novo vocabulário técnico para esse campo de conhecimento, dando-lhe certa autonomia que, mais tarde, seria reconhecida através da aceitação universal do termo *al-gabr* introduzido por Al-Khwarizmi.

A terceira fase descrita por Fiorentine, Miorim e Miguel (1993) é a *simbólica*, que corresponde ao momento em que as ideias da álgebra passam a ser expressas através dos símbolos, sem recorrer ao uso de palavras. Fiorentine destaca que embora Viete (1540-1603) ainda utilizasse um estilo sincopado, foi o principal responsável pela introdução de novos símbolos na álgebra. Além de utilizar os sinais germânicos “+ e -“, introduziu as vogais para representar quantidades constantes e consoantes para quantidades incógnitas. O autor nos traz ainda que esta forma de expressão criada por Viete seria consolidada por Descartes (1596-1650), que em sua publicação, em 1637, de *La Géométrie*, consolidou a linguagem simbólica, utilizando as últimas letras do alfabeto (x,y e z) como incógnitas e consequentemente como variáveis, e as primeiras (a, b, c, d, ...) como quantidades fixas (constantes).

A fase simbólica foi responsável pelo avanço da álgebra em todos os seus ramos, trazendo uma forma dinâmica, abstrata, generalizadora.

Um dos principais teóricos que embasam nossa pesquisa é Usiskin, em seu artigo concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis, que faz parte do livro as ideias da álgebra, organizado por Coxford e Shulte.

Em seu texto, Usiskin (1995) fala das concepções da álgebra na escola média, com relação ao tratamento das variáveis. O autor traz uma visão histórica sobre o conceito de variável, onde inicialmente, apresenta a afirmação no livro de Hart (1951, *apud* USISKIN, 1995,10), "uma variável é um número literal que pode assumir dois ou mais valores durante uma determinada discussão". Sendo assim as variáveis são letras que assumem valores que "variam". Em seguida Usiskin (1995) traz uma definição mais recente, citando em seu texto May e Van Engen (1959, *apud* USISKIN, 1995), afirmando que:

Uma variável, grosso modo, é um símbolo pelo qual se substituem os nomes de alguns objetos, comumente números, em álgebra. Uma variável está sempre associada a um conjunto de objetos cujos nomes podem ser substituídos por ela. Esses objetos chamam-se valores das variáveis. (p.10)

Nessa definição, variável é um símbolo utilizado para substituir nomes de objetos normalmente números, e que, os objetos associados a ela são os valores das variáveis. Nesse sentido a variável poderá ter valor fixo, ou seja, "não varia". Sobre variáveis que possuem valores "fixos" temos já a definição de incógnita, que no dicionário Aurélio está posto da seguinte forma: *fem. sing. de Incógnito 1. Pessoa desconhecida, que não revela o seu nome; 2. O desconhecido, o ignoto; 3. Não conhecido; 4. Que não se dá a conhecer. 5. Que toma um nome suposto.* Na matemática incógnita é o valor desconhecido mas, único e existente. Na matemática tradicional o ensino de álgebra focando principalmente na resolução de equações fórmulas, exercícios repetitivos baseados na dinâmica do encontro o valor de "x", deixa a sensação para o estudante que toda letra em uma expressão algébrica se trata de uma incógnita. Podemos dizer que uma incógnita é uma variável, não podemos dizer que uma variável que não possui valor único é uma incógnita. Mas, por fim, sobre a definição de variável Usiskin nos traz que, *hoje em dia a tendência é evitar a distinção "nome-objeto", e pensar na variável apenas como um símbolo pelo qual se podem substituir coisas (mais precisamente, coisas de um determinado conjunto, enquanto consideradas indistintas).*

A forma como os alunos são apresentados à álgebra leva ao entendimento equivocado que variável e incógnita são a mesma coisa, à medida que o estudo é dirigido a solução de equações estudo de funções e polinômios, acaba não havendo enfoque suficiente na diferença existente entre variáveis e incógnitas, o estudante fica com uma sensação que ambas estão relacionadas a letras que podem ser manipuladas algebricamente, Usiskin (1995) afirma que,

muitos alunos acham que todas variáveis são letras, que representam números. Contudo, os valores assumidos por uma variável nem sempre são

números, mesmo na matemática do segundo grau. Na geometria, as variáveis muitas vezes representam pontos (p.11).

Sendo assim, o estudante tem o falso entendimento de que não se pode imaginar variável fora de assuntos que envolvam fórmulas ou manipulações para encontrar resultados numéricos, além de não possuírem uma concepção clara de que qualquer símbolo pode representar uma variável ou incógnita, Usiskin afirma isso quando diz que na álgebra superior o símbolo asterisco (*) pode representar uma operação.

Trigueros *et al* (1996) falam que o conceito de variável é de fundamental importância no desenvolvimento e compreensão de qualquer ramos da Matemática. Sendo assim, compreender não só as manipulações algébricas, mas também compreender seu significado tornam-se de fundamental importância para o desenvolvimento matemático nas mais diversas áreas.

A formalidade no ensino quando se tem de achar o “X” em uma equação, por exemplo:

$$3+x=7$$

Nesse exemplo o professor, ou o livro didático, reconhece universalmente a variável x.

Já se colocarmos,

$$3+ \quad =7$$

Nesse caso, tanto o enunciado que em geral diz, *complete a lacuna*, reforçando uma concepção de que toda variável é representada única e exclusivamente por letras, entendimento que, em geral, é reforçado pelo educador.

Não podemos definir variável a partir de apenas uma concepção, tendo a mesma, diversas conotações, definições e símbolos. Ou seja, "tentar enquadrar a ideia de variável numa única concepção implica uma supersimplificação, que, por sua vez, distorce os objetos da álgebra" (USISKIN, 1995, p.12).

A partir dessas ideias, o autor traz quatro concepções diferentes da álgebra, com relação à diferente importância relativa dada aos diversos usos das variáveis.

As quatro concepções que iremos descrever a seguir serviram de aporte teórico na investigação das concepções que os Licenciandos em Matemática possuem, com relação à forma que, esses, veem entre um enunciado com um uso específico das variáveis e a álgebra. Se aproximando, ou distanciando-se das seguintes concepções:

I. Álgebra como aritmética generalizadora.

Nessa primeira concepção, o uso das variáveis está relacionado à generalização de modelos ou padrões observados nas relações entre números. Como exemplo, um estudante ao

observar um fenômeno que pode ser descrito matematicamente através de relações numéricas, as variáveis são ferramentas utilíssimas nessa tarefa. Essa concepção tem como uso das variáveis generalizarem modelos de forma a traduzir, generalizar.

II. A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas.

Esta concepção está relacionada com a resolução de problemas, mas não só com a resolução em si, mas com todos os procedimentos utilizáveis. Ao ler um problema matemático e depois escrevê-lo algebricamente o estudante está utilizando a primeira concepção que é a álgebra como aritmética generalizadora, como Usiskin (ano) afirma, nela não temos a sensação de incógnita, mas na concepção de álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas todo o processo até a resolução é parte desta concepção.

Sobre esta concepção Usiskin ainda traz que enquanto o enfoque da primeira concepção é traduzir e generalizar, nesta as instruções-chave são simplificar e resolver. As variáveis são sempre incógnitas ou constantes.

III. Álgebra como estudo de relações entre grandezas

Como podemos observar esta concepção está ligada as relações entre grandezas, como em $A = b.h$, não temos incógnitas o que já diferencia-a da segunda concepção, mas pode ser vista como uma generalização, mas diferente da aritmética generalizadora, aqui, a generalização não é sobre padrões numéricos e sim relações entre grandezas, exemplo dessa diferença entre a primeira concepção e essa é a resposta para a pergunta:

O que ocorre a $1/x$ quando o x se torna cada vez maior?

Não podemos pensar no problema como aritmética generalizadora, pois não estamos descrevendo padrões numéricos e sim a relação entre uma $f(x)$ à medida que x cresce. Nessa concepção a variável é um argumento, como por exemplo, o domínio de uma função ou um parâmetro.

IV. Álgebra como estudo das estruturas

A álgebra dos cursos superiores, inclusive na grade curricular da Licenciatura em Matemática, contém o estudo das estruturas algébricas, anéis, corpos, domínios, entre outros. Mas esta concepção, então aparentemente, está completamente distinta da Educação Básica, mas Usiskin traz que quando em uma aula o professor traz para o aluno resolver a seguinte questão:

Fatorar $3x^2 + 4ax - 132a^2$

Geralmente os alunos respondem a esta questão multiplicando os binômios, ou seja, as variáveis não são incógnitas, então não se trata da concepção que envolve a resolução de problemas, não se trata também da concepção que envolve relações entre grandezas, pois, as variáveis não agem como parâmetros. E tampouco se trata de uma aritmética generalizadora.

As variáveis nessa concepção são utilizadas como sinais arbitrários no papel, ou seja, o estudante resolve a fatoração sem pensar em nenhuma referência numérica com relação a variável. Usiskin (1995) destaca também que no ensino isso acaba por criar um dilema, "desejamos que os estudantes tenham em mente os referenciais (geralmente números reais) quando utilizam as variáveis. Mas desejamos que eles sejam capazes de operar com as variáveis sem ter que voltar a esse nível." (p.18). Exemplo disso ocorre em manipulações trigonométricas, ao manipular $\sin(x)$ e $\cos(x)$ em identidades trigonométricas não desejasse que os estudantes pensem em valores para senos e cossenos.

Resumindo, na tabela abaixo estão as concepções de álgebra de acordo com o uso dado as variáveis segundo Usiskin (1995).

Tabela 1 Concepções de álgebra segundo Usiskin

Concepções da álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizadora	Generalizadora de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: Usiskin (1995, p.20)

Em seu texto Fiorentine, Miorim e Miguel (1993) define concepções de álgebra e concepções de educação algébrica., Em nossa pesquisa utilizaremos apenas as concepções de álgebra que são as seguintes:

A primeira concepção que os autores definem é a *processológica*, que encara a álgebra como um conjunto de procedimentos. Esses procedimentos são as técnicas algorítmicas ou processos iterativos que se aplicam a problemas ou conjunto de problemas.

O autor define a segunda concepção de álgebra como *linguístico- estilística*, encara a álgebra como, uma linguagem específica artificialmente criada com o propósito de expressar concisamente aqueles procedimentos específicos, no caso as técnicas algorítmicas.

A terceira concepção, que Fiorentine, Miorim e Miguel (1993) chamam de *linguístico-sintático-semântica*, concebe a álgebra como uma linguagem específica e concisa, mas cujo poder criativo e instrumental não reside propriamente em seu domínio estilístico.

A quarta concepção é a *linguístico-postulacional*, concebe a álgebra como a ciência das estruturas gerais comuns a todas as partes da Matemática, incluindo a lógica (PIAGET e GARCIA, 1987 *apud* FIORENTINE, MIORIM E MIGUEL, 1993).

2. A ÁLGEBRA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A Educação Básica, assim como todo o ensino brasileiro formal, é regida por documentos, tais como os PCN (Parâmetros Nacionais Curriculares) e o PNLD. Esses documentos têm como função principal orientar e direcionar o currículo que deverá ser exercido nas escolas brasileiras. Nosso enfoque foi às normas e orientações relacionadas ao Ensino Básico sobre a álgebra e seu ensino. A grade curricular das escolas em que os Licenciandos participantes da pesquisa frequentaram durante sua Educação Básica foi orientada por tais documentos, tanto com relação à grade curricular, quanto com relação ao livro didático, importante ferramenta educacional, que, muitas vezes, acaba se tornando a própria grade curricular, servindo de parâmetro para que professores utilizem-no como direcionamento curricular organizando seus planejamentos de acordo com a sequência de conteúdos observada nos livros.

Os PCN foram criados em 1997, com o objetivo de servir de referência para o Ensino Fundamental e Médio, para garantir aos estudantes brasileiros conhecimentos tidos como necessários para exercer a cidadania, por não haver obrigação de ser seguido como norma entende-se que será adequado a cada peculiaridade local.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o País. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menor contato com a produção pedagógica atual (BRASIL, 1997).

Na pesquisa analisamos as orientações que o PCN de Matemática traz para as etapas de Ensino Fundamental 3º e 4º ciclos e Ensino Médio. No Ensino Fundamental 3º e 4º ciclos, os próprios Parâmetros Curriculares fazem uma crítica à forma como a álgebra é comumente vista na grade curricular do Ensino Fundamental, destacando que os conteúdos referentes à álgebra são pouco vistos no 1º e 2º ciclos, onde o que predomina são os conteúdos relacionados aos conjuntos. Reforça então que, no 3º e 4º ciclos há um predomínio absoluto da álgebra.

Os PCN traz um indicativo de como se deve trabalhar a álgebra e habilidades a serem desenvolvidas quando sugere que,

trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1997, p.39).

Percebemos que a orientação principal quanto à forma de se apresentar a álgebra está distante do ensino tradicional, trazendo como metodologia ideal para o ensino da álgebra as situações-problema, para auxiliar no desenvolvimento de diferentes funções da álgebra, como a modelagem matemática, resolução dos problemas, demonstração, representação algébrica dos problemas, além da sintaxe.

Os PCN servem como subsídio ao ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) que é atualmente o meio de acesso aos cursos da UFPE-CAA, tais como a Licenciatura em Matemática. Sendo este o vestibular a que todos os sujeitos da pesquisa foram submetidos para ingressar na Universidade e no curso de Licenciatura em Matemática, portanto se tornou pertinente analisar qual a álgebra contida nesse exame. Tal pesquisa contemplou a Matriz de Referência do ENEM, documento que foi criado em 2009, que trouxe diversas mudanças em relação ao formato dos anos anteriores, entre elas, o aumento de questões para 180, e o aumento de um dia de prova, já que o exame era aplicado em apenas um dia até 2008, de 2009 até o último exame aplicado em 2016 a prova tem o mesmo formato.

O termo matriz de referência é utilizado especificamente no contexto das avaliações em larga escala, para indicar habilidades a serem avaliadas em cada etapa da escolarização e orientar a elaboração de itens de testes e provas. Além disso, também indica a construção de

escalas de proficiência que definem o que e o quanto o aluno realiza no contexto da avaliação. (BRASIL, 2017)²

A Matriz de Referência é dividida em quatro áreas do conhecimento:

- Ciências da Natureza e suas Tecnologias;
- Ciências Humanas e suas Tecnologias;
- Linguagens, Códigos e suas Tecnologias;
- Matemática e suas Tecnologias.

Na área do conhecimento de Matemática e suas tecnologias temos como competências envolvendo conhecimentos algébricos:

Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas.

- Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas;
- Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas;
- Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos;
- Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação;
- Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

A álgebra proposta para elaboração das provas do ENEM é uma álgebra ligada à situação-problema, construção de argumentos, gráficos cartesianos, modelagem, relações entre grandezas. Sendo assim, a exigência de competências envolvendo esse eixo do conhecimento matemático no ENEM, demanda o domínio de diferentes Concepções algébricas, que os estudantes do Ensino Médio compreendam a álgebra em diversas representações e que, a partir disso, possam resolver as questões com propriedade.

Em seu texto Souza *et al.* (2017), ao tratar do caso das concepções de álgebra presentes no Enem 2011, as concepções estudadas pelas autoras são as definidas por Fiorentine, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995) e Lee (2001), ao apresentar os resultados obtidos na análise de algumas questões deste exame nesse ano específico e em comparação com as concepções presentes na Prova Brasil³ de 2011,

ambas as avaliações privilegiam as concepções associadas à resolução e à simplificação de problemas, frequentemente usando variáveis. A avaliação do ENEM consegue explorar uma gama um pouco maior de concepções, o que é desejável, uma vez que, nessa etapa de ensino, devem ter sido não só

² INEP- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Disponível em <http://portal.inep.gov.br/matrizes-de-referencia>, visitado em Maio de 2017.

³ A Prova Brasil é uma avaliação para diagnóstico, em larga escala, desenvolvida pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC).

solidificados os conceitos aprendidos no Ensino Fundamental, como ampliados e revisitados à luz de novas perspectivas. Assim, as concepções que apareciam na Prova Brasil continuam a ser identificadas na prova do ENEM, se não intencionando, ao menos possibilitando a continuidade da abordagem da álgebra na Educação Básica. Para além disso, outras concepções passam a aparecer na prova do ENEM, também possibilitando que as concepções de álgebra sejam mais profundamente trabalhadas nessa etapa de ensino (SOUZA et al, 2017, p. 64).

Da mesma forma que no Enem de 2011 o padrão visto nesse caso específico é certamente mantido em anos subsequentes, já que sua estrutura não mudou desde 2009, ou seja, no Enem diversas concepções trazidas do Ensino Fundamental são também reforçadas no final do Ensino Básico.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

A presente pesquisa teve como método de análise principal a Análise do Conteúdo. Utilizamos questionários na coleta de dados que foram analisados utilizando-se da abordagem da Análise do Conteúdo, por essa contribuir na função de compreender e significar os dados coletados. Tal abordagem dá suporte a estas demandas, como podemos ver no texto de MORAES (1999, p.3), onde ele faz as seguintes afirmações sobre este método de análise,

a análise de conteúdo constitui uma metodologia de pesquisa usada para descrever e interpretar o conteúdo de toda classe de documentos e textos. Essa análise, conduzindo a descrições sistemáticas, qualitativas ou quantitativas, ajuda a reinterpretar as mensagens e a atingir uma compreensão de seus significados num nível que vai além de uma leitura comum. Essa metodologia de pesquisa faz parte de uma busca teórica e prática, com um significado especial no campo das investigações sociais. Constitui-se em bem mais do que uma simples técnica de análise de dados, representando uma abordagem metodológica com características e possibilidades próprias.

Moraes (1999) descreve cinco etapas na realização da Análise do Conteúdo:

- 1 - Preparação das informações;
- 2 - Unitarização ou transformação do conteúdo em unidades;
- 3 - Categorização ou classificação das unidades em categorias;
- 4 - Descrição;
- 5 - Interpretação.

A primeira etapa *Preparação das informações* consiste em identificar as amostras pertinentes à pesquisa a serem analisadas. Em nossa pesquisa as amostras são os questionários, o autor fala que *as amostras* (os questionários, no caso da nossa pesquisa) devem ser

representativas e pertinentes aos objetivos da pesquisa, além de cobrir o campo a ser investigado de forma abrangente.

Nessa etapa os questionários utilizados contêm as informações, ele foi elaborado para cumprir com os objetivos da pesquisa e foram aplicados com os participantes da pesquisa, sendo assim esses *documentos* cumprem com o papel proposto na Análise do Conteúdo. O questionário utilizado foi o seguinte:

Questionário utilizado na pesquisa de campo:

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO



AGRESTE CENTRO ACADÊMICO DO AGRSTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO
DOCENTE MATEMÁTICA
LICENCIATURA
ESTUDANTE: GERCINO JOSÉ DE ARAÚJO
JÚNIOR

Nome: _____ Ano/semestre de entrada: _____

QUESTIONÁRIO

1. A partir da expressão abaixo responda:

$$x^2 + 7x$$

- a) Essa é uma expressão algébrica ou aritmética? Justifique.
- b) Qual ou quais são as incógnitas nesta expressão?

2. Marque um “X” nos enunciados ou expressões que são relacionados à álgebra.

- a) () $ax^2+bx+c=0$
- b) () $F=m \cdot a$
- c) () O triplo de um número natural somado a 4 é igual ao quadrado de 5. Calcule-o:
- d) () Determine o quadrado de um número Real mais 10.
- e) () $2\text{🍏} + 5 = 13$; $\text{🍏} = ?$
- f) () $97 - \square = 35$

3. Se houverem, quais questões você não marcou? Por quê?

Na *Unitarização ou transformação do conteúdo em unidades* o autor fala da importância de definir as *unidades de análise*, que também podem ser chamadas de *unidades de registro* ou *unidades de significado*, essa etapa consiste em reler os documentos da amostra a fim de definir os elementos e categorias da análise, cada unidade fará parte de uma categoria ou de mais de uma, MORAES (1999) fala que

No processo de transformação de dados brutos em unidades de análise é importante ter em conta que estas devem representar conjuntos de informações que tenham um significado completo em si mesmas. Devem poder ser interpretadas sem auxílio de nenhuma informação adicional. Isto é importante, já que estas unidades nas fases posteriores da análise, serão tratadas fora do contexto da mensagem original, integrando-se dentro de novos conjuntos de informações e, então, deverão poder ser compreendidas e interpretadas mantendo-se o significado original (p.05).

Em nossa pesquisa a análise dos questionários não foi feita questionário por questionário, e sim, questão por questão e quesito por quesito, esses formaram as *unidades de análise*, as respostas a cada um desses levou-os a inclusão numa categoria que posteriormente foi classificada, que é a terceira etapa da Análise do Conteúdo.

A *Categorização ou classificação das unidades em categorias*. Segundo o autor, esse procedimento agrupa dados levando em consideração a parte comum entre eles classificasse por semelhança ou analogia.

A categorização foi definida com base nas respostas dadas para cada questão do questionário para citar cada uma delas e seus respectivos quesitos, adotamos a seguinte legenda “**Q1a**” (representa a questão um, e o quesito a), “**Q2d**” (representa a questão dois quesito d) seguindo esse formato em todas as abreviações referentes às questões para facilitar a leitura. A **Q1a** e a **Q1b** estão relacionadas aos conhecimentos básicos sobre álgebra, investigamos se o licenciando tem a noção de diferenciar expressões algébricas de aritméticas, e se identificam que as variáveis na expressão algébrica não são incógnitas, a categoria foi definida como *conhecimentos básicos de álgebra*, classificamos da seguinte forma:

1. Reconhece expressões algébricas, identifica e diferencia variáveis de incógnitas;

2. Reconhece expressões algébricas, identifica as variáveis não as diferenciando de incógnitas;
3. Reconhece expressões algébricas, mas não identifica variáveis;
4. Não distingue expressões algébricas de aritméticas.

Sobre a **Q2a** e **Q2b**, ambas estão relacionadas à concepção de álgebra como *operações com letras*, cada quesito possui formato diferente, exigindo uma compreensão mais profunda do licenciando sobre essa concepção, ambas são equações uma envolvendo a forma da equação polinomial do segundo grau e a outra com a *segunda lei de Newton*, ambas possuem objetivos e formatos distintos estão na categoria *concepção de álgebra como manipulação de letras e números*, classificamos da seguinte forma:

1. Identifica álgebra em equações (participantes que marcaram os dois quesitos);
2. Identifica parcialmente álgebra em equações (participantes que marcaram apenas um dos quesitos);
3. Não identifica álgebra em equações.

As questões **Q2c** e **Q2d** estão relacionadas com a concepção que Usiskin classificou como *álgebra semântica/por extenso*, o uso dos dois quesitos se justificou pela investigação sobre se os licenciandos identificam álgebra em questões escritas por extenso, ambas possuem também distinção quanto ao formato enquanto na primeira (Q2c), *o triplo de um número natural somado a 4 é igual ao quadrado de 5. Calcule-o*, procurasse um resultado numérico no ou quesito (Q2d), *Determine o quadrado de um número Real mais 10*, o resultado é uma expressão algébrica. a partir dos dois quesitos criamos a seguinte categoria *concebe álgebra em enunciados escritos por extenso*, nessa categoria dividimos os resultados de acordo com a classificação abaixo:

1. Identifica álgebra em enunciados por extenso (marcaram os dois quesitos correspondentes a esta categoria);
2. Identifica parcialmente álgebra em enunciados por extenso (marcaram apenas um dos quesitos relacionados a essa categoria);
3. Não identifica álgebra em enunciados escritos por extenso (não marcaram nenhum dos quesitos relacionados a esta categoria).

As questões **Q2e** e **Q2f** investigam se os licenciandos concebem álgebra em expressões se as variáveis não são letras, a justificativa por inserirmos os dois quesitos no questionário se deu pela semelhança e ao mesmo tempo distinção entre elas, a questão **Q2e** 2

 + 5 = 13 ;  = ?, poderia ser escrita da seguinte forma $2x+5=13$; $x=?$, como já argumentamos investiga a concepção de álgebra em equações que não utilizam letras, mas outros símbolos, a semelhança com a questão Q2f, 97- $\square = 35$, é essa, pois a lacuna ($\square$) é um símbolo que não é uma letra mais também é variável, mas a diferença que existe é que uma lacuna pode ser concebida como ausência de símbolo. Usiskin (1995), falando sobre essa compreensão equivocada sobre variáveis, escreveu que:

$$3+x=7 \text{ e } 3+ \quad =7$$

São em geral consideradas coisas da álgebra, ao passo que

$$3+ \quad =7 \text{ e } 3+?=7$$

Não, embora o ponto de interrogação e o traço sejam, na medida em que se deseja resolver uma equação, equivalentes ao x e ao Δ

Nessa investigação criamos a categoria *concebe álgebra com formato de variáveis pouco tradicionais*, e classificamos da seguinte forma:

1. Reconhece expressões algébricas independente do formato da variável (marcaram os dois quesitos)
2. Reconhece parcialmente expressões algébricas com formatos de variáveis diversos (responderam apenas um dos quesitos)
3. Não reconhece expressões algébricas com variáveis representadas por símbolos diversos (Não marcaram nenhum dos quesitos).

Ao final, classificamos os licenciandos de modo geral de acordo com os resultados obtidos nas categorizações anteriores, que foram estas vista a seguir:

- *Operações com letras (forma mais tradicional);*
- *Álgebra semântica/por extenso;*
- *Concebe álgebra com formato de variáveis pouco tradicionais (forma pouco reconhecida no estudo/ensino da álgebra).*

Com os resultados agrupados classificamos os participantes nas seguintes níveis:

- i. Nível 1- Concebe álgebra em diversos formatos independente do formato das variáveis.
- ii. Nível 2- Concebe álgebra como operações com variáveis. (não reconhecem álgebra na sua forma semântica ou por extenso)
- iii. Nível 3- Concebe álgebra em sua forma tradicional tanto em operações quanto semanticamente (não reconhece álgebra com variáveis utilizando símbolos pouco tradicionais);

- iv. Nível 4- Concebe álgebra como operações com letras;
- v. Nível 5- Não concebe álgebra nas formas presentes na pesquisa.

Para classificação consideramos os licenciandos que se conceberam cada categoria total ou parcialmente, ou seja, os que marcaram os dois quesitos referentes a cada categoria, ou um, os níveis não são dois a dois hierárquicos, sendo assim, dois níveis em comparativo podem não significam necessariamente níveis mais elevados ou inferiores de concepção, apenas distingue cada grupo de concepção aos quais os licenciandos se enquadraram, e nossa classificação não tem cunho qualificatório.

A quarta fase da Análise do Conteúdo, a *descrição*, se refere à organização e apresentação das categorias e dados da pesquisa. Ainda sobre esse processo o autor fala que

o momento da descrição é, sem dúvida, de extrema importância na análise de conteúdo. É o momento de expressar os significados captados e intuídos nas mensagens analisadas. Não adianta investir muito tempo e esforço na constituição de um conjunto de categorias significativo e válido, se no momento de apresentar os resultados não se tiver os mesmos cuidados. Será geralmente através do texto produzido como resultado da análise que se poderá perceber a validade da pesquisa e de seus resultados (AUTOR, ANO, p.??).

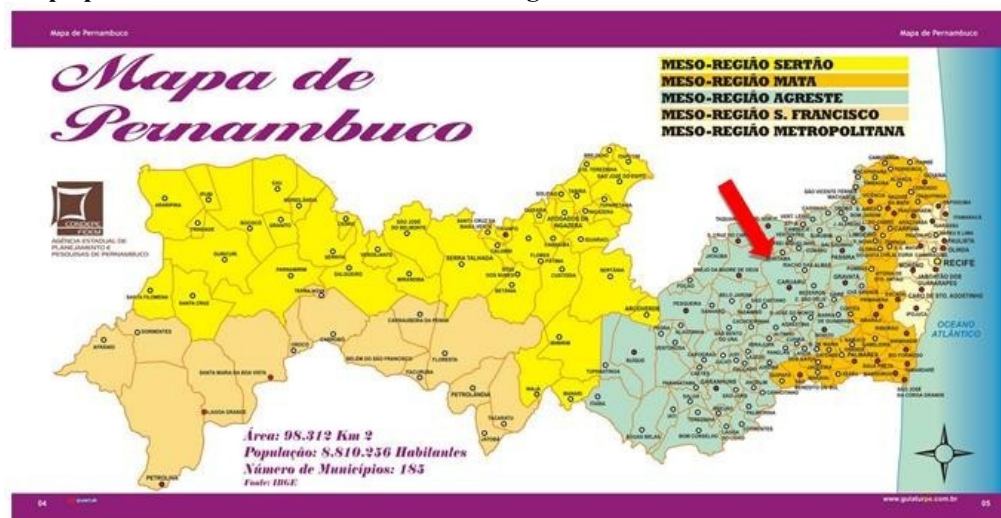
Em nossa pesquisa a descrição ocorreu através de tabelas e gráficos de cada categoria, assim como textos explicitando cada componente. A última etapa que, é a *interpretação*, está presente em todo o capítulo da Análise de dados, se trata da posição própria que o pesquisador terá a partir dos dados unitarizados, categorizados, classificados e descritos. Nessa última citada, a descrição, os dados apresentam resultados da pesquisa de forma quantitativa e/ou qualitativa, a partir disso vem a interpretação.

3.1. Sujeitos da pesquisa

O campo de pesquisa foi a UFPE - CAA (Universidade Federal de Pernambuco - Centro Acadêmico do Agreste), em todas as turmas de Licenciatura em Matemática, no caso nas 9 (nove) turmas que compreendem os 9 (nove) períodos previstos para os mesmos licenciandos. Há também a turma extra que não foi visitada pois basicamente é composta por estudantes dos 9 (nove períodos) com disciplinas eletivas, sendo assim praticamente todos os sujeitos participaram da pesquisa em suas respectivas turmas.

Para que nos localizemos geograficamente temos o mapa de Pernambuco, com suas regiões, estando Caruaru localizado na mesorregião do Agreste.

Figura 1 Mapa político de Pernambuco e suas mesorregiões.⁴



Fonte: Disponível na internet

Essa região do Agreste é formada por, aproximadamente, 40% dos municípios do estado de Pernambuco, sendo Caruaru a maior cidade da região, com cerca de 300 mil habitantes, dos quais 86% vivem na área urbana e 14% na área rural, sendo uma cidade satélite para outros municípios. Caruaru é o sexto município em participação no PIB do estado. A cidade de Caruaru possui uma área de 920,6 km² e está a 134 km de Recife, situada às margens da autoestrada BR 232, que liga a capital ao sertão do estado do Estado.

Os participantes da pesquisa são estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)⁵ do Centro Acadêmico do Agreste (CAA)⁶,

Os participantes da pesquisa estão situados na tabela 2, de acordo com sua entrada na graduação, do curso supracitado, que possui ao todo 9 períodos, podendo os alunos concluírem em no mínimo 9 semestre e no máximo 14 semestre.

⁴ Disponível em: <http://www.bahia.ws/wp-content/uploads/2013/11/Mapa-dos-Munic%C3%ADpios-de-Pernambuco.jpg> Último acesso: 14/08/2014.

⁵ Tem sua origem remonta ao século XIX com a criação do primeiro curso superior de Pernambuco, o curso de Direito, criado em 11 de agosto de 1827, com sede em Olinda. E em 11 de agosto de 1946 foi fundada a Universidade do Recife, tornando-se a primeira Universidade do Norte e Nordeste do país e o único centro universitário dessas duas regiões. Na ocasião, foram reunidas seis escolas superiores então existentes: a Faculdade de Direito do Recife, a Escola de Engenharia de Pernambuco, a Faculdade de Medicina do Recife, as Escolas de Odontologia e Farmácia, bem como a Escola de Belas Artes de Pernambuco e a Faculdade de Filosofia do Recife. Em 1965, a Universidade do Recife passou a integrar o novo sistema federal de educação do país com o nome de Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), autarquia vinculada ao Ministério de Educação e Cultura (MEC). O curso de graduação em Matemática na UFPE nasceu em 1950 e hoje faz parte do campus Recife, o qual oferece dois perfis: Licenciatura e Bacharelado. A licenciatura teve sua autorização para funcionamento e criação do Curso pelo Decreto nº 28.092 de 08 de maio de 1950. (Projeto Político Pedagógico do Curso de Matemática, p. 2)

⁶ Site: <http://www.ufpe.br/caa/>

Tabela 2 Número de participantes por ano de entrada

Ano/semestre de entrada	Quantitativo de participantes
2009.2	1
2010.1	0
2010.2	2
2011.1	1
2011.2	4
2012.1	7
2012.2	6
2013.1	7
2013.2	15
2014.1	16
2014.2	10
2015.1	16
2015.2	10
2016.1	23
2016.2	17
2017.1	33
Não identificado	10
Total	178

Fonte: do autor

A justificativa para o alto número de participantes dos alunos do primeiro período em relação aos demais é a situação de não reprovações nessa turma, nem há reprovados e todos cursam as disciplinas indicadas pelo curso, ou seja, todos estão cursando as mesmas disciplinas nos mesmos dias, enquanto que a partir do segundo período todos os licenciandos podem optar por diversas disciplinas além de poderem optar por cursarem um quantitativo menor. O baixo número de participantes nos anos/semestres de entrada mais anteriores ocorre por fatores como desistência, conclusão do curso, poucas disciplinas que ocasiona a não presença quando não está matriculado no horário específico que aplicamos o questionário, entre outros fatores.

Para manter a identidade dos participantes em sigilo adotamos a seguinte estratégia para citar respostas particulares no corpo da pesquisa, ao citar a resposta de Daniel, por

exemplo, para manter não expor seu nome e, ao mesmo tempo, ter alguma referência pessoal criamos um nome fictício para ele preservando a letra inicial do nome, que poderia ser Deyvid ou Dyane, ou seja, o gênero poderá ou não ser mantido, a escolha do gênero ocorrerá de forma aleatória, já que a identificação do gênero não é pertinente para os resultado da pesquisa.

3.2. Procedimentos (etapas)

Foram aplicados questionários idênticos com os Licenciando em Matemática, os questionários possuíam 3 (três) questões que chamaremos de **Q1**, **Q2** e **Q3**.

Na **Q1**, foi apresentado aos licenciandos a seguinte expressão $x^2 + 7x$, baseado nela eles responderiam 4 (quatro) quesitos:

- a) Essa é uma expressão algébrica ou aritmética? Justifique.
- b) Qual ou quais são as incógnitas nesta expressão?

No quesito *a)* o questionamento sobre se a expressão seria algébrica ou aritmética, teve como objetivo identificar os estudantes que não diferenciam expressões, podendo acreditar que por possuir a operação de adição ser uma expressão aritmética. No caso sabemos que se trata de uma expressão algébrica, definição: Chamamos de Expressões Algébricas uma expressão que envolve números, letras e operações indicadas entre eles. As letras em uma expressão algébrica representam qualquer número real. E são chamadas de incógnitas.

No quesito *b)* procuramos identificar se os licenciandos compreendem e observam a variável "x" e a identificam como tal, ou se não diferenciam variáveis de incógnitas.

Com a questão **Q2** que era a seguinte:

2. Marque um “X” nos enunciados ou expressões que são relacionados à álgebra.

- a) ☐ $ax^2+bx+c=0$
- b) ☐ $F=m \cdot a$
- c) ☐ O triplo de um número natural somado a 4 é igual ao quadrado de 5. Calcule-o:
- d) ☐ Determine o quadrado de um número Real mais 10.
- e) ☐ $2\text{🍏} + 5 = 13$; $\text{🍏} = ?$
- f) ☐ $97 - \square = 35$

Nessa questão os licenciandos assinalaram um “X” nos quesitos em que eles compreenderam estarem relacionados à álgebra, todos os quesitos estão relacionados à álgebra, elaboramos dessa forma para que na busca que intuitivamente fazemos de procurar as respostas falsas em questionários de assinalar respostas corretas, no caso específico enunciados relacionados à álgebra, eles demonstrassem em suas respostas quais concepções de álgebra não estão bem fixadas ou compreendidas. Assim cada quesito se referiu a concepções de álgebra definidas por Usiskin (1995), além de expressões que são fortemente ensinadas no ensino médio brasileiro.

No primeiro quesito **a**, a expressão algébrica $ax^2+bx+c=0$, é estudada como forma de toda equação polinomial do segundo grau. E sua forma é estudada fortemente para que os estudantes reconheçam identifiquem os coeficientes a, b e c, e os utilizem para resolução da fórmula de Bhaskara. Foi inserido no questionário para procurar evidenciar estudantes que reconhecem a álgebra como operações que envolvem variáveis.

O quesito **b**, está relacionado a concepção de álgebra como estudo de relações entre grandezas, nesta concepção, as variáveis variam. Não procuramos o valor de nenhuma incógnita Usiskin (1995).

No quesito **c**, buscamos identificar possíveis indícios de estudantes que possuem a concepção de álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problema, os licenciandos ao lerem a questão têm de observar que “o número” a ser calculado é a incógnita, e portanto esse enunciado está relacionado a álgebra.

Já no quesito **d**, procuramos observar licenciando que possuem a concepção de álgebra como generalizadora de modelos, como diz Usiskin (1995) onde não se busca achar resultados, e não temos incógnitas e sim variáveis, que nos dão a sensação de que o problema terminou, pois já temos o modelo geral.

O quesito **e**, procuramos evidenciar licenciandos que não reconhece as variáveis, mais especificamente, a incógnita  (maçã), por não ser uma letra.

O último quesito f , tem um sentido proximo ao anterior, só que neste caso em vez de um símbolo aleatório há uma lacuna, assim observaremos se mesmo com a ausência não só de letras mas de símbolos o licenciando demonstra convicção sobre esta expressão possuir ligação com a álgebra.

Na questão **Q3**, Se houveram, quais questões você não marcou? Por quê?, foi proposta para investigar os argumentos, quando houverem, dos licenciandos para não assinalar alguns dos quesitos da **Q2**, possíveis entendimentos e compreensões que auxiliaram em nossa investigação sobre quais as concepções de álgebra dos participantes da pesquisa.

4. ANÁLISE DOS DADOS

Ao todo foram coletados 178 (cento e setenta e oito) questionários totalmente, ou parcialmente respondidos, analisamos os resultados em geral de cada questão, e nas variações de respostas observadas buscamos agrupa-las de modo a indicar possíveis apontamentos das concepções sobre o conceito de álgebra.

Na **Q1a** que questionava se a expressão apresentada era aritmética ou algébrica, de todos os questionários analisados, obtivemos os seguintes resultados:

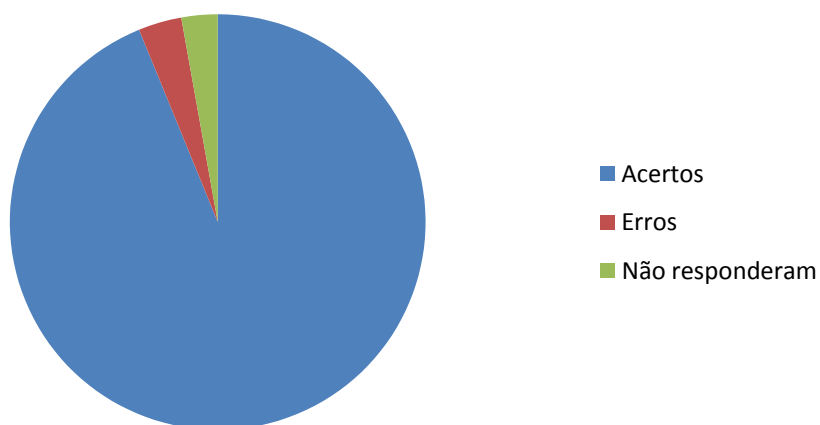
Tabela 3 Respostas da Q1a

Acertos	Erros	Não responderam	Total
167	6	5	178

Fonte: do autor

Graficamente, temos:

Gráfico 1. Respostas à Q1a



Fonte: do autor

Podemos observar que os participantes da pesquisa identificam a expressão como algébrica, o que podíamos esperar por se tratar de uma expressão que está em um formato conhecido pelos estudantes.

Em suas justificativas a grande maioria justificou que a expressão era algébrica por conter letra, ou incógnita, ou possui variável que é o caso do X na expressão. Dentre todas as respostas houve diversas sem justificativa e outras respostas isoladas totalmente inusitadas, como por exemplo:

Figura 2 Resposta de Allan à Q1a.

QUESTIONÁRIO	
1. A partir da expressão abaixo responda:	
$x^2 + 7x$	
a)	Essa é uma expressão algébrica ou aritmética? Justifique.
ALGÉBRICA POIS É ESTUDADA ATÉ O NONO ANO	

Fonte: do autor

O licenciando justificou que era algébrica por ser estudada até o nono ano do Ensino Fundamental, tal resposta pode ser resultado da forma como a álgebra é apresentada aos estudantes, quando presente no currículo dos anos iniciais não é apresentada como álgebra aos estudantes, que acreditam que só estudam álgebra no final do fundamental quando resolvem equações e lidam com variáveis e incógnitas, em exercícios do tipo *encontre o valor de x nos exercícios a seguir*,

Algumas justificativas dos 167 estudantes que responderam corretamente que a expressão era algébrica ocorreram com mais frequência gerando a seguinte classificação:

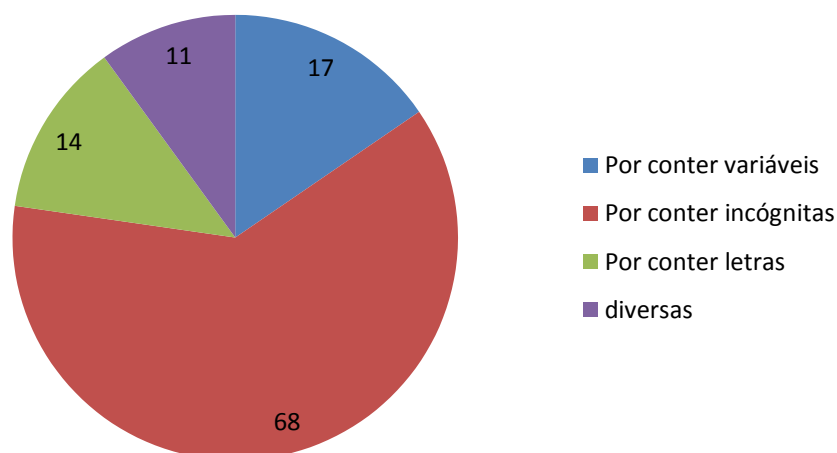
Tabela 4 Justificativas sobre Q1a expressão algébrica

Justificativa	Quantitativo de respostas
Por conter variáveis	17
Por conter incógnitas	68
Por conter letras	14
Diversas	11
Não justificaram	57
Total	167

Fonte: do autor

Graficamente,

Gráfico 2 justificativas sobre Q1a expressão algébrica



Fonte: do autor

Podemos ver acima que 68 justificaram a resposta afirmativa a expressão algébrica por que ela continha incógnitas, esse resultado é um apontamento para uma concepção errada que dos licenciandos, a confusão que ocorre sobre variável e incógnita vai muito além de mera definição, pois alguns ainda completaram essa justificativa escrevendo que era incógnita e precisava-se achar o valor de x , sabemos que não há valor para variável x na expressão.

Na **Q1b** ao serem perguntados sobre a presença de incógnita(s) na expressão algébrica x^2+7x , obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 5 Resposta a Q1b

Uma variável x	Uma incógnita x	x e x^2	Outras respostas	Não responderam	Total
02	142	21	11	02	178

Fonte: do autor

Apenas dois licenciandos tinham a convicção de que o x da expressão não era uma incógnita e sim uma variável, enquanto a grande maioria respondeu que x é a incógnita da expressão, obtivemos também um total de vinte e uma respostas de que as incógnitas seriam x e x^2 , desse caso especificamente há uma hipótese, que não pôde ser observado em nossa pesquisa, de que os licenciandos não percebiam que embora sejam dois termos diferentes o x sempre terá o mesmo valor em cada expressão, investigação que não pôde ser desenvolvida nesta pesquisa.

Sobre os resultados dos dois quesitos da primeira questão com relação a categorização definida temos:

Enquanto na **Q1a** 167 (94%) dos participantes reconheceram que a expressão era algébrica, 17 (15% dos que acertaram a **Q1a**) justificaram que era algébrica por conter variáveis e ao todo afirmaram a **Q1b** do x ser variável apenas 2 participantes.

Na tabela abaixo podemos ver de modo global o desempenho com relação a categorização:

- I. Reconhece expressões algébricas, identifica e diferencia variáveis de incógnitas;
- II. Reconhece expressões algébricas, identifica as variáveis não as diferenciando de incógnitas;
- III. Reconhece expressões algébricas, mas não identifica variáveis;
- IV. Não distingi expressões algébricas de aritméticas.

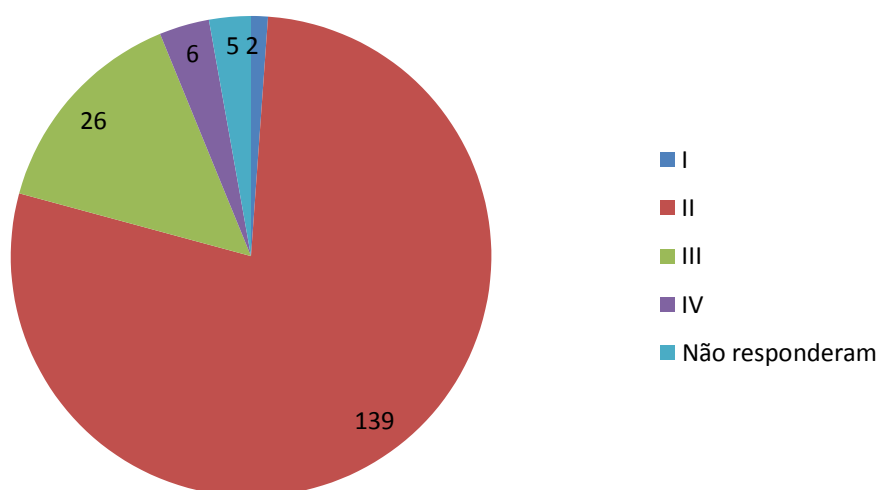
Tabela 6. Conhecimentos básicos de álgebra.

I	II	III	IV	Não responderam	TOTAL
02	139	26	06	05	178

Fonte: do autor

Graficamente,

Gráfico 3 Resultados da categorização referentes aos conhecimentos básicos de álgebra.



Fonte: do autor

Com os dados organizados podemos facilmente observar que grande parte dos licenciandos se encontram na categorização II, reconhece expressões algébricas, identifica as variáveis não as diferenciando de incógnitas.

Sobre a segunda categoria concebe álgebra como *operações com letras*, nas três categorias seguintes:

- I. Identifica álgebra em equações (participantes que marcaram os dois quesitos);
- II. Identifica parcialmente álgebra em equações (participantes que marcaram apenas um dos quesitos);
- III. Não identifica álgebra em equações.

Tabela 7 classificação da concepção de álgebra como operações com letras.

I	II	III	Não responderam	Total
105	67	04	02	178

Fonte: do autor

Os participantes identificam em sua maioria álgebra em operações com letras, um dado significativo foi o de que dos 67 que marcaram apenas uma opção 65 marcaram a opção **Q2a** $ax^2+bx+c=0$, e 02 marcaram a opção **Q2b** $F=m \cdot a$, dentre as justificativas que os licenciandos apresentaram uma que pode descrever esses equívocos uma que ocorreu algumas vezes e que chamou nossa atenção, foi o de acreditar que por $F=m \cdot a$ ser uma fórmula da física não seria álgebra, já que essa é uma área do conhecimento matemático, de certa forma é o entendimento de que o objeto (no caso a álgebra) só tem representatividade em seu meio (nesse caso a Matemática) como podemos ver na imagem abaixo.

Figura 3 Justificativa a resposta da Q2b dada por Wesley

Não marquei a letra (b) (fórmula física) e a letra (d) (não faz sentido).

Fonte: do autor

Figura 4 Justificativa do aluno NI à Q2b

3. Se houveram, quais questões você não marcou? Por quê?
A "b". Porque trata-se de uma fórmula, ou seja, uma aplicação direta.

Fonte: do autor

Nesse exemplo observamos que o licenciando não identifica álgebra por se tratar de uma aplicação, quando o ideal seria compreender álgebra a partir de aplicações dela nas mais diversas áreas do conhecimento.

Na terceira categorização das concepções de álgebra temos a concepção de álgebra em enunciados por extenso:

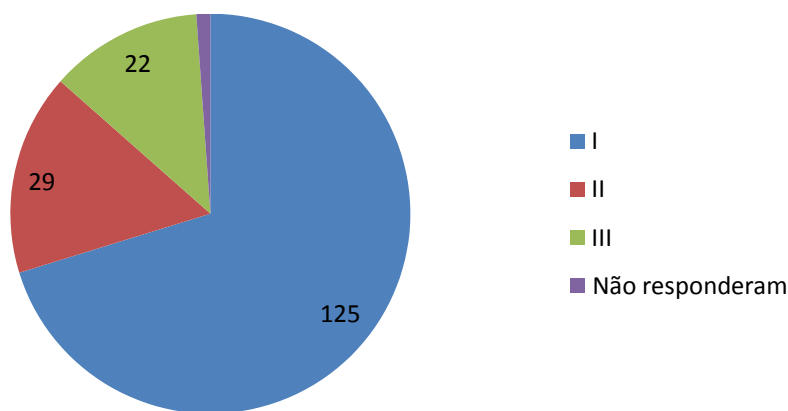
- I. Identifica álgebra em enunciados por extenso (marcaram os dois quesitos correspondentes a esta categoria);
- II. Identifica parcialmente álgebra em enunciados por extenso (marcaram apenas um dos quesitos relacionados a essa categoria);
- III. Não identifica álgebra em enunciados escritos por extenso (não marcaram nenhum dos quesitos relacionados a esta categoria).

Tabela 8 resultados concepção de álgebra semântica/por extenso

I	II	III	Não responderam	Total
125	29	22	02	178

Fonte: do autor

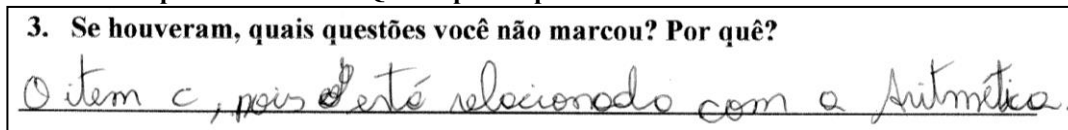
Gráfico 4 Concepção de álgebra por extenso



Fonte: do autor

Os resultados são um apontamento de que os licenciandos concebem a álgebra em problemas ou enunciados. Dos que não marcaram uma das justificativas que ocorreu mais de uma vez, foi a de que não faria parte da álgebra por não conter incógnita, podemos ver um exemplo disso na resposta da figura abaixo:

Figura 5 Justificativa por não marcar a Q2c do participante Plínio



Fonte: do autor.

Outros não identificaram incógnitas (variáveis) nos enunciados, mas nesse caso específico o que pode ter levado o licenciando a compreender que se não havia relação com a álgebra e sim com a aritmética seja pelo fato de que ao ler no enunciado palavras como *triplo* e *vezes* leve-o a acreditar que não é aplicação algébrica e sim aritmética.

Na nossa quarta categorização que é sobre a concepção de álgebra utilizando variáveis não convencionais. Temos as seguintes categorias:

- I. Reconhece expressões algébricas independente do formato da variável (marcaram os dois quesitos)
- II. Reconhece parcialmente expressões algébricas com variáveis não convencionais (responderam apenas um dos quesitos)
- III. Não reconhece expressões algébricas com variáveis representadas por variáveis não convencionais (Não marcaram nenhum dos quesitos).

Na tabela abaixo podemos observar os seguintes resultados:

Tabela 9 classificação referente a concepção de álgebra utilizando variáveis não convencionais.

I	II	III	Não responderam	Total
108	21	47	02	178

Fonte: do autor

Como resultado embora a maioria (108, aproximadamente 60,67%) dos licenciandos concebiam álgebra utilizando variáveis não convencionais, dos 21 que só conceberam álgebra em um quesito se enquadrando na categoria II, apenas 1 reconheceu somente o quesito f , os outros 20 entenderam que só era relacionado á álgebra o quesito e , ou seja somando os que não marcou nenhum dos dois quesitos os que não conceberam como álgebra o quesito f foram 67 (aproximadamente 37,64%) dos participantes, ou seja, os resultados são um indício de que cerca de um terço dos licenciandos não concebem como sendo relacionado a álgebra,

$$97 - \square = 35$$

Como já justificamos em nossa metodologia essa lacuna na equação cumpre o papel de variável, as dificuldades que a falta desta concepção podem resultar não estão diretamente relacionadas com o fato dos licenciando possuírem alguma dificuldade de resolução de expressões algébricas deste tipo, mas do fato de ao lecionarem não serem capazes de propiciar a seus alunos a superação da visão de uma álgebra complicada e mecânica, deixando a impressão que álgebra não passa de resolução de equações e problemas para se encontrar valores ,os x das questões.

Por fim, classificamos os resultados gerais das concepções dos licenciandos, por níveis:

- i. Nível 1- Concebe álgebra em diversos formatos independente do formato das variáveis.
- ii. Nível 2- Concebe álgebra como operações com variáveis. (não reconhecem álgebra na sua forma semântica ou por extenso)
- iii. Nível 3- Concebe álgebra em sua forma tradicional tanto em operações quanto semanticamente (não reconhece álgebra com variáveis representadas por símbolos pouco tradicionais);
- iv. Nível 4- Concebe álgebra apenas como operações com letras;

- v. Nível 5- Não concebe álgebra nas formas presentes na pesquisa, não se enquadraram nos níveis categorizados ou não quiseram responder.

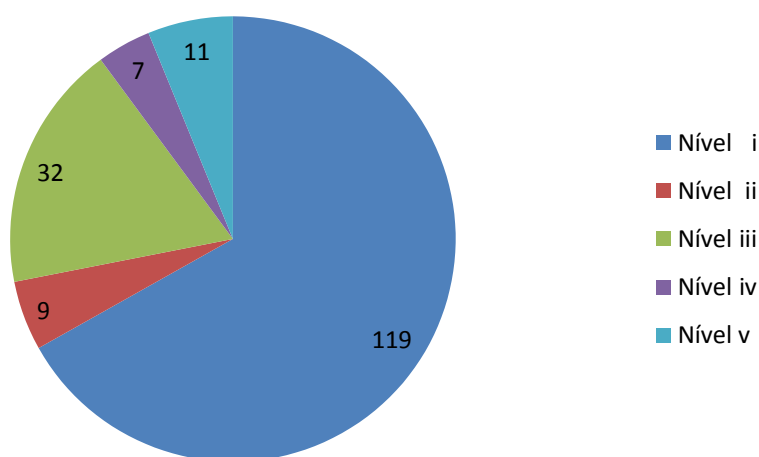
Observando os resultados abaixo:

Nível i	Nível ii	Nível iii	Nível iv	Nível v	Total
119	09	32	07	11	178

Fonte: do autor

Graficamente

Gráfico 4 Resultado geral com níveis de concepção algébrica



Fonte: do autor

De forma geral, o nível de concepção dos licenciandos foi o nível i que é o que engloba as Concepções investigadas em nossa pesquisa. Podemos também observar que concepções relacionadas à álgebra tradicional, ou a nossa categoria chamada de concepção de álgebra como operações com letras, a grande maioria dos participantes possuem essa concepção, enquanto que a concepção que envolve álgebra com variáveis pouco tradicionais obteve resultados mais discretos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante da problemática da pesquisa que eram identificar as concepções de álgebra dos licenciados em Matemática da UFPE-CAA, concluímos que embora a maioria dos estudantes tenham concepções de álgebra abrangentes quanto à forma que ela está representada ou ao uso das variáveis, grande parte dos participantes não concebe álgebra se as variáveis são símbolos poucos convencionais.

Na Educação Básica o professor de Matemática, ao lecionar o conteúdo algébrico, utilizará de suas concepções para direcionar suas metodologias. Assim sendo, se o mesmo concebe álgebra apenas como operações com letras, dificilmente levará o seu aluno a ter uma compreensão diferente, afastando os que não têm afinidade com a área e propiciando uma concepção de que álgebra é complicada e que só está ao alcance de quem tem facilidade na Matemática.

Esta pesquisa abre espaço para outras pesquisas futuras nesta linha, qual a concepção dos licenciandos ao lecionarem álgebra na Educação Básica? Sabendo que alguns já lecionam, quais as estratégias de resolução de diversos problemas algébricos os licenciandos utilizam de acordo com suas concepções? Quais os fatores presentes na Educação Básica influenciam em concepções equivocadas sobre a álgebra de estudantes do Ensino Superior? Embora não possamos obter respostas para estes questionamentos, nossa pesquisa poderá servir de suporte para outras.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1997.
- FIorentini, D.; Miorim, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar. In: *Pro-Posições*, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.
- Matrizes de Referência Para ENEM 2009*. MEC. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&task=doc_download&gid=841&Itemid=> Acesso em maio de 2017.
- MORAES, Roque. Análise de conteúdo. In: *Revista Educação*, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.
- SOUZA, Débora; SILVA, Thais; GOMES, Vivili; BEZERRA, Francisco. Concepções de álgebra presentes nas macroavaliações: os casos da Prova Brasil e do Enem de 2011. In: *REnCiMa*, v.8, n.1, p.46-66, 2017.
- TRIGUEROS, M; REYES, A; URSINI, S; QUINTERO, R. *Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable en el álgebra*. Enseñanza de las ciencias, 1996.
- USISKIN, Z. (1995). Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis (H. H. Domingues, trad.). In: A. F. COXFORD & A. P. SHULTE (org.), *As idéias da álgebra*. (pp. 9-22). São Paulo: Atual. (Trabalho original publicado em 1988).

APÊNDICES

APÊNDICE A - Questionário utilizado na pesquisa de campo:



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRSTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
MATEMÁTICA LICENCIATURA
ESTUDANTE: GERCINO JOSÉ DE ARAÚJO JÚNIOR



Nome: _____
Ano/semestre de entrada: _____

QUESTIONÁRIO

4. A partir da expressão abaixo responda:

$$x^2 + 7x$$

- Essa é uma expressão algébrica ou aritmética? Justifique.
- Qual ou quais são as incógnitas nesta expressão?

5. Marque um “X” nos enunciados ou expressões que são relacionados à álgebra.

- ☐ $ax^2+bx+c=0$
- ☐ $F=m \cdot a$
- ☐ O triplo de um número natural somado a 4 é igual ao quadrado de 5. Calcule-o:
- ☐ Determine o quadrado de um número Real mais 10.
- ☐ $2\text{🍏} + 5 = 13$; $\text{🍏} = ?$
- ☐ $97 - \square = 35$

6. Se houverem, quais questões você não marcou? Por quê?

APÊNDICE B- Esquema com todos os quesitos (*a, b, c, d, e e f*) marcados pelos licenciandos na segunda questão:

Estudante	Q2a	Q2b	Q2c	Q2d	Q2e	Q2f
1	X	X	X	X	X	X
2	X	X	X	X	X	X
3	X	X	X	X	X	X
4	X	X	X	X	X	X
5	X	X	X	X	X	X
6	X	X	X	X	X	X
7	X	X	X	X		
8	X	X	X	X	X	X
9	X		X	X		
10	X	X	X	X		
11	X		X	X		
12	X		X	X		
13	X		X	X		
14	X	X			X	X
15	X	X				
16	X		X	X	X	
17	X				X	X
18	X		X	X	X	X
19	X	X	X	X	X	
20	X		X	X	X	
21	X	X	X			
22	X		X	X	X	X
23	X	X	X	X	X	X
24	X		X	X		
25	X	X	X	X	X	X
26	X	X	X	X	X	X
27						
28	X	X	X	X	X	X
29	X		X		X	X

30	X		X		X	X
31	X	X	X	X	X	X
32	X					
33	X		X		X	
34	X		X		X	
35	X	X	X	X	X	X
36	X	X	X	X		
37	X		X	X	X	
38	X	X	X	X		
39	X		X	X	X	X
40				X		
41	X	X	X	X	X	X
42	X		X	X	X	X
43	X	X	X			
44	X	X	X	X	X	X
45	X	X	X		X	X
46	X				X	X
47			X	X		
48	X	X			X	X
49	X	X			X	X
50			X	X	X	X
51	X	X	X		X	X
52	X		X	X	X	X
53	X	X	X	X	X	X
54	X	X	X	X	X	X
55	X		X	X	X	X
56	X		X	X		
57	X		X	X	X	
58	X	X				
59	X		X		X	X
60	X	X	X	X	X	X
61	X			X		

62	X		X	X		
63	X		X		X	X
64	X		X	X	X	X
65	X	X	X	X		
66	X			X		
67	X		X	X		
68	X		X	X	X	X
69	X		X	X		X
70	X				X	X
71	X	X	X	X	X	X
72	X	X	X	X	X	X
73	X	X			X	X
74	X		X	X	X	X
75	X					
76	X	X				
77	X	X				
78	X	X			X	X
79	X	X		X		
80	X	X	X		X	
81	X	X	X	X	X	X
82	X	X	X	X	X	X
83	X	X				
84	X	X	X	X	X	X
85	X	X	X	X	X	X
86	X		X	X	X	
87	X	X	X	X	X	X
88	X		X	X	X	X
89	X		X	X		
90	X		X	X		
91	X		X	X		
92	X	X			X	X
93	X	X	X	X	X	X

94	X	X			X	
95	X		X	X		
96	X	X	X	X	X	X
97	X	X	X	X		
98	X		X	X	X	
99	X	X	X	X	X	X
100	X		X	X		
101	X	X	X	X	X	
102	X	X	X	X	X	X
103	X	X			X	
104	X		X		X	X
105	X	X	X		X	
106	X	X	X	X	X	X
107	X	X	X	X	X	X
108	X	X	X	X	X	X
109	X	X	X	X	X	
110	X	X	X	X	X	X
111	X		X	X	X	X
112	X	X	X	X	X	X
113	X	X	X	X	X	X
114	X	X	X	X	X	X
115	X		X	X	X	X
116	X	X	X	X	X	X
117	X	X	X	X	X	X
118	X	X	X	X	X	X
119	X	X	X	X	X	X
120	X	X	X	X	X	X
121	X		X			
122	X	X	X	X	X	X
123	X	X	X	X	X	X
124	X	X	X	X		
125				X		

126	X		X	X	X	X
127	X	X	X	X	X	X
128	X	X	X	X	X	X
129	X	X	X	X		
130	X	X	X	X	X	X
131	X	X	X	X	X	X
132	X	X	X		X	
133	X	X		X	X	X
134	X	X	X		X	
135	X		X		X	X
136	X		X	X	X	
137	X	X	X	X	X	X
138	X	X	X	X	X	X
139	X	X	X	X	X	X
140	X		X	X	X	X
141	X	X	X	X	X	X
142	X		X		X	X
143	X		X	X	X	X
144	X	X	X	X	X	X
145	X		X	X	X	
146	X	X	X	X	X	X
147	X	X	X	X	X	X
148			X		X	X
149	X			X	X	X
150	X	X	X	X	X	
151						
152	X	X	X	X	X	X
153	X		X	X	X	
154	X	X	X	X	X	X
155		X	X	X		
156		X	X	X		
157	X		X	X		

158	X	X	X	X	X	X
159	X		X		X	X
160	X		X	X	X	X
161	X	X		X	X	
162	X	X	X	X	X	X
163	X	X	X	X	X	X
164	X		X		X	X
165	X		X	X		
166	X	X	X	X	X	X
167	X	X			X	X
168	X	X	X	X	X	X
169	X	X	X	X	X	X
170	X	X				
171	X	X	X	X	X	X
172	X		X	X	X	X
173	X	X	X	X	X	X
174	X	X			X	X
175	X	X	X	X	X	X
176	X		X			
177	X		X	X		X
178	X	X	X	X	X	X