UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

GEOGEBRA 3D EM MOVIMENTO: ESTUDO DOS POLIEDROS DE PLATÃO COM LICENCIANDOS DE MATEMÁTICA À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

MARTA MARIA DE LIMA SILVA

CARUARU, 2016

MARTA MARIA DE LIMA SILVA

GEOGEBRA 3D EM MOVIMENTO: ESTUDO DOS POLIEDROS DE PLATÃO COM LICENCIANDOS DE MATEMÁTICA À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Licenciada em Matemática sob a orientação da Professora Doutora Simone Moura Queiroz.

CARUARU, 2016

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier CRB/4 - 1242

S586g Silva, Marta Maria de Lima.
Geogebra 3D: estudo dos poliedros de Platão com licenciandos de matemática à luz da teoria dos registros de representações semióticas. / Marta Maria de Lima Silva. – 2016.
97f. il. ; 30 cm.

Orientadora: Simone Moura Queiroz
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2016.
Inclui Referências.

1. Poliedros. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. Matemática – programa de computador. I. Queiroz, Simone Moura (Orientadora). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2016-201)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática – Licenciatura

GEOGEBRA 3D EM MOVIMENTO: ESTUDO DOS POLIEDROS DE PLATÃO COM LICENCIANDOS DE MATEMÁTICA À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS.

MARTA MARIA DE LIMA SILVA

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e APROVADA em 11 de julho de 2016.

Banca Examinadora:

____

Prof. Simone Moura Queiroz
(Orientador (a))

____

Prof. Cleiton de Lima Ricardo
(Examinador (a) Interno)

____

Prof. Bruno Leite Ferreira
(Examinador (a) Externo)

AGRADECIMENTOS

A Deus por todas as bênçãos alcançadas, pela força, proteção, saúde e por permitir que este trabalho fosse realizado.

Ao meu pai Amaro (In memoriam), a minha mãe Naiza, minha grande inspiração, pelo apoio, amor, dedicação e por estar sempre ao meu lado acreditando e me ajudando a enfrentar os obstáculos que surgiram ao longo do caminho e me dando fortaleza para que possa alcançar todos os meus sonhos.

Ao meu querido esposo Gilberto pelo amor, paciência, companheirismo, pelo incentivo em todos os momentos e por acreditar em meu potencial e me ajudar em todos os momentos difíceis desta longa jornada.

Aos meus irmãos Mário e Bergue e, demais familiares, pelo carinho e apoio.

À minha orientadora, Profª. Drª. Simone Queiroz pelos ensinamentos, sugestões durante parte do meu curso, pelo carinho, parceria e por despertar em mim o amor pela pesquisa.

Agradeço aos meus colegas do curso pela amizade, companheirismo e pelos ensinamentos.

Aos meus colegas de trabalho Rosegley, Arlan e Manoel pelos momentos de alegria e descontração que me proporcionaram, e, em especial à Manoel por ser tão flexível e generoso e, dessa forma me ajudou a conciliar estudos e trabalho.

A todos os meus professores que fizeram parte da minha vida escolar e que muito contribuíram para este momento tão especial da minha vida.

Aos participantes do Minicurso GeoGebra 3D: Uma visão tridimensional, pelas contribuições, participação e envolvimento que foram fundamentais para construção deste trabalho.

Agradeço a todos que participaram de maneira direta ou indireta para realização deste grande sonho. Muito obrigada!

“A Matemática começa quando não nos limitamos mais ao que é dado concretamente ou fisicamente, mas quando mergulhamos esse dado no conjunto de tudo o que podemos conceber como possível”.

(Duval)

RESUMO

Este trabalho de pesquisa objetivou analisar as contribuições ou não do programa educacional GeoGebra 3D visto como um recurso didático e tecnológico para a aprendizagem de licenciandos em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste, no estudo dos Poliedros de Platão. Para tal pesquisa, realizamos um minicurso intitulado por *GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional*, cujo número de participantes foi igual a cinco. Foram realizados três encontros semanais, nos quais, os participantes construíram os Poliedros de Platão e registraram algumas atividades sobre estes. Além de demonstrarmos a existência de apenas cinco poliedros Platônicos, fizemos duas sondagens denominadas por sondagem 1 e sondagem 2, cujo objetivo foi verificar se os participantes possuíam familiaridade com o programa (sondagem 1) e quais foram as contribuições e/ou entraves do programa para os participantes (sondagem 2). Baseada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval foi possível verificar a presença de registros geométricos, algébricos e escritos. A pesquisa, de cunho qualitativo, revelou que os estudantes possuem algumas dificuldades na visualização tridimensional dos Poliedros de Platão, e, com a utilização do programa educacional GeoGebra 3D foi possível amenizar essa defasagem e estudar sobre os Poliedros Platônicos de maneira dinâmica e significativa.

Palavras-chave: GeoGebra 3D. Poliedros de Platão. Registros de Representações Semióticas. Licenciandos em Matemática. Aprendizagem.

ABSTRACT

This research aimed to analyze the contributions of GeoGebra 3D educational program seen as a didactic and technological resource for learning some licenciandos in mathematics at the Universidade Federal de Pernambuco – academic center of the Wild, in the study of Plato's Polyhedra. For such research, we conduct a lecture titled why GeoGebra and Plato's Polyhedra: A three-dimensional view, whose number of participants was equal to five. Thus, three weekly meetings were held, in which, the participants built the Plato's Polyhedra and recorded some activities on these. In addition to demonstrate the existence of only five platonic Polyhedra, we did two surveys called for poll 1 and 2 poll, whose objective was to verify if the participants had familiarity with the program (1 survey) and what were the contributions and/or program barriers for participants (poll 2). Based on the theory of Semiotic Representation records for Raymond Duval was unable to verify the presence of geometric, algebraic and written records. The research of qualitative nature, revealed that students have some difficulties in three-dimensional visualization of Plato's Polyhedra, and, with the use of GeoGebra educational program can ameliorate this 3D lag and study about the Platonic Polyhedra dynamically and significant.

Keywords: GeoGebra 3D. Plato's polyhedra. Records of Semiotic Representations. Licenciandos in mathematics. Learning.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Atualmente o uso de tecnologias digitais vem sendo mais utilizado na educação escolar, apesar de ainda sentirmos falta deste uso nas aulas de Matemática. Aulas essas limitadas ao sistema livro-quadro-caderno, em que o professor copia o conteúdo do livro no quadro, explica-o e o aluno copia o escrito do quadro em seu caderno.

A Geometria Espacial muitas vezes é ensinada utilizando-se apenas o livro e o quadro como recursos didáticos. Ao contrário da Geometria Plana, como o próprio nome sugere, na Geometria Espacial os objetos estão no espaço tridimensional. Sendo assim, destacamos a importância da inserção de tecnologias que permitam o estudo dos elementos no espaço tridimensional considerando todas as dimensões, de modo que facilite a visualização desses elementos pelo aluno.

A ideia do tema adveio das dificuldades encontradas durante as minhas experiências escolares em visualizar a tridimensionalidade dos sólidos geométricos e dos poliedros apresentados no espaço bidimensional, ou seja, quando estes eram representados apenas no quadro. Assim como eu, acredito que existam outros alunos que também passem por esta mesma dificuldade. E como o programa GeoGebra[1], assim como outros, possibilita a manipulação dos objetos em 3D, facilitando a visualização, possivelmente, pode tornar o conteúdo mais compreensível. A escolha pelo GeoGebra, ocorreu por este possuir uma janela de visualização tridimensional, promovendo, assim, um trabalho mais dinâmico.

Dessa forma, o presente trabalho aborda um tema relevante tanto para o processo de ensino quanto para a aprendizagem, uma vez que permite ao docente outras possibilidades de ensino através de tecnologias diferenciadas, no caso do GeoGebra 3D, assim como, permite aos discentes visualizar as dimensões dos Poliedros, as planificações através da manipulação e manuseio do programa GeoGebra. Além disso, os alunos podem se tornar sujeitos ativos de suas aprendizagens e, assim, atribuir sentido e significado as mesmas.

---

[1] Para termos acesso e realizarmos download, em computadores, *tablets*, *notebooks* e *smartphones*, do programa GeoGebra, assim como diferentes materiais, basta acessar o site, cujo endereço é http://www.geogebra.org/ .

Para realização deste trabalho, utilizamos como principais referenciais teóricos, a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval (2011), em que...

> [...] o emprego de signos (gráficos, figuras, fórmulas, escrita), pertencentes a um sistema de representação, constituído de significado e funcionamento, segundo os quais a construção do conhecimento acontece mediante a conversão estabelecida entre duas ou mais formas distintas de registro de representação. (PANTOJA; CAMPOS; SALCEDOS, 2013, p. 7).

Dessa forma, nesta pesquisa, fizemos uso de diferentes registros de representações semióticas, tais como: imagens, escrita, representações geométricas, dentre outras. Como o GeoGebra possui algumas janelas de visualização tais como: Janela de Álgebra, Janela de visualização 2D e a janela de visualização 3D, é possível representar os elementos que são construídos utilizando mais de um registro. Por este motivo, escolhemos a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval como principal referencial teórico do presente trabalho. Salienta-se que nossa pesquisa está voltada para as representações e não para a discussão da teoria de Duval.

Pretende-se, assim, realizar um entrelaçamento entre a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (RRS) com as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), trazendo com isso alguns estudos voltados para as TIC em Educação Matemática de Borba, Silva e Gadanidis (2014) e Kenski (2007).

Diante da nossa hipótese de pesquisa sobre a importância do programa educacional multiplataforma GeoGebra como um recurso tecnológico e didático para a visualização tridimensional de objetos e, por conseguinte, para a aprendizagem dos Poliedros Platônicos, formulamos o seguinte problema da nossa pesquisa:

Quais as contribuições e/ou entraves do GeoGebra para a discussão dos Poliedros de Platão a partir de um minicurso vivenciado por licenciandos em Matemática?

Nosso objetivo geral nesta pesquisa é o de investigar as contribuições do programa GeoGebra no estudo dos Poliedros de Platão com licenciandos em Matemática, durante um minicurso. Contando com os seguintes objetivos específicos:

- Verificar a familiaridade, ou não, dos estudantes com o programa GeoGebra 3D;

- Analisar a importância, ou não, atribuída pelos participantes ao programa GeoGebra na visualização tridimensional, por meio de sequências didáticas, durante o minicurso;
- Identificar se os licenciandos apresentam dificuldades relacionadas ao uso do programa GeoGebra e na construção e manipulação dos Poliedros de Platão neste programa;
- Analisar a presença de diferentes registros de representações semióticas sobre os Poliedros de Platão, pelos estudantes durante as atividades do minicurso;
- Investigar a contribuição, ou não, da prática vivenciada para os estudantes durante o minicurso.

O presente trabalho está organizado em capítulos sendo este primeiro capítulo uma breve introdução, visando preparar o leitor para a pesquisa que se segue. Os demais seguirão descritos a seguir.

O segundo capítulo intitulado Novas Tecnologias e Educação Matemática apresenta, brevemente, o que, nesta pesquisa, consideraremos como novas tecnologias. Além de fazermos uma introdução ao programa GeoGebra.

Em seguida, no terceiro capítulo abordaremos a teoria RRS assim como os cinco Poliedros de Platão. Nesta apresentação, mostramos o significado de cada um deles, de acordo com Platão. Além disso, iremos mostrar a construção de cada um dos poliedros no GeoGebra e, por fim exibiremos a Relação de Euler.

O quarto capítulo é composto pela caracterização do campo de pesquisa, apresentação dos instrumentos utilizados para produção de dados, o minicurso feito com licenciandos e as atividades realizadas neste.

O último capítulo traz as análises e discussões dos dados coletados. Neste, buscamos respostas para a pergunta da pesquisa, assim como trazemos as considerações finais.

Por fim apresentamos as referências bibliográficas que subsidiaram a construção deste trabalho.

2. NOVAS TECNOLOGIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Para Kenski (2007, p. 15) “as tecnologias são tão antigas quanto à espécie humana”. Pois, a partir do momento que o homem se apropriou de ferramentas, modificando a natureza transformando-a para sua suprir as suas necessidades afirmamos que existia tecnologia. Dessa forma, Kenski (2007, p. 15) afirma que "Tecnologia é poder". Com o passar dos anos, as tecnologias foram sendo aprimoradas e cada vez mais utilizadas pela humanidade, pois "a presença de uma determinada tecnologia pode induzir profundas mudanças na maneira de organizar o ensino" (KENSKI, 2007, p. 44), e, consequentemente essas mudanças, citadas pela autora, são refletidas na aprendizagem.

Atualmente o uso de novas tecnologias vem ganhando espaço no ambiente escolar. A quantidade de escolas públicas que possui laboratórios de informática tem aumentado, porém nem sempre os professores de Matemática utilizam esse espaço da escola durante suas aulas.

No livro, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.13) discutem sobre as quatro fases das tecnologias digitais caracterizando-as da seguinte forma: A primeira fase é caracterizada pelo uso do *software* LOGO, a segunda pelo uso de *softwares* de geometria dinâmica e sistemas de computação algébrica, a terceira pelo uso da internet em cursos à distância e a quarta pelo uso da internet rápida que democratiza a publicação de material digital na grande rede.

O surgimento de novas tecnologias no ensino de Matemática não implica em solucionar problemas relacionados à relação ensino-aprendizagem, mesmo que uma ferramenta facilite, por exemplo, a exploração, compreensão e resolução de problemas matemáticos, e que um "problema baseado no uso de lápis e papel, por exemplo, pode vir a 'perder seu sentido', tornar-se trivial ou obsoleto, ao ser resolvido com um software". (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 14). Diante disso, destacamos que nem sempre é proveitoso trabalhar com programas educacionais. Para tal trabalho deve-se fazer um planejamento, assim como, uma reflexão sobre a relevância de trabalhar com determinados programas. Ou seja, antes de levar um programa matemático para a sala de aula ou laboratório de informática acreditamos que o professor deva ter respostas para perguntas como: Qual a importância de trabalhar com este programa? Como irei trabalhar? Quais estratégias metodológicas serão desenvolvidas? Será que este programa vai auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de maneira positiva ou o mesmo pode desenvolver entraves na aprendizagem dos alunos? Enfim, o programa por si só não trará resultados satisfatórios, tampouco proporcionará uma aprendizagem significativa. Para tal é necessário, estudar a realidade dos alunos, refletir sobre a adequação do uso de determinados programas educacionais.

Além disso, não podemos deixar de lado o uso do lápis e do papel. Pois, estes recursos, quando bem planejados e utilizados, também proporcionam aprendizagens. Assim como, “devemos evitar o uso domesticado de novas tecnologias, buscando criar novos problemas e atividades investigativas”. (BORBA, SILVA e GADANIDIS, 2014, p. 41), produzir novos desafios específicos para essas novas ferramentas tecnológicas.

Sendo assim, ressaltamos a importância do professor-pesquisador, que não fica “preso” ao uso de recursos considerados como sendo tradicionais (quadro, lápis e livro) e, nem se prendem a utilização constante de recursos tecnológicos, achando que está promovendo uma aula inovadora e participativa, pois, muitas vezes, está sendo tão tradicionalista quanto quem usa apenas o quadro, por exemplo. No entanto, é necessário pensar, a cada aula ministrada, nos recursos que serão mais eficientes e facilitadores tanto para o ensino quanto para a aprendizagem.

2.1 Novas tecnologias e Tecnologias de Comunicação e Informação (TIC), algumas concepções.

As tecnologias, de modo geral, estão presentes em nossas vidas, podemos subdividi-las da seguinte forma: Novas Tecnologias, Tecnologias Digitais, Tecnologias de Comunicação e Informação (KENSKI, 2007). Acredita-se que muitas pessoas não conhecem o significado de cada uma delas. Sendo assim, apresentamos alguns conceitos destas ramificações das tecnologias.

Segundo Kenski (2007, p. 25):

> O conceito de novas tecnologias é variável e contextual. Em muitos casos confunde-se com o conceito de inovação. Com a rapidez do desenvolvimento tecnológico atual, ficou difícil estabelecer o limite de tempo que devemos considerar para designar como “novos” os conhecimentos, instrumentos e procedimentos que vão aparecendo.

Diante desse avanço constante das tecnologias, notamos a necessidade do professor em estar sempre pesquisando e se atualizando, e, dessa forma, poder usufruir das vantagens que as tecnologias proporcionam para tornar as suas aulas ainda mais atrativas.

> Ao se falar em novas tecnologias, na atualidade, estamos nos referindo, principalmente, aos processos e produtos relacionados com

> os conhecimentos provenientes da eletrônica, da microeletrônica e das telecomunicações. Essas tecnologias caracterizam-se por serem evolutivas, ou seja, estão em permanente transformação. Caracterizam-se também por terem uma base imaterial, ou seja, não são tecnologias materializadas em máquinas e equipamentos. (KENSKI, 2007, p. 25):

Dessa forma, podemos caracterizar o programa multiplataforma GeoGebra como sendo uma nova tecnologia. O qual está em permanente atualização, pois, nos dias de hoje, o programa GeoGebra já está disponível, para download, tanto em *tablets* quanto em *smartphones*. Além disso, existe o *GeoGebra Groups*. No qual é possível realizar uma interação entre professor e alunos, alunos e alunos, por exemplo. O *GeoGebra Groups* é um espaço interativo onde, se pode adicionar arquivos em formato pdf[2], vídeos, imagens e arquivos que já estão disponíveis na página do próprio GeoGebra. Além disso, os alunos podem deixar tanto dúvidas, quanto contribuições e o professor pode sincronicamente dar-lhes o *feedback*.

De acordo com Miranda (2007, p. 43):

> O termo Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) refere-se à conjugação da tecnologia computacional ou informática com a tecnologia das telecomunicações e tem na Internet e mais particularmente na World Wide Web (WWW) a sua mais forte expressão. Quando estas tecnologias são usadas para fins educativos, nomeadamente para apoiar e melhorar a aprendizagem dos alunos e desenvolver ambientes de aprendizagem, podemos considerar as TIC como um subdomínio da Tecnologia Educativa.

Diante disso, podemos caracterizar o *Facebook*, por exemplo, como uma Tecnologia da Informação e Comunicação. Como citado anteriormente, fizemos uso desta TIC durante a nossa pesquisa. O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação ainda é um assunto bastante discutido pelos professores.

No que diz respeito ao GeoGebra, este possui também, o *GeoGebraTube* que é um espaço onde se encontra disponível, para download, mais de 300.000 materiais construídos no GeoGebra. Devido ao grande número de materiais disponíveis no *GeoGebraTube*, eles estão organizados da seguinte forma: “Materiais em Destaque”, “Materiais Mais Recentes”, “Materiais Populares”. Além disso, existe a opção de

[2] A sigla inglesa PDF significa Portable Document Format (Formato Portátil de Documento), um formato de arquivo criado pela empresa Adobe Systems para que qualquer documento seja visualizado, independente de qual tenha sido o programa que o originou (GUIMARÃES, 2015).

procurar os materiais utilizando a opção “Palavras-Chaves Populares” e “Tipos de Material”.

No final da página do *GeoGebraTube* encontramos o *GeoGebraBooks*, que permite o agrupamento de vários materiais de modo que eles podem ser usados juntos facilmente. Além do *GeoGebraBooks* encontra-se o *My Groups* onde podemos encontrar os grupos que criamos ou aqueles que somos convidados a participar.

2.2 GeoGebra 3D: a interação com o micromundo.

De acordo com o Instituto São Paulo GeoGebra (PUC-SP, sem data, página inicial do Instituto):

> O GeoGebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino[...]. GeoGebra foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter e a sua popularidade tem crescido desde então. Atualmente, o GeoGebra é usado em 190 países, traduzido para 55 idiomas, são mais de 300000 downloads mensais, 62 Institutos GeoGebra em 44 países para dar suporte para o seu uso. Além disso, recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA, e foi instalado em milhões de laptops em vários países ao redor do mundo.

Por ser um software gratuito, o GeoGebra permite, tanto aos professores quantos aos alunos, explorar e investigar os recursos admitidos para construção e consolidação dos conhecimentos geométricos. Salienta-se que o GeoGebra não é um programa limitado ao estudo da Geometria, pois é possível estudar Álgebra, Cálculo, dentre outros conteúdos matemáticos.

> O GeoGebra é uma das tecnologias de maior destaque e interesse na atual fase, sendo utilizado em versão online e em constante atualização de versões; por outro, o GeoGebra compila as plataformas de geometria dinâmica e dos sistemas de computação algébrica, o que nos leva a revisitar perspectivas importantes da segunda fase como experimentação com tecnologias e a visualização. (BORBA, SILVA e GADANIDIS, 2014, pp. 13-14):

De acordo com algumas leituras realizadas, podemos considerar o GeoGebra como um micromundo matemático, e de acordo com Carvalho (2012, p. 1): “Pode-se dizer que o Micromundo é o objeto de Aprendizagem que permite ao usuário a construção de suas próprias ferramentas, comandos e representações”. Nesse sentido, "O micromundo contribui para a aprendizagem permitindo as manipulações pelo sujeito dos objetos e relações através dos operadores e favorecendo assim a construção dos conhecimentos sobre esses objetos e relações" (BELLEMAIN, 2002, p. 55).

Sendo assim, o micromundo permite que o sujeito seja ativo em sua aprendizagem, uma vez que propõe um campo de experimentação e manipulação dos objetos a serem estudados. E como o GeoGebra é um programa no qual é possível construir objetos, animá-los, manipulá-los, e possui algumas janelas, tais como: Janela de visualização 2D, Janela de visualização 3D, Janela de Álgebra, campo de entrada, dentre outras funcionalidades, enfatizamos que o mesmo se trata de um micromundo matemático. A seguir iremos comentar sobre as janelas do GeoGebra, mencionadas.

2.2.1 Conhecendo o GeoGebra 3D e suas interfaces

Como já mencionado, o GeoGebra 3D é um programa matemático multiplataforma que auxilia nos estudos e construções de Álgebra, Aritmética e Geometria. Vejamos algumas ferramentas:

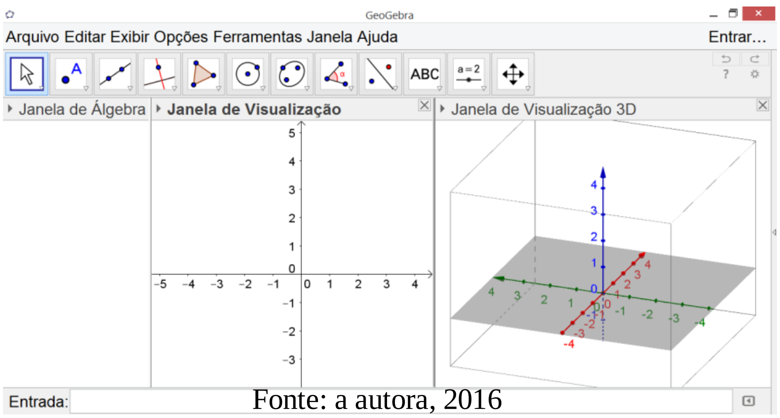
1. Ao fazer o download do GeoGebra, o mesmo ficará salvo com o seguinte ícone indicativo:

Figura 1 - Ícone de atalho do GeoGebra

Fonte: a autora, 2016

2. Na tela inicial do GeoGebra existem três janelas: janela de Álgebra, janela de visualização 2D e janela de visualização 3D, sendo que esta última precisa ser ativada clicando no botão Exibir e selecionando a opção Exibir Janela de Visualização 3D.

Figura 2 - Tela inicial do GeoGebra 3D



Fonte: a autora, 2016

Na parte inferior da tela inicial do programa GeoGebra encontra-se a barra de Entrada. Esta foi bastante utilizada durante o desenvolvimento da nossa pesquisa. Segue abaixo uma figura ilustrativa da mesma.

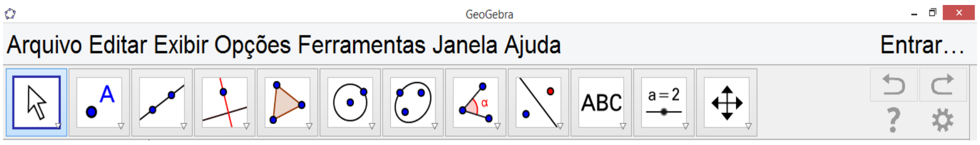
Figura 3 - Barra de Entrada do GeoGebra

Fonte: a autora, 2016

3. Já na parte superior encontram-se as Barras de Menus e Barra de Ferramentas. A primeira contém opções mais gerais, tais como: Nova Janela, Abrir do *GeoGebraTube*, Gravar Como (ou seja, salvar como), Visualizar Impressão, Inserir Imagem de Protocolo de Construção, etc. A segunda barra é formada por opções úteis para construção de pontos, retas, polígonos, círculos, poliedros, obter medidas dos objetos construídos, ampliar, reduzir ou apagar os objetos formados, dentre outras.

Além disso, cada ícone da Barra de Ferramentas "esconde" outros ícones. Os quais podem ser acessados com um clique no canto inferior direito de cada ícone da barra.

Figura 4 - Barra de Menus e Barra de Ferramentas



Fonte: a autora, 2016

A seguir abordaremos alguns aspectos sobre visualização e manipulação na Geometria Espacial.

2.2.2 Visualização e manipulação dos objetos para aprendizagem de Geometria Espacial

A Geometria é uma área da Matemática que possui várias aplicações no cotidiano. Na realidade, existem várias Geometrias são elas: Geometria Plana, Geometria Espacial, Geometria Analítica, Geometria Euclidiana, Geometria Fractal, dentre outras. Nossa pesquisa terá como foco principal estudar a Geometria Espacial, especificamente, o conteúdo denominado Poliedros de Platão.

A aplicação de conhecimentos geométricos na realidade física levanta um problema cognitivo importante. Ele aparece quando partimos de um problema real que não foi ainda modelado geometricamente (DUVAL, 2011). Diante desta colocação começamos a refletir sobre o problema cognitivo mencionado pelo autor.

Dessa forma, concordamos com Pavanello (1989, p. 18) ao enfatizar que:

> A visualização, conseguida pela representação por desenhos das situações que se quer analisar, aumenta o grau de compreensão que delas se tem. Se as representações podem induzir a ilusões, podem também proporcionar uma visualização mais clara do problema a resolver.

Assim, ao construirmos um cubo, no GeoGebra, por exemplo, é possível manipular o objeto construído de tal forma que obtemos uma visualização de todas as suas faces, vértices e arestas. Assim como, dados os valores na Janela de Álgebra, de cada uma das arestas (no caso terão medidas iguais) podemos obter o volume deste cubo. Dentre outras informações alcançadas, uma vez que construímos o cubo utilizando o recurso didático GeoGebra. E, dessa forma, conseguiremos uma visualização dos elementos do cubo, tornando a compreensão do mesmo mais fácil, possivelmente.

Após a construção e manipulação não apenas do cubo, mas também de outros Poliedros, é possível ter uma representação mental destes. Essa representação pode ser uma imagem, um objeto que se assemelhe ao Poliedro, alguns elementos que constituem estes Poliedros, dentre outras representações mentais.

Mas, o que é visualização? Para Arcavi (1999, p.209) apud Fontana (2010, p. 61):

> É a habilidade, o processo e o produto de criação, interpretação, uso e comentário sobre figuras, imagens, diagramas, em nossas mentes,

> em papel ou com ferramentas tecnológicas, com a finalidade de desenhar e comunicar informações, pensar sobre e desenvolver ideias não conhecidas e avançar na compreensão.

Nesse sentido, a nossa pesquisa está voltada para o processo de visualização dos Poliedros de Platão, a partir da construção e manuseio destes no programa GeoGebra. Acreditamos que a visualização de todas as faces, vértices, arestas, altura, diagonais, dentre outros elementos dos Poliedros, assim como o manuseio destes no programa computacional, proporciona uma compreensão melhor da Geometria Espacial e, especificamente, dos Poliedros Platônicos.

3. POLIEDROS DE PLATÃO E RELAÇÃO DE EULER

3.1 Definições e classificações

A palavra Poliedros vem do grego em que *Poly* significa muitos e *edros* significa faces, isto é, poliedro é uma reunião finita delimitada por polígonos planos os quais são chamados de faces. Os poliedros foram bastante estudados, na antiguidade, por filósofos e grandes estudiosos. Dentre eles, destacamos, em nossa pesquisa, Platão.

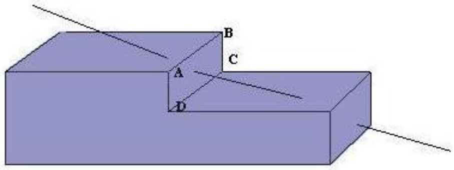
Além disso, é possível encontrar representações de poliedros no cotidiano, nos jogos (dado, por exemplo), nas artes (esculturas), embalagens de produtos (embalagem de creme dental, caixa de perfume), na natureza (cristais, moléculas), etc.

Os poliedros são classificados em **convexos** e **não convexos** (ou côncavo).

> Um poliedro é convexo se o seu interior U é um conjunto convexo, ou seja, se qualquer segmento de reta que liga dois pontos de U está inteiramente contido em U. Ou equivalentemente, um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos, ou ainda, toda reta que contém um ponto de seu interior interseciona o poliedro em exatamente dois pontos. Um poliedro é côncavo se não é convexo. (FANTI, KODAMA e NECCHI, 2007, p. 731):

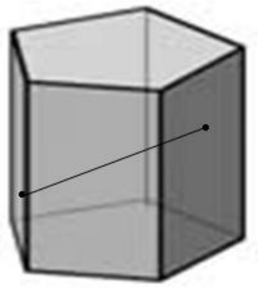
Para ilustrar a definição sobre poliedros convexos e não convexos (ou côncavo), apresentada pelas autoras, vejamos as figuras 5 e 6.

Figura 5 - Poliedro não convexo (ou côncavo)



Fonte: Feitosa ([s.d.], p.1)

Figura 6 - Poliedro convexo



Fonte: Mialich (2013, p. 15)

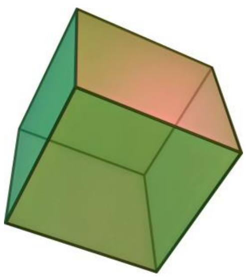
Além disso, os poliedros estão classificados em **regulares** e **não regulares**.

"Dizemos que um poliedro convexo é **regular** quando todas as suas faces são polígonos regulares iguais (mais precisamente, congruentes) e, além disso, em cada vértice do poliedro concorre o mesmo número de arestas". (MIALICH, 2013, p. 16).

Assim, um poliedro é **não regular** (semirregular) quando nem todas as suas faces são polígonos congruentes. Os poliedros irregulares são formados pelo grupo das pirâmides e dos prismas. Em nossa pesquisa, trabalharemos com os poliedros convexos regulares, mais conhecidos como Poliedros de Platão.

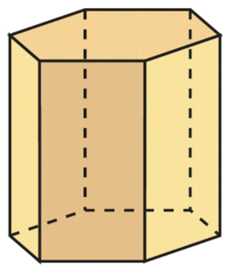
A seguir, apresentamos duas figuras (7 e 8): Uma de um poliedro regular e a outra de um poliedro não regular.

Figura 7 - Poliedro regular cubo



Fonte: Brandoa (2012, blog
A Turma do Arco-Íris)

Figura 8 - Poliedro irregular prisma hexagonal



Fonte: Costa (2012, blog
Complexx Numbers)

Além disso, muitas pessoas confundem a diferença entre poliedros e sólidos geométricos. De acordo com algumas leituras realizadas, faz-se necessário distinguir e apresentar as diferenças existentes entre poliedro e sólido geométrico.

Segundo Leonardo (2013): "**Poliedro** é o sólido geométrico formado pela reunião de uma superfície poliédrica fechada com todos os pontos do espaço delimitados por ela." (p. 138, grifo do autor).

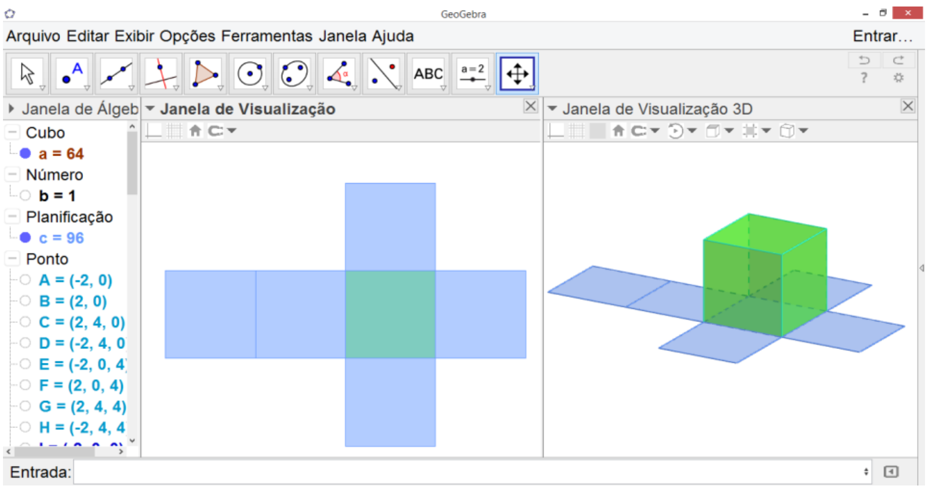
Assim, concordamos com Fanti, Kodama e Necchi (2007, p. 731) ao enfatizarem que: "Ao considerarmos esta última definição de poliedro, a região interior limitada pelos polígonos planos, pertence ao poliedro, uma vez que o termo sólido significa maciço, não oco".

No entanto, Mialich (2013, p. 13) vai além mostrando que não devemos confundir sólidos e poliedros, pois:

> Ao se considerar poliedro como um sólido geométrico, não faz sentido falar em planificação do poliedro, já que não é possível planificar um sólido. Neste caso, o que é planificado é apenas a superfície deste sólido, que é denominada *superfície poliédrica*, ou seja, não é considerado seu interior na planificação.

Neste sentido, nossa pesquisa está voltada para o estudo dos poliedros de Platão e não Sólidos de Platão, como alguns livros e textos apresentam. A seguir apresentamos na figura 9 a construção no GeoGebra, do cubo e da sua planificação.

Figura 9 - Poliedro cubo e sua planificação



Fonte: a autora, 2016

3.2 Representação dos poliedros para Platão: Um pouco de história.

Platão (figura 10) nasceu em Atenas em 428 a.C. e morreu em 347 a.C. foi um filósofo grego que, por volta dos 20 anos tornou-se discípulo de Sócrates.

Segundo Andrade, Frazão e Aguiar (2015, p. 1):

> Quando Sócrates foi condenado à morte, Platão desiludiu-se com a política e voltou-se inteiramente para a filosofia. Realizou estudos em várias partes do mundo, foi para Megara onde estudou Geometria com Euclides, importante matemático da época. Esteve no Egito onde estudou Astronomia. Em Cyrene, no norte da África, se aperfeiçoou em Matemática. Em Crotona, no sul da Itália, manteve contato com os discípulos de Pitágoras, notável filósofo e matemático.

Platão escreveu sobre quase todos os assuntos da época. Fundou uma Academia na qual se achava inscrito sobre a porta “Que ninguém que ignore a Geometria entre aqui”. Assim, podemos afirmar que Platão foi um dos principais matemáticos que realizou estudos sobre Geometria e, consequentemente, contribuiu para a evolução da mesma.

Figura 10 - Filósofo e Matemático Platão

Fonte: Pepe (2009, blog do Benito Pepe)

De acordo com Barbosa (2011, p. 23): “Os chamados sólidos de Platão, assim chamados erradamente, pois segundo alguns pesquisadores três deles, o tetraedro, o cubo e o dodecaedro se devem aos pitagóricos, e o octaedro e o icosaedro devem-se a Teeteto”.

Porém, foi Platão quem demonstrou a existência de apenas cinco poliedros regulares convexos, os quais serão descritos, detalhadamente, adiante. De tanto estudar estes poliedros, eles se tornaram conhecidos como “Poliedros de Platão”.

Em uma de suas obras, intitulada Timeu, Platão faz uma associação entre os cinco poliedros (Tetraedro, Cubo, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro) e os elementos da natureza – Ar, Água, Fogo e Terra. O quinto elemento, Platão associou ao Universo. Vejamos de que modo, foi feito esta associação.

- O fogo, cujo átomo teria a forma de um poliedro com quatro lados, ele atribuiu ao tetraedro, que é o poliedro mais “pontudo”, com arestas mais cortantes, com menor número de faces e de maior mobilidade.

Figura 11 - Representação do Tetraedro regular

Fonte: http://avrinc05.no.sapo.pt/index.htm

- O cubo representa a Terra porque Platão acreditava que átomos da terra seriam cubos, os quais poderiam ser colocados lado a lado com estabilidade.

Figura 12 – Representação do Cubo (Hexaedro regular)

Fonte: http://avrinc05.no.sapo.pt/index.htm

- O octaedro representava o ar, pois o modelo de Platão para o átomo de ar era um Poliedro com oito faces.

Figura 13 - Representação do Octaedro regular

Fonte: http://avrinc05.no.sapo.pt/index.htm

- O dodecaedro representava o universo, porque o cosmos, que segundo ele era a "alma do mundo", seria constituído por átomos em forma de dodecaedro.

Figura 14 - Representação do Dodecaedro regular

Fonte: http://avrinc05.no.sapo.pt/index.htm

- O icosaedro representava a água porque Platão acreditava que os átomos de água teriam forma de icosaedro.

Figura 15 - Representação do Icosaedro regular

Fonte: http://avrinc05.no.sapo.pt/index.htm

3.3 Construindo os Poliedros de Platão no GeoGebra

Nesta seção mostraremos como construir os Poliedros Platônicos com auxílio do programa GeoGebra 3D. Vale ressaltar que existem várias maneiras de realizar tais construções. Diante disso, procuraremos mostrar duas ou mais formas de construir cada um dos cinco poliedros.

Antes de iniciar o passo-a-passo da construção de cada poliedro, comentaremos brevemente sobre cada um deles.

3.3.1 Tetraedro regular

"O tetraedro é sem dúvida o pai de toda a família de poliedro. A partir dele se fazem todos os demais" (BARBOSA, 2011, p. 24).

O tetraedro é formado por quatro faces triangulares, possui quatro vértices e seis arestas. De cada vértice, do tetraedro, partem três arestas.

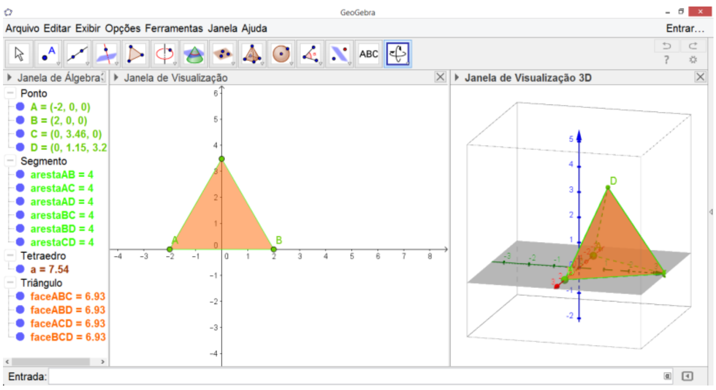
Apresentaremos apenas um dos procedimentos que se pode construir o Tetraedro.

1. Exibir o GeoGebra 3D;
2. Clicar com o botão direito do mouse sobre ícone Exibir da Barra de Menu e selecionar a Janela de Visualização 3D;
3. Clicar no ícone Ponto da Barra de Ferramentas e inserir dois pontos;
4. Clicar, com o botão direito do mouse na parte inferior à direita sobre o ícone Pirâmide e selecionar a opção Tetraedro Regular;
5. Selecionar os dois pontos criados.

Ao seguir esses passos, descritos acima, teremos na Janela de Álgebra os pontos e suas respectivas coordenadas, os segmentos ou arestas e o tamanho de cada uma delas, o volume do tetraedro regular, e, por fim as faces e a suas respectivas áreas.

A figura 16 ilustra a construção do tetraedro regular, seguindo os passos descritos.

Figura 16 - Construção do tetraedro regular no GeoGebra



Fonte: a autora, 2016

3.3.2 Hexaedro Regular (ou cubo)

O cubo é um hexaedro regular, pois, é formado por seis faces congruentes e quadrangulares. Os ângulos internos de cada quadrado medem 90°. Além disso, o cubo possui oito vértices e doze faces, sendo que em cada vértice partem três arestas. E, é o único poliedro Platônico formado por faces quadrangulares.

Diferentemente da construção do tetraedro regular, descrita anteriormente, iremos mostrar os passos para construção do cubo, utilizando apenas dois pontos e, mostrando, também, a planificação do mesmo. Achamos interessante mostrar a planificação, pois, acreditamos na importância de associar a Geometria Plana e a Geometria Espacial.

1. Iniciar o GeoGebra;
2. Exibir a Janela de Visualização 3D;
3. Selecionar dois pontos quaisquer ou na Janela de Visualização 2D ou na Janela de Visualização 3D;
4. Digitar na Barra de Entrada a palavra cubo e selecionar a opção “Cubo [<Ponto>, <Ponto>];
5. Digitar os pontos que foram criados, por exemplo, se os pontos criados foram F e G então teremos o seguinte: [F, G] e, por fim clique Enter.

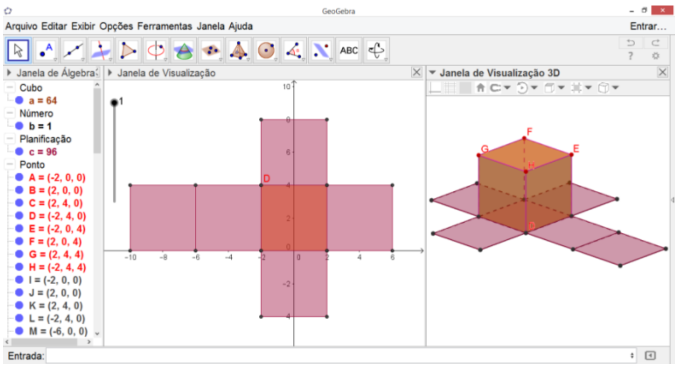
Dessa forma, teremos a construção do cubo, partindo de dois pontos quaisquer. Para planificarmos o cubo construído, basta seguir os itens 6, 7 e 8 descritos logo abaixo.

6. Clica em qualquer lugar da Janela de Visualização 3D;
7. Seleciona o item Pirâmide da Barra de Ferramentas e clica no canto inferior à direita deste ícone.
8. Clica na última opção denominada por “Planificação” e, por fim seleciona o poliedro, no caso o hexaedro regular.

Vale ressaltar que existem outros procedimentos para a construção do cubo, dentre elas, um procedimento análogo à construção do tetraedro que mostramos anteriormente. Existem até o momento onze tipos de planificações do cubo.

A figura 17 mostra o resultado da construção do cubo dados dois pontos quaisquer.

Figura 17 - Construção e planificação do Cubo



Fonte: a autora, 2016

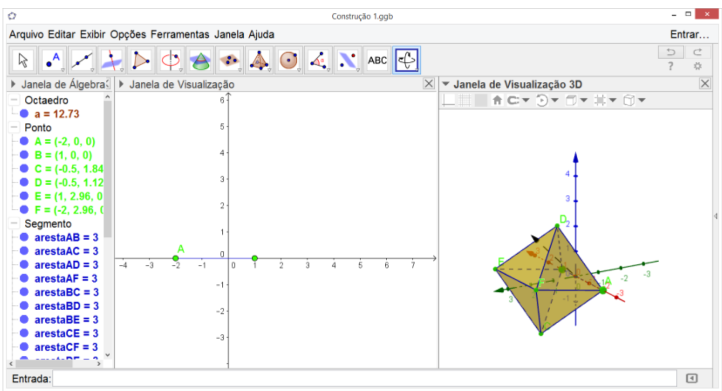
3.3.3 Octaedro regular

O octaedro é um poliedro regular composto por oito faces triangulares (triângulos equiláteros), seis vértices e doze arestas. De cada vértice partem quatro arestas. A seguir, mostraremos como construir o octaedro dados dois pontos e um vetor.

1. Após abrir o GeoGebra e exibir a Janela de Visualização 3D, selecione dois pontos;
2. Digite na Barra de Entrada um vetor qualquer, sempre com letra minúscula. Por exemplo, c = (0,2,2);
3. Digite no campo de Entrada a palavra octaedro;
4. Selecione a opção: Octaedro [<Ponto>, <Ponto>, <Direção>];
5. Substitua os nomes “Ponto” e “Direção” pelos pontos e pelo vetor criado e, em seguida, Enter.

Segue abaixo uma figura mostrando o octaedro regular construído.

Figura 18 - Octaedro regular construído



Fonte: a autora, 2016

3.3.4 Dodecaedro regular

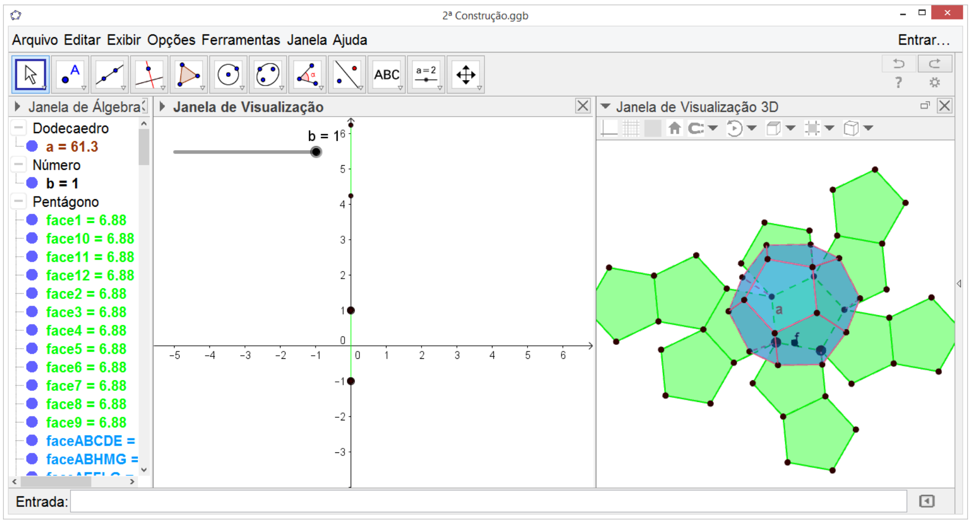
O dodecaedro regular é um poliedro de Platão formado por 12 faces pentagonais, 20 vértices e trinta arestas. De cada vértice partem três arestas.

De maneira análoga ao passo-a-passo da construção dos poliedros já descritos, vamos mostrar como construir o dodecaedro partindo de dois pontos, um vetor e mostrando a planificação do mesmo.

1. Ao abrir o GeoGebra, selecione dois pontos e crie um vetor qualquer;
2. Digite no campo de Entrada o nome dodecaedro e selecione a opção Dodecaedro [<Ponto>, <Ponto>, <Direção>];
3. Substitua os nomes pelos pontos e pelo vetor criado;
4. Selecione o item Pirâmide da Barra de Ferramentas e clique no canto inferior à direita deste ícone.
5. Clica na última opção denominada por “Planificação” e, por fim seleciona o poliedro, no caso o dodecaedro regular.

O resultado desta construção pode ser visualizado na figura 19.

Figura 19 - Construção do dodecaedro e sua planificação



Fonte: a autora, 2016

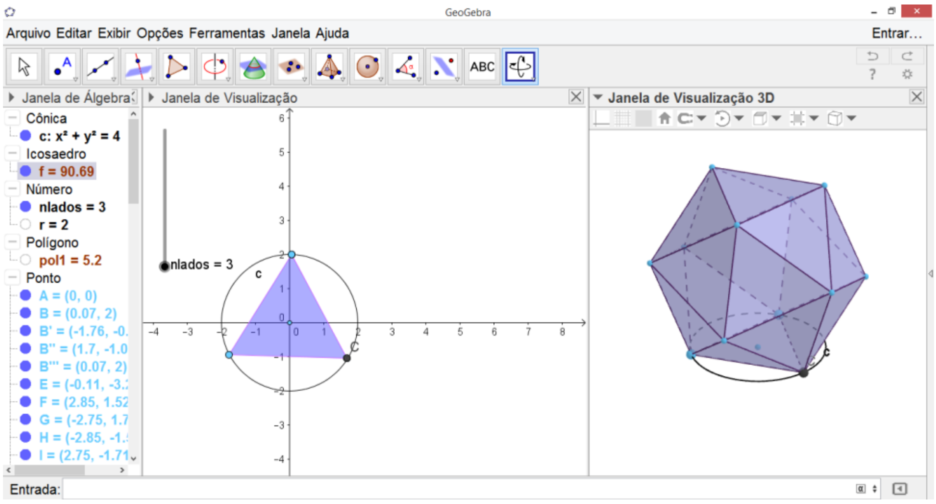
3.3.5 Icosaedro regular

Por fim mostraremos como construir o icosaedro regular. Porém, existe uma forma diferente de todas que foram mostradas até agora. Nesta, é possível obter os cinco poliedros de Platão. Vejamos os passos:

1. Crie um ponto na origem, por exemplo, O = (0,0,0);
2. Selecione a opção Controle Deslizante na Barra de Ferramentas e clique na Janela de Visualização 2D para especificar a posição do controle deslizante;
3. Mude o nome do controle deslizante para “nlados” ao invés de “a” e digite 3 para o intervalo mínimo, 5 para o máximo e 1 na opção incremento;
4. Crie uma variável “r”, digitando na Barra de Entrada a letra minúscula r = 2;
5. Selecione a opção Círculo, na Barra de Ferramentas, e clique no canto inferior à direita.
6. Escolha a opção “Círculo dados Centro e Raio”, onde o raio será r = 2, e, crie um ponto qualquer no círculo criado;
7. Digite no campo Entrada, α = 360° ÷ nlados. O símbolo α encontra-se no final da Barra de Entrada;
8. No ícone Reflexão em Relação a uma Reta, selecione o item “Reflexão em torno de um ponto” e marque 45º no sentido anti-horário;
9. Selecione o ponto construído no círculo e o ponto do centro (ou seja, ponto O);
10. Mude o ângulo de 45º para o ângulo α. E, assim surge o ponto A’. Repita o mesmo processo mais duas vezes, até que sejam criados os pontos A’’ e A’’’;
11. Selecione a opção Polígono Regular e, em vértices coloque o nome “nlados”;
12. Digite na Entrada o nome Icosaedro e selecione a opção: Icosaedro [<Ponto>, <Ponto>, <Ponto>] e, para finalizar a construção, Enter.

Esta forma de construir os Poliedros de Platão é interessante, porque, após seguir os passos, é possível criar os cinco poliedros, apenas selecionando, no controle deslizante, o tipo de face do poliedro, isto é, para construção do icosaedro “nlados = 3” e, em seguida, digitando os seus respectivos nomes, na barra de Entrada, assim como, os pontos criados no círculo. Para ilustrar tal construção, destacando o icosaedro, vejamos a figura 20.

Figura 20 - Construção do icosaedro



Fonte: a autora, 2016

3.4 Da visualização à representação: Teoria dos Registros de Representações Semióticas

Para realização deste trabalho, escolhemos como fundamentação teórica a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (RRS) de Duval (2011).

> As representações são epistemologicamente ambivalentes, porque de um lado não se deve jamais confundi-las com os próprios objetos, mas de outro lado elas são, por causa de sua diversidade, sempre necessárias para que se tenha acesso aos objetos. Pois, elas estão <<no lugar dos>> objetos ou os <<evocam>>, quando esses não são imediatamente acessíveis. (DUVAL, 2011, p. 23).

Em seu livro “*Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas”,* publicado no ano de 2011, Duval escreve sobre os signos e, menciona que não podemos confundir signos com os objetos aos quais eles se referem. “O signo é uma coisa (res) que, além da forma percebida pelos sentidos, faz vir a partir dele o pensamento de qualquer outra coisa”. (p. 23).

Em nossa pesquisa, tentaremos associar a teoria dos RRS de Duval (2011) com as construções feitas no GeoGebra. Pois, o GeoGebra possui as janelas de visualização 2D e 3D e a janela algébrica sendo possível ter mais de um registro de cada objeto construído.

Com isso podemos nos questionar, assim como fez Duval (2011, p.17): “Quando acreditamos estar na presença de um objeto, trata-se do próprio objeto ou de uma representação?”.

Além disso, Duval (2011, p. 38) faz uma distinção entre signos e representações.

> Para resumir, as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações e, não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visíveis, ou os traços. Muitas vezes associamos os signos a essas unidades elementares de sentido, que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas, algarismos, às vezes palavras-chave, ou os gestos da mão. O que equivale a considerar os signos como as “coisas” pelas quais é preciso começar para dar um sentido!

No entanto, em nossa pesquisa, será possível trabalhar com os registros geométricos, algébricos, assim como abordaremos, em nossos estudos sobre os Poliedros de Platão, alguns signos como: pontos, segmentos de retas, letras, palavras, etc. Além dos diferentes tipos de registros[3], pretendemos abordar em nossa pesquisa que é possível obter uma nova representação a partir de outra já existente. “[...] uma representação semiótica só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação [...]” (DUVAL, 2011, p. 52).

Na sala de aula, uns dos locais onde ocorre o processo de ensino-aprendizagem, não basta que apenas o professor saiba que é possível representar o mesmo objeto através de diferentes registros, mas, também que é preciso “saber se os alunos, diante das representações semióticas, quaisquer que elas sejam, podem discriminar as diferentes unidades de sentido, formando o conteúdo de cada representação [...]” (DUVAL, 2011, p. 57).

No que diz respeito à utilização de programas computacionais ou *softwares* para construções geométricas, concordamos com Duval (2011, p. 84) ao dizer que: “[...] a construção instrumental das figuras, sobretudo utilizando *softwares*, confere às figuras uma confiabilidade e uma objetividade que permitem efetuar verificações e observações”.

Como a utilização do programa educacional GeoGebra permite a visualização e manipulação daquilo que está sendo construído, então, este programa talvez possa

[3] “Um registro é, evidentemente, um sistema semiótico, mas um sistema semiótico particular que não funciona nem como código, nem como sistema formal. Ele se caracteriza, essencialmente, pelas operações cognitivas específicas que ele permite efetuar” (DUVAL, 2011, p. 70).

facilitar uma atividade na qual se pretende construir todos os Poliedros de Platão, por exemplo. Ou seja, “para esse tipo de atividade, <<ver>> é importante, pois a utilização eficaz de uma ferramenta exige que possamos antecipar as produções a realizar” (DUVAL, 2011, p. 84).

“Interessar-se pelos registros de representações semióticas seria introduzir um intermediário, e portanto uma tela, entre os objetos matemáticos, suas propriedades e a compreensão matemática” (DUVAL, 2011, p. 101). Portanto, ensejamos inserir, nesta pesquisa, a teoria de Duval (2011) como uma “ponte” entre as construções dos poliedros Platônicos no programa computacional GeoGebra 3D, o estudo dos registros, das representações e de alguns elementos geométricos destes poliedros.

3.5 Dos Poliedros de Platão à Relação de Euler

Um dos resultados mais importantes sobre os poliedros é a Relação de Euler que é válida para determinada classe de poliedros, no caso para os poliedros convexos. A relação de Euler é enunciada da seguinte forma:

$$\boxed{V-A+F = 2}$$

Onde V é o número de vértices, A é o número de arestas e F é o número de faces.

De acordo com Pereira (2011), um poliedro diz-se convexo se, e somente se, satisfaz as condições abaixo:

i) $A \geq 6$

ii) $V - A + F = 2$

iii) $A + 6 \leq 3F \leq 2A$

iv) $A + 6 \leq 3V \leq 2A$

Dessa forma, iremos verificar se os Poliedros de Platão satisfazem estas condições.

Como foi visto anteriormente, o tetraedro possui 6 arestas, logo fica verificado a primeira condição. Além disso, ele possui 4 faces e 4 vértices. Então, $4 - 6 + 4 = 2$, este resultado prova o item ii. Ressaltamos que o segundo item é a Relação de Euler. Se somarmos o número de arestas com 6, triplicarmos o número faces e multiplicarmos o número de aresta por 2, teremos valores iguais, o que prova o terceiro item. Como, no tetraedro regular, o número de faces é igual ao número de vértice, verifica-se assim, a validade do item iv.

i) $6 \geq 6$

ii) $4 - 6 + 4 = 2$

iii) $6 + 6 \leq 3.4 \leq 2.6$

iv) $6 + 6 \leq 3.4 \leq 2.6$

Como o cubo tem 12 arestas, fica satisfeita a primeira desigualdade. Além disso, a Relação de Euler também é satisfeita, pois, $8 - 12 + 6 = 2$. Somando o número de arestas com 6, o resultado é igual ao triplo do número de faces que menor do que o dobro do número de arestas. De maneira análoga, ao somarmos o número de arestas com 6 obtemos um resultado igual ao triplo do número de vértices. Além disso, o triplo do número de vértices é igual ao dobro do número de arestas.

i) $12 \geq 6$

ii) $8 - 12 + 6 = 2$

iii) $12 + 6 \leq 3.6 \leq 2.12$

iv) $12 + 6 \leq 3.8 \leq 2.12$

Assim como o cubo, o octaedro possui, também, 12 arestas, o que satisfaz a primeira condição. A Relação de Euler também é satisfeita, pois, $6 - 12 + 8 = 2$. A soma do número de arestas com 6 é menor do que o triplo do número de faces que é igual ao dobro do número de arestas. Fica verificado, dessa forma, o item iii. O número de arestas somado a 6 é igual ao triplo do número de vértices e, este é menor do que o dobro do número de arestas. Logo, verificamos o item iv.

i) $12 \geq 6$

ii) $6 - 12 + 8 = 2$

iii) $12 + 6 \leq 3.8 \leq 2.12$

iv) $12 + 6 \leq 3.6 \leq 2.12$

O dodecaedro possui 30 arestas, satisfazendo a primeira condição. A Relação de Euler é verificada, pois, $20 - 30 + 12 = 2$. Somando o número de arestas a 6 obtemos o resultado 36 que é igual ao triplo do número de faces. Este, por sua vez, é menor do que o dobro do número de arestas. Além disso, o triplo do número de vértices é igual ao dobro do número de arestas. Logo, verificamos os itens iii e iv.

i) $30 \geq 6$

ii) $20 - 30 + 12 = 2$

iii) $30 + 6 \leq 3.12 \leq 2.30$

iv) $30 + 6 \leq 3.20 \leq 2.30$

Por último, sabemos de resultados anteriores, que o icosaedro também possui 30 arestas e, dessa forma, fica verificado o primeiro item. A relação de Euler também se verifica, pois, 12 – 30 + 20 = 2. Os itens iii e iv também são válidos, pois, o triplo do número de faces, o dobro do número arestas e o triplo do número de vértices são iguais e menores do que o número de arestas somado com 6. Assim, temos:

i) $30 \geq 6$

ii) $12 - 30 + 20 = 2$

iii) $30 + 6 \leq 3.20 \leq 2.30$

iv) $30 + 6 \leq 3.12 \leq 2.30$

De acordo com Pereira (2011), um poliedro é chamado poliedro de Platão se, e somente se:

• todas as faces têm o mesmo número de arestas;

• todos os ângulos poliédricos [4] têm o mesmo número de arestas;

• satisfaz a relação de Euler (V – A + F = 2).

3.6 Por que só existem cinco Poliedros de Platão?

Desde o início da nossa pesquisa, sentimos curiosidade em saber o porquê da existência de apenas cinco poliedros convexos regulares. Diante disso, realizamos algumas leituras que nos levou a entender a demonstração da existência de apenas cinco poliedros convexos regulares.

Teorema: Existem apenas cinco poliedros regulares: o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

Demonstração: Considere um poliedro convexo (qualquer reta não paralela a nenhuma de suas faces o corta em, no máximo, dois pontos) e regular denotado por **P** com **V** vértices, **A** arestas e **F** faces. Denotemos por **n** o número de lados do polígono que forma cada face e por **p** o número de arestas concorrentes em cada vértice de **P**.

---

[4] Sejam **n**, $n \geq 3$ semi-retas de mesma origem tais que nunca fiquem três num mesmo semiplano. Essas semi-retas determinam **n** ângulos em que o plano de cada um deixa as outras semi-retas em um mesmo semi-espaço. A figura formada por esses ângulos é o *ângulo poliédrico*. Ou seja, Ângulo poliédrico é cada "bico" de um poliedro formado por faces iguais.

Temos então as seguintes relações:

(<u>Em relação às faces</u>) e (<u>Em relação aos vértices</u>)

2A = n F e 2A = p V, que nos dá:

$$A = \frac{n\,F}{2} \qquad V = \frac{2A}{p} \longrightarrow V = \frac{n\,F}{p}$$

Substituindo os valores de **A** e **V** na relação de Euler, teremos:

$$V\text{-}A\text{+}F = 2 \longrightarrow \frac{2A}{p} - \frac{n\,F}{2} + F = 2 \longrightarrow \frac{n\,F}{p} - \frac{n\,F}{2} = 2$$

$$\longrightarrow \frac{2nF - pnF + 2pF}{2p} = 2 \longrightarrow 2nF - pnF + 2pF = 4p$$

$$\longrightarrow F\,(2n - pn + 2p) = 4p$$

$$\longrightarrow F = \frac{4p}{(2n - pn + 2p)} \ (*)$$

Uma vez que o número de faces (F) e o número (p) de arestas concorrentes em cada vértice são números naturais, devemos ter:

$$2n - pn + 2p > 0 \longrightarrow 2n > pn - 2p \longrightarrow 2n > p(n-2) \longrightarrow p < \frac{2n}{n-2}$$

Como o número de arestas (p) concorrentes em cada vértice em um poliedro deve ser maior ou igual a 3, temos então:

$$\frac{2n}{n-2} > p \geq 3 \leftrightarrow \frac{2n}{n-2} > 3 \leftrightarrow \frac{2n}{n-2} - 3 > 0 \leftrightarrow \frac{2n-3n+6}{n-2} > 0 \leftrightarrow \frac{-n+6}{n-2} > 0$$

Portanto,

$$2 < n < 6$$

Ou seja, o número de lados dos polígonos (que são as faces do poliedro P), deve ser n = 3, 4 ou 5. Analisemos assim os possíveis valores de p e F, para n natural, satisfazendo a desigualdade acima.

(I) observemos que quando n = 3 o poliedro encontrado é formado apenas por triângulos, substituindo em (*), temos então $F = \frac{4p}{6-p}$ de modo que $3 \leq p < 6$.

Para p = 3, temos que F = 4, ou seja, obtemos o tetraedro (regular).

Para p = 4, temos que F = 8, ou seja, obtemos o octaedro.

Para p = 5, temos que F = 20, ou seja, obtemos o icosaedro.

(II) Observemos que quando n = 4 o poliedro é formado apenas por quadrados e temos: $F = \frac{4p}{8-2p} \rightarrow F = \frac{2p}{4-p}$, dessa forma, o único valor possível para p é 3 (já que, $3 \leq p < 4$).

Para p = 3, temos que F = 6, ou seja, o poliedro é o cubo.

(III) Observemos que quando n = 5 o poliedro regular é formado apenas por pentágonos, e de (*) temos $F = \frac{4p}{10-3p}$. Novamente o único valor possível é p = 3, pois, $3 \leq p < \frac{10}{3}$.

Para p = 3, temos que F = 12, ou seja, obtemos o dodecaedro.

Por (I), (II) e (III), tem-se então que há apenas cinco poliedros regulares, o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro.

Ressaltamos que esta demonstração foi baseada no trabalho de dissertação de Mialich (2013).

4. METODOLOGIA

Neste capítulo apresentaremos os instrumentos utilizados para coleta de dados, que serão posteriormente analisados, apresentando informações sobre o tipo de pesquisa, público alvo, e, mostramos as atividades propostas durante o minicurso.

O presente trabalho foi organizado em cinco etapas:

1ª. Pesquisa bibliográfica, onde procuramos conhecer os trabalhos na área de Geometria Espacial e Tecnologias. Assim, realizamos leituras de artigos, monografias, dissertações, livros, etc.;

2ª. Elaboração de um minicurso para construção dos poliedros platônicos, estudo da relação de Euler e verificação de vários registros de representações semióticas presentes no GeoGebra;

3ª. Criação de um formulário de inscrição e divulgação em grupos de estudos do Facebook, no qual os alunos interessados em participar do minicurso fariam a inscrição;

4ª. Execução do minicurso, durante três encontros semanais, onde os participantes construíram os Poliedros Platônicos, responderam atividades relacionadas às construções e registraram observações relevantes acerca do que construíam;

5ª. Análise das atividades respondidas, pelos participantes, durante o minicurso.

A nossa pesquisa é do tipo qualitativa. De acordo com o Instituto PHD (2015, p. 1):

> A pesquisa qualitativa está mais relacionada no levantamento de dados sobre as motivações de um grupo, em compreender e interpretar determinados comportamentos, a opinião e as expectativas dos

> indivíduos de uma população. É exploratória, portanto não tem o intuito de obter números como resultados, mas insights – muitas vezes imprevisíveis - que possam nos indicar o caminho para tomada de decisão correta sobre uma questão-problema.

Além dessa definição dada pelo Instituto PHD, outros pesquisadores, tais como, Neves (1996, p.1) afirma que: "Nas pesquisas qualitativas, é frequente que o pesquisador procure entender os fenômenos, segundo a perspectiva dos participantes da situação estudada e, a partir, daí situe sua interpretação dos fenômenos estudados".

Além disso, nossa pesquisa pode ser classificada como pesquisa de intervenção, a qual é denominada por Gil (2002), como sendo pesquisa-ação.

Para Thiollent (1985, p.14) apud Gil (2002, p.55):

> [...] um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

Dessa forma, tínhamos como objetivo principal, realizar uma pesquisa na qual pudéssemos desenvolver um projeto de intervenção (minicurso) onde os participantes e pesquisadora interagissem, ao máximo, e, dessa forma, pudesse haver participação e cooperação.

4.1 Os participantes

Para realização deste trabalho, desenvolvemos e vivenciamos um minicurso, intitulado por GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional, com alguns licenciandos do curso de Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste.

Assim, criamos um formulário de inscrição dos participantes. Neste perguntamos o nome completo, e-mail, ano que o participante iniciou o curso de Matemática, se já conhecia e/ou utilizou o GeoGebra. Assim como, perguntamos se o participante já havia estudado sobre os Poliedros de Platão e sobre a Relação de Euler. Posteriormente, divulgamos o link para inscrição em alguns grupos de estudo de Matemática do Facebook. Inicialmente, nove alunos se inscreveram, porém apenas cinco participaram do minicurso.

4.2 Minicurso GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

Durante o nosso minicurso, criamos um fórum no *Facebook*[5], pois, desconhecíamos a existência do *GeoGebra Groups*. Assim que ficamos informados sobre a criação deste espaço interativo, criamos um grupo intitulado por “Grupo GeoGebra 3D: uma visão tridimensional” e nele adicionamos os arquivos contendo os materiais que foram utilizados durante o minicurso. Além dos materiais, sentimos a curiosidade em visualizar e conhecer os materiais existentes na página do *GeoGebra Groups*. Assim, baixamos alguns arquivos e fizemos comentários breves sobre estes. Vale ressaltar que estes arquivos que foram baixados não estavam relacionados aos Poliedros de Platão.

O principal objetivo do minicurso foi promover um espaço dinâmico de construções dos poliedros de Platão utilizando o programa GeoGebra 3D com alguns licenciandos em Matemática da UFPE.

A ideia de promovermos o minicurso com os alunos do curso superior adveio da facilidade de acesso aos computadores do Laboratório de Matemática - LEMAPE, e disponibilidade de alguns licenciandos no período em que realizamos o minicurso.

Foram realizados três encontros, durante três semanas nas quartas-feiras. Os encontros ocorreram nos dias 25 de novembro de 2015, 09 de dezembro de 2015 e 16 de dezembro do mesmo ano. No primeiro encontro, nos apresentamos aos participantes e vice-versa. Em seguida, mostramos os objetivos do minicurso, assim como apresentamos o programa GeoGebra e introduzimos brevemente algumas informações sobre ele, ou seja, quem o criou, há quanto tempo o mesmo vem sendo utilizado, alguns países que utilizam-no, dentre outras. Feito isso, mostramos algumas de suas principais ferramentas, tais como: barra de menu, barra de ferramentas, campo de entrada, etc. Em seguida, aplicamos a sondagem 1 (apêndice A), o nosso objetivo foi verificar se os participantes tinham familiaridade com o programa GeoGebra. Além da sondagem 1, iniciamos as primeiras construções dos poliedros no GeoGebra. Assim, os graduandos

[5] O Facebook é uma rede social que permite conversar com amigos e compartilhar mensagens, links, vídeos e fotografias. A ferramenta criada em 2004 pelos americanos Mark Zuckerberg, Dustin Moskovitz, Chris Hufghes e pelo brasileiro Eduardo Saverin também permite que você receba as novidades das páginas comerciais das quais gostar, como veículos de comunicação ou empresas (CASTRO, 2011).

construíram o tetraedro regular, utilizando três maneiras diferentes, e o cubo, também de três formas diferentes.

No segundo encontro continuamos com as construções dos poliedros que faltavam (octaedro, dodecaedro e icosaedro). Além de apresentarmos a Relação de Euler, logo após os participantes verificaram que esta relação é válida para os poliedros Platônicos. Por meio destas construções, feitas pelos participantes, verificamos se os mesmos apresentavam dificuldades relacionadas ao uso do programa GeoGebra, assim como na construção e manipulação dos Poliedros de Platão neste programa.

No terceiro e último encontro mostramos outra forma de construir todos os poliedros Platônicos no GeoGebra utilizando polígonos, ângulos, dentre outros elementos que não estavam presentes nas construções anteriores. O protocolo dessa construção se encontra na seção 3.3.5. Além da construção, demonstramos o porquê da existência de apenas cinco poliedros Platônicos. E, por fim, aplicamos a sondagem 2 (apêndice F).

A cada construção os participantes recebiam uma folha na qual registravam as principais dificuldades que ocorreram durante a construção, verificavam também se o GeoGebra permitia uma visualização detalhada de todas as faces, vértices e arestas. Assim como, deixamos os participantes registrarem suas impressões pessoais no que diz respeito ao uso de uma nova tecnologia (GeoGebra 3D), para auxiliar na construção dos poliedros. O intuito deste encontro era verificar a presença de diferentes registros de representações semióticas que estavam envolvidos nas construções assim como na escrita dos participantes.

Com a sondagem 2, investigamos as contribuições do minicurso, atribuídas pelos participantes.

Durante os encontros passamos por algumas dificuldades, especificamente, no segundo encontro em que os participantes tiveram que se agruparem (uma dupla e um trio) para realizar as suas construções. Além dessa dificuldade, destaca-se a indisponibilidade de dois alunos, no terceiro encontro. Para suprir esta ausência elaboramos uma vídeo-aula e os mesmos puderam participar online das atividades propostas.

Segue abaixo o quadro 1 com o cronograma das atividades vivenciadas durante o minicurso GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional.

Quadro 1 – Cronograma das atividades do minicurso

Datas	**Atividades**
25/11/2015	• Apresentação; • Sondagem 1; • Nossas primeiras construções (Tetraedro e Cubo).
09/12/2015	• Finalizando as construções (Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro); • Relação de Euler.
16/12/2015	• Por que só existem cinco poliedros Platônicos? • Sondagem 2.

Fonte: a autora, 2016

4.3 As atividades

Nesta seção apresentaremos as atividades realizadas no minicurso e mostraremos como serão analisados os dados coletados.

No **primeiro encontro**, como já mencionado, realizamos uma sondagem, denominada por sondagem 1. Nesta inserimos alguns dados pessoais tais como: Nome, idade, ano em que iniciou o curso, cidade, que resultou no quadro 2. Além desses dados perguntamos se o participante ministrava aulas de Matemática em escolas/cursinho, etc. Posteriormente, se conheciam e/ou já tinham utilizado o programa GeoGebra 3D. Sendo a resposta afirmativa pedíamos para ele descrever brevemente sua experiência.

Em seguida vieram perguntas referentes ao conteúdo que abordamos no minicurso, tais como *quantos e quais são os poliedros de Platão?* A resposta a essa pergunta e as duas seguintes iriam nos nortear durante as aulas. A seguir, apresentamos um recorte do item 6.

Figura 21 – Item 6 da sondagem 1

6. Resolva o seguinte problema:

Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

Solução:

Fonte: a autora, 2016

Neste item, pretendíamos verificar se os participantes resolveriam o problema proposto utilizando, corretamente, a Relação de Euler.

Por fim, pedimos no item 7 para os participantes escreverem a Relação de Euler.

A justificativa de colocarmos os itens 6 e 7 nessa ordem se deu pelo fato de que gostaríamos que cada participante, ao ler o item 6, relacionasse o enunciado e os dados do problema à Relação de Euler. Além disso, também achamos interessante a apresentação do problema, em algumas situações didáticas, antes da enunciação do conteúdo, definição, fórmulas, exemplos, etc.

Além da sondagem 1, a cada construção realizada no GeoGebra, os participantes recebiam uma folha (ver apêndice B) com a representação do poliedro, em que registrariam as impressões da construção. Como o próprio nome sugere, nesta folha os participantes tinham cerca de 15 minutos para anotar/registrar como foi a construção, apresentando as dificuldades enfrentadas, etc.

No **segundo encontro** trabalhamos com as construções dos outros poliedros como o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. De maneira análoga ao primeiro encontro, neste após cada construção os participantes registravam e depois nos entregavam as suas anotações sobre cada uma das construções que havia feito.

A pretensão desta atividade era de trabalharmos com a visualização dos objetos construídos, número de faces, vértices e arestas, volume, dentre outros conceitos geométricos e algébricos, baseados nos estudos de Nascimento (2012). Em seguida, os participantes responderam a três perguntas (Disponível no Apêndice C) sobre a Relação de Euler. A seguir, apresentamos imagens ilustrativas desta atividade, assim como o propósito de realização da mesma.

Figura 22 – Atividade sobre a Relação de Euler (Item 1)

Atividade sobre a demonstração:

1. Você conseguiu entender a demonstração da Relação de Euler? Acha que é importante demonstrar antes de aplicar a relação?

Fonte: a autora, 2016

Neste item, nosso objetivo foi obter um *feedback* acerca da demonstração da Relação de Euler. Além disso, pretendíamos saber, principalmente com a segunda pergunta, se os licenciandos acham importante demonstrar para em seguida apresentar e aplicar a relação em outras atividades, tais como: exercícios, exemplos, problemas, etc.

Figura 23 – Atividade sobre a Relação de Euler (Item 2)

2. Em relação à utilização do quadro e do GeoGebra durante o segundo encontro do minicurso, quais as contribuições que esses dois recursos didáticos promoveram?

Fonte: a autora, 2016

O intuito de elaborarmos este item foi sabermos, dos participantes, se a utilização simultânea das tecnologias: quadro e GeoGebra foi positiva ou não. Além disso, enfatizamos que a primeira (quadro) é tão utilizada e talvez por ser mais antiga do que a segunda (GeoGebra), muitas vezes não é considerada como uma tecnologia. E, dessa forma, realizamos uma discussão breve sobre a importância de tecnologias variadas no ensino da Matemática.

Figura 24 – Atividade sobre a Relação de Euler (Item 3)

3. Que conclusões podemos obter, após realizarmos as verificações e validação ou não da Relação de Euler, nos Poliedros?

Fonte: a autora, 2016

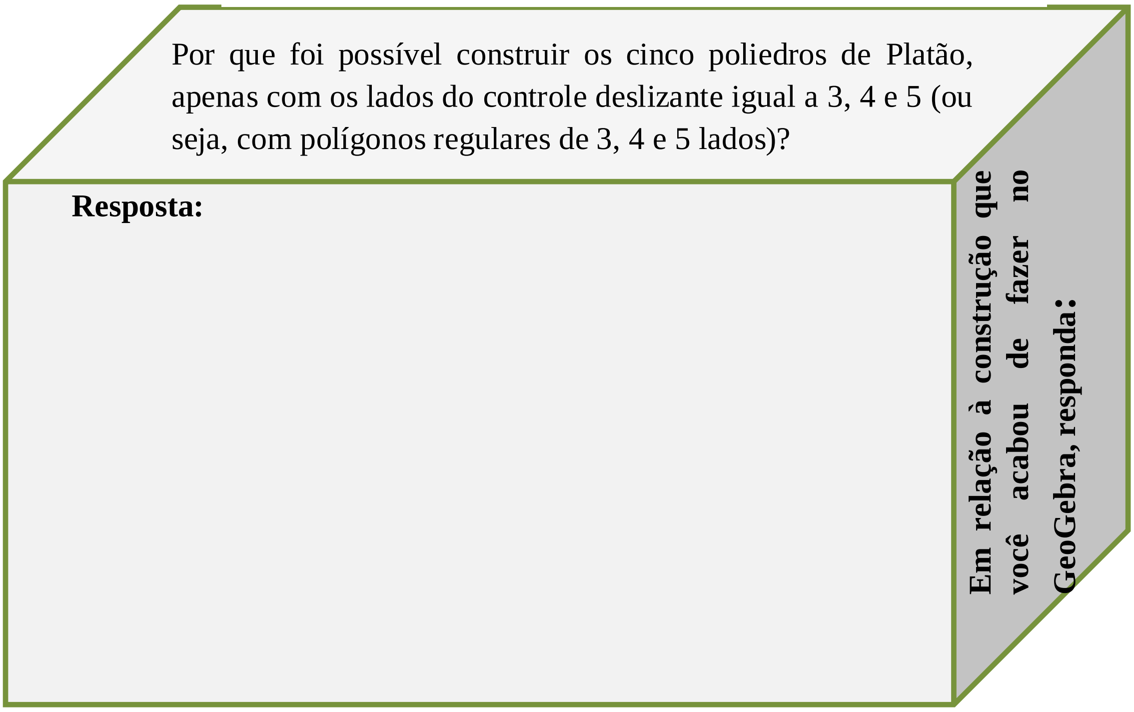
E, por fim tínhamos a pretensão de analisar o que os alunos observaram ao verificar que a Relação de Euler é válida para os Poliedros Platônicos. A princípio, não deixamos explícita esta validação, isto fica evidente no trecho do referido item “[...] *verificações e validação* ***ou não*** *da Relação de Euler* [...]”, pois queríamos que os participantes percebessem este artefato.

No **terceiro e último encontro**, realizamos três atividades. A primeira foi uma tabela (Apêndice D), em que os participantes preencheriam de acordo com os conhecimentos adquiridos durante as aulas.

A ideia de propormos esta atividade foi levarmos os participantes a observar alguns elementos específicos dos poliedros construídos no GeoGebra 3D.

Em seguida, os participantes realizaram uma construção no GeoGebra 3D, a qual está descrita no subtítulo 3.3.5 deste trabalho. Após terminarem a construção, entregamos aos participantes a segunda atividade (Apêndice E) do último encontro. A seguir apresentamos um recorte da mesma.

Figura 25 – Atividade sobre a última construção no GeoGebra 3D



Fonte: a autora, 2016

O intuito de elaborarmos esta atividade emergiu da nossa intenção em relacioná-la com a atividade anterior. Assim, esperávamos que uma das respostas que os graduandos poderiam escrever seria que é possível construir os poliedros Platônicos, no GeoGebra 3D, apenas com os lados do controle deslizante iguais a 3,4 e 5 lados, pois as faces dos mesmos são triangulares (tetraedro, octaedro e o icosaedro), quadrangulares (cubo) e pentagonais (dodecaedro).

E, por último aplicamos a sondagem 2 (apêndice F), composta por 7 itens.
Nesta perguntamos se os graduandos gostaram de ter participado do minicurso e foi pedido que justificassem as suas respostas **(item 1)**, citar os pontos positivos e negativos do minicurso **(item 2)**, escrever se foi possível realizar todas as construções se não quais foram as dificuldades **(item 3)**. Também perguntamos se os participantes acharam pertinente vê a demonstração da existência de apenas cinco Poliedros Platônicos para estudar sobre os mesmos **(item 4)**. Em outro momento questionamos e também dialogamos a respeito da utilização do GeoGebra como um recurso didático, se facilita na compreensão do estudo dos poliedros Platônicos (**item 5)**, se este programa apresentou limitações ou se foi possível realizar todas as atividades propostas com os recursos que o mesmo oferece **(item 6)**. E, por fim no **item 7**, pedimos sugestões para futuros minicursos.

De modo geral, a sondagem 2 teve como propósito obtermos, por parte dos graduandos, uma avaliação do minicurso. Ou seja, das atividades apresentadas, dos recursos didáticos e tecnológicos utilizados, das dificuldades que surgiram e sobre o que gostaram e o que não gostaram, e, se de modo geral o minicurso atingiu as expectativas dos participantes.

5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo destina-se a apresentação e discussão dos dados obtidos nesta pesquisa, referentes ao minicurso vivenciado e, em consonância com a abordagem teórica escolhida.

Inicialmente analisaremos cada encontro separadamente, e, por fim discutiremos, de modo geral, sobre o minicurso.

5.1 Análises do primeiro encontro: Sondagem 1 e as primeiras construções

No primeiro encontro do minicurso GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional, aplicamos inicialmente a sondagem 1, composta por sete itens os quais estão descritos na Metodologia. Ressalta-se que pretendíamos verificar a relação/proximidade dos participantes com o programa GeoGebra.

Assim no primeiro item pedimos para que os participantes preenchessem alguns dados pessoais. Cabe-nos lembrar de que, a maioria desses dados se encontram no quadro 2. A seguir apresentamos um quadro com algumas informações acerca do perfil dos cinco participantes do minicurso.

Quadro 2 – Algumas informações sobre o perfil dos participantes

Nome fictício dos participantes	**Idade**	**Ano em que iniciou o curso de Licenciatura em Matemática**	**Cidade**	**Ministra aulas de Matemática?**	**Conhece o programa GeoGebra?**	**Já utilizou o GeoGebra?**	**Já estudou sobre os Poliedros de Platão?**
P1	22 anos	2012.1	São Joaquim	Não	Não	Não	Sim
P2	27 anos	2014.2	Caruaru	Sim	Sim	Sim	Sim
P3	24 anos	2010.2	Lajedo	Sim	Sim	Sim	Sim
P4	21 anos	2012.1	Toritama	Sim	Sim	Sim	Sim
P5	23 anos	2012.1	Toritama	Não	Sim	Sim	Sim

Fonte: a autora, 2016

Ao perguntarmos se os participantes já ministravam aulas de Matemática três responderam que sim e os outros disseram que ainda não estão em sala de aula. Dos alunos que responderam "sim" ao item 1.e, temos o participante P2 que respondeu nunca ter utilizado o GeoGebra durante as suas aulas. Já P3 e P4 responderam que já utilizaram o programa. Além disso, eles descreveram, um pouco, sobre o momento vivenciado em suas aulas. O P3 afirmou que trabalhou com uma turma do 9º ano nas aulas de funções Afins e funções quadráticas. Além disso, justificou a escolha da utilização do GeoGebra neste conteúdo, dizendo que: *"escolhi o software, pois ajuda bastante a visualização do comportamento das funções"*. Em sua resposta, percebemos que P3 deu ênfase a importância da visualização dos objetos que o GeoGebra permite mostrar.

Diante disso, ressaltamos que é possível utilizar o GeoGebra no ensino-aprendizagem de variados conteúdos da Matemática, não se limitando apenas à Geometria, por exemplo.

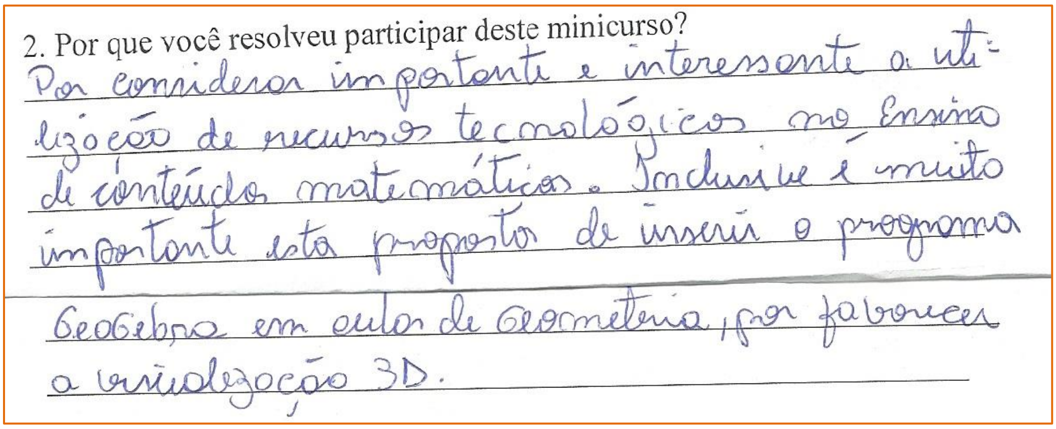
Já P4 disse: *"A experiência foi muito significativa, porque muitos alunos conseguiram compreender melhor o conteúdo através da visualização no Geogebra".* Na resposta de P4, não ficou especificado o conteúdo e o ano/série que ele trabalhou com os seus alunos. Nota-se que a intenção de P4, com sua resposta, foi mostrar que ao utilizar o GeoGebra, muitos alunos não só compreenderam o conteúdo que estava sendo ensinado, mas o compreenderam melhor através da visualização no GeoGebra. Nesse sentido, fica claro na resposta do graduando que o GeoGebra possui ferramentas que facilitam a compreensão de conteúdos que talvez fosse mais difícil de compreender utilizando outros recursos didáticos.

Diante das respostas dos graduandos (P3 e P4), percebemos que ambos utilizaram o GeoGebra, em suas aulas, com o propósito de que seus alunos entendessem os conteúdos ensinados fazendo uso de uma das funcionalidades do programa que é a visualização. Essas respostas foram relevantes para nossa pesquisa, uma vez que um de nosso objetivos foi analisar a importância ou não atribuída, pelos participantes, ao programa GeoGebra na visualização, em específico, visualização tridimensional.

No segundo item, da sondagem 1, perguntamos aos graduandos o(s) motivo(s) pelo(s) qual(is) resolveram participar do minicurso. Ou seja, queríamos compreender o porquê da escolha que os mesmos fizera.

Diante das justificativas apresentadas pelos participantes, duas delas nos chamaram a atenção pelo fato de que eles mostraram que o GeoGebra favorece nos estudos de Geometria, uma vez que permite a visualização em 3D. E, assim, contemplaram o segundo objetivo específico desta pesquisa. As figuras 26 e 27 ilustram esse fato.

Figura 26 – Resposta de P1 referente ao Item 2 da Sondagem 1


2. Por que você resolveu participar deste minicurso?

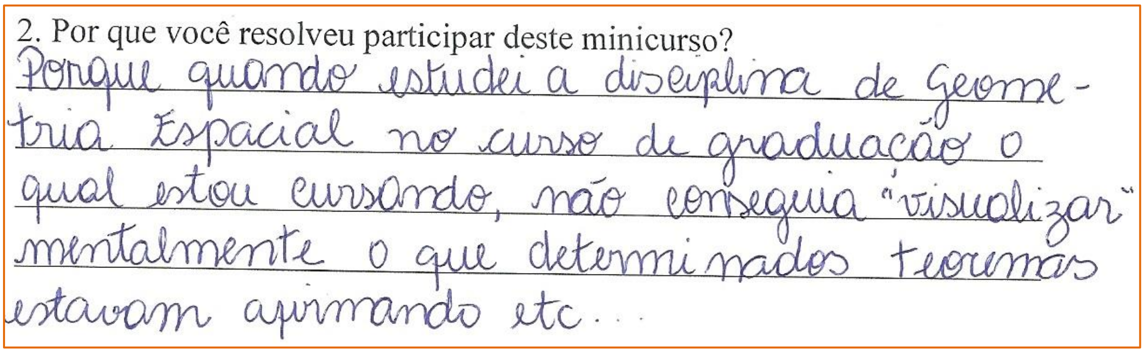
Por considerar importante e interessante a utilização de recursos tecnológicos no Ensino de conteúdos matemáticos. Inclusive é muito importante esta proposta de inserir o programa GeoGebra em aulas de Geometria, por favorecer a visualização 3D.

Fonte: a autora, 2016

Apesar de ainda não lecionar, P1 inicia sua resposta falando sobre a relevância de utilizar os recursos tecnológicos nas aulas de Matemática. Em seguida, ele atribui importância à inserção do GeoGebra no ambiente escolar e, especifica um bloco de conteúdos da Matemática, no caso, a Geometria. E, justifica essa resposta dizendo que o GeoGebra favorece na visualização 3D.

Nesta direção Duval (2011, p.94) afirma que: "Espera-se, assim, não somente motivar o ensino da geometria, mas tornar os objetos imediatamente acessíveis aos alunos". Ou seja, é possível ter acesso imediato às representações dos objetos geométricos criados no GeoGebra, assim como estimular os discentes a se sentirem atraídos pela Geometria, através da dinamicidade proporcionada pelo programa.

Figura 27 – Resposta de P5 referente ao Item 2 da Sondagem 1


2. Por que você resolveu participar deste minicurso?

Porque quando estudei a disciplina de Geome-tria Espacial no curso de graduação o qual estou cursando, não conseguia "visualizar" mentalmente o que determinados teoremas estavam afirmando etc...

Fonte: a autora, 2016

Neste item, P5 relatou uma experiência que vivenciou durante a disciplina Geometria Espacial, a qual é ofertada para o 6º período do curso em Matemática-Licenciatura da UFPE. Ao analisarmos a resposta de P5 percebemos que este participante apresentava dificuldades em alguns enunciados dos teoremas estudados na referida disciplina.

E, como é possível construir várias representações geométricas, no GeoGebra, talvez foi, por este motivo que P5 participou do minicurso. Além disso, chamamos a atenção para o fato de que mais uma vez os participantes ressaltaram a "*visualização dos objetos através do GeoGebra*" como sendo um ponto central de escolha, pelos participantes P1 e P5, do minicurso proposto.

Em relação à justificativa dos demais participantes, P2 respondeu dizendo que escolheu participar do minicurso para utilizar e compreender melhor o GeoGebra. Em outro momento, P2 também nos disse que teve o primeiro contato com o GeoGebra no

PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência), onde utilizou o programa para ministrar aulas sobre Funções, inclusive no item 3 da sondagem 1, ele afirmou que estava procurando um programa que o ajudasse na criação de formas geométricas e, para ele o GeoGebra é um "mais popular", assim, decidiu utilizar e se aprofundar mais nos estudos sobre o programa. Além desses relatos (tanto escrito na sondagem quanto oral), percebemos que P2 se interessa em estudar e conhecer as ferramentas do GeoGebra pelo fato de estar exercendo a profissão de professor em uma escola de Caruaru.

Assim como P2, o participante P3 também respondeu dizendo que resolveu participar do minicurso porque deseja aprimorar os seus conhecimentos em relação ao uso do GeoGebra. Já P4, respondeu dizendo que gostou da proposta do nosso minicurso, e, ressaltou que através do minicurso será possível conhecer mais os poliedros Platônicos e o programa GeoGebra. Diante da resposta de P4, percebemos que este foi o único que mencionou os poliedros de Platão em sua resposta, pois, os demais participantes mencionaram apenas o GeoGebra.

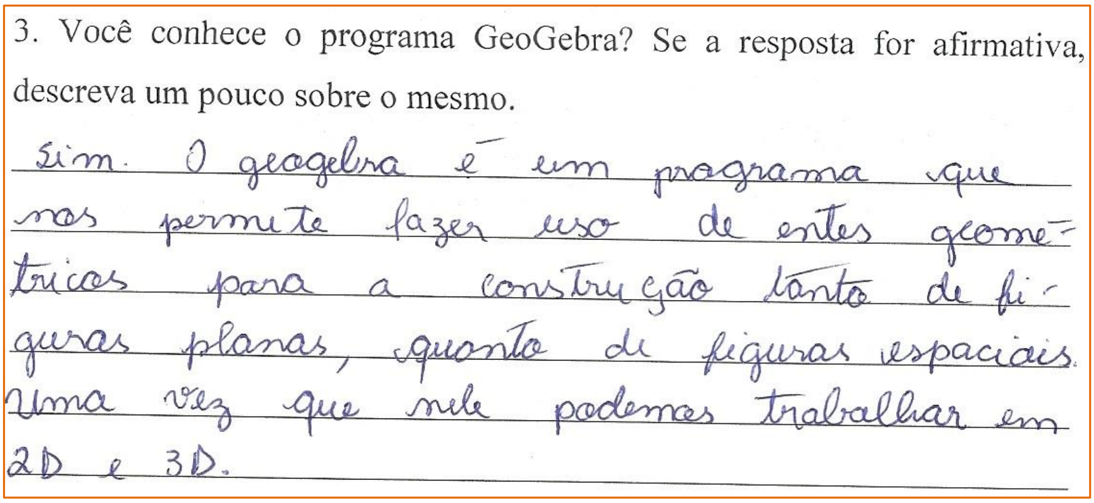
Felizmente, os graduandos escolheram participar do minicurso por motivos diferentes, mas, ao lermos as suas respostas/justificativas, tínhamos a noção de que poderíamos atingir os objetivos da nossa pesquisa, assim como, atender as expectativas dos participantes, em relação ao mesmo.

No terceiro item da sondagem 1 perguntamos aos sujeitos desta pesquisa se conheciam o programa GeoGebra e, caso a resposta fosse afirmativa pedimos para que fizessem uma descrição breve sobre o programa. Dessa forma, P1 foi o único que afirmou não conhecer o GeoGebra. No entanto, ele conseguiu desenvolver todas as atividades propostas.

Assim, P2 não descreveu sobre o GeoGebra, apenas, falou sobre o seu interesse em participar do minicurso. Por isso, colocamos a sua justificativa nas análises do item 2. Já P3, relatou sobre o seu primeiro contato com o GeoGebra, e disse: *"Meu primeiro contato com o mesmo foi num congresso que participei e as vezes a professora de desenho utilizava nas aulas".* Assim como P2, o participante P3 também não escreveu sobre o GeoGebra, porém consideramos interessante quando eles relatam como/onde conheceram o programa. Salienta-se que quando P3 fala de "desenho", ele está se referindo a disciplina de Desenho Geométrico a qual é ofertada no 8º período do curso de Matemática-Licenciatura da UFPE.

No entanto, o participante P4 além de afirmar que conhecia o GeoGebra, descreveu, em poucas linhas, o que seria o programa.

Figura 28 – Resposta de P4 referente ao Item 3 da Sondagem 1


3. Você conhece o programa GeoGebra? Se a resposta for afirmativa, descreva um pouco sobre o mesmo.

Sim. O geogebra é um programa que nos permite fazer uso de entes geométricas para a construção tanto de figuras planas, quanto de figuras espaciais. Uma vez que nele podemos trabalhar em 2D e 3D.

Fonte: a autora, 2016

Ao analisarmos a resposta de P4, percebemos que a descrição feita por este participante em relação ao programa computacional GeoGebra está limitada a Geometria Plana e Espacial. Além disso, P4 descreve que é possível trabalhar com essas Geometrias (Plana e Espacial), pois o GeoGebra possui as janelas 2D e 3D.

Diante dessa resposta nos questionamos: Será que P4 já trabalhou com o GeoGebra em conteúdos matemáticos que não pertencem ao bloco Geometria? Esse questionamento surge tanto pela resposta do item 3 onde ele restringiu à Geometria, como também pela resposta dada no item 1.f, no qual ele afirma ter utilizado o programa computacional, porém não deixa claro qual (ais) foi (foram) este (s) conteúdo (s). Outro fato que pode justificar a resposta de P4 no item 3 talvez seja pela temática do minicurso que estava direcionado para a Geometria, em específico a Geometria Espacial.

Enquanto que P4 descreveu o GeoGebra como sendo um programa que possui ferramentas as quais possibilitam a construção de figuras planas e espaciais, o participante P5 respondeu o item 3 dizendo que conhecia o programa computacional GeoGebra e que o mesmo *“é um software que permite visualização de gráficos tanto em 2D quanto em 3D”*.

Assim, percebe-se que P5 também delimita uma abordagem que o GeoGebra permite, no caso a visualização de gráficos. Mais uma vez, observamos o termo *visualização* nas respostas dos graduandos. Além disso, tanto P4 quanto P5 mencionam sobre as janelas 2D e 3D que o GeoGebra possui.

No quarto item da sondagem 1 perguntamos aos participantes se eles já haviam utilizado o GeoGebra, nesse caso poderia ser em sala de aula enquanto professores, ou no curso de matemática durante um seminário, etc.

Como P1 não conhecia o programa, obviamente respondeu o item 4 dizendo que não havia utilizado. Enquanto isso, P2 afirmou que sim, acrescentando que utilizou o GeoGebra em figuras básicas. Ou seja, para construção das mesmas. Já P3 e P4 apenas responderam "*sim*". No entanto, P5 também alegou que utiliza e, em seguida, ressaltou que faz uso do programa computacional, com frequência, na disciplina Desenho Geométrico. Dessa forma, tanto P5 quanto P3 já utilizaram esse programa educacional na referida disciplina.

No que diz respeito ao item 5, no qual perguntamos quantos e quais são os Poliedros de Platão, obtivemos respostas variadas, as quais estão explícitas no quadro 3.

Quadro 3 – Respostas dos participantes do item 5 da sondagem 1

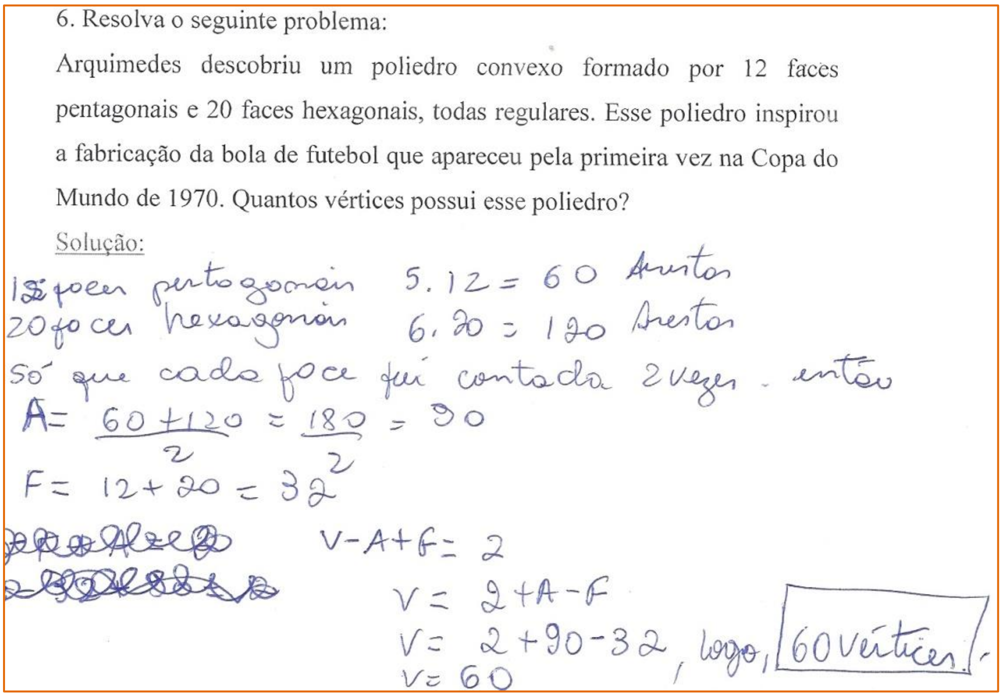
Participante	Resposta dada por cada participante, referente ao item 5
P1	5. Quantos e quais são os poliedros de Platão? Cinco. Tetoedro,
P2	5. Quantos e quais são os poliedros de Platão? CINCO
P3	5. Quantos e quais são os poliedros de Platão? São 5. Cubo, ...
P4	5. Quantos e quais são os poliedros de Platão? são cinco. (Tetraedro; Hexaedro; Dodecaedro; Octaedro e Icosaedro)
P5	5. Quantos e quais são os poliedros de Platão? São cinco: (hexaedro, dodecaedro, tetraedro, icosaedro, octaedro)

Fonte: a autora, 2016

Ao analisarmos o quadro 3, percebemos que todos os participantes sabiam a quantidade de poliedros Platônicos, porém, apenas dois deles conseguiram descrever quais são esses cinco poliedros (P4 e P5). Enquanto isso, os demais citaram apenas um deles, P1 citou o tetraedro e P3 o cubo. Já o participante P2 não mencionou nenhum poliedro Platônico. Talvez isso tenha ocorrido pelo fato de que nas escolas, pouco se estuda sobre esses poliedros. Na realidade, os estudantes tem um contato maior com o cubo e o tetraedro. No entanto, nem sempre é explicado, durante as aulas, que ambos são Poliedros Platônicos.

O item 6 da sondagem 1 era formado por um problema, retirado da internet, envolvendo a Relação de Euler. A seguir apresentamos a figura 30 com os cálculos e a resposta feitos pelo participante P1.

Figura 29 – Resposta de P1 referente ao Item 6 da Sondagem 1



6. Resolva o seguinte problema:

Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

Solução:

12 faces pentagonais $5.12 = 60$ Arestas
20 faces hexagonais $6.20 = 120$ Arestas
Só que cada face foi contada 2 vezes, então
$A = \frac{60+120}{2} = \frac{180}{2} = 90$
$F = 12+20 = 32$
$V-A+F = 2$
$V = 2+A-F$
$V = 2+90-32$, logo, $\boxed{60 \text{ vértices}}$.
$V = 60$

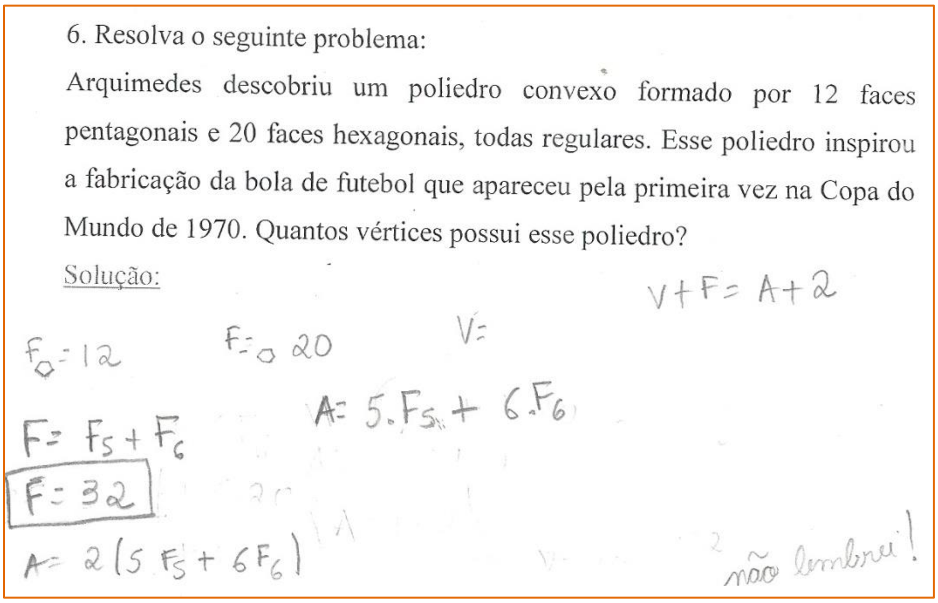
Fonte: a autora, 2016

Diante da resolução do problema proposto, percebe-se que P1 chegou ao resultado esperado, no caso 60 vértices. Além disso, foi possível acompanhar o protocolo da resolução, uma vez que P1 explicou detalhadamente o que fez. Neste item foi dado o número de faces e o problema pediu para encontrar o número de vértices. Porém, não estava explícito o número de arestas. Dessa forma, todos os participantes sabiam que utilizava a Relação de Euler, nesse problema, porém como o número de arestas não foi dado, a maioria deles (quatro participantes) não conseguiu resolvê-lo. Isto é, apenas P1 conseguiu resolver o problema.

Sendo assim, P2 colocou em sua resposta que o número de vértices era igual a 148, porém não respondeu mais nada, além disso. Portanto, não foi possível saber de onde surgiu esse valor. Já P3 nem ousou “chutar a resposta” nem tampouco tentou resolver, deixando esse item em branco. E, afirmou que não lembrava como solucionar este problema. Enquanto isso, P5 ainda escreveu a Relação de Euler (V+F=A+2) e escreveu a seguinte expressão: 12F5 + 20 F6 = F. Ou seja, o número de faces total seria igual à soma das faces pentagonais com as faces hexagonais. Porém, P5 não foi adiante e não resolveu o problema.

No entanto, P4 também não chegou ao resultado esperado, mas, tentou resolver o problema, deixando explícito o seu raciocínio. Assim, achamos pertinente mostrar e comentar sobre essa tentativa de resolução do problema proposto.

Figura 30 – Resposta de P4 referente ao Item 6 da Sondagem 1



6. Resolva o seguinte problema:
Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?
Solução:

$V+F=A+2$

$F_{\pentagon}=12$ $F_{\hexagon}=20$ $V=$

$A=5.F_5+6.F_6$

$F=F_5+F_6$

$\boxed{F=32}$

$A=2(5F_5+6F_6)$

não lembrei!

Fonte: a autora, 2016

Como podemos observar na resposta de P4 ele escreveu a Relação de Euler, a qual é de suma importância para resolução deste problema. Relacionou o número total de faces como sendo a soma das faces pentagonais com as faces hexagonais, porém, ao relacionar o número de faces, pentagonais e hexagonais, com o número de arestas ele multiplicou, de maneira equivocada, e escreveu a seguinte relação: A = 5F5 + 6F6, e, esqueceu que no problema já tinha os dados corretos que seriam 12F5 (isto é 12 faces pentagonais) e 20F6 (ou seja, 20 faces hexagonais). Além desse equívoco, acreditamos que P4 não se lembrou de que quando fosse relacionar o número de faces com o número de arestas deveria saber que estava contando-as duas vezes. Assim precisaria dividir a expressão por 2 e não multiplicar como ele fez. Outro ponto interessante que percebemos na figura 31 foi o fato de P4 utilizar símbolos representativos de cada face. Ou seja, ela associou, corretamente, as faces pentagonais e desenhou um pentágono ao lado da letra F (que estava representando o número de faces) e, para as faces hexagonais, P4 desenhou um hexágono. Diante dessa resposta, percebemos que P4 sabia resolver o problema, porém confundiu alguns dados.

"Assim, em Geometria, mobilizamos a linguagem e a visualização para a desconstrução de formas, em seguida, pedimos os tratamentos em um terceiro registro para calcular as relações numéricas" (DUVAL, 2011, p. 100). De modo geral, fica subtendido que alguns participantes apresentaram algumas dificuldades de interpretação e visualização do problema, enquanto que outros ou não lembraram como fazer ou então não sabiam solucioná-lo.

E por fim, no item 7, pedíamos para que os graduandos escrevessem a Relação de Euler. Neste item quatro participantes escreveram corretamente a relação pedida, apenas um deles (P2) não escreveu, deixando o item em branco.

No segundo momento do primeiro encontro, iniciamos as construções no GeoGebra. Devido ao tempo que restava para finalizarmos este encontro, só foi possível construir o tetraedro e o hexaedro (cubo). Após cada construção, os participantes tinham alguns minutos para escrever sobre a mesma, ou seja, eles registraram se gostaram da construção, as possíveis dificuldades encontradas, dentre outras informações descritas a seguir.

Assim, o participante P1 registrou o seguinte trecho: *Foi muito proveitoso o momento e a interação acerca da construção e de funções do programa. É relevante mencionar o meu sentimento particular, tendo, pela primeira vez, contato com o programa, que se mostrou muito eficiente, deixando-me cheio de ideias a respeito do uso desse recurso em aula de geometria, por exemplo.* Percebe-se que P1 além de mencionar a importância de se trabalhar com o GeoGebra, também mencionou que estava sendo o seu primeiro contato com o mesmo. Além disso, o graduando discorreu dizendo que a utilização do GeoGebra lhe deu novas ideias de como trabalhar em aulas de Geometria. Com isso, nota-se o quão é importante vivenciar novas experiências com recursos e métodos de aulas diferenciadas. Por fim, P1 disse que: "*Diante dessa* *vivência muito boa e nova para mim, sinto-me instigado a buscar, além desse projeto, formas de me aprofundar no uso do programa".* Achamos interessante quando o participante se mostrou motivado em estudar e se aprofundar nos estudos sobre o programa computacional. E também quando ele mencionou que vai buscar estudar além do projeto. Ou seja, o minicurso seria uma gota em meio a um oceano que é o programa computacional GeoGebra.

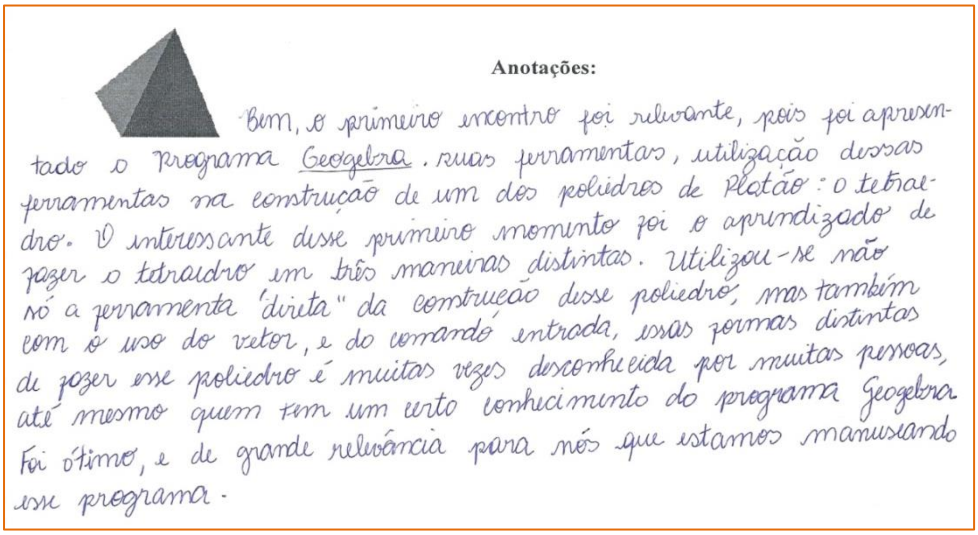
Em relação à primeira construção, o participante P2 registrou dizendo que: *"No primeiro momento foi apresentada as funções básicas do programa GeoGebra, facilitando a compreensão de alguns pontos para a utilização do programa como, por exemplo, as janelas de visualização, barra de menu e barra de entrada. No segundo momento pudemos construir, usando as opções e comandos básicos do poliedro tetraedro, de uma forma passo a passo e detalhando cada ação ficando de forma clara".* Enquanto que P1 falou de sua experiência pessoal, P2 descreveu, de forma resumida, como se deu o processo de instrução para construção do tetraedro. Realmente nossa intenção foi apresentar os comandos necessários para que a construção se tornasse simples, como de fato é. Pois, além de acharmos pertinente a construção, também foram trabalhados outros elementos da mesma, uma vez que não pretendíamos trabalhar a construção pela construção e, sim que fosse possível estudar conceitos e elementos matemáticos em cada uma delas.

Já P3 escreveu sobre as maneiras distintas de construção do tetraedro dizendo que: *"Até o presente momento está sendo ótimas as construções, pois temos visto diferentes formas de construção do tetraedro no programa".* Nesse sentido, procuramos mostrar formas variadas de construção dos poliedros Platônicos e, concomitantemente a esses modos distintos, foi visto vários registros de representações semióticas. Por fim, P3 mencionou que estava sendo possível acompanhar as construções e disse: *"Está dando para acompanhar as construções, pois estão sendo tiradas as dúvidas que vem surgindo e algumas curiosidades".*

No que diz respeito à primeira construção e manuseio no programa GeoGebra do minicurso proposto, o participante P4 escreveu sobre vários aspectos percebidos, por ele. *"Neste primeiro encontro, foi bastante gratificante fazer as construções no GeoGebra, uma vez que aprendemos mais de uma maneira de construir o tetraedro.* Assim como o P3, o graduando P4 também mencionou sobre a relevância de poder construir o tetraedro de maneiras distintas. Além disso, P4 continuou dizendo que: *"Embora já tivesse tido contato com o programa, aprendi algumas funções que pra* *mim eram desconhecidas". Achei bastante interessante o que nos foi mostrado sobre os poliedros de Platão, uma vez que também desconhecia a história desses poliedros.* Com isso, P4 retoma o que mostramos no início do encontro, onde falamos sobre a relação que Platão fez entre os poliedros e os elementos da natureza. Em seguida, o participante ressalta que *"a partir das construções e do manuseio com o programa, pudemos perceber o que acontece com as arestas, faces, volume, etc., quando alteramos as dimensões destes [...]*. O participante P4 fez uma descrição de elementos presentes na construção do tetraedro e também na sua planificação. "Em matemática uma representação só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação (DUVAL, 2011, p. 88)". Além disso, trabalhamos com os participantes, em cada construção, a visualização dos poliedros de Platão sob vários registros de representações semióticas tais como: geométrico, algébrico, vetorial e escrito. "[...] em matemática, não pensamos jamais em um único registro, mas em vários ao mesmo tempo, mesmo se as produções vão privilegiar um único registro (DUVAL, 2011, p. 116)".

A seguir apresentamos um recorte do registro escrito do participante P5 em relação à construção do tetraedro.

Figura 31 – Registro de P5 em relação à construção do tetraedro


Anotações:

Bem, o primeiro encontro foi relevante, pois foi apresentado o programa Geogebra, suas ferramentas, utilização dessas ferramentas na construção de um dos poliedros de Platão: o tetraedro. O interessante desse primeiro momento foi o aprendizado de fazer o tetraedro em três maneiras distintas. Utilizou-se não só a ferramenta "direta" da construção desse poliedro, mas também com o uso do vetor, e do comando entrada, essas formas distintas de fazer esse poliedro é muitas vezes desconhecida por muitas pessoas, até mesmo quem tem um certo conhecimento do programa Geogebra. Foi ótimo, e de grande relevância para nós que estamos manuseando esse programa.

Fonte: a autora, 2016

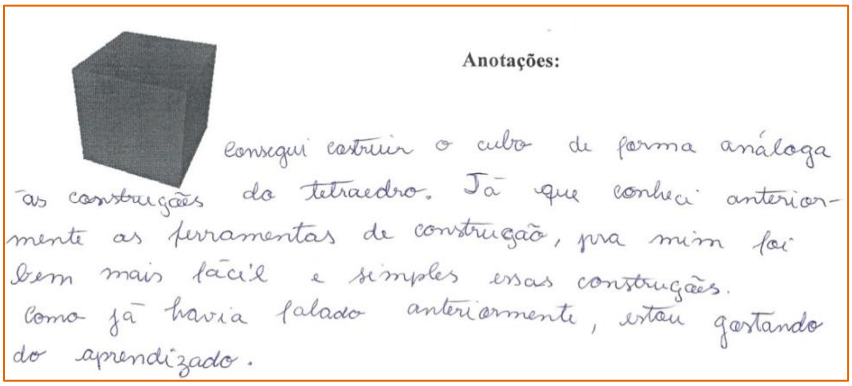
Assim como P3 e P4, P5 também mencionou sobre as formas distintas de construção do tetraedro no GeoGebra, descrevendo sucintamente cada uma delas. Com isso, P5 também anotou que muitas pessoas desconhecem essas maneiras de construção e finalizou a sua escrita discorrendo sobre a relevância da construção que acabara de fazer.

Ao finalizar a construção, discussão e registro sobre o tetraedro, os participantes iniciaram a construção do cubo (hexaedro) que também é um poliedro Platônico.

No que diz respeito a esta construção, P1 anotou os seguintes comentários: *"A construção do cubo foi muito boa, permitiu investigações e discussões acerca das possibilidades da construção, além de que a planificação que foi trabalhada é muito eficiente para a visualização dos alunos e o cálculo da área lateral. O momento foi muito bom e permitiu a troca de conhecimentos".* Nesta construção, assim como na anterior, os participantes construíram o cubo utilizando mais de uma maneira. Em sua resposta P1 também menciona a importância de ter planificado o poliedro, uma vez que além de auxiliar na visualização de elementos geométricos, facilita no cálculo da área lateral. "Ver <<geometricamente>> uma figura é operar uma desconstrução dimensional das formas que reconhecemos imediatamente em outras que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura afixada no monitor ou construída no papel" (DUVAL, 2011, p. 87). Ao propormos o trabalho com a construção do poliedro, assim como o planificando, nossa intenção foi mostrar aos participantes o quão é interessante entrelaçar a Geometria Plana e a Geometria Espacial. Pois, geralmente estudamos de maneira isolada e sem conexão entre ambas.

Já P2 registrou sobre a facilidade da segunda construção, uma vez que esta era bem semelhante à construção do tetraedro e, disse: *"A construção do cubo foi bem mais rápida e fácil, tendo em vista que já tinha o conhecimento de como foi feito com o tetraedro com direção e sem [...]".* Quando P1 coloca a expressão "direção" está se referindo ao vetor. Enquanto isso, o participante P4 fez um breve relato de maneira semelhante ao de P2. A seguir, apresentamos uma imagem da resposta do graduando.

Figura 32 – Registro de P4 em relação à construção do cubo


Anotações:

Consegui castruir o cubo de forma análoga às construções do tetraedro. Já que conheci anteriormente as ferramentas de construção, pra mim foi bem mais fácil e simples essas construções.
Como já havia falado anteriormente, estou gostando do aprendizado.

Fonte: a autora, 2016

Como podemos perceber nas respostas dos participantes, a segunda construção foi simples, já que foi realizada de maneira análoga à construção do tetraedro. Na construção do cubo, os participantes além de a fazerem de maneira rápida e sem dificuldades no manuseio do programa GeoGebra, construíram sem necessitar da nossa ajuda.

E, para as atividades do primeiro encontro o participante P5 escreveu que: *"[...] Diferentemente do tetraedro, nessa construção nós fizemos o cubo sem a orientação da pesquisadora Marta e, foi bem simples, visto que ela tinha nos orientado na primeira construção do tetraedro e a partir dele ficou fácil de construir e de formas distintas também".* Em seu registro, percebe-se que P5 escreveu também sobre a facilidade que teve para construir o cubo (hexaedro).

5.2 Análises do segundo encontro: Finalizando as construções e a Relação de Euler

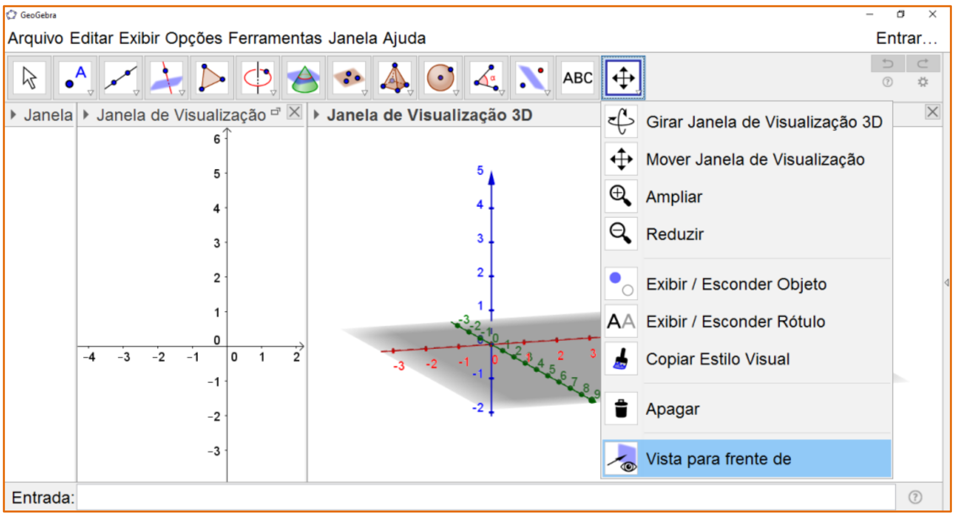
Neste encontro continuamos com as construções dos cinco poliedros de Platão (nesse caso, octaedro, dodecaedro e octaedro).

Em relação à construção do octaedro, P1 fez seus registros, mencionando as dificuldades que apresentou, assim como os pontos positivos da construção. No entanto, ele escreveu da seguinte forma: *"A construção do octaedro (um dos cinco Poliedros de Platão) no GeoGebra foi feita de dois modos: 1º utilizando dois pontos e um vetor, ambos criados no programa. 2º utilizando apenas dois pontos e o campo de entrada".* Ressaltamos que o primeiro modo de construção do octaedro apresentado por P1, está descrito, passo a passo na seção 3.3.3 desta pesquisa. Em seguida, P1 falou sobre as dificuldades dizendo: *"Senti, contudo, algumas dificuldades, principalmente na forma distinta de construirmos vetores ou pontos".* Este trecho da resposta de P1 nos chamou a atenção tendo em vista que no primeiro encontro vimos como construir um poliedro dados apenas dois pontos, assim como fazer a mesma construção dados um ponto e um vetor. Além disso, foi explicado como criar os pontos e o vetor. Entretanto, P1 continua seus registros escrevendo: *"A explicação foi essencial para a efetiva construção, da qual eu nunca havia construído. As orientações foram, portanto, fundamentais. As construções foram boas formas de visualização do poliedro inclusive, pela planificação. Desse modo, foi bastante relevante para o entendimento e visualização mais profundos do poliedro, e, atendeu as minhas expectativas para a construção".*

Até então, verifica-se que a maioria dos participantes atribui importância ao programa GeoGebra, principalmente na visualização que o mesmo permite. Além disso, identificamos que este licenciando apresentou algumas dificuldades, nesta construção, relacionadas ao manuseio do programa computacional GeoGebra, mas, que a partir das orientações foram sanadas.

No que diz respeito à construção do terceiro poliedro no GeoGebra, o participante P2 também iniciou as suas anotações apontando os comandos/ferramentas utilizados: *"Os comandos utilizados para a construção do poliedro foram: Dados dois pontos no plano e um vetor direção, logo após foi digitado o nome da forma* (Neste caso, P2 está se referindo ao nome do poliedro) *na barra de entrada e adicionado os pontos e o vetor".* Assim como P1 apontou as dificuldades encontradas durante a construção do octaedro, com P2 não foi diferente. Dessa forma, P2 mencionou: *"No início surgiu um pouco de dificuldade para recordar os comandos utilizados no encontro anterior".* Além disso, ele especificou uma ferramenta do programa educacional GeoGebra e disse: *"Com a opção do comando 'vista para frente' foi possível melhor visualizar os vértices e arestas da face desejada".* Salienta-se que, uma das maneiras de encontrarmos esta opção é seguir os comandos: < Exibir – Janela de visualização 3D – Clique no canto inferior esquerdo do ícone que contém a ferramenta Girar Janela de Visualização 3D – seleciona a ferramenta "Vista para frente de" (Ver imagem 34).

Figura 33 – Recorte da ferramenta "Vista para frente de" do programa GeoGebra

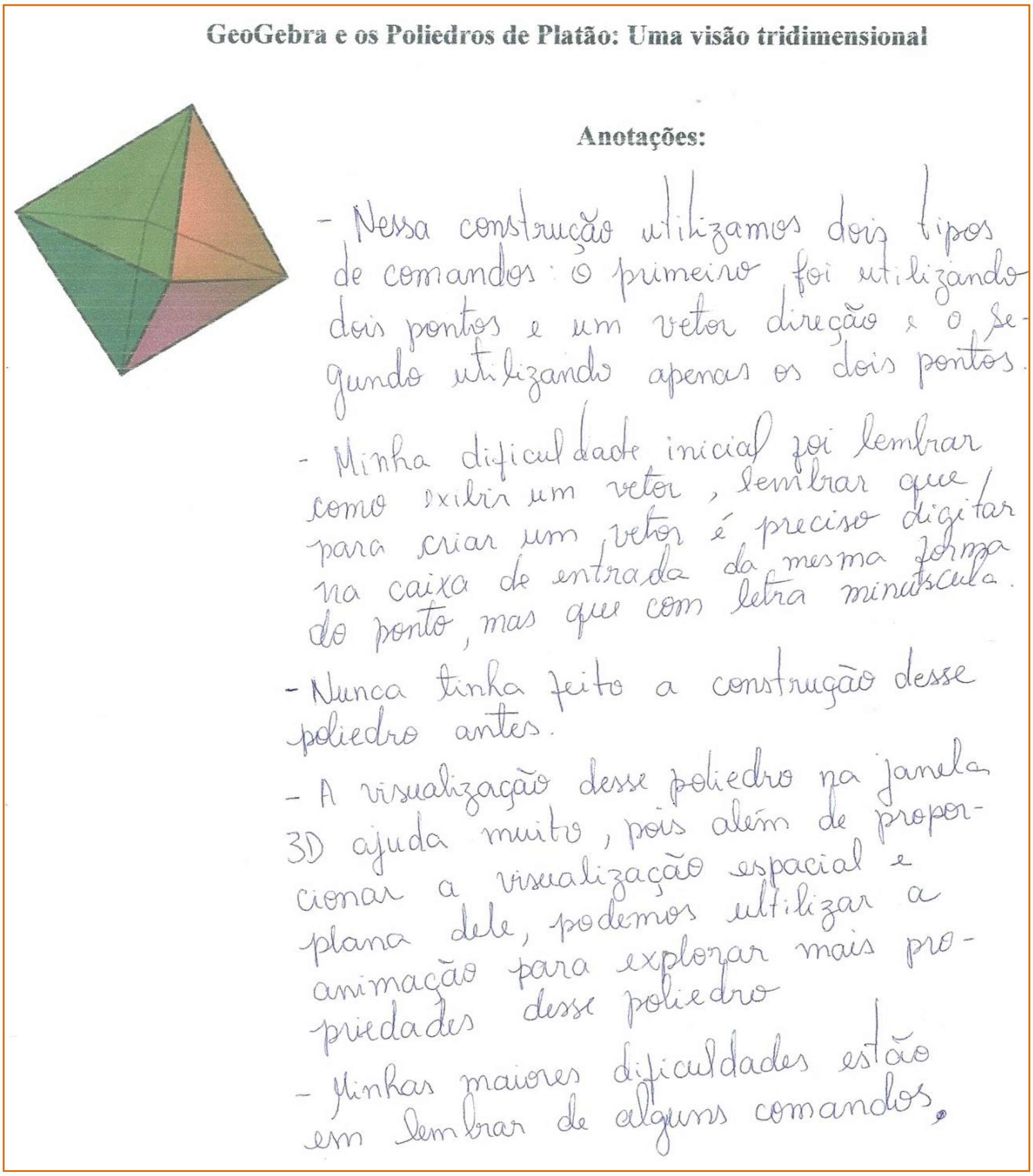


Fonte: a autora, 2016

E, por fim o graduando ressaltou que: *"As orientações durante o minicurso foram importantes para tornar o manuseio do programa mais rápido e prático"*. Assim, verifica-se que gradativamente o participante P1 foi adquirindo "familiaridade" , através do manuseio, com o programa GeoGebra.

Ao analisarmos as respostas do participante P3, percebemos algumas semelhanças em relação as respostas de P1 e P2. A seguir, mostramos uma figura com os registros escritos de P3 em relação à construção do poliedro octaedro.

Figura 34 – Registro de P3 em relação à construção do octaedro



GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

Anotações:

- Nessa construção utilizamos dois tipos de comandos: o primeiro foi utilizando dois pontos e um vetor direção e o segundo utilizando apenas os dois pontos.

- Minha dificuldade inicial foi lembrar como exibir um vetor, lembrar que para criar um vetor é preciso digitar na caixa de entrada da mesma forma do ponto, mas que com letra minúscula.

- Nunca tinha feito a construção desse poliedro antes.

- A visualização desse poliedro na janela 3D ajuda muito, pois além de proporcionar a visualização espacial e plana dele, podemos utilizar a animação para explorar mais propriedades desse poliedro

- Minhas maiores dificuldades estão em lembrar de alguns comandos.

Fonte: a autora, 2016

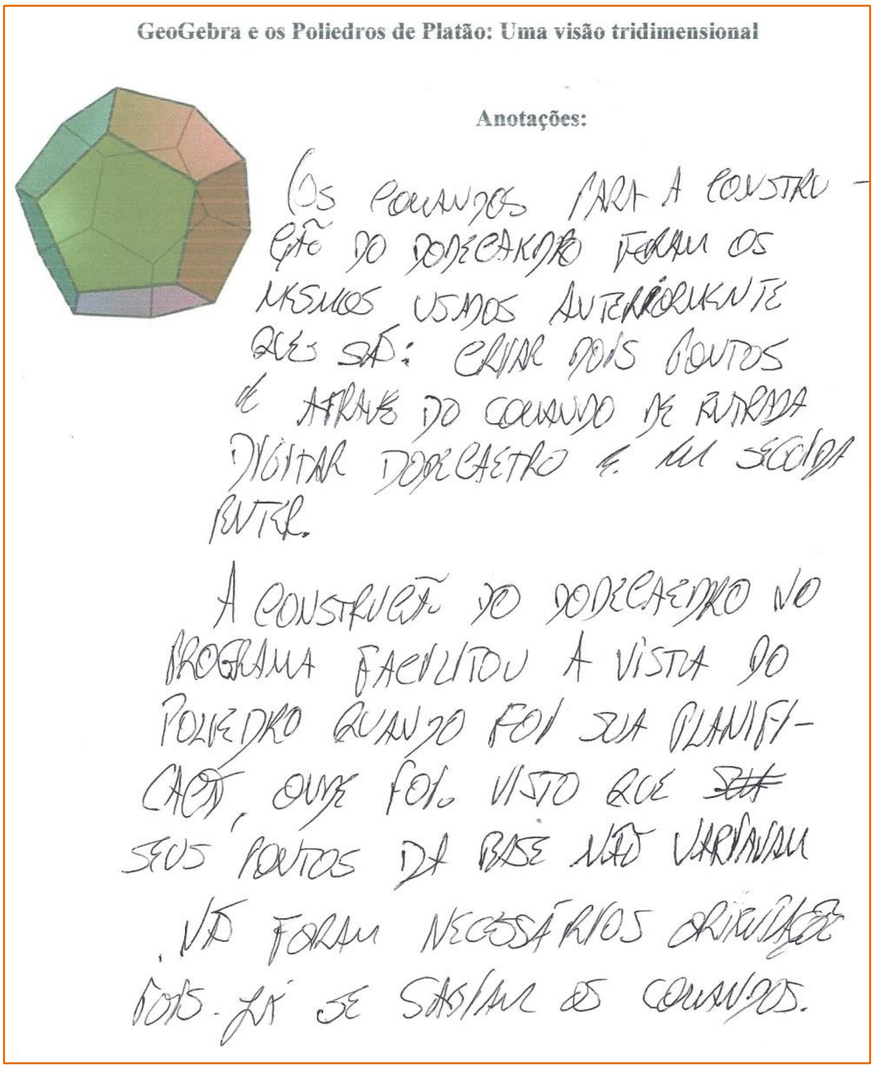
Diante da leitura e análise das respostas de P3, percebemos que ele pontuou cinco trechos acerca da construção do octaedro. Assim como os outros participantes citados anteriormente, P3 inicia sua escrita discorrendo sobre os comandos utilizados durante a construção (1º- dois pontos e um vetor, 2º- apenas dois pontos), em seguida P3 enfatiza duas vezes que suas dificuldades foram de lembrar como criar o vetor, dentre outros comandos. Além disso, o participante ressalta que estava realizando a construção pela primeira vez e, que tanto a visulização tridimensional quanto a animação do objeto construido ajudam a explorar outras propriedades existentes na mesma construção. "[...] As representações semióticas não discursivas tornam-se manipuláveis como objetos reais. Podemos deslocá-las, fazê-las rodar, ou estendê-las a partir de um ponto. Esse aspecto 'dinâmico' é apenas uma consequência da potência ilimitada do tratamento (DUVAL, 2011, p. 137)".

Já P4 achou que a construção do tetraedro foi simples, pois, conseguiu se lembrar das que já havia feito no primeiro encontro. E, assim escreveu o seguinte trecho: *"Essa construção para mim foi tranquila, pois, de forma análoga às anteriores consegui construir com as mesmas instruções. Neste momento, estou bem mais familiarizado com as construções, pois já domino um pouco mais o GeoGebra"*. "Podemos, então, analisar as tarefas cognitivas requeridas pela utilização de cada *software* em função das ações que seu menu autoriza ou exclui (DUVAL, 2011, p. 137)". Dessa forma, nota-se que P4 não apresentou dificuldades para construir o octaedro já que se lembrou das construções anteriores.

Assim como P4, o participante P5 também escreveu: *"Não tive nenhuma dificuldade".* E continuou: "Q*uando coloquei pra animar o octaedro com sua planificação percebi algumas variações na janela de álgebra.* "Pensar em Matemática mobiliza sempre pelo menos dois registros (DUVAL, 2011, p. 99)". Nesse sentido, enquanto manuseava o GeoGebra, P5 mobilizou tanto o registro geométrico quanto o registro algébrico. Após cada construção, além de deixarmos um tempo livre para os participantes anotarem as suas impressões em relação as construções que fizeram, também deixávamos um tempo para que eles observassem, refletissem, falassem ou até mesmo escrevessem sobre as construções. Por fim, o graduando ressaltou a facilidade de construir o poliedro dizendo: "*Não tinha feito essa construção nem tinha ideia de como poderia construir um octaedro de maneira simples"[...].*

Após construirem o octaedro e fazerem as anotações, os participantes construiram com muita facilidade o dodecaedro, tendo em vista que a construção deste se assemelhava com a construção daquele. Assim P1 disse que: *"A construção do dodecaedro foi muito interessante, proporcionou um exercício a mais do que foi praticado antes, uma vez que a construção se deu de forma bastante similar. O resultado foi proveitoso para a visulização das faces, vértices e arestas"[...].* Como se esperava, o participante P1 falou da semelhança entre a construção do dodecaedro com as anteriores, assim como analisou as faces, os vértices e as arestas do poliedro construido.

Figura 35 – Registro de P2 em relação à construção do dodecaedro



GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

Anotações:

Os comandos para a constru-ção do dodecaedro foram os mesmos usados anteriormente que são: criar dois pontos e através do comando de entrada digitar dodecaedro e em seguida enter.

A construção do dodecaedro no programa facilitou a vista do poliedro quando foi sua planifi-cação, onde foi visto que ~~seu~~ seus pontos da base não variavam, não foram necessários orientações pois já se sabiam os comandos.

Fonte: a autora, 2016

Como podemos constatar, o participante P2 iniciou escrevendo a forma mais simples de construção do dodecaedro, ou seja, dados dois pontos e, através da barra de entrada digita-se o nome do poliedro que se deseja criar e, assim, é só clicar em "Enter". Além disso, P2 registrou a facilidade de visualizar o poliedro e sua planificação no

GeoGebra. “A operação essencial relativa às figuras geométricas não é, portanto, construí-las, mas desconstruir dimensionalmente todas aquelas que são construídas instrumentalmente ou com um *software”* (DUVAL, 2011, p. 89). No entanto, o participante, observou que os pontos da base não variava. No entanto, percebemos que alguns pontos se mantém fixos, porém, ao clicarmos e arrastarmos outros pontos pertencentes aos eixos, é possível movimentar o poliedro inteiro. E, por fim, como se esperava o participante enfatizou que para esta construção não precisou de orientações, uma vez que já conhecia os comandos necessários.

Já P3 mencionou um fato interessante que ocorreu durante as construções, em escpecífico, com o dodecaedro. *“[...] Em minha primeira tentativa de contruir esse poliedro, escolhi dois pontos no mesmo eixo e escolhi um vetor de coordenadas diferentes de zero. Com essa escolha que fiz, não foi possível construir o poliedro. Só consegui quando zerei a coordenada do eixo que escolhi os dois pontos”.* Este fato foi observado durante a primeira construção e, no decorrer das demais percebemos que, sempre que atribuíssemos zero ao valor da coordenada do eixo era possível construir o poliedro desejado, caso contrário, não conseguíamos.

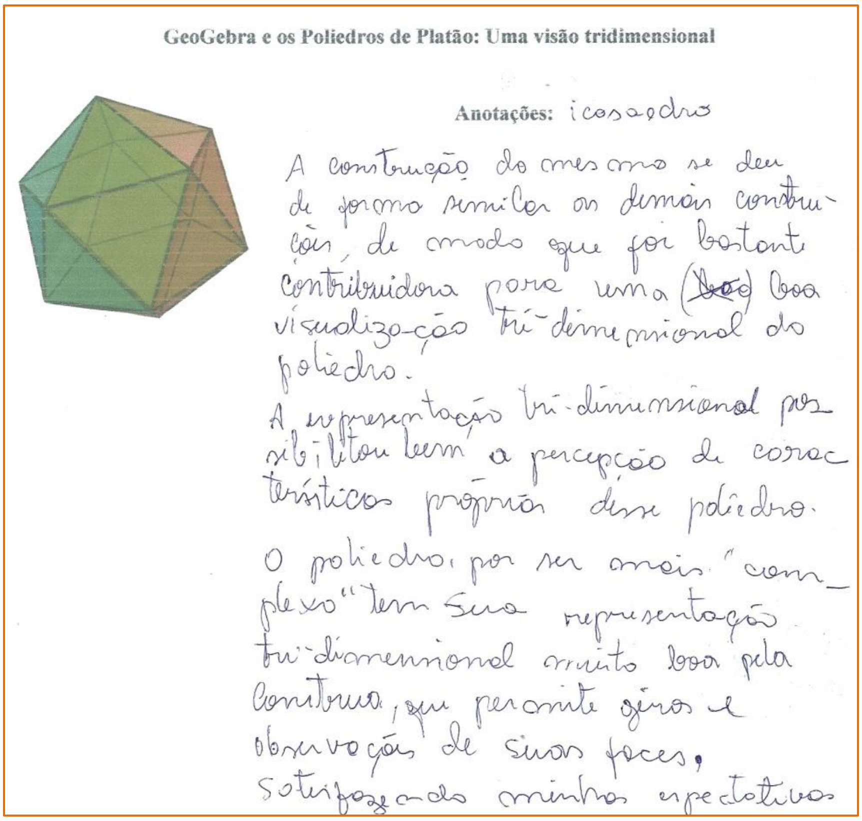
Em relação à construção do dodecaedro no GeoGebra, o participante P4 nos informou que irá propor em suas aulas, a construção do dodecaedro utilizando o recurso didático GeoGebra. *“Consegui construir normalmente. Por ser um dos mais ‘complexos’, gostei muito de construí-lo, pois passarei a construí-lo em sala de aula com meus alunos, já que eles têm um pouco de dificuldade na visualização”. E*ste registro de P4 foi de suma importância para nossa pesquisa enquanto futura professora, pois, dessa forma percebemos que nosso minicurso iria além dos três encontros. Onde, os participantes poderiam levar a proposta para as suas aulas e dar continuidade a esta proposta de ensino e de sequências didáticas propostas. Dessa forma, foi possível investigar as contribuições da prática vivenciada para os graduandos/participantes durante o minicurso.

Por fim, P5 mencionou o quão foi fácil construir o dodecaedro utilizando apenas dois pontos: *“Análogo ao do octaedro, foi muito simples construir o dodecaedro no comando ‘ENTRADA’[...]”.*

Para finalizar esta atividade das construções dos poliedros Platônicos no GeoGebra, os participantes construiram o icosaedro utilizando, também, mais de uma maneira e as mesmas ferramentas já utilizadas anteriormente. Talvez, por fazerem, esta atividade utilizando as mesmas ferramentas, percebemos que nas últimas construções (dodecaedro e icosaedro), os participantes acham que a atividade estava monótona.

A seguir apresentamos um recorte dos registros de P1, em relação a construção do icosaedro.

Figura 36 – Registro de P1 em relação à construção do icosaedro



GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

Anotações: icosaedro

A construção do mesmo se deu de forma similar as demais construções, de modo que foi bastante contribuidora para uma (~~boa~~) boa visualização tri-dimensional do poliedro.

A representação tri-dimensional possibilitou bem a percepção de características próprias desse poliedro.

O poliedro, por ser mais "complexo" tem sua representação tri-dimensional muito boa pela construção, que permite giros e observações de suas faces, satisfazendo minhas expectativas

Fonte: a autora, 2016

Com base na escrita de P1, percebemos que mais uma vez ele ressalta sobre as contribuições da visualização tridimensional dizendo que esta facilita na percepção das características que o poliedro possui. Assim como o participante P4 escreveu na construção do dodecaedro, P1 também disse que o icosaedro é "complexo". Porém a visualização tridimensional permite que haja uma movimentação/giros e, com isso, facilita na visualização das faces do icosaedro. Concordamos com P1 e P4, pois, esses poliedros não são tão simples de serem construidos no papel, com lápis, por exemplo. Com isso, acreditamos que o GeoGebra facilita nessas construções, pois além de ser fácil e rápida a construção, é possível analisar vários elementos destes poliedros tais como: volume, área das arestas, diagonais, planificação, etc. Por fim, P1 diz que a construção atendeu as suas expectativas.

Já P2 fez uma observação interessante e disse: *"Os comandos foram os mesmos já utilizados anteriormente, porém, na construção do icosaedro foi visto que todas as faces eram triangulares diferentemente do dodecaedro que tem suas faces em forma de péntagono.* Essa observação descrita por P2 será útil para uma das atividades do último encontro, as quais serão analisadas posteriormente. Em seguida o participante comenta que: *"Com as opções de 'Planificação' e 'Vista para frente de' foi visto com clareza todos os elementos do poliedro".* Desse modo:

> [...] Com softwares como o GeoGebra ela (uma atividade matemática) deve explorar aspectos visuais. Mídias como estas participam de um coletivo que produz conhecimento, a partir das possibilidades de que experimentações sejam feitas com feedback visual quase instantâneo. (BORBA, SILVA e GADANIDIS, 2014, p. 54).

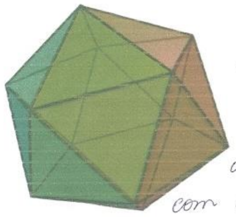
Esta citação exprime o que todos os graduandos já mencionaram até aqui: As contribuições da visulização que o programa educacional GeoGebra permite.

Assim como já foi mencionado anteriormente, o participante P3 disse que: "*A construção segue os mesmos procedimentos dos anteriores. Com isso se torna até que mecânico as construções [...]".* Já P4 se mostrou agradecido por participar do minicurso e escreveu: *"Gostei muito dessa construção também, a visualização desse poliedro e sua planificação, são demais. Muito agradecido pela oportunidade de aprender a construí-lo e conhecer um pouco mais o GeoGebra".* Nesse sentido, também nos sentimos privilegiados pelo trabalho que foi possível realizar, com um grupo de graduandos esforçados e que muito contribuiram para realização desta pesquisa. Além disso, durante o minicurso eles levantaram questionamentos interessantes e que serão estudados em pesquisas futuras.

Por fim, P5 descreve os comandos utilizados na construção do icosaedro e, aponta alguns elementos por ele percebidos através da planificação e animação (uma ferramenta do GeoGebra). Do mesmo modo que o participante P4, P5 também fez uma observação em relação aos polígonos que constituem a face não apenas do icosaedro, mas de cada um dos poliedros de Platão. A figura 37 ilustra este fato.

Figura 37 – Registro de P5 em relação à construção do icosaedro

GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional



Anotações:

Utilizamos o comando "ENTRADA" e foi simples de construir o icosaedro, após planificá-lo e animá-lo comecei ~~a fazer~~ a pensar sobre a face da base desses poliedros e a partir daí com a visualização 3D ficou bem claro que as formas da face da base dos poliedros são: tetraedo Δ (triângulo) cubo □ (quadrado), octaedro Δ (triângulo), dodecaedro ⬠ (pentágono) e o icosaedro Δ (triângulo), o que deixou bem claro sobre os elementos do poliedro.

Fonte: a autora, 2016

Ao realizar as construções dos cinco poliedros de Platão, P5 percebeu que alguns possuem faces triangulares, outros quadrangulares, pentagonais. E, assim o participante fez uma representação utilizando a figura dos polígonos formados pelas faces dos poliedros Platônicos.

Devido a falta de tempo, não foi possível demonstrar a Relação de Euler assim, como, esta demonstração não estava no nosso cronograma. Porém, como podemos vê na figura 38, um dos participantes a demonstrou utilizando conceitos de Geometria Espacial e Estruturas Algébricas (disciplinas do curso de Matemática - Licenciatura).

Figura 38 – Demonstração da Relação de Euler feita por P3

Demonstração da Relação de Euler

Teorema: Para todo poliedro homeomorfo à esfera vale a relação $V-A+F=2$, onde V é o número de vértices, A é o número de arestas e F é o número de faces do poliedro.

Dem.

Consideremos um poliedro P homeomorfo à esfera, com F faces, A arestas e V vértices.

Retirando uma dessas faces. A figura ficará com o mesmo número de vértices e de arestas, porém $F-1$ faces.

Então,

$$V - A + (F-1) = 1$$
$$V - A + F - 1 = 1$$
$$V - A + F = 1 + 1$$
$$V - A + F = 2$$

$\boxtimes$

Fonte: a autora, 2016

P3 foi o único participante que fez a demonstração da Relação de Euler, não foi pedida esta demonstração dos demais porque não era nosso objetivo fazê-la, mais sim apresentá-la. Diante disso, apresentamos, aos participantes, duas formas de demonstração da Relação de Euler, porém não nos aprofundamos na mesma.

Mas, diante da demonstração apresentada por P3, sentimos a curiosidade de saber dos participantes se é interessante demonstrar antes de iniciar a parte conceitual, durante as aulas. No entanto, apenas dois graduandos, P3 e P4, responderam esta atividade.

O participante P3 respondeu dizendo que considera importante apresentar a demonstração e disse: *"Sim, pois se o professor apenas aplicar a relação os estudantes podem não compreender e apenas irão memorizá-la. Já se for demonstrada a relação, o envolvimento do aluno na descoberta poderá trazer entusiasmo e curiosidade, além de propiciar uma aprendizagem".* Enquanto isso, o graduando P4 escreveu: *"Confesso que não entendi muito bem, e, por esse motivo, não acho viável demonstrá-la sem que se tenha total propriedade de toda ela".* Porém P4 também considera importante demonstrar, no entanto ele ressalta que o professor deve ter o domínio da mesma. *"Lógico que acho muito importante antes de aplicar a relação, que o professor comente sobre as demonstrações relacionadas à relação, todavia, deve-se pensar no teor da demonstração e se ela será expressa de forma clara e objetiva aos alunos, caso tente-se fazê-la".* Nessa direção Duval (2011, p. 82) levanta um questionamento: "Como se espantar por que foi mais ou menos abandonada a introdução das demonstrações em geometria na qual nos contentamos em *transcrever* um desenvolvimento comum feito de modo oral?" (grifo do autor).

Essa citação serve para refletirmos sobre o que os participantes responderam e sobre as ideias apontadas por Duval (2011). No entanto concordamos tanto com P3 quanto P4, pois, achamos importantes as demonstrações não só da Relação de Euler, mas também de muitas outras existentes na Matemática, porém, é necessário que o professor tenha domínio das mesmas e, saiba como aplicar essas demonstrações na introdução dos conteúdos a elas relacionados e até mesmo nos problemas matemáticos propostos na sala de aula.

5.3 Análises do terceiro encontro: Por que só existem cinco Poliedros Platônicos? E Sondagem 2

No terceiro e último encontro do minicurso foram realizadas três atividades com os participantes. Na primeira, pedíamos para que os mesmos preenchessem uma tabela com alguns dados sobre os Poliedros de Platão. Todos os participantes realizaram esta atividade sem nenhuma dificuldade. Pois, o que pedíamos era: o nome dos poliedros Platônicos, o número de faces, vértices e arestas de cada um deles, perguntamos o tipo de face de cada poliedro, ou seja, se o mesmo era formado por faces triangulares, quadrangulares, etc. E, por fim foi perguntado quantas arestas eram comuns a um único vértice, nos cinco poliedros estudados. Para eles, a única novidade foi esta última pergunta, uma vez que nenhum deles tinha feito esta observação. Já os outros itens, eles já sabiam, pois tinham observado desde o primeiro encontro, durante as construções no GeoGebra. A figura 39 ilustra a tabela preenchida pelo participante P5.

Figura 39 – Tabela preenchida por P5

GeoGebra 3D e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

ATIVIDADE

Utilizando as construções feitas, por você, no GeoGebra 3D, preencha a tabela abaixo:

Poliedro	Faces	Vértices	Arestas	O Poliedro é formado por que tipo de face?	De cada vértice partem quantas arestas?
cubo	6	8	12	Face quadrada	três
icosaedro	20	12	30	Face triangular	cinco
octaedro	8	6	12	Face triangular	quatro
dodecaedro	12	20	30	Face pentagonal	três
tetraedro	4	4	6	Face triangular	três

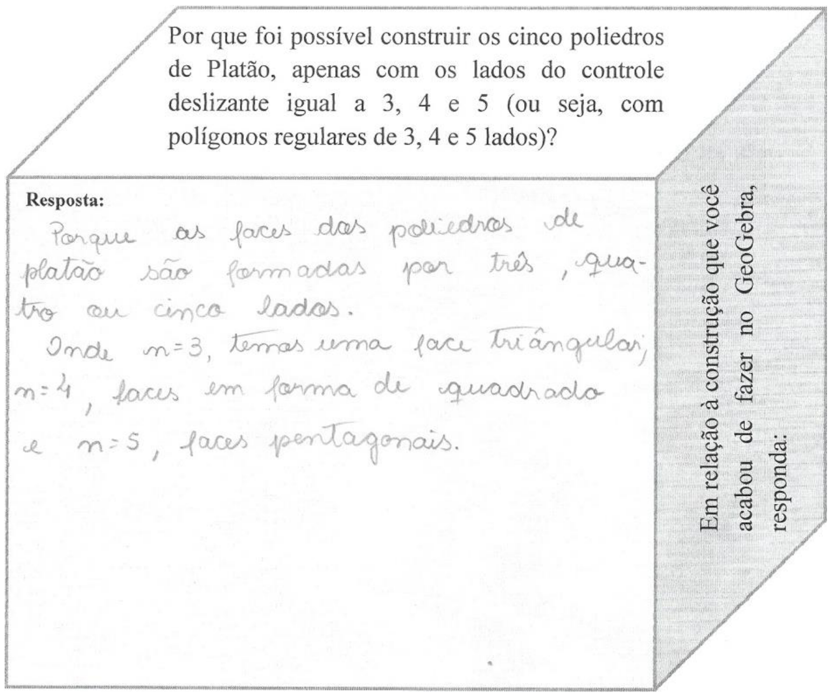
Fonte: a autora, 2016

Achamos interessante o fato de que o participante não seguiu a ordem dos poliedros da forma que construíram no GeoGebra, dessa forma, ele iniciou descrevendo alguns elementos do cubo, em seguida do icosaedro e, por fim, o tetraedro. Já no minicurso, esse poliedro foi o primeiro a ser construído. Assim como P5, os demais graduandos também preencheram a tabela sem seguir essa ordem. P3, por exemplo, iniciou com o cubo, em seguida, o tetraedro. Depois continuou com o icosaedro, octaedro e dodecaedro.

Após esta atividade, fomos para o quadro demonstrar o porquê da existência de apenas cinco poliedros de Platão. Salienta-se que esta demonstração se encontra na seção 3.6 do presente trabalho. Ao término da demonstração, os participantes disseram que acharam interessante e, assim, fizeram mais uma atividade. Nesta, os participantes fizeram uma relação entre a demonstração da existência de apenas cinco poliedros Platônicos e com uma construção do GeoGebra na qual foi possível construir todos os poliedros Platônicos, o passo a passo desta construção está disponível na seção 3.3.5 desta pesquisa.

Além disso, esta atividade era composta por apenas um pergunta. Isto é, perguntamos aos participantes por que foi possível construir os cinco poliedros de Platão, apenas com os lados do controle deslizante iguais a 3,4 e 5 (Ou seja, polígonos regulares de 3,4 e 5 lados)?. Assim como a atividade da tabela, explícita anteriormente, esta atividade foi respondida rapidamente, pelos participantes, pois além deles terem percebido este fato durante as construções, com a demonstração suas observações ficaram ainda mais consistentes.

Figura 40 – Atividade de P4 sobre a última construção



Fonte: a autora, 2016

De acordo com a resposta de P4, percebemos que ele escreveu o que já havia observado durante as construções, porém quando ele coloca a variável “n”, ele já está fazendo uma relação do que foi visto durante a demonstração apresentada no quadro.

Além de P4, o participante P3 respondeu a pergunta dizendo que: *"Pela relação dos poliedros, pois cada face é formada pela mesma figura".* Entendemos que com esta resposta, P3 queria dizer que devido ao fato de os poliedros serem regulares todas as suas faces são iguais, ou seja, formadas pelos mesmos polígonos regulares. Em seguida, P3 comenta: *"E, como estabelecemos os graus e usamos reflexão entre os pontos, com o auxílio do controle deslizante foi possível realizar essas construções".* Nesse caso, P3 mencionou algumas ferramentas utilizadas durante a construção.

Além dessas respostas, P5 também respondeu a esta atividade dizendo: *"As faces da base de todos os poliedros de Platão são ou triangulares (3 lados); quadrangulares (4 lados) ou pentagonais (5 lados), por isso foi possível construir todos esses poliedros".* Ressaltamos que P5 já havia feito esta observação e registro na construção do icosaedro (Figura 37). Entretanto, achamos pertinente propor esta atividade como uma forma de instigar os participantes a perceberem a relação existente entre as construções, suas próprias observações, no preenchimento da tabela e no que foi demonstrado no quadro. Neste encontro os participantes P1 e P2 não puderam estar presentes, já os demais conseguiram fazer todas as atividades!

Por fim aplicamos a sondagem 2. Nesta criamos sete itens nos quais os participantes poderiam escrever sobre as impressões em relação à participação no minicurso, poderiam escrever os pontos positivos e negativos, etc. Desse modo, a sondagem 2 foi composta com a intenção de investigarmos as contribuições, ou não, da prática vivenciada para os graduandos durante o minicurso.

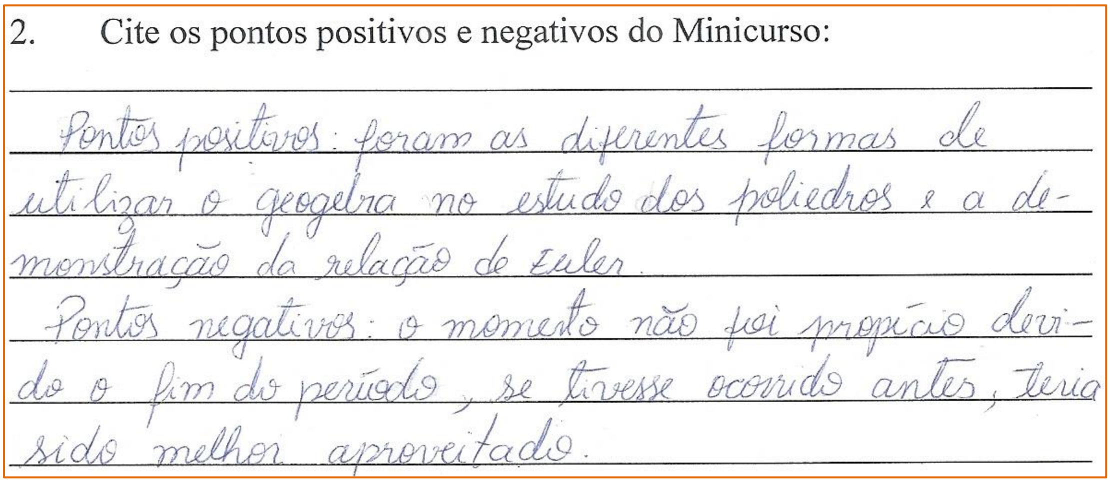
No **primeiro item** foi perguntado aos graduandos se haviam gostado da participação no minicurso e, pedimos para que os mesmos respondessem sim ou não e comentasse a sua resposta. Todos os participantes responderam que "sim". Em seguida, P3 comentou: *"Essa experiência foi muito proveitosa, pois me trouxe possibilidades diferenciadas para o estudo dos poliedros de Platão e a Relação de Euler".* Assim percebemos que P3 escreveu sobre a sua satisfação em ter participado e também das contribuições do minicurso, uma vez que possibilitou novos modos de estudar sobre os poliedros Platônicos e sobre a Relação de Euler.

Já P4 escreveu: *"Sim. Embora eu já conhecesse o programa GeoGebra, nunca havia tentado fazer construções de todos os poliedros de Platão. Aprendi a construí-los de formas diferentes e aprendi funções novas no programa; além de conhecer um pouco mais os poliedros".* Assim, nota-se que não foi novidade para P4 manusear o GeoGebra, porém no minicurso foram realizadas atividades que para ele eram novas.

Em seguida P5 também enfatiza uma das frases escritas por P4 e diz: *“Foi muito bom, porque aprendi a fazer os poliedros de Platão de formas distintas no programa GeoGebra”.* Ao pensarmos nessa proposta de mostrarmos várias formas de construção, tínhamos como objetivo explorar novos registros de representações semióticas. No entanto, percebemos durante as respostas dos participantes que foi proveitoso saber construir os Poliedros de maneiras diferentes.

No **segundo item** da sondagem 2 pedimos para os participantes citar os pontos positivos e os pontos negativos percebidos por eles durante o minicurso. Todos apontaram alguns pontos positivos. No entanto, apenas um participante citou tantos os positivos quanto os negativos. A seguir mostramos um recorte da sua resposta.

Figura 41 – Resposta de P3 referente ao Item 2 da Sondagem 2


2. Cite os pontos positivos e negativos do Minicurso:

Pontos positivos: foram as diferentes formas de utilizar o geogebra no estudo dos poliedros e a demonstração da relação de Euler.
Pontos negativos: o momento não foi propício devido o fim do período, se tivesse ocorrido antes, teria sido melhor aproveitado.

Fonte: a autora, 2016

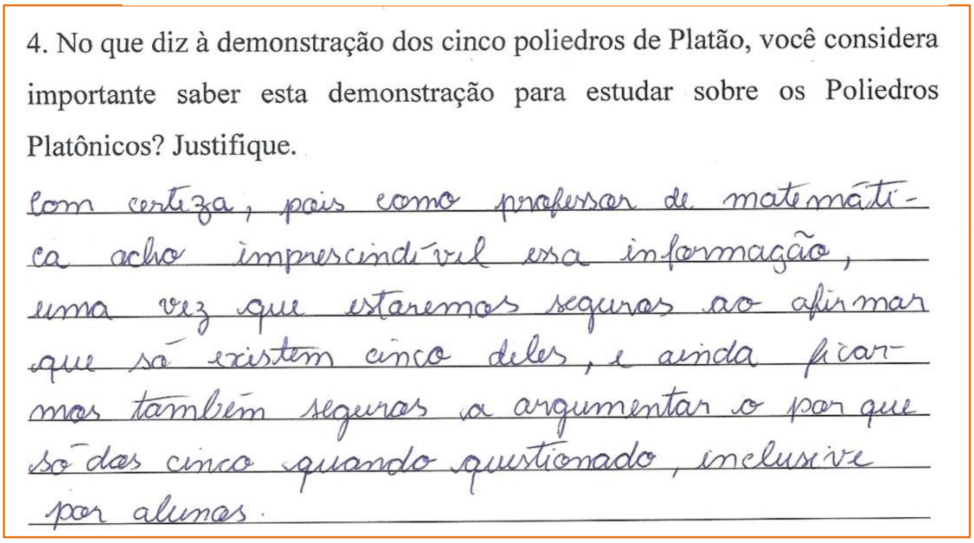
Como podemos vê, P3 também mencionou as diferentes formas de construção dos poliedros no GeoGebra como sendo um ponto positivo. Além deste ponto, acrescentou a demonstração da Relação de Euler. Em seguida, P3 menciona que devido ao fato do minicurso ter sido vivenciado no final do período, no qual sabemos que se têm mais atividades como provas, trabalhos, etc. Isso fez com que o participante atribuísse este fato como sendo um ponto negativo.

No que diz respeito aos positivos P5 disse: *“Nos capacitou enquanto professores para utilização do programa GeoGebra na construção dos Poliedros de Platão com nossos alunos”.* Sendo assim, P5 já teve uma visão do minicurso além daquele momento, pois, estava visando com a experiência, levar para outro espaço, no caso a sala de aula, o que foi aprendido durante o minicurso.

No **terceiro item** perguntamos se foi possível realizar todas as construções e caso a resposta fosse "não", pedimos para que o participante explicasse quais foram as dificuldades que o levou a não conseguir realizar a (s) construção (ões) no programa GeoGebra. No entanto, os três participantes que estavam presente afirmaram ter conseguido realizar todas as construções. Dos três participantes, dois (P4 e P5) acrescentaram alguns comentários após fazer a afirmação e um (P3) apenas respondeu *"Sim"*. Dessa forma, P4 enfatizou sua afirmação dizendo: *"Sim, não tive dificuldades para realizá-las"*. Já P5 atribuiu a facilidade em realizar as construções às orientações recebidas durante os encontros.

Já no **quarto item** foi perguntado se os participantes consideram importante saber a demonstração da existência dos cinco poliedros de Platão para estudar sobre os mesmos. Das respostas obtidas, temos que, P3 disse que acha importante saber a demonstração e justificou sua afirmação dizendo que só com o programa educacional GeoGebra não é possível generalizar a demonstração com facilidade. Enquanto isso, P4 também respondeu sim e explicou detalhadamente a sua resposta, a qual está explícita na figura 42.

Figura 42 – Resposta de P4 referente ao Item 4 da Sondagem 2



4. No que diz à demonstração dos cinco poliedros de Platão, você considera importante saber esta demonstração para estudar sobre os Poliedros Platônicos? Justifique.

Com certeza, pois como professora de matemáti-ca acho imprescindível essa informação, uma vez que estaremos seguras ao afirmar que só existem cinco deles, e ainda ficar-mos também seguras a argumentar o por que só das cinco quando questionado, inclusive por alunos.

Fonte: a autora, 2016

Para P4, saber a demonstração é sinônimo de ter segurança em relação à existência de apenas cinco poliedros Platônicos. E, assim, teremos uma melhor argumentação para os alunos, principalmente as sermos interrogados por eles.

Ainda sobre este item, P5 também acha pertinente sabermos a demonstração e diz: *"Sim, pois acho que nos vem à curiosidade porque só existem esses cinco, e,* *quando provamos deixa claro e não é tão difícil assim a demonstração".* Assim como P5, também nos sentimos curiosos e, resolvemos pesquisar sobre isso. Ao lermos a demonstração e por acharmos que seria interessante apresentar esta demonstração aos nossos participantes. Como P5 ressalta a demonstração não é de difícil entendimento.

No **item cinco** indagamos se os participantes acham que o GeoGebra 3D é um recurso didático que ajuda na compreensão do estudo dos Poliedros de Platão e pedimos que justificassem a sua resposta. Assim P3 disse que ajuda e enfatizou: *"Principalmente por esse recurso 3D, pois, ajuda muito na visualização. Até porque para desenhar os poliedros à mão livre não é fácil".* Assim como P3, também partimos do pressuposto de que desenhar os cinco poliedros estudados no papel, por exemplo, não é uma tarefa fácil, além disso, mesmo desenhando não fica tão nítido "enxergar" alguns elementos que no GeoGebra se torna tão claro.

Já P4 concorda que o GeoGebra 3D ajuda na compreensão do estudo dos poliedros e discorre sobre as ferramentas específicas que o programa computacional possui de Geometria Espacial e, assim, diz: *"Sim, pois o GeoGebra foi desenvolvido para, dentre tantas funções, trabalhar com esse conteúdo, uma vez que traz ferramentas próprias para a construção deste, além de possibilitar a visualização destes e suas planificações, o que é bem difícil para os alunos sem a ajuda de um programa [...] ".* Assim como P4 atribui essa importância à visualização e planificação dos poliedros, P5 também enfatiza esses mesmos aspectos do programa GeoGebra e diz: *"Sim, pois a partir do GeoGebra podemos ter uma melhor visualização desses poliedros diferentemente do quadro branco, além disso, podemos planificá-los de forma simples e rápida.* A resposta de P5 resume, de modo geral, o que já foi tão comentado até aqui pelos participantes. Além disso, também concordamos com sua resposta e, também foi pensando nessa facilidade proporcionada pelo GeoGebra na visualização e planificação de maneira simples e precisa, que formulamos o minicurso.

No **penúltimo item** interrogamos os participantes se o GeoGebra apresentou limitações, durante as construções. Todos os participantes disseram que o programa relacionado à maneira como o conteúdo foi abordado não apresentou limitações. E, justificaram dizendo: *"Não lembro se houve limitações, mas o programa possibilitou explorar outras possibilidades de construção dos poliedros" (P3, 2015).* Já P4 respondeu: *"Não. Foi possível realizá-las tranquilamente, pois, o programa possui muitos recursos para as construções, dando-nos possibilidades diferente de construção.* Percebemos que tanto P3 quanto P4 responderam de maneira bem semelhante. E, por fim, P5 escreve: *"Não vi limitações, com o uso do programa GeoGebra fizemos tranquilamente todas as construções de formas distintas, analisando suas arestas, vértices, faces, etc."*. P5 também aborda a facilidade em realizar as construções de maneiras diferentes, assim como aponta alguns elementos estudados durante as construções.

Por último, pedimos para que os participantes apresentassem sugestões de conteúdo/metodologias/recursos didáticos, etc. para minicursos futuros. O quadro a seguir exibe as respostas de P3, P4 e P5, pois, P1 e P2 não estavam presentes neste encontro.

Quadro 4 – Respostas dos participantes do item 7 da sondagem 2

Participante	**Resposta dada por cada participante, referente ao item 7**
P3	7. Dê sugestões de conteúdos/ metodologias, etc, para futuros minicursos com o Geogebra 3D. Estudar planos de aula que usam o geogebra e analisar possibilidades e limitações do uso desse programa.
P4	7. Dê sugestões de conteúdos/ metodologias, etc, para futuros minicursos com o Geogebra 3D. sólidos geométricos; entes da geometria; área e perímetro; etc.
P5	7. Dê sugestões de conteúdos/ metodologias, etc, para futuros minicursos com o Geogebra 3D. • Prova de alguns teoremas da Geometria plana e espacial.

Fonte: a autora, 2016

Diante das respostas apresentadas no quadro 4, temos que P3 pretende dar continuidade e aprofundar suas pesquisas voltadas para a utilização do GeoGebra como ferramenta metodológica de ensino. P4 pretende continuar estudando Geometria tanto Espacial quanto Plana e, P5 deseja estudar sobre demonstrações de teoremas de Geometria Plana e Espacial por ser algo que muitos graduandos sentem dificuldades. Espera-se que possamos estudar melhor estas propostas e, futuramente promovermos um projeto de extensão no qual possamos estudá-las com mais tempo e aprofundamento dos conteúdos abordados.

Ao analisarmos todas as atividades dos três encontros do minicurso, podemos dizer, de modo geral, que os participantes se envolveram durante as construções, fizeram novas descobertas e propiciaram momentos de ensino-aprendizagem.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos nesta pesquisa, cujo principal objetivo foi investigar as contribuições do programa GeoGebra 3D no estudo dos Poliedros de Platão com alguns licenciandos em Matemática, as atividades realizadas com cinco graduandos do Centro Acadêmico do Agreste/ CAA durante três encontros de um minicurso.

No entanto, sabe-se que o ensino de Geometria apresenta muitas fragilidades e, já chegou a ser esquecido/deixado de lado. Assim, é notório que alguns alunos apresentem dificuldades na visualização tridimensional dos objetos, e, consequentemente em alguns conteúdos da Geometria Espacial, principalmente quando estes são apresentados no quadro ou no livro didático. Nesse sentido, apresentamos o recurso didático e tecnológico GeoGebra 3D como uma ferramenta que pode facilitar e diminuir essa defasagem dos alunos na Geometria Espacial. No entanto, salienta-se que o recurso tecnológico por si só não desenvolve essa visualização, mas, pode ajudar o aluno a perceber os elementos que talvez fosse mais difícil de visualizar no papel ou até mesmo mentalmente.

Assim, como neste mundo pós-moderno se observa a facilidade e o maior acesso dos alunos do ensino básico às tecnologias, principalmente o computador, e como os mesmos podem apresentar dificuldades na visualização tridimensional, achamos interessante utilizar o programa computacional GeoGebra 3D, como um recurso que possibilita realizar um estudo com dinamicidade e de maneira que instigasse os estudantes a realizarem descobertas à medida que fossem manuseando as construções no programa GeoGebra, pois não basta ter a visualização tridimensional, mas que nesta seja percebido e estudado conceitos geométricos.

Nessa direção realizamos um minicurso na qual estudamos sobre os poliedros de Platão e, brevemente, sobre a Relação de Euler, utilizando o Geogebra 3D. A partir da análise dos dados verificamos que a maioria dos graduandos da presente pesquisa estava familiarizada com o programa, apenas um graduando nunca tinha tido contato com o mesmo, mas, conseguiu desenvolver todas as atividades sem maiores dificuldades quanto ao manuseio.

Além disso, pode-se observar que diversas vezes os participantes do minicurso atribuíram importância ao programa GeoGebra no sentido de que o programa os ajudou na visualização tridimensional dos Poliedros de Platão e, com isso, alguns deles relataram que iriam levar a proposta para a sala de aula.

No entanto, algumas dificuldades surgiram principalmente no segundo encontro. Pois, neste os graduandos deram continuidade às construções dos poliedros Platônicos. Assim, alguns participantes registraram nas atividades que não se lembraram de alguns comandos e ferramentas que precisavam para realizar as construções.

À luz da Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Duval, foi possível realizar, algumas análises voltadas para os diferentes registros que o GeoGebra proporciona. Assim, realizamos um estudo com os Poliedros de Platão, através do GeoGebra, e, com a presença de registros geométricos tridimensional, por meio da Janela de Visualização 3D. Além desse registro, tínhamos o registro de Geometria Plana, com a ajuda da Janela de Visualização bidimensional e, também, o registro algébrico (Janela de Álgebra). Outro registro que merecem destaque são os registros escritos feitos pelos participantes ao responderem às atividades propostas.

Por fim, os participantes tiveram um momento para "avaliar" o minicurso. E, de acordo com resultados concluímos que o minicurso alcançou às expectativas dos nossos participantes, foi possível sentir a satisfação deles ao realizarem as construções e as atividades. Assim como atingiram as nossas expectativas também, uma vez que foi possível desenvolver todas as atividades e com *feedbacks* satisfatórios.

No entanto, reconhecemos nossas limitações e salientamos que, para futuras pesquisas pretendemos investigar outras possibilidades de ensino dos Poliedros de Platão e também dos Poliedros de Arquimedes no Ensino Médio. Além da aplicação do mesmo não apenas com licenciandos em Matemática, mas em turmas do ensino básico, observando a contribuição do programa supracitado associado à metodologia de ensino para a aprendizagem de conteúdos de Geometria Espacial.

Espera-se que o presente trabalho contribua para a compreensão de que a Geometria Espacial precisa criar subsídios para o desenvolvimento da percepção espacial no aluno, e que, para isso, podem-se mesclar metodologias e recursos de ensino variados. Ao professor deixamos a reflexão de que é possível trabalhar nas aulas de Geometria Espacial e, em específico no ensino dos Poliedros de Platão, com o

GeoGebra, com o quadro, livro, enfim, com todos os recursos disponíveis visando a formação de conhecimento. E, ao aluno deixamos a mensagem de que a Matemática é uma disciplina fascinante e muito presente mesmo em lugares em que esta não aparece explicitamente, assim, em relação à Geometria Espacial é preciso ter um olhar mais aguçado sobre os objetos que nos cercam, pois, dessa forma conseguiremos gradativamente desenvolver a visualização tridimensional/espacial.

7. REFERÊNCIAS

ANDRADE, Márcio Rocha; FRAZÃO, Dilva Guimarães; AGUIAR, Luciana. **Platão: Filósofo grego da Antiguidade – Biografia de Platão**. Site E-Biografias, 2015. Disponível em: < http://www.e-biografias.net/platao/> Acesso em: 15 de dezembro de 2015.

BARBOSA, Magnally Adakuy Gonçalves. **Explorando os Poliedros com o uso do Poly Pro 1.11**. Olinda: FUNESO, 2011.

BELLEMAIN, Franck. **O paradigma Micromundo**. – Vol. 1 – Rio de janeiro: Editora IME-UERJ, 2002.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia R.; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento.** 1. ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

CARVALHO, Cláudia Cristina Soares de. **O uso de computadores no ensino de matemática.** Matter: Revista Acadêmica da UNIBR, v. 1, p. 5, 2012.

CASTRO, Janaina. **Como funciona o Facebook?.** Publicado na Nova Escola, 2011. Disponível em < http://novaescola.org.br/formacao/formacao-continuada/como-funciona-facebook-624752.shtml> Acesso em 02 de Julho de 2016.

COSTA, Camila. **Introdução: Prismas**. Site Compless Numbers, 2012. Disponível em: < http://complexxnumbers.blogspot.com.br/2012_09_01_archive.html> Acesso em: 11 de novembro de 2015.

COSTENPLATE, Mariângela. **Poliedros**, 2013. Disponível em: < http://polmatesp.blogspot.com.br/2013_04_01_archive.html> Acesso em: 11 de novembro de 2015.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.** Organização: Tânia M. M. Campos – 1. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia. **Instituto São Paulo GeoGebra.** – PUC - SP, Núcleo de Mídias Digitais, s.d. Disponível em: < http://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html> Acesso em: 04 de janeiro de 2016.

FANTI, E. L. C., KODAMA, H. M. Y., NECCHI, M. A. **Explorando Poliedros no Ensino Médio com o Software Poly** In: Livro Eletrônico dos Núcleos de Ensino da Unesp -Artigos 2007. São Paulo; Ed. Cultura Acadêmica, UNESP, 2011, p. 729-745. Disponível em: http://www.ibilce.unesp.br/Home/Departamentos/Matematica/explorando-poliedros-convexos---prof.-erminia,-cida-e-helia.pdf. Acesso em: 12 de dezembro de 2015.

FEITOSA, Ailton. **Poliedros**. Publicado em Info Escola: Navegando e Aprendendo, [s.d.]. Disponível em: http://www.infoescola.com/geometria-espacial/poliedros/ Acesso em: 01 de Julho de 2016.

FONTANA, Lélia Longen. **Possibilidades para "ver o invisível" nas representações tridimensionais nos livros didáticos de Matemática.** Curitiba, 2010. Disponível em: http://www.ppge.ufpr.br/teses/M10_L%C3%A9lia%20Longen%20Fontana.pdf. Acesso em: 15 de dezembro de 2015.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa. –** 4. ed. – São Paulo: Atlas, 2002.

GUIMARÃES, Robson. **O que significa PDF?.** Blog – Termo Virtual: Tecnologia digital e informática, 2015.
Disponível em: < http://robsoniguaba.blogspot.com.br/?view=timeslide> Acesso em: 02 de Julho de 2016.

INSTITUTO PHD. **Pesquisa Quantificada e Pesquisa Qualificada: Entenda a diferença**. Blog do Instituto PHD, 2015.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da informação.** – Campinas, SP: Papirus, 2007. – (Coleção Papirus Educação).

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões com a Matemática.** – 2. ed. – São Paulo: Moderna, 2013.

MIALICH, Flávia Renata. **Poliedros e Teorema de Euler.** São José do Rio Preto, 2013. Disponível em: <https://blog.ufes.br/lem/files/2015/08/CFC2015_poliedros.pdf> Acesso em: 13 de janeiro de 2016.

MIRANDA, Guilhermina Lobato. Limites e possibilidades das TIC na educação. Revista de Ciências da Educação, n.3, Maio/Ago 2007, ISSN 16494990. Disponível em: < http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012617.pdf> Acesso em: 16 de janeiro de 2016.

NASCIMENTO, Andréa Costa. **Duas maneiras diferentes de demonstrar a Relação de Euler para poliedros convexos, vista no ensino médio**. Belo Horizonte: UFMG, 2012.

NEVES, José Luis. **Pesquisa qualitativa – Característica, Usos e Possibidades.** Caderno de Pesquisas em Administração, São Paulo, v.1, nº 3, 2º SEM./ 1996. Disponível em:

<http://www.unisc.br/portal/upload/com_arquivo/pesquisa_qualitativa_caracteristicas_usos_e_possibilidades.pdf> Acesso em: 21 de janeiro de 2016.

PANTOJA, Lígia Françoise Lemos; CAMPOS, Nadja Fonseca da Silva Cutrim; SALCEDOS, Rocio Rubi Calla. *A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares,* 2013. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/1423/528> Acesso em: 8 de outubro de 2015.

PAVANELLO, Maria Regina. **O abandono do ensino de Geometria: Uma visão histórica.** UNICAMP- SP, 1989. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000045423&fd=y> Acesso em: 21 de janeiro de 2016.

PEPE, Benito. **A doutrina de Platão**, 2009. Disponível em: < http://www.benitopepe.com.br/2009/08/11/a-doutrina-de-platao/> Acesso em: 14 de outubro de 2015.

PEREIRA, Hamilton Soares. **Poliedros Platônicos.** Belo Horizonte, 2011. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/Monografias_Noturna/Monografia_HamiltonSoares.pdf> Aceso em: 4 de novembro de 2015.

Apêndice A – Sondagem 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - NFD
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

GeoGebra e os Sólidos de Poliedros: Uma visão tridimensional

Sondagem

1. Preencha os itens a seguir:

a) Nome:____

b) Idade: ____________________

c) Ano que iniciou o curso:__________

d) Cidade: ______________________

e) Já ministra aulas de Matemática em escolas/ cursinho, etc.?

- ○ Sim
- ○ Não

f) Caso a resposta do item (e) seja “sim”. Você já utilizou o programa GeoGebra durante as aulas? Como foi a experiência?

____

____

____

____

____

2. Por que você resolveu participar deste minicurso?

____

____

____

____

____

____

3. Você conhece o programa GeoGebra? Se a resposta for afirmativa, descreva um pouco sobre o mesmo.

____

____

____

____

____

____

4. Você já utilizou o GeoGebra?

____

____

5. Quantos e quais são os poliedros de Platão?

____

____

6. Resolva o seguinte problema:

Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

Solução:

7. Escreva a relação de Euler.

____

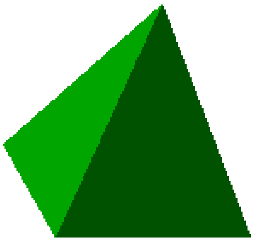
A coisa mais indispensável a um homem é reconhecer o uso que deve fazer do seu próprio conhecimento.

(Platão)

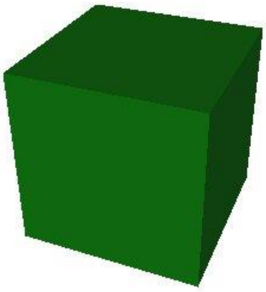
Bons estudos! ☺

Apêndice B – Folhas para registros após cada construção

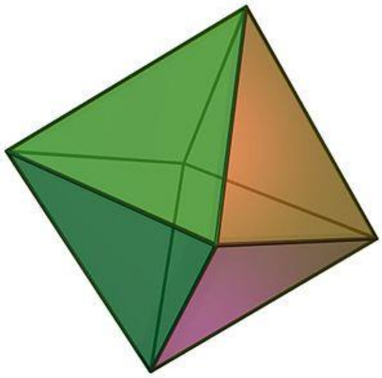
GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão trdimensional



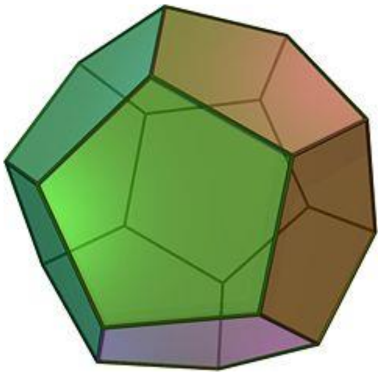
Anotações:



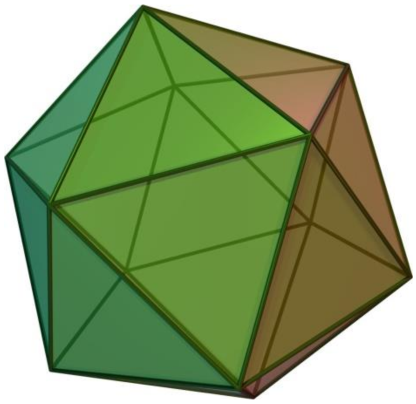
Anotações:



Anotações:



Anotações:



Anotações:

Apêndice C – Atividade sobre a Relação de Euler

GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

Demonstração da Relação de Euler

Atividade sobre a demonstração:

1. Você conseguiu entender a demonstração da Relação de Euler? Acha que é importante demonstrar antes de aplicar a relação?

2. Em relação à utilização do quadro e do GeoGebra durante o segundo encontro do minicurso, quais as contribuições que esses dois recursos didáticos promoveram?

3. Que conclusões podemos obter, após realizarmos as verificações e validação ou não da Relação de Euler, nos Poliedros ?

Apêndice D - Tabela sobre os Poliedros de Platão

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - NFD
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

GeoGebra 3D e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

ATIVIDADE

Utilizando as construções feitas, por você, no GeoGebra 3D, preencha a tabela abaixo:

Poliedro	**Faces**	**Vértices**	**Arestas**	**O Poliedro é formado por que tipo de face?**	**De cada vértice partem quantas arestas?**

Apêndice E – Atividade sobre a última construção e sobre a demonstração da existência de apenas cinco Poliedros Platônicos

GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

Em relação à construção que você acabou de fazer no GeoGebra, responda:

Por que foi possível construir os cinco poliedros de Platão, apenas com os lados do controle deslizante igual a 3, 4 e 5 (ou seja, com polígonos regulares de 3, 4 e 5 lados)?

Resposta:

Apêndice F – Sondagem 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - NFD
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional

Sondagem 2

1. Você gostou de ter participado do Minicurso **GeoGebra e os Poliedros de Platão: Uma visão tridimensional?**

   ○ Sim

   ○ Não

Comente sobre a sua experiência:

____

____

____

____

____

____

____

2. Cite os pontos positivos e negativos do Minicurso:

____

____

____

____

____

____

3. Em relação às construções, foi possível realizar todas? Se a resposta for *não*, quais foram às dificuldades?

4. No que diz à demonstração dos cinco poliedros de Platão, você considera importante saber esta demonstração para estudar sobre os Poliedros Platônicos? Justifique.

5. Você acha que o GeoGebra 3D é um recurso didático que ajuda na compressão do estudo sobre Poliedros de Platão? Justifique.

____

____

6. O GeoGebra 3D apresentou limitações, durante as construções? Ou foi possível realizar as construções e estuda-las com os recursos oferecidos pelo programa?

____

____

____

____

____

7. Dê sugestões de conteúdos/ metodologias, etc, para futuros minicursos com o Geogebra 3D.

____

____

____

____

____

____

A coisa mais indispensável a um homem é reconhecer o uso que deve fazer do seu próprio conhecimento.

(Platão)

Bons estudos! ☺