

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**FUNÇÃO QUADRÁTICA: CONSTRUINDO E INTERPRETANDO GRÁFICOS  
NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Fabiano Batista da Silva

CARUARU, 2016

Fabiano Batista da Silva

**FUNÇÃO QUADRÁTICA: CONSTRUINDO E INTERPRETANDO GRÁFICOS  
NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso  
submetido à Universidade Federal de  
Pernambuco como parte dos requisitos  
necessários para a obtenção do Grau de  
Licenciado em Matemática sob a  
orientação da Professora Viviane de  
Jesus Lisboa.

CARUARU, 2016

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

S586f Silva, Fabiano Batistada.  
Função quadrática: construindo e interpretando gráficos na licenciatura em Matemática./ Fabiano Batista da Silva. - 2016.  
35f. ; 30 cm.

Orientadora: Viviane de Jesus Lisboa  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2016.  
Inclui referências bibliográficas

1. Função quadrática. 2. Gráficos. 3. Matemática – Estudo e ensino. I. Lisboa, Viviane de Jesus (Orientadora). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2016-048)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**

Centro Acadêmico do Agreste

Núcleo de Formação Docente

Curso de Matemática - Licenciatura



**FUNÇÃO QUADRÁTICA: CONSTRUINDO E INTERPRETANDO  
GRÁFICOS NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.**

**FABIANO BATISTA DA SILVA**

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA - Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e **aprovado** em 11 de janeiro de 2016.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Viviane Jesus de Lisboa  
(Orientadora)

---

Prof. Cristiane de Arimatéa Rocha  
(Examinador(a) Interno)

---

Prof. Elizabeth Lacerda Gomes  
(Examinador(a) Interno)

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por tudo e a todos que de alguma forma contribuíram para minha formação, em especial a minha orientadora, Viviane Lisboa, que me guiou rumo a mais um desafio, a minha irmã Maria do Socorro por me apoiar no momento que mais precisei. Não poderia esquecer a professora Cristiane de Arimatéia Rocha a qual tive o privilégio de ser aluno nas disciplinas de laboratório de matemática, metodologia do ensino de matemática III e trabalho de conclusão de curso I, a professora Tânia Bazante por me convidar para ser seu bolsista e assim refletir sobre inclusão social, tema fundamental para a formação nas licenciaturas. Muitos são os professores a quem serei eternamente grato por contribuírem para a minha formação, e por fim, meus sinceros agradecimentos aos alunos do 2º e 3º período de matemática 2015.2 por contribuírem com a realização desse trabalho.

## **RESUMO**

A presente pesquisa tem como objetivo analisar as dificuldades apresentadas por estudantes de licenciatura em matemática na construção e interpretação de gráficos da função quadrática, levando em consideração os pontos notáveis, assim como a mudança de registro. A pesquisa de cunho qualitativo teve como sujeitos alunos do 2º e 3º período do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste. A pesquisa apontou que os alunos fazem pouco uso de pontos notáveis e sentem muitas dificuldades na mudança de registro, conseqüentemente são prejudicados na construção e interpretação da função quadrática.

**Palavras-chave:** Função quadrática; Mudança de Registro; Interpretação de Gráficos.

## **Resume**

This research aims to analyze the difficulties presented by undergraduate students in mathematics in constructing and interpreting graphs of quadratic functions, taking into account the notable points as well as the change log. The qualitative research was to subject students of 2<sup>o</sup> and 3<sup>o</sup> degree course of the period in mathematics at the Federal University of Pernambuco, Academic Center of the Wasteland. The survey showed that students make little use of notable points and feel many difficulties in the change log, therefore they are harmed in the construction and interpretation of the quadratic function.

**Keywords:** quadratic function; Registration change; Graphics interpretation.

## LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

### Lista de tabelas

Desempenho dos alunos da 1º questão letra “a”.....	22
Desempenho dos alunos da 1º questão letra “b”.....	24
Desempenho dos alunos da 1º questão letra “c”.....	25
Desempenho dos alunos da 1º questão letra “d”.....	26
Desempenho dos alunos da 2º questão.....	27
Desempenho dos alunos da 3º questão .....	29
Desempenho dos alunos da 4º questão.....	31
Desempenho individual dos alunos na 1º questão.....	32
Desempenho individual dos alunos nas questões 2,3 e 4.....	33

### Lista de figuras

Figura 1 Resposta do aluno 16.....	22
Figura 2 Resposta do aluno 5.....	22
Figura 3 Resposta do aluno 2.....	23
Figura 4 Resposta do aluno 2.....	24
Figura 5 Resposta do aluno 3.....	24
Figura 6 Resposta do aluno 11.....	25
Figura 7 Resposta do aluno 9.....	26
Figura 8 Resposta do aluno 2.....	27

Figura 9 Resposta do aluno 11.....	28
Figura 10 Resposta do aluno 6.....	28
Figura 11 Resposta do aluno 8.....	29
Figura 12 Resposta do aluno 15.....	30
Figura 13 Resposta do aluno 16.....	30
Figura 14 Resposta do aluno 7.....	31

## Sumário

1INTRODUÇÃO.....	11
2REFERÊNCIAL TEÓRICO.....	12
3 METODOLOGIA .....	16
3.1 OBJETIVO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS.....	18
4 ANÁLISE E DISCUSÃO DOS RESULTADOS .....	21
4.1 ANÁLISE DA PRIMEIRA QUESTÃO .....	21
4.2 ANÁLISE DA SEGUNDA QUESTÃO .....	27
4.3 ANÁLISE DA TERCEIRA QUESTÃO .....	29
4.4 ANÁLISE DA QUARTA QUESTÃO .....	31
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	34
6 REFERÊNCIAS .....	35

## 1. INTRODUÇÃO

Enquanto aluno do curso de licenciatura em matemática, pude vivenciar as dificuldades que nós, estudantes, apresentamos em Cálculo I. Tal dificuldade pode estar relacionada com a falta de compreensão mais abrangente sobre o conceito de função, já que esse entendimento se faz necessário para o desenvolvimento e compreensão dessa disciplina, pois a mesma apresenta um estudo mais sistemático desse conceito. Como monitor de cálculo diferencial e integral, observei que alguns alunos mostravam maiores dificuldades na construção de gráficos.

Considerando que, embora esses alunos já detenham conhecimentos adquiridos ao longo de sua formação escolar acerca do estudo de Função, mas apresentam dificuldades na construção de gráficos, este estudo está focado na seguinte problemática: analisar as dificuldades apresentadas por alunos de licenciatura em matemática na construção e interpretação de gráficos da função quadrática.

A pesquisa será desenvolvida na UFPE, Campus Agreste. O procedimento metodológico utilizado para a coleta de dados será a aplicação de um teste, para a partir deste e juntamente com os autores estudados fornecer subsídios para a concretização desta. Assim temos como objetivos analisar se há dificuldades apresentadas por alunos de licenciatura em matemática na construção e interpretação de gráficos da função quadrática. Constatar se são levados em consideração os valores notáveis na construção, assim como verificar se há mudança de registro de representação tabela/expressão algébrica e gráfico/expressão algébrica.

## 2. REFERÊNCIAL TEÓRICO

Historicamente o ensino no Brasil, começou com a Companhia de Jesus e a chegada dos Jesuítas em 1549. O ensino ministrado na época destinava-se às disciplinas de humanas, com destaque para o latim e pouco espaço para o conhecimento das Matemáticas, que nesse contexto não era denominada disciplina. Buscando estudos que pudessem nos embasar sobre esta temática constatamos que, desde o século XIX muito se vem discutindo sobre as mudanças ocorridas no âmbito do ensino da matemática no Brasil. No entanto são poucos os registros desta época tão importante. A princípio nos basearemos nos estudos de Dassie e Rocha (2003), citando Euclides Roxo na época em que ele foi diretor do externato Dom Pedro II. Em meados da década de 20 sabemos que as disciplinas que traziam os conteúdos matemáticos eram ensinadas de forma fragmentada como: aulas de geometria, trigonometria, álgebra, etc. sem se deter em uma disciplina que abordasse conteúdos matemáticos como um todo ou interligados. Em um dos relatórios feitos por Euclides Roxo é proposta uma reforma no currículo das escolas a partir dos anos em que ele foi diretor do externato Dom Pedro II, reforma esta que deveria ser implantada nas escolas secundárias da época.

Na cadeira de Matemática fez-se uma completa renovação, de acordo com as atuais diretivas pedagógicas dominantes, quanto a essa disciplina, em quase todos os países civilizados. Adotados somente para o 1º ano em 1929, será a nova orientação estendida, em 1930, ao 2º ano e, assim sucessivamente, a todos os anos do curso. Em consequência dessa reforma, deverão os alunos, ao invés de um exame final de Aritmética, outro de Álgebra e um terceiro de Geometria, fazer, no 4º ano, um exame final único de Matemática, sendo os do 1º, 2º e 3º de simples promoção. Dassie e Rocha apud Roxo p.2.

Nessa época no mundo, ainda se discutiam pontos relevantes da matemática que servem de apoio para o nosso estudo como metodologia, doutrina, finalidade do ensino e, sobre tudo aqui no Brasil, como essas mudanças estavam encontrando resistência, se discutia a formação de quem estava ensinando matemática. A reforma citada acima, por Euclides Roxo, destaca dois pontos essenciais para a implementação desse novo modelo: “o conceito de função como ideia axial do ensino e a inclusão de noções de cálculo infinitesimal”. Por volta de 1931 essa reforma foi interrompida dando

lugar a outra, esses conhecimentos eram ofertados de forma avulsa nos primeiros anos do ensino e em conjunto após a 5ª série, com um quantitativo pequeno no número de alunos e pouca frequência dos mesmos.

No final do século XVII, a criação do Seminário de Olinda pelo Dom Azeredo Coutinho, bispo de Pernambuco, não esteve voltado apenas para a formação de padres, foi considerada uma das melhores escolas secundárias do Brasil na época e tornou-se um marco importante no destaque à Matemática e às ciências. Sobre isso (FIDALGO, 2012, P. 15) afirma que: “Ela conferiu importância ao ensino dos temas Matemáticos e científicos, e era estruturada em termos de sequenciamento dos conteúdos, duração dos cursos, reunião dos estudantes em classes e trabalho de acordo com um planejamento prévio”.

Apesar dos avanços já observados na educação brasileira, não podem ser desconsiderados os entraves ainda existentes provenientes do acúmulo de deficiências do ensino, ao longo da história. Em se tratando do ensino da matemática os dilemas são ainda maiores. Pois, didaticamente esta disciplina é apresentada de forma sequencial e linear com atividades que não ajudam na compreensão por parte dos alunos para que investiguem, e busquem se apropriar da funcionalidade desta disciplina em seus aspectos sociais e conseqüentemente da formação humana desses educandos.

De acordo com a LDB nº 9.394/96, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, o objetivo geral para o ensino fundamental e médio são: “proporcionar aos educandos a formação necessária ao desenvolvimento de suas potencialidades como elemento de auto-realização, preparação para o trabalho e para o exercício consciente da cidadania”. Percebe-se implicitamente nesta definição o grau maior de responsabilidade da escola em dinamizar o ensino ofertado diferenciando-se do ensino meramente enciclopédico.

Um trabalho disciplinar contribui para esse desenvolvimento, como expressa os PCNs (2006): o ensino da Matemática pode contribuir para que os alunos desenvolvam habilidades relacionadas à representação, compreensão, comunicação, investigação e, também, à contextualização sociocultural.

Ou seja, respeitando as orientações desses parâmetros, o educador ajuda os estudantes em sua compreensão dos conceitos trabalhados de forma contextualizada com a sua realidade, diminuindo dessa forma o déficit de aprendizagem em alguns

conteúdos, mas especificamente em relação à construção e interpretação de gráficos de uma função, objeto desse estudo.

O ensino de função está inserido a partir do 8º ano do ensino Fundamental e adquire maior complexidade no ensino Médio. O que implica dizer que durante a formação escolar, o estudante deveria agregar conhecimentos que terão continuidade ao ingressar no ensino superior. De acordo com os PCNs (2006):

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática (BRASIL, 2006, p.121).

Conforme o exposto no artigo acima, a dificuldade existente em relação à compreensão do conceito de função, está associada ao processo de construção desse conhecimento por parte do aluno. O que pode ser um indicador do índice de reprovações na disciplina de Cálculo I, que é tão comum quando ele chega ao ensino Superior. Para (BIANCHINI e PUGA, 2004, p. 01), “O conceito de função é, certamente, um dos temas de grande importância na Matemática devido, em parte, ao fato de ser amplamente utilizado em diversas áreas do conhecimento”. Ou seja, quando trabalhado desde o início a diversificação das relações funcionais representadas pelos gráficos, os estudantes ampliam seus conhecimentos acerca da compreensão do conceito de Função e diminuem as dificuldades observadas na universidade.

Embora o conceito de Função seja apresentado aos estudantes desde o início da vida escolar quando estudamos Conjunto, Relação Binária, etc. A didática aplicada nas escolas não viabiliza práticas de visualização de gráficos, o que certamente dificulta a compreensão desses alunos quando ingressam no ensino Superior e se deparam com um estudo mais aprofundado de Função. Vale ressaltar que essa dificuldade na compreensão do conceito de Função não é apenas por parte dos estudantes, para Lima e Pontes (2009, p. 01),

Os próprios matemáticos, na evolução da ciência, depararam-se com dificuldades que modificaram sua compreensão do conceito levando a evoluções teóricas durante séculos para serem estabelecidas e aceitas pela comunidade acadêmica.

Como vimos nos autores acima, o déficit na compreensão do conceito de Função, não é algo recente, mas que vem ao longo do tempo sofrendo evolução teórica e melhorando a sua aplicabilidade no ensino Superior. Sobre isso (FRANCHI, 1995, p.39) destaca que, “o trabalho nos cursos de Cálculo nem sempre possui bons desempenhos”. Diante de tal afirmação, conclui-se que há de fato uma falta de compreensão mais abrangente acerca dos conceitos por parte dos discentes.

Esta deficiência, portanto, é algo que vem sendo construído ao longo da história no ensino da Matemática, o que certamente tem provocado uma má formação dos docentes e conseqüentemente provocando os efeitos percebidos na formação dos estudantes nas escolas e universidades. Os PCNS (2006) destacam que:

Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos. Tornar o saber matemático acumulado um saber escolar, passível de ser ensinado/aprendido, exige que esse conhecimento seja transformado, pois a obra e o pensamento do matemático teórico geralmente são difíceis de ser comunicados diretamente aos alunos. (BRASIL, 2006, p.36.)

O professor precisa ser o mediador entre o conhecimento e o aprendizado do estudante. E isso só é possível quando em sua formação ele pode aliar prática e saber científico. Promover maneiras para que esse aprendizado seja significativo é dever de todo educador.

Para facilitar a compreensão do nosso trabalho nos reportaremos aos estudos sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, do filósofo e psicólogo francês *Raymond Duval*, sobre a perspectiva de um trabalho apresentado por, *Pantoja, Campos e Salcedos, 2013*.

As representações são consideradas, geralmente, como uma simples maneira de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, todavia, vale ressaltar que essa visão é limitada uma vez que elas exerceram e exercem um papel primordial na construção do pensamento matemático. O autor da teoria de registros destaca a importância dos registros de representação para a matemática dizendo que: “o

desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático” (DUVAL, 2003, p.13).

Para ajudar-nos a responder nossos objetivos nos fixaremos em dois dos registros citados por Duval, *tratamentos e conversões*.

- Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro, por exemplo: efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação. (DUVAL, 2003, p.16)

- As conversões são transformações de representação que consistem em mudança de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, reconhecer a escrita algébrica de uma equação em sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p.16)

Enquanto alunos, de licenciatura em matemática, é importante que saibamos realizar conversões de um sistema para outro quando necessário, com base nisso, procuramos investigar se os alunos tem dificuldades na conversão da tabela para a expressão algébrica e do gráfico para a expressão algébrica.

### 3. METODOLOGIA

Observar a realidade em que estamos inseridos e perceber pontos há serem melhorados é um grande desafio para um profissional em formação. Por isso, se faz necessário sempre trazermos dados e estudos de pesquisa que já investigaram o que nos inquieta no momento, para que possamos refletir e reverter esses dados em novos estudos. Para Kauark, 2010 (apud Minayo, 1993) pesquisar

É uma atitude e uma prática teórica de constante busca que define um processo intrinsecamente inacabado e permanente. É uma atividade de aproximação sucessiva da realidade que nunca se esgota, fazendo uma combinação particular entre teoria e dados. (MINAYO, 1993)

É nesta busca do inacabado que procuramos alguns subsídios teóricos que ajudarão a perceber e construir o passo-a-passo de nosso estudo para assim respondermos a nossa problemática, que propõe analisar as dificuldades apresentadas

por alunos de licenciatura em matemática na construção e interpretação de gráficos de funções.

Este trabalho será desenvolvido utilizando a abordagem de natureza qualitativa, que segundo (Minayo, 2006, p. 21), “responde a questões muito particulares. Ela se ocupa, nas ciências Sociais, com um nível de realidade que não pode ou não deveria ser quantificado”. Trabalhar na perspectiva desta abordagem nos possibilita ter uma visão maior sobre várias faces do mesmo estudo, sem se deter em apenas uma. No estudo da Matemática, precisamente no estudo de Função, ter uma visão mais abrangente a cerca desse tema é de fundamental importância, tendo em vista, a grande utilização desse conceito nas mais diversas áreas do conhecimento.

Na pesquisa qualitativa se destaca o ambiente e como o pesquisador pode interferir nesse, pois a aplicação dos métodos e a análise dos dados pode ou não auxiliar no desenvolvimento dos sujeitos, para isso temos de ser imparciais na condução de nossas pesquisas e na sua análise. Como nos esclarece Silva 2005, p 20.

A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais dessa abordagem. (Silva 2005)

O que significa dizer que o pesquisador se apropria do caráter qualitativo das Ciências Sociais, para buscar reconstruir teoricamente a objetivação da realidade, podendo retratá-la mais fielmente, relacionando conhecimento e interesse, apoiado na pesquisa que é um processo privilegiado de construção do conhecimento, que permite a compreensão e ajuda na interpretação de uma dada realidade, assim como, na construção e descoberta de dados novos e significativos, que estão sempre servindo de base para estudos posteriores.

Quanto aos sujeitos desta pesquisa, foram selecionados discentes da UFPE, Campus Agreste dos cursos de Matemática do 2º e 3º períodos. Os dados dessa pesquisa serão analisados a partir da realização de um teste, implicou na escolha desse instrumento a adequação à necessidade de nossa pesquisa, assim como as vantagens de sua aplicação e eventualmente a disponibilidade dos sujeitos envolvidos. As questões a

serem analisadas e o que esperamos como respostas dos sujeitos constarão no fim deste capítulo.

Espera-se que os resultados desse estudo, possam fornecer indicadores essenciais a serem levados em consideração para futuras pesquisas com essa temática, visando aperfeiçoá-la, assim como contribuir na formação dos sujeitos em questão, fazendo-os refletir sobre a prática docente na busca de novas metodologias que viabilizem o ensino e aprendizagem na sala de aula. Além de fornecer novos meios para serem trabalhados posteriormente com os seus alunos.

### 3.1 OBJETIVOS DAS ATIVIDADES

Muitas são as pesquisas que evidenciam a dificuldade no conceito de função, com base nisso pretendemos, com nossa atividade, analisar se há dificuldades apresentadas por alunos de licenciatura em matemática na construção e interpretação de gráficos da função quadrática levando em consideração valores notáveis para a construção e interpretação dos mesmos, assim como a mudança de registro de representação tabela/expressão algébrica e gráfico/expressão algébrica. Abaixo segue os objetivos de cada atividade.

#### Questão 1

Na produção diária de certa quantidade de alimento (em toneladas) uma determinada empresa tem seu custo calculado pela seguinte expressão;  $f(x)=x^2-8x+18$  onde  $f(x)$  é o custo e  $x$  é a quantidade de alimentos em toneladas.

- a- Quantas toneladas diárias de alimentos a empresa precisa produzir para que o custo seja o menor possível?
- b- Esboce o gráfico que expressa a relação custo e produção.
- c- Determine o domínio e imagem dessa relação. Qual o significado do domínio e imagem, respectivamente, para a empresa?
- d- Qual o intervalo de crescimento e decrescimento da função. O que isso significa para a empresa?

No item “a” esperamos que o aluno identifique no problema que se trata de achar a abscissa do vértice, que pode ser facilmente calculado usando a fórmula  $-b/2a$  uma vez que a lei de formação da função  $f(x)$  foi dada no enunciado do problema.

No item “b” queremos o esboço do gráfico. Acreditamos que os alunos não terão dificuldades, pois já devem estar acostumados a esboçar gráficos no ensino básico, porém nosso interesse é observar como ele vai proceder para realizar a construção.

No item “c” o aluno deve determinar o domínio e imagem, isso pode ser feito a partir do gráfico construído pelo mesmo, além disso, ele deve compreender que o domínio corresponde à produção de alimentos e a imagem ao custo. É importante que o aluno compreenda que o domínio da função depende da situação em questão, pois a empresa não pode produzir uma quantidade negativa de alimentos.

No item d, esperamos que o aluno mostre o intervalo de crescimento e decréscimo, para isso é preciso observar o eixo de simetria que divide a parábola e verificar que no lado esquerdo do gráfico que vai de 0 a 4, a função é decrescente e crescente para os valores maiores que 4.

## Questão 2

Observe a tabela abaixo

x	y
1	1
2	3
-1	9
-2	19

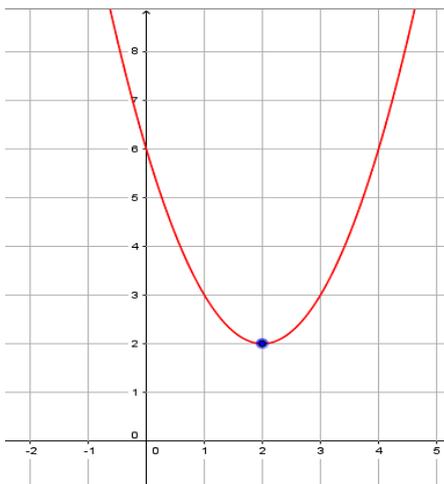
Sabendo-se que a tabela foi obtida por uma função quadrática, determine a lei de formação de  $f(x)$ .

Na segunda questão é dada uma tabela contendo quatro pares ordenados, esperamos que o aluno faça a conversão de registro tabela/expressão algébrica. Para isso o aluno precisa escolher três dos quatro pares ordenados e fazer uso da definição de

função quadrática montando um sistema de três equações e três incógnitas  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e assim montar a lei de formação de  $f(x)$ .

### 3ª Questão

Observe o gráfico abaixo.

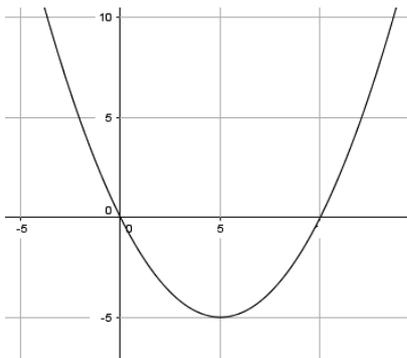


Determine a soma e o produto das raízes.

Na questão três o aluno deve observar o gráfico e verificar que a função não possui raízes reais e por tanto para determinar a soma e o produto ele precisa da lei de formação da função, desta forma será necessária a mudança e registro do gráfico para a expressão algébrica. Após a conversão de um registro para outro ele deve fazer uso das formulas,  $S = -b/a$ ,  $P = c/a$  para soma e produto respectivamente.

### Questão 4

Com base no gráfico abaixo assinale a alternativa incorreta, justificando.



- a)  $\Delta > 0$
- b)  $x_1 + x_2 = 10$
- c)  $f(x) = x^2 - 10x$
- d)  $a > 0$
- e)  $f(x) < 0, \forall x \in (0, 10)$

Na questão 4 esperamos que o aluno analise cada uma das alternativas identificando as afirmações corretas apenas com base na visualização do gráfico. Por outro lado o aluno deve justificar a resposta incorreta, para isso ele precisa verificar que a função, da alternativa c não corresponde ao gráfico. Uma forma para fazer a verificação seria aplicar o x do vértice na função e observar que o y do vértice é diferente de -5.

#### 4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS COM A PESQUISA

A presente pesquisa foi realizada na Universidade Federal de Pernambuco, no CAA, Centro Acadêmico do Agreste, tendo como sujeitos envolvidos alunos do 2º e 3º período do curso de licenciatura em matemática, totalizando 25 alunos dos quais 14 alunos do 2º período e 11 do 3º período, 8 dos 25 alunos devolveram os questionários em branco ou com alguns rabiscos rasurados, consideramos que esses alunos não trouxeram dados para nossa pesquisa, e por tanto não terão os questionários analisados, dessa forma serão analisados 17 alunos, 11 do 2º período e 6 do 3º período.

##### 4.1 Análise da primeira questão

Primeira questão, letra “a”, tratava-se de encontrar o x do vértice. Dos 17 alunos avaliados, 64,70% (11 alunos) erraram. Identificamos três formas de resolução por parte dos alunos: Uso da fórmula  $-b/2a$ , Substituição da variável x, Cálculo das

raízes. Do total de alunos que acertaram a questão, metade fez uso da fórmula  $-b/2a$  e a outra metade atribuíram valores à variável  $x$ .

Acerto	Erro	Branco
6	11	—

Tabela 1: Desempenho dos alunos na primeira questão letra “a”

Ao analisarmos os questionários aplicados, pudemos perceber que o aluno preocupa-se em fazer os cálculos, mas não dão a devida atenção à pergunta e por esse motivo acaba por não concluir a resposta, o que dificulta a análise, comentaremos algumas respostas de alunos a seguir.

a- quantas toneladas de alimentos diária a empresa precisa produzir para que o custo seja o menor possível?

$$f(x) = x^2 - 8x + 18$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18$$

$$D = 64 - 72$$

$$D = -8$$

x	f(x)
-2	$2^2 - 8 \cdot 2 + 18 = 4 - 16 + 18 = 6$
4	$4^2 - 8 \cdot 4 + 18 = 16 - 32 + 18 = 2$
-2	$(-2)^2 - 8 \cdot (-2) + 18 = 4 + 16 + 18 = 38$

R: se produzir mais qnta menos.

Figura 1: Resposta do aluno 16

Dos 11 alunos que erraram esta questão, 5 chegaram a realizar os cálculos corretamente, porém não finalizaram a questão e por esse motivo consideramos como erro, pois não é possível afirmar que o aluno compreendeu a pergunta, como mostra a resposta do aluno abaixo.

a- quantas toneladas de alimentos diária a empresa precisa produzir para que o custo seja o menor possível?

$$f(x) = x^2 - 8x + 18$$

$$f(4) = 4^2 - 8 \cdot 4 + 18$$

$$f(4) = 16 - 32 + 18$$

$$f(4) = 2$$

$$x^2 - 8x + 18 = 2$$

$$\Delta = 64 - 64 = 0$$

$$x = \frac{8}{2} = 4 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$x = 4$$

$$y = 2$$

R: 2 toneladas diárias

Figura 2: Resposta do aluno 5

O aluno não compreende que o problema trata-se de ponto de mínimo e calcula a raiz da equação, mas comete um erro no valor de delta, igualando-o a zero. Observe que quando delta é zero temos que a raiz coincide com o x do vértice. Em seguida o aluno aplica o valor de x na lei de formação encontrando o custo mínimo. Há por tanto uma confusão entre custo e produção, ou seja, o aluno não relaciona corretamente a produção com o domínio da função.

a- quantas toneladas de alimentos diária a empresa precisa produzir para que o custo seja o menor possível?

$$0 = x^2 - 8x + 18$$

$$\Delta = 64 - 4 \cdot 1 \cdot 18$$

$$\Delta = 64 - 64 = 0$$

$$x' = \frac{8+0}{2} = 4 \text{ toneladas}$$

Figura 3 Resposta do aluno 2

Quando nos deparamos com o conteúdo de equação do segundo grau na educação básica, fazemos listas extensas de exercícios e boa parte desses exercícios pede para calcularmos as raízes das equações. Isso de certa forma acaba nos condicionando a realizar cálculos de forma mecânica, sem que haja um maior questionamento a cerca do enunciado. Talvez isso tenha ocorrido com o aluno acima, observe que ele manipula o valor de delta de forma a obter delta igual a zero e conseqüentemente uma única raiz, que por coincidência é 4, justamente a resposta certa. Embora a resposta esteja correta consideramos a questão como errada, pois o processo para se chegar ao resultado não é correto.

No item “b” pedimos o esboço do gráfico da função  $f(x)=x^2-8x+18$ . Acreditávamos que esta questão teria um maior índice de acertos por ser comum o exercício nas escolas. A maior parte dos alunos não fez uso dos valores notáveis na construção do gráfico, eles atribuíram valores para a variável x, achando os respectivos valores de y.

Acerto	Erro	Branco
2	14	1

Tabela 1 Desempenho dos alunos da 1ª questão letra “b”

82,35% dos alunos não construíram o gráfico corretamente, o que contraria a nossa expectativa. Acreditamos que isso ocorreu pela pouca importância dada a essa questão.

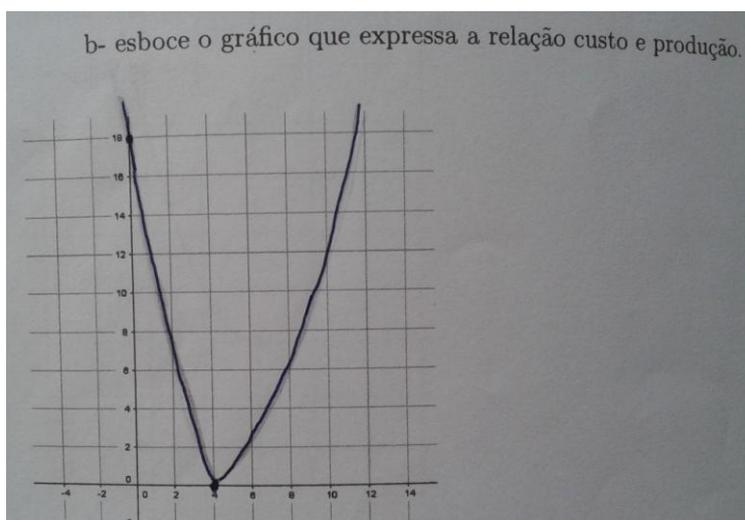


Figura 4: Resposta do aluno 2

O aluno comete um erro aritmético no cálculo da raiz e se preocupa apenas com dois pontos para a construção do gráfico de forma que não há um eixo de simetria na parábola.

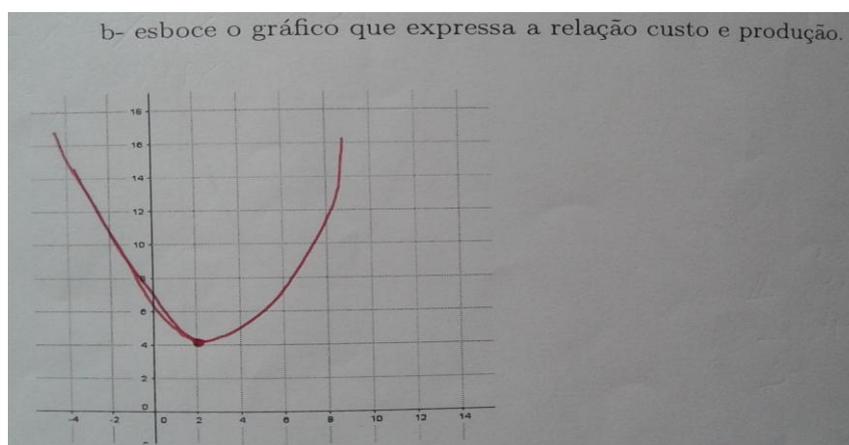


Figura 5: Resposta do aluno 3

Observe que o aluno corta o eixo das ordenadas bem abaixo do ponto correto (0,18), além disso, ele troca o x do vértice pelo y do vértice.

No item “c” pedimos o domínio e imagem da função e o significado dos mesmos para a empresa, embora o significado tenha sido expresso no enunciado da questão, poucos alunos explicaram o que significava do domínio e da imagem para a empresa.

Acerto		Erro		Branco	
Domínio	Imagem	Domínio	Imagem	Domínio	Imagem
7	3	7	11	3	3

Tabela 2 Desempenho dos alunos da 1ª questão letra “c”

41,17% dos alunos erram o domínio enquanto 64,70% erram a imagem. Os alunos participantes da pesquisa já cursaram a disciplina de matemática básica no 1º período, isso mostra que ainda há muita dificuldade entre os alunos na compreensão do conteúdo de função.

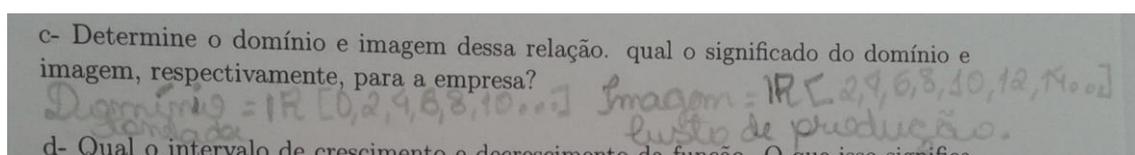


Figura 6: Resposta do aluno 11

O aluno relaciona o domínio e imagem apenas aos números que aparecem no plano cartesiano ignorando a existência de infinitos números entre um intervalo e outro.

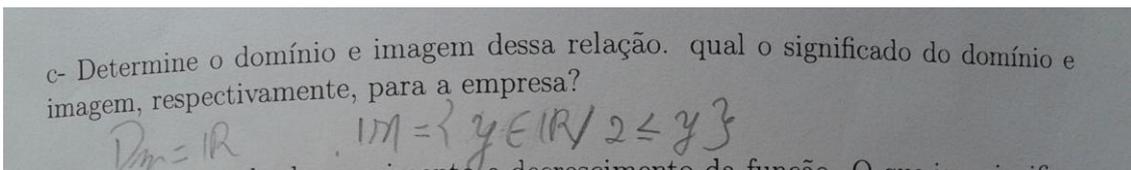


Figura 7: Resposta do aluno 9

Aqui o aluno responde corretamente a imagem, mas não faz uma relação da questão com o enunciado. Ora se o domínio corresponde à produção, então a empresa não poderia produzir uma quantidade negativa de alimentos e por tanto o domínio seria o conjunto dos reais positivos.

No item “d” pedimos o crescimento e decrescimento da função e o seu significado para a empresa.

Acerto		Erro		Branco	
Crescimento	Decresc	Crescimento	Decresc	Crescimento	Decresc
7	4	5	7	5	6

Tabela 3 Desempenho dos alunos da 1ª questão letra “d”

As questões em branco mostram que os alunos não compreendem os intervalos de crescimento e decrescimento da função e o seu significado para a empresa e por isso sentem dificuldades em interpretar o gráfico. Outro fato observado é que os alunos não associam os intervalos da função com o enunciado da questão, por exemplo, muitos alunos afirmam que o intervalo de decrescimento vai de menos o infinito a 4, isso seria o mesmo que afirmar que a empresa produz uma quantidade negativa de alimentos. Da mesma forma, quando o aluno afirma que o intervalo de crescimento vai de 4 ao infinito, ele afirma que a empresa produz uma quantidade infinita de alimentos. Isso se justifica pelo fato de que o aluno sente dificuldade em relacionar o conhecimento matemático com a prática, observe que o domínio da função  $f(x) = x^2 - 8x + 18$ , sem que

haja um contexto, seria o conjunto dos reais. Porém o enunciado nos remete a um problema do cotidiano de uma empresa.

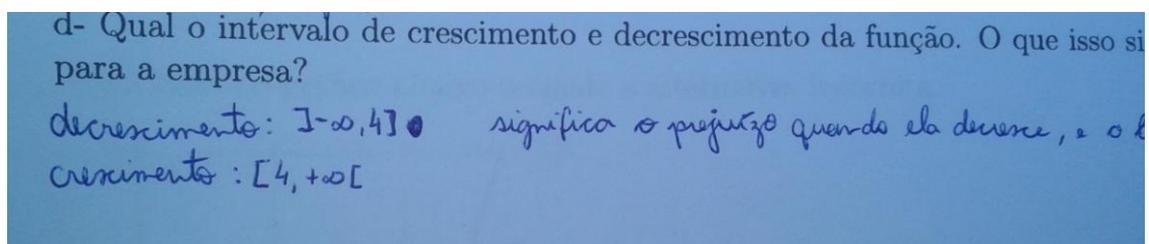


Figura 8: Resposta do aluno 2

Observe que a resposta do aluno para o crescimento e decrescimento estaria correta se tivéssemos dado apenas a função  $f(x)=x^2-8x+18$ . O aluno afirma que o intervalo de decrescimento é de menos o infinito a 4, isso é o mesmo que afirma que a empresa pode produzir uma quantidade negativa de alimentos, enquanto o intervalo de crescimento vai de 4 ao infinito. Há por tanto uma dificuldade em relacionar o problema com o cotidiano da empresa.

#### 4.2 Análise da segunda questão

A segunda questão trata-se da conversão da tabela para a expressão algébrica, esse tipo de conversão é pouco trabalhada na escola e isso pode ter contribuído para o grande percentual de questões em branco. Do total de alunos 58,82% deixaram em branco e apenas 5,88% responderam corretamente.

Acerto	Erro	Branco
1	6	10

Tabela 4 Desempenho dos alunos na 2ª questão

Dos 6 alunos que erraram esta questão, 3 tentaram montar o sistema como era esperado, mas cometeram erros algébricos da resolução do sistema, 2 converteram da

tabela para o gráfico e 1 não compreendeu o enunciado, dando como resposta uma função de primeiro grau.

2. Observe a tabela abaixo.

x	y
1	1
2	3
-1	9
-2	19

Handwritten work for Figure 9:

$$\begin{aligned}
 f(1) &= 1^2 + a \cdot 1 + b = 1 \\
 f(2) &= 2^2 + a \cdot 2 + b = 3 \\
 f(-1) &= (-1)^2 + a \cdot (-1) + b = 9 \\
 f(-2) &= (-2)^2 + a \cdot (-2) + b = 19
 \end{aligned}$$

$$\begin{cases}
 1 + a + b = 1 \\
 4 + a + b = 3 \\
 1 - a + b = 9 \\
 4 - 2a + b = 19
 \end{cases}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 a + b = 0 \\
 a + b = -1 \\
 -a + b = 8 \\
 -2a + b = 15
 \end{cases}$$

Sabendo-se que a tabela foi obtida por uma função quadrática, determine a lei de formação de  $f(x)$ .

Handwritten answer:  $f(x) = x^2 - 1,5 + 8,5x$

Figura 9: Resposta do aluno 11

O aluno não usa corretamente a definição de função quadrática, utilizando apenas dois coeficientes. Pela definição de função quadrática temos que  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , observe que o aluno usa a definição com sendo  $f(x) = x^2 + ax + b$ . Se observarmos o sistema montado por ele vemos que:  $a+b=0$ ;  $a+b=-1$ , resolvendo esse sistema temos que  $0=1$ , ou seja, o sistema não tem solução.

2. Observe a tabela abaixo.

x	y
1	1
2	3
-1	9
-2	19

Handwritten work for Figure 10:

$$\begin{aligned}
 f(1) &= 2 \cdot 1 - 1 = 1 \\
 f(2) &= 2 \cdot 2 - 1 = 3
 \end{aligned}$$

Sabendo-se que a tabela foi obtida por uma função quadrática, determine a lei de formação de  $f(x)$ .

Handwritten answer:  $f(x) = 2x - 1$

Figura 10: Resposta do aluno 6

Embora o enunciado esteja claro, quanto à função quadrática, o aluno dá como resolução a lei de formação de uma função linear. Observe que a escolha de quaisquer dois pontos resultaria em uma função linear, porém os pares ordenados não são colineares e por tanto a lei de formação encontrada pelo aluno não satisfaz todos os pares ordenados dados na tabela, fato que poderia ter sido analisado facilmente pelo aluno, bastava ter aplicado um terceiro ponto na função encontrada. Não é possível afirmar o que aconteceu, mas acreditamos que a falta de atenção foi o principal motivo

do equivoco deste aluno, talvez devêssemos ter destacado em negrito a palavra função quadrática.

### 4.3 Análise da terceira questão

Embora a questão peça para o aluno calcular a soma e o produto das raízes, nosso principal objetivo é a conversão do gráfico para a expressão algébrica. Do total de participantes 3 chegaram à lei de formação correta, mas apenas 1 informou a soma e produto.

Acerto	Erro	Branco
1	4	12

Tabela 5 Desempenho dos alunos na 3ª questão

Como era esperado, a dificuldade nesta questão foi maior que as anteriores. Do total de alunos que erraram esta questão selecionamos 3 resoluções para comentarmos.

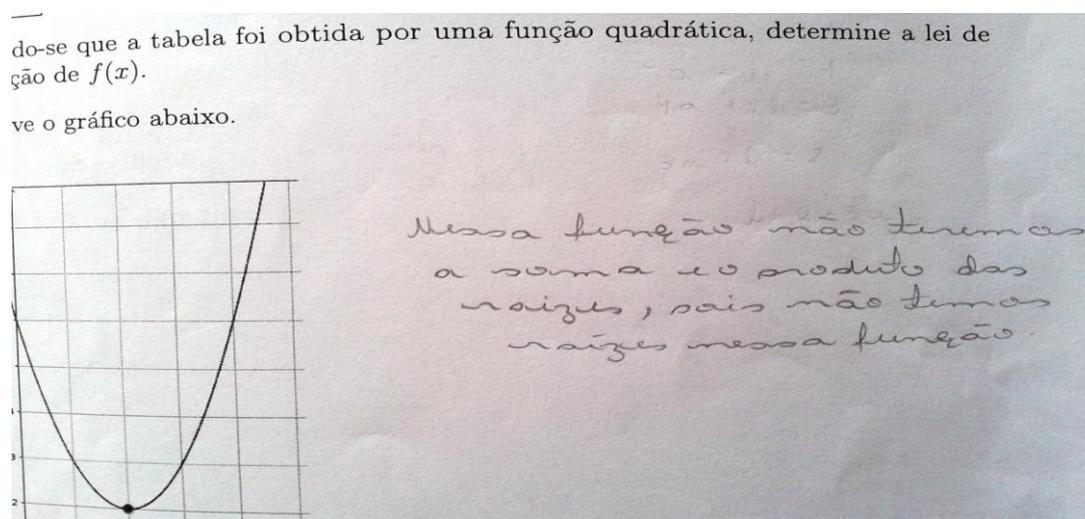


Figura 11:Resposta do aluno 8

Podemos ver que o aluno parece influenciado pela seguinte frase “não existem raízes reais”. Ele afirma que não existem raízes, o que não é verdade, isso pode nos evidenciar que o aluno desconhece a existência de raízes complexa e que também não faz uso das formulas para o calculo da soma e produto.

$$\begin{aligned} & (x-2)^2 + 2 \\ & (x^2 + 2x \cdot (-2) + (-2)^2) + 2 \\ & (x^2 - 4x + 4) + 2 \\ & x^2 - 4x + 6 \end{aligned}$$

Figura 12: Resposta do aluno15

O aluno faz uso da função na sua forma canônica;  $a(x-h)^2+k$  onde  $h$  corresponde ao  $x$  do vértice e  $k$  o  $y$  do vértice, mas esquece do coeficiente “ $a$ ”, esse fato não interferiu na resposta pois  $a=1$ . Embora o aluno tenha chegado à lei de formação ele não respondeu a pergunta, isso mostra um descuido com relação ao enunciado.

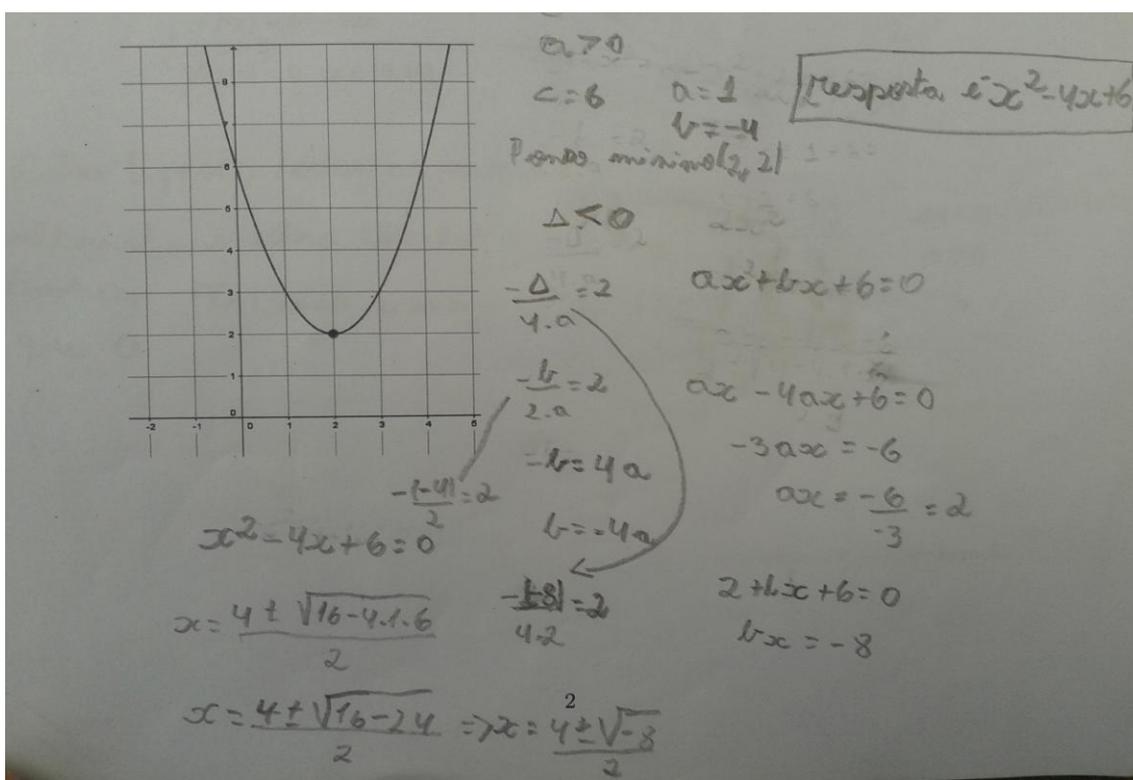


Figura 13: Resposta do aluno 16

O aluno utiliza o vértice, com sucesso, para achar a lei de formação, em seguida calcula as raízes, mas ao achar uma raiz complexa encerra a questão sem

calcular a soma e o produto. Isso mostra que o aluno desconhece ou não se lembra das formulas para a soma e o produto.

#### 4.4 Análise da quarta questão

Na questão 4 apresentamos um gráfico seguido de 5 afirmações onde apenas uma estava incorreta, pedimos para que o aluno assinale esta questão justificando sua resposta. Do total de alunos participantes apenas 3 responderam corretamente e justificaram suas resposta, 4 alunos afirmaram que não havia alternativa incorreta e 6 optaram pela letra “e”.

Acerto	Erro	Branco
3	10	4

Tabela 6 Desempenho dos alunos na 4º questão

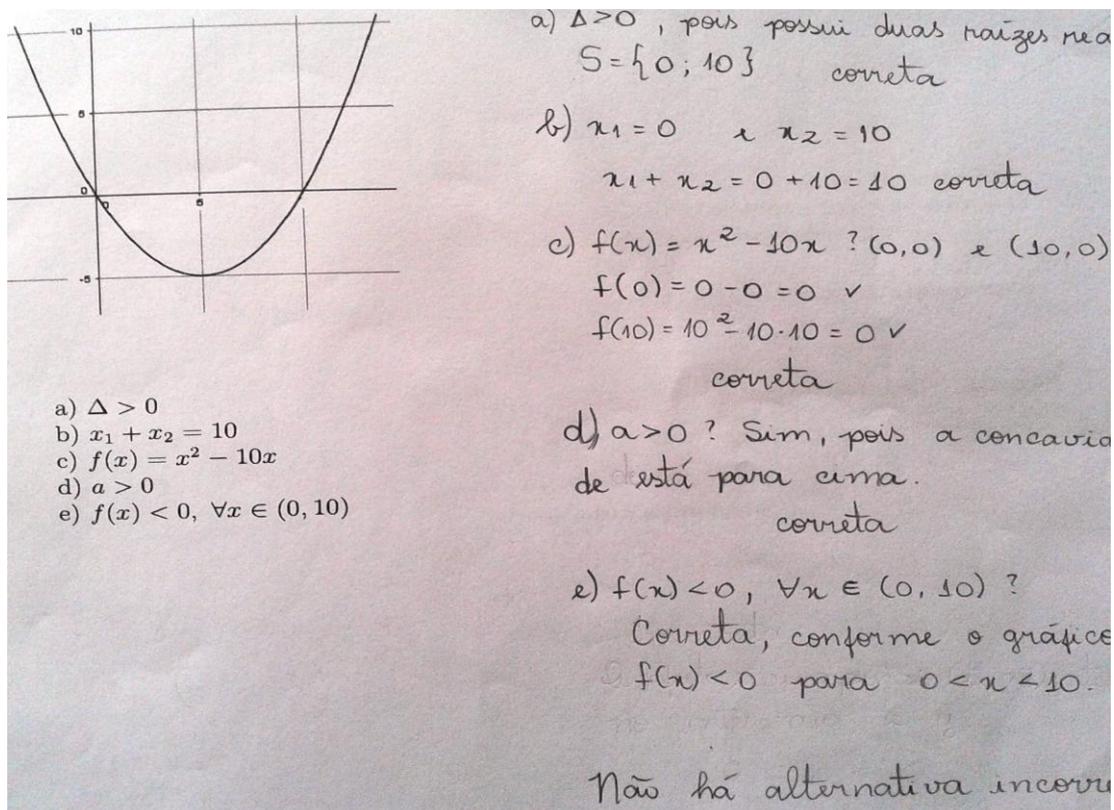


Figura 14: Resposta do aluno 7

O aluno aplica as raízes da equação, dada pelo gráfico, na função  $f(x)=x^2-10x$ , verificando que  $f(0)=0$  e  $f(10)=0$ . Isso não prova que a função dada corresponde ao gráfico, pois existem infinitas funções cujas raízes são 0 e 10. Por exemplo:  $f(x)=2x^2-20x$ ,  $f(x)=3x^2-30x$ . Observe que quaisquer funções que sejam múltiplas da função dada terá como raiz 0 e 10. O que vai diferenciar essas funções é o y do vértice. Do total de alunos 10 deram a mesma justificativa para afirmar que a letra “c” estava correta, desse total 4 afirmaram que todas as alternativas estavam corretas, enquanto 6 optaram pela letra “e” justificando que todas as outras estavam corretas.

A tabela abaixo mostra o desempenho individual dos alunos na primeira questão.

Legenda:

e = erro, a = acerto, Dom= domínio, Im= imagem, Cres= crescimento, Decres= decrescimento

Primeira questão									
Letra	A	B	C		D		Total		
Alunos			Dom	Im	Cres	Decres	Acerto	Erro	Branco
1º	e	e	a	e	a	a	3	3	--
2º	e	e	a	e	a	e	2	4	--
3º	e	e	a	e	e	e	1	5	--
4º	a	e	a	e	a	a	4	2	--
5º	e	e	e	e	--	--	0	4	2
6º	e	--	e	e	--	--	0	3	3
7º	--	e	--	--	--	--	0	1	4
8º	e	a	a	a	e	e	3	3	--
9º	a	a	a	a	e	e	4	2	--

10°	e	e	e	e	e	e	0	6	--
11°	e	e	e	e	e	e	0	6	--
12°	e	--	--	--	--	--	0	1	--
13°	a	e	e	e	e	e	1	5	--
14°	a	a	a	a	e	e	4	2	--
15°	a	e	a	e	a	e	3	3	--
16°	e	e	e	e	--	--	0	4	2
17°	a	a	a	e	a	a	5	1	--

A tabela a seguir mostra o desempenho individual dos alunos nas questões 2, 3 e 4.

Alunos	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Total		
				Erro	Acerto	Branco
1º	--	--	--	0	0	3
2º	--	--	e	1	0	2
3º	--	--	--	0	0	3
4º	e	--	e	2	0	1
5º	e	--	a	1	1	1
6º	e	e	e	3	0	0
7º	--	a	e	1	1	1
8º	--	e	e	2	0	1
9º	e	--	e	2	0	1
10º	--	--	e	1	0	2

11º	e	--	a	1	1	1
12º	e	e	e	3	0	0
13º	--	--	--	0	0	3
14º	--	--	e	1	0	2
15º	--	e	a	1	1	1
16º	--	--	e	1	0	2
17º	a	a	e	1	2	0

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse trabalho consistiu em analisar se haviam dificuldades entre os licenciandos de matemática do 2º e 3º período na construção e interpretação de gráficos da função quadrática, levando em consideração os pontos notáveis assim como a mudança de registro tabela/expressão algébrica, gráfico/expressão algébrica. Nosso objetivo se deu pela importância de se conhecer um objeto matemático em suas diferentes formas.

Ao analisarmos os testes aplicados observamos que não houve diferenças significativas entre os alunos do 2º e 3º período e por esse motivo não fizemos distinção na análise dos testes. Verificamos que os alunos, mesmo tendo cursado a cadeira de matemática básica, ainda sentem dificuldades com relação ao conteúdo de função quadrática. A análise apontou que há dificuldades tanto na construção quanto na interpretação. No que se referem à construção, mais de 60% dos participantes não fizeram uso de pontos notáveis eles atribuem valores a variável  $x$  achando suas imagens, e mostraram pouca importância ao eixo de simetria da parábola. Quanto à interpretação há confusão entre imagens e domínio, intervalos de crescimento e decréscimo e também certa resistência em associar o gráfico ao enunciado do problema, ou seja, os participantes mostraram dificuldades em relacionar a matemática vista na escola com a prática do cotidiano, isso pode ser observado quando o aluno afirma que o intervalo de decréscimo vai de menos infinito até 4 ou que o domínio da função seria o conjunto

dos números os reais. Fazer essa afirmação é o mesmo que afirmar que a empresa pode produzir uma quantidade negativa de alimentos.

Quanto à mudança de registro da tabela para a expressão algébrica houve grande dificuldade, apenas 1 aluno conseguiu responder corretamente, e mais três alunos tentaram montar o sistema, 10 participantes deixaram em branco. Com relação à mudança de registro do gráfico para a expressão algébrica o índice de questões em branco foi ainda maior, 12 alunos não responderam e apenas 1 respondeu corretamente.

Tendo em vista que o conceito de função é um pré-requisito para o estudo de cálculo diferencial e integral e que os alunos envolvidos na pesquisa mostraram certas dificuldades em relação ao conteúdo de função quadrática, precisamos buscar práticas pedagógicas que favoreçam o ensino aprendizagem desse conteúdo no ensino básico.

## 6. REFERÊNCIAS

BIANCHINI, B.L.; PUGA, L. Z. **Função: Diagnosticando registros de representação semiótica**. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Departamento de Matemática, PUC, São Paulo. <http://www.anped.org.br/reunioes/32ra/arquivos/trabalhos/GT19-5574--Int.pdf>. Acessado em: 15/08/2013.

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, 1996.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 2006.

FIDALGO, R. S. F: **História do ensino da matemática: uma introdução**. Belo Horizonte, 2012. Ed. CAED- UFMG.

FRANCHI, E. P: **A insatisfação dos professores: consequências para a profissionalização.**In: FRANCHI, E. P. (org.). **A causa dos professores.** Campinas, Papirus, 1995.

KAUARK, F. MANHÃES, F.C. MEDEIROS,C.H: **Metodologia da pesquisa : guia prático.** Itabuna: Via Litterarum, 2010.

LIMA; L.PONTES.M.G. O. **A aprendizagem significativa do conceito de função na formação do professor de matemática.** UFC.<http://www.anped.org.br/reunioes/32ra/arquivos/trabalhos/GT19-5574--Int.pdf>. Acessado em: 15/08/2013.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.

SILVA, E.L; MENEZES, E.M: **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.**4. ed. rev. Atual. – Florianópolis: UFSC, 2005.