UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

TUYANI PATRICIA OLIVEIRA LIRA

**CONHECIMENTO PARA ENSINAR DIVISÃO: CARACTERÍSTICAS
APRESENTADAS POR PROFESSORES FORMADOS EM MAGISTÉRIO E
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.**

CARUARU, 2016

TUYANI PATRICIA OLIVEIRA LIRA

**CONHECIMENTO PARA ENSINAR DIVISÃO: CARACTERÍSTICAS
APRESENTADAS POR PROFESSORES FORMADOS EM MAGISTÉRIO E
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à
Universidade Federal de Pernambuco como parte
dos requisitos necessários para a obtenção do Grau
de Licenciado em Matemática sob a orientação da
Professora Cristiane de Arimatéa Rocha.

CARUARU, 2016

Catálogo na fonte:
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

L768c Lira, Tuyani Patrícia Oliveira.
Conhecimento para ensinar divisão: características apresentadas por professores formados em magistério e licenciatura em matemática / Tuyani Patrícia Oliveira Lira. - 2016.
51f. ; 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2016.
Inclui referências bibliográficas

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Formação de professores. 3. Currículos. 4. Conhecimento. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2016-049)

Tuyani Patrícia Oliveira Lira

**CONHECIMENTO PARA ENSINAR DIVISÃO: CARACTERÍSTICAS
APRESENTADAS POR PROFESSORES FORMADOS EM MAGISTÉRIO E
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.**

COMISSÃO EXAMINADORA

Profa. Ma. Cristiane de Arimatéa Rocha
(Orientadora)

Profa. Dra. Simone Moura Queiroz
(Examinadora interna)

Prof. José Marcos da Silva
(Examinador externo)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por mais essa vitória.

A minha mãe e meu pai por me incentivarem em todos os momentos da elaboração dessa pesquisa.

A meus professores e em especial a minha orientadora Cristiane de Arimatéa Rocha, pela infinita contribuição nessa pesquisa.

A Rafaela, Renata, Erika e Gabrielly pelo apoio em vários momentos no desenvolvimento tanto durante o curso, quanto durante a realização dessa pesquisa.

E a Emerson pela paciência e presença.

RESUMO

Algumas pesquisas investigam o conhecimento de professores polivalente ou de licenciados em Matemática, em que mostram quais os conhecimentos de professores que tem a formação de Normal em Nível Médio e Licenciatura em Matemática que atuam nos anos iniciais e finais, têm sobre o conteúdo de divisão. Esta pesquisa foi fundamentada na teoria de Shulman (1986), e tem por finalidade observar as características do conhecimento de cinco professores com formações docentes, em Normal em nível médio e Licenciatura em Matemática. Para analisar as características do conhecimento de divisão, usamos a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud. O instrumento de coleta utilizado consiste em um questionário com 4 problemas de divisão, sendo dois de cota e dois de partição, no qual os participantes registravam de forma escrita. As perguntas referentes ao questionário direcionavam para a análise dos conhecimentos pedagógicos, do conteúdo e do currículo de divisão. Observamos em suas respostas mais de um tipo de conhecimento, estando o conhecimento relacionado ao outro, para a construção de significados para o ensino. Os professores mostraram não identificar diferenças entre problemas de cota e partição, mas mostraram domínio do conhecimento do currículo de divisão de acordo com suas salas de aula.

Palavras-chave: Formação de professores. Conhecimento. Divisão. Currículo. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

Some research investigating the knowledge of polyvalent teachers or graduates in mathematics, in showing what knowledge teachers who have specific training in level of Preschool and elementary school and degree in mathematics who teach at the high school level of education, have on the dividing content. This research was based on Shulman's theory (1986), and aims to observe the characteristics of knowledge five teachers with teacher training in Normal in mid-level and Degree in Mathematics. To analyze the characteristics of the division of knowledge, we use the Field Theory of Conceptual Vergnaud. The instrument used consists of a questionnaire with 4 division problems, two quota and two partition, in which participants recorded in writing. The questions for the questionnaire direcionavam for the analysis of pedagogical knowledge, content and curriculum division. We note in their responses more than one kind of knowledge, with the knowledge related to each other, for the construction of meanings for teaching. Teachers showed not identify differences between quota problems and partition but showed domain division curriculum of knowledge according to their classrooms.

Keywords: Training. Knowledge. Division. Curriculum. Education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Perguntas direcionadas ao perfil dos participantes.	29
Quadro 2 - Problemas matemáticos utilizados no questionário e perguntas referentes aos problemas.	29
Quadro 3 - Pergunta do questionário sobre algumas resoluções fictícias de alunos sobre um problema.	31
Quadro 4 - Pergunta do questionário aplicado e resoluções de alunos fictícios sobre um problema de divisão.	32
Quadro 5 - Perguntas do questionário sobre o ensino de divisão.	33
Quadro 6 - Caracterização dos participantes da pesquisa.	34
Quadro 7 - Análises das semelhanças caracterizadas pelos professores.	36
Quadro 8 - Análise dos professores quanto aos pré-requisitos para o conceito de divisão.	37
Quadro 9 - Análise da classificação de dificuldade dos problemas de divisão.	38
Quadro 10 - Análise dos professores em relação as estratégias dos alunos fictícios.	39
Quadro 11 - Análise dos professores em relação as estratégias dos alunos fictícios.	41
Quadro 12 - Análise da Ênfase dada ao procedimento de divisão dos professores.	42
Quadro 13 - Análise do ensino dos professores.	43
Quadro 14 - Análise do conhecimento do currículo dos professores.	44
Quadro 15 - Análise das estratégias dos alunos fictícios que os professores privilegiam.	45

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	10
1 CONHECIMENTO DE PROFESSORES SEGUNDO SHULMAN.....	14
1.1 Conhecimento Necessário para o Ensino do Conteúdo.	14
1.2 Conhecimento de Professores Polivalentes para Ensinar Matemática segundo algumas pesquisas.....	15
1.3 Conhecimento de Professores Licenciados em Matemática de Acordo com Pesquisas.	16
2. ENSINO E APRENDIZAGEM DE DIVISÃO.....	19
2.1 O Ensino de Divisão de Acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais e de Pernambuco.	19
2.2 Campo Conceitual e Estrutura multiplicativas.	22
3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.	27
3.1 Descrição das etapas da pesquisa.	27
3.2 Instrumento de coleta de dados – Questionário.....	28
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	34
4.1 Conhecimento Do Conteúdo De Divisão Dos Professores.	35
4.2 Conhecimentos Pedagógicos De Divisão Dos Professores.	38
4.3 Conhecimentos do currículo de divisão.	44
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	47
REFERÊNCIAS.....	49

INTRODUÇÃO

A formação de professores para atuar na Educação Básica, de acordo com o Lei de Diretrizes de Base da Educação nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996 em seu Artigo nº 62, estabelece dois níveis diferentes para os cursos de formação.

A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal. (BRASIL, 1996)

A partir dessa lei, podemos perceber que a formação de professores para ensinar Matemática na Educação Básica perpassa tanto os professores com Nível Médio Normal (denominados professores polivalentes) quanto os professores com Licenciatura em Matemática. Essas duas formações possuem características próprias, mas quando se trata da base de acordo com Shulman (1986) esses conhecimentos sofrem influência quando em relação com a matéria a ser ensinada. Essa pesquisa se fundamenta sobre a base de conhecimento definido por Shulman (1986), segundo o qual, é subdividida entre: o conhecimento do conteúdo da disciplina, o conhecimento didático do conteúdo da disciplina e o conhecimento do currículo.

Segundo uma pesquisa feita em um curso de Pedagogia por Soares (2013), é comum dúvidas de futuros professores relacionadas a alguns conteúdos matemáticos, que são ocasionadas pela dificuldade do conhecimento específico do conteúdo. Desse modo, notamos que pedagogos também sentem dificuldades em compreender determinados conteúdos necessários para o ensino em relação à Matemática, constituindo assim uma barreira para ensinar essa disciplina.

De acordo com Grossman, Wilson e Shulman (2005, p. 13) “o conhecimento, ou a falta do conhecimento, de conteúdo pode afetar como os professores criticam os livros textos, a como selecionam o material para ensinar, a como estruturam seus cursos e como conduzem o ensino”¹. Dessa maneira, compreendemos que os licenciados em Matemática por terem formação específica para ensinar o conteúdo, contribuem para que possam melhor discutir e direcionar discussões.

¹ el conocimiento, o la falta de conocimiento, del contenido puede afectar a cómo los profesores critican los libros de texto, a cómo seleccionan el material para enseñar, a cómo estructuran sus cursos y a cómo conducen la instrucción (Tradução nossa)

Ainda de acordo com Grossman, Wilson e Shulman (2005, p. 21), “o conhecimento da matéria ocupa um lugar central na base do conhecimento do ensino”². Com isso podemos afirmar que, de fato, é imprescindível conhecer o conteúdo. Entretanto, esse fato não parece ser o suficiente para garantir um ensino de qualidade, pois para fazer análise de material didático se faz necessário conhecimento do currículo.

Segundo Curi e Pires (2008), há por vezes uma ênfase excessivamente teórica nos cursos de Licenciatura em Matemática, distanciando de cursos das outras áreas do conhecimento, por não ter conexão com a especialidade do futuro professor de Matemática, principalmente conexão com a prática profissional desse professor. Esse trabalho foi realizado com professores já atuantes em salas de aula do Ensino Fundamental nos anos iniciais, que ainda recebem influência dessa ênfase no curso de licenciatura.

Eu tenho formação de Normal em Nível Médio e curso licenciatura em Matemática. Ensino em uma Escola Municipal de Caruaru e participo da formação continuada em Matemática do Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Iniciei a carreira nos anos iniciais juntamente com a formação continuada do PNAIC, que me fez refletir sobre algumas dificuldades na teoria e na prática notadas na fala de professoras polivalentes durante as trocas de experiências ocorridas nas reuniões, até mesmo por que alguns conteúdos são desconhecidos ou mal compreendidos por algumas delas. Entretanto, ensinar Matemática nos anos iniciais é uma tarefa complexa, acrescenta-se ainda a falta de domínio da leitura por alguns alunos desse nível.

Quando comecei a ensinar nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, percebi que algumas das dificuldades sentidas em Matemática pelos alunos dos anos finais na disciplina de Matemática eram também sentidas nos anos iniciais. A partir desse fato, me motivei a pesquisar os conhecimentos de outros professores com sua mesma formação em Normal em Nível Médio e Licenciatura em Matemática.

A partir dessas observações sobre o conhecimento dos professores polivalentes e dos licenciados em Matemática, surgem algumas questões: O que as investigações já existentes revelam sobre o conhecimento do professor? Em particular, o que as investigações já existentes, na área da Educação Matemática, revelam sobre os conhecimentos do professor polivalente e também sobre os conhecimentos do professor licenciado em Matemática para ensinar essa disciplina?

² el conocimiento de la materia ocupa un lugar central en la base de conocimiento de la enseñanza (Tradução nossa)

Na pesquisa de Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014), encontra-se a afirmação de que ser licenciado em Matemática, não garante apenas pela formação inicial aqueles conhecimentos necessários para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, entretanto, não afirma delegar ao licenciado em Pedagogia esta função.

Essa pesquisa trata-se de uma investigação sobre os conhecimentos dos professores que tem formação básica no Normal em Nível Médio e formação acadêmica em Licenciatura em Matemática que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, mais especificamente, com o ensino da divisão, “por ser carregado de significados justamente pelo grau de dificuldade que os alunos apresentam com relação a esse conteúdo.” (SOARES, 2011, p. 48)

Com base no exposto delinea-se como problema da pesquisa: *Quais as características da base de conhecimento sobre divisão de professores que possuem formação em nível médio e superior?*

Neste caso, a pesquisa foi feita do ponto vista de professores que possuem duas formações que estão relacionadas a educação Matemática que são: Normal em Nível Médio e a Licenciatura em Matemática.

O objetivo geral desta pesquisa é *Investigar as características dos conhecimentos para ensinar divisão de professores com as duas formações: o Normal em Nível Médio e a Licenciatura em Matemática.*

E os objetivos específicos são *Identificar os conhecimentos pedagógicos, curriculares e do conteúdo de professores sobre divisão e Verificar sugestões práticas dos professores sobre divisão no Ensino Fundamental.*

O primeiro capítulo desta pesquisa refere-se inicialmente a pesquisas sobre a base do conhecimento da teoria de Shulman (1986). Seguindo para pesquisas sobre a base do conhecimento da área de Matemática nos cursos de Pedagogia ou Normal em Nível Médio, de maneira geral, sobre o conhecimento de Matemática dos professores polivalentes. Concluímos esse capítulo com o levantamento de pesquisas sobre a base do conhecimento dos professores licenciados em Matemática.

O capítulo seguinte está relacionado ao conteúdo de divisão de acordo com Parâmetros curriculares nacionais de Matemática; (BRASIL, 1997, 1998), os Parâmetros para a educação básica do estado de Pernambuco: parâmetros curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PERNAMBUCO, 2012, 2013). Neste ainda continuamos apresenta discussões relativas ao conceito de divisão, e sobre o campo conceitual multiplicativo (VERGNAUD, 1991).

No quarto capítulo, detalhamos o processo metodológico utilizado nesta pesquisa: as etapas, o questionário explicitando o objetivo de cada pergunta que está relacionada ao conhecimento do conteúdo de divisão, o conhecimento didático (ou pedagógico) de divisão e o conhecimento do currículo de divisão.

Em seguida, explicitamos a análise e os resultados obtidos no questionário, no qual foram verificadas as características do conhecimento do conteúdo de divisão, o conhecimento didático (ou pedagógico) de divisão e o conhecimento do currículo de divisão dos participantes envolvidos nesta pesquisa. Em seguida apresentamos as considerações finais.

1 CONHECIMENTO DE PROFESSORES SEGUNDO SHULMAN

Ao se tratar de formação de professores, as três vertentes descritas por Shulman (1986) relacionadas ao conhecimento base da disciplina, são comumente utilizadas e utilizamos como principal referencial. São elas: o conhecimento do conteúdo da disciplina, conhecimento didático do conteúdo da disciplina e o conhecimento do currículo.

1.1 Conhecimento Necessário para o Ensino do Conteúdo.

O conhecimento do conteúdo da disciplina, se refere ao conhecimento dos conceitos e os procedimentos. Está relacionado ao que o professor precisa compreender sobre o conteúdo específico com base em diferentes perspectivas.

Relacionados ao conhecimento do conteúdo da disciplina, há também o conhecimento substantivo descrito por Shulman (2005), que se refere ao conhecimento específico da matéria, como conceitos, definições e também o conhecimento sintático que está relacionado a investigação.

Ao que se refere o conhecimento substantivo, Shulman (2005) afirma que há uma centralidade das estruturas substantivas nas disciplinas, pois até mesmo alunos que não tenham intenção de ensinar são beneficiados, por estar relacionado a um campo específico do estudo.

Segundo Shulman (2005, p. 14) “as estruturas sintáticas de uma disciplina são os cânones da evidência de que são usados pelos membros da comunidade disciplinar para orientar a pesquisa no campo”³. O Conhecimento sintático se classifica como investigativo no campo da especificidade da disciplina.

O conhecimento didático do conteúdo da disciplina é uma relação entre o conhecimento do conteúdo da disciplina e métodos, para tornar essa disciplina compreensível para o aluno, sendo assim é o conhecimento pedagógico.

Ao se tratar do conhecimento do currículo, podemos relacioná-lo ao domínio necessário de materiais para utilização nas aulas, programas e também o uso do currículo da disciplina que possam colaborar com a prática da docência.

³ Tradução nossa.

Mello (2008) destaca que os tipos de conhecimentos são estudados separadamente, entretanto é fundamental que na prática estejam relacionados. Pois, o professor em ação faz uso destas 3 vertentes relacionadas que são conhecimento do conteúdo, do currículo e ensino.

Ainda de acordo com Melo (2008), o conhecimento do professor ultrapassa o conhecimento estudado na formação inicial. Esse conhecimento se constrói durante a formação, mas também com a prática, o tempo na docência e formação continuada.

De acordo com Curi (2004, p. 48), “O conhecimento do professor é apresentado como conhecimento dinâmico e contextualizado, um saber que se revela na ação e se situa num dado contexto.” Na sala de aula, a ação de um professor está relacionada a dinâmica da sala de aula, de maneira que todo seu conhecimento seja adaptado durante a aula para que o aluno compreenda o conteúdo específico.

A base do conhecimento do professor deverá ser específico para cada conteúdo. Sendo assim utilizamos algumas investigações sobre o conhecimento base da Matemática de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e licenciados em Matemática.

1.2 Conhecimento de Professores Polivalentes para Ensinar Matemática segundo algumas pesquisas.

Há algumas investigações sobre o conhecimentos dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na maioria delas tratam de professores que tem o Normal em Nível Médio e/ou Pedagogia, sendo assim utilizamos o termo polivalentes para essas formações.

Curi (2004, p. 77) relata que durante sua investigação notou que “parece haver uma concepção dominante que o professor polivalente não precisa “saber Matemática” e que basta saber como ensiná-la polivalente não precisa saber Matemática para ensinar.” Ainda segundo Curi (2004), parece que em relação ao futuro professor existe uma falta do conhecimento específico, não apenas nessa, mas também em outras áreas. E continua afirmando que em sua investigação de professores polivalentes, percebe que esses docentes tem dificuldades em Matemática e que os cursos de formação, mesmo ensinando as 3 vertentes descritas por Shulman, ainda estão preocupados em ensinar a metodologia para o ensino.

De acordo com Lima (2013, p. 6), “quanto ao conhecimento dos conteúdos a serem ensinados nos Anos Iniciais do Ensino, aparecem majoritariamente trabalhados numa proposta teórico-metodológica.” Sendo assim mesmo quando estudados esses conteúdos necessários para o ensino nos anos iniciais, ainda assim são fora da especificidade necessária, onde precisa-se além da teoria, como também do conteúdo que será ensinado em sala de aula, que será o necessário para o conhecimento do conteúdo. Ele também afirma que não se pode ensinar Matemática somente pelo domínio do conteúdo específico, todavia o conhecimento pedagógico sozinho também se mostra insuficiente para a atuação desse profissional. Podemos concluir que se faz necessário um aprofundamento acerca também da Matemática e não somente da metodologia.

Segundo Oliveira e Oliveira (2013), os professores iniciam e concluem sua formação inicial com as mesmas dificuldades existentes sobre Matemática. Dessa maneira, o ensino desses professores em conteúdos específicos sofrerá influência dessas lacunas, havendo assim uma dificuldade na dinâmica das aulas.

Entretanto, ainda se faz necessário, de acordo com Santiago e Calejón (2013), que os professores procurem conhecer outras propostas metodológicas com auxílio de outras teorias, pois a falta de metodologias que contribuam para o ensino da Matemática fora do contexto da mecanização influencia em um ensino de Matemática melhor.

1.3 Conhecimento de Professores Licenciados em Matemática de Acordo com Pesquisas.

Os professores especialistas em Matemática possuem formação diferente dos professores polivalentes. Há distinção dos objetivos focalizados em suas formações. Assim utilizamos investigações que discutem perspectivas diferentes sobre a formação do licenciado em Matemática.

Curi (2000) afirma que os conteúdos estudados pelos professores ainda como estudantes predominam na sala de aula, principalmente aqueles de procedimento mecânico. Ele também afirma que uma mudança no ensino de Matemática está diretamente relacionada a continuação da formação do professor durante sua vida profissional. Podemos observar que a formação do professor não se restringe a formação inicial, pelo contrário, inicia antes, quando estudante.

Rocha (2011) ressalta:

Podemos dizer que a formação de professores é um processo contínuo, sistemático, organizado e complexo, que perpassa toda a carreira docente e que, se existe a pretensão de formar professores e mantermos a qualidade de ensino, necessário se faz criar um elo coerente de aperfeiçoamento desde a formação inicial. (p. 18).

De acordo com Curi e Pires (2008), no caso do professor de Matemática, deve dominar não somente os procedimentos técnicos, mas também os conceitos matemáticos e a natureza desses conceitos. E continua afirmando que a formação de professores deve contemplar articulações entre a teoria e a prática e que não se efetiva se o professor tiver apenas conhecimento do conteúdo, além do conhecimento didático e curricular desse conteúdo. Entretanto, esses professores especialistas recebem uma formação que costuma ser voltada aos procedimentos técnicos, dificultando assim a articulação das três vertentes do conhecimento base que se faz necessário na prática desses profissionais.

Ponte (1994) também faz referência ao professor na formação inicial que obtém conhecimentos e competências escassos para sua vida profissional. O conhecimento desse profissional não é estático, sendo preciso haver uma constante busca de teorias que contribuam para a sua prática, pois “o professor é, ao mesmo tempo, um lugar de produção de práticas e um lugar de produção de conhecimentos sobre essas práticas”. (p. 5)

Segundo Dario Fiorentini (2005, p. 111) “para ser bom professor de matemática não basta ter um domínio conceitual e procedimental da matemática produzida historicamente.” E continua afirmando que o conhecimento pronto é distinto do que de fato ocorre na produção do conhecimento. Dessa maneira, percebemos que para o ensino de Matemática se faz necessário não somente o conhecimento do conteúdo, pois sozinho não contribui para a produção do conhecimento do aluno, precisando assim conhecer e aprimora-se no conhecimento didático do conteúdo e no conhecimento do currículo.

Dario Fiorentini (2005), para quebrar essas concepções se faz necessário que o professor seja reflexivo e pesquisador da própria prática, refletindo sobre ela e utilizando as três vertentes do conhecimento base.

Segundo Fiorentini (2005),

Tanto o professor das disciplinas Matemáticas quanto o professor das disciplinas didático-pedagógicas da licenciatura em Matemática contribuem,

a seu modo, para a formação Matemática e para a formação didático-pedagógica do futuro professor. (p. 113)

Os professores didático-pedagógicos e os professores das disciplinas Matemáticas, ambos influenciam na formação e conseqüentemente na atuação desses futuros professores em sala de aula. Algo que ocorre é a ausência de esclarecimento sobre essa influência, ou seja, se ambos os professores tivessem conhecimento sobre este fato, haveria uma reflexão sobre sua prática em sala de aula, como formadores.

Ponte (1993) traz que o professor precisa de disposição para criar, conduzir e aperfeiçoar. Sendo assim, o professor de Matemática receber pronto seu planejamento para o ensino da Matemática, não contribui para o contexto do conhecimento didático do conteúdo.

2. ENSINO E APRENDIZAGEM DE DIVISÃO.

Para o auxílio do ensino e aprendizagem de divisão temos o auxílio dos Parâmetros Curriculares de matemática nacional e estadual. Neste capítulo mostramos o que alguns Parâmetros curriculares orientam sobre o ensino do conteúdo de divisão. E também sobre a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e as estruturas multiplicativas com foco na divisão por cota e partição.

2.1 O Ensino de Divisão de Acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais e de Pernambuco.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática traz algumas reflexões e ideias sobre o assunto de divisão. Além dos objetivos dos conteúdos aponta a necessidade da filosofia de ensino e aprendizagem e também de processos avaliativos. Os conteúdos aparecem em blocos, que são: Números e operações (Aritmética e Álgebra); Espaço e forma (Geometria); Grandezas e medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria); Tratamento da informação (Estatística, Combinatória e Probabilidade).

Esses documentos orientam o currículo de Matemática do Ensino Fundamental que se divide atualmente em anos finais e anos iniciais. Nos PCN por ser uma publicação de mais de uma década, o referente aos anos iniciais trata de 1º e 2º ciclos, já os anos finais, de 3º e 4º ciclos. Nessa pesquisa temos como foco professores que possuem graduação voltadas para esses 4 ciclos de ensino, todavia, nos centramos no 2º e no 3º ciclo, sobre o conteúdo de divisão.

Os Parâmetros Curriculares do Estado (PCE) de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), sobre os anos iniciais, descrevem que o ensino dos números da fração, como um ensino gradativo, deve ser consolidado sem o auxílio forçado da aplicação das regras, apenas consolidando nos anos finais com o uso dos denominadores distintos entre as operações, inclusive na divisão. O PCE continua com o ensino dos números inteiros, reforçando que a aprendizagem deve ocorrer com observações de regularidade e não com memorização dos procedimentos (PERNAMBUCO, 2012).

Os PCE ainda indicam a necessidade do trabalho com a expectativa de aprendizagem *Resolução de problemas de divisão por meio de cálculo mental* desde o segundo ano dos anos iniciais sem a necessidade da formalização do conceito, no quarto ano com o início do

processo de formalização e no quinto ano até os demais, essa expectativa deverá ser consolidada (PERNAMBUCO, 2012). No caso de frações, os PCE orientam um trabalho diferenciado:

Os algoritmos das operações fundamentais com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão) devem receber um tratamento gradual e ancorado em situações significativas, evitando-se, a todo custo, a redução ao automatismo de aplicação de regras (p.80).

A proposta de uma abordagem gradual com vistas a reduzir a aplicação de regras, não permitindo o surgimento de estratégias diferenciadas na resolução de problemas, pode ser ampliada para o trabalho com todas as operações, não sendo implementado apenas em números racionais.

Os PCN dos anos iniciais defendem que a aprendizagem não acontece apenas com a memorização. Sendo assim, os problemas de números e operações que envolvem situações cotidianas são melhor compreendidos pelos alunos. Um exemplo pode ser as atividades com números decimais contextualizadas utilizando estimativa. Os PCN dos anos finais complementam a questão de situações problema como contribuição para a construção de novos significados, sendo necessário o uso de diferentes tipos de números, o que ainda é pouco trabalhado. Essas duas formas de situações, embora diferentes, devem estar centradas na construção de significados.

Durante a avaliação, é necessário identificar as estratégias pessoais, pois os cálculos intermediários são importantes na compreensão das regras escritas para compreender onde está o erro. Segundo o PCN dos anos iniciais “por que não se exploram os registros pessoais dos alunos, que são formas intermediárias para se chegar ao registro das técnicas usuais.” (BRASIL, 1997, p. 120). Essa exploração pode direcionar a aprendizagem, nesse caso do conteúdo da divisão, que se faz importante para a construção das propriedades, explorando diferentes materiais que desenvolvam a escrita numérica, pois são nos anos iniciais que a compreensão dessa escrita é iniciada.

Ainda de acordo com os PCN dos anos iniciais “o objetivo principal do trabalho com o cálculo consiste em fazer com que os alunos construam e selecionem procedimentos adequados à situação – problema apresentada, aos números e às operações nela envolvidas” (BRASIL, 1997, p. 116). Sendo assim se faz necessário inclusive nos cálculos a inserção de situações cotidianas, para essa construção de significados nos anos iniciais, fazendo uso de diferentes maneiras de calcular para ver a que melhor se adapta.

Já segundo o PCN dos anos finais, essas diferentes maneiras de cálculos (exato, aproximado, mental e escrito), apenas no quarto ciclo será o estudo dos procedimentos convencionais. (BRASIL, 1998)

O cálculo com números racionais na forma decimal quando contextualizados facilitam a estimativa e poderá ser utilizado com números naturais com a aproximação, podendo facilitar a compreensão do sistema de numeração decimal contribuindo com o desenvolvimento do conhecimento dos alunos.

Segundo os PCN dos anos finais,

Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal (BRASIL, 1998, p.100).

Os PCN dos anos finais afirmam que as características dos adolescentes são um diferencial no processo de ensino e aprendizagem, como questionamentos e desinteresses principalmente no 6º ano, em que os conteúdos em Matemática tendem a ser uma revisão dos anos anteriores. Em algumas experiências, verificam-se que alguns alunos desse nível, ainda não tem total domínio em algumas operações, em especial, a divisão com números naturais e também números decimais, sendo necessário um direcionamento. Um possível motivo é indicado pelos PCN dos anos finais, posto que esses estudantes apresentam dificuldades em ler, escrever e comparar alguns números e também efetuar cálculos.

Uma indicação pertinente no PCN dos anos finais é o fato de se trabalhar com a resolução de problemas para a compreensão de conceitos, propriedades e processos, contribuindo assim para o conhecimento dos alunos sem a memorização. O cálculo escrito se ocorre a partir da necessidade de registrar números grandes que são difíceis de serem efetuados mentalmente.

Nos Parâmetros na Sala de Aula (PSA) de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2013), a divisão não é citada no 1º ano do Ensino Fundamental, iniciando com a contagem até 30 elementos. No segundo ano, a divisão aparece como a ideia de metade e a contagem é até 100 elementos. A partir do 3º ano, os PSA iniciam os problemas de divisão com linguagem apenas verbal, envolvendo as ideias de repartir e quantas vezes cabem, mas ainda não se trabalha com as representações simbólicas, as estratégias criadas exclusivamente pelos estudantes sem interferência da professora, e a contagem até 1000 elementos. Ainda no 4º ano, utiliza-se o cálculo mental baseado em decomposição, e a operação aritmética aparece em forma

horizontal, já podendo aparecer sem um contexto de problema. No 5º ano, a divisão aparece em linguagem simbólica de até dois algarismos. A partir do 6º ano o auxílio da calculadora contribuirá com a observação da regularidade existente nas divisões por 10, 100 e 1000, dando sentido sem estabelecer regras para a aprendizagem.

Os PSA ainda orientam o trabalho no 6º ano, do Ensino Fundamental. Uma das expectativas de aprendizagem é compreender a divisão como operação inversa da multiplicação. No 7º ano inicia a multiplicação e divisão de números decimal ou fracionário e também a divisão de fração ou número decimal por número inteiro positivo. (PERNAMBUCO, 2013)

E finalizando o Ensino Fundamental sobre o conteúdo de divisão, com base no PSA, o 8º ano se enfatiza novamente o ensino da divisão fugindo das regras prontas e 9º ano a expectativa de aprendizagem está relacionada a resolver e elaborar problemas que envolvam diferentes operações. (PERNAMBUCO, 2013).

Sendo assim a divisão dar-se no 2º ciclo como construção do conhecimento que continuará no 3º ciclo do Ensino Fundamental, iniciando com o desenvolvimento do conceito e finalizando com a construção do procedimento do conteúdo.

Esses diferentes aspectos do ensino de divisão nos faz compreender que esse conteúdo está focado em seu conceito, no conhecimento dos alunos voltados a compreensão do significado dos problemas e no desenvolvimento investigativo de resolução, pois em todos os parâmetros a memorização nos anos iniciais do Ensino Fundamental é algo que deve ser evitado, sendo assim o que deve se sobressair é a investigação e o desenvolvimento de próprios procedimentos dos alunos, portanto os professores devem ser incentivadores do desenvolvimento do conceito de divisão e de procedimentos que visem essa apropriação.

2.2 Campo Conceitual e Estrutura multiplicativas.

Ao se falar de conceito matemático, espera-se de acordo com Vasconcelos (2008), que os professores tenham domínio, pois isso contribuirá para que os mesmos sejam profissionais críticos, atentos e seletivos, instigando as potencialidades dos estudantes. Uma das maneiras de direcionar essas aprendizagens pode ser em forma de problemas, pois como afirmam Gitirana, Campos, Magina e Spinillo (2014) cada problema tem vários conceitos e para chegar a solução é necessário apropriação desses conceitos.

A construção do conceito na escola segundo Vasconcelos (2008, p. 97) “a hipótese sobre a construção do conceito de dividir trabalhado pelos professores é decorrente de sua

formação escolar e inicial, cujos conceitos não estão interligados com outros conceitos”. Dessa maneira, o professor é responsável pelo desenvolvimento desse conceito de forma articulada.

De acordo com Vergnaud (1991), as diferentes classes de divisão e multiplicação e suas análises devem ser abordadas cuidadosamente, com objetivo de ajudar a criança a reconhecer as estruturas dos problemas e então o procedimento que levará a solução.

Lautert e Spinillo (1999) elaboraram e aplicaram oralmente dois problemas a 80 crianças com diferentes níveis de instrução sobre a divisão e representaram sua análise com base nas resoluções de natureza do grafismo e procedimentos de resoluções explícitas apresentadas pelas crianças. Elas observaram que a resolução com uso da situação gráfica sobressaiu mais elaborada do que a situação concreta. Uma de suas principais conclusões foram que o conhecimento matemático das crianças é influenciado pelas representações que utilizam.

Gitirana et al (2014, p. 121) alegam que um campo conceitual é definido como um conjunto de situações cuja apropriação requer domínio de vários conceitos de naturezas diferentes. Sendo assim, no campo conceitual multiplicativo, usamos problemas de estruturas multiplicativas com a operação de divisão, fazendo distinção entre o cálculo numérico e o cálculo relacional proposto por Vergnaud (1991), para melhor compreender a classificação dos problemas, onde o cálculo numérico se refere a operações comuns e o cálculo relacional a explorações na resolução das situações.

O esquema de classificação dos problemas de Gitirana et al (2014) se basearam na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, na qual existe os problemas de Proporção simples, que pode ser divididos a partir de sua estrutura em multiplicação – um para muitos, partição ou distribuição, cota, quarta proporcional.

A escolha pela divisão dentre todas as operações se deve por ser ela considerada a mais difícil. Segundo Lautert e Spinillo (1999)

A divisão[...] inserida no campo das estruturas multiplicativas, oferece desafios adicionais, tais como: as divisões sucessivas, multiplicações, subtrações (principalmente no caso de haver resto); o tamanho do todo, o número de partes, o tamanho das partes que precisa ser o mesmo, relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes. (p.27)

Os PCE defendem a exploração de diferentes significados das operações fundamentais, em especial, sobre a divisão comentam e apresentam diferentes situações características:

[..] A divisão pode ocorrer em situações de: a) partição (repartir igualmente 24 chocolates para 6 crianças); b) busca do número de cotas (quantas prestações de 24 reais são necessárias para pagar 72 reais); c) de proporcionalidade (se 8 viagens custam 24 reais quanto custa uma viagem?). (PERNAMBUCO, 2012, p.77).

A apresentação de diferentes situações em que ocorrem a divisão pode proporcionar aos professores a compreensão de diferentes tipos de problemas para a discussão dessa operação em específico. Apesar das diferentes características das situações de divisão, nesta pesquisa focamos apenas em partição e cota. As definições de partição e cota são discutida por diversos autores, entre eles destacamos a apresentada por Benvenuti (2008):

Partição: Nesse tipo de problema, “é dada uma quantidade inicial e o número de vezes (número de partes) em questão a quantidade deve ser distribuída, devendo-se encontrar o tamanho de cada parte”. (BENVENUTTI, 2008, p.19)

Quotição: Nesse tipo de problema “é dada uma quantidade e é dividida em cotas pré-estabelecidas”. (BENVENUTTI, 2008, p.19).

Para essa autora, esses tipos de problemas fornecem uma mudança na estrutura do problema de divisão, Benvenuti (2008) afirma:

Esses problemas revelam a mudança de incógnita a ser encontrada, altera a natureza da situação a ser aplicada. Em problemas de divisão por partição, a criança deve encontrar o tamanho das partes; já em problemas de divisão por quotição, deve encontrar o número de partes que o todo foi dividido. (p.20).

Segundo Vasconcelos (2008, p. 102), “no campo prático, as ideias de partição e cota não são exploradas na sala de aula, apenas se utilizando do algoritmo sem sentido.” Uma maneira de explorar essas ideias é com a utilização de problemas.

A dissertação de Benvenuti (2008), traz aspectos pertinentes sobre a teoria dos campos conceituais de Vergnaud. Nessa pesquisa, foram analisados 41 estudantes da 5ª série (atualmente 6º ano) com base em seus procedimentos de escrita do conteúdo de divisão. O instrumento de coleta teve por base 4 problemas, dois de cota e dois de partição, os quais foram entregues aos estudantes em uma folha de papel, que responderam de diversas maneiras, inclusive pelo procedimento do algoritmo, o que foi o método mais utilizado e outras operações. Com o objetivo de caracterizar os procedimentos de escrita encontrados, foram categorizados os erros e as estratégias de resolução. Um dos erros mais observados por Benvenuti (2008) foi na execução do algoritmo e tabuada, mas também tiveram erros com explicações que não levavam em consideração os dados explícitos dos problemas e também

com a troca do divisor pelo dividendo. Embora a maioria dos alunos não tenham errado os problemas, foi notado que nem sempre utilizaram seus próprios esquemas intelectuais na resolução.

Os problemas usados no questionário desta pesquisa foram retirados das pesquisas realizadas por Gitirana et al (2014) e por Bazet e Silva (2015). Escolhemos 2 de cota e 2 de partição, totalizando 4 problemas de Proporção simples.

Os problemas de partição:

Problema 1: O médico mandou Marta tomar 24 comprimidos em 8 dias. Ela tem que tomar a mesma quantidade de comprimidos todos os dias. Quantos comprimidos ela tomará por dia? Gitirana et al (2014, p. 95)

Problema 2: Tio Fábio está arrumando a biblioteca. Ele ainda precisa distribuir igualmente 79 livros em 6 estantes. Quantos livros colocará em cada estante? Bazet e Silva (2015, p. 26)

De acordo com as autoras Gitirana et al (2014), no Problema 1 foi observado que o 2º e o 3º ano utilizaram adição ou subtração repetida, a partir do 4º ano que se observa resoluções mais adequadas e variadas como o uso do algoritmo e desenhos que representam uma resolução apropriada.

Bazet e Silva (2015) advogam que em um problema semelhante ao Problema 2, a maioria dos alunos do 5º ano responderam com uso do algoritmo, mas alguns alunos mostraram ainda não ter consolidado esse conteúdo e foram estimulado pelas autoras a resolver com outros procedimentos.

Os problemas de cota ou Quotição:

Problema 3: Para ficar boa de uma doença, Ana tomou 32 comprimidos. O médico mandou Ana tomar 4 comprimidos por dia. Quantos dias este tratamento vai durar? Gitirana et al (2014, p. 98)

Problema 4: Numa fábrica há 412 rodas. Quantos carros podem ser montados? Bazet e Silva (2015, p. 72)

No Problema 3, Gitirana et al (2014) afirmam que houve maior quantidade de acertos referente ao 6º e 7º ano, embora desde o 5º ano já é utilizado de modo sistemático a divisão.

Bazet e Silva (2015) defendem que no Problema 4 os estudantes estranharam a falta do divisor, apenas depois de serem instigados a reler perceberam que deveriam inferir.

Alguns fatores como idade, escolaridade e experiências sociais com a Matemática tem influência sobre como os problemas são resolvidos, gerando uma variedade de procedimentos que não podem ser classificados em corretos e incorretos, discutem Gitirana et al (2014).

Esses problemas devem ser analisados além da perspectiva do algoritmo, observando as resoluções e a partir delas, auxiliar os estudantes no desenvolvimento dos conceitos.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.

Para auxiliar na investigação optamos pelo questionário considerando as duas formações em Normal em Nível Médio e Licenciatura em Matemática desses professores, para responder a questão e atender aos objetivos.

Nossa finalidade é investigar o conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento do currículo relacionado ao conceito de divisão desses professores com essas formações.

A abordagem usada em nossa pesquisa foi a qualitativa, de acordo com Gerhardt e Silveira (2009, p. 31) “não se preocupa com representatividade numérica, mas sim, com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, etc.” Em nosso caso, professores de Matemática, que tenham a formação Normal em Nível Médio. Para a escolha dos professores que tenham essas duas formações foi necessário entrarmos em contato com alguns professores que estão na graduação de licenciatura e que lecionando nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A análise dessa pesquisa foi a descritiva, que, segundo as características de Fernandes e Gomes (2003, p. 7), é uma modalidade de pesquisa cujo objetivo principal é “descrever, analisar ou verificar as relações entre fatos e fenômenos (variáveis), ou seja, tomar conhecimento do que, com quem, como e qual a intensidade do fenômeno em estudo”. Os procedimentos usados foram o levantamento bibliográfico e o questionário.

Essa pesquisa pode contribuir ampliando as relações entre o conhecimento do conteúdo de divisão, pedagógico e do currículo com suas formações. Investigar o conhecimento desses professores com essas duas formações se mostrou relevante, pois a atuação desses profissionais é de fato importante.

Para atingir os objetivos da pesquisa, foi desenvolvido uma investigação em três partes. Em seguida, foi desenvolvido o instrumento de pesquisa e logo após a análise de dados.

3.1 Descrição das etapas da pesquisa.

Para atingir os objetivos da pesquisa, foi desenvolvido uma investigação em três partes. Em seguida, foi desenvolvido o instrumento de pesquisa e logo após a análise de dados.

A segunda etapa foi o questionário elaborado com o propósito de obter informações sobre o conhecimento do currículo do conteúdo, do conteúdo de divisão e pedagógico do conteúdo de divisão. Nesse questionário foram analisados os níveis dos problemas, como analisam os procedimentos dos estudantes, as estratégias desses procedimentos e como auxiliá-los em suas dificuldades.

A terceira etapa foi a análise de dados, onde as respostas dos participantes foram transferidas para quadros, para que assim fosse feita uma análise sobre o que respondiam, de maneira que cada questão foi formulada para reconhecer as características da base do conhecimento do conteúdo de divisão desses professores.

3.2 Instrumento de coleta de dados – Questionário.

O questionário foi dividido em três partes: a primeira referente ao perfil dos professores pesquisados, a segunda indagou sobre a classificação dos níveis e semelhanças e diferenças dos problemas e a terceira parte simulou respostas de estudantes com situações envolvendo o campo conceitual multiplicativo. Iniciamos a apresentação do questionário utilizado com os professores participantes.

Foram apresentados inicialmente quatro problemas, dois de cota e dois de partição, com objetivo de classificá-los com o nível de dificuldade crescente. Desses quatro problemas, dois deles tinham três resoluções fictícias. Cabe ressaltarmos que as situações exploradas são de divisão.

A ideia para elaborar tal instrumento partiu da análise do estudo de MA (2009), no qual comparou os conhecimentos dos professores de Matemática dos Estados Unidos e China. O instrumento metodológico utilizado foi a entrevista com 23 americanos e 72 chineses. Cabe ressaltar que o objetivo não foi avaliá-los, mas descobrir o conhecimento sobre alguns conteúdos referentes a Matemática elementar. Nessa entrevista, os professores analisavam algumas situações básicas do ensino, são elas o ensino do conteúdo, a análise do erro, intervenção ao erro e reação ao procedimento desenvolvido pelo aluno. Nessa entrevista foi notado que os professores americanos, embora estudassem Matemática avançada, os professores chineses conheciam melhor a Matemática elementar, que é a matemática utilizada em sala de aula.

A primeira parte do questionário teve o objetivo de conhecer o perfil dos professores pesquisados, quais os tipos de formação (Nível médio e graduação) e sobre o tempo de experiência como professor no Ensino Fundamental dos anos iniciais e finais.

Quadro 1 - Perguntas direcionadas ao perfil dos participantes.

1. Qual a sua formação no Ensino Médio? E na graduação? Em que período foram ou estão sendo realizados os cursos?

2. Você está atuando como professor do ensino fundamental dos anos finais?
 Sim () Não ()
 Se sim, há quanto tempo?
 Em qual o ano que você leciona e em quais já lecionou? Durante quanto tempo? Complete a tabela, observando o exemplo.

Ano.	Duração no ano.

Você tem experiência de ensinar nos anos iniciais? Sim () Não ()

Qual ano você leciona, quais já lecionou e há quanto tempo?

Ano.	Duração no ano.

Quanto a segunda parte os problemas utilizados foram de Bazet e Silva (2015) e Gitirana et al (2014). Essas questões tinham como objetivo identificar se os professores observariam as semelhanças e diferenças referentes a estrutura do problema de cota e partição e agrupariam com essa base.

Quadro 2 - Problemas matemáticos utilizados no questionário e perguntas referentes aos problemas.

Observe esses problemas e discuta:

1. Para ficar boa de uma doença, Ana tomou 32 comprimidos. O médico mandou Ana tomar 4 comprimidos por dia. Quantos dias este tratamento vai durar?

2. Numa fábrica há 412 rodas. Quantos carros podem ser montados?

3. O médico mandou Marta tomar 24 comprimidos em 8 dias. Ela tem que tomar a mesma quantidade de comprimidos todos os dias. Quantos comprimidos ela tomará por dia?

4. Tio Fábio está arrumando a biblioteca. Ele ainda precisa distribuir igualmente 79 livros em 6 estantes. Quantos livros colocará em cada estante?

O que tem de semelhança e diferença nesses problemas? Você poderia separá-los em grupos pela semelhança?

Se você fosse trabalhar com esses problemas com seus alunos, qual seria uma possível ordem de dificuldade deles? Poderia justificar?

A partir de que ano você pode introduzir esses problemas? Por que?

O que você acha necessário que os alunos saibam para introduzir esse trabalho?

Também classificar pela ordem de dificuldade existente em cada problema. No 3º problema, Gitirana et al (2014) indicam que pode ser inserido a partir do 2º do Ensino Fundamental, entretanto ainda não pelo algoritmo da divisão e sim pela ideia de partição. Ainda de acordo com essas autoras, desde o 1º ano do Ensino Fundamental deve ser iniciado a exploração da cota, nesse caso o 1º problema, embora apenas no 5º ano se expresse de modo sistemático as resoluções.

Bazet e Silva (2015) relataram que o 4º problema foi inserido em uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental e alguns alunos que não tinham consolidado o conteúdo de divisão tiveram dificuldades para respondê-lo. Ainda segundo Bazet e Silva (2015) o problema 2 também foi utilizado no 5º ano do Ensino Fundamental o fato do divisor não está aparente precisou de interpretação para ser compreendido e o divisor ser um número de 3 algarismos foi necessário alguns conhecimentos prévios para se chegar a solução.

Bazet e Silva (2015) e Gitirana et al (2014) citaram que nos procedimentos utilizados pelos alunos para responder esses problemas foram usados respostas com auxílio de desenhos, adição e subtração repetida em alguns casos.

Na terceira parte do questionário, foram apresentadas duas situações em que os alunos fictícios responderam cada questão com 3 procedimentos diferentes que foram retirados e adaptados das pesquisas de Bazet e Silva (2015) e Gitirana et al (2014). (Ver Quadro 3 na página seguinte)

Comentando as resoluções apresentadas no Quadro 3 na próxima página, observa-se na resolução do Aluno 1 que o mesmo fez a distribuição em seis grupos, inicialmente de 10 em 10 chegando ao total de 50 sobrando apenas 15 livros, distribuiu de 1 em 1 até chegar aos 65 livros totais, logo $10 + 3 = 13$. Esse Aluno 1 utiliza como representação da divisão colunas onde cada uma representa a quantidade distribuída igualmente para cinco pessoas.

O Aluno 2 usou o algoritmo formal da divisão, embora percebemos que subtraiu corretamente a dezena 6 e 5 sobrando 1 dezena e ao dividir as 15 unidades restantes por 5 desconsiderou a dezena subtraindo apenas 5 unidades, em vez de dividir as 15 unidades por 5 resultando no quociente o 11.

Na resolução do Aluno 3 ele usou a multiplicação que conhecia para chegar a 50 livros, após isso continuou com a soma repetida de 5 em 5 até chegar ao resultado de 65 livros, concluindo que 10 (da multiplicação) mais 3 adições de 5 foi igual a 13.

Quadro 3 - Pergunta do questionário sobre algumas resoluções fictícias de alunos sobre um problema.

Três alunos do 5º ano ao resolver um problema de divisão utilizaram os seguintes procedimentos.

- 1. Tio Fábio está arrumando a biblioteca. Ele ainda precisa distribuir igualmente 65 livros em 5 estantes. Quantos livros colocará em cada estante?**

Resolução do aluno 1

10	10	10	10	10	50
1	1	1	1	1	55
1	1	1	1	1	60
1	1	1	1	1	65
13	13	13	13	13	

Resolução do aluno 2

$$\begin{array}{r} 65 \overline{) 5} \\ \underline{-5} \\ 15 \\ \underline{-5} \\ (0) \end{array}$$

Resolução do aluno 3

$$5 \times 10 = 50$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ + 5 \\ \hline 55 \\ + 5 \\ \hline 60 \\ + 5 \\ \hline 65 \end{array}$$

Colocará 13 livros

Observe e comente o que você acha dessas estratégias utilizadas pelos alunos nessa questão?

Quadro 4 - Pergunta do questionário aplicado e resoluções de alunos fictícios sobre um problema de divisão.

2. Numa fábrica há 424 rodas. Quantos carros podem ser montados?

Resolução do aluno 4

$$\begin{aligned}
 424 \div 4 &= (400 \div 4) + (20 \div 4) + (4 \div 4) \\
 &= 100 + 5 + 1 \\
 &= 106
 \end{aligned}$$

Resolução do aluno 5

$$\begin{array}{r}
 424 \quad | \quad 4 \\
 -4 \\
 \hline
 024 \\
 -24 \\
 \hline
 (0)
 \end{array}$$

Resolução do aluno 6

1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
carros	rodas
10	40
15	60
20	80
25	100
50	200
100	400
5	20
1	4
$100 + 5 + 1 = 106$	

Comente o que acha das estratégias utilizadas pelos alunos nessa questão?

O Aluno 4 compreendeu a situação-problema mostrando ter domínio em todas as operações desenvolvendo uma estratégia interessante de decomposição em fatores que conhecia para resolver, mostrando entender o raciocínio da divisão.

A resolução do Aluno 5 teve o início correto dividindo as 4 centenas por 4, mas ao observar que não conseguiria dividir as 2 dezenas por 4 apenas colocou as 24 unidades e as dividiu como dezena, ocorrendo assim no resultado 16 em vez do 106.

O Aluno 5 acerta a questão fazendo uso de uma proporção inicialmente de 4 em 4 rodas chegando em 5 carros, então continuou a contar de 5 em 5 carros até chegar a 10 rodas, seguindo a contagem de 100 em 100 até 400 rodas mais 12 rodas, chegando a proporção de 412 equivalente a 106 carros que também é uma forma de decomposição.

Quadro 5 - Perguntas do questionário sobre o ensino de divisão.

Qual dessas estratégias de alunos você considera mais adequada para o ano que você leciona atualmente? Por quê?

Como você explicaria esse algoritmo para o aluno?

Que outras formas poderíamos fazer para ajudá-lo a superar essa dificuldade?

Por fim, pedimos para os professores explicarem o algoritmo que consideravam mais adequado para a turma que lecionam e como iriam agir para superar as dificuldades encontradas nas resoluções.

Gitirana et al (2014) discutem que embora correta as resoluções por desenhos, espera-se que tal procedimento seja aprimorado pelo menos para a adições repetidas que se aproxima dos cálculos matemáticos, desenvolvendo o sistema simbólico matemático.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Com base nos dados coletados no questionário, neste capítulo discutimos a análise qualitativa do conhecimento para ensinar divisão dos professores pesquisados, partindo das suas formações de Normal em Nível Médio e Licenciatura em Matemática.

Apresentamos no Quadro 6 as caracterizações das experiências e formação dos cinco professores participantes da pesquisa.

Quadro 6 - Caracterização dos participantes da pesquisa.⁴

Professores	Formação em nível médio e acadêmica	Número de Anos de atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental						Número de Anos de Atuação nos anos finais do Ensino Fundamental					
		1º	2º	3º	4º	5º	Nunca	6º	7º	8º	9º	Nunca	
P1 ⁵	Normal médio (término em 2008), cursando Lic. em Matemática e Pedagogia. (Concluindo a graduação em Matemática em 2016)	2	4	2									X
P2	Normal médio (término em 2009), Licenciada em Matemática (término em 2015).				4	4		1	1				
P3 ⁶	Normal médio (término em 2010) e cursando Licenciatura em Matemática. (concluindo a graduação em 2016)		2										X
P4 ⁷	Normal médio (término em 2010) e cursando Licenciatura me Matemática. (Concluindo a graduação em 2016)	2											X
P5	Normal médio (término em 2009) e cursando Licenciatura me Matemática. (concluindo a graduação em 2016)		3	3	3			1	1	1			

⁴ As perguntas do questionário referentes a classificação está no Quadro 1.

⁵ P1 também lecionou no programa Se Liga durante 3 anos e no Programa Acelera durante 1 ano.

⁶ P3 leciona a 4 anos em turmas multisseriadas e participa do Pacto Nacional da Alfabetização na Idade certa.

⁷ P4 leciona a 4 anos em turmas multisseriadas e participa do Pacto Nacional da Alfabetização na Idade certa.

Nessa primeira parte do questionário, procuramos identificar as experiências docentes dos participantes. Observamos que 4 professores ainda estão na graduação. No quadro 6, logo abaixo, há informações sobre as características desses participantes.

Dois participantes desta pesquisa atuam em escolas multisseriadas. De acordo com Hage (2011, p.139), “as escolas multisseriadas são espaços marcados predominantemente pela heterogeneidade ao reunir grupos com diferenças de série, de sexo, de idade, de interesses, de domínio de conhecimentos, de níveis de aproveitamento e etc.” São escolas caracterizadas por terem em uma mesma sala de aula alunos de várias séries. Neste caso, os nossos participantes lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por esse fato suas respostas poderão ter influência desta vivência.

Percebemos no questionário que os participantes atuaram em sua maior parte nos anos iniciais do Ensino Fundamental e quando atuaram no Ensino Fundamental dos anos finais, ainda assim lecionaram mais tempo nos anos iniciais. Isso deve ocorrer pelo fato que a maioria ainda está na graduação em licenciatura.

Podemos observar que dos participantes apenas um concluiu a graduação em Licenciatura em Matemática, já os outros 4 professores participantes irão concluir em 2016 mostrando que ainda tem pouca experiência em sala de aula nos anos finais do Ensino Fundamental, influenciando nas respostas obtidas nos questionários.

4.1 Conhecimento Do Conteúdo De Divisão Dos Professores.

Alguns estudiosos pesquisaram as características dos professores com curso superior em Pedagogia (Soares (2013), Curi (2004), Oliveira e Oliveira (2013)) e dos licenciados em Matemática (Curi (2000)) que lecionavam a disciplina de Matemática. Já outras pesquisas envolviam professores licenciados e polivalentes sobre a avaliação em Matemática (Nogueira, Pavanello e Oliveira (2014)).

Mas nessas pesquisas não consideraram professores que tinham formação do Nível Médio Normal e Licenciatura em Matemática. A partir dos resultados desses estudos, surgiu a necessidade de investigar o conhecimento característico dos professores com esta formação em relação ao ensino da divisão.

No quadro a seguir será apresentada a análise referente as questões sobre o conhecimento do conteúdo da divisão. A pergunta no momento foi: *O que tem de semelhança e diferença nesses problemas? Você poderia separá-los em grupos pela semelhança?*⁸

Quadro 7 - Análises das semelhanças caracterizadas pelos professores.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Não aparentaram diferenciar os problemas pela cota e partição.	P1 - Todos são problemas de divisão. Porém o problema 1 e 3 estão mais explícitos, o que facilita na hora da resolução.
	P2 - Semelhança: ambas as questões envolvem problemas de divisão. Diferença: a situação em cada problema é diferente, havendo uma semelhança apenas na questão 3 e 1 (a situação dos comprimidos), porém, a estratégia para resolvê-los envolve o conceito de divisão. Sim, poderia separá-los em grupo, pois todas as questões precisa que o aluno tenha a ideia de dividir ou em alguns casos, a operação inversa da divisão, efetuando a multiplicação para se chegar ao resultado.
	P3 - Semelhança todos são do princípio Multiplicativo.
	P4 - Todos podem ser resolvidos utilizando o princípio multiplicativo.
	P5 - A semelhança é que todos os problemas são de divisão, o problema 1, 3 e 4 são semelhantes pois os números usados estão no problema. No problema 2 é diferente, o aluno precisa entender que os carros tem 4 rodas para poder dividir.

A classificação mencionada por P1 ao problema 1 e 3 e P5 a questão 1, 2 e 3 com nível de dificuldade menor, fazem relação aos valores explícitos do problema. Interessante observarmos que P3 e P4 não fazem relação com a divisão, talvez queiram retratar a ideia multiplicação existente no inverso da divisão. Essa dificuldade pode ser relacionada ao fato de trabalharem com turmas multisseriadas e nesse sentido observarem do ponto de vista geral o conceito da divisão, explorando procedimentos.

Observamos também que P2 considerou a semelhança nas situações das questões, nesse caso da relação de dias e remédios.

Na introdução do ensino de divisão, faz-se necessário a utilização de alguns pré-requisitos. Sendo assim a próxima pergunta referente a essa noção de pré-requisito. No quadro a seguir, as análises são referentes a pergunta: *O que você acha necessário que os alunos saibam para introduzir esse trabalho?*⁹

⁸ Os problemas citados na pergunta se encontram no Quadro 2.

⁹ Esta pergunta se refere aos 4 problemas que se encontram no Quadro 2.

Quadro 8 - Análise dos professores quanto aos pré-requisitos para o conceito de divisão.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Todos os professores consideraram a multiplicação como pré-requisito para o ensino conteúdo de divisão.	P1 - Nos direitos de aprendizagens dos alunos nas séries iniciais e livros didáticos, inicia-se pela adição e subtração, depois vem a multiplicação e divisão. Por serem uma o inverso da outra. Eu acredito que problemas como esses citados, os alunos precisam ter conhecimentos da adição, subtração e multiplicação. Acredito também no trabalho com matérias concretos, ou seja, pode-se iniciar as problematizações com jogos ou materiais concretos pra que o aluno possa compreender e interpretar melhor na hora de resolver as situações.
	P2 - Inicialmente que eles saibam adição e/ou multiplicação, tendo em vista que a multiplicação é a operação inversa da divisão. Se os alunos não conseguirem dividir, a partir da multiplicação ou adição, eles conseguirão chegar aos resultados.
	P3 - Domínio das ideias de multiplicação e divisão
	P4 - Domínio do princípio multiplicativo.
	P5 - Inicialmente no 2º ano o aluno precisa entender a divisão por grupos, exemplo bolinhas para dois grupos, no 3º ano o aluno precisa ter conhecimento da tabuada e quadro valor de lugar.

Em relação ao professor P1, podemos observar que se refere aos direitos de aprendizagem do Pacto Nacional da Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), de acordo com o caderno do ano 1, unidade 4, referente aos direitos de aprendizagem dos alunos. Os problemas aditivos são iniciados no 1º ano do Ensino Fundamental, e a multiplicação envolve também as ideias de adição repetida e a divisão está relacionada com a ideia de repartir em partes iguais e quantas vezes cabe. Sendo assim, P1 mostra ter o conhecimento do currículo do conteúdo necessário como pré-requisito nos anos iniciais.

Bazet e Silva (2015, p.64) explicam que “está por trás da dificuldade do aluno a ânsia do professor em introduzir procedimentos de cálculo, eliminando etapas lúdicas, na expectativa que o aluno pense como adulto.” Observamos que P5 mostra o conhecimento pedagógico se referindo o fato dos desenhos na construção do conceito de divisão e não só ao uso do algoritmo. Entretanto, P5 não se refere ao fato da adição e subtração como pré-requisitos, se referindo apenas a tabuada como o conhecimento da multiplicação básica e o quadro valor de lugar, direcionando assim para o fato do algoritmo da divisão. P3 também se refere nessa pergunta a multiplicação e divisão como pré-requisito pra o desenvolvimento da ideia inicial desses problemas. De acordo com Pernambuco (2013), a expectativa de aprendizagem inicia no 2º ano com a ideia de metade. Antes disso os alunos aprendem a noção de adição e subtração.

4.2 Conhecimentos Pedagógicos De Divisão Dos Professores.

Grossman, Wilson e Shulman (2005, p. 9), indagam sobre como os professores podem “realmente adquirir extensa riqueza de conhecimentos sobre o ensino durante o curto período de tempo atribuído a formação de professores”. Por isso levantamos o questionário com professores com prática de ensino. E continuam afirmando: que o “conhecimento pedagógico do conteúdo: amálgama que especial matéria e pedagogia, que é uma área exclusiva de professores, sua própria forma especial de entendimento profissional.”¹⁰

Nesse sentido, pensamos em questionar: *Se você fosse trabalhar com esses problemas com seus alunos, qual seria uma possível ordem de dificuldade deles? Poderia justificar?*

¹¹Organizamos as respostas no quadro a seguir.

Quadro 9 - Análise da classificação de dificuldade dos problemas de divisão.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Os professores citaram a questão 2 como um dos problemas com grau de dificuldade maior.	P1- A dificuldade maior seria em resolver o problema 2 e 4. Pois, reque mais atenção na hora da resolução por ser um pouco mais complexos.
	P2 - A primeira e a segunda questão, respectivamente, seriam a número 1 e 4, pois os dados estão contidos explicitamente na questão, além disso, pelo anunciado, o aluno deveria compreender através de desenhos ou não, o processo da divisão. A terceira questão seria a número 2, pois os alunos deveria saber que o carro possui 4 rodas, cujo não está explícito na questão. E a quarta seria a questão 3, pois o exige do aluno o raciocínio (de como foi escrito o problema) de qual conta utilizar para chegar ao resultado.
	P3 - 3, 1,2,4, números menores, problemas com uma interpretação mais fácil.
	P4 - 3, 1,2,4, números menores, problemas com uma interpretação mais fácil.
	P5 - Primeiro o problema 1, por que é de fácil entendimento que o aluno irá dividir 23:4. Em seguida o problema 3. Por que tem um pouco de dificuldade na questão que o aluno irá dividir a quantidade de dias. Depois o problema 4, por que o número 79 é preciso usar estratégia de divisão por partes. E por último o problema 2, por que o número também é preciso dividir por partes e o alunos ainda precisa ter a compreensão de que um carro tem 4 rodas.

Achamos importante salientar que o participante P2 cita os problemas 1 e 4 como de menor nível de dificuldade, coincidentemente são os problemas de partição. Gitirana et al (2014) afirmam que no ensino da divisão a escola dá ênfase a partição, o que dificulta o reconhecimento de cota como problemas de divisão. Observamos que as respostas de P3 e P4 são as mesmas.

A resposta de P5 foi referente a sequência das grandezas de valores explícitos nos problemas e também considerando de maior grau de dificuldade pelo fato do algoritmo da divisão com valores maiores precisar ser uma divisão por partes. P1 também respondeu pela

¹⁰ Tradução nossa

¹¹ Esta pergunta se refere aos 4 problemas que se encontram no Quadro 2.

ordem dos valores, entretanto pode estar relacionado ao fato de seguir os Direitos de Aprendizagem que possuem uma certa ordem de sequência. Segundo O caderno do Pacto nacional pela alfabetização na idade certa, ano 1, unidade 4, referente aos direitos de aprendizagem dos alunos, o conhecimento referente a comparar e ordenar números de acordo com a sua posição na escrita, é classificado como consolidar no 3º ano do Ensino Fundamental, ou seja, apenas no 3º ano os alunos terão consolidado a aprendizagem dos números com vários algarismos.

Para analisar o conhecimento prático dos professores, usamos algumas resoluções fictícias com diferentes tipos de procedimentos. A primeira situação foi a seguinte: **Tio Fábio está arrumando a biblioteca. Ele ainda precisa distribuir igualmente 65 livros em 5 estantes. Quantos livros colocará em cada estante?**¹²

A pergunta feita sobre essa situação: *Observe e comente o que você acha dessas estratégias utilizadas pelos alunos nessa questão?* As suas respostas encontra-se organizada no quadro 10, logo abaixo.

Quadro 10 - Análise dos professores em relação as estratégias dos alunos fictícios.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Os professores explicitam que a resolução 2 (com o uso do algoritmo da divisão) já aprendeu o algoritmo da divisão e foi correto no uso dessa estratégia.	P1 - As três estratégias mostram as mais variadas formas resolver esse problema, independente do caminho de escolha, seja ele mais fácil ou mais complexo. Mas, percebe-se que o aluno 2, foi mais direto na sua resolução.
	P2 - Todas as respostas são válidas, porém, o aluno dois não conseguiu chegar ao resultado correto por um erro na operação (o seu pensamento foi correto, pois ele sabia qual conta utilizar para resolver o problema). Já os alunos 1 e 3 foram adicionando os números até chegar ao resultado, estratégia válida também para este caso que o número é pequeno.
	P3 - O aluno 1 respondeu utilizando a adição utilizou uma estratégia própria, tal estratégia e utilizada por alunos que possivelmente tem dificuldades em princípio multiplicativo seu algoritmo formal, o aluno 2 utilizou o algoritmo formal da divisão, já tem conhecimento consolidado, já o aluno 3 utilizou a multiplicação conseguinte utilizou a adição, apresenta dificuldades em divisão.
	P4 - Todos compreenderam a questão, cada um utilizou estratégias próprias e chegaram ao seu objetivo, o que utilizou o algoritmo da divisão demonstrou ter total domínio do processo, os demais podem ter alguma fragilidade de resolver questões utilizando o algoritmo apropriado.
	P5 - Na resolução 1 o aluno dividiu as dezenas, depois o que sobrou ele dividiu igualmente para as 5 estantes. Na resolução 2 o aluno entendeu a estrutura da divisão porém ele não acertou a questão, esqueceu da dezena que sobrou. Na resolução 3 o aluno multiplicou 5 x 10 pois ele já sabe e o que sobrou ele foi adicionando a operação. Todos os procedimentos estão corretos, porém a maturidade do aluno irá desenvolver melhor a estrutura algorítmica da divisão.

¹² As resoluções referentes a esse problema se encontram no Quadro 3.

Ao relatar a estratégia, P2 não destaca que embora a use com números de valores pequenos, a resolução do Aluno 3 apresenta ter domínio sobre a linguagem Matemática ao usar a adição. Gitirana et al (2014) alegam que este tipo de resolução se aproxima dos cálculos matemáticos que a escola deseja promover, por mostrar domínio dos sistemas simbólicos próprios da linguagem Matemática.

Embora considere as estratégias como maneiras corretas de se responder os problemas, o participante P3 considerou os procedimentos como caminhos a percorrer por causa de dificuldades no algoritmo da divisão. Considerou consolidado o conhecimento do Aluno 2 mesmo utilizando o algoritmo de maneira errada, mostrando assim pouco domínio do conhecimento do currículo por considerar como dificuldades na divisão outras estratégias. Além disso não relatou o erro do aluno 2. P4 também considerou os procedimentos corretos levou em consideração apenas o algoritmo, o qual ainda não é ainda o objetivo dos anos iniciais. Já P5 relatou que com a maturidade do aluno o algoritmo será melhor.

De acordo com Pernambuco (2012):

A aquisição da habilidade de calcular com os algoritmos convencionais das quatro operações, em papel e lápis, deve ocorrer somente na conclusão de um longo processo, a se iniciar a partir do 5º ano do Ensino Fundamental, consolidando-se na etapa seguinte de escolarização. (p.78)

Os participantes P2 e P5 identificaram o erro na resolução do aluno 2. P5 demonstra o conhecimento pedagógico ao perceber que o aluno já sabia resolver a multiplicação 5×10 e por isso usou esse procedimento na resolução 3.

O segundo problema foi: **Numa fábrica há 412 rodas. Quantos carros podem ser montados?**¹³

A pergunta referente a esse problema no questionário: *Comente o que acha das estratégias utilizadas pelos alunos nessa questão?*. Organizamos no Quadro 11 a análise das estratégias utilizadas pelos alunos.

Rocha (2011, p.126) defende que para um professor avaliar os protocolos de resolução de alunos no caso específico (problemas combinatórios) necessita:

[...] a articulação de conhecimentos o que envolve à compreensão do significado envolvido; o conhecimento do ensino de Combinatória voltado para a avaliação das possíveis estratégias de resolução e da operacionalização de sua resolução (a escolha da estratégia e sua execução); o entendimento do processo de apreensão desse conteúdo e o conhecimento sobre as possíveis dificuldades dos alunos e das expectativas do professor em relação à sua aprendizagem (o que se espera que o aluno apresente).

¹³ As resoluções referentes a esse problema se encontram no Quadro 4.

Nesse contexto, defendemos que o conhecimento do conteúdo de divisão e da avaliação das resoluções fazem parte das análises que esses professores comentaram com relação as estratégias apresentadas pelos estudantes.

Quadro 11 - Análise dos professores em relação as estratégias dos alunos fictícios.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
<p>Todos identificaram a resolução 5 como algoritmo da divisão sendo estratégia rápida e com boa interpretação dos alunos pelo fato de identificar qual a operação usar.</p>	<p>P1 - Um único problema e várias caminhos para chegar a uma única resposta. O aluno 5 foi mais direto. Mas, os alunos 4 e 6 mostraram novos meios de resolver e se chegar a mesma resposta.</p>
	<p>P2 - As estratégias também são válidas, na primeira, ele utilizou a decomposição para efetuar a divisão e fez corretamente, na segunda o aluno utilizou o algoritmo da divisão e não colocou o zero no quociente (mais soube qual conta utilizar) e na terceira questão o aluno utilizou a adição para chegar ao resultado correto.</p>
	<p>P3 - Aluno 4- decompôs o número e em seguida dividiu, resposta muito interessante pois utilizou um mecanismo aprendido anteriormente para resolver a questão Aluno 5–utilizou o algoritmo formal já deve estar com o conhecimento consolidado Aluno 6– Utilizou proporcionalidade, respostas comuns para alunos que apresentam rápido raciocínio lógico, adequando ao problema.</p>
	<p>P4 - Aluno 4- Utilizou a decomposição pra resolve a questão, alunos assim tem, na maioria dos casos, uma criatividade enorme para resolver problemas de qualquer natureza, embora seja interessante reforçar a utilização do algoritmo correto. Aluno 5 – Utilizou o algoritmo formal, mas errou ao ignorar a divisão de 2 por 4, que resultaria no zero entre um e seis. Aluno 6 – Utilizou a proporcionalidade, respostas comuns para alunos que apresentam rápido raciocínio lógico, adequando ao problema.</p>
	<p>P5 - Na resolução 4 o aluno compreendeu o quadro valor de lugar a ordem da centena, dezena e unidade fazendo assim correto e o interessante é que eles usou os parênteses e a decomposição. Na resolução 5 o aluno entendeu a estrutura algorítmica da divisão, porém na dezena ele não dividiu, então teria que ter colocado um zero para transformas 2 dezenas em 20 unidades. Na resolução 6 o aluno é bem complexo, ele tem a ideia de proporção, isso deixaria qualquer professor feliz. Todos estão corretos, porém os alunos que compreenderam o algoritmo da divisão não acertou o resultado, o que mostra que o conhecimento empírico usando o raciocínio os alunos compreenderam melhor.</p>

Observamos que os professores P1, P2 e P3 relatam que todos os procedimentos são válidos para se chegar a solução.

Como podemos perceber, P3 e P4 usaram a mesma resposta para explicitar a resolução do Aluno 6.

Gitirana et al (2014, p. 122) defendem que “cabe ao professor aproximar o aluno, pouco a pouco, da representação convencional, sem diminuir a importância da representação

peçoal para o desenvolvimento de cada estudante”. O participante P4 reforça que embora a resolução do Aluno 4 esteja correta, o algoritmo é algo que deve ser desenvolvido.

Os participantes P2, P4 e P5 indicaram o erro na resolução do Aluno 5 e explicaram o motivo do erro, demonstrando assim ter domínio do conteúdo de divisão.

Os dados dos participantes P3, P4 e P5 evidenciaram o fato da decomposição na resolução do Aluno 4 e relataram que foi um procedimento criativo e interessante. Esse tipo de procedimento é comum quando mentalmente se responde a esse tipo de cálculo, pelo fato de dividir cada algoritmo referente ao seu valor posicional (PERNAMBUCO, 2012).

A próxima pergunta da nossa pesquisa será: *Como você explicaria esse algoritmo para o aluno?*¹⁴

Quadro 12 - Análise da Ênfase dada ao procedimento de divisão dos professores.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Todos os professores explicaram levando em consideração as turmas que lecionam atualmente.	P1 - Iniciaria com o manuseio de matérias concretos, como os próprios carrinhos, material dourado, entre outras matérias.
	P2 - 424: $4 =$ Seleciona o primeiro número (4) e dividi por 4 que dará 1 e sobrá zero, pois quatro menos quatro é igual a zero. Abaixo meu próximo número que será 2, dois divide quatro? Não, então, quando não se divide, pra eu poder baixar o meu próximo número, devo colocar um zero no quociente, indicando que agora sim, posso baixar o próximo número, ficando 24. Vinte e quatro dividido por 4 dará 6 e sobrá zero. Resultado 106.
	P3 - Através de problemas simples que envolvesse seu cotidiano
	P4 - Em minhas aulas utilizo várias estratégias, quando o aluno não alcança o objetivo, o que procuro fazer a princípio e dar atenção especial a ele, e ajudar a resolver exercícios, acredito que para o caso da compreensão do algoritmo a o mais adequado seja a prática e repetição, mais deixando bem claro, não é o tipo de habilidade que mais desenvolvo em minhas aulas, foco mais na interpretação que eles dão.
	P5 - Usando o material dourado o aluno irá entender a centena, dezena e unidade, assim ele poderá dividir e não esquecer da dezena que não foi utilizada. O ábaco também tem essa compreensão e o quadro valor de lugar.

O participante P2 considerou apenas o procedimento (onde claramente tem domínio), mas não fez uso do tópico conceitual, ao relacionar o zero “a baixar o próximo número” e não explicitou o seu valor posicional mostrando uma regra desvinculada do desenvolvimento conceitual do tópico.

Já o professor P4 relata que considera a repetição como mais adequada para explicar o conteúdo. O Parâmetro Curricular de Pernambuco (2012, p.77) afirma que “atividades baseadas em situações de vida do estudante levam, progressivamente, à automatização da

¹⁴ O algoritmo referido a essa pergunta é a resolução do aluno 5, que se encontra no Quadro 4.

tabuada sem a necessidade de exercícios de memorização, que apenas criam a ideia de uma Matemática cansativa e desprovida de significados.”

O material dourado foi citado por P1 e P5 como material concreto para a explanação do conceito inicial de divisão.

Segundo as expectativas de aprendizagem de Pernambuco (2013, p.187) “resolver e elaborar problemas com as quatro operações envolvendo seus diferentes significados, em situações contextualizadas e utilizando o cálculo mental.” O participante P3 se referiu ao cotidiano como uma maneira de explicar o conteúdo de divisão.

Para finalizar essa análise sobre conhecimento pedagógico do conteúdo de divisão, pensamos nessa pergunta para analisar a prática desses professores: *Que outras formas poderíamos fazer para ajudá-lo a superar essa dificuldade?*¹⁵

Quadro 13 - Análise do ensino dos professores.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Todos os professores exceto P4 se referem a usar o cotidiano do aluno para chamar sua atenção.	P1- Precisamos montar um planejamento com base nas suas dificuldades, e desenvolver as melhores estratégias que ajudaram a superar tais dificuldades.
	P2 - Propondo outras situações problemas, levando vídeo aulas para a sala (por muitas vezes eles acham mais interessante), entre outros.
	P3 - Trabalhos em grupos, ajuda de um monitor da turma, jogos pedagógicos.
	P4 - Acho que de certa forma foi respondido na questão anterior.
	P5 - Usando exemplos práticos do dia a dia, como dividir um bolo, uma certa quantidade de pirulitos para a sala, tampinhas de garrafas.

Em sua resposta o participante P4, se referiu a questão anterior como a resposta desta pergunta, identificamos que quando se referiu a outra pergunta (*Como você explicaria esse algoritmo para o aluno?*), cuja resposta foi: Em minhas aulas utilizo várias estratégias, quando o aluno não alcança o objetivo, o que procuro fazer a princípio e dar atenção especial a ele, e ajudar a resolver exercícios, acredito que para o caso da compreensão do algoritmo a o mais adequado seja a prática e repetição, mais deixando bem claro, não é o tipo de habilidade que mais desenvolvo em minhas aulas, foco mais na interpretação que eles dão.

Os participantes P2 e P5 direcionaram o foco do ensino para melhorar o conceito do conteúdo e não apenas os procedimentos.

¹⁵ O dificuldade referida a essa pergunta é a resolução do aluno 5, que se encontra no Quadro 4.

A estratégia do participante P1 direciona como ajudar o aluno superando suas dificuldades com planejamentos, novamente relatando uma característica usada pelo PNAIC.

4.3 Conhecimentos do currículo de divisão.

Grossman et al. (2005, p. 11) define o “conhecimento do currículo, com um domínio especial de materiais e programas que servem como ‘ferramentas do comércio’ de ensino;”¹⁶. Nesse sentido as perguntas referentes ao currículo e analisamos com base nos parâmetros curriculares nacional e estadual.

Seguimos então com a pergunta: *A partir de que ano você pode introduzir esses problemas? Por que?*¹⁷

Quadro 14 - Análise do conhecimento do currículo dos professores.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Todos os professores indicaram que esses problemas de divisão devem iniciar nos anos iniciais do Ensino Fundamental.	P1 - Bem, desse tipo no 4º ano. Porém, desde o 1º ano devesse trabalhar com problemas matemáticos, de acordo com o nível de cada ano.
	P2 - A partir do 4º ano do Ensino Fundamental, pois a partir deste ano os alunos já possui uma noção de divisão e também a noção para interpretar tais problemas.
	P3 - 3º ano ciclo de alfabetização
	P4 - 4º ano do fundamental I.
	P5 - O problema 1 e 3 a partir do 2º ano. O problema 2 e 4 a partir do 3º ano por que o aluno precisa do conhecimento básico do quadro valor de lugar.

Embora classifique o ano, os professores P3 e P4, não justificaram a razão dessa escolha, levando-nos a uma diversidade de justificativas inspiradas na resposta por eles apresentadas.

Segundo o caderno do PNAIC, ano 1, unidade 4, referente aos direitos de aprendizagem dos alunos, o aluno inicia no 1º ano do Ensino Fundamental o direito referente

¹⁶ Tradução nossa.

¹⁷ Os problemas citados são os do questionário que se encontram no Quadro 2.

a resolver e elaborar problemas de divisão. O participante P1 enfatizou o fato de iniciar desde os anos iniciais as noções de divisão.

Os participantes P1, P2 e P4 observam o ponto de vista da resolução pelo algoritmo de divisão. Gitirana et al (2014) relatam que esses problemas devem iniciar desde o 1º ano, mas a partir do 4º ano é que se pode observar resoluções apropriadas e diversificadas

Quando P5 se refere ao 2º e 3º ano do Ensino Fundamental dos anos iniciais, é talvez pelo fato que nesses anos as dezenas e as centenas sejam estudadas pelos alunos, o que contribui para o ensino da divisão com números maiores.

Seguimos então com a próxima questão: *Qual dessas estratégias de alunos você considera mais adequada para o ano que você leciona atualmente? Por quê?*¹⁸

Quadro 15 - Análise das estratégias dos alunos fictícios que os professores privilegiam.

ANÁLISE	RESPOSTAS DOS PROFESSORES ANALISADOS.
Cada professor citou corretamente os procedimentos que devem ser utilizados nas turmas onde lecionam, de acordo com o PCN.	P1 - Bem, na série que estou seria a estratégia do aluno 6. Porque, eles iriam fazer a relação de um carro e a quantidade de rodas visualizando e manuseando.
	P2 - Acredito que a estratégia se torna válida quando o aluno compreende o que está fazendo para chegar ao resultado esperado, ou seja, todas as maneiras são adequadas, pois os alunos tentaram resolver de sua maneira, utilizando a ideia do cálculo correto. Porém, introduzir o algoritmo da divisão para o quinto ano é fundamental, para que os mesmos saibam efetuar divisão com números maiores, o que levaria muito tempo de um aluno se ele fosse fazer utilizando a adição, por exemplo, e não se prejudicar nos próximos anos.
	P3 - Método do aluno 3, pois geralmente os alunos fazem cálculos desse tipo em seu cotidiano.
	P4 - Todas são adequadas, a mais comum de se encontrar é a do algoritmo formal, é bem mais difícil ensinar os alunos a exercerem sua criatividade na resolução.
	P5 - No ano que leciono a estratégia mais usada é do algoritmo da divisão, porém os alunos também utilizam o ábaco e material dourado.

A professora P2 mostrou ter domínio do conhecimento do currículo do algoritmo de divisão, pois considera os procedimentos válidos para a aprendizagem desse conteúdo.

Bazet e Silva (2015) relatam que durante sua pesquisa os alunos que tinham dificuldade de responder o problema pelo algoritmo da divisão, foram instigados a resolvê-lo

¹⁸ As estratégias referentes a pergunta são as que se encontram no questionário nos Quadros 3 e 4.

com representações pessoais. O participante P4 considerou difícil ensinar os alunos a exercerem a criatividade em suas respostas.

Talvez por ensinar em uma turma multisseriada, P3 considera a resolução do Aluno 3 como a que utilizaria com sua turma atual, por causa do uso da adição por ser de melhor compreensão.

A estratégia utilizada por P1 faz referência ao fato dos alunos poderem manusear os carrinhos de brinquedo e anotarem gradativamente o que observam. Além de compreenderem a ideia de divisão, os alunos também exercitam a observação com a experiência.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal desta pesquisa foi investigar as características dos conhecimentos para ensinar divisão de professores com as duas formações: o Normal em Nível Médio e a Licenciatura em Matemática. Inicialmente, percebemos que alguns dos participantes não tinham experiência no Ensino Fundamental dos anos finais, e até mesmo a experiência que tinham nos anos iniciais era pouca.

Uma das características observadas nas respostas dos professores participantes foi que um conhecimento não está desassociado do outro conhecimento, pois em vários momentos os professores mostraram características de mais de um conhecimento na mesma resposta.

Um dos objetivos específicos dessa pesquisa foi identificar os conhecimentos pedagógicos, curriculares e do conteúdo de professores sobre divisão. Para isso, explicitamos os conhecimentos identificados a seguir.

Sobre as características do conhecimento do conteúdo de divisão, os professores mostraram não observar a diferença existente entre os problemas do tipo de cota e partição. Entretanto, alguns dos professores identificaram o erro existente nas resoluções dos algoritmos, mostrando assim o domínio do algoritmo do conteúdo de divisão.

Algumas das características do conhecimento do currículo, foram identificadas quando os professores mostraram saber o que é necessário para o ensino do conteúdo de divisão referente aos anos que lecionam. E todas as estratégias exploradas para o ensino da divisão que os participantes relataram, estavam associadas as indicações dos parâmetros curriculares, o questionário foi mais direcionado ao Ensino Fundamental dos Anos Iniciais, sendo assim os professores mostraram ter domínio dos Parâmetros Curriculares do conteúdo de divisão.

Outro objetivo específico desta pesquisa foi verificar sugestões práticas dos professores sobre divisão no Ensino Fundamental. Para isso, tiveram algumas perguntas que simularam a prática dos professores. Com isso analisamos as características do conhecimento didático (ou pedagógico) do conteúdo de divisão. Entre elas, observamos que os procedimentos usados nas perguntas foram variados, os professores consideraram os procedimentos utilizados como correto, mas voltavam a frisar que o algoritmo da divisão era o que mostrava que o conhecimento do aluno estava consolidado.

Todos os participantes da pesquisa mostraram ter a base do conhecimento para o ensino de divisão. Em nenhum momento as perguntas do questionário direcionaram para o conhecimento dos anos finais.

Acredito ainda ser necessário novas pesquisas que realizem um aprofundamento nas características dos conhecimentos dos professores com essas formações de Licenciatura em Matemática e Normal em nível médio, que lecionam nos anos finais. No caso seriam perguntas que possam envolver o ensino do conteúdo de divisão no Ensino Fundamental dos Anos Finais e Ensino Médio e assim analisar se os professores conhecem a relevância do conteúdo de divisão em toda a Educação Básica.

REFERÊNCIAS

BAZET, L. M. B.; SILVA, S. A. F. D. **Narrativas sobre o conceito de divisão em grupos de estudos.** – Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2015.

BRASIL. Senado Federal. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional:** nº 9394/96. Brasília: 1996.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais : Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC / SEF, 1998

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais : Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC / SEF, 1997

_____. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: ludicidade na sala de aula: ano 1, unidade 4.** – Brasília: MEC, SEB, 2012.

BENVENUTTI, L.C. **A operação divisão:** um estudo com alunos da 5º série. Dissertação. Programa de Pós Graduação em Educação – UNIVALI. ITAJAÍ: UNIVALI, 2008.

CALEJÓN, L. M. C.; SANTIAGO, R. A. A formação do professor e o ensino da matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, v.2, n.3, p. 36- 54, jul.-dez. 2013.

CURI, E. **Formação de professores de Matemática: Realidade presente e perspectivas futuras.** 2000. 122 f. Dissertação (Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, São Paulo – SP, 2000.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos.** 2004. 139 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

CURI, E; PIRES, C. M. C. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. **Educ. Mat. Pesqui.** São Paulo, v. 10, n. 1. pp. 151-189, 2008.

FIORENTINI, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. **Revista de Educação**, PUC – Campinas, n. 18, p. 107 – 115, junho, 2005.

GITIRANA, V; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais.** -1. Ed. – São Paulo: PROEM, 2014.

GROSSMAN, P. L.; WILSON S. M.; SHULMAN L. S. Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para la enseñanza. **Revista de currículum y formación del profesorado**, 9, 2 (2005)

HAGE, S. A. M.; iN : Munarim, A et all (orgs). **Educação do campo: políticas públicas, territorialidades e práticas pedagógicas.** Florianópolis: Insular. 2011

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. **Como as crianças representam a operação de divisão: da linguagem oral para outras formas de representação.** Temas em psicologia, Campinas – São Paulo vol. 7, nº 1, p. 23 – 36, outubro, 1999.

LIMA, S. M. A formação do pedagogo para ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba-PR. **Educação matemática: Retrospectivas e Perspectivas. Curitiba: SBEM, 2013.**

MA, L. **Saber e ensinar Matemática elementar.** Lisboa: Gradiva, 2009.

MELLO, B. C. K.; **Análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos em um curso de pedagogia: um estudo de caso.** 2008. 139 f. Dissertação (Mestrado em educação e ensino de ciências e matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Pulo – SP, 2008.

NOGUEIRA, C. M. I.; PAVANELLO, R. M.; OLIVEIRA, L. A. Uma experiência de formação continuada de professores licenciados sobre a matemática dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, Pr, v.3, n.4, p. 138- 160, jan.-jun. 2014.

OLIVEIRA G. M.; OLIVEIRA, A. T. C. C. A matemática na formação inicial de professores dos anos iniciais: Reflexões a partir de uma análise de teses e dissertações defendidas entre 2005 e 2010 no Brasil. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba-PR. **Educação matemática: Retrospectivas e Perspectivas. Curitiba. SBEM, 2013.**

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a educação básica do estado de Pernambuco:** parâmetros curriculares de matemática para o ensino fundamental e médio. Recife: SE, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco:** Parâmetros na sala de aula de Matemática Ensino Fundamental e Médio. Recife: SE, 2013.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de matemática. **Educação e matemática.** Nº 31 terceiro trimestre de 1994.

PONTE, J. P. Professores de matemática: Das concepções aos saberes profissionais (conferência plenária). In *Actas do V Seminário de Investigação em Educação Matemática*, Ponta Delgada, Açores. p. 59-80. Lisboa: APM. 1993.

ROCHA, C. de A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos**. 2011. 191f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife - PE 2011.

SHULMAN, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Research*, n. 15 (2), pp. 4-14.

SHULMAN, L. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. In: **Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado**. V 9,2, 2005 (p.1 -30)

SOARES, G. Formação matemática oferecida no curso de pedagogia: revelando olhares. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba-PR. **Educação matemática: Retrospectivas e Perspectivas**. Curitiba: SBEM, 2013.

VASCONCELOS, C. I. B. S. D. A **(RE)construção do conceito de dividir na formação dos professores: o uso do jogo como recurso metodológico**. 2008. 157 f. Dissertação (Educação) – Universidade Federal de Alagoas, Alagoas – AL, 2008.

VERGNAUD, G. **El niño, las Matemáticas y la realidad** - Problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. Mexico : Trillas, 1991.