



**Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.**  
**Centro Acadêmico do Agreste – CAA.**  
**Núcleo de Formação Docente.**  
**Curso de Licenciatura em Matemática.**



**Modelagem matemática em livros de Equações Diferenciais Ordinárias:  
Um enfoque no programa de formação inicial em matemática licenciatura  
no Núcleo de Formação Docente-UFPE.**

**JACKSON RÓBSON DE LIMA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**CARUARU – 2016**

**Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.**

**Centro Acadêmico do Agreste – CAA.**

**Núcleo de Formação Docente.**

**Curso de Licenciatura em Matemática**

**JACKSON RÓBSON DE LIMA**

**Modelagem matemática em livros de Equações Diferenciais Ordinárias:  
Um enfoque no programa de formação inicial em matemática licenciatura  
no Núcleo de Formação Docente-UFPE.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Núcleo de Formação Docente da Universidade Federal de Pernambuco, Campus do Agreste, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em matemática.

Orientador: Dr. Marcos Luiz Henrique

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

L732m Lima, Jackson Róbson de.  
Modelagem matemática em livros de equações diferenciais ordinárias: um enfoque no programa de formação inicial em matemática licenciatura no Núcleo de Formação Docente-UFPE. / Jackson Róbson de Lima. - 2016.  
64f. ; 30 cm.

Orientador: Marcos Luiz Henrique  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2016.  
Inclui referências bibliográficas

1. Formação de professores. 2. Modelagem. 3. Matemática – Estudo e ensino. 4. Equações diferenciais ordinárias. I. Henrique, Marcos Luiz (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2016-054)



**Universidade Federal de Pernambuco – UFPE.**

**Centro Acadêmico do Agreste – CAA.**

**Núcleo de Formação Docente.**

**Curso de Licenciatura em Matemática.**



**MODELAGEM MATEMÁTICA EM LIVROS DE EQUAÇÕES  
DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS: UM ENFOQUE NO PROGRAMA DE  
FORMAÇÃO INICIAL EM MATEMÁTICA LICENCIATURA NO  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE-UFPE.**

**JACKSON RÓBSON DE LIMA**

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e \_\_\_\_\_ em 11 de janeiro de 2016

**Banca Examinadora:**

---

Prof. Marcos Luiz Henrique (CAA – UFPE) (Orientador/a)

---

Prof. Cristiane de Arimatea Rocha (Examinador Interno)

---

Prof. Gilcenio Rodrigues de Sousa Neto (Examinador Interno)

## **Agradecimentos**

A Deus por suas bênçãos e proteção, por tudo e por ter me dado forças para alcançar esse objetivo.

A um amigo que conheci verdadeiramente durante o curso. Um amigo que tinha me afastado. Lembro de um trecho da música “O amigo (Sérgio Lopes)” que dizia assim: o amigo que eu encontrei, me surpreendeu. Quando todos me deixaram. Ele me acolheu e sarou minhas feridas, das algemas me livrou, e falei do meu dilema Ele me escutou. E falei do meu passado e me perdoou. Isso teve um alto preço que Ele já pagou. Me mostrou as mãos feridas por amor a muitas vidas, e dessas vidas era eu”. Um hino marcante. Um amigo que me resgatou, morreu por amor a mim e a você! Ah, Jesus, o amigo Fiel! Vinde a mim todos que estão cansados e sobrecarregados que eu os aliviarei. Mateus 11:28! Fui tocado pelo poder do amor de Deus! O amor que liberta do pecado. O amor que restaura, que perdoa, sara e cura. Porque Deus amou o mundo de tal maneira que deu seu Filho Unigênito para todo que nEle crê não perece, mas que tenha vida eterna. Porque Deus enviou seu Filho ao mundo não para o condenar, mas para que o mundo fosse salvo por Ele. JOÃO 3:16-17! O amor de Deus, um amor ágape. Um amor muitas vezes não correspondido por nós. É assim, Deus nos ama por Ele e por nós também. Ele é um pai amoroso que espera sempre pelo arrependimento de seus filhos. Deu todo que mais amava para poder ganhar o seu amor! O amor de Deus é assim: Tudo sofre, tudo crê, tudo espera, tudo suporta. 1 Coríntios 13:7; Jesus é a maior demonstração de amor que já aconteceu. Ele é o amor! Louvado seja teu Santo nome! Nosso Senhor Jesus Cristo!

Agradeço a Deus por me colocado pessoas especiais em toda a trajetória, umas por aprendizado, outras por lição. Já outras por fazendo toda a diferença, em especial a professora e gestora Henzizane Coelho. Aos amigos Felipe Lima, Jéssika Moraes, Amanda Rosa, Luciano, Talita Carvalho e Vanilson José. A vocês aqui citados fica meu agradecimento especial por tudo que vocês que ajudaram nessa caminhada, desde a uma simples palavra de incentivo bem como a prontidão de sempre me ajudarem em tudo. Obrigado pela amizade, companheirismo durante essa jornada. Obrigado por tudo, que Senhor os recompense!

Aos meus pais, por ter sempre me apoiar durante toda a trajetória.

Ao professor e orientador Marcos Henrique, pelo acolhimento, incentivos e pela confiança depositada. Obrigado por tudo e por ter contribuído para que este trabalho tivesse sido realizado, que o Senhor lhe abençoe sempre!

A professora Ana Paula Figueirêdo pelas belas palavras de incentivo quando estava em crise no curso e pensava em trancar, se estou aqui foi Deus que colocou a senhora naquele momento, palavra certa na hora certa!

Ao professor Gilcênio, ao qual é o responsável por essa pesquisa surgir, através de suas aulas de Equações Diferenciais, foi a partir destas surgiu o campo desta pesquisa.

A professora Cristiane, que contribuiu bastante no andamento desse trabalho, principalmente na disciplina metodologia da pesquisa.

Aos/as professores/as da licenciatura, que vem contribuindo na minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

Aos colegas de licenciatura pelas reflexões sobre modelagem matemática e ensino de Equações Diferenciais no curso.

Aos colegas de mesma turma, meu obrigado pelo apoio e convívio, apesar dos pesares foi bom conhecer todos vocês, conhecer uma verdadeira INTERSEÇÃO de valores, crenças, sentimentos, enfim juntos somos mais fortes. Enfim, é nas misteriosas equações do amor que toda lógica ou razão é desconhecida (John Nash).

A todos que puder conhecer nessa trajetória em outras turmas, que de alguma forma também contribuíram pelo apoio.

*“Bem aventurado o homem que acha sabedoria, e o homem  
que adquire conhecimento”* Provérbios 3:13

## Resumo

Diante das dificuldades encontradas no ensino das equações diferenciais e a forma em como elas são abordadas em livros didáticos, a modelagem matemática se faz importante ferramenta no ensino aprendizagem desta. Esse trabalho busca verificar se a modelagem matemática abordada nos livros de Equações Diferenciais que serão analisados atendem ao programa de formação docente no curso de matemática licenciatura-NFD-CAA-UFPE. Adotamos uma pesquisa qualitativa-quantitativa de uma análise bibliográfica de 17 livros, sendo que 8 destes constam na ementa do PPC do curso, a pesquisa objetivou identificar quais os livros de ED mais utilizados pelos docentes na disciplina de Equações diferenciais nos últimos quatro semestres letivos; e também verificar quais livros de ED utilizados no curso de matemática licenciatura estão em consonância com o PPC deste curso; e por fim, apontar quais conteúdos abordados nos livros de ED analisados contemplam modelagem matemática. Ressaltamos que os requisitos de Biembengut, Bassanezi, e Alves foram essenciais para a construção dos quadros qualitativos e quantitativos. Fizemos a seção 3.2 contemplando contribuições acadêmicas em modelagem matemática e ensino das equações diferenciais, destacando alguns estudos recentes e relevantes. Em relação ao primeiro objetivo específico verificamos quais as obras mais utilizadas pelos professores do curso, sendo o livro L6 o mais utilizado. Como segundo objetivo específico nos propomos em verificar quais livros de ED utilizados no curso de matemática licenciatura estão em consonância com o PPC deste curso. Constatamos que todas as obras contemplam o proposto pelo PPC pelo curso. Para efeito de comparação de dados com outras obras, a pesquisa analisou 9 livros que não estão no PPC e também verificou que são boas obras em termos de modelagem matemática. E por fim, o último objetivo específico foi de apontar quais conteúdos abordados nos livros de ED contemplam modelagem matemática. Observamos que os conteúdos que mais utilizam modelagem matemática são introdução às equações diferenciais, equações diferenciais de primeira e de segunda ordem. Todas as obras estão de acordo com os padrões exigidos, cabe ao educador o discernimento da escolha de obras que contemplem melhor a modelagem matemática para aprimoramento do ensino e aprendizagem dos seus discentes, e conseqüentemente, melhora na sua formação.

**Palavras-chave:** Formação de professores; Modelagem Matemática; Equações Diferenciais Ordinárias.

## Abstract

Given the difficulties encountered in the teaching of differential equations and the way how they are covered in textbooks, mathematical modeling becomes important tool in teaching learning this. This work aims to verify the mathematical modeling discussed in Differential Equations of books that will be analyzed meet the teacher training program in mathematics course degree-NFD-CAA-UFPE. Adotamos a qualitative-quantitative research a literature review of 17 books, and that 8 of these are contained in the PPC menu of course, the research aimed to identify ED books most used by teachers in differential equations discipline in the last four semesters; and also check which ED books used in the course of mathematics degree are in line with the PPC of this course; and finally, point out which content covered in the ED books analyzed include mathematical modeling. We emphasize that the Biembengut requirements, Bassanezi and Alves were essential for the construction of qualitative pictures and quantitativos. Fizemos section 3.2 contemplating academic contributions in mathematics and teaching of differential equations modeling, highlighting some recent and relevant studies. Regarding the first specific objective track which works most used by teachers of the course, and the book L6 as utilizado. Como second specific goal we propose to check which ED books used in the course of mathematics degree are in line with this PPC course. We note that all the works include the one proposed by PPC for the course. For data comparison with other works, the research analyzed 9 books that are not in PPC and also there are good works in terms of mathematical modeling. Finally, the last specific objective was to point out what content covered in the ED books include mathematical modeling. We note that the content you use most mathematical modeling are introduction to differential equations, differential equations of first and second order. All works are in accordance with the required standards, it is the educator discernment of choosing works that best contemplate mathematical modeling to improve the teaching and learning of their students, and consequently improvement in their training.

Keywords: Teacher training; Mathematical Modeling; Ordinary Differential Equations.

## Sumário

Introdução .....	10
1. Modelagem Matemática .....	15
1.1 Modelagens Matemática Nos Programas De Formação De Professores .....	16
1.2 A Modelagem como Estratégia de Ensino da Matemática.....	16
1.3 Modelagem, Formulação e Resolução de Problemas com Equações Diferenciais .....	18
2. Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura.....	24
2.1 Diretrizes Nacionais para o Curso de Licenciatura em Matemática .....	26
2.2 Equações Diferenciais no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática (PPC) – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste (CAA) .....	29
3. O Ensino Das Equações Diferenciais Ordinárias Em Cursos De Licenciatura Em Matemática...	31
3.1 Equações Diferenciais em livros e sua utilização na licenciatura .....	33
3.2 Contribuições Acadêmicas em Modelagem Matemática e Ensino das Equações Diferenciais .....	34
4. Metodologia .....	38
4.1 Análise das Etapas.....	39
5. Análise De Resultados .....	42
6. Considerações Finais.....	61
7. Referências .....	62

## Introdução

Faz algum tempo que o ensino e aprendizagem em matemática vêm recebidos críticas, devidos duas práticas monótonas, pouco orientadas e por ainda apresentar de forma extenuante, além de não está contextualizada com a época em que se é estudado (FIORENTINI, 1995; D'AMBROSIO, 1999) – em contrapartida temos hoje necessidade frequente de tomar decisões pessoais e gerenciais em qualquer âmbito, o profissional precisa ter dinamismo diante dos problemas, e pela interação desse profissional com os meios de comunicação e tecnologias existentes (LEVY, 1998).

Nesse contexto, o saber matemático se torna um dos fatores importantes na formação dos futuros cidadãos e docentes, e assim torna-se de extrema relevância para a aprendizagem continua da matemática no individuo, seja no dia-a-dia, por meio de sua participação proativa na comunidade em que está inserido, ou seja, o discente utilizar ferramentas matemáticas para exploração de situações contextualizadas. Uma ferramenta matemática relevante na busca de contextualização são as equações diferenciais.

As equações diferenciais são muito relevantes, visto que seu estudo possibilita uma importante ferramenta matemática para aplicações em diferentes áreas, como nas engenharias, física e nas matemáticas aplicadas, etc. É notório salientar que as equações diferenciais ordinárias desde as mais simples correspondem aos modelos físicos mais úteis, por exemplo, o comportamento de sistemas de massas e molas e o comportamento de circuitos elétricos, entre outras. A forma mais encontrada e usual de se trabalhar equações diferenciais tem sido principalmente a leitura de textos e resolução de exercícios.

As equações diferenciais representam o fechamento do ciclo do estudo do cálculo, e partir desse estudo, o discente passa a entender conceitos como taxa de variação, derivação e integração. A ideia é que o entendimento desses conceitos ocorra nas próprias disciplinas, não em ED. Em ED esses conceitos são utilizados, por exemplo, para modelar fenômenos, contudo essa não é a utilidade final (tampouco única) do cálculo a ponto dele “só passar a fazer sentido” na disciplina de ED, como o texto dá a entender. Em suma, o estudo das equações diferenciais compreende duas etapas: o primeiro na base da resolução e na aplicação, e o segundo, na base da modelagem matemática por meio de problemas contextualizados (Alves, 2008). O estudo de ED não compreende somente essas duas etapas,

contudo, a abordagem dos livros a nível de graduação geralmente sim, visto que o estudo mais avançado de ED é vasto e não cabe ao momento introdutório da disciplina.

Pesquisas sobre ensino na área de Educação Matemática ressaltam que o ensino e aprendizagem de cálculo apresentam inúmeras dificuldades para os futuros professores de matemática da Educação Básica. Essas dificuldades se derivam de vários setores, desde o uso de alguma técnica de resolução de alguma equação, produção de significados e quanto aos conceitos. Visto que muitos alunos em muitas situações dominam a técnica de resolução, mas não conseguem aplicar na resolução de problemas contextualizados (Araújo, 2009).

Foram fatores motivadores desse estudo: pelo fato de se deparado com disciplinas de cálculo diferencial e integral, e outras afins que em muitos momentos apareciam descontextualizados e dificultando a compreensão dos conceitos e suas aplicações. Dentre elas, podemos ressaltar as Equações Diferenciais, que em muitas vezes apresentam falta de ligação entre o conteúdo e sua aplicação. Isso pode trazer alguns problemas, tais como desmotivação e falta de interesse pela disciplina, podendo ocasionar o fracasso e a evasão do curso. De maneira geral, muitos dos alunos não manifestam interesse, temem ou até não dão conta de sua utilidade.

O ensino e a aprendizagem dos alunos no ensino das Equações Diferenciais revelam dificuldades, no entanto Ferreira (2010) aponta possibilidades ou alternativas para esse ensino visando contribuições para aprimorar, bem como mostrar a importância da mudança da abordagem metodológica no ensino das equações diferenciais para a formação de professores no curso de matemática licenciatura.

Diante do que já se foi exposto, aparece uma pergunta: o que fazer para promover uma qualidade num ensino e aprendizagem de equações diferenciais? Assim, percebe-se que dentre as pesquisas já realizadas em Educação Matemática, encontramos a Modelagem Matemática. Vejamos algumas contribuições dessa temática no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Darezzo Filho, Arenales e Salvador (2004), o ensino de Equações Diferenciais é abordado a partir da modelagem de problemas reais para depois seja feita, a construção da teoria para a obtenção da solução analítica e numérica dos problemas de valor inicial ou de contorno gerados. E essas técnicas integradas estimulam a criatividade e o aprendizado significativo dos estudantes, gerando bons resultados, tanto na motivação quanto no aproveitamento global dos alunos.

Em dissertação, Alves (2008), concluiu que o processo de Modelagem Matemática por meio de atividades investigativas apresentou um resultado satisfatório na ressignificação do conceito de taxa de variação para o estudante de Cálculo e contribuiu na aprendizagem de Equações Diferenciais. Também em dissertação, Araújo (2009) destacou que a Modelagem Matemática possibilitou aos estudantes a interação com outras áreas do conhecimento, estimulando-os à realização de pesquisas. E em seguida concluiu que essa estratégia de ensino contribuiu com a aprendizagem dos alunos, proporcionando a eles o resgate de alguns conceitos estudados em outras disciplinas de Cálculo e despertando-os para aspectos reflexivos e críticos.

Já em dissertação, Braga (2009), concluiu que o ambiente gerado pela Modelagem Matemática favoreceu o tratamento do erro matemático na medida em que os alunos foram motivados a refletir sobre suas próprias concepções a partir de situações de seus interesses.

E em dissertação, Souza (2011), observou que os resultados obtidos evidenciaram que é possível elaborar e realizar estratégias e situações que possam vir a minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos no estudo das Equações Diferenciais Ordinárias. A sequência de atividades construída, após revisada pela autora e seu orientador, constituiu-se em uma proposta metodológica focada para um curso inicial de Equações Ordinárias. Assim, modelagem matemática torna-se e não é uma ferramenta matemática, que na verdade é um método científico de pesquisa baseado na exploração e adaptação por docentes da área da matemática em situações práticas.

Para Bassanezi (2012, p. 10)

a modelagem é o processo de criação de modelos onde estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a *sua realidade*, carregada de interpretações e subjetividades próprias de cada modelador. [...] Trabalhar com **Modelagem Matemática** [...] não visa simplesmente à ampliação do conhecimento matemático [...], mas, sobretudo, o desenvolvimento da forma de pensar e agir [...] – é a produção do saber aliado à abstração e formalização, interligadas a fenômenos e processos empíricos encarados como **situações-problema**.

A modelagem matemática vem a se tornar uma estratégia de ensino importante para atender demanda atual na formação do licenciando e futuro professor de matemática.

Um dos recursos tecnológicos que ainda interferem nas práticas de ensino é o livro didático. Para Valente (2008), há uma dependência de um curso de matemática aos livros didáticos:

Talvez seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos. Das origens de seu ensino como saber técnico-militar, passando por sua ascendência, a saber, de cultura geral escolar, a trajetória histórica de constituição e desenvolvimento da matemática no Brasil pode ser lida nos livros didáticos. (VALENTE, 2008a, p. 151).

Assim, nosso interesse será investigar a modelagem matemática no livro didático onde essa ferramenta é empregada como estratégia de ensino. Mas, a modelagem e o livro didático são em suma, objetos conflitantes. Pois, a modelagem traz criatividade e tem autonomia, já o livro didático, traz teorias acabadas, exercícios e problemas com respostas estabelecidas. Em contrapartida, o discente tem acesso a todo conteúdo, mesmo que o professor não passe durante o período letivo. O livro didático tornar-se elemento importante no ensino de matemática e contribui em pesquisas em atividades de modelagem.

A modelagem vem sendo utilizada no ensino com diferentes propósitos, o que se reflete em diferentes perspectivas (sócio crítica, epistemológica, educacional, etc.) sob as quais ela tem sido investigada. Essas perspectivas não possuem limites específicos, sendo que podem até, num mesmo exercício de modelagem matemática, conter mais de uma perspectiva, de modo que, todas pressupõem diferentes condutas para o docente e discentes que fazem o exercício. (SILVA e KATO, 2012, p. 47). A arte de modelar constitui peça fundamental no ensino-aprendizagem da matemática e do ensino de tecnologias e afins.

Enfim, focamos identificar alguns recursos tecnológicos que interferem as práticas de ensino-aprendizagem, e um desses recursos é o livro didático. Desde o início do ensino de matemática no Brasil, houve uma enorme dependência do curso de matemática aos livros didáticos. (VALENTE, 2008, p. 151). Assim, juntamos ao nosso interesse para investigar a modelagem matemática de como os livros de equações diferenciais podem ser situados num ambiente no qual a modelagem possa ser empregada como estratégia de ensino.

De fato, o livro didático passa a ser um fator relevante no ensino da matemática e pode contribuir como fonte de pesquisa em atividades de modelagem. Enfim, ainda não há estudos, que afirmam que o ensino-aprendizagem de matemática possa ser conduzido

harmoniosamente com o livro didático e a modelagem matemática, visto que ambos possuem fatores divergentes. (Valente, 2008)

Se faz necessário incrementar e desenvolver investigações que partindo da análise de cada livro sobre como é abordado a modelagem matemática no ensino de equações diferenciais, possibilitando assim, com essa pesquisa proposta, verificar se os livros de Equações Diferenciais utilizados no curso de matemática licenciatura do CAA contemplam a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem dos conteúdos. Esse estudo visa subsidiar o curso de matemática licenciatura do CAA a respeito das discussões do livro didático e a modelagem matemática inseridas no campo de estudo das Equações Diferenciais.

Diante das dificuldades encontradas no ensino das equações diferenciais e a forma em como elas abordadas em livros didáticos, a modelagem matemática se faz importante ferramenta no ensino e na preparação do futuro professor de matemática. Assim, essa pesquisa busca responder o seguinte questionamento: De que forma a modelagem matemática é apresentada nos livros de ED da biblioteca do CAA, em particular, nos livros da ementa de ED do curso matemática licenciatura?

Para atingir os objetivos propostos, essa pesquisa busca verificar se a modelagem matemática utilizada nos livros de Equações Diferenciais que serão analisados atende ao programa de formação docente no curso de matemática licenciatura.

E a partir do objetivo geral, foram traçados objetivos específicos que darão suporte ao êxito dessa pesquisa, são eles: Identificar quais os livros de ED mais utilizados pelos docentes na disciplina de Equações diferenciais nos últimos quatro semestres letivos no CAA; Verificar quais livros de ED utilizados no curso de matemática licenciatura estão em consonância com o PPC deste curso; Apontar quais conteúdos abordados nos livros de ED no curso de licenciatura em Matemática no CAA contemplam modelagem matemática.

## 1. Modelagem Matemática

A modelagem, apesar de ser jovem como ciência é tão antiga como a matemática, ou seja, durante a história percebemos sua utilização nos trabalhos de grandes matemáticos (Pitágoras, Tales de Mileto, René Descartes e Isaac Newton). A história da ciência testemunhou a modelagem matemática como peça necessária para o avanço científico-tecnológico, através de alguns trabalhos, onde destacamos o da escala musical elaborado por Pitágoras (530 a.C.), que se utilizou de simples frações para representar o tempo de duração do som. A modelagem matemática objetiva a aquisição de modelos matemáticos em contextos aplicados. Para Bassanezi(2004, p. 26), o objetivo de todo matemático ao estudar um problema é criar um modelo dentro de uma teoria matemática já produzida e utilizada amplamente, que facilite na obtenção de resultados.

Assim, a modelagem no ensino objetiva focos distintos, são eles, o de se preocupar de buscar modelos matemáticos efetivos. No contexto da educação matemática, o modelo pode ser considerado parte do processo de modelagem, mas necessariamente que não tenha importância para o educador matemático, pois nesse caso, o modelo deverá ligado aos objetivos e intenção do docente para que o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Assim, a modelagem matemática nesse processo carrega conhecimentos propriamente ditos, bem como algumas posições sobre modelagem no ensino são estabelecidas, por isso ainda é cedo demais para uma definição de modelagem, pois não há ainda limites estabelecidos bem definidos.

De maneira geral, a modelagem vem a ser conceituada, genericamente como a aplicação da matemática em outras áreas do conhecimento, que segundo Barbosa (2004, p. 1), é uma limitação teórica. E ainda, a modelagem seria um grande ‘guarda-chuva’, onde caberia quase tudo. Porém não quer dizer que há seja mister a utilização de fronteiras bem claras e estabelecidas sobre o que seria ser modelagem.

Mesmo sem essa definição clara, a modelagem se baseia na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem cotidiana (BASSANEZI, 2004, P. 24). Já para Barbosa (2004, p. 3), a modelagem seria um ambiente de aprendizagem onde os discentes são convidados a problematizar e investigar através da matemática, situações da realidade cotidiana. Porém, na sala de aula

ocorre de forma diferente, da atividade proposta pelos modeladores. E com isso, torna-se necessário uma teorização da Educação Matemática do que veria a ser modelagem.

### **1.1 Modelagens Matemática Nos Programas De Formação De Professores**

A falta de objetividade da maioria dos cursos de licenciatura em matemática provoca inquietações nos formandos que muitas vezes se sentem incapacitados para exercerem o magistério. Os programas têm sido desenvolvidos em diferentes disciplinas de maneira fechada e não tem ligação com a realidade de outras ciências. A modelagem matemática permite procurar um equilíbrio harmonioso entre teoria e prática, fazendo mostrar que a matemática como uma ferramenta de conhecimento (BASSANEZI, 2002).

Assim, quando pensarmos na formação de um aluno, licenciando em matemática, se faz necessário que tal modelagem, atenda uma demanda de competências, para atender o contingente de professores atuantes. E os cursos de licenciatura em matemática, necessitam muito do instrumento livro didático, e esse é ferramenta importante na construção do conhecimento e é mister que esses livros atendam alguns requisitos de modelagem matemática necessários (Valente, 2008). O livro e o curso de licenciatura de matemática precisam está em harmonia, respeitando os seguintes requisitos:

- Enfatização de aplicações matemáticas, através da utilização de técnicas de modelagem como procedimento, de maneira a desenvolver, no discente, capacidades criativas na direção da resolução de problemas;
- Desenvolvimento do espírito crítico no aluno de forma que o mesmo possa entender e interpretar a matemática em todas formas apresentadas;
- Preparação do aluno para utilizar a matemática como instrumento para resolver em diferentes áreas e contextos diferenciados;
- Adoção de um contexto epistemológico alternativo, associado a uma gama maia ampla: começando da realidade, em seguida se voltando a ação cognitiva e por fim, chegando a proposta pedagógica num enfoque cultural, que seria seguindo as diretrizes de um programa de Etnomatemática;

### **1.2 A Modelagem como Estratégia de Ensino da Matemática**

A modelagem deve fazer parte do currículo de matemática, é baseada em cinco argumentos: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para os alunos utilizarem a matemática em diferentes áreas do saber, desenvolvimento de habilidades gerais de desvendar e compreender o papel da matemática no contexto sócio-cultural (BARBOSA, 2004).

Então, traçando uma breve comparação entre os argumentos acima com o processo de ensino atual, nota-se que:

- 1º argumento: traz a modelagem motivando o aluno e o fazendo perceber a aplicação matemática no seu cotidiano. No ensino tradicional, não há quase motivação, e ainda o discente é obrigado a fazer dezenas de listas repetitivas de exercícios, sem contexto e nem aplicação.
- 2º argumento: traz a modelagem como agente facilitador da aprendizagem dos saberes matemáticos, transformando o fazer matemático dos discentes. Já no tradicional, o conteúdo é passado pelo docente, sem interação do conhecimento matemático com o aluno, ou seja, o professor é o centro das atenções e os alunos não interagem na aula.
- 3º argumento: a modelagem traz a matemática num contexto problematizado de uma situação cotidiana. No tradicional, os discentes questionam a utilidade daquele conteúdo matemático no decorrer de suas vidas, e os docentes explicam por meio de exemplos vagos.
- 4º e 5º argumentos: a modelagem faz do aluno, co-autor no processo de construção do saber matemático, porém ele deve estar estimulado a pesquisa. No ensino tradicional, esse aluno não é motivado a pesquisar, porque o professor aqui é detentor de todo conhecimento.

Assim, todos fatores apontam na direção da modelagem como sendo um processo criativo e dinâmico, que deve ser utilizado por todos aspectos da prática educacional. A modelagem tenta superar a crise no ensino de matemática, e vem como resposta do seguinte questionamento: Porque tenho que aprender isso? Em suma, a modelagem constrói o conhecimento de maneira natural, facilitando seu entendimento e as relações com o aluno e o cotidiano em sua volta (MACHADO JUNIOR, 2015).

### 1.3 Modelagem, Formulação e Resolução de Problemas com Equações Diferenciais

A matemática é vivenciada em todas as ciências de maneiras distintas, sendo uma grande ferramenta na construção do pensamento crítico, e tem como desafio proporcionar que os discentes desenvolvam habilidades necessárias para resolução de situações problemas em contextos diversos. E conseqüentemente, a modelagem matemática tenta a busca da formulação de modelos que possibilitem a interpretação desses fenômenos naturais e sociais.

O modelo é praticado mentalmente, e passa por um processo intuitivo que atende à formalização teórica (modelo matemático). Apesar de apresentar uma carga de mistério e ambigüidade, esse modelo proporciona um alargamento da visão sobre o assunto objeto de estudo, e ainda, busca resolver o problema.

Ao se tratar de uma demonstração matemática de um resultado relevante ou um desenvolvimento de um determinado conceito abordado, a intuição deveria ser necessariamente, um processo de ensino-aprendizagem do Cálculo e, a partir daí, buscasse um processo de construção da Análise, para o qual possa atingir uma validação lógico-formal, e também rigorosa, da fase intuitiva e criativa das ideias matemáticas e afins (REIS, 2001).

Em muitos contextos e aspectos, a intuição é um fator facilitador do entendimento sobre determinados conceitos matemáticos, mas, ela não é a única ferramenta na construção desse conhecimento. É necessário trabalhar o discente que o mesmo desenvolva a capacidade de demonstrar e formalizar situações-problema (processo lógico dedutivo).

Questionamentos vêm na cabeça sobre o que se ensina e como se ensina? Enfim, busca ensinar conceitos matemáticos por meio de exemplos, modelos, e técnicas de raciocínio, tentando uma ideia de matemática intuitiva (DAVIS & HERSH, 1995). Porém, o ensino de matemática não é exclusivamente na formalização, mas sim, em um conjunto interagindo entre intuição e formalização.

O verdadeiro saber matemático pode ser construído e reconstruído, fazendo com que as construções mentais possam se solidificar em pilares do pensamento matemático. E por isso, muitos modelos são ajustados para que seus resultados se ajustem numa melhor explicação da realidade.

Em situações cotidianas, a modelagem matemática busca uma formulação e resolução de problemas interligando realidade prática com a matemática. Essa interação envolve uma série de etapas, que segundo Biembengut (2003), são divididas em três etapas:

- **Interação:** começa do reconhecimento e da pesquisa teórica sobre situações problema a serem resolvidas.
- **Matematização:** buscar formular problemas por meio de hipóteses e tenta resolver problemas com base em modelo.
- **Modelo matemático:** inicia da análise e interpretação da solução, validação e avaliação do modelo.

No processo de modelagem, é necessário estar em sintonia com o que está sendo feito, pois esse campo investiga a natureza e os benefícios para que os que a resolução de problemas pode trazer no processo de construção do conhecimento. No caso específico das equações diferenciais, que se apresentam em fenômenos físicos, e em muitos desses casos, são usados noções de taxa de variação na resolução desses problemas. Todos esses aspectos estão alicerçados em 3 (três) pilares da metodologia do ensino da matemática, dentre os quais são, a compreensão conceitual, a operacionalização e a aplicação.

Na maioria das vezes, os discentes são treinados para memorizar informação e para desenvolverem competência na técnica de resolução dos problemas. O processo de algoritmização é constantemente usado em exercícios, em muitos casos bem repetitivos, e serve de uma manipulação algébrica.

Para aprendizagem das Equações Diferenciais, devem seguir alguns passos, como desenvolver habilidades de Cálculo, ou seja, uma capacidade de *algebrização* na resolução das equações, ou seja, é necessário desenvolver e aprender técnicas de derivação, diferenciação e integração. Há processos que tornam a *algoritmização* mais comum, dentre eles podemos destacar, a variação de parâmetros e a mudança de variáveis.

Nas equações diferenciais, esses problemas apresentam caráter quantitativo, e exigem uma análise e uma avaliação qualitativa, por que, sua formulação e posterior solução são também defendidas via integração. Nas equações diferenciais há várias interpretações das

condições iniciais e de contorno da situação problema envolvida. Então, é necessário caracterizar uma lei matemática, fórmula ou modelo, em estudo.

Tudo isso a partir de uma metodologia para posterior, resolução dos problemas das equações diferenciais em alguns passos possíveis, são eles: declarar as variáveis e invariantes; identificar a relação das variáveis; a montagem da equação diferencial; a identificação das condições iniciais e de contorno; determinação do formato da solução; resolução da equação diferencial e por fim, a análise e crítica da solução da interpretação gráfica da solução (LAUDARES & MIRANDA, 2007).

Modelar é um processo de obtenção de um modelo. E modelo matemático seria um conjunto de símbolos e relações matemáticas que possam melhor representar um objeto estudado (BASSANEZI, 2002). No caso das equações diferenciais, podem-se buscar duas práticas metodológicas, baseadas na resolução de problemas e na formulação do problema. A matemática torna-se uma ferramenta fundamental para que o estudante de licenciatura possa entender a criação de modelos em verdades definitivas, pois o modelador é um sujeito inacabado, não há modelos perfeitos, mas há modelos que possam expressar uma realidade mais fidedigna.

Em muitos casos o ensino das equações diferenciais não provoca nenhuma ação transformadora na realidade do estudante. O aluno apenas reproduz situações do livro ou pelo docente, e mesmo que tente, não consegue visualizar uma ligação entre a teoria matemática e sua prática (PIAGET, apud SMOLE, 2005).

Segundo Bassanezi (2004), a Modelagem Matemática de uma situação problema real deve seguir uma sequência de etapas, de maneira simples visualizada e discriminada na figura 01.



3. **Resolução:** O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente – é como num dicionário, a linguagem matemática admite “sinônimos” que traduzem os diferentes graus de sofisticação da linguagem natural;
4. **Validação:** É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. Nesta etapa, os modelos, juntamente com as hipóteses que lhes são atribuídas, devem ser testados em confronto com os dados empíricos, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para validação;
5. **Modificação:** Alguns fatores ligados ao problema original podem provocar a rejeição ou aceitação dos modelos. Quando os modelos são obtidos considerando simplificações e idealizações da realidade, suas soluções geralmente não conduzem às previsões corretas e definitivas, pois o aprofundamento da teoria implica na reformulação dos modelos. Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado, poder-se-ia dizer que um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos, sendo esta reformulação dos modelos uma das partes fundamentais do processo de modelagem.

Cuidado/curiosidade: a experimentação e a abstração em geral não é feita pelos matemáticos, mas sim pelos profissionais da área específica, como físicos, químicos, estatísticos, etc. É no estudo do modelo matemático (e é aqui entra a resolução) que os matemáticos concentram sua contribuição. Na validação e modificação o estudo retorna aos profissionais específicos.

A formulação e resolução de problemas exigem do discente melhora seu desenvolvimento e crie uma melhor capacidade de análise, competência do cálculo. E nesse processo, o professor é de fundamental importância, pois ele é capaz de direcionar os discentes através do questionamento sobre as situações apresentadas, construindo assim uma ação investigativa (LAUDARES & MIRANDA, 2007).

E tudo isso atrelado ao estudo das equações diferenciais, pode ser capaz através da criação de modelos, da resolução das equações, da elaboração e resolução de situações problemas. Pois haverá uma instigação em si trabalhar os conceitos matemáticos, relacionados

à realidade. Mas ainda, muitas vezes os cálculos algébricos são valorizados na algoritmização, e não como uma tarefa apenas repetitiva de treinamento algébrico.

Em muitos cursos de licenciatura em matemática há falta de aplicabilidade matemática nas disciplinas de cálculo e isso provoca certa angústia em seus discentes. E no ensino das equações diferenciais, onde o estudo é puramente algébrico com determinação de sua solução geral, ou via integração, faz com que o discente não consiga visualizar elo entre prática e conteúdo e muitas vezes, o aluno não manifesta o mesmo interesse pelo assunto ministrado (BASSANEZI, 2002).

Através da modelagem dos problemas, o discente pode observar a aplicabilidade de conceitos matemáticos como taxa de variação e vai perceber que estão relacionados com outras ciências, dessa forma o docente poderá vivenciar na prática de modelagem como objeto facilitador dos entendimentos dos discentes. Além do mais, a modelagem faz com que os futuros professores se tornem mais críticos, e capazes de relacionar conceitos matemáticos com as aplicações das diversas ciências, e partir de então, levará o futuro professor a desenvolver competências para produção da nova prática de ensino.

## 2. Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura

A formação inicial dos discentes nos cursos de licenciatura em matemática tem sido tema relevante nos estudos no campo educacional, principalmente em atender a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a LDBEN 9.394/96, para formação docente dos professores da educação básica. Surge a necessidade da adaptação do Ensino Superior (IES) às legislações complementares à LDB, e esse processo afirma ser a transição entre a nova legislação, a formulação de um novo currículo e prática concreta em sala de aula vem sendo como uma questão a ser resolvida dentro das universidades. Pois, as soluções que continuam em cunho pessoal, e não institucional, prejudicando os interesses de todos da universidade (RICCI, 2007, p. 172). Durante os anos de 1930 a 1968, foi muito defendido o modelo 3+1, onde o futuro bacharel tinha três anos de formação específica e no último ano teria as disciplinas pedagógicas. E isso tornar difícil de trabalhar e discutir a relação entre esses conhecimentos e buscar elo entre os mesmos.

Em 1961, com a primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação, a LDB nº 4.024, publicada junto ao Parecer nº 292/62, os cursos de licenciatura, até o modelo vigente, tornaram-se questionados e então, foram necessários vários debates sobre a devida formação de professores. Assim, as disciplinas pedagógicas passaram a ser 1/8 da carga horária da licenciatura vigente. Com o advento da Reforma Universitária, vem a Lei nº 5.549/68, criando os cursos de licenciatura curta para capacitar os futuros docentes trabalharem nas disciplinas específicas de 5ª e 8ª séries, antigo primeiro grau. Mas o artigo 62 da LDB nº 9.394/96 vem modificando a formação necessária para ensinar na educação básica, então, a partir daí para atuar na educação básica era necessário nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação. E a licenciatura passou a ser um curso a parte, não mais uma complementação do curso de bacharelado.

Ganhando identidade própria, vieram uma mudança na carga horária dos conteúdos de formação pedagógica, até o ano de 1996, nos referidos cursos de licenciatura, destinados aos conteúdos de formação pedagógica, era de 240 horas, distribuídas nas disciplinas de Estrutura e Funcionamento, Didática, Psicologia da Educação, e ainda 120 horas de Prática de Ensino. Com a o advento da LDB de 1996, os cursos de licenciatura foram obrigados a destinar no mínimo 300 horas para as atividades de Prática de Ensino.

Com isso, a licenciatura ganhou uma nova legislação, uma nova terminalidade e integridade própria em relação ao curso de Bacharelado, tornando-se um projeto específico. Assim, foi exigida a definição de currículo próprio da Licenciatura que não poderia se confundir com o Bacharelado ou ainda com a antiga formação de docentes (BRASIL, Parecer CNE/CP 09/2001, p. 6). Nessas diretrizes ficaram estabelecidos os critérios de organização curricular dos cursos dever se expressar por eixos que articulassem dimensões e ainda contemplassem a formação, assim seria o eixo que articulasse os conhecimentos ensinados e dos conhecimentos filosóficos, educacionais e pedagógicos que se baseiam a ação educacional. E ainda essa prática deve ser direcionada em todo o curso de formação docente.

É necessário que os educadores invistam na sua formação, pois nenhum docente consiga criar, planejar, gerir, realizar e avaliar situações didáticas eficazes para o processo de ensino aprendizagem e para o desenvolvimento de seus alunos se o mesmo não compreender, com razoável clareza e com necessária adequação a realidade escolar que se encontra, os conteúdos das áreas do saber que serão objeto de sua atuação didática, os contextos que serão inseridos e as temáticas envolvidas (BRASIL, Parecer CNE/CP 09/2001, p. 20). Tudo isso relata a importância do tratamento em conteúdo específicos atrelados à situações didáticas para o trabalho, seu espaço no currículo e suas relações com o mundo atual e áreas afins do conhecimento, e assim, possibilitando os futuros alunos experiências significativas e ensinando-os a relacionar teoria e prática.

Já no curso de matemática, o Parecer CNE/CES 1.302/2001 traz as diretrizes curriculares para os cursos de Matemática, bacharelado e licenciatura e ainda juntamente com os pareceres CNE/CP 09/2002 e CNE 2/2002, trazem consigo orientações para os cursos de licenciatura em Matemática no Brasil. Assim, essas diretrizes trazem consigo, os objetivos da formação do bacharel e licenciado em matemática, entre os quais são:

Servir como orientação para melhorias e transformações na formação do bacharel e do licenciado em matemática; Assegurar que os concluintes dos cursos de bacharelado e licenciatura em matemática tenham sido adequadamente preparados para a carreira na qual a matemática seja utilizada de modo essencial, bem como para um processo contínuo de aprendizagem (BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001, p. 1).

Entretanto as orientações que o licenciando deve obter durante o curso, são:

Visão de seu papel de educador e capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidades para interpretar e interagir suas ações dos educandos; Visão da contribuição que a aprendizagem da matemática pode oferecer à formação aos indivíduos para o exercício de sua cidadania; Visão que o saber matemático pode e deve ser acessível a todos, e ainda ter consciência do papel na superação dos preconceitos, presentes no ensino aprendizagem da matemática (BRASIL. Parecer CNE/CES 1.302/2001, p. 1)

Fica notório até aqui que o bacharelado coube a formação sólida do estudante, preparando-o para o trabalho na sociedade atual, já a licenciatura, coube a formação de cunho acerca do seu papel social, tornando a matemática acessível a todos. Assim, deve haver um equilíbrio nas duas vertentes acima, possibilitando um adequado preparo exercício para sua profissão e para formação docente mais consciente no seu papel enquanto educador. Em se tratando da carga horária relativa a parte pedagógica nesses cursos, a Resolução CNE 2/2002 traz em seu artigo 1º a carga horária de 400 horas de prática como componente curricular. E ainda dispõe sobre o estágio curricular – 400 horas – e atividades acadêmico-científico-culturais – 200 horas – obrigatórias num total de 2.800 horas durante o curso.

Nesse contexto, a modelagem pode servir aos propósitos do Parecer CNE/CP 09/2001 quanto ao Parecer CNE/CES 1.302/2001, trazendo como uma metodologia de ensino que transpõe a realidade teórica e abstrata dos conceitos matemáticos para a prática em contextos reais, facilitando e possibilitando aos docentes e discentes, experiências significativas e reflexões propícias da realidade em que vivem. Esses contextos de reflexão sobre situações da realidade atendem ao que recomenda a resolução CNE/CP 1/2002 segundo a qual o processo de aprendizagem deve se basear no princípio metodológico geral, que inicialmente é traduzido pela ação-reflexão-ação e em seguida aponta para a resolução de situações-problema como estratégia didática (BRASIL. Resolução CNE/CP 1/2002, p. 3).

## **2.1 Diretrizes Nacionais para o Curso de Licenciatura em Matemática**

Os objetivos do Curso aqui proposto assumem as recomendações das Diretrizes Nacionais para a Licenciatura em Matemática (Parecer Nº CNE/CES 1.302/2001) e contemplam as metas do Projeto de Interiorização da Universidade Federal de Pernambuco de julho de 2005. Nesta perspectiva, entende-se que a licenciatura em foco deve atender a necessidade de formação profissional do professor de Matemática, articulando, por um lado,

as atividades de ensino, pesquisa e extensão e, por outro, a universidade com as redes de ensino básico. Desta forma, busca-se contribuir de modo significativo para a elevação da qualidade do ensino de Matemática na Educação Básica, na região agreste de Pernambuco.

Seu objetivo geral seria formar professores de Matemática para atuarem na Educação Básica, preparando-os para o exercício crítico e competente da docência, de modo a atender as especificidades dos alunos a que se destina e contribuir para a melhoria do ensino de Matemática neste nível da escolaridade.

Já os objetivos específicos seriam:

Garantir as condições necessárias para que os licenciandos em Matemática adquiram sólidos conhecimentos matemáticos e dos fundamentos do ensino dos conteúdos específicos desta disciplina, necessários para sua prática profissional; Proporcionar aos licenciando a construção de uma base sólida de conhecimentos em Educação Matemática, na perspectiva de articulação com os conteúdos específicos de Matemática; Propiciar o Ensino de Matemática com o auxílio de recursos tecnológicos; Possibilitar a integração e a aplicação dos conhecimentos adquiridos ao longo do curso em situações reais de ensino, através da vivência dos estágios supervisionados e de outras ações complementares; Favorecer o desenvolvimento das atividades de ensino e de pesquisa em Matemática e Educação Matemática, em consonância com a evolução das pesquisas nestas áreas.

Os cursos de licenciatura em matemática buscam atender um perfil de licenciados, assim esses cursos devem ter uma sólida formação técnico-científica em Matemática que propicie o entendimento do processo histórico da construção deste conhecimento e dos fundamentos do ensino, concernente aos princípios, conceitos e teorias, pautados nos avanços científicos e tecnológicos desta área. Além disto, como professor da Educação Básica, devem estar conscientes da responsabilidade na formação de seus alunos como cidadãos na sua plenitude.

Desta forma, seguindo orientações das Diretrizes Nacionais, o Curso de Matemática-Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da UFPE visa formar profissionais da Educação capazes de:

- Ter uma visão clara do seu papel social de educador com sensibilidade para interpretar as ações dos seus educandos;
- Compreender que a aprendizagem da Matemática pode contribuir para a formação dos indivíduos, para o exercício de sua cidadania e para a inclusão social;
- Entender que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos;
- Ter consciência do papel do professor na superação de obstáculos no ensino da Matemática, traduzidos pela angústia e sentimento de inferioridade, que muitas vezes estão presentes no cotidiano dos alunos.

Porém é necessário, que se desenvolvam habilidades e competências nos discentes (PPC, pág. 20), com vista a construir o perfil acima apresentado, a formação que ora propomos deve propiciar as condições necessárias para o desenvolvimento, pelo licenciando, de competências e habilidades como:

- a) Expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;
- b) Trabalhar em equipe;
- c) Compreender, criticar e utilizar a tecnologia disponível para a resolução de problemas;
- d) Identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema;
- e) Estabelecer relações entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento;
- f) Conhecimento de questões contemporâneas.

No que se refere às competências e habilidades próprias do Educador Matemático, o licenciado em Matemática deverá desenvolver a capacidade de:

- a) Elaborar propostas de ensino-aprendizagem de Matemática para a Educação Básica;
- b) Analisar, selecionar e produzir materiais didáticos;
- c) Analisar criticamente propostas curriculares de Matemática para a Educação Básica;
- d) Desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, buscando trabalhar com mais ênfase nos conceitos do que nas técnicas, fórmulas e algoritmos;
- e) Criar situações didáticas de modo a auxiliar os alunos a transpor a enorme barreira que se verifica hoje no ensino básico em Matemática, em particular.
- f) Perceber a prática docente de Matemática como um processo dinâmico e como um espaço de criação e reflexão, no qual novos conhecimentos são gerados e modificados continuamente;

g) Contribuir para a realização de projetos coletivos na Educação Básica.

Um licenciado deverá às habilidades acima citadas, cabendo a instituição a obrigação de dispô-la em seu currículo, para uma melhor formação do futuro profissional de educação.

## **2.2 Equações Diferenciais no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática (PPC) – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste (CAA)**

O PPC contempla os requisitos citados na seção 2.1, necessários para atender ao curso de matemática licenciatura. Nele constam tanto toda regularização, normas e todo respaldo do curso de matemática licenciatura do CAA, bem como também o anexo do programa da disciplina Equações Diferenciais.

Essa seção visa relatar e abordar o programa propostos pelo PPC da disciplina Equações Diferenciais. Esta disciplina é de caráter obrigatório, cuja carga horária é teórica e de 60 horas. Sendo cursada no 7º período da grade curricular desse curso. E a mesma possui como pré-requisitos, cálculo integral e diferencial 2 e 3.

Sua ementa possui a seguinte descrição: Estudo das Equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem e aplicações. Equações diferenciais lineares de 2ª ordem e aplicações. Sistema de Equações Diferenciais. Transformada de Laplace. Séries de Fourier e aplicações às equações diferenciais parciais.

Enfim, segundo o PPC, para atender a demanda essa disciplina objetiva introduzir as principais técnicas de resoluções de equações diferenciais elementares e suas aplicações nas áreas de ciências exatas e tecnológicas. E conseqüentemente, tem como metodologia baseada na exposição dialogada com utilização de quadro branco, simulações de equações diferenciais em softwares, exposição gráfica das equações e seminários expositivos realizados pelos alunos.

Em seguida, o PPC expõe a lista de conteúdos que devem ser abordados pela disciplina ED, são eles:

Introdução as equações diferenciais; Equações diferenciais de primeira ordem; Equações Lineares; Equações

separáveis; Diferenças entre equações lineares e não lineares; Equações Exatas e Fatores Integrantes; Existência e Unicidade; Aplicações; Equações diferenciais de segunda ordem; Equações homogêneas com coeficiente constantes: Independência Linear e Wronskiano; Raízes complexas das equações característica; Raízes repetidas, redução de ordem; Equações não-homogêneas; Vibrações Elétricas, Mecânicas e Forçada; Equações diferenciais de ordem  $n$ ; Equações homogêneas com coeficientes constantes; Equações não-homogêneas com coeficientes constantes; Transformada de Laplace; Definição do Transforma de Laplace; Soluções de equações diferenciais usando a transformada de Laplace; Funções Degrau e Impulso; Convolução; Sistemas de equações diferenciais; Teoria básica de sistemas de equações diferenciais de primeira ordem; Sistemas lineares homogêneos de primeira ordem com coeficientes constantes; e Noções de Estabilidades das equações diferenciais.

Por fim, a ementa apresenta as bibliografias básica e complementar. A básica conta com 3 obras, conforme a tabela 1:

**Tabela 1: Bibliografia Básica**

Livros
EDWARDS, C. H.; PENNEY, David E. <b>Equações diferenciais elementares com problemas de contorno</b> . 3. ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, c1995.
SIMMONS, George Finlay; KRANTZ, Steven G. <b>Equações diferenciais: teoria, técnica e prática</b> . São Paulo: McGraw-Hill, 2008.
ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. <b>Equações diferenciais</b> . 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.

FONTE: PPC2013 – UFPE(CAA)

E a bibliografia complementar, é contemplada em 4 obras, conforme mostra a tabela 2:

**Tabela 2: Bibliografia Complementar**

Livros
APOSTOL, T. M., <b>Calculus</b> . New York, BlaisdellPublishingCompany.
BRONSON, Richard; COSTA, Gabriel B. <b>Equações diferenciais</b> . 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.
BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C. <b>Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno</b> . 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002
STEWART, James. <b>Cálculo</b> . São Paulo: Cengage Learning, 2010
ZILL, Dennis G. <b>Equações diferenciais com aplicações em modelagem</b> . São Paulo: Thomson, 2003

FONTE: PPC 2013 – UFPE (CAA)

### **3. O Ensino Das Equações Diferenciais Ordinárias Em Cursos De Licenciatura Em Matemática**

Com o decorrer do tempo, foram usadas várias ferramentas na aprendizagem do Cálculo e das Equações Diferenciais, como o uso de calculadores, computadores e softwares matemáticos, sem falar também da internet, todos esses vieram com o intuito de facilitar o desenvolvimento das tarefas repetitivas como as eternas resoluções de cálculos numéricos e construções algébricas complexas.

Em cursos de licenciatura em Matemática, a ênfase maior está na resolução de problemas por meio de métodos algébricos e numéricos. Porém, a modelagem tornou uma grande ajuda nessa aprendizagem. O estudo das Equações Diferenciais é muito simplificado, principalmente nos conteúdos de Cálculo, mas encontra-se uma carga horária bem reduzida e se limita apenas em resolução de exemplos de equações. Esses fatores contribuem na formação do professor de matemática, e oferecem um saber que os norteia a elaborar modelos mais instigantes, além do mais possibilitam investigar outros campos do conhecimento, de forma multidisciplinar.

Nos cursos de Licenciatura em Matemática, o papel do professor na formação do discente, pode permitir ao cidadão uma formação de cunho científico efetivo, principalmente nos aspectos que o possibilitam a interpretação dos fatos, fenômenos e mecanismos naturais, como natureza própria em transformação. É necessário, que esse saber sobre Equações Diferenciais, seja apresentado como pertencente aos conteúdos possíveis de ser ministrados em outras áreas como Ciências no ensino fundamental 2, e disciplinas como Física, Química, Biologia no ensino médio, bem como em cursos superiores.

A aprendizagem das Equações Diferenciais pode ser articulada de tal forma que tenha uma compreensão dinâmica do universo, e ainda pode possuir um caráter mais prático, apresentando uma visão filosófica, contemplada no campo educacional. Mas para esse fim, é necessário que tal objetivo seja escrito no Projeto Pedagógico, ao qual deve possuir as competências e habilidades, facilitando o processo de modelagem.

O ensino de Equações Diferenciais apresenta conceitos, leis e fórmulas desarticuladas, o que distancia os discentes e docentes. Em primeiro momento, esse fato torna um desenvolvimento gradual de abstração na prática e nos exemplos concretos. Essa prática se

baseia em solução de exercícios repetitivos, mas tenta fazer com que o aluno ‘aprenda’ pela automatização ou memorização e não, pela construção do saber decorrente das competências a serem adquiridas.

Outro fator importante é que há uma lista enorme de conteúdos, e esse fato, tem impedindo o aprofundamento necessário e a possibilidade de um diálogo construtivo. Se faz necessário discutir qual seria a matemática a ser ensinada e o que viria possibilitar uma melhor compreensão de mundo e também que permitisse uma formação cidadã melhor. Não há receitas prontas que garantam êxito, mas os educadores em suas licenciaturas, busca corresponder aos desejos e anseios no processo educativo, por meio de uma melhor proposta educativa clara e concisa.

O ensino contextualizado e integrado pode trazer grandes benefícios aos discentes. Enfim, uma modelagem faz com que o estudante possa perceber um momento o que o mesmo aprende, e não necessariamente no seu posterior aprendizado. Partindo dessa realidade, fica bem prático trabalhar os conteúdos na realidade mais próxima possível dos discentes, através de objetos e fenômenos ou por problemas que mexam com sua curiosidade.

E se tratando de Equações Diferenciais, esse saber vem a ser um instrumento que busca uma compreensão melhor do mundo, mas também importante ferramenta na busca de regularidade, na conceituação e quantificação de grandezas, bem como também na investigação dos fenômenos. Além do mais, as ED também expressam as grandezas, através das fórmulas, que podem ser apresentados por meio de gráficos.

Para resolução de uma ED, o aluno deve ser capaz de ler, traduzir uma lei matemática ou função, ou através de um gráfico, devendo escolher uma linguagem mais adequada em cada situação. Nesse processo é importante identificar as grandezas físicas que possam compreender as situações apresentadas, e ainda que sejam capazes de distinguir, grandezas como calor de temperatura, massa de peso, aceleração de velocidade.

É evidente a preocupação com a forma se abordada em aspectos de formulação, resolução e modelagem matemática, sem falar da forma que são apresentados os métodos de resolução das equações. Muitos desses livros abordam problemas e situações nos campos das ciências, sejam em áreas físicas, químicas, biológicas ou ainda econômicas. E nesse ponto, vem com o papel multidisciplinar na vida do professor.

Consequentemente, facilita o entendimento dos discentes em aspectos relevantes das Equações Diferenciais, como o equacionamento de problemas e modelagem dos mesmos. E também contemplam uma abordagem de problemas mais contextualizados nesse campo do conhecimento.

### **3.1 Equações Diferenciais em livros e sua utilização na licenciatura**

Os cursos de licenciatura em matemática têm enfoque nos métodos algébricos e numéricos, porém é apenas uma vertente. Enfim, o curso aqui também focar formar para as disciplinas de matemática básica, cálculos, equações diferenciais, estatística e outros, etc. A disciplina equações diferenciais ordinárias na modelagem de problemas das ciências se torna uma ferramenta de auxílio para o aprendizado do cálculo. Nas licenciaturas em matemática, se tornou uma disciplina optativa.

Seu estudo de equações diferenciais é bem simplificado, com reduzida carga horária e foca na resolução de alguns tipos de equações. Essa redução das equações diferenciais causa indignação, e há necessidade de uma melhor formação do professor de matemática, assim o ensino de equações diferenciais nas licenciaturas em matemática traga uma cultura científica efetiva, que permita ao discente interpretar os fatos, fenômenos, e processos cotidianos, entre outros. De um lado um caráter mais prático, as ED mostram uma dimensão filosófica, se tornando essenciais no processo educativo. Para que os devidos fins sejam alcançados deve ser superada a prática tradicional de aquisição de conteúdo, pela utilização da modelagem.

O ensino das ED tem se apresentado através de conceitos, leis, e formulas desarticuladas, totalmente distantes da realidade dos discentes e dos docentes, e sem qualquer significado. Inicialmente, completa a teoria, para posteriormente completar abstração da parte prática e exemplos reais. Um exemplo disso, é a gama de exercícios repetitivos, para memorização e não pela construção do saber por meio de competências a serem adquiridas (LAUDARES & MIRANDA, 2007). Em matemática esta “gama de exercícios repetitivos”, é melhor visto como o TREINO: um meio necessário para atingir certa competência a ser adquirida. Várias (e muitas, senão, ousadamente falando, a maioria) habilidades matemática necessitam serem treinadas, se fazendo necessária a repetição. Prova disso é a nossa habilidade de fazer cálculos simples de adição, subtração, multiplicação e divisão, repetimos tanto essas contas que adquirimos a habilidade de fazê-las rapidamente. Apesar de ser

necessário o entendimento epistemológico e funcional destas operações, é a repetição que fornece a habilidade de executá-las rapidamente.

É urgente possibilitar uma melhor compreensão matemática, bem como uma melhor formação. Pois não há fórmula ou modelo pronto. É uma questão enfrentada por todos docentes, todas as instituições, todos os cursos de licenciatura em matemática correspondam a demanda desejada e atendam as expectativas. Assim, as ED precisam ter um novo enfoque. Esse enfoque deve promover um saber matemático contextualizado e que traga interligação a vida de cada discente, ou seja, torne uma disciplina que o aluno possa perceber seu significado no momento em que está aprendendo.

Para isso, as ED apresentam uma forma de se relacionar com o mundo em sua volta, não só através da forma representada, descrita ou real, mas pela busca da regularidade, da conceituação e quantificação de grandezas, na busca de investigação de fenômenos, que as mesmas promovem. Enfim, na busca de uma apropriação do conhecimento, as leis e princípios necessitam ser desenvolvidos por meio de elementos práticos e vivenciados.

As ED se expressam por relações entre grandezas por meio de fórmulas, e tem significado apresentado em gráficos. Partindo de um conhecimento conceitual, mais abrangente. E em toda linguagem matemática, requer identificação de grandezas físicas reflitam as situações expostas nos problemas, por exemplo, calor de temperatura, massa de peso, etc; e por isso é necessário que o discente saiba lidar com habilidades de obtenção, sistematização e produção de informações, para que atenda tais demandas.

Segundo pesquisa, a variedade de livros de ED escritos, tem em suas obras desvinculadas do cálculo, e trazem preocupação nos aspectos de formulação, resolução de problemas e iniciação a modelagem, e ainda possuem métodos de resoluções de equações. E ainda, esses livros analisados focam problemas relacionados aos fenômenos das ciências, físicos, químicos, biológicos e econômicos. E cabe, ao docente de matemática a responsabilidade, de contextualizar e interdisciplinar seus discentes no equacionamento e modelagem das questões (ALVES, 2008).

### **3.2 Contribuições Acadêmicas em Modelagem Matemática e Ensino das Equações Diferenciais**

Dentre as produções recentes relacionadas ao ensino de equações diferenciais, destacamos 18 trabalhos. A maioria dos temas abordados está relacionada ao tema dessa monografia, e mostram-se uma preocupação com o ensino das ED no ensino superior, destacam-se na tabela 3, abaixo:

**Tabela 3: Trabalhos recentes relacionadas ao ensino de equações diferenciais e modelagem matemática**

<b>Títulos das obras</b>	<b>Tipo de obra</b>	<b>Autor (es)</b>	<b>Ano</b>
Mapas Conceituais e ferramentas computacionais: uma experiência no ensino de Equações Diferenciais.	Artigo	Darezzo Filho, Arenales e Salvador;	2004
Dificuldades dos alunos na aprendizagem das equações diferenciais ordinárias.	Artigo	Maria Madalena Dullius, Eliane Angelaveit, e Ives Solano Araujo;	2013
Ensino e aprendizagem de equações diferenciais ordinárias: um levantamento preliminar da produção científica.	Artigo	Eliane Alves de Oliveira, Sonia Barbosa Camargo Iglori;	2011
Investigando a iniciação à Modelagem Matemática nas Ciências com Equações Diferenciais.	Artigo	Laudares e Miranda;	2007
Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações.	Artigo	Almeida e Silva;	2015
Formação Continuada e Modelagem Matemática: Percepções de Professores.	Artigo	Bonotto e Biembengut;	2015
Modelagem Matemática na Educação Matemática: Obstáculos Segundo Professores da Educação Básica.	Artigo	Ceolim e Caldeira;	2015
Modelagem Matemática em Cursos de Formação de Professores: Uma Contribuição para a Construção do Conhecimento Pedagógico do Conteúdo.	Artigo	Bisognin e Bisognin;	2015
Questionamentos de Professores em Serviço	Artigo	Souza e Luna;	2015

Sobre o Fazer Modelagem Matemática: O que Respondem os Futuros Professores?			
Modelagem Matemática, Currículo e Formação de Professores: Obstáculos e Apontamentos.	Artigo	Caldeira;	2015
Estágio Docente: Sobre a Formação de Professores em Modelagem Matemática na Educação Matemática.	Artigo	Tambarussi e Klüber;	2015
Uma Vivência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores de Matemática: Algumas Compreensões	Artigo	Rosa, Zampieri e Malheiros;	2015
Professores de Matemática em Ação: Ideias de Modelagem Matemática a Partir do Tangram.	Artigo	Bonotto, Scheller e Biembengut;	2015
Modelagem Matemática e Aprendizagem Significativa: uma proposta para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias.	Dissertação	Borssoi;	2004
Equações diferenciais ordinárias em cursos de licenciatura de matemática – Formulação, Resolução de problemas e Introdução à modelagem matemática.	Dissertação	Alves;	2008
Modelagem Matemática nas aulas de Cálculo: uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de Engenharia.	Dissertação;	Araújo;	2008
Modelagem Matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das Equações Diferenciais Ordinárias.	Dissertação	Braga;	2009
Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de Equações Diferenciais Ordinárias	Dissertação	Souza;	2011

A pesquisa foi caracterizada como qualitativa e os instrumentos de coleta de dados foram os seguintes: a observação participante, os registros escritos contendo o desenvolvimento das atividades, as respostas e os comentários dos alunos às questões propostas na sequência, além de anotações feitas pela pesquisadora durante a aplicação das atividades. A autora observou que os resultados obtidos evidenciaram que é possível elaborar e realizar estratégias e situações que possam vir a minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos no estudo das Equações Diferenciais. A sequência de atividades construída, após revisada pela autora e seu orientador, constituiu-se em uma proposta metodológica focada para um curso inicial de Equações.

#### 4. Metodologia

Neste estudo adotamos uma perspectiva mista, que segundo Johnson (2007, p. 123), uma combinação de elementos de abordagens de pesquisa qualitativa e quantitativa com o propósito de ampliar e aprofundar o saber em questão. Assim, realizamos um estudo do tipo exploratório e descritivo. Para Gil (2008), esse tipo de pesquisa propõe o desenvolvimento de uma visão geral e aproximada de determinado fenômeno. Em geral, essas pesquisas consistem numa etapa inicial de um processo investigativo mais abrangente e envolve, sempre, um levantamento documental. “A pesquisa descritiva, por sua vez, objetiva a descrição de determinado objeto de estudo, seu contexto (GIL, 2008, p. 44) e sua associação com diferentes variáveis”.

Essa pesquisa busca verificar se a modelagem matemática utilizada nos livros de Equações Diferenciais que serão analisados atende ao programa de formação docente no curso de matemática licenciatura, então decidimos constituir os dados para o estudo a partir da pesquisa documental, seguida da elaboração de quadros com dados qualitativos contemplando as seguintes variáveis: Livros de ED mais usados nos últimos quatro semestres no curso matemática licenciatura; Livros de ED que estão em consonância com a ementa de ED do PPC do curso matemática licenciatura; Conteúdos dos livros de ED do CAA que contemplam modelagem matemática; O livro e o curso de matemática licenciatura precisam estar em harmonia, segundo os requisitos do Parecer nº CNE/CES 1.302/2001; Livros que usam a modelagem matemática na busca de uma formulação e resolução de problemas interligando realidade prática com a matemática, segundo Biembengut (2003); Livros que utilizam a modelagem matemática numa situação problema real, segundo Bassanezi (2004); e a Descrição da variedade dos livros de ED analisados, quanto aos aspectos, segundo Alves (2008);

Ressaltamos que os estudos de Biembengut (2003), Bassanezi (2004), e Alves (2008) são referências para a pesquisa em questão. Respectivamente, os autores contribuíram para a produção científica sobre modelagem matemática em questão.

Acreditamos que os caminhos teóricos – metodológicos percorridos contribuíram para contemplar os objetivos propostos para essa pesquisa. Na seção seguinte apresentamos uma breve análise das etapas necessárias para realização da análise desse trabalho.

#### 4.1 Análise das Etapas

Para contemplarmos o objetivo geral desta pesquisa, o Corpus foi constituído a partir de três objetivos específicos: Identificar quais os livros de ED mais utilizados pelos docentes na disciplina de Equações diferenciais nos últimos quatro semestres letivos no CAA; Verificar quais livros de ED utilizados no curso de matemática licenciatura estão em consonância com o PPC deste curso; Apontar quais conteúdos abordados nos livros de ED no curso de licenciatura em Matemática no CAA contemplam modelagem matemática. Almejando atender ao primeiro objetivo, inicialmente, consultamos as ementas de ED utilizadas nos últimos quatro semestres. Em seguida realizamos uma leitura das ementas e verificamos quais são os livros mais utilizados.

Concernente ao segundo objetivo, sistematizamos os principais caminhos teóricos – metodológicos através de quadros com dados qualitativos e quantitativos, seguido de comentários. Para referida sistematização, buscamos um levantamento de requisitos já apresentados no início dessa metodologia.

Com relação ao terceiro objetivo, buscamos nos nortear para contemplá-lo através de quadro descritivo sobre quais conteúdos dos livros de ED analisados, abordam modelagem matemática. Assim, faz um apanhado de como os livros de ED contemplam a modelagem matemática.

Os dados serão coletados dos livros de equações diferenciais da biblioteca da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Centro Acadêmico do Agreste (CAA), conforme na tabela abaixo, sendo que foram inventariados um total de 17 livros, destes 8 são contemplados no PPC da instituição, e 9 não são contemplados no PPC da instituição.

**Tabela 03: Livros utilizados na pesquisa**

Livros utilizados na pesquisa.	Item	
	Código do livro	Contemplado no PPC
EDWARDS, C. H.; PENNEY, David E. <b>Equações diferenciais elementares com problemas de contorno</b> . 3. ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, c1995.	L1	Sim
SIMMONS, George Finlay; KRANTZ, Steven G. <b>Equações</b>	L2	Sim

<b>diferenciais: teoria, técnica e prática.</b> São Paulo: McGraw-Hill, 2008.		
ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. <b>Equações diferenciais.</b> 3. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2001.	L3	Sim
APOSTOL, T. M., <b>Calculus.</b> New York, BlaisdellPublishingCompany.	L4	Sim
BRONSON, Richard; COSTA, Gabriel B. <b>Equações diferenciais.</b> 3.ed. Porto Alegre: Bookman, 2008.	L5	Sim
BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C. <b>Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno.</b> 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2002	L6	Sim
STEWART, James. <b>Cálculo.</b> São Paulo: Cengage Learning, 2010	L7	Sim
ZILL, Dennis G. <b>Equações diferenciais com aplicações em modelagem.</b> São Paulo: Thomson, 2003	L8	Biblioteca CAA
<b>Total</b>		8 livros
<b>Outros livros</b>	-	
GUIDORIZZI, HAMILTON LUIZ. <b>Um curso de cálculo.</b> 5. Ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2001.	L9	-
MATOS, MARIVALDO P., <b>Series e Equações Diferenciais.</b> 2001.	L10	Não
THOMAS, GEORGE B., ADDISON-WESLEY. <b>Cálculo.</b> Ed Rio de Janeiro: 2002. 592 p.	L11	Não
DIACU, FLORIN. <b>Introdução a Equações Diferenciais.</b> Ltc, 2004.	L12	Não
SIMMONS, GEORGE F.; MC GRAW HILL, <b>Equações Diferenciais,</b> 2007.	L13	Não
GABRIEL COSTA, RICHARD BRONSON COSTA, GABRIEL; BRONSON, RICHARD, <b>Equações Diferenciais - 3ª Ed.,</b> 2008	L14	Não
BRANNAN JAMES R.; BOYCE, WILLIAM E, Equações Diferenciais – 1ª Ed. 2009. Ltc.	L15	Não
BARREIRA, LUIS. <b>Equações Diferenciais Ordinárias - Teoria Qualitativa.</b> 2012, Lf	L16	Não
NAGLE, R. KENTSAFF, EDWARD B.SNIDER, ARTHUR DAVID, <b>Equações Diferenciais - 8ª Ed.</b> 2012.	L17	Não
<b>Total dos outros livros</b>		<b>9 livros</b>
<b>Total de livros da pesquisa</b>		<b>17 livros</b>

Fonte: Biblioteca UFPE(CAA) - 2015

Em termos de análise de dados, a pesquisa se apoia nas contribuições de Gatti (2004) quando reconhecemos que ao criar uma tradução numérica ou categorial de fatos, eventos, fenômenos, é importante que esta pesquisa tenha algum grau de validade racional e teórica no confronto com realidade dinâmica dos fenômenos estudados. Então, também buscou-se articular a análise dos dados com o aporte teórico proposto.

Os livros mais utilizados foram observados pelas seções de modelagem matemática que os mesmos possuíam. Não foram analisados o livro em sua totalidade, mas apenas as seções de modelagem matemática que esses livros possuíam. Foram analisadas 3 questões de cada livro, totalizando 51 questões, seguindo os requisitos do Parecer CNE/CES nº 1.302/2001, classificando com atente totalmente ou em parte, nesse requisito será exposto a resolução de uma questão modelo em parte para melhor explanação na análise de resultados. Não teve nenhum critério de escolha específico das questões analisadas, pois os livros apresentavam pequenas seções sobre modelagem matemática, e ainda a maioria delas abordavam equações diferenciais de primeira ordem, equações diferenciais de segunda ordem, e introdução a equações diferenciais, então utilizamos três questões, sendo um de cada item citado. Como também, os requisitos de Biembengut (2003) e Bassanezi (2004).

E com base, nos últimos quatro semestres ou ainda pelos últimos quatro docentes que passaram na disciplina ED, verificou-se que o livro mais utilizado é o de Equações Diferenciais Elementares e Problemas de valores de contorno, Boyce e Dprima (2002).

## 5. Análise De Resultados

Neste capítulo, buscamos sistematizar as informações em quadros e gráficos, almejando possibilitar melhor visualização do corpus da pesquisa, a partir da análise dos livros de equações diferenciais listados na tabela 3.

Para realização desta análise, os dados foram organizados e sistematizados ancorados nas contribuições nos autores Biembengut (2003), Bassanezi (2004) e Alves (2008).

A construção dos quadros e gráficos partiu da sistematização e da leitura de pontos essenciais para o estudo aqui desenvolvido, citados nos capítulos 1, 2 e 3.

- I. Livros de ED mais usados nos últimos quatro semestres no curso matemática licenciatura;
- II. Livros de ED que estão em consonância com a ementa de ED do PPC do curso matemática licenciatura.
- III. Conteúdos dos livros de ED do CAA que contemplam modelagem matemática;
- IV. O livro e o curso de matemática licenciatura precisam estar em harmonia, segundo os requisitos do o Parecer N° CNE/CES 1.302/2001;
- V. Livros que usam a modelagem matemática na busca de uma formulação e resolução de problemas interligando realidade prática com a matemática, segundo Biembengut (2003);
- VI. Livros que utilizam a modelagem matemática numa situação problema real, segundo Bassanezi (2004);
- VII. Descrição da variedade dos livros de ED analisados, quanto aos aspectos, segundo Alves (2008);

Trataremos aqui como os livros utilizam a modelagem matemática, que fique claro que utilizam, pois todos estão em consonância com o Parecer CNE/CES 1.302/2001.

Para efeito de análise apresentada, foi requisitado a ementa utilizada na disciplina ED nos últimos quatro semestres na licenciatura em matemática do CAA. Neste período de tempo, a disciplina passou por três professores, onde todos seguiram as referências propostas pelo PPC do curso. Sendo que um professor desses passou dois semestres, utilizando a mesma referência.

### Análise do ponto I

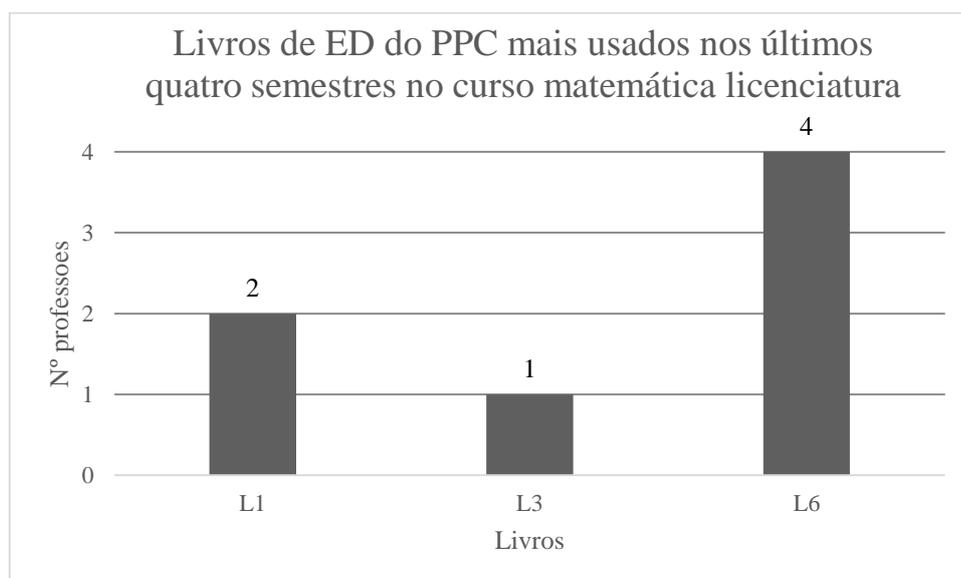
Para construção do quadro 1, foram perguntados aos professores dos quatro últimos semestres sobre quais obras mais utilizadas no ensino das ED. No quadro 1 abaixo, podemos verificar quais livros mais utilizados. Nesses quatro semestres houveram três professores, pois professor do 1 e 4 semestres são os mesmos.

**QUADRO 1** – Livros de ED do PPC mais usados nos últimos quatro semestres pelos três professores na matemática licenciatura.

Códigos dos Livros	Semestre 1	Semestre 2	Semestre 3	Semestre 4
L1		X	X	
L2				
L3			X	
L4				
L5				
L6	X	X	X	X
L7				
L8				
<b>Total</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>1</b>

Com base no quadro acima, observamos que os livros mais utilizados foram respectivamente L6, L1 e L3. Sendo L6 usados nos quatro semestres.

**Gráfico 1:** Livros de ED mais usados nos últimos quatro semestres na licenciatura em matemática do CAA



**Gráfico 1** - Livros de ED do PPC mais usados nos últimos quatro semestres no curso matemática licenciatura



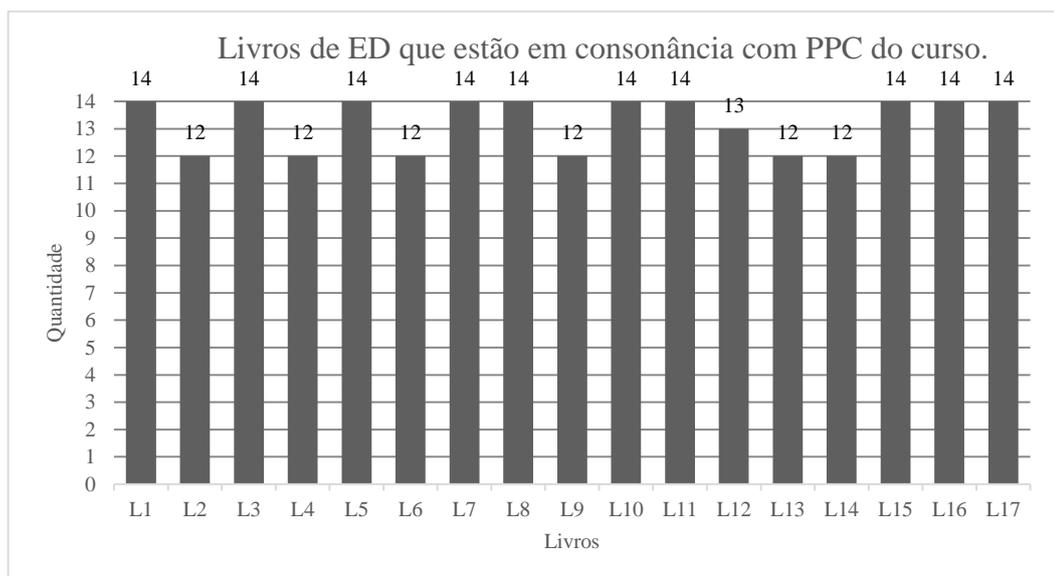
<b>R3</b>	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>R4</b>	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>R5</b>	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>R6</b>	Sim	Em parte	Sim	Em parte	Sim	Em parte	Sim	Sim	Em parte	Sim	Sim	Em parte	Em parte	Em parte	Sim	Sim	Sim
<b>R7</b>	Sim	Em parte	Sim	Em parte	Sim	Em parte	Sim	Sim	Em parte	Sim	Sim	Sim	Em parte	Em parte	Sim	Sim	Sim

Para melhor exposição dos resultados do quadro 2, traremos dois gráficos. O primeiro deles (gráfico 2) relata quais livros mais seguem o proposto pelo PPC do curso. Para efeito de análise quantitativa, definimos a seguinte variável discreta: aos livros que atendem 2 pontos, 1 ponto aos que atendem em parte, e nenhum ponto aos que não atendem. Conforme mostra o quadro 2.1, abaixo.

**Quadro 2.1** – Quantificação do quadro 2

Livros	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
<b>Total de pontos</b>	14	12	14	12	14	12	14	14	12	14	14	13	12	12	14	14	14

Notamos que grande parte das obras variaram entre 12 a 14 pontos. Isso significa que todas as obras atendem a ementa proposta. Vejamos o gráfico 2, a seguir:



**Gráfico 2** - Livros de ED que estão em consonância com PPC do curso.

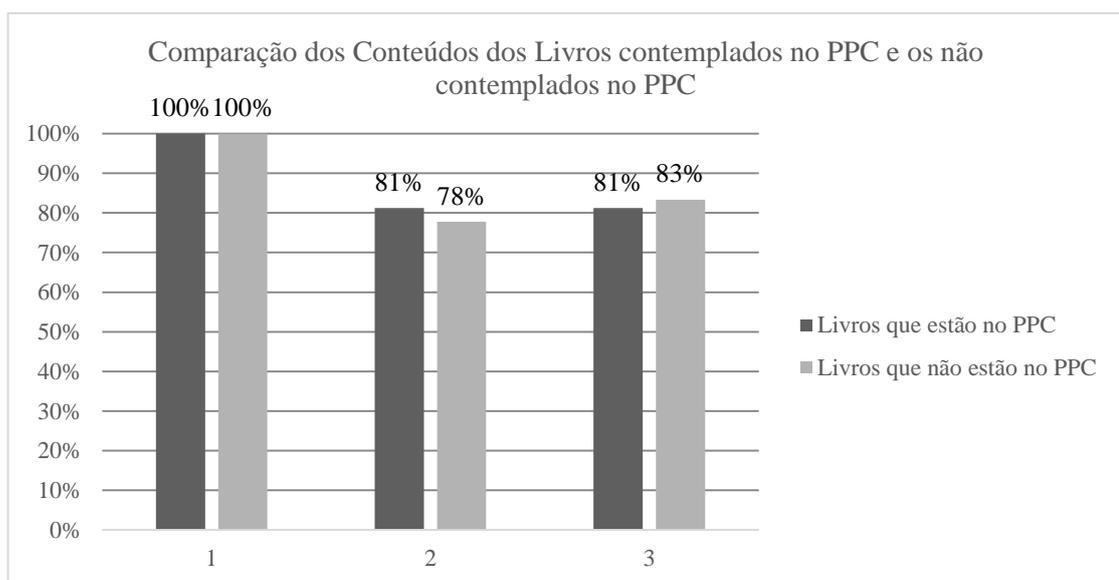
Com base no gráfico acima, verificamos que todas as obras analisadas estão em consonância com a ementa da disciplina, porém em níveis diferentes. Das obras abordadas no PPC, as mais que abordam são a L1, L3, L5, L6 e L8 com 100%. Assim, essas obras contemplam tudo proposto pelo PPC pelo curso. Já L2, L4 e L7 contemplam 86%. Para efeito de comparação de dados com outras obras, a pesquisa analisou 9 livros que não estão no PPC, foi observado que L10, L11, L16 e L17 também atingiram 100%, e também são boas obras em termos de modelagem matemática, já L12 e L15 atingiram 93% do que está proposto no PPC. E já as obras L9, L13 e L14 apresentaram 86%.

Então, nessa análise para efeito de comparação dos mesmos, dividiremos em dois grupos: livros que estão no PPC (8 livros), e livros que não estão (9 livros);

Nesse quadro, resumimos em três pontos essências, são eles:

1. Conteúdo básico da ementa do PPC (contemplados em 5 requisitos do quadro 2);
2. Livros que utilizam conteúdos mais abrangentes da ementa do PPC (6º requisito do quadro 2);
3. Livros que utilizam as principais técnicas de resoluções de equações diferenciais elementares suas aplicações nas áreas de ciências exatas e tecnológicas (7º requisito do quadro 2);

Vejamos o gráfico, abaixo:



**Gráfico 3 - Comparação dos Conteúdos dos Livros contemplados no PPC e os não contemplados no PPC**

Com base no gráfico 3, verificamos que em relação ao item 1, tanto as obras que estão na ementa do PPC, bem como as que não estão abordam 100% dos conteúdos básicos.

Em relação ao item 2, percebemos que os livros que estão na ementa abrangem quando comparados aos que não estão no PPC, 81% contra 65% respectivamente. E por fim, em relação ao item 3, verificamos que 81% das obras que estão na ementa utilizam as principais técnicas de resoluções de equações diferenciais elementares suas aplicações nas áreas de ciências exatas e tecnológicas, contra 75% das obras que não estão no PPC. Ficando evidente que as obras que estão na ementa satisfazem o proposto no PPC.

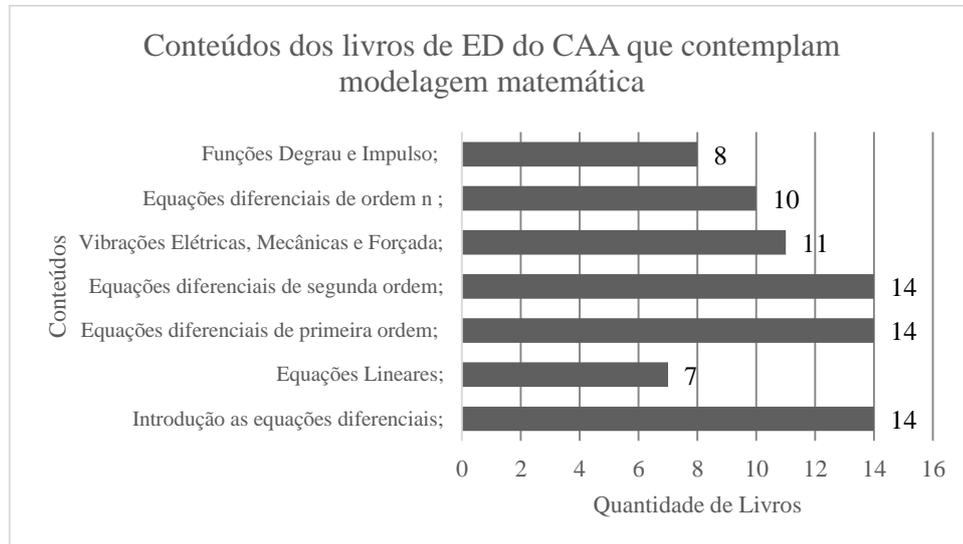
### Análise do item III

Na análise do item III, descrevemos quais assuntos dos livros contemplam modelagem matemática em suas obras. E nesse quadro quantificaremos da seguinte forma: aos conteúdos que utilizam modelagem inseriremos o número 1, e os conteúdos que não utilizam, o número 0.

**Quadro 3** – Conteúdos dos livros de ED utilizados no CAA que contemplam modelagem matemática;

Conteúdos contemplados no PPC	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
Introdução as equações diferenciais;	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
Equações Lineares;	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
Equações diferenciais de primeira ordem;	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
Equações diferenciais de segunda ordem;	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Vibrações Elétricas, Mecânicas e Forçada;	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
Equações diferenciais de ordem n;	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
Funções Degrau e Impulso;	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0

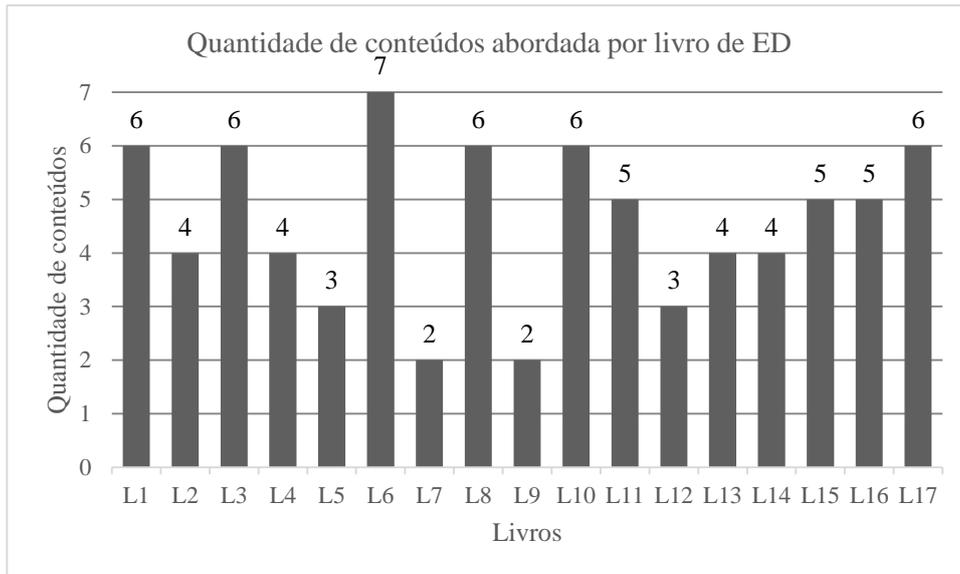
A partir da tabela acima traremos dois gráficos, um abordando Conteúdos dos livros de ED do CAA que contemplam modelagem matemática, e o outro mostrando a quantidade de conteúdos contemplam modelagem matemática por livro. Vejamos o gráfico 4, a seguir:



**Gráfico 4 - Conteúdos dos livros de ED do CAA que contemplam modelagem matemática**

Nesse gráfico, verificamos que 14 livros abordam modelagem matemática no conteúdo introdução as equações diferenciais, sendo 7 destes da ementa. Em seguida, outros 14 livros abordam modelagem nas equações diferenciais de primeira ordem, sendo 6 destes da ementa. E outros 14 livros, trazem modelagem nas equações diferenciais de segunda ordem, sendo 5 destes da ementa. Em seguida, 11 livros abordam modelagem matemática em vibrações elétricas mecânicas, destes 4 são da ementa. Também verificamos 10 obras que utilizaram modelagem nas equações diferenciais de ordem n, destas 6 estão na ementa. Em relação a modelagem nas funções degrau e impulso, observamos que 8 obras utilizam, destas 4 estão ementa. E 7 obras utilizam modelagem equações lineares, destas 5 estão na ementa. Observamos que os conteúdos mais utilizam modelagem matemática nos livros de ED são introdução as equações diferenciais, equações diferenciais de primeira e de segunda ordem.

Agora partimos para a análise do gráfico 5, onde veremos a quantidade de assuntos que abordam modelagem matemática por livro analisado. Vejamos o gráfico, abaixo:



**Gráfico 5 - Quantidade de conteúdos abordada por livro de ED**

Com base no gráfico acima, verificamos que as obras que apresentam uma maior quantidade de conteúdos que utilizam modelagem matemática são, L6 com 7 conteúdos contemplados, em seguida L1, L3, L8, L10 e L17 com 6 conteúdos contemplados. Já L11, L15 e L16 possuem 5 conteúdos contemplados. Com 4 conteúdos contemplados, aparecem as obras L2, L4, L13 e L14. Com 3 conteúdos contemplados verificamos as obras L5 e L12. E por fim, a obra L9 com apenas 2.

#### **Análise do item IV**

Para efeito de análise do item IV, os requisitos do Parecer N° CNE/CES 1.302/2001, serão enumerados, da seguinte maneira:

R1 – Ênfase de aplicações matemáticas;

R2 – Desenvolvimentos do espírito crítico;

R3 – Preparação do aluno para utilizar a matemática de forma crítica;

R4 – Adoção de um contexto epistemológico alternativo;

A adoção de um contexto epistemológico alternativo, associado a uma gama mais ampla: começando da realidade, em seguida se voltando a ação cognitiva e por fim, chegando a proposta pedagógica num enfoque cultural, que seria seguindo as diretrizes de um programa de Etnomatemática;

**Quadro 4** – O livro e o curso de matemática licenciatura precisam estar em harmonia, segundo os requisitos do Parecer N° CNE/CES 1.302/2001

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
<b>R1</b>	Atende	Atende	Atende	Não atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Não atende	Atende	Atende	Atende	Não atende	Não atende	Atende	Atende	Atende
<b>R2</b>	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Não atende	Não atende	Atende	Atende	Atende
<b>R3</b>	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Não atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Não atende	Atende	Atende	Atende
<b>R4</b>	Atende	Não atende	Atende	Não atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Atende	Não atende	Não atende	Atende	Atende	Atende

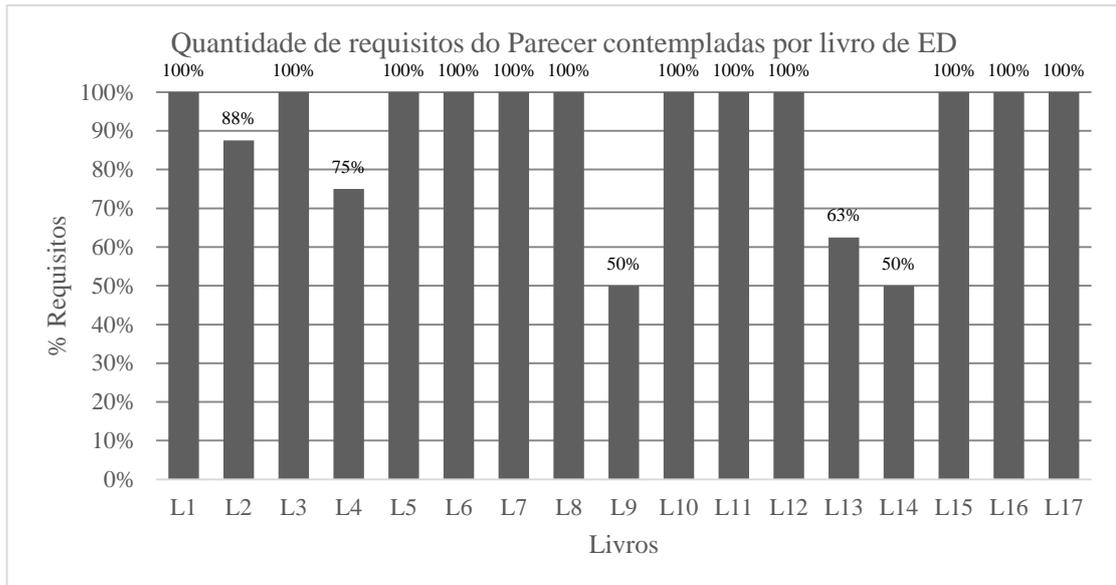
E assim, para efeito de análise quantitativa, atribuímos pontos para os requisitos contemplados: 2 pontos para item requisitados que atende; e nenhum ponto para cada requisito que não atende.

Conforme mostramos no quadro 4.1, a seguir:

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
<b>Total</b>	8	6	8	4	8	8	8	8	4	8	8	8	2	0	8	8	8

Diante do quadro acima, verificamos as obras que estão no PPC variam de 6 a 8 do total de 8 pontos possíveis. Já as obras que não estão na ementa variam entre 0 a 8 pontos. Praticamente os livros analisados estão de acordo com o Parecer N° CNE/CES 1.302/2001.

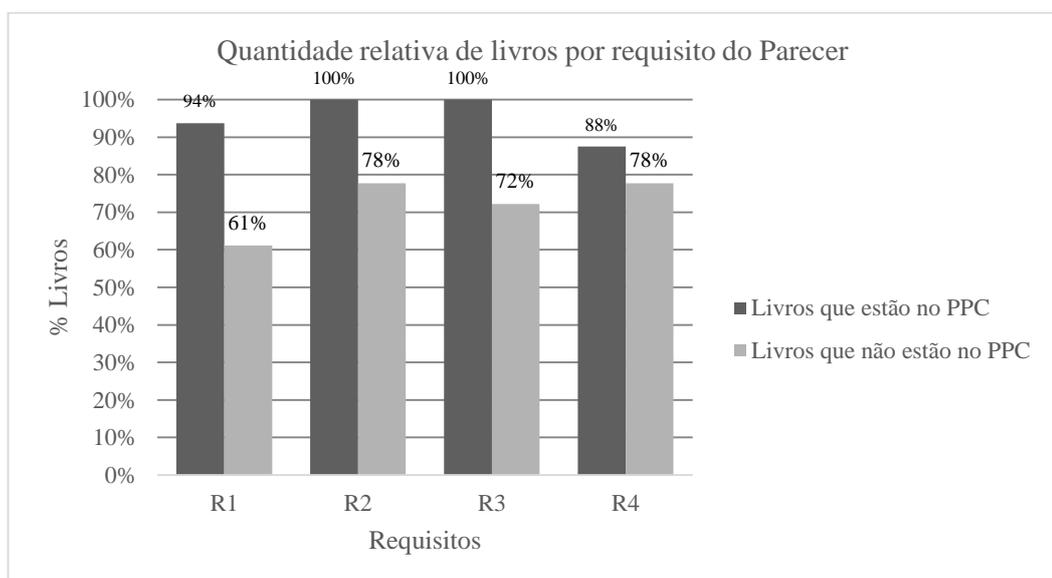
A partir do quadro de pontos na tabela anterior obtemos dois gráficos, primeiro deles descreve a quantidade relativa de requisitos contemplados por livro, e outro descreve a quantidade relativa de livros abordado PPC por requisito, comparando as obras que estão na ementa em relação as que não estão dividindo em dois grupos. Vejamos o gráfico 6, a seguir:



**Gráfico 6 - Quantidade de requisitos do Parecer contempladas por livro de ED**

A partir do exposto acima, observamos que as que contemplam 100% dos requisitos do parecer são L1, L3, L5, L6, L7, L8, L10, L11, L12, L15, L16 e L17. Em seguida, verificamos a obra L2 com 88%, L4 com 75%, L13 com 63%, e L9 e L14 com 50%. Praticamente todas as obras seguem os requisitos do parecer.

Verificaremos abaixo no gráfico 7, uma comparação dos livros da ementa e os que não estão na ementa por requisito em termos relativos.



**Gráfico 7 - Quantidade relativa de livros por requisito do Parecer**

Verificamos com base no gráfico acima, que os livros da ementa superam em todos requisitos as outras obras. Em termos de R1, as obras da ementa atendem 94% deste requisito, já as outras obras, 61%. Em relação ao R2, as obras da ementa atendem 100% deste requisito, já outras obras, 78%. Em seguida temos R3, onde as obras da ementa atendem 100% deste requisito, contra 72% das outras obras. E por fim, o R4 onde as obras da ementa atendem 88% deste requisito, já outras obras, 78%. Observamos ainda, que os requisitos mais atendidos foram o R2 e o R3.

### Análise do item V

Para análise do item V, verificaremos se a modelagem matemática dos livros analisados contemplam os requisitos de Biembengut. E assim, descreveremos se a obra utiliza modelagem, se utiliza pouco a modelagem, e se não a utiliza. Observamos o quadro 5, em seguida. Foram analisadas 51 questões, sendo uma de Equação Diferencial de Primeira Ordem, Equação Diferencial de Segunda Ordem e Introdução a Equações Diferenciais. O critério de escolha foi pelos assuntos mais abordados nas seções que apresentavam modelagem matemática.

**Quadro 5** – Livros que usam a modelagem matemática na busca de uma formulação e resolução de problemas interligando realidade prática com a matemática, segundo Biembengut (2003);

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
<b>Interação</b>	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Não utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza
<b>Matematização</b>	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Não utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza
<b>Modelo Matemático</b>	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Não utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza

Para efeito de uma melhor análise do quadro 5, quantificamos um quadro 5.1, atribuindo pontos para os três requisitos, segundo Biembengut (2003), são eles: 2 pontos para

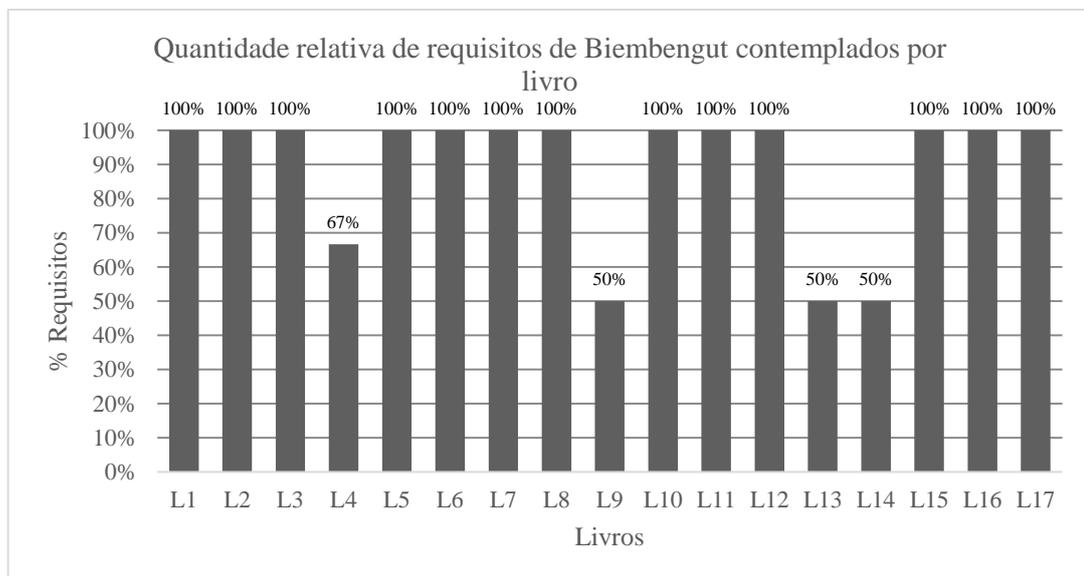
cada item que utiliza tal requisito, 1 ponto para cada item que utiliza pouco tal requisito, e nenhum ponto para cada item que não utiliza tal requisito.

**Quadro 5.1** – Quantificação do quadro 5.

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
Total	6	6	6	4	6	6	6	6	3	6	6	6	3	3	6	6	6

Com base no quadro 5.1, verificamos as obras que estão no PPC variam de 4 a 6 do total de 6 pontos possíveis. Já as obras que não estão na ementa variam entre 3 a 6 pontos. Praticamente os livros analisados contemplam os requisitos de Biembengut.

A partir do quadro de pontos na tabela anterior obtemos dois gráficos, primeiro deles descreve a quantidade relativa de requisitos de Biembengut contemplados por livro, e outro descreve a quantidade relativa de livros abordado por requisito de Biembengut, comparando as obras que estão na ementa em relação as que não estão dividindo em dois grupos. Vejamos o gráfico 8, a seguir:

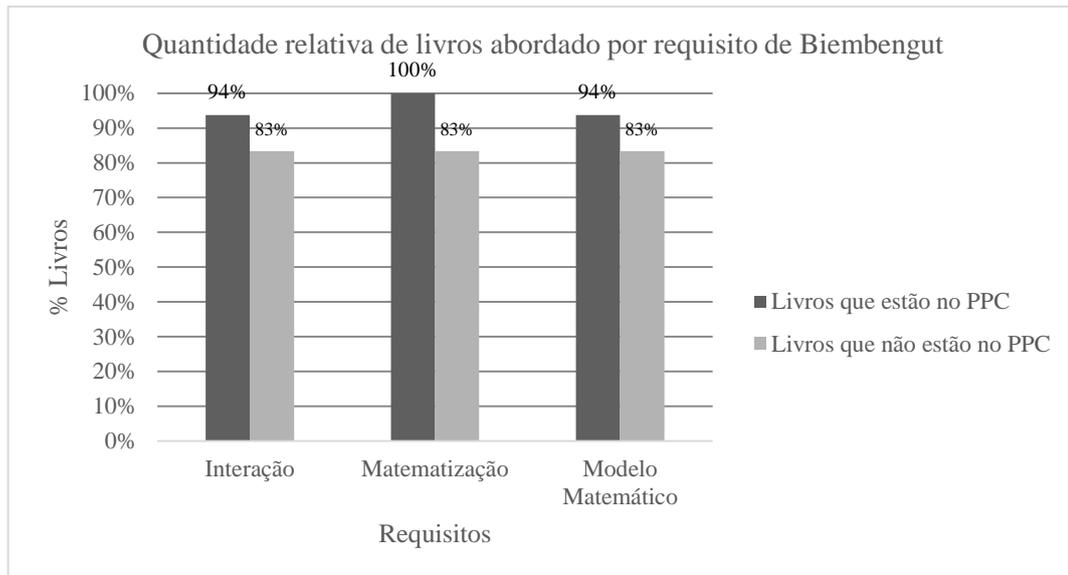


**Gráfico 8** - Quantidade relativa de requisitos de Biembengut contemplados por livro

A partir do exposto acima, observamos que as que contemplam 100% dos requisitos de Biembengut são L1, L2, L3, L5, L6, L7, L8, L10, L11, L12, L15, L16 e L17. Em seguida,

verificamos a obra L4 com 67%, E as obras L9, L13 e L14 com 50%. Praticamente todas as obras seguem os requisitos de Biembengut.

Verificaremos abaixo no gráfico 9, uma comparação dos livros da ementa e os que não estão na ementa por requisito em termos relativos.



**Gráfico 9 - Quantidade relativa de requisitos de Biembengut contemplados por livro**

Observamos com base no gráfico acima, que os livros da ementa superam em todos requisitos as outras obras. Em termos de interação, as obras da ementa atendem 94% deste requisito, já as outras obras, 83%. Em relação a matematização, as obras da ementa atendem 100% deste requisito, já outras obras, 83%. E em termos de modelo matemático, as obras da ementa atendem 94% deste requisito, contra 83% das outras obras. Observamos ainda, que o requisito mais atendido foi a matematização.

### **Análise do item VI**

Para análise do item VI, verificaremos se a modelagem matemática dos livros analisados contemplam os requisitos de Bassanezi. E assim, descreveremos se a obra utiliza modelagem, se utiliza pouco a modelagem, e se não a utiliza. Observamos o quadro 6, em seguida.

**Quadro 6** – Livros que utilizam a modelagem matemática numa situação problema real deve seguir uma sequência de etapas, segundo Bassanezi (2004);

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
Experimentação	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza
Abstração	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza
Resolução	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza
Validação	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza
Modificação	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza	Utiliza pouco	Utiliza pouco	Utiliza	Utiliza	Utiliza

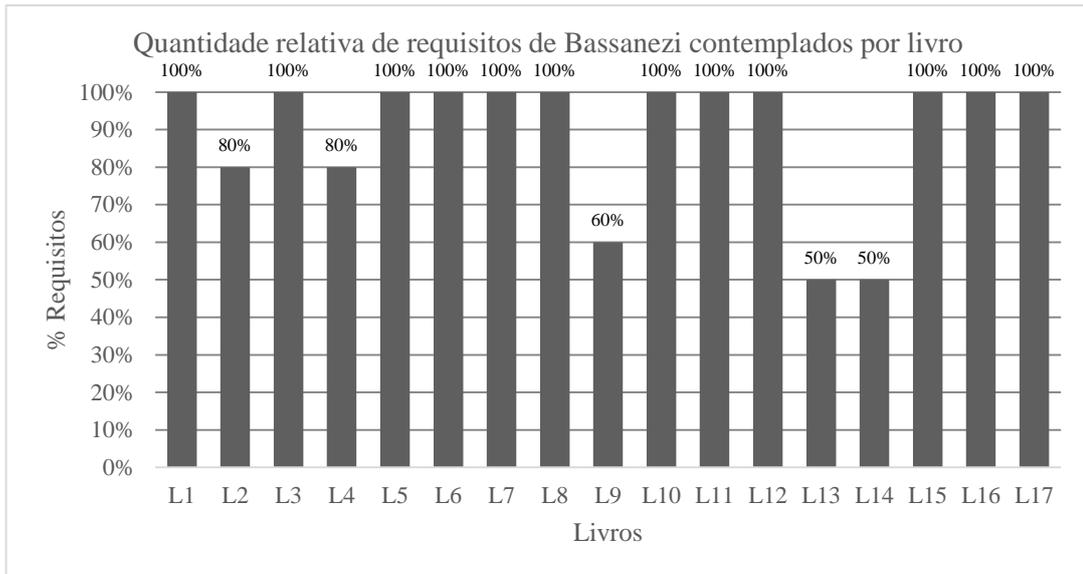
Para efeito de análise e melhor compreensão e comparação dos dados apresentados no quadro acima, apresentaremos o gráfico 7. E quantificamos os dados do quadro 6, da seguinte maneira: 2 pontos para cada etapa que é utilizada totalmente; 1 ponto para cada etapa que é utilizado parcialmente; e nenhum ponto quando não utilizada, vejamos o quadro 6.1.

**Quadro 6.1** – Quantificação do quadro 6

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
Total	10	8	10	8	10	10	10	10	2	10	10	10	5	5	10	10	10

Com base no quadro 6.1, observamos que as obras que estão no PPC variam de 8 a 10 do total de 10 pontos possíveis. Já as obras que não estão na ementa variam entre 5 a 6 pontos. Praticamente os livros analisados contemplam os requisitos de Bassanezi.

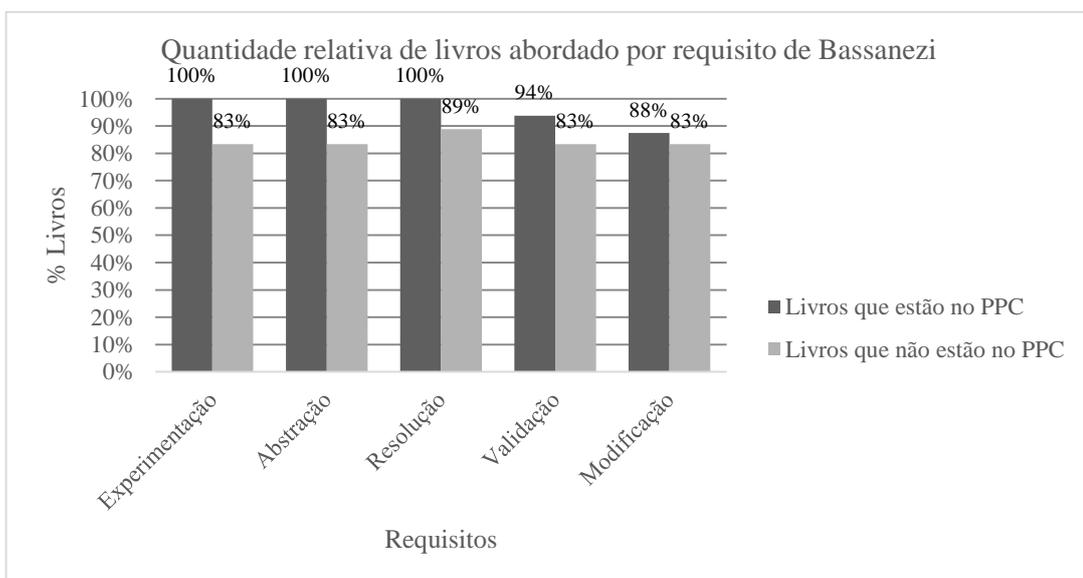
A partir do quadro de pontos na tabela anterior obtemos dois gráficos, primeiro deles descreve a quantidade relativa de requisitos de Bassanezi contemplados por livro, e outro descreve a quantidade relativa de livros abordados por requisito de Bassanezi, comparando as obras que estão na ementa em relação as que não estão dividindo em dois grupos. Vejamos o gráfico 10, a seguir:



**Gráfico 10 - Quantidade relativa de requisitos de Bassanezi contemplados por livro**

A partir do exposto acima, observamos que as que contemplam 100% dos requisitos de Bassanezi são L1, L3, L5, L6, L7, L8, L10, L11, L12, L15, L16 e L17. Em seguida, verificamos as obras L2 e L4 com 80%, E as obras L9 com 60%. E L13 e L14 com 50%. Enfim, todas as obras seguem os requisitos de Bassanezi.

Segue abaixo no gráfico 11, uma comparação dos livros da ementa e os que não estão na ementa por requisito em termos relativos.



**Gráfico 11 - Quantidade relativa de livros abordado por requisito de Bassanezi**

Observamos com base no gráfico 11, que os livros da ementa também superam em todos requisitos as outras obras. Em termos de experimentação e abstração, as obras da ementa possuem 100% deste requisito, já as outras obras, 83%. E em termos de resolução de problemas, as obras da ementa possuem 100% deste requisito, contra 89% das outras obras. Em relação ao requisito validação, as obras da ementa possuem 94% deste requisito, já outras obras, 83%. E por fim, o requisito modificação, possui 88% deste requisito dos livros da ementa, já outras obras, 83%. Observamos ainda, que o requisito mais atendido foi a resolução de problemas.

### Análise do item VII

Para efeito de análise do item VII, os requisitos de Alves (2008), serão enumerados, da seguinte maneira:

R1 – Livros que apresentam obra desvinculada do cálculo;

R2 – Livros que trazem preocupação nos aspectos de formulação, resolução de problemas e iniciação a modelagem;

R3 – Livros que focam em métodos de resoluções de equações;

R4 – Livros que focam problemas relacionados aos fenômenos das ciências, físicos, químicos, biológicos e econômicos;

**Quadro 7** – Descrição da variedade dos livros de ED utilizados pela licenciatura, segundo Alves (2008);

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
<b>R1</b>	Sim	Sim	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>R2</b>	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Sim	Sim	Sim
<b>R3</b>	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
<b>R4</b>	Sim	Em parte	Sim	Em parte	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim	Em parte	Em parte	Em parte	Sim	Sim

Conforme já feito na pesquisa, faremos uso de gráfico para melhor expor as informações do quadro acima. E para tal análise do próximo gráfico, quantificamos o quadro

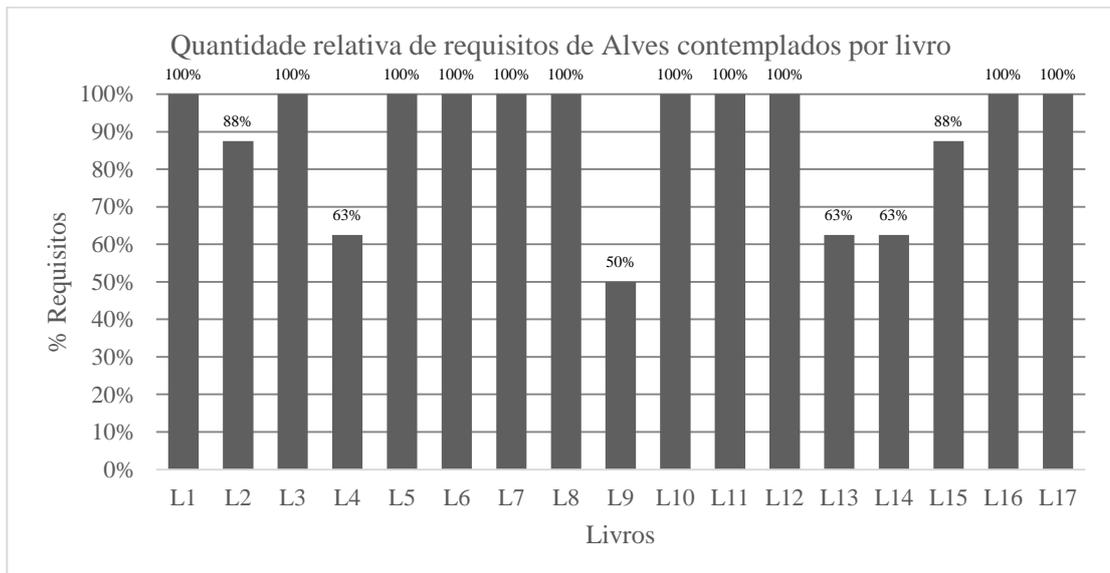
7.1 atribuindo pontos para cada critério, assim: 2 pontos para cada item que contém, 1 ponto para cada item que contém em parte, e nenhum ponto para cada item que não contém.

**Quadro 7.1** – Quantificação do quadro 7.

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
Total	8	7	8	5	8	8	8	8	4	8	8	8	5	5	7	8	8

Com base no quadro 7.1, observamos que as obras que estão no PPC variam de 5 a 8 do total de 8 pontos possíveis. Já as obras que não estão na ementa variam entre 4 a 8 pontos. Praticamente os livros analisados contemplam os requisitos de Alves.

A partir do quadro de pontos na tabela anterior obtemos dois gráficos, primeiro deles descreve a quantidade relativa de requisitos de Alves contemplados por livro, e outro descreve a quantidade relativa de livros abordados por requisito de Alves, comparando as obras que estão na ementa em relação as que não estão dividindo em dois grupos. Vejamos o gráfico 12, a seguir:

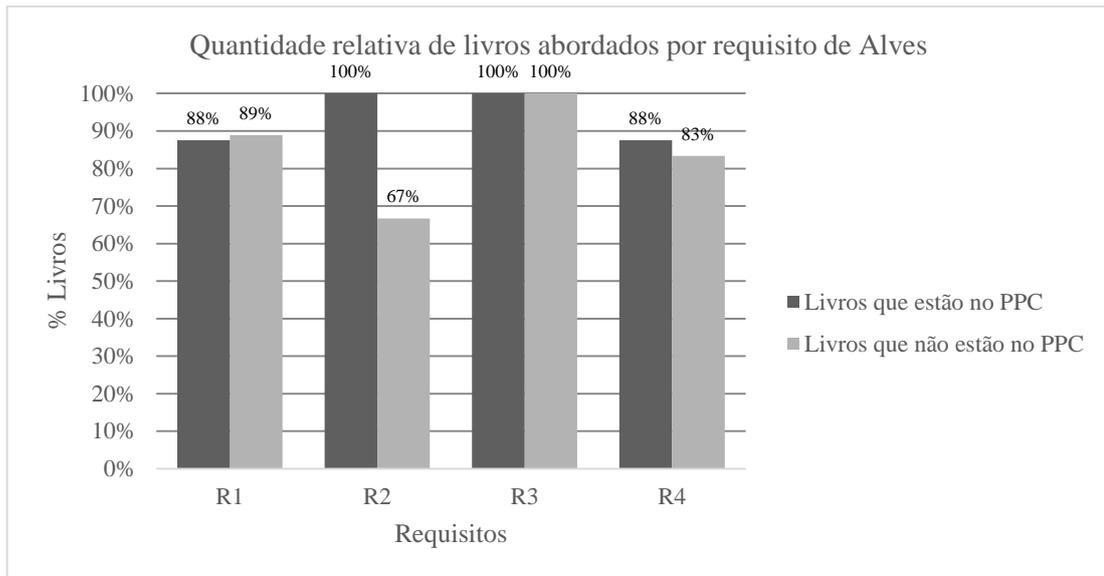


**Gráfico 12** - Quantidade relativa de requisitos de Alves contemplados por livro

Com base no gráfico acima, observamos que as que contemplam 100% dos requisitos de Alves são L1, L3, L5, L6, L7, L8, L10, L11, L12, L16 e L17. Em seguida, verificamos as

obras L2 e L15 com 88%, E as obras L4, L13 e L14 com 63%. E L9 com 50%. Enfim, praticamente todas as obras seguem os requisitos de Alves.

Segue abaixo no gráfico 13, uma comparação dos livros da ementa e os que não estão na ementa por requisito em termos relativos.



**Gráfico 13 - Quantidade relativa de livros abordados por requisito de Alves**

No gráfico 11 acima, verificamos que as obras da ementa possuem 88% deste requisito R1, já as outras obras, 89%. E em R2, as obras da ementa possuem 100% deste requisito, contra 67% das outras obras. Em relação a R3, as obras da ementa possuem 100% deste requisito, já outras obras, também. E por fim, o requisito R4, possui 88% deste requisito dos livros da ementa, já outras obras, 83%. Observamos ainda, que o requisito mais atendido foi o R3, ou seja, os livros que possuem métodos de resoluções de equações.

### Análise geral

Na análise geral, elaboramos um quadro com a pontuação somada do 2º quadro em diante.

Requisitos	Livros que estão no PPC								Livros que não estão no PPC								
	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15	L16	L17
<b>Total</b>	8	6	8	4	8	8	8	8	4	8	8	8	2	0	8	8	8

**Quadro 8** – Pontuação dos quadros anteriores;

Código	Quadro 2	Quadro 3	Quadro 4	Quadro 5	Quadro 6	Quadro 7	Total
L1	14	5	8	6	10	8	51
L2	12	4	6	6	8	7	43
L3	14	6	8	6	10	8	52
L4	12	4	4	4	8	5	37
L5	14	3	8	6	10	8	49
L6	12	7	8	6	10	8	51
L7	14	2	8	6	10	8	48
L8	14	4	8	6	10	8	50
L9	12	2	4	3	2	4	27
L10	14	6	8	6	10	8	52
L11	14	5	8	6	10	8	51
L12	13	5	8	6	10	8	50
L13	12	4	2	3	5	5	31
L14	12	3	0	3	5	5	28
L15	14	4	8	6	10	7	49
L16	14	7	8	6	10	8	53
L17	14	7	8	6	10	8	53

Com base na pontuação geral, o livro da ementa que mais possui modelagem matemática é o L3 com 52 pontos, seguido do L1 e L6 com 51 pontos. Já em relação aos outros livros, o que mais possui modelagem matemática é o L17 com 53 pontos, seguido do L16 com 53 pontos, e do L10, 52 pontos. Individualmente verificamos que o L16 e L17 são os livros mais que contemplam modelagem matemática. Entretanto, todas as obras possuem modelagem matemática, umas mais e outras parcialmente. No exercício da prática docente cabe ao docente se adaptar com os recursos dispõe, utilizando-os de maneira eficaz e eficiente. A modelagem é uma grande ferramenta neste ensino e aprendizagem das ED, visto que se tornar agentes facilitadores para os discentes, na busca de uma melhora contextualizações e aplicações matemáticas que deem sentido ao ensino das ED.

## 6. Considerações Finais

Para realização desta pesquisa, analisamos os livros de ED CAA – UFPE contemplado na ementa do PPC do curso matemática licenciatura e os não contemplados, verificando se os mesmos contemplam a temática modelagem matemática.

Deixamos claro que todas obras utilizam modelagem matemática e atendem a demanda da licenciatura, porém umas atendem mais e outras menos. Não é objetivo dessa pesquisa menosprezar qualquer obra, ao contrário a pesquisa objetivou a contribuir para os docentes e discentes na escolha de qual (is) melhor (es) livro (s) de ED contemplam mais a modelagem matemática.

Na parte final da pesquisa analisamos o livro individualmente, tendo como base no quadro 8, assim podemos observar que os livros L16 e L17 utilizam mais modelagem matemática, ambos com 53 pontos. Observamos também que o L17 é direcionado para as áreas de engenharia, física e matemática, esse fato pode ser o motivo pela obra ter mais contemplado modelagem matemática em sua abordagem.

Percebemos que as obras de ED do CAA, tanto as que estão na ementa do PPC como as que não estão contemplam modelagem matemática. O livro didático é fundamental nesse processo, e a modelagem também. Mas essa última é o canal onde o docente tem de contextualizar e interdisciplinar com os seus discentes no equacionamento e modelagem dos problemas reais.

Para finalizar gostaríamos de ressaltar que acreditamos que os caminhos teóricos e metodológicos traçados até aqui, nos possibilitaram contemplar os objetivos propostos, no entanto, esse campo de estudo da modelagem matemática e suas abordagens em livros da educação superior constitui o início de um percurso de pesquisa que pode ser trilhado e aprofundado em outras pesquisas. Deixamos como sugestões de futuras pesquisas analisar um livro de equações diferenciais que mais aborda modelagem matemática, e discutir as sequências didáticas utilizadas. Ou ainda desenvolver sequências didáticas para um tópico específico de equações diferenciais de um problema contextualizado utilizando as técnicas de modelagem matemática.

## 7. Referências

- ALVES, M. B. **Equações diferenciais ordinárias em cursos de Licenciatura de Matemática:** formulação, resolução de problemas e introdução à modelagem matemática. 2008. 83f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2008. Disponível em: [http://www.sistemas.pucminas.br/BDP/SilverStream/Pages/pg\\_ConstItem.html](http://www.sistemas.pucminas.br/BDP/SilverStream/Pages/pg_ConstItem.html).
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática** (Ubiratan D'Ambrosio). Campinas, SP: Papyrus, 1999
- ARAÚJO, A. M. R. de. **Modelagem matemática nas aulas de cálculo:** uma estratégia que pode contribuir com a aprendizagem dos alunos de engenharia. 2008. 94f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2008. Disponível em: [http://ufpa.br/ppgecm/media/Dissertacoes\\_Alyne%20Maria%20Rosa%20de%20Araujo.pdf](http://ufpa.br/ppgecm/media/Dissertacoes_Alyne%20Maria%20Rosa%20de%20Araujo.pdf). Acesso em: 12 jan. 2015.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. **As relações dos professores com a Modelagem Matemática.** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais... Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática:** uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. (2004). **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo: Ed. Contexto, 24, 24-30.
- BORSSOI, A. H. **A aprendizagem significativa em atividades de modelagem matemática como estratégia de ensino.** 2004. 140f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.
- BIEMBENGUT, M.S. **Modelagem Matemática no Ensino Fundamental.** Blumenau: EdiFurb, 2014.
- BIEMBERGUET, Maria Salett. **Modelagem matemática e implicações no ensino-aprendizagem matemática.** Blumenau: Ed. Da Furb. 1999.
- BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno.** Tradução de Horacio Macedo. 6. ed. rev. Rio de Janeiro: LTC, 1999.
- BRAGA, R. M. **Modelagem matemática e tratamento do erro no processo de ensino e aprendizagem das equações diferenciais ordinárias.** 2009. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2009. Disponível em: [http://ufpa.br/ppgecm/media/dissertacao\\_roberta\\_modesto\\_braga.pdf](http://ufpa.br/ppgecm/media/dissertacao_roberta_modesto_braga.pdf). Acesso em: 16 jun. 2011.
- \_\_\_\_\_. Conselho Federal de Educação. Parecer nº 292. Brasília, 14 nov. 1962. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/028.pdf>. Acesso em: 06 jul. 2015.
- \_\_\_\_\_. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP nº 9/2001, de 8 de maio de 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>. Acesso em: 06 jul. 2015.
- \_\_\_\_\_. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CES 1.302/2001, 06 de novembro de 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 17 jul. 2015.
- \_\_\_\_\_. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CP nº 9/2001, de 8 de maio de 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>. Acesso em: 06 jul. 2015.

\_\_\_\_\_. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP 2/2002, de 19 de fevereiro de 2002. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CP022002.pdf>>. Acesso em: 07 jul. 2015.

DAREZZO FILHO, A.; ARENALES, S. H. V.; SALVADOR, J. A. **Mapas Conceituais e ferramentas computacionais: uma experiência no ensino de Equações Diferenciais**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 32, 2004, **Anais...** Brasília.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reubem. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Contorno**. Trad. Valéria de Magalhães Iorio. Rio de Janeiro, LTC, 2002, 7ed.

DESCARTES, R. **O discurso do método**. São Paulo: Nova Cultura, 1999 (Coleção Os Pensadores).

FERREIRA, V. D. T. **A modelagem matemática na introdução ao estudo de equações diferenciais em um curso de engenharia**. 2010. 111f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em [http://www.pucsp.r/pos/edmat/mp/dissertacao/vagner\\_donizeti\\_ferreira.pdf](http://www.pucsp.r/pos/edmat/mp/dissertacao/vagner_donizeti_ferreira.pdf). Acesso em: 27 jun. 2012.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil**. Zetetiké, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-37, dez. 1995.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

JOHNSON, R. Burke; ONWUEGBUZIE, Anthony J.; TURNER, Lisa A. **Toward a definition of mixed method research**. *Journal of Mixed Methods Research*, v.1, n.2, p. 112-133, 2007.

KLÜBER, Tiago Emanuel. (Des) **Encontros entre a Modelagem Matemática na Educação Matemática e a Formação de Professores de Matemática**. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.5, n.1, p.63-84, maio 2012.

LEVY, P. **A inteligência coletiva: por uma antropologia de ciberespaço** (/Pierre Levy; Tradução de Luiz Paulo Rounet). São Paulo: Loyola, 1998.

PONTE, J. PEDRO; BROCADO, J. OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas sem sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

LAUDARES, João Bosco; MIRANDA, Dimas Felipe. Investigando a iniciação à modelagem matemática nas ciências com equações diferenciais. In: **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo: Edu. 2007, V. 9, n.1, p. 103-120.

\_\_\_\_\_. Lei N. 5540 de 28/11/ 1968. Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências. Diário Oficial União, de 29/11/1968, retificado no D. O. de 3/12/1968.

\_\_\_\_\_. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional n. 9394/96. Brasília: MEC, 1996. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm)>. Acesso em: 06 jul. 2015.

MACHADO JR, Arthur Gonçalves. **Modelagem matemática no ensino-aprendizagem e ações e resultados**. 2005. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Belém, 2005.

MAOR, Eli. **E: A História de um Número**. 3. Ed. Rio de Janeiro: Record, 2006. P. 291.

MORAES, M.C. **O paradigma educacional emergente**. Campinas, SP: Papirus, 1995.

REIS, Frederico da Silva. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: A visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. 2001. 302 f. Tese (Doutorado) – Unicamp, Campinas, 2001.

RICCI, Cláudia Sapag. **A Lei de Diretrizes e Bases da Educação e a formação de professores**. In: SOUZA, João Valdir Alves de (Org.) **Formação de professores para a Educação Básica: dez anos de LDB**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

SILVA, C.; KATO, L. A. **Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica?**.Bolema, Rio Claro, v.26, n.43, p.45-66, 2002

SILVA, T.T.**Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo.** BeloHorizonte, MG: Autêntica, 2002.

SKOVSMOSE O. **Educação Matemática Crítica –A questão da democracia.** São Paulo: Papirus Editora, 2001.

SMOLE, K.S. Para a aprendizagem da matemática. **Coleção memória da pedagogia.** n.1: Jean Piaget/Editor Manuel da Costa Pinto; [colaboradores Lino de Macedo...er al.]-Rio de Janeiro: Ediouto; São Paulo: Segmento – Duetto, p34 – 37, 2005.

SOUZA, G. M. de. **Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de equações diferenciais ordinárias.** 2011. 141f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas, Belo Horizonte, 2011. Disponível em [http://www.sistemas.pucminas.br/BDP/SilverStream/Pages/pg\\_ConstItem.html](http://www.sistemas.pucminas.br/BDP/SilverStream/Pages/pg_ConstItem.html). Acesso em: 27 jun. 2012. Acesso em: 5 jul. 2012.

STOCHIERO, Arnaldo. **Equações Diferenciais Ordinárias.** Belo Horizonte: Pic – Mg, 2007. P. 119.

STEWART, James. **Cálculo.** 4 ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001.

VALENTE, W. R. **A criação da disciplina escolar Matemática no Brasil e seu primeiro livro didático.** Educação em Revista — Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação da FaE, Belo Horizonte, MG: FaE/UFMG, n. 43, pp. 173-188, jun. 2006.