

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**ANÁLISE REAL E A POSSÍVEL CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO
DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO**

HELDER JUNIOR BATISTA COSTA

Caruaru
2016

HELDER JUNIOR BATISTA COSTA

**ANÁLISE REAL E A POSSÍVEL CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO
DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso TCC2 submetido à Universidade Federal de Pernambuco como requisito necessário para obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Elizabeth Lacerda Gomes

Caruaru
2016

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Marcela Porfírio CRB/4 – 1878

C837a Costa, Helder Junior Batista.
Análise real e a possível contribuição para o ensino de função no ensino médio. /
Helder Junior Batista Costa. – 2016.
46f. ; 30 cm.

Orientadora: Elizabeth Lacerda Gomes.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de
Pernambuco, Licenciatura em Matemática, 2016.
Inclui Referências.

1. Análise matemática. 2. Funções (Matemática). 3. Matemática (Ensino médio).
I. Gomes, Elizabeth Lacerda (Orientadora). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2016-351)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática - Licenciatura



HELDER JUNIOR BATISTA COSTA

**ANÁLISE REAL E A POSSÍVEL CONTRIBUIÇÃO PARA O ENSINO
DE FUNÇÃO NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Corpo Docente do Curso de Matemática –
Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e
_____ em 20 de dezembro de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof^ª. Elizabeth Lacerda Gomes
(Orientadora)

Prof. Marcos Luiz Henrique
(Examinador(a) Interno(a))

Prof^ª. Cristiane de Arimatéa Rocha
(Examinador(a) Interno(a))

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelos dons da vida e da sabedoria dados a mim.

A esta universidade, todo o corpo docente que participou de minha formação, prestando o apoio necessário à construção dos saberes.

A minha orientadora Elizabeth Lacerda Gomes pelo suporte e apoio durante toda a construção deste trabalho, sendo ela primordial na organização dos temas, nas correções textuais e nos demais ajustes necessários.

Aos meus pais que sempre me incentivaram nos estudos, que se empenharam financeiramente na minha formação do Ensino Básico para que eu futuramente pudesse ter uma formação em Nível Superior, em específico numa universidade pública.

Aos componentes da banca examinadora, prof. Marcos Luiz Henrique e prof.^a. Cristiane de Arimatéa Rocha, pela disponibilidade em participarem da qualificação da pesquisa aqui apresentada.

A todos os meus amigos que participaram, juntamente comigo, dessa jornada durante toda a graduação, compartilhando felicidades e momentos de estudo, bem como na construção de uma amizade eterna.

Aos meus amigos de infância e juventude que contribuíram com apoio moral, incentivando a minha formação em questão.

Todos nós sabemos da batalha árdua que enfrentamos no dia a dia, em particular na graduação, cuja trajetória é percorrida ferrenhamente durante alguns anos. Por trás de cada suor derramado, de cada palavra escrita na elaboração deste trabalho, existe uma história de luta e persistência, onde no fim vence aquele que mantiver a perseverança. Que possamos sempre superar nossos obstáculos com foco, fé e força.

RESUMO

O trabalho aqui apresentado tem como objetivo analisar a importância do curso Análise Real na formação do professor de Matemática, mais especificamente no ensino de Função no Ensino Médio. Nele, busca-se encontrar as maiores dificuldades do professor na escrita e interpretação da Matemática formal, apontar as possíveis conexões que podem ser feitas entre a Análise e o estudo de Função, bem como mostrar se há alguma contribuição para o Ensino Médio. A pesquisa é justificada pelo fato de muitos graduandos, professores e alguns teóricos questionarem a verdadeira importância de se ter um curso específico da Matemática Pura ofertado nas Licenciaturas em Matemática. Aspirando a um caráter qualitativo na pesquisa, escolheu-se o método de questionário com perguntas abertas e fechadas. Foram utilizados fundamentos de alguns estudiosos da área pedagógica e da Matemática Pura, buscando sempre relacionar a Análise Real com o desenvolvimento cognitivo e intelectual do graduando e, se possível, contribuindo na carreira do professor no Ensino Médio.

Palavras-chave: Análise Real. Ensino de Função. Escrita Formal da Matemática.

ABSTRACT

The paper presented here aims to analyze the importance of the Real Analysis course in the formation of the Math teacher, more specifically in the teaching of Function in High School. In it, we seek to find the teacher's greatest difficulties in writing and interpreting formal mathematics, pointing out the possible connections that can be made between the Analysis and the study of Function, as well as showing if there is any contribution to the High School. The research is justified by the fact that many undergraduates, teachers and some theorists question the true importance of having a specific course of Pure Math offered in the licentiates in Math. Aspiring to a qualitative character in the research, the questionnaire method was chosen with open and closed questions. The foundations of some scholars of the pedagogical area and Pure Math were used, always seeking to relate the Real Analysis to the cognitive and intellectual development of the undergraduate student and, if possible, contributing to the career of the teacher in High School.

Keywords: Real Analysis. Teaching Function. Formal Writing of Math.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. JUSTIFICATIVA	10
3. OBJETIVOS	11
3.1 Geral	11
3.2 Específicos	11
4. ANÁLISE REAL NAS LICENCIATURAS E POSSÍVEIS RELAÇÕES COM O ENSINO DE FUNÇÃO	12
4.1. Análise Real no currículo das licenciaturas	13
4.2. Possíveis relações de Função para o Ensino Médio na disciplina Análise Real	16
5. METODOLOGIA	18
5.1 Campo de pesquisa e público alvo	20
5.2 O questionário	20
5.3 Coleta e análise de dados	21
6. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	23
6.1 Dos docentes envolvidos	23
<i>6.1.1 Dos dados dos docentes envolvidos</i>	23
6.2 Da prioridade no ensino de Função no Ensino Médio	25
6.3 Das dificuldades em relação à escrita ou interpretação da matemática formal	26
6.4 Da escrita de definição formal de Função	28
6.5 Da definição de função injetiva	31
6.6 Das disciplinas que contribuem para o estudo de Função no Ensino Médio	32
6.7 Da experiência com a Análise Real	33
6.8 Da importância da Análise Real na formação de professores de Matemática	34
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	39
REFERÊNCIAS	42
APÊNDICE	45

1 INTRODUÇÃO

É sabido que a Matemática no Ensino Médio, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), deve formar o sujeito em sua plenitude, tanto na prática cotidiana quanto no desenvolvimento cognitivo, disponibilizando ferramentas que propiciem ao ser humano ingressar no mercado de trabalho ou estar preparado para o Ensino Superior. O grande obstáculo por parte dos estudantes do Ensino Médio está na compreensão significativa da Matemática, muitas vezes associada à sua escrita formal, bem como a abstração dos conceitos. O professor se enquadra como um conciliador entre a matemática prática e a teórica, havendo uma necessidade de compreender profundamente as complexidades dos argumentos, da escrita e do raciocínio formal, assim como a aplicabilidade deste estudo na formação do aluno no Ensino Médio. Uma grande ferramenta para a construção desta escrita formal na graduação do futuro professor pode ser a Análise Real.

O estudo de Função durante o Ensino Médio traz diversos temas encontrados no cotidiano do ser humano, trabalhando a racionalização e problematização de conceitos e situações que envolvam a Matemática. Em termos de razão, podemos encaixar a parte abstrata da Matemática, buscando envolver o aluno em um contato com esse tipo de aprendizagem. Logo, compreender algumas das estruturas que levam o professor a trabalhar tal abstração, também compete a um dos temas do nosso trabalho. De acordo com Baroni e Otero-Garcia (2012), estudar a Análise Real é uma oportunidade do graduando se familiarizar com a ciência Matemática pelo fato dela ter como objetivo as demonstrações rigorosas e o raciocínio matemático-formal. Além disso, também podemos dizer que, pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM), o conhecimento científico disciplinar na nossa contemporaneidade é indispensável na educação básica, indiscutivelmente no Ensino Médio. Outra observação, em Shullman (1986), é que para o professor pensar corretamente sobre o conhecimento do conteúdo requer a compreensão das estruturas da matéria. Então, o estudo de uma matemática mais abstrata e formal compete à associação de um conceito diferenciado, desenvolvendo outras competências da formação do saber, incluindo o formalismo no tema de Função. As dificuldades sobre a escrita rigorosa da Matemática nos permite enxergar de uma maneira mais ampla como a Análise Real pode contribuir ou não na graduação do professor. O desenvolvimento formal do professor também provém de estudos matemáticos mais rigorosos, com toda escrita pragmática e organizada, favorecendo a um estudo abstrato da Matemática, proporcionado pela disciplina Análise.

Então, tentamos conectar o estudo rigoroso de uma matemática mais abstrata com a prática docente, buscando uma possível contribuição da Análise Real para o futuro professor atuante no Ensino Médio.

Para realizarmos nossa pesquisa, tomamos como base o seguinte questionamento: *há alguma contribuição que a Análise Real traz para o ensino de Função no Ensino Médio?*

Este trabalho está organizado em capítulos. Após esta primeira abordagem, no segundo capítulo, temos a justificativa, onde explicamos o que nos motivou a realizar esta pesquisa. O terceiro capítulo aborda nossos objetivos gerais e específicos.

Em seguida, no quarto capítulo, desenvolvemos algumas inferências teóricas com a finalidade de ajudar a investigar e refletir sobre como a Análise Real pode ser uma ferramenta corroborante na formação profissional do docente em Matemática. Ainda no mesmo capítulo, buscamos entender o contexto da inserção da disciplina nos cursos de Licenciatura em Matemática, numa perspectiva do desenvolvimento cognitivo. Em continuidade, inferimos uma possível relação da Análise com o ensino de Função, indagando qual tipo de abordagem ou pensamento pode ser idealizado a ponto de vislumbrarmos essa conexão.

No quinto capítulo, desenvolvemos os procedimentos metodológicos da pesquisa, abordando o método utilizado, local da pesquisa, levantamento de dados, entre outros. Consequente, no sexto capítulo, realizamos a apresentação e, concomitantemente, a devida análise dos dados recolhidos, visualizando os seguintes tópicos:

- As prioridades dadas pelos docentes ao abordar o estudo de Função com os alunos do Ensino Médio.
- As principais dificuldades encontradas pelo docente referentes à escrita e interpretação da matemática formal.
- As disciplinas da graduação ou pós-graduação que contribuíram para o ensino de Função no Ensino Médio.
- A experiência (enquanto discente) e a importância da Análise Real na formação de professores do Ensino Médio, sendo indagada a possível relação entre a disciplina e o ensino de Função.

Por fim, no sétimo capítulo, realizamos as conclusões sobre nossa análise levando em consideração o material teórico aqui apresentado.

2 JUSTIFICATIVA

O fato do professor de Matemática estar entre a parte teórica, com todos os axiomas, postulados e teoremas, e a prática pedagógica vivenciada no ensino, nos leva a ver a necessidade de compreendermos melhor a escrita e o raciocínio formais da Matemática disponibilizados pela disciplina Análise Real, bem como sua aplicabilidade em sala de aula. Para muitos, por requerer um estudo aprofundado e dedicado, a disciplina torna-se um obstáculo e tem sua importância questionada. Diante disto, fomos instigados a investigar como a Análise Real pode contribuir na formação do professor de Matemática, em particular na prática do ensino de Função no Ensino Médio.

3 OBJETIVOS

Devido às dificuldades referentes ao estudo da disciplina Análise Real e debates sobre sua importância na grade curricular da Licenciatura em Matemática, mostrou-se relevante compreender melhor quais suas contribuições para o futuro professor atuante no Ensino Médio, buscando entrelaçar as ideias da Análise com o ensino de Função.

3.1 Geral

Analisar a importância da Análise Real na formação do professor, especificamente no ensino de Função no Ensino Médio.

3.2 Específicos

- Investigar as dificuldades do professor em relação à escrita da Matemática formal.
- Identificar as experiências com a Análise Real vivenciadas pelos docentes durante sua formação.
- Verificar a possível conexão entre a disciplina Análise Real e o ensino de Função no Ensino Médio.

4 ANÁLISE REAL NAS LICENCIATURAS E POSSÍVEIS RELAÇÕES COM O ENSINO DE FUNÇÃO

A implantação da Análise Real na grade curricular das Licenciaturas em Matemática gerou (e ainda gera) debates entre professores e gestores de universidades pelo país sobre sua real importância na formação do professor de Matemática. Antes específica da área do Bacharelado, a disciplina foi inserida nas Licenciaturas com o intuito do graduando interagir com uma matemática mais abstrata, caracterizada pela apresentação rigorosa das ideias intuitivas de conjuntos numéricos, bem como de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, como continuidade, limite, derivadas, integrais e sequências de funções.

É bem observável em Schoënfeld (1992) que o pensar matematicamente tem como um dos componentes fundamentais ver o mundo à maneira dos matemáticos, porém trabalhando a temática de resolução de problemas, onde a Matemática deve ser vista não como algo metódico e sistemático, mas sim dinâmico e essencial no cotidiano do aluno do Ensino Básico. Durante a graduação, o futuro professor estuda várias disciplinas que contribuem para o seu desenvolvimento cognitivo, criando e aprimorando ferramentas que possibilitam enxergar outros horizontes sobre métodos de resolução de problemas. Isto é importante, uma vez que a construção de concepções do estudo da Matemática com os alunos do Ensino Básico deve conectar as estruturas cotidianas com as estruturas formais.

Prezando pelo desenvolvimento do formalismo matemático do professor, apontamos o artigo de Esquincalha (2012), onde são citadas algumas contribuições da Matemática de Bourbaki (grupo fundado na década de 20 que influenciou significativamente a escrita formal da Matemática), como referência primordial em nosso trabalho. Por ele, entende-se formalismo como a maneira escrita-organizacional e estruturada (por textos ou por utilização de símbolos matemáticos, por exemplo), de forma que reúnam ideias de definições, axiomas e teoremas, uniformizando notações e terminologias, tornando-as comuns a diversas áreas da Matemática. Utilizaremos essa linha de pensamento para tratarmos sobre formalismo neste trabalho.

Tanto em Moreira, Cury e Vianna (2005) como em Baroni, Otero-Garcia e Martines (2013) é possível notar que a Análise Real contribui para a maturação do raciocínio matemático. O modo de articulação de axiomas e teoremas é essencial para o desenvolvimento da escrita matemática-dedutiva. Ao trabalhar os diversos assuntos que permeiam essa ciência, o aluno deve ter contato também com seu formalismo, escrita e raciocínio, pois proporcionam ferramentas que contribuem para o desenvolvimento cognitivo.

Logo, pode-se analisar que a maneira de como estudar a matemática formal também é necessária para a formação do professor.

4.1 Análise Real no currículo das licenciaturas

Por que Análise Real na Licenciatura? Existe um grande questionamento entre alunos e professores sobre a verdadeira importância da sua oferta como uma disciplina obrigatória, gerando o tema da pesquisa de Moreira, Cury e Vianna (2005), onde defendem que a Análise Real oferece a ocasião para que o aluno desenvolva o raciocínio lógico e tem a capacidade de proporcionar uma maior maturidade cognitiva. O professor de Matemática precisa dominá-la, pois é sua ferramenta de trabalho. Conseguir estruturar as complexidades do raciocínio matemático-abstrato faz parte da formação do futuro docente. Demonstrar teoremas, analisar sua escrita e as conexões entre seus argumentos, darão toda uma bagagem de saberes que servirão para o desenvolvimento cognitivo do discente. Logo, acredita-se que estas indagações respondem o porquê da disciplina ser obrigatória nas Licenciaturas. De acordo com resultados de pesquisas, a disciplina Análise Real

[...] evidencia também um papel de propiciar cultura e bagagem matemática, por ser a análise uma disciplina que preza pelas demonstrações rigorosas e por raciocínios bem articulados, trata-se de uma oportunidade de familiarizar o licenciando com um método próprio da ciência matemática. (BARONI, OTERO-GARCIA e MARTINES, 2013, p. 709).

Não se deve separar a matemática prática e epistêmica de sua forma teórica e da sua escrita rigorosa. Cabe ao professor adequar e adaptar a escrita formal de maneira que ande em conjunto com o cotidiano do aluno, uma vez que proporciona a ele um desenvolvimento cognitivo e dedutivo de como expressar a matemática vivenciada, articulando suas ideias e conceitos. Zuffi (2004) diz em sua pesquisa que os docentes analisados apresentavam grandes dificuldades de expressar suas ideias e concepções sobre funções sem a consulta do livro didático, e mesmo quando o faziam, a linguagem específica que utilizavam era inconsistente com aquela aceita normalmente pela comunidade matemática. Brito (2010) afirma que a Análise Real “[...] é uma ponte entre a formalização dos conceitos e conteúdos que serão ensinados pelo professor de Matemática em sua futura prática docente”. Entretanto, é necessário relacionar os estudos da disciplina com conteúdos do Ensino Básico, ajudando o licenciando a compreendê-la como um todo.

Essa grande discussão é muito observada na pesquisa de Brito (2010), conforme o trecho abaixo:

Podemos remeter esta discussão a um desencontro (como denominado por Tall, 1992) entre a formulação formal de um conceito (no caso, o conceito de função) por parte do professor de Análise Real e sua interpretação de significados, por parte dos alunos de Análise Real, os quais, futuramente, serão os professores de Matemática da Educação Básica. (BRITO, 2010).

Esse ponto é essencial para a diferenciação entre o entendimento profundo e o superficial da disciplina. O conhecimento que o professor de Matemática do Ensino Básico deve ter pode não ser idêntico ao matemático bacharel, mas a forma aprofundada como ele deve conhecer a Matemática é primordial para o entendimento dos mecanismos, de como as expressões e cálculos funcionam, ligando-o com as teorias e práticas pedagógicas vivenciadas em toda sua graduação. Em Ball, Thames e Phelps (2008) é analisado um estudo desenvolvido por Shulman (1986) sobre alguns tipos de conhecimento que o professor de Matemática deve ter

Os professores devem conhecer a disciplina que ensinam. Na verdade, não pode haver nada mais fundamental para a competência do professor. A razão é simples: os professores que não conhecem bem a si mesmos não são suscetíveis de ter o conhecimento necessário para ajudar os alunos a aprender este conteúdo. (BALL, THAMES, PHELPS, 2008, p. 404, Tradução nossa).

Em Shulman (1986) é dito que o mero conhecimento do conteúdo pode ser um aliado inútil em termos pedagógicos, porém, mesclar o aprofundamento do saber matemático com os elementos do processo de ensino – ou seja, a prática pedagógica – é algo que pode tornar a aprendizagem significativa, visto que muitos sempre questionam a importância da aprendizagem de uma matemática robusta e, aparentemente, desnecessária ao licenciando. Como o professor consegue transformar palavras ou um texto matemático em instrução para que os alunos consigam construir o conhecimento necessário? O ponto chave desta pergunta está na apropriação de conhecimentos formais da Matemática, de modo que o professor instigue o aluno a criar sua própria maneira de pensar matematicamente, unindo a parte teórica (em conjunto com a escrita formal) com as situações cotidianas que envolvam a disciplina.

O professor tem a liberdade de ser dinâmico no processo de ensino. Ter uma bagagem ampla de conteúdos, preparando-os e escolhendo-os para, juntamente com o aluno,

construir conceitos, caminhos e concepções do que significa a Matemática na prática cotidiana, demonstram tal dinamismo. Para isso, Shulman (1986) destaca o estudo de três categorias do conhecimento de conteúdo: conhecimento do conteúdo da matéria, conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular. O primeiro é todo aquele adquirido referente aos conceitos, estruturas, formas e organizações da matéria em si, construída pelo docente durante sua carreira acadêmica e também fora dela por meio de atividades extracurriculares e/ou capacitações. Aqui podemos destacar todas as disciplinas matemáticas, incluindo a Análise Real. A segunda categoria é onde o professor irá pôr em prática sua sabedoria da matéria mesclada com as técnicas pedagógicas estudadas durante sua formação, o que permitirá traçar um caminho mais adequado a fim de construir um saber matemático junto com seus alunos. Por fim, o conhecimento curricular permitirá que o docente analise as propostas curriculares e aplique-as de forma adequada para cada alunado, gerenciando profundamente às necessidades da comunidade.

Muitos defendem que o curso de Licenciatura em Matemática deveria ser algo mais compacto, prático e concreto. Porém, isso limita o conhecimento do professor, fazendo com que ele adquira uma carga menor de conhecimento e conseqüentemente menor quantidade de ferramentas para resolução de problemas, afrontando com os saberes necessários que Shulman (1986) aponta ao dizer

Eu, portanto, não estou argumentando que a preparação de professores deve ser reduzida para o mais prático e concreto; em vez disso, usando o poder de uma literatura para iluminar tanto o prático e o teórico, argumento para o desenvolvimento de um caso de literatura, cuja organização e utilização serão profundamente e conscientemente teóricas. (SHULMAN, 1986, p. 11, Tradução Nossa).

Obviamente a Análise Real não vai ser lecionada no Ensino Médio. O que está em pauta aqui é a capacidade de transformar a mente do professor, aprimorando seu estudo lógico-formal-dedutivo e, conseqüentemente, ajudando-o na escrita e no raciocínio por propiciar ferramentas diversas para o ensino da Matemática no Ensino Básico. Ora, como construir um determinado conhecimento matemático sem dominar as diversas formas da representação e compreensão desse notório saber? De acordo com Baroni, Otero-Garcia e Martines (2013) entende-se que há uma forma de relacionar o estudo mais aprofundado da Matemática com a prática do futuro professor. Os autores acreditam que é um equívoco dizer que a Análise não tem aplicação na prática do docente, pois como sua essência está no conjunto dos números reais é sempre possível articular seus conteúdos com os do Ensino

Fundamental. Portanto, a apropriação desses conceitos abstratos da Matemática contribui para o desenvolvimento de outras competências na disciplina.

As ideias de Baroni e Otero-Garcia (2012 e 2013) se remetem também aos estudos no Ensino Médio, uma vez que os conjuntos numéricos são abordados desde os primeiros anos do Ensino Fundamental até os últimos do Ensino Médio, e posteriormente, no Ensino Superior. Mas a essência dos números reais, por exemplo, constitui basicamente todo o complexo de formas numéricas escritas pelo ser humano mesmo que indiretamente, sem a consciência da pessoa que a escreve. Sendo assim, é plausível a necessidade do conhecer matemático em sua forma conceitual, prática e metodológica. Porém, também é indispensável o conhecimento profundo da Matemática, onde Shulman (1986) afirma que

Os professores não devem apenas ser capazes de definir para os alunos as verdades aceitas em um domínio. Eles devem também ser capazes de explicar por que uma proposição particular é garantida, por que isso vale a pena saber e como se relaciona às outras proposições, tanto no âmbito da disciplina como fora dela, tanto na teoria como na prática. (Shulman, 1986, p. 9, Tradução nossa).

Partindo do texto acima citado, o raciocínio e o desenvolvimento do pensar matematicamente devem ser dinâmicos e espontâneos. Saber entender e explicar uma situação matemática em seu formalismo é uma maneira de trabalharmos este dinamismo, bem como relacioná-la com outras situações, mesclando os saberes da teoria com os da prática. Então, o professor que detém o conhecimento profundo da Matemática, tanto em sua parte teórica como prática, consegue relacionar essas ideias, partindo para um âmbito dentro ou fora da disciplina, fazendo com que o aluno sinta a essência da Matemática em seu cotidiano.

Por fim, observamos que a quantidade de pesquisas sobre a importância da Análise Real, por ainda ser pequena, nos deixa brechas. Moreira, Cury e Vianna (2008) contestam que o estudo de disciplinas da Matemática Pura provoca implicações na formação do professor. Eles afirmam que pesquisas levantadas sobre conhecer a Matemática em sua maneira abstrata e formal, organizada de forma axiomática e rigorosa, nem sempre influenciam na sua formação efetiva. Por sua vez, Baroni e Otero-Garcia (2012) apontam que esse “nem sempre” abre imensas possibilidades sobre situações de ensino, cabendo ao professor mediar, discernir e conciliar o estudo da disciplina no ensino de outras áreas, como, em nosso caso, o ensino de Função no Ensino Médio.

4.2 Possíveis relações de Função para o Ensino Médio na disciplina Análise Real

Este é o tópico de maior discussão entre os docentes: as relações da disciplina Análise Real com o Ensino Básico, já que o curso de Licenciatura forma professores para esta esfera da educação. É sabido que conciliar a matemática formal com a prática docente é uma tarefa difícil para o professor. Em Brito (2010) é dito ser fundamental que essa articulação vá se fortalecendo conforme o professor ganhe experiência em sua docência. As disciplinas de Estágio Supervisionado durante a graduação possibilitam que o discente aplique seus conhecimentos didático-pedagógicos em conjunto com os saberes matemáticos. Essa eficiência da prática docente pode ser alcançada rapidamente ou não, dependendo da capacidade evolutiva de cada ser humano.

Nos dias atuais, de acordo com o PCN, o aluno do Ensino Básico deve ter um contato com noções elementares da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, que por sua vez é estudada em cursos de exatas no Ensino Superior. Todos os teoremas e axiomas apresentados nesta disciplina podem ser estudados de maneira escrita-organizacional, estrutural e argumentativa, por meio da disciplina Análise Real. Em uma pesquisa feita por Amorim e Reis (2011), onde o objetivo é a construção do conceito de limite iniciando-se no estudo do Cálculo e tendo seu ápice no estudo da Análise Real, é dito que

[...] a definição conceitual, concebida como uma forma de palavras utilizadas para especificar um conceito [...], representa um elemento importante a ser considerado nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, em geral. [...] A pesquisa mostrou o quanto é relevante trabalhar com as definições conceituais, especialmente oferecendo oportunidades aos alunos para que eles escrevam e falem sobre os conceitos (p. 127).

Pode-se dizer que o contato do aluno com a escrita formal é de extrema relevância para aspectos de avanço cognitivo, estimulando o desenvolvimento do seu raciocínio e dos seus argumentos na escrita. Então, tem-se aqui o primeiro passo para a ligação entre a disciplina Análise Real e o estudo de Função. Até mesmo a própria disciplina Análise fornece outras ferramentas que ajudam o futuro docente a ter um pensar matemático diferenciado sobre Função, através de estudos mais aprofundados sobre princípios básicos desta temática, como por exemplo, o estudo de conjuntos numéricos (naturais (\mathbb{N}), inteiros (\mathbb{Z}), etc.), a ideia de conjuntos abertos e fechados em Topologia, entre outros tópicos. Portanto, para compreender melhor essas fundamentações abstratas da Matemática é importante não só saber escrever uma matemática formal de maneira clara e concisa, mas também compreender as estruturas da matéria como um todo.

5 METODOLOGIA

Em Gil (2008), é explanado que a ampla compreensão do assunto abordado, através do entendimento abrangente da problemática, traz um ponto de articulação primordial com o objeto e com a finalidade da pesquisa. Além do mais, o autor afirma que o questionário é um instrumento que objetiva conhecer opiniões, crenças, interesses, sentimentos, experiências, entre outros. É uma técnica de investigação, que levanta dados significativos para serem utilizados na confirmação de uma hipótese ou a negação da mesma.

Adotando esse tipo de instrumento, lançamos questões relacionadas à compreensão da Análise Real, às dificuldades na escrita formal, bem como sua interpretação por parte dos docentes do Ensino Médio, e à importância da disciplina como possível ferramenta para o ensino de Função. É notável em Marconi e Lakatos (2003, p. 201) que “o processo de elaboração é longo e complexo: exige cuidado na seleção das questões, levando em consideração a sua importância, isto é, se oferece condições para a obtenção de informações válidas”. Trabalhar o questionário é uma tarefa um pouco complexa, porém facilita o processo de obtenção de dados para a devida análise.

A explicitação do motivo da pesquisa foi crucial para que o público-alvo tivesse norteamento quanto à importância. Em Marconi e Lakatos (2003) é dita tal importância no trecho:

Junto com o questionário deve-se enviar uma nota ou carta explicando a natureza da pesquisa, sua importância e a necessidade de obter respostas, tentando despertar o interesse do recebedor, no sentido de que ele preencha e devolva o questionário dentro de um prazo razoável (p. 201).

Assim como todo instrumento ou técnicas de pesquisa, o questionário possui algumas vantagens e desvantagens. Por Marconi e Lakatos (2003), as vantagens são descritas da seguinte forma:

- a) Economiza tempo, viagens e obtém grande número de dados.
- b) Atinge maior número de pessoas simultaneamente.
- c) Abrange uma área geográfica mais ampla.
- d) Economiza pessoal, tanto em adestramento quanto em trabalho de campo.
- e) Obtém respostas mais rápidas e mais precisas.
- f) Há maior liberdade nas respostas, em razão do anonimato.
- g) Há mais segurança, pelo fato de as respostas não serem identificadas.
- h) Há menos risco de distorção, pela não influência do pesquisador.
- i) Há mais tempo para responder e em hora mais favorável.

- j) Há mais uniformidade na avaliação, em virtude da natureza impessoal do instrumento.
- I) Obtém respostas que materialmente seriam inacessíveis

Oliveira (2008) acentua que existem dois posicionamentos epistemológicos, o positivismo e o interpretacionismo, e que ambos estão em um embate antagônico. Para o teórico, os positivistas afirmam que, “[...] a pesquisa qualitativa é considerada subjetiva e não científica, uma vez que não opera com dados matemáticos que permitem descobrir relações de causa e efeito no tratamento estatístico.” (p. 3). Já o interpretacionismo afirma que “[...] o estudo da experiência humana deve ser feito, entendendo que as pessoas interagem, interpretam e constroem sentidos.” (p. 3) Há um dinamismo mais subjetivo ao estudar o comportamento e as ideias criadas pelo homem. Logo, um questionário permite ao pesquisador uma qualidade significativa nos dados sobre comportamento ou ideias humanas. É apreciável a importância da pesquisa qualitativa. Moreira (2002) aponta nos tópicos abaixo.

- 1) A interpretação como foco. Nesse sentido, há um interesse em interpretar a situação em estudo sob o olhar dos próprios participantes;
- 2) A subjetividade é enfatizada. Assim, o foco de interesse é a perspectiva dos informantes;
- 3) A flexibilidade na conduta do estudo. Não há uma definição a priori das situações;
- 4) O interesse é no processo e não no resultado. Segue-se uma orientação que objetiva entender a situação em análise;
- 5) O contexto como intimamente ligado ao comportamento das pessoas na formação da experiência;
- 6) O reconhecimento de que há uma influência da pesquisa sobre a situação, admitindo-se que o pesquisador também sofre influência da situação de pesquisa.

A exploração como uma atividade de pesquisa, segundo Vergara (2000), pode ser realizada com uma quantidade pequena de estudos científicos, relacionando-os com o assunto específico e com pouca bibliografia. A pesquisa descritiva é caracterizada pelas apresentações de aspectos de grupos específicos, sendo alicerce para uma análise mais minuciosa, proporcionando explicações de problemáticas em questão. Deve-se notar que a pesquisa busca atingir um patamar qualitativo, explicando as características resultantes das informações adquiridas, trabalhando questões abertas e fechadas para tal.

Oliveira (2008, *Apud* Bogdan) aponta as seguintes características para a pesquisa qualitativa:

- A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como instrumento-chave.
- A pesquisa qualitativa é descritiva.
- Os pesquisadores qualitativos estão preocupados com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto.
- Os pesquisadores qualitativos tendem a analisar seus dados indutivamente.
- O significado é a preocupação essencial na abordagem qualitativa.

5.1 Campo de pesquisa e público alvo

O trabalho aqui apresentado foi desenvolvido na cidade de Gravatá-PE, nas escolas estaduais que comportam a modalidade de Ensino Médio regular, integral ou semi-integral. Os questionários foram respondidos por quinze professores, tendo cursado ou não a disciplina Análise Real durante a graduação ou pós-graduação. Os docentes em questão possuem graduação em alguma(s) das seguintes áreas:

- Licenciatura em Matemática;
- Licenciatura em Ciências com habilitação ao ensino da Matemática;
- Bacharelado em Engenharia Civil com habilitação ao ensino da Matemática.

Vale salientar que é comum encontrar professores lecionando em escolas públicas e particulares ainda que não sejam licenciados em Matemática, ou seja, que sejam formados em outros cursos de Nível Superior e possuem a habilitação para ensinar a disciplina.

Mesmo que alguns professores não tenham cursado a Análise Real, foi solicitado que respondessem ao questionário como forma de buscar informações sobre como o professor aborda e quais aspectos enfatiza no ensino de Função, pois o formalismo utilizado pelo docente em sala de aula pode contribuir para a finalidade da pesquisa em questão.

5.2 O questionário

O questionário foi dividido em doze perguntas, sendo duas perguntas objetivas e dez perguntas subjetivas. O formato do questionário seguiu a seguinte ordem:

1. A formação acadêmica do professor;
2. A prioridade no ensino de Função;
3. As dificuldades quanto à escrita formal e sua interpretação;
4. A importância da disciplina Análise Real para a carreira docente.

As primeiras três questões remetem-se à formação acadêmica do professor (curso(s), instituição e ano de formação). A quarta questiona o que o professor prioriza ao lecionar o assunto Função aos alunos no Ensino Médio. Da quinta questão à oitava, trabalhou-se sobre as dificuldades da escrita formal do professor de Matemática em sala de aula. A nona questão remete-se à quais disciplinas durante a graduação foram importantes para o estudo de Função para o Ensino Médio. Por fim, da décima questão à décima segunda, abordou-se sobre a importância da disciplina Análise Real na formação de professores de Matemática.

5.3 Coleta e análise de dados

A pesquisa adotou uma abordagem exploratória das ideias contempladas no questionário, descrevendo, interpretando e analisando as respostas obtidas de maneira qualitativa. Traçaram-se as metas em três etapas:

- Aplicar um questionário sobre as dificuldades na escrita formal da matemática e a importância da disciplina Análise Real para o ensino de Função com professores das escolas estaduais da cidade de Gravatá-PE;
- Coletar os dados e organizá-los em tópicos;
- Fazer uma análise crítica sobre os dados recolhidos, examinando-os com as teorias e concepções abordadas pelos textos referenciados no presente trabalho.

É importante frisar, em Marconi e Lakatos (2003, p. 231), que “[...] a função de um relatório não é aliciar o leitor, mas demonstrar as evidências a que se chegou através da pesquisa”. Os teóricos afirmam que a interpretação de dados deve ser de maneira sucinta, em forma de evidências para a confirmação ou refutação das hipóteses, sendo necessário salientar que a análise deve seguir os seguintes tópicos:

- As discrepâncias entre os fatos obtidos e os previstos nas hipóteses;

- A comprovação ou a refutação da hipótese, ou ainda, a impossibilidade de realizá-la;
- Especificação da maneira pela qual foi feita a validação das hipóteses no que concerne aos dados;
- Qual é o valor da generalização dos resultados para o universo, no que se refere aos objetivos determinados;
- Maneiras pelas quais se podem maximizar o grau de verdade das generalizações;
- A medida que a convalidação empírica permite atingir o estágio de enunciado de leis;
- Como as provas obtidas mantêm a sustentabilidade da teoria, determinam sua limitação ou, até, a sua rejeição. (p. 231-232).

Na análise de dados, comentamos o resultado geral sobre cada tipo de questão, visando avaliar as respostas e acrescentando em que ponto(s) a Análise Real pode contribuir para diminuir a dificuldade da escrita matemático-formal e conseqüentemente ajudar o professor.

Como dito anteriormente, a avaliação, interpretação e construção de ideias fundamentadas foi dada através de um processo dinâmico. De fato, envolveram-se as concepções teóricas juntamente com as devidas inferências nas respostas recolhidas, precavendo-se de questões claras e tecnicamente voltadas aos fins, uma vez que “[...] a construção de um questionário precisa ser reconhecida como um procedimento técnico cuja elaboração requer uma série de cuidados, tais como: constatação de sua eficácia para verificação dos objetivos.” (GIL, 2008 p. 121).

6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste tópico a finalidade é apresentar e analisar com clareza os dados recolhidos dos questionários. A pesquisa objetiva analisar a importância da disciplina Análise Real na formação do professor, em específico, no ensino de Função no Ensino Médio. Para tal, foi necessário investigar as dificuldades do professor em relação à escrita e à interpretação, bem como identificar as experiências com a Análise Real vivenciadas pelos docentes durante a sua formação. Também foi de suma importância a verificação das concepções, conceitos e ideias dos professores questionados para entendermos o papel da disciplina enquanto possível ferramenta para a carreira docente.

Garantido o anonimato, iremos identificar os docentes questionados abreviando pela letra D seguida de um numeral quantificador, ou seja, D1, D2, D3,..., D15.

A apresentação e análise dos dados serão feitas em tópicos relacionados à formação do docente, escrita e interpretação de texto ou argumento formal da Matemática, disciplinas relevantes que contribuíram para o estudo de Função e a importância da disciplina Análise Real na formação dos professores.

6.1 Dos docentes envolvidos

Como dito anteriormente, a pesquisa foi realizada nas instituições de ensino público estadual da cidade de Gravatá – PE que comportam Ensino Médio nas categorias regular, integral ou semi-integral.

6.1.1 Dos dados dos docentes envolvidos

Verificamos que, quanto à formação acadêmica, nenhum professor estava lecionando tendo apenas o Ensino Médio ou Ensino Superior incompleto. Abaixo, consta um quadro relacionando detalhadamente os dados dos docentes referentes às instituições de ensino onde realizaram suas respectivas graduações, o ano de conclusão e se cursaram ou não a disciplina Análise Real. Os espaços correspondentes às perguntas que não foram respondidas pelos professores foram preenchidos com o símbolo “-”.

Quadro 1 – Dados dos professores referentes à graduação

Docente	Graduação	Instituição de Graduação	Ano de conclusão Graduação/Pós-Graduação	Cursou Análise Real
D1	Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática	FAINTVISA	2002/2006	Sim
D2	Licenciatura em Matemática	FAINTVISA	2013/2015	Sim
D3	Engenharia Civil	UFPE	-	Não
D4	Engenharia Civil; Licenciatura em Ciência com habilitação em Matemática	UNICAP; FAINTVISA	1997; 2002/1999	Sim
D5	Licenciatura em Matemática	FAINTVISA	-	Sim
D6	Licenciatura em Matemática	FAINTVISA	-	Não
D7	Licenciatura em Matemática	FAINTVISA	-	Sim
D8	Licenciatura em Matemática	UNITINS	2012/2016	Sim
D9	Engenharia Civil; Licenciatura em Ciência com habilitação em Matemática	FAINTVISA	2004/2006	Não
D10	Licenciatura em Matemática	FAINTVISA	2003	Não
D11	Licenciatura em Matemática	FAINTVISA	-	Não
D12	Licenciatura em Matemática	AESA	-	Não
D13	Licenciatura em Matemática	UFPE	2015	Sim
D14	Licenciatura em Matemática	UFPE	2015	Sim
D15	Licenciatura em Matemática	UFPE	2015	Sim

Fonte: autor, 2016.

Conforme os dados da tabela, sete não possuem pós-graduação. Dos professores que possuem temos:

- 03 (três) formados em Licenciatura em Ciência com habilitação em Matemática pela FAINTVISA, com 01 (um) tendo formação em Engenharia Civil pela Universidade Católica de Pernambuco.
- 05 (cinco) formados em Licenciatura Plena em Matemática, sendo 03 (três) pela FAINTVISA, 01 (um) pela Universidade Estadual do Tocantins (UNITINS) e 01 (um) pela Autarquia de Ensino Superior de Arcoverde (AESA).

As pós-graduações dos docentes em questão são quatro pela FAINTVISA, uma pela Universidade Candido Mendes (UCAM), duas pelo Centro Universitário Internacional (UNINTER) e uma pela Universidade de Pernambuco (UPE). Apenas nove professores cursaram a Análise Real durante a graduação.

6.2 Da prioridade no ensino de Função no Ensino Médio

Aqui buscamos entender quais pontos os professores consideram ser importantes no ensino de Função para alunos do Ensino Médio. A princípio, pudemos notar que a maioria das respostas se remete à prioridade em leitura, análise e interpretação de gráficos de funções e suas diferentes representações geométricas, bem como a resolução de problemas que envolvam o cotidiano do aluno. A seguir, frisamos as respostas que se destacaram:

- *D3: A compreensão do conceito de função (formal e não formal), como também a construção e interpretação de gráficos.*
- *D4: Relação de crescimento e decrescimento nas funções, bem como pontos de máximo e mínimo; identificação e determinação de contradomínio, imagem e domínio no gráfico da função.*
- *D6: Interpretação dos conceitos de função, trazendo-os para o aluno de forma mais simples possível, bem como a resolução de problemas.*
- *D7: Gráficos, tabelas e suas teorias para resolução de problemas que envolvam o cotidiano.*
- *D13: Classificação das funções, construção de gráficos, análise dos pontos e resolução de problemas.*

É nítido que os professores enfatizam o estudo dos gráficos nas funções e a resolução de problemas. A resposta de D14 apresenta uma pequena diferença:

- *Deixar claro, para os alunos, o que é necessário para se definir uma função (domínio, contradomínio, uma regra de associação em tese) e mostrar algumas aplicações das funções em vários problemas, tanto na Matemática quanto na física e em outras áreas de ensino.*

Em conformidade com os pensamentos de Schoenfeld (1992), dizemos que o pensar matematicamente também está relacionado à maneira de como pensam os matemáticos (a matemática formal), porém trabalhando o dinamismo da temática de resolução de problemas e a práxis no cotidiano do aluno. Nesse ponto, os professores não podem se esquecer de trabalhar com o aluno a escrita formal e sua interpretação, pois também faz parte de seu aprendizado matemático. Portanto, não se deve apenas estudar a Matemática de maneira “empírica” ou de maneira simplificada, deixando de lado o formalismo da mesma.

Foi notável que, de maneira geral, não houve menção sobre a parte formal, a escrita de argumentos e pensamentos matemático-formais, com exceção de D3. Contudo, não podemos dizer, de maneira efetiva, que os professores não trabalham tal estudo com os discentes do Ensino Médio, até mesmo porque o depoimento de D14 em “... o que é necessário para se definir uma função” nos deixa brecha para uma vasta gama de interpretações. Pode ser que o docente interprete como importante trabalhar a parte formal da Matemática. Porém, precisaríamos de um estudo mais específico para um diagnóstico preciso.

6.3 Das dificuldades em relação à escrita ou interpretação da matemática formal

Neste ponto analisamos os tipos de dificuldades que os professores sentem em relação à escrita ou interpretação da matemática formal, tanto por parte deles como por parte dos alunos. Ao se remeter a este tipo de entendimento, apenas seis dos entrevistados responderam que não sentem dificuldades (destes, cinco não cursaram a Análise Real). Os demais responderam que apenas os alunos sentem alguma dificuldade sobre o entendimento da Matemática, seja na interpretação de questões, manipulações algébricas ou uso da linguagem matemática abstrata (incógnitas, símbolos, etc.). Somente quatro referiram-se ao formalismo em si.

Como mencionado anteriormente, a maioria dos professores disseram que seus alunos sentem algum tipo de dificuldade, porém fugiram um pouco da temática da questão. Os docentes que falaram dos alunos do Ensino Médio que apresentam deficiências sobre o entendimento da matemática nos quesitos interpretação de questões, manipulações algébricas e uso da linguagem matemática formal e abstrata, foram breves e objetivos quanto às tais dificuldades, conforme as respostas a seguir.

- *D1: A maioria dos discentes ingressa no Ensino Médio [...] deixando a desejar na parte algébrica, a qual envolve muito do formalismo da Matemática, bem como suas interpretações.*
- *D3: Tem sido comum encontrar no 1º ano do Ensino Médio alunos que concluíram o fundamental sem o necessário domínio dos conhecimentos matemáticos indispensáveis para o estudo de funções, como na álgebra elementar[...].*
- *D4: Os discentes apresentam dificuldade na interpretação das questões e na transposição para a linguagem formal da Matemática.*

Em geral, as outras respostas se assemelham às ideias dessas. Porém, um docente não conseguiu compreender a questão, fugindo do tema em pauta, ao afirmar que o não entendimento da matemática formal se dá por

- *D8: Falta de interesse dos alunos no estudo da Matemática, bem como a deficiência de conhecimentos básicos da Matemática que o aluno deveria possuir, como, por exemplo, “jogo de sinais”, operações com frações, álgebra, entre outros.*

Pode-se ver claramente que o professor confundiu a parte formal da Matemática com operações que são consideradas elementares.

De posse dessas informações, podemos verificar que os professores enfatizam a deficiência no entendimento da matemática formal dos alunos relacionando aos conhecimentos prévios que os mesmos deveriam possuir (como operações algébricas, por exemplo). Ora, durante a carreira no Ensino Fundamental, o aluno provavelmente obteve contato com algumas formalidades da Matemática. Porém, pode ter havido um conflito intenso durante a dualidade concreto e abstrato, pois o entendimento formal da Matemática não é algo tão simples de ser agregado e associado de maneira que gere a construção do conhecimento.

Em especial, destacamos a resposta de D14, pois mesmo ao afirmar que não sente dificuldades quanto à interpretação, ele afirma:

- *Eu especificamente não sinto grandes dificuldades para abordar esses assuntos. Por outro lado, os alunos apresentam inúmeras dificuldades para se adaptarem ao formalismo e a linguagem matemática presentes nesses conteúdos [...] (Grifo nosso).*

Após a análise dos dados citados é plausível a observação que o entendimento da matemática escrita e rigorosa, por parte dos alunos, desde os ensinamentos anteriores ao Ensino Superior, já é incompleto, superficial e, por vezes, nenhum. Talvez os diversos fatores alheios (fatores sociais, econômicos, geográficos, etc.) ao estudante possam ter influenciado tamanha defasagem na aprendizagem da matemática formal. Logo, o aluno que teve uma grande dificuldade em ler e interpretar textos matemático-dedutivo-formais durante todo o Ensino Básico poderá estagnar sobre tais conhecimentos, gerando conflitos e despertando o desinteresse sobre o estudo formal da Matemática.

Portanto, o professor deve estar atento para com o aluno, ajudando-o a construir conceitos matemáticos abstratos e proporcionando um desenvolvimento cognitivo significativo, como explica o PCNEM em que o conhecimento científico disciplinar na nossa contemporaneidade é indispensável para a formação do aluno do Ensino Médio. Para isso, é necessário que o professor tenha intimidade com a escrita formal, bem como organizar e argumentar de maneira coesa e clara os pensamentos e ideias da matemática abstrata. É nesse ponto que a disciplina Análise Real pode contribuir para tal entendimento.

6.4 Da escrita de definição formal de Função

Neste tópico analisamos a capacidade do professor escrever a definição formal de função sem auxílio do livro didático. Muitos responderam ter a capacidade de fazê-lo, mas apresentaram respostas informais ou erradas. Notou-se também que, para a maioria dos docentes, a função começa sempre relacionando dois conjuntos. Alguns apenas citaram situações do cotidiano que servem como aplicação do assunto, porém sem definir o conceito ou usar qualquer tipo de formalismo. De modo geral, os docentes não responderam conforme solicitado, escrevendo respostas de maneira empírica.

Para referência, uma definição correta de uma função seria a seguinte:

“Dados dois conjuntos não vazios A e B , uma relação $f: A \rightarrow B$ é dita função se, e somente se, para cada elemento $x \in A$ existir apenas um único elemento correspondente $y \in B$, tal que $f(x) = y$ ”.

D1 escreveu a definição abaixo.

“ $f: A \rightarrow B$, com $a \in A$ e um $b \in B$, de modo que a se relacione com b ”

Ao analisar a resposta citada, de maneira formal, o que significaria f, a, b, A e B ? Podemos até subentender essa simbologia apresentada devido aos estudos sobre função durante nossa carreira acadêmica, mas para o aluno que está iniciando os estudos de função qual a visão que ele teria desse texto? Enquanto docentes, devemos explicitar detalhadamente para os alunos cada elemento, símbolo ou situação que expomos em questões, frases ou textos, de maneira clara e organizada, facilitando a compreensão do texto matemático. Neste caso, a letra f é o símbolo que usamos para denotar uma função e as letras a e b são elementos pertencentes aos conjuntos A e B , respectivamente.

D2 e D5 afirmam que função é a relação entre duas grandezas, dois conjuntos que mantém uma relação entre si. Acreditamos que essas respostas são um tanto vagas, pois se precisa de mais especificidade ao relacionar dois conjuntos. Que tipo de relação dois conjuntos devem manter para que tipifique uma função? Sabemos que uma relação de função é dada quando para cada elemento no conjunto domínio se tem um único elemento associado no conjunto denominado contradomínio. Portanto, se não explicitar essa especificidade sobre uma relação, não necessariamente teremos uma função.

D2, D11 e D12 citam exemplos de como aplicar o estudo de Função no cotidiano.

- *D2: A compra do pão na padaria. As variáveis quantidade de pão e valor a pagar estão diretamente relacionadas entre si.*
- *D11: Uma corrida de táxi, onde o valor a ser pago está relacionado com a quantidade de quilômetros percorridos.*
- *D12: A produção de um produto com custo fixo somado com “n” reais por peça produzida.*

Estes são bons exemplos que podem ser trabalhados com o aluno do Ensino Médio, visto que também é uma competência do estudo de Função sua aplicação no cotidiano. Todavia, o que está em questão aqui são as competências em torno do formalismo

matemático, sua escrita rigorosa. Acreditamos que os professores não quiseram responder formalmente ou não entenderam o que pedia a questão.

De maneira não formal, os docentes D6, D7, D8, D9 e D10 explicaram superficialmente como se dá a relação de função, o que é importante para o entendimento inicial. Porém, tal definição deve ser apresentada de maneira que o aluno consiga ter uma visão ampla dos conceitos e concepções, não só da maneira prática e simplificada, como também da maneira abstrata e formal. Partir diretamente para um modelo ou uma ordem a ser seguida, faz com que o aluno estude de uma maneira linear os conteúdos, limitando os caminhos a serem trilhados na construção do conhecimento.

Apontamos a atenção para D3, D4, D14 e D15, de quem obtivemos:

- *D3: Função é um tipo de relação específica onde todos os elementos de um conjunto de partida (domínio) devem estar associados por meio de uma lei matemática a apenas um dos elementos do conjunto de chegada (contradomínio).*
- *D4: Função é um tipo de relação específica onde todos os elementos do conjunto A (domínio) estão associados a um único elemento do conjunto B (contradomínio). f é uma relação binária entre dois conjuntos tal que f é unívoca, isto é, se $b = f(a)$ e $c = f(a)$, então $b = c$, pois todo elemento de A se relaciona com algum elemento.*
- *D14: Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$. Definimos a função $f: A \rightarrow B$ como a regra que associa a cada $x \in A$ um único $y \in B$, tal que $y = f(x)$ e se $y_1 = f(x_1)$ e $y_2 = f(x_1)$, então $y_1 = y_2$.*
- *D15: Chamamos de função a relação existente entre um ou mais conjuntos, estabelecida através de uma lei de formação, onde os elementos de um conjunto devem se relacionar aos elementos do outro conjunto através dessa lei.*

Note que D3 e D15 afirmam que função é uma relação específica entre os elementos do domínio e contradomínio que está regida por uma “lei matemática”. Mesmo não usando formalismo, os docentes em questão explicaram como é dada, superficialmente, a relação de função. Entretanto não especificaram esse tipo de lei que define uma função, o que deixa as respostas incompletas, principalmente a de D15. Já D4 usa um pouco mais de formalismo e simbolismo matemático, e D14, por sua vez, usa uma linguagem um pouco mais simbólica. Notemos que o docente D4 prezou pelo formalismo de maneira escrita por extenso. Mesmo não usando a simbologia explicou claramente como se dá a construção do conceito de função. As quatro respostas, aparentemente distintas, possuem o mesmo significado.

Apenas um docente, D13, afirmou que não conseguia escrever a definição formal sem o apoio do livro didático, explicando o fato de não utilizá-la com frequência e assim não conseguir memorizá-la, pois para ele no ensino de Função aos alunos do Ensino Médio é prioridade a classificação das funções, a construção de gráficos, a análise dos pontos e a resolução de problemas.

Zuffi (2004), em sua pesquisa, diz que os professores analisados apresentavam grandes dificuldades de expressar suas ideias e concepções sobre funções sem a consulta do livro didático, o que também é notável no estudo aqui apresentado. A maioria dos professores entrevistados sentiu uma grande dificuldade em escrever definições formais sem o auxílio do livro didático e, quando o fizeram, escreveram de maneira inconsistente, incompleta ou incoerente, comparando com os termos mais técnicos e simbólicos da Matemática, salvo as respostas de D4 e D14. Notamos que são respostas iguais, porém com palavras e métodos diferentes, onde um utilizou mais artifícios da língua portuguesa e o outro utilizou de simbolismos matemáticos que abreviam ou dispensam, em muitos casos, a escrita por extenso de ideias, significados e definições. Observamos também que tanto os professores que cursaram Análise e os que não cursaram tiveram grandes dificuldades em responder esta questão, mas vale salientar que as melhores respostas foram advindas de professores que cursaram a disciplina.

6.5 Da definição de função injetiva

Em relação ao entendimento de um texto formal, pedimos que os docentes identificassem a definição de função injetiva entre as opções apresentadas. Em geral, a maioria dos professores assinalou a assertiva correta:

“Uma função $f: A \rightarrow B$ chama-se injetiva quando, dados x, y quaisquer em A , $f(x) = f(y)$ implica $x = y$. Em outras palavras, quando $x \neq y$ em A implica $f(x) \neq f(y)$ em B ”.

Porém destacamos quatro erros. Três docentes (D6, D10 e D11) assinalaram a mesma alternativa e o quarto (D12) assinalou três alternativas como verdadeiras e uma como falsa. Analisemos a resposta escolhida pelos três professores citados:

“Uma função $f: A \rightarrow B$ chama-se injetiva quando, dados x, y quaisquer em A , $f(x) = f(y)$ implica $x \neq y$. Em outras palavras, quando $x \neq y$ em A implica $f(x) \neq f(y)$ em B ”

Se essa fosse a resposta correta, teríamos então que dois elementos distintos x e y possuem a mesma imagem, o que seria um absurdo, pois para haver injetividade em uma função é necessário que cada imagem possua um único elemento correspondente do conjunto

do domínio. Aqui, notamos que houve uma defasagem na interpretação dos símbolos ou da escrita, reforçando que o professor pode ter um pouco de dificuldade na leitura de textos matemático-formais como Zuffi (2004) citara.

Contudo, estes professores que erraram a questão não cursaram Análise Real durante sua graduação ou nos estudos de pós-graduação. Entendemos que tais erros podem ter advindo da falta de um estudo minucioso e aprofundado do tipo de escrita matemática proporcionado pela disciplina. Mas vale destacar que, dos professores que assinalaram corretamente, alguns também não a cursaram. Logo, podemos inferir que, mesmo não tendo contato com um formalismo rigoroso durante a graduação, a interpretação ou a vivência com a escrita matemática na prática docente também pode contribuir para o estudo abstrato da Matemática. Entretanto, não podemos dar um diagnóstico preciso quanto ao erro na questão apenas por essas assertivas, sendo necessária uma pesquisa mais aprofundada para tal veredito.

6.6 Das disciplinas que contribuem para o estudo de Função no Ensino Médio

Aqui, chamamos a atenção para as disciplinas da graduação que contribuíram para o professor lecionar Função no Ensino Médio. Como dito anteriormente, os professores possuem formação em instituições distintas, então cada disciplina pode conter algum componente curricular um pouco diferente, porém supõe-se serem semelhantes em vários aspectos. O pesquisador deste trabalho tentou buscar as matrizes curriculares em sites das instituições, porém apenas a UFPE disponibiliza.

Obtivemos as seguintes respostas:

Tabela – Das disciplinas que ajudaram no estudo de Função

Disciplinas	Docentes (quantidade)
Física I e II	01
Matemática I	03
Matemática Básica	03
Álgebra Linear	04
Cálculo Diferencial e Integral	06
Estruturas Algébricas	02
Didática e Avaliação	02

Análise Real	07
Função I e II	01
Geometria Analítica, Plana e/ou Espacial	02
Cálculo Numérico	01
Álgebra	06

Fonte: autor, 2016.

Notamos que a Análise Real foi a mais indicada mesmo tendo apenas nove docentes que estudaram a disciplina.

6.7 Da experiência com a Análise Real

Aqui iremos abordar as respostas referentes à possível experiência (visto que alguns não tiveram contato) com a disciplina durante o curso de formação de professores de matemática. Em suma, os nove que cursaram afirmaram que se trata de uma disciplina difícil, considerando-a a mais difícil do curso por se tratar de uma matemática abstrata, de uma linguagem formal e rígida. De acordo com os professores, o estudo da Análise mostrou ser gratificante, mesmo sendo de alto nível de dificuldade, pois proporciona uma atividade intensa com a escrita e a Matemática formal, ajudando no desenvolvimento de seu raciocínio abstrato, conforme as respostas abaixo:

- *D1: Experiências de descobertas incríveis, com o aprendizado da matemática abstrata, gerando muito conflito na parte inicial do curso. Creio que seja a parte mais difícil do curso.*
- *D4: O grau de dificuldade encontrado foi a apropriação dos conhecimentos axiomáticos e os teoremas aplicados para a demonstração dos assuntos em estudo, além da linguagem rígida da Matemática. Contudo, considero de grande relevância a exposição do conteúdo para o estudo formal da Matemática.*
- *D13: Foi uma disciplina que mostrou as definições de funções, como também de outros conteúdos matemáticos, de maneira bastante intensa e abstrata, o que particularmente considero muito difícil.*

- *D14: A experiência foi boa, pois tive um bom professor lecionando a mesma, porém posso afirmar que os meus conhecimentos sobre a disciplina são rasos e o contato com a disciplina não foi suficiente para me dar uma formação sólida na mesma.*
- *D15: De início a experiência não foi muito agradável, pois tive muita dificuldade com os conteúdos, porém com a continuidade do curso comecei a compreender melhor os conceitos e o estudo formal da Matemática.*

Notemos a ênfase dada por D4 ao afirmar que desenvolve o estudo sobre axiomas e teoremas com uma linguagem bastante rígida e que a disciplina contribui significativamente para o formalismo da Matemática.

Algumas respostas apresentaram particularidades:

- *D2: Essa disciplina contribuiu bastante para a compreensão dos conceitos formais matemáticos, principalmente no estudo de cálculo integral e diferencial, bem como o estudo de funções.*
- *D5: A disciplina dá suporte para fazer demonstrações rígidas, leitura e escrita das notações formais sobre diversos assuntos matemáticos, inclusive o estudo de conjuntos.*
- *D7: Análise Real foi muito importante no desenvolvimento da escrita formal, porém vejo como uma disciplina mais voltada para quem almeja seguir carreira em estudos de pós-graduação.*
- *D8: A disciplina Análise Real foi a mais importante para quem quer dar continuidade nos estudos em nível de mestrado e doutorado, mas no meu caso serviu para apenas conhecer um pouco da matemática abstrata e sua escrita.*

É notável que os professores concordaram que a disciplina contribuiu significativamente para desenvolver a leitura e a escrita formal e abstrata de conceitos matemáticos, mesmo aqueles que consideram a disciplina mais importante para quem deseja continuar os estudos em nível de mestrado e doutorado.

6.8 Da importância da Análise Real na formação de professores de Matemática

Questionamos sobre o papel da Análise Real na formação de professores de Matemática e encontramos respostas diversas, como a importância na continuação da carreira

acadêmica e o aprofundamento e a formação de uma base de raciocínios teóricos e formais mínimos para que o futuro professor possa ensinar. Quanto a esse papel, os docentes abaixo afirmaram que a disciplina contribui para a construção do pensamento matemático-formal:

- *D1: Trazer um olhar amplo do universo matemático para a construção de um conhecimento formal e abstrato.*
- *D2: Analisar os diversos conceitos formais matemáticos que contribuem com a escrita formal do futuro professor.*
- *D4: A disciplina fornece elementos investigativos na construção de provas que correspondem a ideias intuitivas de cálculo tais como continuidade, limites, derivadas, integrais e sequencia de funções.*
- *D5: Tem como papel consolidar uma série de conceitos estudados ao longo da graduação, trazendo fundamentação abstrata para o estudo dos números reais, bem como o estudo das funções de maneira geral.*
- *D15: Aprofundar o estudo abstrato da Matemática, principalmente de funções, indo além do que é estudado para lecionarmos no Ensino Médio.*

Em destaque, D5 afirma trazer um estudo abstrato dos números reais e das funções de maneira geral, consolidando os conceitos estudados ao longo do curso. Essa sistematização, como já dito anteriormente, estimula no discente a construção de um saber diferenciado, propiciando um contato com uma matemática que não é vista costumeiramente, aumentando ainda mais a bagagem de conhecimento obtida pelo estudante e futuro professor de Matemática. Sabemos que o estudo de sequências pode estar relacionado com o de Função, como as progressões aritméticas e geométricas, bem como o estudo dos números reais. Logo, reiterando nossa afirmação, situações que desencadeie no discente o pensar formal dessa matemática também contribui para que o mesmo possua ferramentas distintas do que é estudado ao longo de sua graduação.

Para D8, a disciplina é muito mais eficaz para quem deseja continuar os estudos em nível superior, conforme sua resposta abaixo:

- *D8: Acredito ser uma disciplina mais voltada para quem deseja continuar os estudos em pós-graduação.*

Entretanto, destacamos as respostas a seguir em que os professores afirmam que Análise Real contribui na formação e em sala de aula:

- *D7: Aprender os estudos fundamentais da Matemática para seguir carreira de professor em instituições de Ensino Superior, como também ter uma bagagem teórica e para que nos ajude a lecionar.*
- *D13: O papel da Análise Real consiste em fornecer ao professor de Matemática ferramentas suficientes para que o mesmo seja capaz de trabalhar com as funções reais elementares com o mínimo do formalismo matemático exigido para o Ensino Médio.*
- *D14: É uma disciplina importante, visto que nela estudamos as definições Matemáticas do conceito de funções, propiciando uma boa base teórica e formal para dar aulas, porém é uma disciplina bastante complicada que a meu ver não deveria ser ofertada no fim do curso e sim em meados dele.*

Para D7, mesmo afirmando que a disciplina serve de fundamentação para continuar os estudos em pós-graduação, também serviu de bagagem teórica ajudando-o a lecionar. Em conformidade, notemos que D13 e D14 afirmam que a Análise Real proporciona o mínimo de formalismo possível para o professor trabalhar em sala de aula. Portanto, mesmo que o entendimento da disciplina seja superficial, o formalismo exigido pela mesma faz com que o discente desenvolva uma matemática estruturada em aspectos abstratos, o que pode sim contribuir para a carreira do professor no Ensino Básico.

Por fim, quanto a uma possível contribuição da Análise Real para o professor de Matemática no estudo de Função no Ensino Médio, todos os que cursaram afirmam ser uma boa ferramenta. Em suma, os docentes acreditam que a disciplina traz uma ótima concepção do formalismo na escrita e no entendimento das funções, dos conjuntos, dos intervalos, bem como no desenvolvimento do raciocínio lógico-formal. É bastante destacado pelos docentes abaixo que a disciplina é importante na construção do conhecimento formal, assim como sua escrita simbólica e textual.

- *D1: Sim. Prende a atenção do discente para o formal da Matemática, ajudando a interpretar, escrever e construir textos rigorosos, bem como o uso constante de símbolos matemáticos.*

- *D2: Sim, pois contribuiu significativamente para a compreensão de estudos formais matemáticos, principalmente o conceito formal de função.*
- *D4: Sim, pois a disciplina inicia com demonstrações simples em teoria dos conjuntos, uma introdução aos números naturais, bem como o estudo da indução matemática, tipos de subconjuntos dos números reais, como conjuntos abertos, conjuntos fechados e espaços compactos e suas propriedades. Porém destaco o formalismo para o estudo de função em geral, séries de potências, como a função exponencial e as funções trigonométricas.*
- *D7: Sim. Na análise direta do formal da Matemática, bem como na leitura e interpretação de textos, incluindo o estudo mais abstrato de função.*
- *D8: Sim. Para uma construção de um conhecimento mais rico em formalismo, bem como a escrita simbólica de definições sobre função.*
- *D13: Sim, pois o aprofundamento do conteúdo formal da Matemática nos ajuda a observar as funções de um ponto de vista diferente, ajudando na construção do conhecimento matemático.*
- *D15: Sim. A disciplina Análise Real traz uma boa base da matemática abstrata, com definições, axiomas e teoremas demonstrados passo a passo, em especial no estudo das funções, o que nos dá certa segurança ao trabalharmos a escrita formal em sala de aula.*

Como já expressamos, o formal matemático é um dos saberes que o professor deve construir. D1 e D7 possuem respostas muito parecidas. Eles reforçam a importância da disciplina para interpretar, escrever e construir textos que se remetem ao rigor matemático, em conjunto com toda sua simbologia. Então, a carga desse tipo de aprendizado já é um fator complementar na construção do conhecimento da Matemática. Logo, quando nos remetemos ao ensino de Função, saber escrever um texto matemático que represente a definição, bem como suas classificações (injetividade, bijetividade, etc.), é um fator crucial para o futuro docente desenvolver outras competências nos seus alunos do Ensino Médio.

Em particular, mas não distante, D2 consegue ser ainda mais específico ao se remeter diretamente ao estudo de Função, onde a disciplina proporcionou a capacidade de desenvolver o conhecimento formal da Matemática. Já D4 consegue ir mais além, ao descrever alguns passos que a disciplina normalmente traça, em destaque para o estudo de funções, especificamente as exponenciais e trigonométricas.

Já D5 e D14 relacionam a Análise Real como uma forma de ter contato com a matemática abstrata.

- *D5: Sim. Proporciona-nos uma compreensão dos conceitos básicos da abstração matemática, nos dando mais segurança para desenvolver no nosso aluno o raciocínio lógico e a capacidade de pensar matematicamente.*
- *D14: Sim, pois para uma boa compreensão da disciplina o discente deve dominar os conceitos principais relacionados a conjuntos, intervalos, relações e funções, os quais serão abordados posteriormente pelo professor do Ensino Médio.*

A referência de D5 é algo bastante inerente ao estudo matemático. Essa resposta nos abre um leque de possibilidades sobre o “pensar matematicamente”. Em D14, observamos que é necessário o domínio de conceitos básicos sobre conjuntos, intervalos, relações e funções, para poder estudar a Análise Real, ou seja, o estudo minucioso dos conceitos não só contribui para o discente aprender a disciplina como também o ajudará na construção de ideias e estratégias para a futura prática docente.

Enfim, de acordo com as respostas aqui analisadas, é perceptível que a disciplina contribui significativamente, seja em uma possível carreira em pós-graduação ou como bagagem para a carreira no Ensino Médio, onde a maioria dos formados normalmente atua. Focado na contribuição para o professor que atuará nesta modalidade de ensino, o estudo se mostrou em conformidade com os de Baroni, Otero-Garcia e Martines (2013), nos quais, a Análise Real está associada à maturação do raciocínio matemático-formal. Então, a articulação do teórico matemático, sua rigorosidade em escrita, argumentos e simbologia, contribui significativamente para uma das competências do saber matemático destacado pelo PCN. Contudo, podemos notar que aparentemente, há certa dificuldade em tentar aproximar os conteúdos da Análise Real de tópicos da Educação Básica. Em nossa opinião, talvez este seja o maior obstáculo por parte dos docentes que a lecionam, uma vez que os estudantes não tem facilidade em assimilar seus conteúdos.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os dados aqui analisados nos permitiram notar que há um reconhecimento significativo da disciplina Análise Real como ferramenta para os professores atuarem no Ensino Médio. A maioria dos docentes afirma que a disciplina é importante no ensino de Função, contribuindo na construção de um saber matemático diferenciado, desenvolvendo uma face mais abstrata. As informações recolhidas mostraram que existem dificuldades em apresentar a definição formal de Função, como pôde ser visto nos erros de quatro docentes. Todavia, não há como diagnosticar se tal erro é devido ao não contato com a Análise Real, pois tivemos professores que acertaram questões e que não cursaram a disciplina. Logo, entendemos que ela contribui para o desenvolvimento da matemática abstrata, não sendo a única ferramenta para a construção dessa competência.

Enquanto estudante, este pesquisador afirma que a disciplina contribuiu de forma relevante para o desenvolvimento da matemática formal, ajudando-o a trabalhar suas capacidades de abstração e a construir um pensar diferenciado da Matemática. Achamos que a essência da disciplina pode não ter sido muito bem alcançada com a maioria dos docentes. Talvez uma tentativa de aproximar os conteúdos da disciplina com a prática do futuro professor pode ser uma alternativa para diminuir tal defasagem.

Um fato é que a disciplina tem um rigor muito alto em suas demonstrações e manipulações de palavras, ideias e símbolos matemáticos. Mas até que ponto o rigor da Análise Real deve ser trabalhado com o discente que posteriormente irá atuar no Ensino Básico? Seria tão necessário estudarmos profundamente a disciplina? Em resposta a estas perguntas, acreditamos que a disciplina deve ser trabalhada de maneira que o discente entenda as estruturas formais da Matemática em conjunto com suas práticas pedagógicas. Quanto maior o aprofundamento matemático do futuro professor, maior será a capacidade de pensar matematicamente, conseqüentemente terá uma melhor afinidade em desenvolver esse tipo de pensamento no aluno do Ensino Médio.

Em conformidade com os pensamentos acima, citamos uma pesquisa feita por Medeiros (2015), onde ele questionou a real importância da disciplina na formação de professores atuantes no Ensino Médio, levantando três hipóteses e conclusões:

1. *Se não é objetivo principal da Análise Real fazer essa relação direta com a educação básica, então outra componente curricular*

deveria existir para fazer esta função, afim de que os alunos entendam a importância desse conhecimento para sua profissão.

2. *Se a componente curricular Análise Real fornecer ferramentas suficientes para que o aluno, por si só, entenda essa importância, então a referida componente curricular deveria se localizar períodos antes do encerramento do curso, como sugerido por um dos professores, afim de que os alunos possam refletir sobre tais conhecimentos.*
3. *Se o objetivo do curso é formar professores para a educação básica e para essa boa formação for necessária às habilidades proporcionadas pela Análise Real na qual foram mencionadas pelos professores, então nada mais justo que tais habilidades sejam desenvolvidas por meio de tópicos de conteúdos mais próximos da educação básica. (p. 65).*

Os pensamentos da primeira e terceira hipóteses poderiam ajudar também no estudo efetivo da disciplina, porém são questões muito amplas e complexas para serem analisadas e estudadas superficialmente, sendo necessária uma pesquisa sobre tal temática. Contudo, é perceptível uma intrínseca relação entre a resposta de um docente no nosso trabalho com a segunda hipótese levantada por Medeiros (2015), onde seria necessário o estudo da Análise Real em “meados” do curso (não no fim do curso), pois daria um tempo maior para que o discente refletisse e conectasse os conhecimentos abstratos estudados na disciplina com outras competências no ensino. Note que mesmo sendo pontos de vista que questionam a importância dessa disciplina para os futuros professores do Ensino Médio, ainda mostra uma possível relação entre a matemática formal-dedutiva estudada em questão com a aplicação nesta modalidade de ensino, abrindo várias possibilidades sobre a aplicação da Análise Real na prática docente, como afirmado por Baroni e Otero-Garcia (2012).

Enfatizando nossa afirmação quanto à importância da Análise Real, tomamos como conexão os pensamentos de Baroni e Otero-Garcia (2012) e Shullman (1986), estimulando ainda mais nosso pensamento positivo da disciplina sobre a construção do conhecimento formal matemático. Os primeiros acreditam que a disciplina abre imensas possibilidades sobre situações de ensino e que parte do professor saber mediar e conciliar o estudo da disciplina Análise Real no ensino de outras situações matemáticas, no nosso caso especificamente no ensino Função no Ensino Médio. O segundo afirma que é necessária a compreensão das

estruturas da matéria para que professor tenha o pensamento correto do conhecimento do conteúdo. Não há como ensinar Matemática sem conhecê-la. E conhecer a Matemática também enquadra conhecer todo seu formalismo e seu rigor, como já vimos anteriormente.

Em conclusão, cremos que a disciplina contribui para ajudar a enxergar mais profundamente a importância de um estudo formal da Matemática para o futuro docente que atuará no Ensino Básico, uma vez que é possível mesclar todo o conhecimento teórico e prático, construído e aprimorado enquanto discentes do Ensino Superior, com a atuação em sala de aula no ensino de Função no Ensino Médio. Então, esperamos que nosso trabalho possa contribuir e, talvez, influenciar futuras pesquisas sobre temáticas que envolvam a relevância do estudo da Matemática formal, em específico, da Análise Real.

REFERÊNCIAS

- AMORIM, L. I. F.; REIS, F. S. **A (re)construção do conceito de limite do Cálculo para a Análise**: Um estudo com alunos do curso de Licenciatura em Matemática. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2011. Disponível em: <http://www.ppgedmat.ufop.br/arquivos/dissertacoes_2011/Diss_Lilian_Amorim.pdf>. Acesso em: 22 jan. 2016.
- BALL, D. L; THAMES, M. H; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, New York, v. 59, n. 5, p. 389 – 407, 2008. Disponível em: < <https://www.math.ksu.edu/~bennett/onlinehw/qcenter/ballmkt.pdf>>. Acesso em: 01 jul. 2015.
- BARONI, R. L. S; OTERO-GARCIA, S. C. Dois Vieses para a Disciplina de Análise em Cursos de Licenciatura em Matemática. In: V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, Petrópolis. Anais do **V Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2012. p. 1-18. Disponível em <http://www.sbemrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT04/CC33752070854_A.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2015.
- BRITO, A. B. **Questionando o Ensino de Conjuntos Numéricos em disciplinas de Fundamentos de Análise Real**: da abordagem dos livros didáticos para a sala de aula em cursos de Licenciatura em Matemática. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2010. p. 22 – 34. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/2543/1/DISSERTA%c3%87%c3%83O_QuestionandoEnsinoConjuntos.pdf>. Acesso em: 07 jul. 2016.
- ESQUINCALHA, A. de C. Nicolas Bourbaki e o movimento Matemática Moderna. **Revista de Educação, Ciências e Matemática**, v.2, n.3, 2012. Disponível em: <<http://publicacoes.unigranrio.edu.br/index.php/recm/article/download/1865/1085>>. Acesso em: 07 jul. 2016.
- GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª Ed. São Paulo: Atlas, 2009.
- MARCONI, M. de A; LAKATOS, E. A; **Fundamentos da Metodologia Científica**. 5ª Ed. São Paulo: Editora Atlas, 2003. Disponível em: <http://docente.ifrn.edu.br/olivianeta/disciplinas/copy_of_historia-i/historia-ii/china-e-india>. Acesso em: 21 jan. 2016.
- MEDEIROS, H. D. P. de. **O papel da componente curricular Análise Real no currículo do curso de matemática-licenciatura do CAA/UFPE**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Pernambuco. Caruaru, 2015.

MOREIRA, D. A. **O método fenomenológico na pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

MOREIRA, P. C.; CURY, H. N.; VIANNA, C. R. Por que análise real na licenciatura? **Zetetiké**, Campinas, v.13, n. 23, p. 11-45, 2005. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/download/2455/2217>>. Acesso em: 01 jul. 2015.

OLIVEIRA, C. L. de; Um Apanhado Teórico-Conceitual Sobre a Pesquisa Qualitativa: Tipos, Técnicas e Características. **Revista Travessias** Ed. 04, 2008. Disponível em: <<http://e-revista.unioeste.br/index.php/travessias/article/download/3122/2459>>. Acesso em: 21 jan. 2016.

OTERO-GARCIA, S.C.; BARONI, R. L. S.; MARTINES, P. T. **Uma Trajetória da Disciplina de Análise e o seu Papel para a Formação do Professor de Matemática**. Educação Matemática Pesquisa (Online), v.15, 2013. p. 692-717. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/16756/pdf>>. Acesso em: 01 jul. 2015.

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 01 jul. 2015.

RIBEIRO. A. J. **Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino**: relações e potencialidades para a Educação Matemática. Boletim de Educação Matemática, v. 26, n. 42 B, 2012. p. 535-557. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n42b/07.pdf>>. Acesso em: 22 jan. 2016.

SANTOS, F. M. dos; Análise de Conteúdo: A Visão de Laurence Bardin. **Revista Eletrônica de Educação**, v.6, n.1, 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/download/291/156>>. Acesso em: 21 jan. 2016.

SCHOENFELD, A.H. Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense-making in mathematics. In: **GROWS, D. (ed.) Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. New York: NCTM, 1992. p.334-370. Disponível em: <http://jwilson.coe.uga.edu/emat7050/schoenfeld_maththinking.pdf>. Acesso em: 01 jul. 2015.

SHULMAN, L. Those who Understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, 1986, p. 4-14. Disponível em: <<http://www.wcu.edu/WebFiles/PDFs/Shulman.pdf>>. Acesso em: 01 jul. 2015.

ZUFFI, E. M. Uma Seqüência Didática Sobre “Funções” Para A Formação de Professores do Ensino Médio. IN: **Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM- 2004**, Recife, Pernambuco. Anais. Disponível em:
<<http://www.sbemrasil.org.br/files/viii/pdf/03/CC12231272814.pdf>>. Acesso em: 07 jul. 2016.

APÊNDICE A - Questionário**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

Caro professor, este questionário tem a finalidade de ajudar o discente em questão, graduando em Licenciatura em Matemática, em uma pesquisa sobre a importância da disciplina Análise Real na prática docente do professor do Ensino Médio. Ressaltamos o quão são importantes as respostas advindas de sua experiência em sala de aula para a devida análise e conclusão do trabalho.

QUESTIONÁRIO

- 1- Qual sua formação?
 Nível médio
 Nível superior incompleto
 Nível superior completo sem pós-graduação
 Nível superior completo com pós-graduação

- 2- Caso possua formação em nível superior, indique qual curso, qual instituição e em que ano concluiu. (Inclua a graduação e, se possuir, pós-graduação).

- 3- Caso sua formação em nível superior esteja em andamento, indique qual curso, qual instituição e em que ano deve concluir.

- 4- O que você prioriza no ensino das funções para alunos do Ensino Médio?

- 5- Ao iniciar o estudo das funções com os alunos do Ensino Médio, você sente algum tipo de dificuldade em relação à escrita ou interpretação da matemática formal? Explique.

- 6- Você conseguiria escrever a definição formal de função sem auxílio do livro didático? Se sim, poderia escrevê-la?

- 7- Caso a resposta da alternativa anterior seja não, qual maior dificuldade em escrever a definição?
- 8- De acordo com a definição de função injetiva, assinale a alternativa que está escrita corretamente.
- () Uma função $f:A \rightarrow B$ chama-se injetiva quando, dados x,y quaisquer em A , $f(x) = f(y)$ implica $x \neq y$. Em outras palavras, quando $x \neq y$ em A implica $f(x) \neq f(y)$ em B .
- () Uma função $f:A \rightarrow B$ chama-se injetiva quando, dados x,y quaisquer em A , $f(x) = f(y)$ implica $x = y$. Em outras palavras, quando $x = y$ em A implica $f(x) \neq f(y)$ em B .
- () Uma função $f:A \rightarrow B$ chama-se injetiva quando, dados x,y quaisquer em A , $f(x) = f(y)$ implica $x = y$. Em outras palavras, quando $x \neq y$ em A implica $f(x) \neq f(y)$ em B .
- () Uma função $f:A \rightarrow B$ chama-se injetiva quando, dados x,y quaisquer em B , $f(x) \neq f(y)$ implica $x = y$. Em outras palavras, quando $x \neq y$ em A implica $f(x) \neq f(y)$ em A .
- 9- Quais disciplinas estudadas durante a graduação ou pós-graduação, em sua opinião, contribuem para o estudo das funções no Ensino Médio?
- 10- Durante os anos de graduação ou pós-graduação, qual a experiência com a disciplina Análise Real enquanto aluno? Explique.
- 11- Em sua opinião, qual o papel da disciplina Análise Real na formação de professores de Matemática? Explique.
- 12- A disciplina Análise Real proporciona alguma ferramenta para o professor de Matemática especificamente na abordagem de funções no Ensino Médio? Justifique.