

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**A DIVISÃO NA PERSPECTIVA DO LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO
FUNDAMENTAL**

ERIKA JESSICA DA COSTA

CARUARU, 2016

ERIKA JESSICA DA COSTA

**A DIVISÃO NA PERSPECTIVA DO LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO
FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão do Curso
apresentado ao curso de Licenciatura em
Matemática do Centro Acadêmico do
Agreste da Universidade Federal de
Pernambuco de Caruaru, como parte dos
requisitos necessários à obtenção do grau
de licenciada, sob a orientação da professora
Simone Moura Queiroz.

CARUARU, 2016

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Marcela Porfírio

C837d Costa, Erika Jessica da.
A divisão na perspectiva do livro didático no ensino fundamental. / Erika Jessica da Costa. - Caruaru: O Autor, 2016.
51f. il. ; 30 cm.

Orientadora: Simone Moura Queiroz.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2016.
Inclui referências bibliográficas

1. Matemática. 2. Livros didáticos. 3. Ensino fundamental. I. Queiroz, Simone Moura. (Orientadora). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2016-019)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Centro Acadêmico do Agreste

Núcleo de Formação Docente

Curso de Matemática – Licenciatura



**A DIVISÃO NA PERSPECTIVA DO LIVRO DIDÁTICO NO ENSINO
FUNDAMENTAL**

ERIKA JESSICA DA COSTA

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e **aprovada** em 26 de janeiro de 2016.

Banca Examinadora:

Prof. Dr^a: Simone Moura Queiroz
(Orientadora)

Prof: Ma. Cristiane de Arimatéia Rocha
(Examinador(a) Interno)

Prof: Ma. José Marcos da Silva
(Examinador(a) Externo)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha família, que tanto me apoiou nessa jornada acadêmica, em especial aos meus pais, Antonio e Elizabete, que com paciência e muitos conselhos me fizeram chegar até aqui; dedico também ao meu marido José Carlos, que com amor e sabedoria me incentiva sempre a alcançar meus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela minha vida, e por consentir que eu chegasse até aqui, agradeço também por ele ser o mestre dos mestres o melhor professor que alguém pode ter.

A minha mãe Elizabete, por todo amor, incentivo e apoio incondicional, sendo meu espelho e meu consolo quando tudo parecia dar errado.

A meu pai Antonio, pelo amor, dedicação, incentivo e orgulho que me faz sentir de um homem integro honesto e de bom caráter, o melhor pai do mundo.

Ao meu irmão Ewerton que compartilhou desse sonho junto comigo.

Ao meu marido José Carlos por toda paciência, amor e dedicação para comigo.

As minhas tias e tios que tanto se orgulham de mim.

Aos meus avós que são meu espelho, meu orgulho, verdadeiros guerreiros.

A todos os professores que passaram por minha vida.

Aos meus amigos que se alegram e torcem por mim, em especial a Tuyani, Renata, Gaby e Rafaela.

A minha amiga que se tornou uma irmã Ismaelle, por todo companheirismo, conselhos e ajuda no decorrer do curso.

A minha orientadora Simone Queiroz pela confiança, paciência e por toda sua disponibilidade durante a realização deste trabalho.

Aos meus professores do curso pelos ensinamentos que contribuíram em minha formação acadêmica e pessoal.

Aos demais amigos que torceram por esta conquista.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte desta pesquisa.

RESUMO

A finalidade deste trabalho é analisar como a divisão está sendo abordada em duas coleções de livros didáticos de Matemática aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2014), e escolhidas como primeira e segunda opção pelos professores da cidade de São Caitano – PE, levantando aspectos relativos à variedade de problemas e questões apresentadas, além de aspectos didáticos evocados ao longo do processo de apresentação e consolidação, bem como analisar se essas coleções atende as orientações propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Nossa pesquisa é de cunho quanti-qualitativo, de análise interpretativa. Esses aspectos serão analisados no livro didático dos 6º anos usando como referencial teórico A Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gérard Vergnaud, pela qual analisa situações, invariantes e representações atreladas ao conceito e que levam o aluno a apropriar-se do conhecimento. Com relação às situações, os dois livros analisados apresentam questões de divisão por partição e de divisão por quotas, os exercícios são geralmente acompanhados de representações simbólicas do tipo desenhos e imagens. Em meio aos resultados encontrados, destacamos que a maior parte das tarefas corresponde à divisão em partes iguais ou quantas vezes uma quantidade cabe em outra. Em ambas as coleções nós observamos o conteúdo de divisão atrelado a outros conceitos.

Palavras-chave: Livro Didático de Matemática; Divisão; Teoria dos Campos Conceituais.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to analyze how the division is being addressed in two collections of textbooks of Mathematics passed in the National Textbook Program (PNLD 2014), and chosen as the first and second option by teachers in São Caitano - PE, raising aspects related to the variety of presented problems and issues, as well as educational issues addressed in the process of presentation and consolidation, as well as examine whether these collections meet the guidelines proposed by the National Curriculum Parameters (PCN). Our research is quantitative and qualitative nature, the interpretative analysis. These aspects will be analyzed in the textbook of 6 years using as a theoretical Theory of Conceptual Fields proposed by Gérard Vergnaud, whereby analyzes situations, invariants and representations linked to the concept and lead the student to take ownership of knowledge. With respect to situations, the two books analyzed present division issues by partition and division of shares, exercises are usually accompanied by symbolic representations of type drawings and images. Among the results found, we point out that most of the tasks corresponding to divide into equal parts or how many times a quantity fits into another. In both collections we observe the division of content linked to other concepts.

Keywords: Textbook of Mathematics; Division; Theory of Conceptual Fields.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo de divisão por quotição.....	31
Figura 2: Exemplo de divisão por quotição.....	31
Figura 3: Exemplos de divisão por partição.....	32
Figura 4: Exemplo de divisão por partição	32
Figura 5: Exemplo de representações do tipo Desenho.....	33
Figura 6: Exemplo de questão utilizando a representação: Apenas Enunciado	34
Figura 7: Exemplo de representação do tipo Cálculo oral/mental	34
Figura 8: Recorte de texto onde o autor dialoga com o leitor	35
Figura 9: Apresentação do conteúdo de divisão.....	36
Figura10: Exemplo de divisão como operação inversa a multiplicação	37
Figura 11: Exercícios propostos sobre divisão.....	37
Figura 12: Recorte de questão do tipo cálculo oral/ mental	39
Figura 13: Recorte de questão do tipo cálculo oral/mental	39
Figura 14: Recorte da apresentação do conteúdo de divisão.....	41
Figura 15: Exemplos de divisão exata e não exata.....	42
Figura 16: Recorte definição de divisão como “quantas vezes cabe?	42
Figura 17: Exemplo de divisão em situação cotidiana do aluno	43
Figura 18: Exemplo de divisão no cotidiano do aluno	43
Figura 19: Exemplo de questão desafio	45
Figura 20: Exemplo de questão desafio	45

Lista de tabelas

Tabela 1: Coleções aprovadas no PNLD-2014.....	16
Tabela 2: Capítulos X Quantidade de questões de divisão do LD – 1.....	38
Tabela 3: Situações encontradas nas questões de divisão X capítulos (LD-1).....	38
Tabela 4: Capítulo X Quantidade de questões de divisão do LD – 2.....	44
Tabela 5: Situações encontradas nas questões de divisão X capítulos (LD-2).....	44

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1.SURGIMENTO DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA.....	14
1.1.O Que Dizem As Pesquisas A Respeito De Livros Didáticos De Matemática.....	17
2.TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS (DIVISÃO).....	21
2.1.Teoria dos Campos Conceituais.....	21
2.2.As Estruturas Multiplicativas (Divisão)	22
2.3.Dificuldades Para O Ensino De Divisão	26
3.METODOLOGIA	28
4.ANÁLISES DOS RESULTADOS.....	29
4.1Praticando matemática – (LD-1).....	34
4.1.1 Manual do professor (Livro LD-1)	39
4.2Matemática Teoria e Contexto – (LD-2)	39
4.2.1 Manual do professor(Livro LD-2)	44
5.CONSIDERAÇÕES FINAIS	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48

INTRODUÇÃO

A partir da experiência de lecionar a disciplina Matemática em uma escola do campo da cidade de São Caitano e me deparar com alunos que sabiam dividir mentalmente alguns valores, mas não sabiam utilizar o algoritmo da divisão, surgiram inquietações, pois pude perceber que havia uma quebra na aprendizagem da operação de divisão e bem como nos conhecimentos básicos sobre as operações aritméticas ensinadas nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Os alunos utilizam o algoritmo da divisão sem entender cada etapa, chegando ao resultado final, não conseguindo analisar se o resultado obtido está coerente com os dados utilizados. Com isso surgiu a ideia de investigar como o conteúdo de divisão é abordado nos livros de Matemática.

De acordo com os Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental (PCN).

No que se refere a Números e Operações o aluno deve perceber a existência de diversos tipos de números (números naturais, negativos, racionais e irracionais), bem como de seus diferentes significados, á medida que deparar com situações problema envolvendo operações ou medidas de grandeza. (BRASIL, 1998, p.50)

Com relação às operações, os PCN indicam que o objetivo é levar ao aluno a se concentrar na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo do cálculo, contemplando diferentes tipos – exato e aproximado, mental e escrito.

Levando em consideração que o livro didático é o principal material de apoio pedagógico para os professores, e com isso elemento influenciador no trabalho diário na sala de aula, analisamos duas coleções de livros didáticos de Matemática aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD-BRASIL, 2014), onde analisamos apenas os livros do 6º ano destas coleções, para verificar como os livros abordam o conteúdo de divisão, além dos exercícios voltados ao aluno e se atende às orientações propostas pelos PCN. Silva (1998) afirma que:

O livro didático passa a ser utilizado com mais frequência no Brasil na segunda metade da década de 60, com a assinatura do acordo MEC-USAID em 1966, época em que são editados em grande quantidade para atender a demanda de um novo contexto escolar em surgimento. Nesse período se desenvolveu uma política educacional brasileira

mais consciente, buscando o exercício da democracia e o embasamento científico. (p.30).

Em 1985 foi criado o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que substituiu o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental, trazendo várias mudanças que foram aplicadas e estão sendo aperfeiçoadas até os dias atuais.

O livro didático de Matemática é um objeto presente em quase todas as salas de aula, seja em escolas da rede pública de ensino ou da rede privada, e por vezes é a única fonte de informação e conhecimento presentes no espaço escolar.

Um dos conteúdos de Matemática no Ensino Fundamental que é considerado difícil por professores pouco preparados e para os alunos é a operação de divisão.

Por ser um conteúdo presente nos PCN e estar também presente nos livros didáticos de Matemática, sendo introduzido no 6º ano do Ensino Fundamental, com a intenção de analisar como esse conteúdo é abordado em livros didáticos de Matemática mais utilizados pela rede pública de ensino da cidade de São Caitano, interior de Pernambuco, fizemos um levantamento para destacar quais coleções fariam parte desta pesquisa.

Das dez coleções selecionadas pelo PNLD do ano de 2014 duas coleções foram selecionadas. O processo de escolha se ateve a primeira e segunda opção de coleções escolhidas pelos professores da Rede Municipal de Ensino da cidade. As duas coleções oferecem livros do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, porém aqui serão analisados apenas os livros do 6º ano das duas coleções.

Pretende-se aqui responder as indagações que levaram a realização do trabalho articulando o conhecimento da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990-1996), com as propostas presentes nos documentos oficiais bem como a proposta do próprio livro didático, fornecendo uma análise para a reflexão de tal saber matemático.

Diante disto, a questão abordada neste trabalho refere-se à: **Como os livros didáticos de Matemática abordam o conteúdo de divisão?**

Dessa maneira o objetivo geral é **analisar a abordagem do conteúdo de divisão e, alguns livros didáticos de Matemática.** Mediante a isso, buscaremos **investigar as orientações presentes no manual do professor sobre a operação de divisão**, assim como **identificar o conteúdo de divisão abordado em livros didáticos do 6º ano do ensino fundamental**, e **analisar os exercícios propostos nos livros didáticos do aluno.** Diante disso, optamos por dividir nossa pesquisa em cinco partes, são elas:

Na **primeira** parte apresentaremos um breve histórico do surgimento dos livros didáticos de matemática, do processo de escolha do livro didático através do programa PNLD e das orientações dirigidas aos professores presentes nos PCN a respeito da operação de divisão, bem como de sua importância no currículo escolar.

Na **segunda** parte realizamos um estudo bibliográfico a respeito da operação de divisão, além de algumas considerações e reflexões sobre a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Gerard Vergnaud, trazendo também reflexões sobre a dificuldade de ensinar divisão.

Na **terceira** parte descrevemos a metodologia desenvolvida nesta pesquisa.

Na **quarta** parte apresentamos a análise dos dados obtidos nessa pesquisa.

Por fim a **quinta** parte trás as considerações finais e conclusões obtidas.

1. SURGIMENTO DO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA.

Segundo Valente (2006) a criação da disciplina Matemática no Brasil, origina-se da fusão de três outras disciplinas autônomas (Aritmética, Álgebra e Geometria), ocorrendo por iniciativa de Euclides Roxo, diretor e professor de Matemática do Colégio Pedro II, localizado na cidade do Rio de Janeiro, em janeiro de 1929. Ainda segundo o autor, em julho do mesmo ano foi lançado o primeiro livro de Matemática no Brasil, intitulado *Como se Aprende Mathematica*, pela Cia. Editora Nacional e sob autoria de Soverio Cristofaro.

O acesso ao livro didático na época assim como a Educação era restrita a uma elite. Apenas na década de 30 com o Decreto-Lei nº 1.006 de 30 de dezembro de 1938, (que instituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no país) convencionou o livro didático como “o livro destinado à escola, com o objetivo de ensinar e cuja proposta deve obedecer aos currículos educacionais do país.” (CARVALHO, 2011, p. 60).

O Decreto-Lei de nº 8460 de 26 de dezembro de 1945 estabelece que seja livre ao professor a escolha e utilização dos livros didáticos adotados, já o Decreto-Lei 91.542 de 19 de agosto de 1985, descreve modificações do Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef) dá lugar ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Devido a isso ocorreram várias mudanças entre elas a reutilização dos livros didáticos, abolindo a ideia de livro descartável e aperfeiçoando as técnicas de produção do livro visando maior durabilidade e oportunizando que os alunos de escolas públicas do Ensino Fundamental do país passem a receber de forma regular e gratuita os livros didáticos necessários aos estudos.

Alguns anos mais tarde com a Resolução/CD/FNDE nº38 de 15 de outubro de 2003, tem-se ampliada e garantida à gratuidade de livros didáticos para alunos matriculados no Ensino Médio de escola pública, através do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM. Com isso todos os alunos da Educação Básica matriculados em escolas públicas, passam a ter direito ao livro didático.

O objetivo principal do PNLD é auxiliar o trabalho pedagógico dos professores através da distribuição de coleções de livros didáticos aos alunos da educação básica. A partir do PNLD os autores de livros didáticos encaminham suas coleções a uma seleção,

cujas regras específicas eram expostas em editais gerenciados pelo Ministério da Educação (MEC).

Quanto a essa seleção Silva (2011) destaca que:

Com o processo de avaliação, foi possível minimizar erros grosseiros, os professores das escolas públicas passaram a contar com um documento de apoio à escolha dos seus livros e as editoras e autores dos livros começaram a adequar seus livros às exigências de qualidade feitas pelo Programa.(p.49).

Após a avaliação e seleção de coleções consideradas aprovadas o MEC confecciona e envia às escolas o Guia de Livros Didáticos, onde está presente a resenha de cada coleção aprovada, visando com isso subsidiar cada professor quanto a sua escolha.

O último Guia de livros didáticos foi lançado em 2014, onde consta a resenha de dez coleções aprovadas pelo MEC para serem utilizadas no triênio 2014-2016, foram elas:

Tabela 1: coleções aprovadas no PNLD-2014

COLEÇÕES	AUTORES	EDITORA
Descobrimos e Aplicando Matemática;	Alceu dos Santos Mazzeiro Paulo Antônio F. Machado	Dimensão
Matemática – Bianchini;	Edwaldo Roque Bianchini	Moderna
Matemática – Ideias e Desafios;	Dulce Satiko Onaga Iracema Mori	Saraiva
Matemática – Teoria e Contexto;	Marília Ramos Centurión José Jakubovic	Saraiva
Matemática – Imenes e Lellis;	Luiz Márcio Pereira Imenes Marcelo Cestari Terra Lellis	Moderna
Praticando Matemática – Edição Renovada;	Miguel Asis Maria José C. de V. Zampirolo	Brasil
Projeto Araribá Matemática;	Fabio Martins de Leonardo	Moderna
Projeto Teláris – Matemática;	Luiz Roberto Dante	Ática
Projeto Velejar – Matemática;	Antonio José Lopes	Scipione
Vontade de Saber Matemática.	Patricia Rosana M. Pataro Joamir Roberto de Souza	FTD

Fonte: PNLD - 2014

Os professores escolhem entre as coleções selecionadas aquela que melhor atende ao projeto político pedagógico (PPP) de sua instituição. Tive a oportunidade participar da escolha de coleções de livro didático em 2014, onde todos os professores da rede municipal de ensino da cidade de São Caetano foram convidados para participar da escolha das coleções a serem utilizadas no ano letivo seguinte.

As coleções selecionadas foram expostas por área de conhecimento, participei junto com um grupo de professores da escolha do livro didático de Matemática, todas as dez coleções citadas acima ofereciam livros do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, incluindo o manual do professor. As coleções ficaram expostas em bancadas onde os professores podiam manusear os livros, ler e analisar os conteúdos, conceitos e exercícios. Após esse processo os professores de cada área específica entravam em um consenso e escolhiam duas coleções tendo uma como primeira opção e outra sendo segunda opção de escolha. Serão essas as coleções analisadas nesse trabalho, os códigos das coleções eram notados e enviados ao MEC que se encarrega de distribuir as coleções.

Para trabalhar os conteúdos presentes nos livros didáticos os professores podem contar com orientações presentes nos próprios livros didáticos (Manual do Professor) e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), onde encontram orientações de forma geral e específicas a cada conteúdo bem como “critérios de avaliação que são considerados como indicadores das expectativas de aprendizagem possíveis e necessárias de serem desenvolvidas pelos alunos”. (BRASIL, 1998, p.16).

Nos PCN é possível encontrar discussões metodológicas para resolução de problemas, história da matemática, jogos e uso de tecnologias de comunicação com o intuito de melhorar o ensino da Matemática, incluindo também alguns temas transversais que são necessários para que o aluno assuma um posicionamento crítico e consiga proteger-se, através do conhecimento, quando for exposto a certas situações no decorrer da vida. (BRASIL, 1998).

Além disso, os PCN incluem discussões sobre a forma mais adequada de se trabalhar os conteúdos de acordo com a estrutura cognitiva do aluno, de uma maneira geral de acordo com a idade, como o estudo dos números e das operações, o estudo do espaço e das formas e o estudo das grandezas e medidas. O objetivo é trabalhar esses conteúdos de uma forma que permita ao aluno, quando necessário, usar esse conhecimento para entender a Matemática que o rodeia.

A operação de Divisão integra nos PCN o bloco Números e Operações, introduzido nos anos iniciais do Ensino Fundamental, mais especificamente no 2º ciclo (3º e 4º ano do Ensino Fundamental), e tendo continuidade nos anos finais do Ensino Fundamental, onde o algoritmo da Divisão é apresentado.

Por estar presente nos livros didáticos e nas Orientações Curriculares, entende-se que a operação de divisão é um conteúdo indispensável no currículo escolar, além de servir ativamente na vida cotidiana do aluno.

As orientações didáticas recomendam que a operação de divisão englobe os diferentes significados através de situações problemas.

A divisão engloba as demais operações adição, subtração e multiplicação, por isso pode-se dizer que há uma maior dificuldade do aluno para resolver situações que envolvam a divisão, pois para isso precisará ter como pré-requisito o domínio das demais.

1.1. O Que Dizem As Pesquisas A Respeito De Livros Didáticos De Matemática

Para uma melhor compreensão de como os livros de Matemática abordam o conteúdo de divisão, traremos a seguir algumas publicações recentes sobre o tema, expondo de maneira simplificada os resultados dessas pesquisas.

Enxergando as limitações presentes na formação de professores dos anos iniciais, especificamente em ensinar Matemática, e entendendo que o livro didático é a ferramenta de apoio ao professor, Martinez (2012) e Wielewski (2012) observaram como o conteúdo de divisão é abordado em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Especificamente averiguando duas coleções de livros didáticos de matemática para os cinco primeiros anos do Ensino Fundamental.

A partir dos dados analisados, Martinez e Wielewski (2012) identificaram que em ambas as coleções os livros do 1º ano do Ensino Fundamental há apenas uma tarefa ou atividade sobre ideia de divisão em partes iguais, a partir do 2º ano as tarefas sobre divisão surgem introduzindo a ideia de divisão não exata, divisão com resto, trazendo poucas atividades de dividir em partes iguais e que em ambos os casos, (divisão exata e não exata) apresentam-se apenas como ideias da divisão, já que nesse período escolar

não se enfatiza o conteúdo de divisão. A ideia de medida também está introduzida nos dois livros.

A partir do 3º ano do Ensino Fundamental surge de maneira mais formal e menos lúdica o conceito de divisão, os livros de ambas as coleções trazem uma pequena explicação sobre divisão tendo em uma das coleções um subcapítulo intitulado “Multiplicação e divisão: operações inversas”, além de um número significativo de atividades.

Nos livros de 4º e 5º ano do Ensino Fundamental das duas coleções o conceito de divisão vem como operação inversa a multiplicação e nesses livros surgem o sinal de divisão, aqui as atividades envolvem além da divisão outras operações e fogem um pouco de atividades contextualizadas, partindo para o uso do algoritmo.

Com isso as pesquisadoras concluem que nos três primeiros anos do Ensino Fundamental aparecem apenas ideias de divisão, sendo as atividades em sua maioria divisões exatas e de medidas (quanto cabe), somente a partir do quarto ano o conceito de divisão é introduzido, sendo as atividades um pouco mais elaboradas e fazendo-se uso do sinal de divisão. Elas apontam para a importância de orientações aos professores quanto às situações didáticas envolvidas em todo o processo de construção, de ensino/aprendizagem desse conceito.

Campos(2008), em seu estudo buscou analisar e descrever erros produzidos por alunos das 4ª, 5ª e 7ª séries na aprendizagem da divisão, o objetivo do estudo era procurar compreender quais as dificuldades envolvidas nesse processo e sua relação com o ensino praticado pelos professores, trazendo como objetivos específicos: a) identificar os obstáculos epistemológicos e didáticos, envolvidos na aprendizagem de conceitos de divisão em alunos das 4ª, 5ª e 7ª séries do Ensino Fundamental; b) Descrever e analisar erros produzidos pelos alunos das 4ª, 5ª e 7ª séries ao operar com divisão de números naturais; c) Identificar e analisar a metodologia aplicada para o ensino de divisão, conforme relatado pelo professor; d) Verificar o domínio e a compreensão que o professor tem sobre a natureza do conteúdo e de seu ensino.

Desenvolvida dentro da abordagem qualitativa, a pesquisa foi organizada em aulas expositivas e em exercícios fazendo-se uso do livro didático. Para a coleta de dados a pesquisadora utilizou a observação, a entrevista e o questionário, sendo as entrevistas aplicadas de duas maneiras, uma delas direcionada aos alunos e outra direcionada aos professores, e teve como objetivos: identificar às estratégias de

resolução, o significado do quociente e do resto, as estratégias para verificação dos problemas e a resolução alternativa para os problemas.

Campos (2008) revelou que um fator que possivelmente contribuiu para as dificuldades na divisão, segundo a autora está ligado às suas diferentes formas de representação. A pesquisa apontou que todos os professores fazem uso do livro, como recurso exclusivo, no processo de ensino da divisão, mais não relata quais foram os livros.

Por fim Campos(2008) conclui que foi possível perceber que as dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem de divisão, estão ligadas a três fatores centrais: da complexidade que domina este conceito matemático, da falta de domínio do professor no conteúdo e do tratamento dispensado ao ensino do mesmo em sala de aula.

Apontando para as dificuldades conceituais que a maioria dos acadêmicos dos cursos de licenciatura em matemática apresentam Bressan, Fajardo e Gabert (2011) realizaram um estudo comparativo da subtração e divisão entre a Matemática Egípcia antiga e alguns livros didáticos. Tendo como objetivo proporcionar o desenvolvimento de uma ferramenta didática, de cunho histórico, dos conteúdos de numeração e aritmética, além de investigar como a História da Matemática pode se tornar um viés satisfatório de motivação para o ensino da Matemática na escola básica e em particular no ensino da numeração e aritmética.

Utilizando o método conceitual egípcio de subtração e divisão, o estudo buscou analisar seis livros didáticos do Ensino Fundamental, com intuito de enxergar relações entre a maneira de subtrair e dividir dos antigos egípcios e a maneira atual.

Optaram pela Matemática Egípcia por ser a matemática mais antiga na forma escrita conhecida atualmente segundo Bunt, Jones e Bedient (1988). Já a comparação entre a Matemática egípcia antiga e alguns livros didáticos surge para analisar o quanto se desfruta atualmente do conteúdo histórico que faz parte de nossa herança de conhecimento, visto que os antigos egípcios usavam a matemática para fins aplicados e práticos, fato que contribui na conexão entre a Matemática prática e teórica.

A partir dos dados analisados Bressan, Fajardo e Gabert (2011) observaram que embora não houvesse uma relação direta com a Matemática do antigo Egito, as operações de subtração e divisão foram abordadas como operações inversas da adição e multiplicação, respectivamente em todos os livros, com exceção de um. Dessa forma questionou-se a razão das dificuldades dos alunos em aplicá-las em situações onde se faça necessário o uso de operações inversas.

Com isso os autores concluem que o cerne da questão se encontra no fato de adotar-se o paradigma do exercício. Segundo Skovsmose(2008, p.16) este paradigma “pode ser contraposto a uma abordagem de investigação, passível de tomar muitas formas, como o trabalho de projeto”. Logo, a investigação através de projetos proporciona ao aluno uma maior reflexão sobre o conteúdo.

Outra pesquisa feita por Alves e Villela (2012) teve como foco as metodologias utilizadas na operação de divisão em alguns livros didáticos brasileiros destinados as séries primárias e publicados na primeira metade do século XX. O trabalho nasceu da necessidade de conhecer a história das disciplinas escolares e consequentemente, a pensar em como conteúdos ligados à disciplina de Matemática foram inseridos e trabalhados ao longo do tempo.

Tendo como base teórico-metodológica da história das disciplinas escolares Julia(2001), Valente (2007) e Vinão(2008) analisaram além de alguns livros didáticos fontes históricas relativas ao período, com o objetivo de investigar se ocorreu alguma alteração metodológica no ensino da operação da divisão nos livros didáticos brasileiros destinados à escola primaria ao longo da primeira metade do século XX. Além de indagações interligadas como: quais eram as legislações educacionais que estavam em vigor nesse período? E se os fatos histórico-político-sociais influenciaram nas metodologias.

Para isso as autoras apresentaram uma síntese de períodos e apresenta os livros publicados nesses períodos. De início apresentam a situação política e social, em seguida as leis educacionais vigentes na época e só então apresentam os livros analisados focando no conteúdo de divisão. A partir dessa análise apresentam as considerações sobre os livros didáticos e as metodologias utilizadas por eles.

Alves e Villela (2012) concluem que na primeira metade do século XX a divisão era tratada nos livros didáticos como em uma receita, sendo descrita passo a passo, para que o leitor não se perca em alguma etapa. Ainda segundo as autoras a divisão era trabalhada de uma forma superficial, sem demonstrações do seu real sentido e sem o desenvolvimento da operação.

2. TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS (DIVISÃO)

A ação de dividir faz parte da vida de todos nós. Grossi (2003) constatou em suas pesquisas que “desde bem pequenas crianças já se defrontam com problemas de divisão em seu cotidiano”. (p.107).

A operação de divisão, operação está pela qual nos interessamos em investigar neste trabalho, é em geral estudada a partir do 4º ano do Ensino Fundamental e sua compreensão passa pelo desenvolvimento do raciocínio multiplicativo na criança. Para buscar compreender o processo de construção dos conceitos de multiplicação e divisão usaremos como apoio a teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud (1991, 1994, 2003, 2009) enfatizando a construção do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

2.1. Teoria dos Campos Conceituais

A Teoria dos Campos Conceituais não é uma teoria específica para a Matemática, porém foi desenvolvida principalmente para explicar os processos de conceitualização progressiva das estruturas aditivas e multiplicativas. E segundo essa teoria “um conceito não deve ser reduzido a sua definição, pelo menos quando o interesse é pela sua aprendizagem e pelo seu ensino.” (VERGNAUD,1991, p.1, tradução nossa).

De acordo com Vergnaud(2009) um CampoConceitual trata-se de um:

[...] conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas e de representações simbólicas em estreita conexão; o conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações (p.29).

Vergnaud usando como base a epistemologia genética e a psicologia cognitiva buscava descobrir, através do comportamento, como as crianças se apropriavam dos conhecimentos matemáticos, pois “[...] as estruturas matemáticas lhe forneciam modelos de esquemas de pensamento, e de modos de pensamento e de modelos de aprendizagem.” (BROUSSEAU, 2008, p.13).

Os esquemas têm sempre como referência uma ou mais situações, podemos ter situações em que o sujeito já dispõe de competências para compreendê-la e resolver os

possíveis problemas relacionados a elas. Mas, existem situações em que o sujeito ainda não dispõe de todas as competências necessárias para compreender uma situação, precisando de tempo para refletir sobre e explorá-la, reorganizando e formando novos esquemas para compreendê-la. (VERGNAUD, 2009).

Vergnaud (2003) afirma que “propor ao aluno situações que vão desestabilizá-lo” (p.38) promove uma reorganização do seu pensamento, e com isso é possível ampliar sua gama de situações conhecidas. Ainda segundo o autor, “por isso é tão importante confrontar-se com pessoas em situações diante das quais elas tem que ser ativas”. (p.22).

Conforme define Vergnaud (2009) os elementos que constituem um esquema são: os objetivos, as metas e antecipações que o sujeito tem diante de uma situação; as regras de ação do sujeito sobre a situação; os invariantes operatórios que o sujeito emite a partir da situação, chamados de conceitos em ação e teoremas em ação; as possibilidades de inferência, que são os raciocínios que o sujeito tem a partir da situação.

Assim o Conceito é constituído por um tripé, composto pelos seguintes elementos:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
 I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (significados);
 R: o conjunto de representações simbólicas, utilizadas tanto para representações quanto para resolução do problema (significante).
 (VERGNAUD, 1991, p.166).

Dessa forma, na Teoria dos Campos Conceituais, um conceito depende das três dimensões do conhecimento: situações, invariantes operatórias e das representações simbólicas atreladas entre si.

Com isso podemos afirmar que para Vergnaud “Campo Conceitual é um conceito informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição”. (CARVALHO, 2011, p.4).

2.2. As Estruturas Multiplicativas (Divisão)

Na aritmética existem quatro operações chamadas de operações elementares da Matemática: a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. Segundo a Teoria

dos Campos Conceituais, a adição e a subtração integram as Estruturas Aditivas e seu entendimento requer, entre outros, o raciocínio aditivo, enquanto a multiplicação e a divisão integram as Estruturas Multiplicativas e sua compreensão requer o raciocínio multiplicativo.

A respeito das estruturas multiplicativas, Vergnaud (1994) afirma que o campo multiplicativo pode ser visto como:

Um conjunto de situações que requer uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações; um conjunto com uma grande quantidade de esquemas necessários para determinada situação. Esquemas são invariantes operatórias do comportamento humano, definidas como classes de problemas que podem ser evocados para resolver novos problemas; [...]; um conjunto de estratégias ou formulações do pensamento e de representações (VERGNAUD, 1994, pp. 57-58, tradução nossa).

Assim podemos descrever o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas como sendo um conjunto de situações ou problemas, dos quais a análise e tratamento pedem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas em estreita junção. Para resolver esses problemas faz-se necessário que a criança desenvolva competências para a realização do cálculo relacional, que envolvem operações de pensamento indispensáveis para assimilar os relacionamentos envolvidos na operação, e do cálculo numérico, que está relacionado a realização do algoritmo propriamente dito.

Dessa forma o Campo Conceitual Multiplicativo pode ser definido como um conjunto de situações, cujo domínio requer uma operação de divisão ou de multiplicação, ou ainda, a combinação entre elas.

Segundo Vergnaud(1991), o campo conceitual das estruturas multiplicativas consiste em todas as situações que podem ser analisadas como proporções simples e múltiplas para as quais, normalmente, é preciso multiplicar e/ou dividir. Ele afirma ainda que existem diferentes conceitos matemáticos relacionados a estas situações, entre elas estão: funções lineares e não lineares, espaços vetoriais, análise dimensional, fração, razão, proporção, números racionais, além da multiplicação e divisão.

Geralmente os problemas multiplicativos são introduzidos a partir da 2ª ou 3ª série do Ensino Fundamental, e são apresentados em sala de aula e pelos livros didáticos como uma extensão da adição, sendo a multiplicação vista como uma adição de parcelas repetidas.

Nunes e Bryant (1997) afirmam que a criança deve aprender a entender um conjunto inteiramente novo de sentidos de número e um novo conjunto de invariáveis relacionadas à multiplicação e à divisão e não mais à adição e subtração, pois as situações de raciocínio multiplicativo não envolvem ações de unir e separar. Dessa forma entende-se que os professores devem partir de novas situações para introduzir o conteúdo e não usar da adição para ensinar multiplicação.

Atentando para as diferenças conceituais que possam existir, Vergnaud (1991) defende que o desenvolvimento da perspectiva conceitual de uma criança exige competências que a levem a realizar o cálculo relacional e o cálculo numérico e que a diversificação e contextualização de situações propostas ao aluno são importantes no sentido de ajudá-lo a operar e relacionar situações e aprendizagens de diferentes maneiras.

Alguns autores classificaram o cálculo relacional em categorias. Nunes e Bryant (1997) afirmam que existem vários níveis de raciocínio multiplicativo, e descrevem os seguintes tipos de problemas que envolvem diferentes lógicas para a estrutura multiplicativa:

- **Correspondência um-a-muitos:** são situações que envolvem a ideia de proporção, sendo trabalhado a ação de replicar. São apresentadas as seguintes formas de problemas:

- **Multiplicação:**

Exemplo: Um prédio tem 5 andares, cada andar tem 6 janelas. Quantas janelas tem o prédio?

- **Problema inverso de multiplicação (cotição):**

Exemplo: Carlos vai fazer aniversário. Cada amigo que vier a sua festa vai ganhar 3 balões. Ele comprou 18 balões. Quantos amigos ele pode convidar?

- **Produto cartesiano:**

Exemplo: Luís tem 3 bermudas e 5 camisetas diferentes. Quantos trajes diferentes ele pode vestir mudando suas bermudas e camisetas?

- **Relação entre variáveis – co-variação:** relaciona duas ou mais variáveis e, à medida que o número de variáveis aumenta, aumenta também a complexidade do problema.

Exemplo: Meio quilo de carne custa R\$ 7,50. Quanto custa um quilo?

- **Distribuição:** situações onde três valores são considerados: o total, o número de receptores e a cota. A cota e o número de receptores estão em relação inversa um com o outro: enquanto um aumenta o outro diminui.

Exemplo: Tenho 30 chocolates para distribuir entre 6 crianças. Quantos chocolates cada uma receberá?

Vergnaud (1983,1991) classifica três grandes classes de problemas envolvendo relações ternárias e quaternárias, são elas: isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporções múltiplas. Na operação de divisão o isomorfismo pode ser isomorfismo partição ou isomorfismo quotição. Apresentaremos a seguir exemplos destas classes referentes a operação de divisão.

- **Isomorfismo por partição:**

Exemplo: paguei R\$ 30,00 por 6 caixas de chocolates. Quanto custou cada caixa?

- **Isomorfismo por quotição:**

Exemplo: Cláudia tem R\$30,00 e quer comprar caixas de chocolates que custam R\$ 5,00 cada uma. Quantas caixas ela pode comprar?

- **Produto de medidas:**

Exemplo: com as bermudas e camisetas que tenho posso fazer 8 combinações. Tenho 2 bermudas. Quantas são as camisetas?

- **Proporções múltiplas**

Exemplo: fiz uma viagem com um grupo de amigos. Somos 6 pessoas e passamos 10 dias em um hotel. O nosso gasto total com as diárias foram R\$3.000,00. Quanto foi cada diária?

Os problemas podem ser resolvidos usando a multiplicação ou divisão, ou ainda pela combinação entre as duas operações, porém o grau de dificuldade é determinado pela sua estrutura e não pela aplicação de uma ou outra operação.

Em sua pesquisa Benvenuti (2008) teve como fundamento a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1991,1996), e objetivou caracterizar as estratégias de resolução utilizadas por alunos da 5ª série para a solução de problemas de divisão, abrangendo partição e medida. O instrumento utilizado para a coleta de dados foi a aplicação de dois problemas de partição e dois de medida com resto e sem resto. Benvenuti (2008) analisou e categorizou os registros produzidos pelos alunos e observou que os mesmos não se restringiram à utilização do algoritmo de divisão. O esperado era que os alunos empregassem apenas o algoritmo de divisão, considerando-se o grau de escolaridade, porém, observou-se que os alunos usaram de outras formas não convencionais para a solução dos problemas, como desenhos por exemplo. Também foram analisados os erros cometidos pelos alunos onde se constatou que os mais comuns tinham relação com a tabuada, seguidos de execução do algoritmo. O autor conclui em sua pesquisa que os alunos utilizaram como estratégia o algoritmo de divisão e poucos erraram a solução.

A partir das dificuldades encontradas, seja na falta de informação dos livros didáticos, ou na formação dos professores, pudemos observar que há ausência de pesquisas que tratem de como o conteúdo de divisão é apresentado nos livros didáticos, particularmente nos anos finais do Ensino Fundamental. Sendo assim, o presente trabalho propõe-se a contribuir com este cenário, buscando analisar como o conceito de divisão está inserido nos livros didáticos, analisando também se as questões e atividades dos mesmos levam o aluno a refletir sobre as situações-problema de divisão.

2.3. Dificuldades Para O Ensino De Divisão

Frequentemente os alunos apresentam dificuldades com relação aos algoritmos que envolvem as quatro operações, isso se dá devido à utilização de processos mecânicos que não oferecem nenhum tipo de compreensão sobre como ele poderá resolver determinadas situações e problemas, o aluno utiliza o algoritmo sem se dar conta do por que está efetuando, chegando a um resultado sem entender cada parte do processo.

Segundo o PCN, os desafios que se apresentam dentro do campo dos Números e Operações é o de identificar que conceitos, procedimentos e atitudes são socialmente relevantes. (BRASIL,1998).

É comum os alunos não conseguirem elaborar suas próprias estratégias de resolução de cálculos, ficando presos aquelas que são impostas pelo professor, pois estão treinados para resolver os problemas de maneira única, o que vem a atrapalhar significativamente no desenvolvimento de um pensamento matemático. Para superar esse bloqueio faz-se necessário que o professor compreenda seu aluno como sujeito atuante de sua própria aprendizagem, e que se torne mediador e incentivador do conhecimento.

Dentre as operações que apresentam maior dificuldade de aprendizagem está o conteúdo de divisão, pois sua compreensão envolve o entendimento de operações ensinadas anteriormente. O ensino de operações como a adição, subtração e multiplicação antecede o ensino da divisão por servirem de base para sua compreensão. Campos (2001) afirma que o ensino dessas operações deve ter sentido e significado para o aluno e ao ensinar a divisão, o professor deve fazer a relação destas operações com ela, a fim de tornar esse ensino mais eficiente, viabilizando uma aprendizagem com sentido e significado para o aluno.

Um fator que possivelmente dificulta a aprendizagem do conteúdo de divisão é que este raramente é apresentado de maneira contextualizada, o professor limita-se a aplicação de fórmulas, à memorização e ao uso do algoritmo tradicional sem que haja compreensão do conceito. A deficiência no domínio da tabuada pode ser outro fator que dificulta a aprendizagem da divisão, nessas situações nota-se que os alunos ficam tão preocupados em encontrar o resultado da multiplicação que se perdem em meio à atividade.

Por isso ao se trabalhar o conteúdo de divisão em sala de aula o professor deve expor o significado do algoritmo de divisão e dos elementos que compõe uma divisão, explorar as situações-problemas de maneira contextualizada, e observar as estratégias utilizadas pelo aluno para chegar a resposta podendo utilizar essa conclusão como processo avaliativo.

3. METODOLOGIA

Apresentamos nesse capítulo o caminho que percorremos, apresentando a metodologia adotada para o desenvolvimento desta pesquisa. Nosso objetivo de estudo foi o conteúdo de divisão em Livros Didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

Realizamos uma pesquisa bibliográfica, a fim de identificar pesquisas correlatas à nossa, envolvendo conteúdos de divisão e análise de Livros Didáticos de Matemática, com o intuito de utilizá-las como referência em nossa pesquisa, e para nos atualizarmos com relação às publicações referentes ao tema que escolhemos.

Para a realização desta pesquisa proposta, foram escolhidas duas coleções, entre as dez coleções aprovadas pelo PNLD-2014, das quais analisamos apenas os livros do 6º ano do Ensino Fundamental. Com o intuito de buscarmos compreender como o conteúdo de divisão está inserido nas coleções dos anos finais do PNLD-2014.

O critério da seleção foi a partir das coleções escolhidas como primeira e segunda opção pelos professores da cidade de São Caitano- PE segundo dados da Secretária de Educação da cidade.

Nossa pesquisa é de cunho quantitativo e qualitativo. Após a escolha, começamos primeiramente, verificando a quantidade geral de questões e quantas destas envolvem o conteúdo de divisão, assim como classificando quanto às situações, invariantes, e representações simbólicas propostas. Em seguida, fizemos uma análise qualitativa das orientações presentes nos manuais dos professores, onde buscamos orientações sobre as propriedades e/ou invariantes do conceito.

Dessa maneira, codificamos as coleções com siglas, a coleção PRATICANDO MATEMÁTICA - 6º ano, escolhida como primeira opção pelos professores da cidade de São Caitano denotou com a sigla LD-1. Enquanto a coleção, MATEMÁTICA TEORIA E CONTEXTO - 6º ano, escolhida como segunda opção recebeu a sigla LD-2.

Com o objetivo de responder ao problema da pesquisa articulando as propostas do livro didático com as propostas dos documentos oficiais, pretendendo com isso fornecer uma análise que permita a reflexão diante do saber matemático.

4. ANÁLISES DOS RESULTADOS

Conforme descrito na secção anterior, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, o conceito é formado pelas situações, pelos invariantes e pelas representações envolvidas que são conectadas, assim faz-se necessário apresentar as três dimensões no ensino-aprendizagem da operação de divisão.

Quanto às situações Nunes e Bryant (1997) classificam os problemas de divisão em dois tipos, são eles: partição ou problema de quotas.

Nos problemas partitivos temos o dividendo e o divisor expresso no problema explicitamente, e genericamente podemos afirmar que nas situações em que ocorre uma partição, são conhecidos do sujeito o todo e o número de partes em que esse todo deverá ser repartido, e o que se quer saber é o tamanho de cada parte.

Entre os problemas de divisão do tipo partição, temos duas possibilidades de situações: as situações de distribuição e as divisões sucessivas.

O ato de distribuir não requer do sujeito que está dividindo, a antecipação do tamanho que terá cada parte ao final da distribuição. Porém, este ato estabelece novas relações que não foram vivenciadas no raciocínio aditivo, pois quando as crianças estão realizando uma distribuição elas passam a relacionar três conjuntos: o conjunto do todo, o conjunto das partes e o resultado da distribuição que é o conjunto tamanho das partes.

Como explica Nunes e Bryant (1997): “Quando as crianças estão preocupadas com distribuir, elas se concentram sobre dar quantidades iguais a cada receptor” (p.194). Apontando que entre os conjuntos distribuídos as crianças fazem uma correspondência termo-a-termo, e essa é a invariável da situação. Quanto às divisões sucessivas no todo, sua ação requer do sujeito que está dividindo uma antecipação do tamanho que terá cada parte, e essas divisões consistem em bipartições ou tripartições ou n -partições sucessivas.

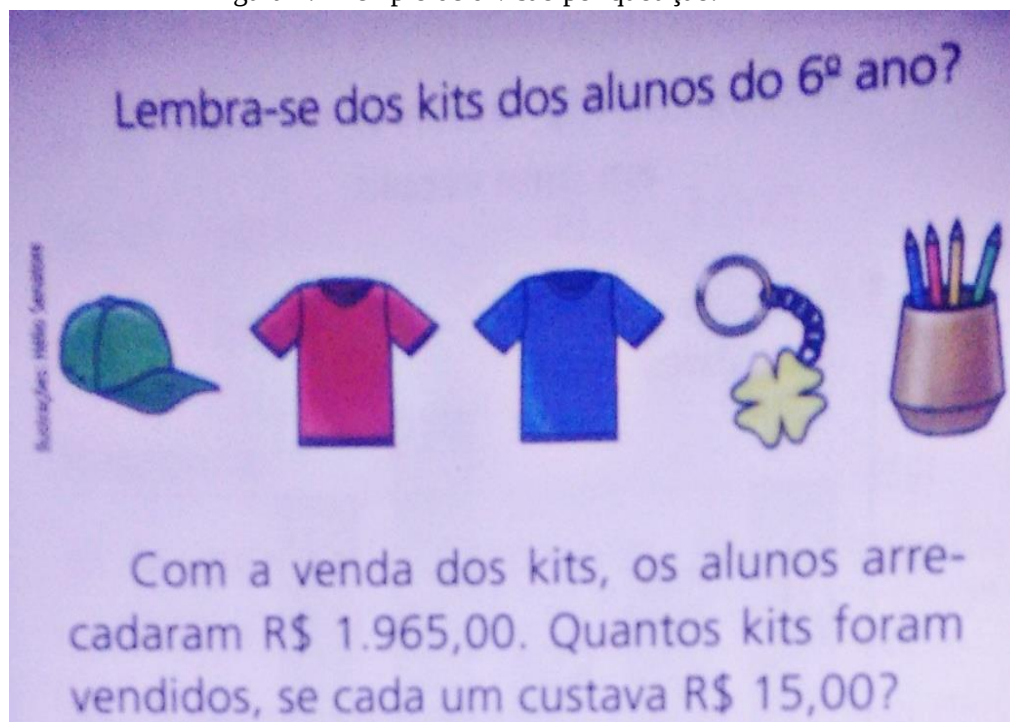
A situação de divisão por quota, ou quotição, é descrita por Nunes e Bryant (1997) como aquela em que é conhecido do sujeito o tamanho do todo e o tamanho que deverá ter cada parte, após a divisão. Nesse tipo de situação deseja-se descobrir em quantas partes é necessário dividir o todo, para que se tenham partes de tamanho previamente determinado. Temos explícitos nesse tipo de divisão, o dividendo e o quociente.

De acordo com Nunes e Bryant (1997), na perspectiva psicogenética, para a criança existe diferença de compreensão entre problemas que envolvam situações

partitivas e problemas onde a situações são de divisão medida por quotas. Segundo os autores o desempenho das crianças é significativamente melhor nos problemas partitivos.

Para ilustrar a categorização sugerida por Nunes e Bryant (1997), segue abaixo questões encontradas nos livros analisados de cada um dos significados.

Figura 1: Exemplo de divisão por quotição.



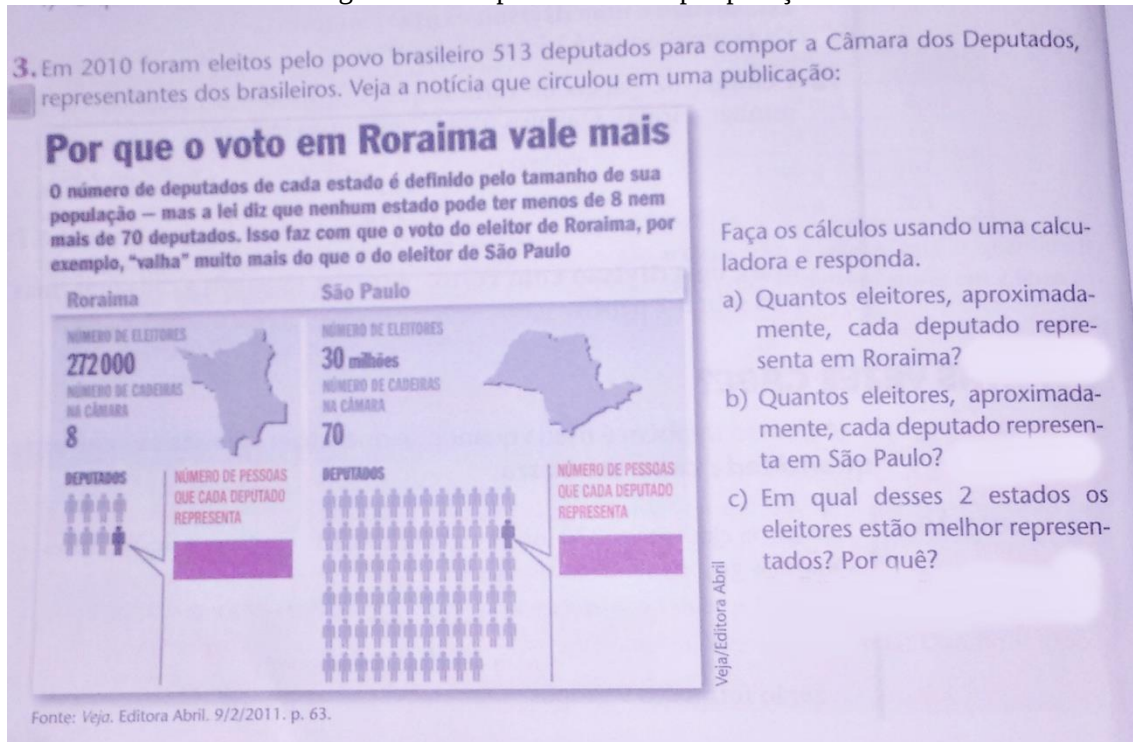
Fonte: LD-1, pág.54

Figura 2: Exemplo de divisão por quotição.

1. Colocando 500 refrigerantes em caixas de 24 unidades teremos certo número de caixas completas e mais uma, incompleta.
 - a) Quantas serão as caixas completas?
 - b) Quantos serão os refrigerantes na caixa incompleta?
 - c) Se fossem 504 refrigerantes, as caixas estariam todas completas. Quantas caixas seriam?

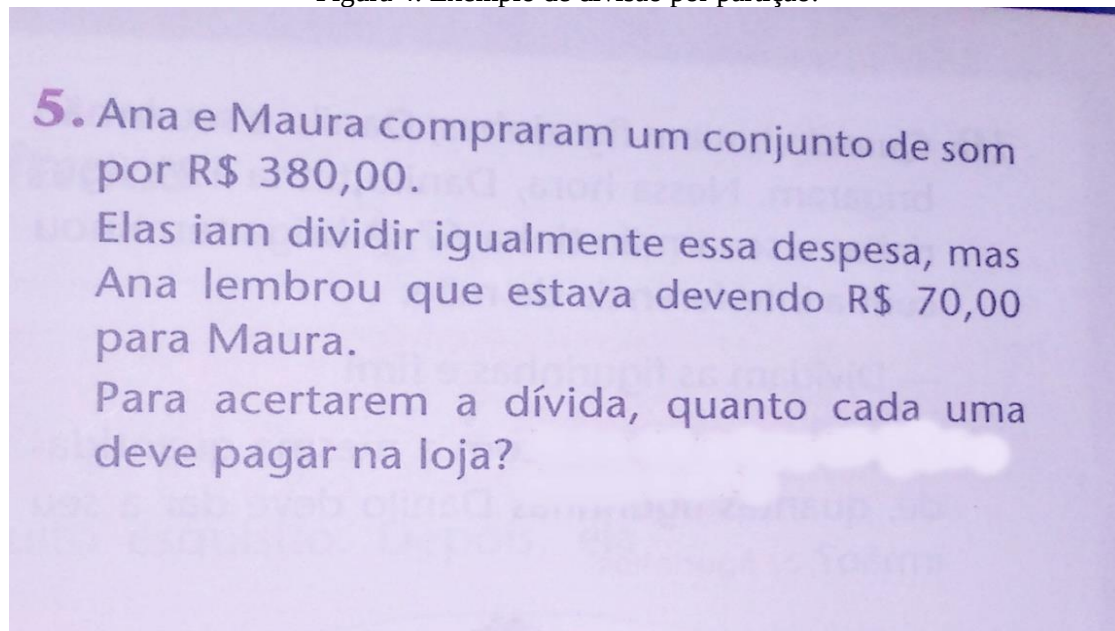
Fonte: LD-2, pág. 28

Figura 3: Exemplos de divisão por partição.



Fonte:LD-2, pág.28

Figura 4: Exemplo de divisão por partição.



Fonte: LD-2, pág. 29

Sabemos também que cada tipo de problema possui propriedades invariantes que os caracterizam. Nunes e Bryant(1997) observam que os invariantes operatórios presentes na organização dos indivíduos ao lidar com o conceito de divisão são: (I) o

todo deve ser distribuído em quantidades iguais; (II) o todo deve ser distribuído até que não haja uma nova rodada de distribuição; (III) o todo inicial é constituído pelo número de partes multiplicado pelo tamanho das partes mais o resto; (IV) relação inversa entre o tamanho das partes e o número de partes em que o todo foi dividido; (V) o resto não pode ser maior nem igual ao tamanho das partes ou ao número de partes em que o todo foi dividido.

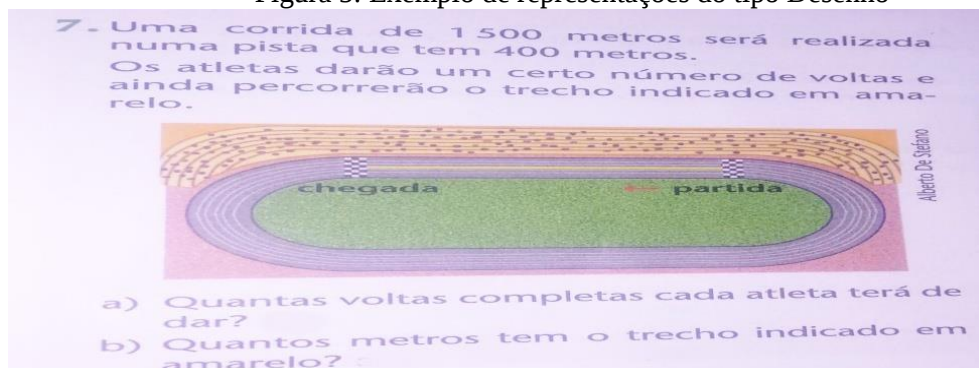
As crianças estão preocupadas em distribuir de modo a dar quantidades iguais a cada receptor, ou seja, elas fazem uma correspondência um-para-um entre os conjuntos distribuídos. No entanto, a divisão enquanto conceito inserido no campo das estruturas multiplicativas envolve uma correspondência um-para-muitos que requer que se opere com dois ou mais fatores simultaneamente. (CORREA & SPINILLO, 2004).

Como apresentado cada problema, apesar da complexidade advinda da situação construída pode ainda ser apresentada por meio de representações simbólicas distintas, tornando-o mais simples ou mais complexo. As representações simbólicas mais comuns quando o assunto é divisão é o desenho.

Com relação as possíveis representações simbólicas nas questões de divisão, listamos quatro: desenho, apenas enunciado, cálculo oral e cálculo mental. Iremos comentar de maneira simplificada cada uma dessas representações.

- *Desenho*: Representação utilizada para facilitar a contagem, (quando já vem expressa na questão), ou sugerida como solução de um problema, (quando se propõe que o aluno faça o desenho), ou ainda sendo mera ilustração.

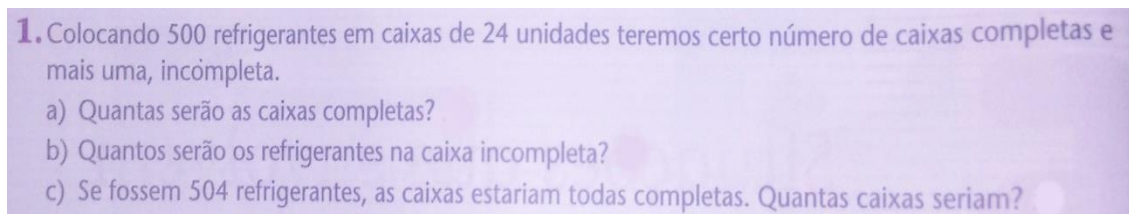
Figura 5: Exemplo de representações do tipo Desenho



Fonte: LD-2, pág. 29

- *Apenas enunciado*: Quando o autor do livro não sugere nenhuma representação para a resolução do problema, trazendo na questão apenas o enunciado

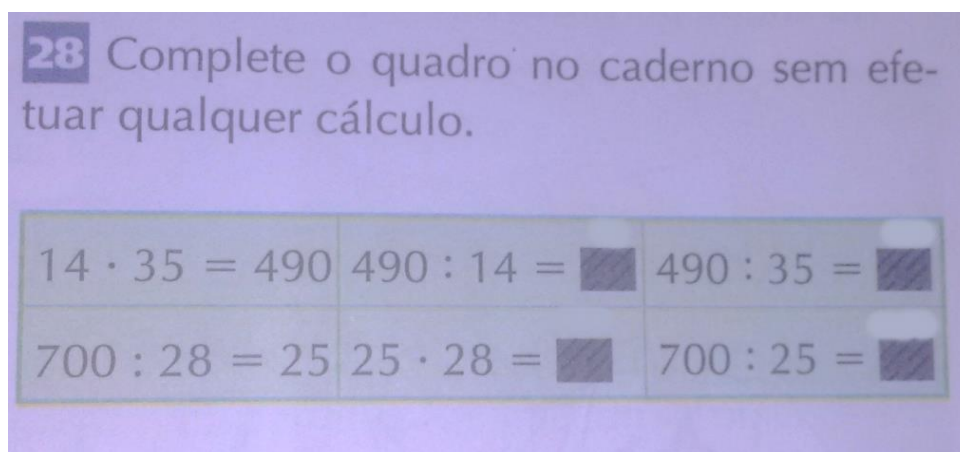
Figura 6: Exemplo de questão utilizando a representação: Apenas Enunciado.



Fonte: LD-2, pág.28

- *Cálculo oral e mental*: Quando a questão sugere que o aluno utilize de cálculo oral/mental para resolver o problema.

Figura 7: Exemplo de representação do tipo Cálculo oral/mental



Fonte: LD-1, pág.57

Pretendemos aqui expor os dados obtidos a partir dos livros analisados. O primeiro livro analisado é da coleção *Praticando Matemática*, denotado pela sigla LD-1, em seguida é feita a análise do segundo livro, *Matemática: teoria e contexto*, denotado pela sigla LD-2. Para isso apresentaremos o modo como cada livro traz o conteúdo de divisão observando como os exercícios propostos estão estruturados, de acordo com Vergnaud (1991). Por fim analisaremos o manual do professor de cada livro, atentando para as orientações dirigidas aos professores de Matemática.

4.1 Praticando matemática – (LD-1)

Na descrição desta obra os autores mencionam que em todos os volumes da coleção a teoria é distribuída de modo equilibrado em unidades (capítulos), e seções, buscando dar o suporte necessário ao professor, deixando-o livre para criar.

O LD-1 é apresentado em quatorze capítulos. Cada capítulo é formado por seções com a estrutura a seguir:

Apresentação do conteúdo: surge a partir de exemplos resolvidos.

Exercícios: Propostos ao final de cada conteúdo e dispostos em um grau crescente de dificuldades, fornecem ao aluno uma oportunidade de autocontrole de habilidades e conteúdos procedimentais adquiridos na aprendizagem, utilizando como base a teoria desenvolvida.

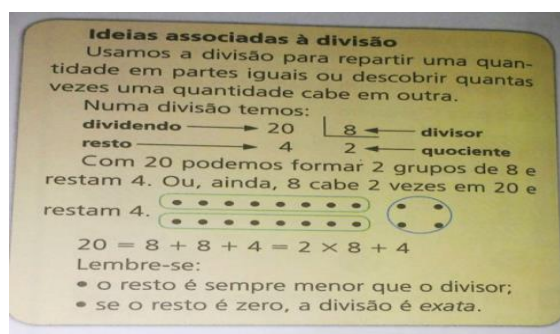
Revisando: Seção de exercícios que constituem mais uma oportunidade de retomar e interligar os diferentes assuntos, dando ao aluno a possibilidade de mobilizar recursos para exercer as competências adquiridas.

Desafios: questões que exigem soluções mais criativas e elaboradas, e que sugerem ser resolvidos em duplas ou trios, incentivando o trabalho coletivo.

Autoavaliação: Questões do tipo teste, apuradamente selecionadas, observando sempre a adequação ao nível cognitivo dos alunos a que se destinam.

Os autores apontam para as diferentes formas e ritmos de aprendizagem, e apresentam os textos na forma de diálogo com o aluno permitindo que ele progrida na leitura com mais facilidade, visto que a linguagem utilizada é clara e simples, incluindo gráficos, esquemas, fotos, e ilustrações explicativas. Ao longo dos textos surgem atividades que visam levantar conhecimentos prévios e conferir o progresso da leitura, além dessas atividades cada unidade apresenta seções específicas com exercícios propostos ao aluno.

Figura8: Recorte de texto onde o autor dialoga com o leitor



Fonte: LD-1(2012, p.54)

Identificamos ao longo do livro oportunidades nas quais aparecem a História da Matemática, em textos de caráter histórico, no enunciado de alguns exercícios e em comentários e informações biográficas.

No LD-1 o conteúdo de divisão está presente no quarto capítulo, intitulado *Multiplicação e divisão de números naturais*.

A apresentação do conteúdo de divisão no LD-1 é feita a partir de um exemplo resolvido, onde uma situação que envolve a divisão é exposta e abaixo segue o passo a passo da resolução.

Figura 9: Apresentação do conteúdo de divisão.

2. A divisão

Lembra-se dos kits dos alunos do 6º ano?

Com a venda dos kits, os alunos arrecadaram R\$ 1.965,00. Quantos kits foram vendidos, se cada um custava R\$ 15,00?

A **divisão** permite descobrir essa quantidade.

$1965 : 15 = ?$

Como fazer essa divisão?

$1965 \overline{) 15}$ → Não dá para dividir 1 por 15. Mas 1 unidade de milhar = 10 centenas e, como já temos 9 centenas no número 1965, ficamos com 10 centenas + 9 centenas = 19 centenas.

$1965 \overline{) 15}$ → Dividimos 19 centenas por 15. Dá 1 e restam 4 centenas.

$1965 \overline{) 15}$ → 4 centenas = 40 dezenas
40 dezenas + 6 dezenas = 46 dezenas

$1965 \overline{) 15}$ → Dividimos agora 46 dezenas por 15. Dá 3 e resta 1 dezena.

$1965 \overline{) 15}$ → 1 dezena = 10 unidades
10 unidades + 5 unidades = 15 unidades

$1965 \overline{) 15}$ → Finalmente dividimos 15 unidades por 15. Dá 1 e resta zero.

Esta é uma **divisão exata**, pois o resto é zero.

Portanto, os alunos desse 6º ano venderam 131 kits.

Ideias associadas à divisão

Usamos a divisão para repartir uma quantidade em partes iguais ou descobrir quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

Numa divisão temos:

dividendo → 20 divisor → 8
resto → 4 quociente → 2

Com 20 podemos formar 2 grupos de 8 e restam 4. Ou, ainda, 8 cabe 2 vezes em 20 e restam 4.

$20 = 8 + 8 + 4 = 2 \times 8 + 4$

Lembre-se:

- o resto é sempre menor que o divisor;
- se o resto é zero, a divisão é exata.

Fonte: LD-1(2012, p.54)

Os autores optam por apresentar o conteúdo através de uma situação de divisão por quotas como podemos ver na Figura 9, em que o passo a passo da resolução é explicado com as estratégias utilizadas pelo autor até chegar ao resultado final. Observe no quadro amarelo a indicação da ideia de divisão por partição e de divisão por quotas.

Em seguida, o livro apresenta a operação de divisão como sendo operação inversa da multiplicação e logo abaixo mostra de forma muito simplificada a relação fundamental da divisão através de dois exemplos, sendo um de divisão exata e outro de divisão não exata.

Figura10: Exemplo de divisão como operação inversa a multiplicação.

Veja exemplos:

- Divisão não exata

$$\begin{array}{r} 45 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$$7 \cdot 6 = 42$$

$$42 + 3 = 45, \text{ que é o dividendo.}$$

- Divisão exata

$$\begin{array}{r} 24 \overline{) 8} \\ 0 \end{array}$$

$$8 \cdot 3 = 24$$

$$24 + 0 = 24, \text{ que é o dividendo.}$$

Fonte: LD-1(2012, p.56)

No primeiro exemplo da figura 10, temos a divisão 45: 6, com resto 3, não exata, logo abaixo temos o produto do quociente 7 com o divisor 6 resultando em 42 que somado ao resto da divisão resulta no dividendo 45. O segundo exemplo traz a divisão 24:8, com resto 0, exata, seguida da multiplicação do quociente 3 pelo divisor 8 resultando no dividendo 24.

Depois, o LD-1 propõe um exercício composto por sete questões das quais identificamos situações de divisão por partição e de divisão por quotas, as representações simbólicas estão presentes na forma de desenho, apenas enunciado e divisão oral/mental. Nos subtítulos posteriores identificamos a operação de divisão em expressões numéricas e nas medidas de tempo.

Figura 11: Exercícios propostos sobre divisão.

Exercícios

23 Observe as divisões e responda:

$$\begin{array}{r} 167 \overline{) 5} \\ 17 32 \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 268 \overline{) 3} \\ 26 88 \\ 4 \end{array}$$

Estão certas ou erradas? Por quê?

24 Um garoto sujou com tinta um papel no qual estavam escritas duas divisões:

a) $29 \overline{) 1}$ b) $121 \overline{) 17}$

Você consegue reconstituí-las?

25 O dividendo e o resto desta divisão foram apagados:

$$\begin{array}{r} \overline{) 4} \\ 15 \end{array}$$

a) Quais os valores possíveis do resto nesta divisão? 0, 1, 2 ou 3

b) Que números naturais podem ser escritos no dividendo? 50, 61, 62 ou 63

26 Calcule mentalmente:

a) $27 : 3$ b) $74 : 74$

c) $80 : 4$ d) $0 : 29$

e) $70 : 2$ f) $420 : 7$

g) $120 : 6$ h) $900 : 10$

i) $95 : 5$ j) $6000 : 100$

27 Calcule:

a) a soma de 28 com metade de 12;

b) a diferença entre o triplo de 7 e a terça parte de 30;

c) a quinta parte de metade de 120.

28 Complete o quadro no caderno sem efetuar qualquer cálculo.

$14 : 35 = 490$	$490 : 14 =$	$490 : 35 =$
$700 : 28 = 25$	$25 : 28 =$	$700 : 25 =$

29 Nos jogos válidos de um campeonato de futebol, cada vitória dá ao time 3 pontos, enquanto cada empate vale 1 ponto. Se perder, o time não ganha pontos. Um jornal publicou uma tabela com a classificação dos três melhores times. Entretanto, três números da tabela não puderam ser identificados, sendo substituídos pelas letras x, y e z, conforme é mostrado abaixo:

Time	Pontos ganhos	Nº de vitórias	Nº de empates
Corinthians	x	8	0
Vasco	y	6	1
Cruzeiro	17	z	2

Calcule o valor de:

a) x b) y c) z



Fonte: LD-1 (2012, p.57)

Dentre as situações de divisão por partição na figura acima destacamos as questões: 23, item b da questão 24, item c da questão 27 e a questão 29. Quanto as situações de divisão por quotição destacamos as questões: item a da questão 24, questão 26, questão 28. Sabemos que ambas as situações são resolvidas pela operação de divisão, porém elas compreendem ações cognitivas distintas, observadas quando se analisa as relações entre as variáveis envolvidas nos problemas e a forma como estas estão presentes nas respostas.

Nos capítulos seguintes, nota-se que o conteúdo de divisão aparece atrelado a outros conceitos: Múltiplos e divisores (capítulo 6); Frações (capítulo 11); Números decimais (capítulo 12); Porcentagem (capítulo 13) e Medidas (capítulo 14).

O livro LD-1 tem ao todo 907 questões propostas aos alunos, das quais 208 destas questões envolvem o conceito ou a ideia de divisão.

Mapeamos as questões gerais por capítulo, identificando as questões que utilizam o conceito e a ideia de divisão. Abaixo esta a tabela 2 com os dados obtidos.

Tabela 2: Capítulos X Quantidade de questões de divisão do LD - 1

LD – 1														
Capítulos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Números de Questões de Divisão	0	0	0	39	5	40	1	1	0	1	47	29	25	20

Fonte: o autor, 2016.

Separamos as questões que envolviam a ideia de divisão de acordo com as situações de divisão por partição e divisão por quotição, as questões que não se encaixavam em uma dessas duas situações receberam a classificação apenas exercício, a tabela 3 mostra os dados obtidos.

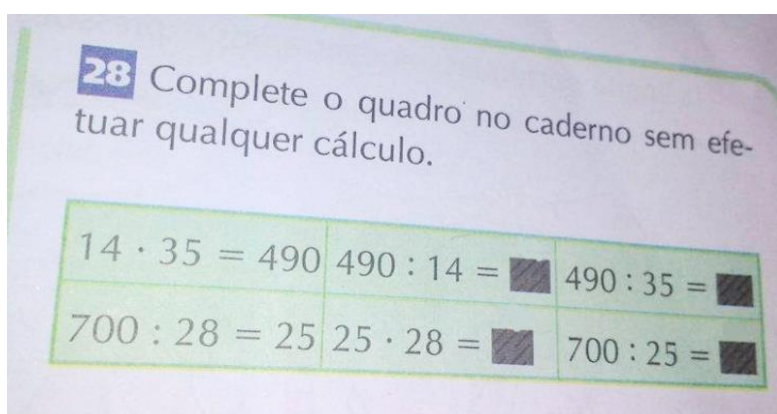
Tabela 3: Situações encontradas nas questões de divisão X capítulos (LD-1)

Capítulos \ Situações	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Partição	0	0	0	21	2	14	1	1	0	0	15	17	7	10
Quotição	0	0	0	7	0	1	0	0	0	0	2	4	3	3
Apenas exercício	0	0	0	11	3	25	0	0	0	1	30	8	15	7

Fonte: o autor, 2016.

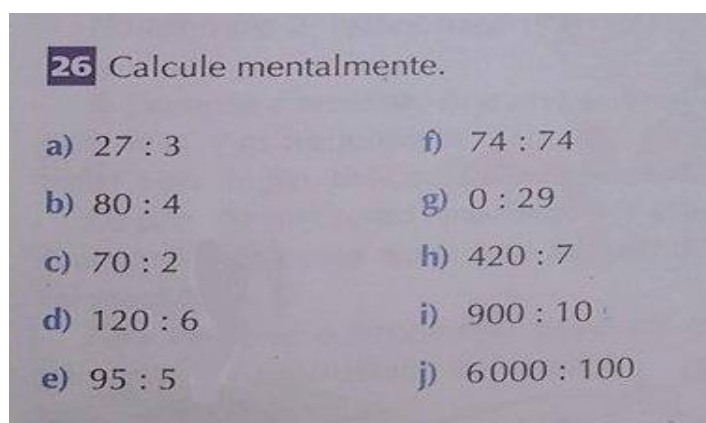
Com relação aos problemas propostos aos alunos no LD-1, pudemos observar que a grande maioria requer o cálculo oral/mental, sendo escassos os problemas em que o algoritmo da divisão é requisitado. Notamos também que o capítulo sobre divisão traz poucas questões que levam o aluno a uma reflexão sobre como acontece a divisão e o seu conceito, além disso, os exercícios são repetitivos e na maioria das vezes mecânicos.

Figura 12: Recorte de questão do tipo cálculo oral/ mental.



Fonte: LD-1(2012, p.57)

Figura 13: Recorte de questão do tipo cálculo oral/mental.



Fonte: LD-1(2012, p.57)

Observa-se a partir das figuras 12 e 13 exemplos de questões onde o autor deixa claro que o aluno deve utilizar apenas o cálculo oral e/ou mental para resolvê-las, não sendo necessário efetuar nenhum cálculo escrito ou representação simbólica.

4.1.1 Manual do professor (Livro LD-1)

O Manual do Professor do LD-1 tem como objetivo principal fornecer subsídios para enriquecer as aulas oferecendo orientações específicas para o trabalho com o Livro do Aluno e traz em sua secção final informações, atividades, dicas de sites e orientações destinadas exclusivamente ao professor. Buscando que o mesmo reflita sobre o processo de avaliação em Matemática e sugerindo instrumentos e propondo ideias e estratégias que possam ser úteis.

O livro atende a orientação dos PCN e traz o conteúdo de divisão no bloco de números e operações, com o título: *Adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais*. De acordo com os autores esse capítulo tem como objetivo geral: *retomar e ampliar os conhecimentos sobre as operações fundamentais com números naturais, seus significados e aplicações na resolução de problemas*.

Quanto ao conteúdo de divisão os autores comentam que “deram espaço para que os alunos possam apresentar outras técnicas ou formas de registros para efetuar a divisão que eventualmente utilizem” (Álvaro, Vasconcelos, 2012, p.60). Ainda segundo os mesmos o professor deve dar ao aluno oportunidades para que eles avaliem os processos da divisão, apontando as vantagens e desvantagens e dessa forma, ampliando a compreensão dessa operação e de seus elementos (p.60).

Nas orientações específicas para o 6º ano, os autores da coleção LD-1 enfatizam que nessa faixa etária espera-se que os alunos resolvam problemas envolvendo as quatro operações, utilizando a Aritmética, desenhos, diagramas, e deixando a linguagem algébrica para os anos seguintes. Alguns exercícios são comentados, mostrando os principais objetivos e conceitos atrelados, os autores também comentam que o raciocínio multiplicativo apenas não é suficiente para resolver os problemas de divisão.

Notamos que apesar de existir as orientações presentes no LD-1 não é suficiente, a maioria delas trata do uso de algumas representações simbólicas, não encontramos nenhum comentário ou orientação referente às situações e invariantes operatórios.

4.2 Matemática Teoria e Contexto – (LD-2)

Na caracterização desta coleção, os autores apontam que a idealizaram de uma forma que contribuísse para um ensino de Matemática que viesse a desenvolver o raciocínio e a compreensão do aluno, ao invés de uma aprendizagem mecânica e sem

sentido. Para isso a teoria é abordada em linguagem acessível, de maneira a ser lido e interpretado pelos alunos, trabalhando, em seguida, sua compreensão por meio de diversas atividades.

Os autores do LD-2 apresentam a obra através de sete capítulos. Cada capítulo é formado de pequenos tópicos que têm, em geral, a estrutura a seguir:

Teoria: sequência didática com textos que apresentam definições e conceitos de forma contextualizada.

Você sabia?: Curiosidades e complemento dos textos apresentados na teoria.

Pense e responda: atividades que envolvem questões do cotidiano, e que solicitam leitura, interpretação e tomada de decisões.

Pensando em casa: atividades que solicitam raciocínio e intuição.

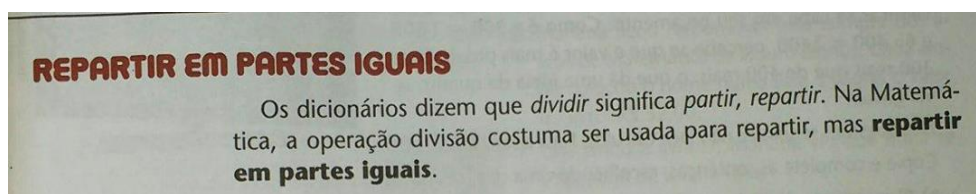
Desafios e surpresas: atividades que pedem uma solução mais criativa e que tem um grau maior de dificuldade.

Ação: sugestões de atividades, jogos, experimentos e trabalhos que solicitam a participação de todos.

O conteúdo de divisão está presente no Capítulo 1, intitulado: Números naturais, operações e resolução de problemas. Mais especificamente no tópico 5: Situações que envolvem a divisão.

A apresentação do conteúdo de divisão no LD-2 surge a partir da definição que os dicionários trazem para a palavra dividir (Figura 14), seguido de dois exemplos de divisão em partes iguais, onde no primeiro a divisão é exata, e no segundo a divisão é com resto (Figura 15). Depois, o livro traz a ideia de divisão como “quantas vezes cabe?” (Figura 16). Esse tipo de situação é usado quando se quer saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

Figura 14: Recorte da apresentação do conteúdo de divisão



Fonte:

LD-2 (2012, p.27)

Figura 15: Exemplos de divisão exata e não exata

exemplos

1. Comprei 60 papéis de carta e quero distribuí-los igualmente entre minhas 4 irmãs. Quantos papéis cada uma receberá?

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow 60 \mid 4 \leftarrow \text{divisor} \\ 20 \quad 15 \leftarrow \text{quociente} \\ \text{resto} \rightarrow 0 \end{array}$$

Essa divisão é uma **divisão exata**: tem resto 0.
Cada uma receberá 15 papéis de carta.

2. Comprei 62 papéis de carta e quero distribuí-los igualmente entre minhas 4 irmãs. Quantos papéis cada uma receberá?

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow 62 \mid 4 \leftarrow \text{divisor} \\ 22 \quad 15 \leftarrow \text{quociente} \\ \text{resto} \rightarrow 2 \end{array}$$

Essa é uma **divisão com resto**: posso dar 15 papéis a cada uma, mas irão sobrar 2 papéis.

Fonte: LD-2 (2012, p.27)

Diferente do LD-1 os autores do LD-2 apresentam o conteúdo através de exemplos de divisão exata e não exata, podemos notar nas figuras acima que em ambas as situações a divisão é partitiva.

Figura 16: Recorte definição de divisão como “quantas vezes cabe?”

QUANTAS VEZES CABE?

A divisão também é usada quando se quer saber **quantas vezes uma quantidade cabe em outra**.

exemplo

Minha classe tem 27 alunos e queremos formar grupos de 3 alunos. Quantos grupos serão formados?

$$\begin{array}{r} \text{dividendo} \rightarrow 27 \mid 3 \leftarrow \text{divisor} \\ \text{resto} \rightarrow 0 \quad 9 \leftarrow \text{quociente} \end{array}$$

Serão formados 9 grupos.

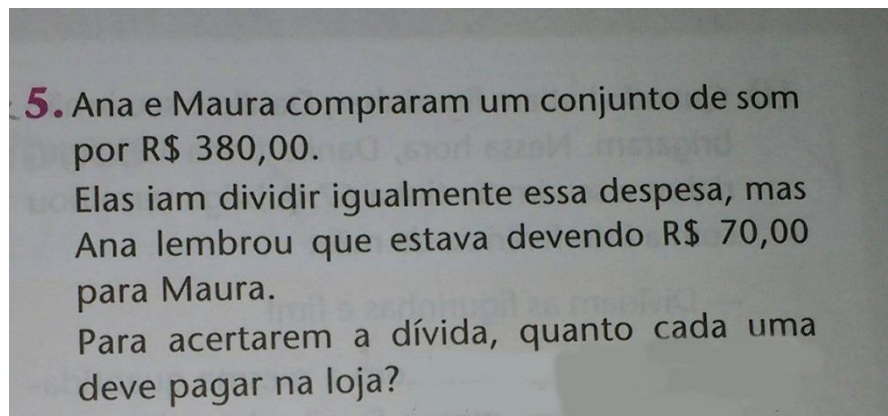
Fonte: LD-2(2012, p.27)

Nesta definição para o conteúdo de divisão, temos um exemplo de problema quotativo, onde o que se quer saber é quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

O livro também propõe exercícios onde todas as questões são contextualizadas e partem de situações rotineiras muitas vezes já vivenciadas pelos alunos. Observamos que dentre as questões propostas pelo livro, estão presentes a divisão por partição e a divisão por quotas, além de que as questões trazem representações como o desenho para

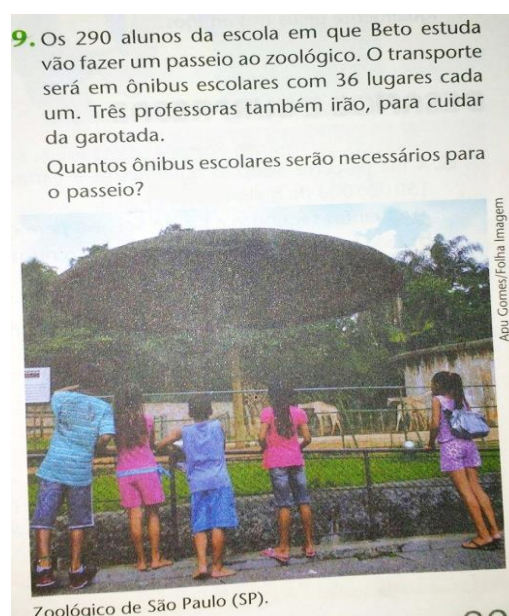
facilitar o cálculo, apenas enunciado e não identificamos a representação cálculo oral/mental.

Figura 17: Exemplo de divisão em situação cotidiana do aluno.



Fonte: LD-2 (2012, p.29)

Figura 18: Exemplo de divisão no cotidiano do aluno.



Fonte:LD-2(2012, p.29)

Nas figuras 17 e 18, enxergamos situações muitas vezes já vivenciadas pelos alunos. Acreditamos que esse tipo de questão por ser algo conhecido leve o aluno a se interessar mais pelos conteúdos matemáticos, enxergando-os em sua vida.

Posteriormente o conteúdo de divisão aparece nos tópicos: multiplicação e divisão operações inversas; expressões numéricas; propriedades da subtração e da divisão.

Nos demais capítulos: Múltiplos e divisores (capítulo 3); Frações e decimais (capítulo 4); Operações com números racionais (capítulo 5); Tratamento de dados (capítulo 6) e Medidas (capítulo 7), o conceito e a ideia de divisão aparecem atrelados a outros conceitos.

O LD-2 tem ao todo 741 questões distribuídas nos sete capítulos das quais 230 envolvem a ideia ou conceito de divisão.

Após mapear as questões gerais por capítulos identificamos as questões que envolviam o conceito ou ideia de divisão. Como podemos identificar na tabela 4, com os dados obtidos.

Tabela 4: capítulo X Quantidade de questões de divisão do LD - 2

LD – 2							
Capítulos	1	2	3	4	5	6	7
Números de Questões de divisão	41	0	73	64	18	11	23

Fonte: o autor, 2016.

Em seguida identificamos as situações de divisão por partição e de divisão por quotição, as questões que não se encaixavam nas duas situações de divisão citadas classificamos como apenas exercício. Segue-se os resultados na tabela 5.

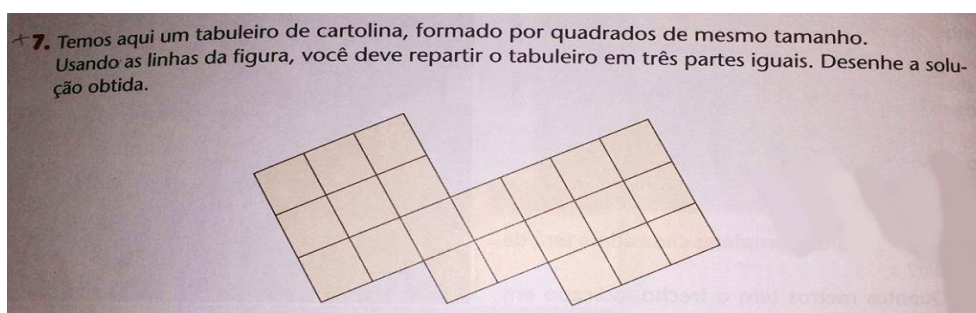
Tabela 5: Situações encontradas nas questões de divisão X capítulos (LD-2)

Capítulos \ Situações	1	2	3	4	5	6	7
Partição	9	0	21	27	5	7	12
Quotição	6	0	8	16	5	3	3
Apenas exercício	26	0	44	21	8	1	8

Fonte: o autor, 2016.

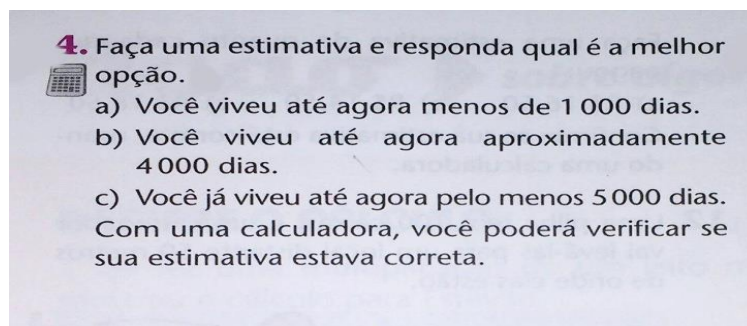
Com relação aos exercícios propostos aos alunos no LD-2, pudemos observar que, na maior parte, os problemas são contextualizados e envolvem situações desconhecidas pelos alunos, não encontramos questões que requerem apenas o cálculo oral/mental. Apesar do capítulo específico sobre divisão apresentar poucas questões, as questões apresentadas levam o aluno a pensar, refletir e criar esquemas para solucioná-las. Os exercícios apresentam uma estrutura interessante e não seguem uma mesma linha de raciocínio.

Figura 19: Exemplo de questão desafio.



Fonte: LD-2 (2012, p.30)

Figura 20: Exemplo de questão desafio.



Fonte: LD-2 (2012, p.29)

As figuras do tipo desafio levam o aluno a pensar em estratégias de resolução, utilizando os conhecimentos prévios, revendo conceitos e se apropriando do conhecimento desejado.

4.2.1 Manual do professor(Livro LD-2)

O Manual do Professor do LD-2 tem como objetivo apresentar princípios metodológicos e trazer informações e sugestões para enriquecer e facilitar o trabalho pedagógico do professor na sala de aula. O livro, em sua seção final apresenta um

material específico para os professores, fazendo a caracterização e comentários de cada capítulo, e trazendo dicas de leitura, sites e atividades que o professor pode desenvolver em sala de aula.

O livro contempla as orientações contidas nos PCN, que elegem quatro grandes blocos de conteúdos, são eles: *Números e Operações*, *Geometria*, *Tratamento da Informação e Grandezas e Medidas*. O conceito de divisão está presente no bloco Números e Operações. E tem como título: *Números naturais, operações e resolução de problemas*. De acordo com os autores esse capítulo tem como objetivo principal explorar a resolução de problemas em que os números naturais indicam o resultado de uma contagem, de expressar uma medida, ordem ou funcionam como código, além da compreensão de procedimentos de cálculo convencional e não convencionais.

Quanto ao conteúdo de divisão os autores explicam que a coleção explora diferentes situações envolvendo a divisão, e que são trabalhados vários tipos de cálculos, mostrando que na Matemática para além das técnicas convencionais, há muitas possibilidades do cálculo não convencional realizada por meio de estratégias pessoais dos alunos.

Não encontramos orientações específicas para o 6º ano. Observamos que as orientações aos professores presentes no LD-2 fazem pouca menção a situações, comentam sobre as atividades mostrando possíveis dúvidas que os alunos venham apresentar, e trazem algumas representações simbólicas.

Assim, faz-se necessário abranger as considerações feitas pelos autores nas orientações para os professores dos anos finais do ensino fundamental.

4.3. Considerações sobre a análise

Identificamos que ambas as coleções, o conteúdo de divisão é introduzido a partir de exemplos comentados, em geral, por meio da abordagem de resolução de problemas. A representação simbólica de imagem se faz presente com frequência nas explicações e exercícios propostos.

Em relação aos significados da divisão presentes nos PCN, constatamos que houve um destaque equilibrado nas situações associadas à ideia de divisão em partes iguais e de determinar quanto uma quantidade cabe em outra, tanto no LD-1 quanto no LD-2. Logo, foram encontradas pouquíssimas questões onde a situação de divisão está associada a ideias combinatórias.

As representações simbólicas diferem entre os livros analisados, destacamos que no LD-1 a representação cálculo oral/mental aparece com frequência, enquanto no LD-2 as questões são, em sua maioria, contextualizadas. Em ambos os livros encontramos representações do tipo apenas enunciado e desenho ou imagem.

Identificamos através dos enunciados, que os autores do LD-2 apreciam a escolha do aluno quanto às estratégias para a resolução dos exercícios propostos. Com isso, estamos de acordo com o PNLD 2014 quanto à metodologia utilizada pelos autores do livro LD-2 que as situações contextualizadas e voltadas ao cotidiano do aluno propiciam uma aproximação maior do sujeito ao conhecimento.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho buscou analisar o conteúdo e os problemas de divisão em dois livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental.

Em ambas as coleções os autores classificaram a divisão, como pertencente ao bloco Números e Operações, seguindo as orientações presentes nos PCN. As questões propostas como exercícios estão distribuídas nos demais capítulos, mostrando a atualização dos autores no que diz respeito à interdisciplinaridade, levando o aluno a criar conexões nas diversas áreas da Matemática.

A apresentação do conteúdo de divisão se deu a partir de exemplos resolvidos, sendo construído em etapas e com uma linguagem acessível, fugindo do formalismo excessivo, de maneira a ser lido e interpretado pelos próprios alunos.

Entre as questões apresentadas, em ambos os livros analisados, a situação de divisão mais frequentes é a de divisão por partição, onde os alunos são levados a dividir ou repartir em partes iguais. As situações de divisão por quotas aparecem, porém com menos intensidade.

Quanto às representações simbólicas o LD-1 faz uso de três: desenho, cálculo oral/mental e apenas enunciado enquanto o LD-2 usa desenho, apenas enunciado e quase nunca cálculo oral/mental. No LD-2 destacamos que a maioria das questões apresenta um contexto e dão sugestões de resolução. Em ambas as coleções os autores dão destaque que o resto não pode ser maior nem igual ao tamanho das partes ou ao número de partes em que o todo foi dividido.

As discussões referentes ao livro do aluno são várias, em geral os autores utilizam-se da resolução de problemas para inserir o conteúdo.

Quanto às orientações dirigidas aos professores, observamos que se tratam de algumas representações simbólicas e pouco é comentado sobre situações e invariantes que envolvam o conteúdo de divisão, dessa forma existe a necessidade de busca por materiais que complementem o manual do professor para orientá-lo em cada situação.

Ressaltamos que nossa pesquisa não termina neste trabalho, visto que os resultados obtidos são de dois livros destinados ao 6º ano do Ensino Fundamental. Esperamos que pesquisas futuras busquem analisar como o conteúdo de divisão está disposto nos demais volumes e em outras coleções de livros didáticos, bem como o conhecimento dos professores e dos alunos que os utilizam.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, VILLELA. **As Metodologias da Divisão em Alguns Livros Didáticos Brasileiros da Primeira Metade do Século XX**.2012. (TCC de graduação – concluído em dezembro de 2012). Laboratório de Pesquisa em História da Educação Matemática, 2012.

ANDRINI, VASCONCELOS. **Praticando matemática**,/ Álvaro Andrini, Maria José Vasconcelos. 3. ed. Renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2012. 288 p. 6V.

BENVENUTTI, L. C. **A operação divisão: um estudo com alunos de 5ª série**. 2008. 61f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Vale do Itajaí, Santa Catarina, Itajaí, 2008.

BRASIL, Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – **primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Matemática**. Brasília, DF: MEC, SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – **terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática**. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998.

BRASIL. Decreto-Lei 1.006, de 30 de dezembro de 1938. Estabelece as condições de produção, importação e utilização do livro didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 30 dez. 1938. Seção 1, p. 277.

BRASIL. Decreto-Lei 8.460, de 26 de dezembro de 1945. Consolida a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 26 dez. 1945. Seção 1, p. 19208.

BRASIL. Decreto 91.542, de 19 de agosto de 1985. Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 19 ago. 1985. Seção 1, p. 12178.

BRASIL. Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014: **Matemática**. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. Resolução/CD/FNDE nº 38 de 15 de outubro de 2003. Que institui o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM), com execução em 2003. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 15 out 2003.

BRESSANR. , FAJARDO R. , GABERT R.F. . Sobre um Estudo Comparativo da Subtração e Divisão entre a Matemática Egípcia Antiga e Alguns Livros Didáticos.2011. **Anais do II CNEM**. Ijuí- RS, Universidade Regional de Ijuí, 2011.

BROUSSEAU, G. Introdução a um estudo das situações e dos campos conceituais. In: GEEMPA. **Atividade humana e conceitualização**. Porto Alegre: GEEMPA, 2008.

BUNT, L. N. H.; JONES, P. S.; BEDIANT, J. D. **The historical roots of elementary mathematics**. New York: Dover Publications, Inc., 1988.

CAMPOS, T. M. M. **Transformando a prática das aulas de Matemática**: 6ª série. Volume 2. São Paulo: PREM, 2001.

CAMPOS, E. G. J. de. **As dificuldades na aprendizagem da divisão**: análise da produção de erros de aluno do ensino fundamental e sua relação com o ensino praticado pelos professores. 2008. 220f. Dissertação (Mestrado em Educação) Centro de Educação da Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande, 2008.

CARVALHO, J. I. F. **Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, 2011. p. 47-59;

CENTURIÓN, MARILIA. **Matemática: teoria e contexto, 6º ano**/ Marília Centurión, José Jakubovic. 1.ed. São Paulo: Saraiva, 2012. 272 p.

GROSSI, E. P.. A didática das provocações. In: GROSSI, Esther Pillar (Org.). **Porque ainda há quem não aprende? A teoria**. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 107-118.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. In: **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas: SBHE/Autores Associados. Jan./jun., n. 1, 2001, p. 9-43

MARTINEZ, M. C. P. T. **Um olhar para a abordagem do conteúdo de divisão de números naturais em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental** / Michelle Cristine Pinto Tyszka Martinez. 2012.

MARTINEZ, M. C.; WIELEWSKI, G.D. **O conteúdo de divisão em livros didáticos de matemática**: anos iniciais do Ensino Fundamental / Michelle Cristine, Gladys Denise. 2012

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, 2008

PESSOA, C.A.S. & MATOS FILHO, M.A.S. Estruturas Multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas? In: **Anais do SIPEMAT**. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

SILVA, E. T. **Criticidade e leitura**: ensaios. Campinas: Mercado de Letras: Associação de Leitura do Brasil (ALB), 1998.

SILVA, J. V. G. S. **Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental sob a Ótica da Teoria Antropológica do Didático**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, 2011. p. 48-55.

VALENTE, W.R. A criação da disciplina escolar Matemática no Brasil e seu primeiro livro didático. **Educ. Revi.**[online]. 2006, n.43, pp. 173-188. ISSN 0102-4698.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. In **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V.22,p. 28-49, UFSC: 2007. Disponível em <http://www.redemat.mtm.ufsc.br/revemat/2007>.

VERGNAUD, G. Quelques problèmes théoriques de la didactique à propos d'un exemple: les structures additives. In: **Atelier International d'Été: Recherche en Didactique de la Physique**. La Londe les Maures, França, 26 de junho a 13 de julho, 1983.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels**. Recherches en Didactique des Mathématiques – RDM, v. 10, nº 2, 3. pp. 133 – 170, Grenoble, 1990.

VERGNAUD, G. **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget Divisão Editorial, 1996. p. 155-189.

VERGNAUD, G. The nature of mathematical concepts. In: Nunes, T. & Bryant, P. (Eds.) **Learning and teaching mathematics, an international perspective**. Hove (East Sussex), Psychology Press Ltd. 1997.

VERGNAUD, G. Multiplicative Conceptual Field. What and Why? In: HAREL, Guershon; CONFREY, Jere (Orgs.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. New York: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). **Research Agenda in Mathematics Education**. Number Concepts and Operations in the Middle Grades. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988. pp. 141-161.

VIÑAO, A. A História das Disciplinas Escolares. In: **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas. SBHE/Editora Autores Associados. Jan/Jun., n. 18, Set/Dez. 2008, p. 173-215.