UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AMBIENTAL

LETÔNIO JOSÉ DA SILVA

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO A INFLUÊNCIA DAS CARGAS DE VENTO

Caruaru
2021

LETÔNIO JOSÉ DA SILVA

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO A INFLUÊNCIA DAS CARGAS DE VENTO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental. **Área de concentração:** Estruturas e Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Bono.

Caruaru

2021

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva - CRB/4 - 1223

S586o Silva, Letônio José da.
Otimização topológica de edifícios considerando a influência das cargas de vento. / Letônio José da Silva. – 2021.
171 f.; il.: 30 cm.

Orientador: Gustavo Bono.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2021.
Inclui Referências.

1. Fachadas (Arquitetura). 2. Linguagem de programa (Computadores). 3. Otimização estrutural. 4. Algoritmos. 5. Análise estrutural (Engenharia). 6. Cálculo. I. Bono, Gustavo (Orientador). II. Título.

CDD 620 (23. ed.) UFPE (CAA 2021-112)

LETÔNIO JOSÉ DA SILVA

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE EDIFÍCIOS CONSIDERANDO A INFLUÊNCIA DAS CARGAS DE VENTO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental. **Área de concentração:** Estruturas e Materiais.

Aprovada em: 22/02/2021.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof. Dr. Gustavo Bono (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Prof. Dr. Alessandro Romário Echevarria Antunes (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Prof. Dr. Felipe Schaedler de Almeida (Examinador Externo)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho aos meus pais, Edvânia e Antônio, mais conhecidos como “Branca” e “Tonhe”, por todo amor que me deram e me dão, além de todos os sacrifícios que fizeram para que eu recebesse uma educação digna.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Antônio e Edvânia, conhecidos como Tonhe e Branca, por todo amor dado e pelos sacrifícios realizados. Sei não mediram esforços para que eu tivesse oportunidade de chegar até esta etapa da minha vida.

À minha família, por acreditarem e investirem em mim, em especial a minha irmã Letícia e meus tios Gustavo e Solange, sempre procurando me ajudar de alguma forma.

Ao professor Dr. Gustavo Bono, não apenas pelo tempo dedicado, a paciência na orientação e ensinamentos passados, mas também pela amizade e conversas descontraídas durante esses anos, contribuindo imensamente para minha formação acadêmica e pessoal.

À Calebe e Anderson, veteranos no PPGECAM, que me ajudaram a resolver diversos problemas que surgiram durante a dissertação. Sempre dispostos a ajudar qualquer amigo.

À Thayse, pelo carinho, pela paciência (infinita) e por sua capacidade única de me trazer paz nos momentos mais complicados, renovando as minhas forças para seguir em frente durante esses anos.

À FACEPE pela concessão da bolsa, sem a qual seria impossível dar prosseguimento à pesquisa.

Ao LECOM pela disponibilização dos computadores para simulação durante a pesquisa.

Ao CENAPAD-SP pela disponibilização dos computadores de alto desempenho para simulação durante a pandemia.

Aos funcionários da UFPE, em especial Marcelo e Euclécia, por toda ajuda durante toda a pesquisa, sempre se prontificando a ajudar em qualquer coisa que eu precisasse.

“Tudo o que temos de decidir é o que fazer com o tempo que nos é dado”. (O SENHOR..., 2001).[1]

[1] Frase dita pelo personagem Gandalf.

RESUMO

Atualmente, a população em áreas urbanas vem crescendo em ritmo acelerado, trazendo consigo demandas habitacionais que são supridas pelo crescimento vertical das edificações. Com os edifícios se tornando cada vez mais altos, também cresce a importância das forças laterais, que são suportadas pelos sistemas de contraventamento. Nesse contexto, o presente trabalho pretende estabelecer, através do método de Otimização Topológica SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization),* desenvolvido em ambiente de programação MATLAB, configurações de fachadas estruturais em edifícios altos, otimizadas com relação à rigidez. Para à Otimização Topológica foram implementados dois programas, um bidimensional e outro tridimensional, com técnicas para o controle de *layout*, tornando as soluções ótimas viáveis do ponto de vista arquitetônico, através de simetria e repetição de padrões. O sistema linear proveniente da análise de elementos finitos é solucionado no programa 3D com um *solver* iterativo multinível, o MGCG (*Multigrid Preconditioned Conjugate* G*radients*). Nos problemas 3D, empregou-se a Dinâmica dos Fluidos Computacional na determinação dos campos de pressões que atuam na superfície dos edifícios. Foram realizadas diversas análises paramétricas para os dois códigos desenvolvidos, no intuito de determinar os parâmetros que mais influenciam na topologia final. Para a simulação de escoamentos incompressíveis, tridimensionais e turbulentos, empregou-se o programa livre de código aberto OpenFOAM, com os modelos de turbulência k-ε RNG e k-ω SST, baseados nas equações médias de Reynolds.

Palavras-chave: Fachada estrutural. OpenFOAM. Otimização Topológica. SIMP.

ABSTRACT

Currently, the population in urban areas has been growing at an accelerated pace, bringing with it housing demands that are met by the vertical growth of buildings. With buildings becoming increasingly taller, the importance of lateral forces, which are supported by bracing systems, also grows. In this context, the present work intends to establish, through the SIMP Topological Optimization method (Solid Isotropic Material with Penalization), developed in MATLAB programming environment, structural façade configurations in tall buildings, optimized in relation to rigidity. For Topological Optimization, two programs were implemented, one two-dimensional and the other three-dimensional, with techniques for layout control, making the optimal solutions viable from an architectural point of view, through symmetry and pattern repetition. The linear system from the finite element analysis is solved in the 3D program with a multilevel iterative solver, MGCG (Multigrid Preconditioned Conjugate Gradients). In 3D problems, Computational Fluid Dynamics was used to determine the pressure fields that act on the surface of buildings. Several parametric analyzes were performed for the two codes developed, in order to determine the parameters that most influence the final topology. For the simulation of incompressible, three-dimensional and turbulent flows, the free open source OpenFOAM program was used, with the turbulence models k-ε RNG and k-ω SST, based on the Reynolds Average equations.

Keywords: Facade structural. OpenFOAM. Topology Optimization. SIMP.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Conteúdo de um caso do OpenFOAM com turbulência..... 56
Figura 2 – Malha do domínio de projeto..... 58
Figura 3 – Refinamento próximo à superfície do edifício..... 59
Figura 4 – Malha no plano “Y” = 0..... 59
Figura 5 – Trecho do dicionário “U” no diretório “0”..... 62
Figura 6 – (a) Otimização paramétrica, (b) Otimização de forma e (c) Otimização de topologia..... 65
Figura 7 – Processos conceituais de otimização de topologia..... 66
Figura 8 – OT pelo método de densidade SIMP: (a) domínio estendido, (b) distribuição de material após 10 iterações e (c) distribuição final de material (230 iterações)..... 67
Figura 9 – Topologia com problema de tabuleiro de xadrez..... 70
Figura 10 – Representação da estratégia multigrid de ciclo em V com 3 níveis..... 75
Figura 11 – Restrição de simetria: (a) conjunto de variáveis de projeto $\{x_e\}$, (b) conjuntos de densidades e (c) montagem simétrica das variáveis de projeto..... 77
Figura 12 – Restrição de repetição de padrões: (a) conjunto de variáveis de projeto $\{x_e\}$, (b) conjuntos de densidades e (c) montagem das variáveis de projeto com padrão de repetição..... 79
Figura 13 – Domínio computacional em função da altura do modelo de edificação..... 81
Figura 14 – Superfície do edifício desenhada no SALOME..... 82
Figura 15 – Campo de pressões ao redor do edifício..... 83
Figura 16 – Interpolação do arquivo das pressões..... 85
Figura 17 – (a) Superfície interpoladora e domínio discretizado em: (b) 2 x 2 x 4, e (c) 4x4x8 elementos..... 86
Figura 18 – Vista no plano XY do domínio estendido com restrição de elementos passivos..... 87
Figura 19 – Vista de um modelo otimizado (a) 3D, (b) plano XZ e (c) plano XY..... 87
Figura 20 – Esquema de controle de layout..... 88

Figura 21 – Modelo de edificação otimizado: (a) escala de cinza e (b) forma suavizada..... 89
Figura 22 – (a) Superfície de interpolação, (b) Cp sem tratamento e (c) com tratamento..... 91
Figura 23 – Modelos 2D de carregamentos ao longo do edifício para análise: (a) Uma carga concentrada; (b) Carga distribuída; (c) Cargas concentradas..... 92
Figura 24 – Adequação dos modelos de carregamento 2D para situações de projeto: (a) Uma carga concentrada; (b) Carga distribuída; (c) Cargas concentradas..... 92
Figura 25 – (a) Dimensões do domínio de projeto e (b) condições de carregamento e apoio..... 95
Figura 26 – Soluções obtidas por (a) Kazakis et al (2017) e no presente trabalho: (b) sem e (c) com controle do layout..... 96
Figura 27 – Soluções obtidas por (a) Kazakis et al. (2017) e no presente trabalho: (b) sem e (c) com controle do layout..... 98
Figura 28 – – Edifício de 84 m, onde: (a) Geometria, (b) carregamento no plano XZ e (c) carregamento no plano “YZ”..... 100
Figura 29 – Soluções para o edifício caixa: (a) Vento na direção X (TORRES, 2014), (b) Vento na direção X, (c) Vento na direção Y (TORRES, 2014) e (d) Vento na direção Y..... 100
Figura 30 – (a) Definição do problema, (b) solução do presente trabalho, (c) solução de Beghini et al. (2014) e (d) projeto renderizado de Beghini et al. (2014)..... 102
Figura 31 – (a) Condições de contorno e (b) topologia otimizada sem controle de layout..... 103
Figura 32 – Refinamento de: (a) 32 x 128, (b) 64 x 256 e (c) 96 x 384 elementos..... 104
Figura 33 – Esquema para medição dos ângulos das barras que formam o nó central elementos..... 105
Figura 34 – (a) p = 1,5, (b) p = 2, (c) p = 2,5, (d) p = 3 e (e) p = 3,5..... 106
Figura 35 – (a) carga aplicada e estrutura com: (b) 4 células (c) 8 células e (d) 16 células..... 108

Figura 36 – (a) carga aplicada e soluções com raio do filtro: (b) r_{min} = 1,5, (c) r_{min} = 2, (d) r_{min} = 2,5 e (e) r_{min} = 3..... 109
Figura 37 – Problema da viga engastada-livre..... 112
Figura 38 – Otimização topológica da viga engastada-livre: (a) Salvador (2018), (b) Presente trabalho e (c) Nguyen et al. (2012)..... 113
Figura 39 – Topologias ótimas em função do número de elementos..... 116
Figura 40 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas..... 117
Figura 41 – Topologias ótimas para a fração de volume de 10%..... 118
Figura 42 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas..... 119
Figura 43 – Topologia ótima em termos de densidade e superfície suavizada..... 120
Figura 44 – Coeficientes de pressão adotados na otimização topológica do exemplo 1:1:2 (a) TPU e (b) OpenFOAM..... 122
Figura 45 – Carregamento e restrições de apoio aplicadas ao modelo de edificação com carga da TPU..... 123
Figura 46 – Otimização topológica do modelo de edificação com carga da TPU..... 123
Figura 47 – Otimização topológica do modelo de edificação c om carga do OpenFOAM..... 124
Figura 48 – Malha empregada nas simulações do modelo de edificação 1:1:4..... 125
Figura 49 – Vista 3D dos Coeficientes de pressão nas faces do modelo de edificação 1:1:4: (a) Modelo de turbulência k-ω SST e (b) Modelo de turbulência k-ε RNG..... 126
Figura 50 – Coeficientes de pressão: (a) da TPU, com túnel de vento com perfil α=1/6, (b) Modelo de turbulência k-ω SST, (c) Modelo de turbulência k-ε RNG e (d) da TPU, com túnel de vento com perfil α=1/4..... 127
Figura 51 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas..... 128
Figura 52 – Influência do tamanho do filtro nas topologias ótimas..... 130
Figura 53 – Topologia ótima em função do número de células..... 131
Figura 54 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas..... 132
Figura 55 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas..... 134

Figura 56 – Influência do tamanho do filtro nas topologias ótimas..... 135
Figura 57 – Topologia ótima em função do número de células..... 137
Figura 58 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas..... 138
Figura 59 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas..... 139
Figura 60 – Influência do tamanho do filtro nas topologias ótimas..... 140
Figura 61 – Topologia ótima em função do número de células..... 142
Figura 62 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas..... 143
Figura 63 – Cargas à barlavento e à sotavento aplicadas ao modelo de edificação..... 144
Figura 64 – Topologias obtidas considerando o carregamento: (a) da TPU, (b)$k-\omega$ SST e (c) $k-\varepsilon$ RNG..... 145

LISTA DE FLUXOGRAMAS

Fluxograma 1 – Etapas de um caso completo..... 81
Fluxograma 2 – Processo de Otimização Topológica..... 84

LISTA DE FOTOGRAFIAS

Fotografia 1 – Sistemas de contraventamento na fachada do: (a) Broadgate Tower, em Londres e (b) John Hancock Center, em Chicago..... 99

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Perfil de entrada: (a) velocidade média, (b) energia cinética turbulenta e (c) dissipação turbulenta..... 60

Gráfico 2 – Perfil de entrada e intensidade da turbulência Iu..... 61

Gráfico 3 – Aplicação do método de Jacobi, com estimativa inicial: (a) 1 onda, (b) 4 ondas e (c) combinação de ondas..... 73

Gráfico 4 – Flexibilidade média em função do número de iterações..... 97

Gráfico 5 – Gráfico da flexibilidade..... 114

Gráfico 6 – Histograma da distribuição de material para (a) $r_{min} = 1{,}5$ e (b) $r_{min} = 2{,}5$..... 121

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coeficientes adotados no modelo $k-\varepsilon$ RNG..... 53
Tabela 2 – Coeficientes adotados no modelo $k-\omega$ SST..... 56
Tabela 3 – Algoritmo MG para duas malhas..... 74
Tabela 4 – Comparação entre as topologias com e sem controle de layout.. 97
Tabela 5 – Comparação entre as topologias com e sem controle de layout.. 98
Tabela 6 – Dados da otimização do modelo de edificação de 84 metros..... 101
Tabela 7 – Tempo de otimização em função da malha empregada..... 103
Tabela 8 – Ângulos das barras em função do refinamento da malha..... 105
Tabela 9 – Tempo de otimização em função do fator de penalização..... 106
Tabela 10 – Ângulos das barras em função do fator de penalização..... 107
Tabela 11 – Tempo de otimização em função do número de células..... 107
Tabela 12 – Ângulos das barras em função do número de células..... 108
Tabela 13 – Tempo de otimização em função do raio do filtro..... 109
Tabela 14 – Ângulos das barras em função do raio do filtro..... 110
Tabela 15 – Valor da função objetivo e tempo de otimização..... 113
Tabela 16 – Valor da função objetivo e tempo de otimização sem e com Multigrid..... 114
Tabela 17 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de elementos e níveis de malha..... 115
Tabela 18 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do volume de material da topologia ótima..... 117
Tabela 19 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização..... 119
Tabela 20 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do tamanho do raio do filtro..... 120
Tabela 21 – Resultados de otimização para o modelo de edificação 1:1:2..... 124
Tabela 22 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização..... 128
Tabela 23 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do raio do filtro... 129
Tabela 24 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de células..... 131

Tabela 25 – Tempo de otimização e flexibilidade em função da fração de volume..... 132
Tabela 26 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização..... 133
Tabela 27 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do raio do filtro... 135
Tabela 28 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de células..... 136
Tabela 29 – Tempo de otimização e flexibilidade em função da fração de volume..... 137
Tabela 30 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização..... 139
Tabela 31 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do raio do filtro... 140
Tabela 32 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de células..... 141
Tabela 33 – Tempo de otimização e flexibilidade em função da fração de volume..... 142
Tabela 34 – Tempo de otimização e flexibilidade..... 146

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AG	Algoritmo Genético
AGs	Algoritmos Genéticos
BESO	*Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*
CAA	Centro Acadêmico do Agreste
CAARC	*Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council*
CAD	*Computer Aided Design*
CE	Computação Evolutiva
CO	Critério de Otimalidade
CFD	*Computational Fluid Dynamics*
DFC	Dinâmica dos Fluidos Computacional
DNS	*Direct Numerical Simulation*
DOE	*Design of Experiments*
ed.	edição
ER	*Evolutionary Rate*
ESO	*Evolutionary Structural Optimization*
et al.	e outros
FGMs	*Functionally graded materials*
LES	*Large Eddy Simulation*
GC	Gradientes Conjugados
MATLAB	MATrix LABoratory
MCGC	*Multigrid Preconditioned Conjugate Gradients*
MEF	Método dos Elementos Finitos
MMA	*Method of Moving Asymptotes*
OC	*Otimality Criteria*
OT	Otimização Topológica
OpenFOAM	*Open source Field Operation And Manipulation*
PBD	*Performance-Based Design*
PCG	*Preconditioned Conjugate Gradients*
PPGECAM	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental

RANS	*Reynolds Averaged Navier-Stokes*
RC	Critério de Rejeição
RNG	*Renormalization Group*
RR	Razão de Rejeição
SAO-DUAL	Dual associada à Otimização por Aproximação Sequencial
SAO-QP	Programação Quadrática associada à Otimização por Aproximação Sequencial
SERA	*Sequential Element Rejections* and *Admissions*
SIMP	*Solid Isotropic Material with Penalization*
SIMPLE	*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*
SQP	*Sequential Quadratic Programming*
SST	*Shear Stress Transport*
STL	*Standard Triangle Language*
TO	*Topology Optimization*
TPU	*Tokyo Politechnic University*
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

LISTA DE SÍMBOLOS

a_1	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
b_1	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
$c_{1\varepsilon}$	Constante empírica do modelo $k-\varepsilon$ RNG
$c_{2\varepsilon}$	Constante empírica do modelo $k-\varepsilon$ RNG
c_μ	Constante empírica do modelo $k-\varepsilon$ RNG
C_p	Coeficiente de pressão
$C(\boldsymbol{x})$	Flexibilidade média ou energia de deformação total
E	Módulo de elasticidade ou módulo de Young
E_e	Módulo de elasticidade do e-ésimo elemento
E_{min}	Módulo de elasticidade mínimo
$\boldsymbol{F}$	Vetor de esforços externos global
F_B	Carga de sobrepressão
F_S	Carga de sucção
$F1$	Comprimento de Mistura
f_i	Forças de corpo na i-ésima direção
$frac_V$	Razão entre volume de material e volume total do domínio
$G^{(L)}$	Discretização na malha L
H_{ei}	Fator de peso
h	Altura do modelo de edificação
k	Energia cinética turbulenta
$\boldsymbol{K}$	Matriz de rigidez global
$\boldsymbol{K_0}$	Matriz de rigidez do elemento
$\boldsymbol{K_c}$	Matriz de rigidez global numa malha mais grosseira
L_x	Comprimento do domínio estendido na direção “X”
L_y	Comprimento do domínio estendido na direção “Y”
L_z	Comprimento do domínio estendido na direção “Z”
$\boldsymbol{M}$	Operador de Pré-condicionamento
m	Limite de movimentação
n	Número de incógnitas do sistema linear
n_c	Número de graus de liberdade na malha grossa

nr_y	Número de repetições na direção “Y”
nr_z	Número de repetições na direção “Z”
n_x	Número de elementos discretizado na direção “X”
n_x	Número de elementos discretizado na direção “Y”
n_x	Número de elementos discretizado na direção “Z”
n_{cell}	Número de células
N_e	Conjunto de elementos
$\boldsymbol{P}$	Operador de prolongamento ou interpolação
P	Pressão no fluido
$\bar{P}$	Pressão média no fluído
p'	Flutuação da pressão
p	Fator de penalização das densidades intermediárias
P_k	Produção de energia cinética turbulenta
P_∞	Pressão do escoamento livre
Re	Número de Reynolds
r_{min}	Tamanho do alcance do filtro empregado
$\boldsymbol{r}_t$	Resíduo do sistema linear
S_{ij}	Taxa de rotação do escoamento médio
tol	Limite do erro máximo permitido entre duas soluções consecutivas
t_{64x256}	Tempo de processamento do caso base
U_∞	Velocidade de fluxo livre do fluido
U	Vetor velocidade
U_i	Componente da velocidade na direção i
$\overline{U}_i$	Componente da velocidade média na direção i
u'_i	Componente da flutuação da velocidade na direção i
$\boldsymbol{u}$	Vetor de deslocamento global
$\boldsymbol{u_e}$	Vetor de deslocamentos do *e*-ésimo elemento
$\boldsymbol{u_t}$	Vetor de deslocamento global na t-ésima iteração
$\boldsymbol{u_c}$	Vetor de deslocamentos global numa malha mais grosseira
$V(\boldsymbol{x})$	Volume estrutural
V_0	Volume total do domínio de projeto
V_e	Volume do *e*-ésimo elemento

V_{obj}	Volume pretendido para a estrutura
x_e	Densidade do e-ésimo elemento
$\tilde{x}_e$	Densidade filtrada do *e*-ésimo elemento
$\{x_e\}$	Conjunto com as densidades de todos os elementos
$\{x_e\}_1$	Subconjunto das densidades primárias
$\{x_e\}_2$	Subconjunto das densidades secundárias
X	Eixo coordenado x
Y	Eixo coordenado y
Z	Eixo coordenado z
$\alpha_{k,1}$	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
$\alpha_{k,2}$	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
$\alpha_{\omega,1}$	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
$\alpha_{\omega 2}$	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
β	Constante empírica do modelo $k-\varepsilon$ RNG
β_{i1}	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
β_{i2}	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
β^*	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
$\Delta(e,i)$	Distância centro-a-centro de dos elementos e e i
Δy	Dimensão do conjunto $\{x_e\}_1$ na direção “Y”
Δz	Dimensão do conjunto $\{x_e\}_1$ na direção “Z”
δ_{ij}	Delta de Kronecker
ε	Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta
$\gamma_{\infty 1}$	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
$\gamma_{\infty 2}$	Constante empírica do modelo $k-\omega$ SST
λ	Multiplicador de Lagrange
μ	Viscosidade molecular
μ_t	Viscosidade turbulenta
ν_{ef}	Viscosidade cinemática efetiva
ν_c	Viscosidade cinemática
ν_t	Viscosidade cinemática turbulenta
ν	Coeficiente de Poisson
ω	Frequência de turbulência ou taxa de dissipação específica

ω_J	Fator de amortecimento no método de Jacobi
ρ	Massa específica do fluido
$\bar{\rho}$	Massa específica média do fluido
$\tilde{\rho}$	Flutuação da massa específica do fluido
ψ	Representação de uma função para o cálculo de sensibilidade
σ_ε	Número de Prandtl de ε
σ_k	Número de Prandtl de k
σ_ω	Número de Prandtl de ω
τ_{ji}	Tensor de Reynolds
θ	Número de condição da Matriz
θ_{inf}	Ângulo da barra superior que forma o nó central
θ_{sup}	Ângulo da barra inferior que forma o nó central

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 27
2 OBJETIVOS 30
2.1 OBJETIVO GERAL 30
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS 30
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 31
3.1 MÉTODOS DE OT 31
3.2 TRATAMENTO MATRICIAL 38
3.3 ESTRUTURAS DE CONTRAVENTAMENTO 40
3.4 SIMULAÇÕES CFD E OPENFOAM 43
3.5 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL E OPENFOAM NO CAA 46
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 48
4.1 ESCOAMENTO TURBULENTO 48
4.1.1 As equações do movimento 48
4.2 MODELOS DE TURBULÊNCIA 51
4.2.1 Limitações dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$ padrão 51
4.2.2 Modelo $k-\varepsilon$ RNG 52
4.2.3 Modelo $k-\omega$ SST 54
4.3 OPENFOAM 56
4.3.1 Perfil de entrada no OpenFOAM 60
4.3.2 Esquemas numéricos 63
4.4 TIPOS DE OTIMIZAÇÃO 64
4.5 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA 65
4.5.1 Solid Isotropic Material with Penalization – SIMP 68
4.6 MÉTODO MULTIGRID 71
4.7 CONTROLE DE LAYOUT 76
4.7.1 Imposição de simetria 76
4.7.2 Repetição de padrões 78
5 METODOLOGIA 80
5.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL 80
5.2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA 84
5.3 BANCO DE DADOS DA TPU 90
5.4 NBR 6123 E SIMPLIFICAÇÕES PARA CASOS 2D 91
5.5 CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS 93

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES – PROGRAMA 2D 94
6.1 VALIDAÇÃO DO CÓDIGO 2D 94
6.2 EDIFÍCIO COM RAZÃO DE ASPECTO 1:8,4 99
6.3 EDIFÍCIO COM RAZÃO DE ASPECTO 1:6 101
6.4 ANÁLISE DE PARÂMETROS 102
6.4.1 Influência da malha 103
6.4.2 Influência do fator de penalização 105
6.4.3 Influência do número de células 107
6.4.4 Influência do raio do filtro 108
7 RESULTADOS E DISCUSSÕES – PROGRAMA 3D 111
7.1 VALIDAÇÃO CÓDIGO 3D – VIGA EM BALANÇO 112
7.1.1 Análise paramétrica – refinamento da malha 115
7.1.2 Análise paramétrica – fração de volume 116
7.1.3 Análise paramétrica – fator de penalização 118
7.1.4 Análise paramétrica – raio do filtro 120
7.2 MODELO DE EDIFICAÇÃO 1:1:2 122
7.3 MODELO DE EDIFICAÇÃO 1:1:4 125
7.4 ANÁLISE PARAMÉTRICA – TÚNEL DE VENTO DA TPU 127
7.4.1 Análise paramétrica – fator de penalização 127
7.4.2 Análise paramétrica – raio do filtro 129
7.4.3 Análise paramétrica – número de células 130
7.4.4 Análise paramétrica – fração de volume 131
7.5 ANÁLISE PARAMÉTRICA – MODELO $k - \omega$ SST 133
7.5.1 Análise paramétrica – fator de penalização 133
7.5.2 Análise paramétrica – raio do filtro 134
7.5.3 Análise paramétrica – número de células 136
7.5.4 Análise paramétrica – fração de volume 137
7.6 ANÁLISE PARAMÉTRICA – MODELO $k - \varepsilon$ RNG 138
7.6.1 Análise paramétrica – fator de penalização 138
7.6.2 Análise paramétrica – raio do filtro 140
7.6.3 Análise paramétrica – número de células 141
7.6.4 Análise paramétrica – fração de volume 142
7.7 ANÁLISE PARAMÉTRICA – SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS 143
7.8 EXEMPLO COM CARGA A BARLAVENTO E A SOTAVENTO 144
8 CONCLUSÕES 147

8.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 149
REFERÊNCIAS 150
APÊNDICE A – TPU: FATOR DE PENALIZAÇÃO 159
APÊNDICE B – TPU: RAIO DO FILTRO 160
APÊNDICE C – TPU: NÚMERO DE CÉLULAS 161
APÊNDICE D – TPU: FRAÇÃO DE VOLUME 162
APÊNDICE E – MODELO $k-\omega$ SST: FATOR DE PENALIZAÇÃO 163
APÊNDICE F – MODELO $\mathrm{k}-\boldsymbol{\omega}$ SST: RAIO DO FILTRO 164
APÊNDICE G – MODELO $k-\omega$ SST: NÚMERO DE CÉLULAS 165
APÊNDICE H – MODELO $k-\omega$ SST: FRAÇÃO DE VOLUME 166
APÊNDICE I – MODELO $k-\varepsilon$ RNG: FATOR DE PENALIZAÇÃO 167
APÊNDICE J – MODELO $k-\varepsilon$ RNG: RAIO DO FILTRO 168
APÊNDICE K – MODELO $k-\varepsilon$ RNG: NÚMERO DE CÉLULAS 169
APÊNDICE L – MODELO $k-\varepsilon$ RNG: FRAÇÃO DE VOLUME 170
APÊNDICE M – CARREGAMENTO À BARLAVENTO E SOTAVENTO 171

1 INTRODUÇÃO

À medida que aumenta a altura dos edifícios, também se torna importante a ação das forças laterais. Segundo Taranath (2009), a partir de uma certa altura, o movimento lateral do edifício se torna tão significativo que o projeto passa a ser influenciado não apenas pela resistência dos materiais empregados na estrutura, mas também por questões de rigidez. O grau de rigidez depende principalmente do tipo do sistema estrutural. Além disso, a eficiência de determinado sistema está diretamente relacionada às quantidades de materiais utilizados. Assim, a estrutura que melhor consegue atender a certas exigências, em termos de otimização espacial, é aquela que conjuga máxima rigidez com peso mínimo. Isto resulta na concepção de sistemas estruturais inovadores, aplicáveis a certas faixas de altura. Alguns fatores responsáveis pelo desenvolvimento destes novos sistemas são: (a) materiais estruturais de alta resistência, tais como concretos com resistência a compressão superior a 50 MPa e aços de baixa liga com alta resistência; (b) atuação conjunta entre elementos estruturais feitos de diferentes materiais compostos; (c) novas técnicas de ligação (soldas e parafusos); (d) emprego de materiais de construção mais leves; (e) novas técnicas construtivas; e (f) emprego de ferramentas computacionais para o estudo de estruturas complexas.

A estrutura de um edifício consiste em planos verticais, como as paredes e/ou pórticos, e planos horizontais, que são as estruturas dos pavimentos. As estruturas dos edifícios devem ter a capacidade de resistir às cargas gravitacionais e às ações laterais geradas por vento e sismo. As cargas gravitacionais recebidas pelas lajes são transferidas ao solo através de planos contínuos verticais (vigas, pilares ou paredes estruturais). Os reforços laterais (contraventamento) são os encarregados de resistir às forças laterais, as mesmas são absorvidas pelos pavimentos e transmitidas às estruturas verticais de contraventamento. Estas por sua vez, transmitem estes esforços para as fundações. O contraventamento em edifícios altos não necessita estar restrito aos núcleos, paredes resistentes e pórticos internos. Todos estes sistemas podem estar expressos nas fachadas, cumprindo funções tanto estéticas como estruturais. A localização externa de pórticos com reforços é mais adequada do que no interior, onde tende a restringir a continuidade dos espaços livres. As colunas

destes pórticos devem guardar pouca distância entre si, a fim de reduzir a altura das vigas e, consequentemente, a altura dos andares.

As estruturas de fachada basicamente podem ser divididas em dois grupos: formas reticuladas que se repetem continuamente ao longo da altura do edifício e padrões estruturais, como barras diagonais que se estendem por toda a estrutura da fachada. Todos os sistemas são dotados de alguma forma de rigidez à flexão: vigas contínuas ligadas a colunas (formando pórticos), sistemas treliçados e paredes perfuradas. Os sistemas de maior vão, como as vigas Vierendeel e as vigas treliçadas, permitem a entrada de maior quantidade de luz natural na edificação. Por outro lado, os sistemas de menor vão (tubos perfurados) são mais rígidos, possibilitando edifícios de muito maior altura.

O cenário atual da engenharia é de extrema competitividade, e para um profissional obter vantagem no mercado, é necessário que seus projetos cumpram os requisitos de desempenho e segurança com um custo menor que os concorrentes, buscando-se projetos mais racionalizados e uma maior eficiência da estrutura. No caso de edifícios altos, o custo mais baixo está associado principalmente ao menor peso da estrutura, proporcionado por um menor consumo de material. Uma maneira prática e rápida de se obter esse importante grau de economia é lançar mão de técnicas de otimização estrutural, uma ferramenta matemática e computacional que pode ser muito útil para identificar as melhores soluções para um determinado problema.

A aplicação do método de Otimização Topológica (OT) em vários campos da engenharia pode melhorar significativamente o custo e a qualidade do projeto, o que é importante na competição global. Vários trabalhos relataram aplicações industriais de OT, tais como: projeto de estruturas automotivas (SOLOUK; SHOJAEEFARD; DAHMARDEH, 2019), desenvolvimento de materiais visco elásticos para o amortecimento de macroestruturas (LIU; RUAN; HUANG, 2018), sistemas que atuem como atenuadores acústicos (TAKEZAWA et al., 2019), projeto de plataformas *offshore* (TIAN et al., 2019), projeto de seções transversais não convencionais de alumínio (TSAVDARIDIS et al., 2019), entre outras. No entanto, apesar de seu enorme potencial, o método ainda não é muito difundido entre engenheiros de projeto, estudantes universitários e empresas de engenharia.

Nesse contexto, pretende-se definir, através de métodos de Otimização Topológica, configurações alternativas de fachadas estruturais em edifícios altos e

compará-las com outras soluções, fornecendo parâmetros para o projetista durante o pré-dimensionamento, visando o projeto e execução de estruturas mais econômicas, seguras e com maior desempenho. Tal fato não é benéfico apenas ao projetista, mas também na caminhada para uma sociedade mais sustentável, visto que o menor consumo de material pode significar uma redução no impacto ambiental devido à redução no consumo de matéria prima do meio ambiente.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo principal deste trabalho é a otimização de fachadas estruturais em edifícios altos através do método de Otimização Topológica (OT) SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*), considerando os efeitos do vento.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Como objetivos específicos deste trabalho podem-se destacar:

a) desenvolver e implementar algoritmos que integrem um programa de análise estrutural bi e tridimensional com o método de Otimização Topológica SIMP, visando a otimização de fachadas estruturais em edifícios altos;
b) validar os programas desenvolvidos, realizando um estudo comparativo dos resultados obtidos com os apresentados na literatura para diferentes técnicas de otimização e dimensionamento;
c) realizar uma análise estrutural bi e tridimensional considerando o carregamento de vento segundo a norma brasileira NBR 6123/1988 e através do programa de distribuição livre e código aberto baseado na Dinâmica dos Fluidos Computacional, OpenFOAM;
d) realizar um estudo paramétrico, analisando como a mudança dos parâmetros (fração de volume, penalidade, número de elementos, número de células e raio do filtro de sensibilidade) do algoritmo SIMP influencia a topologia final da estrutura.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O presente trabalho é composto pela combinação de quatro partes primordiais: a Otimização Topológica, o método *Multigrid*, as técnicas de controle do *layout* e a Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC). Portanto, as seções dessa revisão têm o intuito de justificar a importância de cada um desses temas.

Inicialmente, apresenta-se o estado da arte da Otimização Topológica, desde sua origem até os dias atuais. Em seguida, mostra-se a importância do tratamento matricial dos problemas de OT, algo intimamente conectado com a utilização de pré-condicionadores e métodos *Multigrid*. Posteriormente, é introduzido o conceito de controle do *layout* aplicado por meio de repetição de padrões e simetria. O item seguinte aborda como a DFC contribuiu para o trabalho, dando-se ênfase ao programa livre e de código aberto *Open source Field Operation And Manipulation* (OpenFOAM). O capítulo é finalizado com uma breve revisão de trabalhos voltados para otimização estrutural que foram desenvolvidos no Centro Acadêmico do Agreste (CAA).

.

3.1 MÉTODOS DE OT

O trabalho de Otimização Topológica publicado há mais de um século pelo inventor australiano Michell (1904) pode ser considerado como um dos primeiros artigos na área. É importante salientar que o termo OT somente foi empregado há algumas décadas atrás. Nesse trabalho, o autor calcula o campo de tensões principais de uma força aplicada em um domínio infinito, sujeito a restrições de deslocamento. No domínio do problema, Michell considerou estruturas formadas por barras submetidas apenas a forças de tração e compressão, sem momentos fletores, objetivando minimizar o peso da estrutura. Atualmente, vários desses casos são considerados *benchmarks* para os pesquisadores na área de OT. Baseado nesse artigo, pouco mais de setenta anos depois, Rozvany (1972) elaborou a primeira teoria geral sobre Otimização Topológica.

As estruturas de Michell possuem a característica de forças aplicadas paralelas ao plano da estrutura. Em contrapartida, Rozvany (1972) trabalha com estruturas cuja força é aplicada normal ao plano delas. Os componentes estruturais a serem

otimizados (grelhas ou fibras em placas) são colocados nas direções dos momentos principais. Neste trabalho, mostra-se os critérios de otimalidade para resistência máxima considerando placas sob regime perfeitamente plástico, e então demonstra-se que as mesmas soluções também satisfazem a compatibilidade elástica e a exigência de rigidez total máxima.

O trabalho de Bendsøe e Kikuchi (1988) foi um marco, apresentando um método numérico para OT. A partir desse ponto, o número de artigos desenvolvendo o tema cresceu consideravelmente. O método proposto pelos autores consiste em calcular a distribuição ideal no espaço de um material anisotrópico. Este material é construído pela introdução de pequenos furos, periodicamente distribuídos em um dado material homogêneo e isotrópico, com a exigência de que a estrutura final seja capaz de resistir ao carregamento e demais requisitos de projeto. O cálculo das propriedades efetivas para o material anisotrópico é realizado usando o método de homogeneização. Nesse momento, o estado da arte do *design* de formas considerava a topologia inicial fixa durante a otimização do *design* iterativo. Então, os autores deram um passo adiante: os problemas de otimização de forma são transformados em problemas de distribuição de material, usando-se materiais compostos. Os resultados computacionais obtidos mostraram boa concordância quando comparados a resultados obtidos por outros métodos.

Bendsøe (1989) introduziu a ideia básica sobre o método mais popular de OT, o *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP), que recebeu essa terminologia em Rozvany, Zhou e Birker (1992). A penalização é imposta para densidades intermediárias e é discutida em detalhes na fundamentação teórica. Sabe-se que a otimização de forma em um domínio qualquer requer a determinação da distribuição ideal do material espacial para determinadas cargas e condições de contorno. Desse modo, cada ponto no espaço é, portanto, um ponto material ou um vazio. Bendsøe (1989) descreve várias maneiras de retirar essa natureza discreta do problema pela introdução de uma função de densidade, que é uma variável de projeto contínua. Valores altos de densidade definem a forma do elemento ao final da otimização. Para densidades intermediárias, o autor impõe parâmetros de material dados por uma lei de material artificial. Alternativamente, a densidade pode surgir naturalmente através da introdução de vazios microscópicos periodicamente distribuídos, de modo que os parâmetros efetivos do material, para valores de densidade intermediários, possam ser calculados através da homogeneização. Apresenta-se vários exemplos de

projetos bidimensionais elásticos, mostrando o potencial do método. O esquema possui dois problemas: dependência da malha e impossibilidade de dar algum significado físico aos valores intermediários de densidade. O autor apresenta também uma abordagem microscópica, onde são empregados materiais porosos, isto é, possuem micro vazios espaçados periodicamente.

Rozvany e Zhou (1991) perceberam que elementos com valores intermediários de densidade acarretam em um custo extra na fabricação de cavidades igualmente espaçadas entre si, custo esse proporcional aos tamanhos das cavidades. Para evitar regiões com densidades intermediárias, os autores empregaram duas abordagens. A primeira foi adicionar uma função de custo capaz de considerar o efeito de elementos com densidade intermediária. A segunda, adotar valores adequados de penalização. Como resultado, os autores conseguiram minimizar e/ou até suprimir a presença de elementos com densidades intermediárias em situações onde é requerido apenas um parâmetro de projeto por elemento.

Rozvany, Zhou e Birker (1992) apresentaram pela primeira vez o termo SIMP. Eles compararam projetos otimizados pelo método SIMP com soluções de treliças discretizadas, do mesmo gênero das obtidas por Michell (1904). A penalidade aplicada pelo método permite suprimir as regiões porosas, fazendo com que somente regiões sólidas e vazias permaneçam. Eles comprovaram que, para baixas frações de volume, a solução tende para as treliças (ou estruturas) de Michell (MICHELL, 1904). Por fim, em discordância com Bendsøe (1989), eles não acharam que os resultados são altamente dependentes da malha, e que uma interpretação física desse modelo para densidades intermediárias não é impossível. Ainda assim, a dependência da malha seria comprovada posteriormente por outros autores (SIGMUND, 1994, PETERSSON, 1998).

Além da dependência de malha, outro problema que o método SIMP pode apresentar é o *checkerboard* (tabuleiro de xadrez, em português), onde regiões alternam entre elementos vazios e sólidos, ordenados como em um tabuleiro de xadrez. O aparecimento de padrões de tabuleiro de xadrez é um problema numérico que acontece devido à má modelagem da rigidez pelo método dos elementos finitos de baixa ordem e não pode ser interpretado como um tipo de microestrutura porosa ideal. Regiões com padrões de tabuleiro de xadrez têm rigidez (numérica) artificialmente alta. No entanto, a rigidez real de um tabuleiro de xadrez composto por elementos sólidos e vazios é zero, devido às singularidades de tensão nos cantos das

regiões sólidas. Sigmund (1994) apresentou formas de combater esses dois problemas. Para o primeiro problema, ele propôs um filtro que visa combater a dependência de malha modificando a sensibilidade de cada elemento através de uma média ponderada com os elementos da vizinhança. Com este filtro, o refinamento da malha resulta, a partir de um certo grau, apenas em descrições mais suaves e melhores dos limites entre regiões sólidas e vazias no *layout* ideal, assim então, o autor propôs um esquema de prevenção de tabuleiro de xadrez com base em ideias inspiradas em técnicas de processamento de imagens. Aplica-se um procedimento de convolução que reduz o tabuleiro de xadrez de forma eficiente, além de ser aplicável a qualquer domínio de projeto. Outra forma de enfrentar esse problema é aumentar a ordem de interpolação do elemento finito empregado, sendo suficiente elementos de ordem quadrática, porém isso acarreta em aumentos significativos no custo computacional (SIGMUND, 1994, SIGMUND; PETERSSON,1998). Por fim, outra abordagem eficaz, que remove naturalmente a instabilidade de tabuleiro de xadrez, é o emprego de elementos poligonais e poliédricos para domínios 2D e 3D, respectivamente (BEGHINI et al., 2015, CHI et al., 2019).

A maioria dos problemas de OT são não convexos, implicando na existência de mínimos locais. Assim, a não convexidade do problema permite que sejam encontrados mínimos locais e, consequentemente, diferentes soluções para o mesmo problema, dependendo das diferentes estimativas iniciais para as variáveis de projeto e para os diferentes parâmetros utilizados nos algoritmos de otimização. Isso ocorre porque as provas de convergência dos algoritmos funcionam apenas para programação convexa, enquanto que para programação não convexa apenas está garantida a convergência para pontos estacionários, que não são necessariamente mínimos globais (BENDSØE; SIGMUND, 2003).

Sigmund e seu grupo de pesquisa se tornaram grandes contribuintes na área de OT. Pode-se destacar, o artigo educacional do código SIMP de 99 linhas (SIGMUND, 2001) e o programa de Otimização Topológica acessível pela Web[2], que tiveram um papel importante na aceitação geral do método SIMP. Sigmund (2001), apresentou de forma detalhada cada linha do código desenvolvido em ambiente de programação MATLAB, o que facilita muito a introdução na área de OT. Tcherniak e Sigmund (2001) prepararam uma interface para Web de um programa que executa a

[2] Disponível em: http://www.topopt.dtu.dk. Acesso em jun. 2018.

Otimização Topológica de estruturas carregadas estaticamente. A interface da Web permite uma maneira simples de testar o método, serve como ponto de partida para aprender mais sobre ele e fornece aos engenheiros, arquitetos e alunos um programa fácil de usar e que pode ser empregado para desenvolver conhecimentos sobre o projeto estrutural ideal.

A publicação do livro de Bendsøe e Sigmund (2003), também foi fundamental na popularização do método SIMP. A Otimização Topológica tornou-se cada vez mais difundida em uma ampla gama de indústrias, incluindo a automotiva, a aeroespacial, a indústria pesada, entre outras, devido ao desenvolvimento de *softwares* comerciais de análise de elementos finitos e OT, por exemplo: Altair OptiStruct, Vanderplaats Genesis, Patran (MSC Nastran), Ansys Mechanical (Ansys), NX *Siemens* PL, entre outros. Todos esses *softwares* implementaram o método SIMP (REDDY et al., 2016).

Nos anos seguintes, diversos pesquisadores apresentaram melhoras para solucionar os principais problemas e limitações do método SIMP. Nesse âmbito, Sigmund (2007) apresenta uma nova família de esquemas de regularização baseados em operadores de tratamento de imagem. Os novos esquemas funcionam como filtros de densidade, ou seja, a rigidez física de um elemento é baseada em uma função das variáveis de projeto dos elementos vizinhos. A principal vantagem dos novos filtros desenvolvidos foi a capacidade de eliminar as transições de escala de cinza entre regiões sólidas e vazias, que representam densidades intermediárias, sendo *Heaviside function* o filtro com o melhor desempenho. A principal desvantagem notada por Sigmund (2007) foi o aumento significativo do número de iterações (entre 5 e 10 vezes) e do tempo de processamento, quando comparado com um filtro convencional.

Tomando como ponto de partida o programa educacional de Sigmund (2001), Andreassen et al. (2011) desenvolveram um código MATLAB de 88 linhas para Otimização Topológica de problemas bidimensionais. Através de pré-alocação de matrizes e vetorização de *loops*, foi possível uma melhoria na eficiência do programa, alcançando uma velocidade 100 vezes maior, quando comparado com seu antecessor. Além disso, os autores adicionaram um filtro de densidade, sendo possível escolher entre dois filtros: filtro de sensibilidade ou de densidade. Por fim, é importante salientar que o objetivo de Andreassen et al. (2011) é fornecer um instrumento prático que pode facilitar a curva de aprendizado no campo da OT.

Além do método SIMP, outro importante método desenvolvido foi o *Bi-directional Evolutionary Structural Optimization* (BESO), no entanto, antes de

apresentá-lo se faz necessário comentar sobre sua origem. Existem os chamados métodos *hard-kill*, que introduzem mudanças definitivas em um projeto com base em certos critérios heurísticos, que podem não ser baseados em sensibilidades. Um desses métodos é chamado de ESO (*Evolutionary Structural Optimization*). No método ESO, um determinado parâmetro ou função critério (tensão de Von Mises ou densidade de energia, por exemplo) é calculado para cada elemento e em cada iteração alguns elementos com o menor valor são eliminados (alterado de elementos preenchidos com material para elementos vazios). Essa retirada é definitiva, tornando-se, portanto, um método *hard-kill*, sendo comum em alguns casos o método colapsar por ter retirado material que se tornaria importante posteriormente. Em contrapartida, no método BESO (ver YANG et al., 1998 apud ROZVANY, 2009), novos elementos são adicionados em locais próximos aos elementos com um alto valor de função critério. O ESO tem a vantagem da simplicidade conceitual, mas neste estágio é um método intuitivo sem prova de otimalidade (ROZVANY; QUERIN, 2002).

A literatura sobre o método ESO é bem extensa, por exemplo, no trabalho de Xie e Steven (1993), apresentam-se vários exemplos de estruturas, cujo material com baixa tensão é removido progressivamente até que se atinja o volume desejado. Emprega-se como Critério de Rejeição (RC) a tensão de von Mises. Elementos são excluídos quando essa tensão no elemento é menor do que uma Razão de Rejeição (RR) vezes a tensão máxima de von Mises sobre a estrutura. A análise de elementos finitos e o ciclo de eliminação de elementos é repetido usando o mesmo RR até que um estado estacionário seja atingido. Nesta fase, uma taxa de evolução (*evolutionary rate* - ER) é introduzida e adicionada ao RR. A iteração ocorre novamente até que um novo estado estacionário seja atingido.

Xie e Steven (1996) apresentaram algumas mudanças no método ESO adicionando a otimização restrições de rigidez. Trata-se de um novo tipo de número de sensibilidade, o qual indica a mudança na rigidez geral ou um deslocamento especificado devido à remoção de um elemento, que foi formulado utilizando os resultados de uma análise de elementos finitos. O trabalho mostra toda a formulação matemática para o número de sensibilidade e para adição de restrições de deslocamentos. As estruturas otimizadas obtidas apresentaram boa concordância com exemplos já estabelecidos na literatura.

Após sua criação, percebeu-se deficiências no método ESO. Dentre os principais problemas detectados, tem-se: o método ESO é totalmente heurístico, isto

é, não existe nenhuma prova rigorosa de que as eliminações ou admissões de elementos forneçam uma solução ótima; pode não haver qualquer relação racional entre a “função critério” e a “função objetivo” (ROZVANY, 2009). Se for atribuído previamente uma fração de volume, pode-se terminar com um valor bem longe de um ótimo para a função objetivo. Zhou e Rozvany (2001), mostram que o método ESO falha para um exemplo que intuitivamente é fácil de ser resolvido, resultando numa energia de deformação total maior do que o domínio original. Ademais, Rozvany e Querin (2002) alegam que o termo “evolucionária” é inapropriado, já que geralmente é empregado em processos darwinianos (como em algoritmos genéticos) e “otimização” implica o cálculo de uma solução verdadeiramente ótima, o que tem sido mostrado não ser o caso com o ESO. Um termo apropriado para este método seria SERA (*Sequential Element Rejections* and *Admissions*, ou Rejeições e Admissões sequenciais de Elementos, em português), sugerido por Rozvany e Querin (2002).

Para resolver os problemas de otimização de rigidez e deslocamento máximo do método ESO, alguns autores criaram um número de sensibilidade como critério para remoção de elementos (por exemplo LIANG; XIE; STEVEN, 2000), além de adicionarem um índice de desempenho que pode ser utilizado para comparar a eficiência de topologias estruturais produzidas por diferentes métodos de otimização de topologia. Eles validaram o algoritmo com vários exemplos baseados na seleção da melhor configuração que gera o peso mínimo com rigidez máxima. Assim como foi comentado para os métodos baseados em densidade, o ESO é suscetível ao problema do tabuleiro de xadrez. Li, Steven e Xie (2001) introduziram um algoritmo simples para suprimir essas dificuldades numéricas que não altera a malha do modelo de elementos finitos, nem aumenta o grau de liberdade do sistema estrutural, e, portanto, não afeta a eficiência computacional.

As versões iniciais do ESO bidirecional (BESO), nas quais os elementos podem ser adicionados e removidos, foram empregadas em estruturas modeladas por elementos de placa 2D (QUERIN; STEVEN; XIE, 1998). Querin et al. (2000) desenvolveram o método BESO com adição de elemento adjacente àqueles com baixos valores das funções critérios que eram baseadas em tensão. Em contrapartida, Yang et al. (1999) trabalhava com funções critério que levavam em consideração a rigidez ou deslocamento. Além disso, é importante destacar que o método BESO se beneficiou de diversas técnicas e abordagens desenvolvidas a priori para o método SIMP, tais como a adição de filtro de sensibilidade (SIGMUND, 2001).

No presente trabalho, para a análise de estruturas bidimensionais, utiliza-se como ponto de partida o código desenvolvido por Andreassen et al. (2011), que foi modificado para aceitar restrições de manufatura, também conhecidas como técnicas de controle do *layout*, onde se destacam: simetria e repetição de padrões. A seções capítulo 4.7 traz uma descrição mais detalhada, tanto das técnicas quanto das modificações inseridas no programa bidimensional. A próxima seção trata dos problemas de OT envolvendo estruturas tridimensionais, bem como a necessidade de um tratamento matricial.

3.2 TRATAMENTO MATRICIAL

A análise de elementos finitos está diretamente relacionada com os problemas de otimização estrutural. Dessa maneira, o pesquisador frequentemente se depara com a necessidade de solucionar um sistema linear cuja matriz constitutiva é: simétrica, positiva definida, esparsa e mal condicionada (SAAD, 2003). Dessas características, duas são extremamente problemáticas. A primeira, ser esparsa, isto é, a grande maioria dos elementos que compõe a matriz são valores nulos, demanda uma preocupação do pesquisador para que se evite ao máximo desperdiçar memória do computador armazenando valores nulos. A segunda, ser mal condicionada, implica que pequenas variações nos dados de entrada (incertezas) acarretam em grandes alterações na solução final do sistema. Esses problemas ficam mais evidentes durante a otimização de casos tridimensionais, devido à grande quantidade de elementos na malha.

Amir e Sigmund (2011) desenvolveram um procedimento que consiste em apenas uma fatoração da matriz para todo o processo de OT e um pequeno número de correções iterativas para cada ciclo de projeto. Eles testaram essa nova abordagem em problemas de OT 3D. O objetivo foi mostrar como pode ser reduzido o esforço computacional em uma ordem de grandeza sem afetar o resultado do processo de otimização. No contexto dos *solvers* diretos, a abordagem padrão é resolver as equações de equilíbrio dentro de cada ciclo de projeto. Dessa forma, o custo total é governado pelo custo de fatoração multiplicado pelo número de ciclos de projeto. Amir e Sigmund (2011) sugeriram a realização de apenas uma fatoração no início do processo de projeto, e então aproximar a solução usando um procedimento iterativo. Com o objetivo de reduzir o esforço computacional, os autores queriam evitar

fatorar repetidamente a matriz de rigidez em cada etapa do projeto. Assumindo que se tem uma fatoração disponível de uma matriz de rigidez similar, definiram uma correção iterativa simples inspirada pelo procedimento de Newton-Raphson modificado para equações não-lineares. É importante notar que, para problemas 3D de média ou grande escala, os *solvers* diretos são, em geral, pouco empregados, devido ao tamanho da largura de banda da matriz de rigidez. Amir e Sigmund (2011) mediram então o tempo de CPU para 200 iterações, observando que a abordagem aproximada foi 12 vezes mais rápida que a solução padrão (*solver* direto) no problema de flexibilidade, e 4 vezes mais rápida no problema do inversor de força. Outro ponto interessante é que a qualidade dos resultados não é afetada, ou seja, as diferenças nos valores das funções objetivos são muito pequenas e os projetos são praticamente idênticos.

Liu e Tovar (2014) desenvolveram um código em MATLAB eficiente e compacto para resolver problemas tridimensionais de OT. O código base encontra-se disponível através de endereço Web[3] e é capaz de resolver problemas de minimização da flexibilidade média (*compliance*). Através de pequenas modificações, apresentadas de modo sistemático, é possível adicionar múltiplas cargas, definir outras condições de apoio, elementos ativos e passivos, resolver problemas de condução de calor, entre outros. Por padrão, pesquisadores costumam empregar o Critério de Otimalidade (O*timality* C*riteria* – OC, em inglês) para atualizar os valores das variáveis de projeto a cada iteração, em contrapartida, Liu e Tovar (2014), apresentam componentes teóricos e numéricos que permitem implementar estratégias gerais de programação não linear, como o SQP (*Sequential Quadratic Programming*, ou Programação Quadrática Sequencial, em português) e MMA (*Method of Moving Asymptotes*, ou Método das Assíntotas Móveis, em português) (SVANBERG, 1987).

Qualquer refinamento na malha utilizada para a análise de elementos finitos em problemas tridimensionais de OT implica num aumento considerável no custo computacional com o tradicional *solver* direto em ambiente de programação MATLAB. Estima-se que a resolução de sistemas lineares através de *solver* direto implica em um número de operações na ordem de n^3, escreve-se $O(n^3)$, onde n é a dimensão da matriz de rigidez do sistema linear (BRIGGS; HENSON; MCCORMICK, 2000, AMIR; AAGE; LAZAROV, 2013). Apesar de empregar no código padrão o *solver*

[3] Disponível em: http://top3dapp.com. Acesso em set. 2018.

direto, Liu e Tovar (2014) também apresentam mudanças que podem ser feitas para substituí-lo pelo *solver* iterativo do MATLAB "*pcg*( )", que aplica o método *Preconditioned Conjugate Gradients* (PCG), ou Método dos Gradientes Conjugados Pré-condicionado. Ao comparar o *solver* padrão com o PCG, os autores notaram uma redução significativa para malhas com número de elementos da ordem de 10^5.

Tomando como base o trabalho de Andreassen et al. (2011), Amir, Aage e Lazarov (2013) implementaram um programa de OT para resolução de problemas tridimensionais. Além disso, com o objetivo de reduzir o custo computacional, substituíram o *solver* direto por um *Multigrid Preconditioned Conjugate* G*radients* (MGCG), ou método dos Gradientes Conjugados Pré-condicionado com *Multigrid*. Os métodos *Multigrid* são uma classe de métodos multiníveis que replicam a discretização da equação diferencial parcial original em malhas cada vez mais grosseiras para melhorar o desempenho. Eles se baseiam na premissa de que, embora suavizadores como Gauss-Seidel ou Jacobi possam ser ineficazes na redução de todos os erros em uma aproximação de solução, eles são muito eficazes na remoção de erros com autovalores grandes (erros de alta energia/alta frequência) (BRIGGS; HENSON; MCCORMICK, 2000). Quando os erros “suaves” restantes são projetados em uma malha mais grossa, eles, por sua vez, correspondem a erros de alta energia na nova matriz do sistema. Quando o erro original é suavizado recursivamente e projetado em malhas cada vez mais grossas, eventualmente o problema se torna pequeno o suficiente para fazer uso de um *solver* direto, onde o custo torna-se insignificante.

Na presente dissertação, adota-se como base para os estudos de problemas 3D o programa desenvolvido por Amir, Aage e Lazarov (2013), que permite solucionar problemas tridimensionais de OT com um bom tempo de processamento, por meio de um acelerador de solução multinível. A seção seguinte aborda as principais modificações realizadas nos programas originais 2D e 3D tomados como referência.

3.3 ESTRUTURAS DE CONTRAVENTAMENTO

Ao analisar um problema de OT envolvendo sistemas de contraventamento (ou *bracing systems*, em inglês), surge uma dificuldade a mais. As topologias otimizadas, em geral, apresentam *layouts* sem nenhum tipo de padrão, trazendo consigo

dificuldades construtivas para a fabricação das peças. Com o objetivo de promover uma padronização no *layout*, diversos pesquisadores desenvolveram técnicas que podem ser implementadas, impondo simetria e repetição de padrões. No entanto, é importante ressaltar que essas metodologias, de início, foram voltadas para o estudo de microestruturas e materiais compósitos.

Almeida, Paulino e Silva (2010) investigaram como a mudança gradual no módulo de elasticidade influência o comportamento geral de rigidez de compósitos especiais, conhecidos como *Functionally graded materials* (FGMs). Esses materiais são caracterizados pela variação gradual em suas propriedades, o que promove uma otimização na resposta estrutural. Por exemplo, propriedades desejáveis, como resistência ao calor e à corrosão, típicas de materiais cerâmicos, podem ser alcançadas em combinação com a resistência mecânica e a tenacidade, típicas dos metais, por meio de uma mudança suave e contínua da microestrutura. Os autores também incluíram na formulação do problema de OT restrições de simetria e repetição de padrões, permitindo efeitos de mudança gradual no material em nível global e local. Na global significa que, embora o *layout* geométrico seja simétrico, as mudanças nas propriedades físicas do material não são simétricas; assim, a estrutura geral resultante não é simétrica. Por meio da gradação local, uma estrutura completamente simétrica é alcançada pela imposição de simetria no *layout* geométrico, bem como na variação gradual do material. Na abordagem de mudança gradual global, há repetição apenas de um padrão de *layout*, mas não de um padrão de variação de material. A abordagem de gradação local inclui a repetição do *layout* do material e dos padrões da variação juntos, facilitando os processos de fabricação e montagem.

Torres e Almeida (2013) empregaram as mesmas técnicas de controle de *layout* de Almeida, Paulino e Silva (2010), mas voltadas para sistemas de contraventamento submetidos as cargas laterais e verticais. Através do método SIMP, os autores procuraram minimizar a flexibilidade média (ou energia total de deformação) da estrutura. Nesse caso, aplicou-se restrições no domínio de projeto em termos de vários padrões de repetição ao longo de qualquer direção e condições de simetria. Essas condições de simetria e repetição são importantes pois, durante a otimização desse tipo de estrutura, é comum ocorrer acúmulo de material na base, onde os esforços são bem maiores, porém construtivamente isso não é efetivo, já que as peças produzidas precisam ter dimensões próximas. Uma das alterações propostas para o algoritmo original de Amir, Aage e Lazarov (2013) é adicionar essas

condições de simetria e repetição apresentadas nos trabalhos de Almeida, Paulino e Silva (2010) e Torres e Almeida (2013).

Uma abordagem alternativa foi proposta por Stromberg et al. (2012), com foco no projeto dos sistemas de contraventamento lateral para edifícios altos. Os autores propuseram estender a metodologia baseada somente na minimização da flexibilidade média para outras funções objetivo, em particular, para flambagem. Os autores efetuam a combinação de elementos contínuos e discretos, afim de superar algumas deficiências de abordagens que empregam exclusivamente elementos contínuos, onde o material tende a se concentrar nas extremidades do domínio do projeto para resistir ao momento de tombamento, gerando grossas faixas de material representando as colunas. Essas faixas requerem o uso de elementos discretos para capturar com precisão o comportamento da estrutura. Por outro lado, a desvantagem de usar elementos discretos é que o número de membros e a conectividade devem ser conhecidos a priori para realizar a otimização. Mesmo adotando uma metodologia distinta de Almeida, Paulino e Silva (2010), Stromberg et al. (2012) tiveram sucesso em obter estruturas viáveis do ponto de vista construtivo.

Beghini et al. (2015) formularam uma estrutura de OT integrada usando elementos discretos e contínuos para otimização de edifícios altos sujeitos a efeitos de flambagem e carga lateral, similar a Stromberg et al. (2012). Com esse trabalho, os autores procuraram estabelecer vários *benchmarks* para a comunidade de otimização estrutural, além de ilustrar a metodologia aplicada. Enquanto os elementos discretos (treliças e vigas) são otimizados com base em suas seções transversais, os elementos contínuos, discretizados em elementos poligonais, são simultaneamente otimizados pelo método SIMP. Os elementos finitos poligonais foram usados para modelar o subdomínio contínuo, no qual o sistema de contraventamento poderia se formar. Elementos poligonais eliminam naturalmente padrões instáveis de tabuleiro de xadrez. Por fim, os autores utilizam o método MMA (SVANBERG, 1987) como critério de otimização.

Pinho (2015) também empregou técnicas de OT para a concepção de subsistemas de edifícios altos. O *software* implementado em linguagem de programação C++ é aplicado para determinar a melhor forma da estrutura de contraventamento de edifícios altos submetidos a diversas combinações de carregamentos e para determinação do modelo de bielas e tirantes de blocos de

fundações. O *software* desenvolvido já tem acoplado ao algoritmo restrições de simetria e padrões de repetição.

Silva (2016) também pesquisou sobre aplicações de OT em sistemas de contraventamento de edifícios. No trabalho, comparam-se os métodos baseados em densidade, que são as abordagens mais populares nesta área, com o método *ground structure*. Essa comparação foi motivada pela concentração de material na base do edifício quando se aplica um método de densidade sem considerar características de fabricação como repetição de padrão e simetria. O método *ground structure* forneceu soluções interessantes através de treliças altamente conectadas em problemas 2D e 3D, no intuito de demonstrar as possiblidades arquitetônicas que as soluções propiciam.

Luo et al. (2017) analisaram projetos baseados em desempenho (*Performance-Based Design* – PBD) com o intuito de garantir resultados satisfatórios durante o projeto de sistemas estruturais, especialmente para áreas propensas a graves riscos naturais, como terremotos, ventos extremos, entre outros. A integração de conceitos de PBD na Otimização Topológica, como uma tentativa de alcançar tanto sistemas de contraventamento confiáveis quanto economicamente viáveis. Eles incorporam os conceitos de PBD às funções de restrição de um problema de OT 3D empregando o método SIMP, além de adotar um conjunto apropriado de restrições de projeto baseadas em desempenho. Através de estudo de caso, os autores demonstraram a validade e a eficácia do sistema de resistência à carga lateral do vento da estrutura otimizada atendendo aos requisitos probabilísticos de desempenho.

Diante de tantos tipos de abordagens e métodos distintos, para o presente trabalho adotaram-se as metodologias de Almeida, Paulino e Silva (2010) e Torres e Almeida (2013) para o tratamento de simetria e repetição de padrões dos sistemas de contraventamento. A próxima seção aborda as formas de obtenção dos carregamentos atuantes nos modelos de edificações.

3.4 SIMULAÇÕES CFD E OPENFOAM

Para determinação das cargas resultantes do vento atuantes nas edificações, existem basicamente duas alternativas: 1) dados experimentais provenientes de ensaio em túnel de vento; e 2) simulações computacionais por meio de Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC). A maioria das Instituições e Centros de Pesquisas não

possuem túneis de vento para simular camada limite atmosférica, o que tornou mais difundido o uso de ferramentas computacionais.

O conhecimento dos conceitos de dinâmicas dos fluidos, somados a algum tipo de linguagem de computação, permite ao pesquisador implementar algoritmos de DFC. Por exemplo, Thordal, Bennetsen e Koss (2019) apresentaram vários aspectos importantes a serem levados em consideração na aplicação de simulações de DFC para a determinação de cargas de vento em edifícios altos. Trata-se de uma revisão, abordando parâmetros para camada limite atmosférica, condições de contorno do escoamento, as principais técnicas utilizadas, refinamento de malha, entre outros pontos. Os autores fizeram comparações de resultados numéricos e experimentais presentes na literatura para o edifício genérico do CAARC (*Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council*). Mostrou-se a existência de grandes desvios tanto dos experimentos em túnel de vento quanto das simulações numéricas, evidenciando a importância de se comparar resultados com condições de contorno iguais, já que a incompatibilidade pode levar a erros críticos.

Silva et al. (2020) analisaram numericamente o escoamento em torno de um prisma quadrado com razão de aspecto (altura/largura) igual a 3, para baixo número de Reynolds. Durante este estudo numérico, os autores procuraram esclarecer a relação das estruturas da esteira próxima ao prisma e o escoamento próximo à parede, que está associado às forças do fluido. Empregaram o modelo de turbulência *Large Eddy Simulation* (LES), ou Simulação das Grandes Escalas. Através de visualizações tridimensionais e projeções, foi possível identificar qualitativamente as principais características da esteira, dos vórtices de canto e regiões de alta vorticidade. Essas características mostraram o mesmo comportamento qualitativo relatado em estudos com alto número de Reynolds.

Para a resolução de problemas de dinâmicas dos fluidos o pesquisador ou profissional pode empregar programas comerciais (Ansys CFX, Ansys Fluent, entre outros) ou livres (SU2, OpenFOAM, entre outros). No entanto, a primeira opção pode ser limitada para muitos usuários devido às licenças comerciais. Além disso, programas comerciais não permitem acesso ao código fonte, impedindo que usuários o modifiquem. Um programa livre que vem sendo utilizado por diversos profissionais e pesquisadores nos últimos anos é o OpenFOAM[4], desenvolvido principalmente pela

[4] Disponível em: https://www.openfoam.com. Acesso em jun. 2018.

OpenCFD desde 2004. O OpenFOAM tem uma ampla gama de recursos para resolver vários tipos de problemas, desde fluxos complexos envolvendo reações químicas, turbulência, transferência de calor, acústica, mecânica de sólidos e eletromagnétismo. Além de ser um programa livre, o OpenFOAM também é aberto, permitindo que pesquisadores modifiquem seu código adicionando implementações desenvolvidas por eles.

A utilização do OpenFOAM para estudos envolvendo DFC vem crescendo nos últimos anos, com diversos usuários implementando seus próprios modelos de turbulência ou fazendo uso dos que estão disponíveis no próprio OpenFOAM. Por exemplo, Franke, Sturm e Kalmbach (2012) utilizaram o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ padrão para estudar o escoamento ao redor de um edifício isolado e de um conjunto de edifícios alinhados na mesma direção do escoamento. Os autores obtiveram resultados semelhantes entre casos simulados através do OpenFOAM e programas comerciais (Ansys Fluent 6.2 e Ansys CFX 11.0). Shao, Liu e Zhao (2012) também utilizaram o modelo $k-\varepsilon$ padrão, para avaliar o escoamento ao redor de um modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:2.

Toja-Silva et al. (2015) analisaram o escoamento em torno de um edifício isolado, comparando os resultados obtidos com dados experimentais de túnel de vento presentes na literatura, para número de Reynolds igual a 24000. Para a modelagem da turbulência, além de algumas variações do modelo de turbulência $k-\varepsilon$, os autores também estudaram o modelo $k-\omega$ *Shear Stress Transport* (SST), todos baseados na abordagem RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*).

Tominaga (2015) analisou o problema do escoamento ao redor de um edifício isolado com razão de aspecto 1:1:2 com diversos modelos de turbulência baseados na técnica RANS. Os resultados mais promissores foram obtidos com o modelo $k-\varepsilon$ *Renormalization Group* (RNG) e o modelo $k-\omega$ SST. O modelo $k-\varepsilon$ RNG foi capaz de prever com precisão a separação do escoamento no telhado do edifício, enquanto o $k-\omega$ SST determinou com sucesso os padrões do escoamento em torno do edifício e as distribuições de velocidade por trás do mesmo.

A modelagem de turbulência *Large Eddy Simulation* (LES), ou Simulação das Grandes Escalas, em português, também está disponível no OpenFOAM, ver por exemplo, Kikumoto et al. (2018) e Wang et al. (2020). No entanto, este tipo de modelagem demanda mais esforço computacional que as técnicas RANS. Portanto,

no presente trabalho, durante as simulações com o OpenFOAM, utiliza-se apenas as técnicas RANS, mais especificamente, os modelos $k-\varepsilon$ RNG e $k-\omega$ SST.

Durante qualquer estudo numérico, torna-se fundamental comparar os resultados obtidos com dados experimentais disponíveis na literatura, afim de calibrar e validar os modelos empregados. No presente trabalho, adota-se o vasto banco de dados de ensaios experimentais em túnel de vento disponíveis no Departamento de Arquitetura e Engenharia do Vento da Universidade Politécnica de Tóquio (*Tokyo Polytechnic University* – TPU)[5].

3.5 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL E OPENFOAM NO CAA

Nos últimos anos, o que tange ao estudo da otimização estrutural no CAA, pode ser dividido em duas vertentes: Algoritmo Genético (AG) e Otimização Topológica (OT).

Diversas pesquisas foram desenvolvidas com base nos AGs. Bezerra (2017) implementou um algoritmo que foi aplicado na otimização do custo de vigas de concreto armado submetidas à flexão simples. Nascimento (2017) e Nunes (2018) implementaram programas baseados em Algoritmos Genéticos no dimensionamento otimizado de seções retangulares de pilares de concreto armado e lajes nervuradas, respectivamente. Ambos os programas, durante o processo de otimização, atendiam à máxima funcionalidade e segurança com o mínimo custo, seguindo as prescrições normativas da NBR 6118 (ABNT, 2014). Em seu trabalho, Cavalcante Neto (2019) visou a otimização de sistemas estruturais articulados, atendendo as restrições de segurança e premissas de projeto impostas. Implementado no ambiente de programação MATLAB com interface de entrada e saída de dados no *software* GiD. As rotinas de análise e otimização estrutural empregavam, respectivamente, o Método dos Elementos Finitos e os Algoritmos Genéticos. Para analisar a influência das variáveis de projeto consideradas no processo de otimização, todos os autores que buscavam minimizar o custo efetuaram um estudo estatístico através do método *Design of Experiments* (DOE), com o intuito de revelar qual variável de projeto mais influenciava no custo final.

De forma similar, muitas pesquisas vêm sendo desenvolvidas no âmbito da OT. Ao fazer uma breve revisão, é fundamental citar os trabalhos de Junior (2016),

[5] Disponível em: http://wind.arch.t-kougei.ac.jp/system/eng/contents/code/tpu. Acesso em jun. 2018

Pereira (2018); Silva (2018) e Salvador (2018). Junior (2016) realizou uma análise paramétrica do método BESO aplicado a problemas de otimização bidimensionais. Silva (2018) desenvolveu um programa em ambiente de programação MATLAB para resolução de problemas de OT 2D através dos métodos BESO e SIMP. O pré-processamento era realizado no programa GiD, enquanto a Otimização Topológica e a etapa de pós-processamento foram executadas no MATLAB, retornando as deformações, as distribuições de tensões e tensão de von Mises na estrutura otimizada. Pereira (2018) empregou os métodos de OT SIMP e BESO para a determinação bidimensional de estruturas de contraventamento em edifícios altos. Para a obtenção dos carregamentos do vento, duas metodologias distintas foram empregadas: a norma NBR 6123/1988 e a Dinâmica dos Fluidos Computacional. Em contrapartida, Salvador (2018) empregou o método SIMP para estudar problemas de OT 3D. Seu objetivo foi analisar e comparar o desempenho de quatro critérios de resolução (critério de otimalidade, programação quadrática, aproximação dual e o método das assíntotas móveis) em problemas clássicos da área.

No âmbito do OpenFOAM como ferramenta de simulação da Dinâmica dos Fluidos Computacional, os trabalhos de Nascimento (2019) e Cavalcante (2019) foram os precursores no CAA. Nascimento (2019) investigou a ventilação natural em modelos de edificações baixas, através dos modelos de turbulência $k-\varepsilon$ e $k-\omega$ SST. Posteriormente, empregou o $k-\varepsilon$ padrão para simular a ventilação em um modelo tridimensional de edificação com duas aberturas. Finalmente, simulou de forma bidimensional os arranjos de três edificações, analisando como as inclinações do terreno e distâncias de separação entre as edificações afetavam a ventilação natural. Em contrapartida, Cavalcante (2019) analisou as regiões entre prédios paralelos onde aerogeradores apresentariam um melhor rendimento aerodinâmico, levando em consideração os seguintes fatores: campo de velocidade, distribuição de pressão, índice de turbulência, parâmetros geométricos das edificações e ângulo de incidência do escoamento. As simulações também foram realizadas no OpenFOAM, empregando os modelos de turbulência $k-\varepsilon$ RNG e $k-\omega$ SST. Essa breve revisão tem o intuito de situar o leitor quanto às pesquisas relacionadas ao presente trabalho e desenvolvidas no Centro Acadêmico do Agreste.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentam-se os principais conceitos teóricos necessários para o desenvolvimento deste trabalho. O conteúdo da fundamentação teórica pode ser dividido em dois grandes temas: escoamento turbulento e Otimização Topológica. Na seção 4.1, mostra-se as equações do movimento que regem o escoamento turbulento. A seção 4.2, apresenta os modelos de turbulência utilizados no presente trabalho. Na seção 4.3 são apresentados alguns conceitos sobre o programa de simulação OpenFOAM. As próximas seções são destinadas à Otimização Topológica. Na seção 4.4 são expostos os principais tipos de otimização estrutural. A seção 4.5 contempla os conceitos da Otimização Topológica aplicados ao método SIMP. A seção 4.6 apresenta os conceitos do método dos Gradientes Conjugados Pré-condicionado com *Multigrid*. Por fim, na seção 4.7, mostram-se todas as restrições de manufatura adotadas para o controle do *layout* das estruturas ótimas.

4.1 ESCOAMENTO TURBULENTO

A maior parte dos escoamentos encontrados na natureza e em aplicações práticas são turbulentos, inclusive o escoamento ao redor de edifícios. Consequentemente, é muito importante compreender os mecanismos físicos que governam este tipo de fenômeno. Os escoamentos turbulentos possuem instabilidades e flutuações que são funções do tempo e da posição no espaço (SILVA-FREIRE; MENUT; SU, 2002).

4.1.1 As equações do movimento

Toda a DFC é baseada nas equações fundamentais que regem a dinâmica dos fluidos: continuidade (conservação da massa), segunda Lei de Newton (conservação do momento linear) e primeira lei da termodinâmica (conservação da energia). As duas primeiras equações permitiram o desenvolvimento das equações de Navier-Stokes, chamadas assim por serem obtidas de forma independente por Claude-Louis Navier e George Gabriel Stokes (ANDERSON, 1995). Para o estudo da turbulência através da DFC, atualmente existem basicamente três abordagens possíveis: DNS, LES e RANS, que variam conforme o grau de modelagem das equações e o respectivo custo computacional associado.

Na abordagem *Direct Numerical Simulation* (DNS), as equações de Navier-Stokes são resolvidas sem modelagem, em malhas refinadas e com passos de tempo pequenos, a fim de capturar toda a gama de escalas turbulentas. Consequentemente, é limitada a estudos de problemas com baixo ou moderado número de Reynolds. No caso da metodologia *Large Eddy Simulation* (LES), as grandes escalas da turbulência são calculadas diretamente e para as pequenas escalas utiliza-se algum tipo de modelagem, o que ainda assim, acarreta em um grande custo computacional. Por fim, as modelagens do tipo *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS) são obtidas através de um conjunto de médias das equações de Navier-Stokes e da continuidade, de onde surgem as chamadas tensões de Reynolds, ou tensões turbulentas, que descrevem os efeitos das flutuações turbulentas de velocidade e pressão (SILVA-FREIRE; MENUT; SU, 2002). Como todas as escalas são modeladas, a abordagem RANS despende menos recurso computacional e, atualmente, é a mais empregada em problemas da Engenharia do Vento Computacional (VAN HOOFF; BLOCKEN; TOMINAGA, 2017 e KOSUTOVA et al., 2019). No presente trabalho, modela-se a turbulência empregando modelos do tipo RANS.

Nos escoamentos turbulentos as equações do movimento valem em qualquer instante de tempo, e, portanto, também na média (SILVA-FREIRE; MENUT; SU, 2002). De fato, um conjunto de equações para as quantidades médias, as equações de Reynolds, pode ser obtido diretamente das equações de Navier-Stokes pela aplicação do operador média temporal. A técnica de passagem da média de Reynolds consiste de dois passos: (1) variáveis que aparecem nas equações do movimento são decompostas em partes médias e flutuantes; e (2) é aplicado o operador média temporal sobre um intervalo de tempo finito nos termos resultantes.

Ao decompor as principais as grandezas que caracterizam o campo de um escoamento em partes médias e flutuantes, obtém-se

$$U_i = \overline{U}_i + u'_i \tag{4.1}$$

$$P = \bar{P} + p' \tag{4.2}$$

$$\rho = \bar{\rho} + \tilde{\rho} \tag{4.3}$$

onde U representa os componentes da velocidade nas i direções, P é a pressão e ρ é a massa específica. As médias da velocidade nas i direções, da pressão e da massa específica são, respectivamente, $\overline{U}_i$, $\bar{P}$ e $\bar{\rho}$. As flutuações da velocidade nas i direções, da pressão e da massa específica são, respectivamente, u'_i, p' e $\tilde{\rho}$. Basta empregar

as equações (4.1), (4.2) e (4.3) nas equações da continuidade e do momento linear e, em seguida, manipulá-las através das propriedades inerentes do operador média para se obter as equações RANS. Para uma descrição detalhada do processo de obtenção das equações médias de Reynolds, sugere-se a leitura do trabalho de Silva-Freire, Menut e Su (2002).

Considerando um escoamento incompressível, isto é, $\rho = \bar{\rho}$ e $\tilde{\rho} = 0$, a equação da continuidade pode ser escrita como

$$\frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_j} = 0 \tag{4.4}$$

A equação de Navier-Stokes, ou da conservação da taxa da quantidade de movimento linear pode ser escrita como

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho f_i + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial U_k}{\partial x_k}\right)\delta_{ij}\right] \tag{4.5}$$

onde t é o tempo, f_i representa as forças de corpo na i-ésima direção, μ é a viscosidade molecular e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Para obter as equações médias do movimento diretamente das equações de Navier-Stokes, aplica-se o operador média na equação de conservação da taxa de variação da quantidade de movimento. Após algumas manipulações, obtém-se

$$\rho \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial t} + \rho \overline{U}_j \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho f_i + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\mu\left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial x_i}\right) - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial \overline{U}_k}{\partial x_k}\right)\delta_{ij}\right] + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \tag{4.6}$$

onde τ_{ji} é o tensor de Reynolds, resultado direto das interações entre as flutuações no campo de escoamento (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Para o caso de um escoamento incompressível, o termo de tensão turbulenta pode ser dado por

$$\frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} = -\rho \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u'_i u'_j} \tag{4.7}$$

ou seja, $\tau_{ji} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$, ou em forma tensorial

$$\tau_{ji} = -\rho \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{v'u'} & \overline{w'u'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{w'v'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

No tensor de Reynolds os elementos da diagonal representam os componentes de tensão normal, enquanto que os elementos fora da diagonal representam as tensões cisalhantes.

4.2 MODELOS DE TURBULÊNCIA

A presença do tensor de Reynolds, τ_{ji}, resulta no “problema de fechamento” das equações de Navier-Stokes para o escoamento turbulento, pois existem apenas duas equações (continuidade e momento linear) e três variáveis independentes (velocidade, pressão e tensão turbulenta de Reynolds). Os modelos de turbulência procuram determinar uma ou mais equações para “fechar” esse sistema. Existem modelos que propõem o uso de equações algébricas e outros de equações diferenciais. Nenhum dos modelos desenvolvidos é universalmente aplicável a todas as condições de escoamento, cada grupo tem certas vantagens e pontos fortes em determinados fenômenos. A seguir, são discutidas as vantagens e as limitações dos modelos de duas das principais equações diferenciais padrão.

4.2.1 Limitações dos modelos $k-\varepsilon$ e $k-\omega$ padrão

Nos modelos de duas equações, o modelo $k-\varepsilon$ é sem dúvida o modelo que tem recebido maior atenção devido, principalmente, ao trabalho de Jones e Launder (1972) e de Launder e Sharma (1974). Nesse modelo, k e ε se referem, respectivamente, a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação da energia cinética. O modelo $k-\omega$ padrão desenvolvido por Wilcox (1988), onde ω é a frequência de turbulência ou taxa de dissipação específica ($\omega = \varepsilon/k$), também é amplamente empregado na DFC. No entanto, ao longo dos anos foram detectadas deficiências nos dois métodos. Portanto, no presente trabalho não se emprega os modelos padrões, mas sim, variações de ambos.

Na derivação do modelo $k-\varepsilon$ padrão, o fluxo é assumido como totalmente turbulento e os efeitos da viscosidade molecular são desprezados. Logo, o modelo $k-\varepsilon$ padrão é um modelo de turbulência de alto número de Reynolds válido apenas para escoamentos livres inteiramente turbulentos que não podem ser integrados totalmente à parede. Por consequência, o modelo apresenta deficiências nas regiões onde o escoamento descola ou recola à parede. Para corrigir essa deficiência, posteriormente, surgiram versões modificadas do $k-\varepsilon$, com a introdução de funções de amortecimento, que atenuam a viscosidade turbulenta perto da parede, fazendo-a

tender para zero conforme a distância à parede diminui (MOUKALLED; MANGANI; DARWISH, 2016).

A modelagem de fluxos próximos a paredes sólidas requer a integração das duas equações em uma malha fina para capturar corretamente as quantidades turbulentas dentro da camada limite, bem como as correções para efeitos de número de Reynolds baixo. Em contrapartida, o modelo $k-\omega$ padrão (WILCOX, 1988) pode ser integrado até a parede sem a necessidade do emprego de funções de amortecimento. Ainda assim, o $k-\omega$ também pode ser usado como um modelo de alto número de Reynolds. A principal desvantagem do modelo $k-\omega$ padrão é sua sensibilidade aos valores especificados de escoamento livre, o que leva a uma forte dependência da solução na especificação arbitrária da frequência da turbulência ω no escoamento livre (MENTER, 1992). Essa dependência não ocorre no modelo $k-\varepsilon$. No presente trabalho, utiliza-se os modelos de turbulência que procuram contornar essas limitações, são eles o $k-\varepsilon$ RNG (KIM; BAIK, 2004, VAN HOOFF; BLOCKEN; TOMINAGA, 2017, ZHANG et al., 2020) e o $k-\omega$ SST(TOMINAGA, 2015, TOJA-SILVA et al., 2015, KAHSAY; BITSUAMLAK; TARIKU, 2019), cujas formulações são apresentadas a seguir.

4.2.2 Modelo $k-\varepsilon$ RNG

Yakhot et al. (1992) desenvolveram o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG (*Renormalization Group*), que é semelhante ao modelo $k-\varepsilon$ padrão, mas alguns parâmetros são determinados analiticamente e outros deixam de ser constantes arbitrárias. No modelo $k-\varepsilon$ RNG, a equação de transporte da energia cinética turbulenta k é dada por:

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial \bar{U}_i k}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\frac{\nu_{ef}}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial x_i}\right]+P_k-\varepsilon \tag{4.9}$$

onde σ_k é o número de Prandtl, k é a energia cinética turbulenta, ε é a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, $\nu_{ef}=\nu_c+\nu_t$ é a viscosidade cinemática efetiva e ν_t é a viscosidade cinemática turbulenta, dada por

$$\nu_t=c_\mu\frac{k^2}{\varepsilon} \tag{4.10}$$

com $c_\mu=0{,}0845$, sendo obtida de forma analítica.

O termo P_k é o mecanismo de produção de energia cinética turbulenta, de modo que

$$P_k = \left(\nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) S_{ij} \tag{4.11}$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e $S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$.

A equação de transporte também sofre uma mudança no coeficiente de difusão de ε. No entanto, a principal diferença de desempenho deste modelo está relacionada com uma modificação no termo de destruição de ε, que permite aumentar ou diminuir a destruição de ε se a taxa de deformação do escoamento esteja, respectivamente, acima ou abaixo de certo limite. A equação de transporte para ε pode ser escrita como

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial \overline{u_\iota} \varepsilon}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\frac{\nu_{ef}}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - c_{2\varepsilon}^* \frac{\varepsilon}{k} \tag{4.12}$$

onde σ_ε é o número de Prandtl de ε e $c_{2\varepsilon}^*$ depende da taxa de deformação do escoamento. Para o presente trabalho, adotou-se $\sigma_k = \sigma_\varepsilon = 0{,}71942$.

O parâmetro $c_{2\varepsilon}^*$ é dado por

$$c_{2\varepsilon}^* = c_{2\varepsilon} + \frac{c_\mu \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \eta^3} \tag{4.13}$$

com η sendo obtido pela equação

$$\eta = S \frac{k}{\varepsilon} \tag{4.14}$$

onde $\beta = 0{,}012$, $\eta_0 = 4{,}38$ e $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$. Quando $\eta < \eta_0$ o termo adicional fornece uma contribuição positiva, consequentemente $c_{2\varepsilon}^* > c_{2\varepsilon}$, aumentando a destruição de ε. Quando $\eta > \eta_0$, a destruição de ε é diminuída. O modelo $k - \varepsilon$ RNG apresenta melhores resultados que o modelo $k - \varepsilon$ padrão em aplicações que apresentam deformações rápidas e linhas de corrente com curvatura. Por fim, as constantes $c_{1\varepsilon}$ e $c_{2\varepsilon}$ são determinadas pela teoria do grupo de normalização, sendo iguais a $1{,}42$ e $1{,}68$, respectivamente.

Na Tabela 1, apresentam-se os valores das constantes adotadas no presente trabalho para o modelo $k - \varepsilon$ RNG, conforme recomendado por Yakhot et al. (1992).

Tabela 1 – Coeficientes adotados no modelo $k - \varepsilon$ RNG

c_μ	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$	σ_k	σ_ε	η_0	β
0,0845	1,42	1,68	0,71942	0,71942	4,38	0,012

Fonte: O Autor (2021)

4.2.3 Modelo $k-\omega$ SST

O modelo $k-\omega$ SST (*Shear Stress Transport*, ou Transporte das Tensões de Cisalhamento, em português) foi desenvolvido por Menter (1994), no intuito de se aproveitar das melhores características dos modelos $k-\omega$ padrão e $k-\varepsilon$ padrão (LAUNDER; SPALDING, 1972). O modelo $k-\varepsilon$ padrão apresenta uma boa relação entre precisão e robustez nas regiões longe da parede, enquanto que o modelo $k-\omega$ padrão apresenta bons resultados em regiões próximas às paredes, por utilizar funções de amortecimento.

O modelo $k-\omega$ SST combina as vantagens dos dois modelos, mas ainda falha na previsão do ponto de separação do escoamento em uma superfície lisa. Com o objetivo de corrigir essa deficiência, Menter (1994) propôs a adoção de um limitador para o valor da viscosidade turbulenta, de forma a utilizar cada modelo em distintas regiões do escoamento. O modelo de turbulência $k-\omega$ SST disponível no OpenFOAM é baseado no trabalho de Menter, Kuntz e Langtry (2003).

Para combinar os dois modelos, o $k-\omega$ SST utiliza funções de mistura F_1 e F_2, que ponderam a contribuição dos diferentes parâmetros de cada modelo. As funções de mistura têm por objetivo selecionar o modelo $k-\omega$ padrão na região da camada limite turbulenta (região da parede) e o modelo $k-\varepsilon$ para as regiões longe da parede. As equações de transporte para a energia cinética turbulenta k e taxa de dissipação específica ω (frequência de turbulência) são:

$$\frac{\partial k}{\partial t}+\frac{\partial \bar{U}_i k}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\nu+\alpha_k \nu_t)\frac{\partial k}{\partial x_i}\right]+P_k-\beta^* k\omega \tag{4.15}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \omega}{\partial t}+\frac{\partial \bar{U}_i \omega}{\partial x_i}=&\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(\nu+\alpha_\omega \nu_t)\frac{\partial \omega}{\partial x_i}\right]+\frac{\gamma}{\nu_t}P_k-\beta\omega^2\\&+2(1-F_1)\alpha_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}\end{aligned} \tag{4.16}$$

No modelo SST é introduzido um limite superior de tensão de cisalhamento na camada limite para evitar níveis excessivos, tipicamente previstos em modelos de viscosidade turbulenta de Boussinesq. A viscosidade cinemática turbulenta no modelo SST é definida como:

$$\nu_t=\frac{a_1 k}{\max(a_1\omega, b_1 S F_2)} \tag{4.17}$$

onde $a_1 = 0{,}31$ e $b_1 = 1$ são constantes empíricas, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ representa uma medida da taxa de rotação, onde S_{ij}é a taxa de rotação do escoamento médio e é definida por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \overline{U}_\iota}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U}_J}{\partial x_i}\right) \tag{4.18}$$

e $\beta_i = F_1\beta_{i1} + (1 - F_1)\beta_{i2}$, sendo $\beta_{i1} = 0{,}075$ e $\beta_{i2} = 0{,}0828$. A função β pode tomar o valor de β_{i1} e β_{i2} .

As função de mistura F_1 é representada por

$$F_1 = \tanh(\phi_1^4) \tag{4.19}$$

$$\phi_1 = \min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{0{,}09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \alpha_{\omega 2}\frac{4\rho k}{D_\omega^+ y^2}\right] \tag{4.20}$$

$$D_\omega^+ = \max\left(2\rho\alpha_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_i}\frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-20}\right) \tag{4.21}$$

onde y é a distância à parede e $\alpha_{\omega 2} = 0{,}856$ é uma constante empirica inerente ao modelo.

A função de mistura F_2 é representada por

$$F_2 = \tanh(\phi_2^2) \tag{4.22}$$

$$\phi_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{0{,}09\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right) \tag{4.23}$$

Os números de Prandtl são dados por

$$\alpha_k = \frac{1}{\alpha_{k,1}F_1 + \alpha_{k,2}(1 - F_1)}\ ; \alpha_\omega = \frac{1}{\alpha_{\omega,1}F_1 + \alpha_{\omega,2}(1 - F_1)}\ ; \tag{4.24}$$

onde $\alpha_{k,1} = 0{,}85$, $\alpha_{k,2} = 1{,}0$, $\alpha_{\omega,1} = 0{,}5$ e $\alpha_{\omega,2} = 0{,}856$.

O termo de produção de energia cinética turbulenta k no modelo $k - \omega$ SST é dado por

$$P_k = 2\nu_t S_{ij} \tag{4.25}$$

No termo de destruição de k, tem-se que $\beta^* = 0{,}09$. Os parâmetros dos termos de geração de ω dependem de

$$\gamma = \gamma_\infty\left(\frac{\frac{1}{9} + \frac{Re_t}{2{,}95}}{1 + \frac{Re_t}{2{,}95}}\right) \tag{4.26}$$

onde $\gamma_\infty = F_1\gamma_{\infty 1} + (1 - F_1)\gamma_{\infty 2}$, $\gamma_{\infty 1}$ = 5/9, $\gamma_{\infty 2} = 0{,}44$ e $Re_t = \frac{k}{\nu\omega}$.

Na Tabela 2, apresentam-se os coeficientes adotados no OpenFOAM durante as simulações com o modelo $k-\omega$ SST. Para mais detalhes, recomenda-se o trabalho de Menter, Kuntz e Langtry (2003).

Tabela 2 – Coeficientes adotados no modelo $k-\omega$ SST

$\alpha_{k,1}$	$\alpha_{k,2}$	$\alpha_{\omega,1}$	$\alpha_{\omega 2}$	$\gamma_{\infty 1}$	$\gamma_{\infty 2}$	β_{i1}	β_{i2}	β^*	a_1	b_1
0,85	1	0,5	0,856	5/9	0,44	0,075	0,0828	0,09	0,31	1

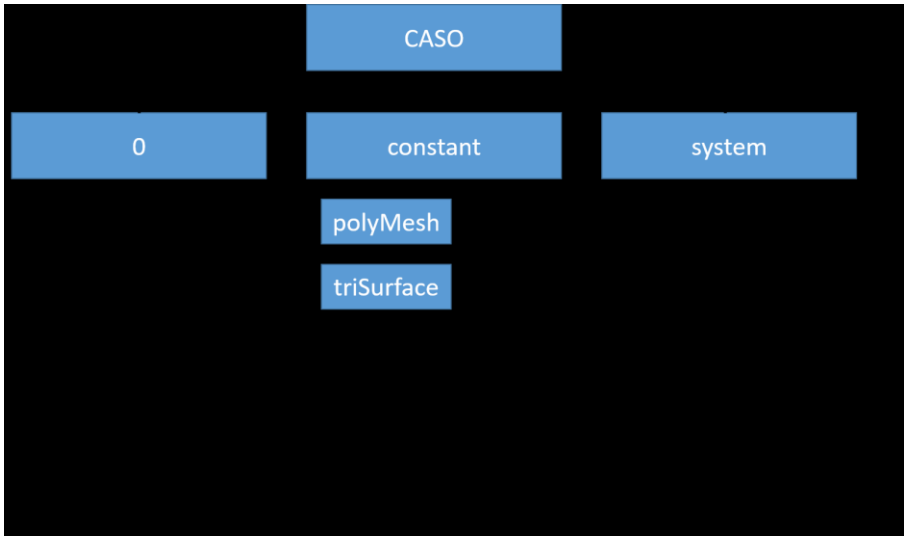
Fonte: O Autor (2021)

4.3 OPENFOAM

As simulações em DFC foram realizadas na versão 4.0 do *software* livre de código aberto OpenFOAM (do inglês *Open Source Field Operation and Manipulation*), que apresenta diversas ferramentas voltadas para problemas que envolvem campos tensoriais. O OpenFOAM possui uma ampla gama de recursos para resolver escoamentos complexos envolvendo reações químicas, turbulência e transferência de calor, acústica, mecânica de sólidos, entre outras aplicações.

Independentemente do tipo de problema que se deseja resolver com o OpenFOAM, um caso base precisa necessariamente conter três diretórios dentro dele: "*0*", "*constant*" e "*system*". O que varia de caso para caso são os dicionários contidos em cada diretório, de acordo com o tipo de problema estudado. Na Figura 1, mostram-se os diretórios, subdiretórios e dicionários necessários para a execução de um caso turbulento de DFC, que realiza a simulação em paralelo e, além disso, emprega o comando "*snappyHexMesh*" para gerar a malha.

Figura 1 – Conteúdo de um caso do OpenFOAM com turbulência



Fonte: O Autor (2021)

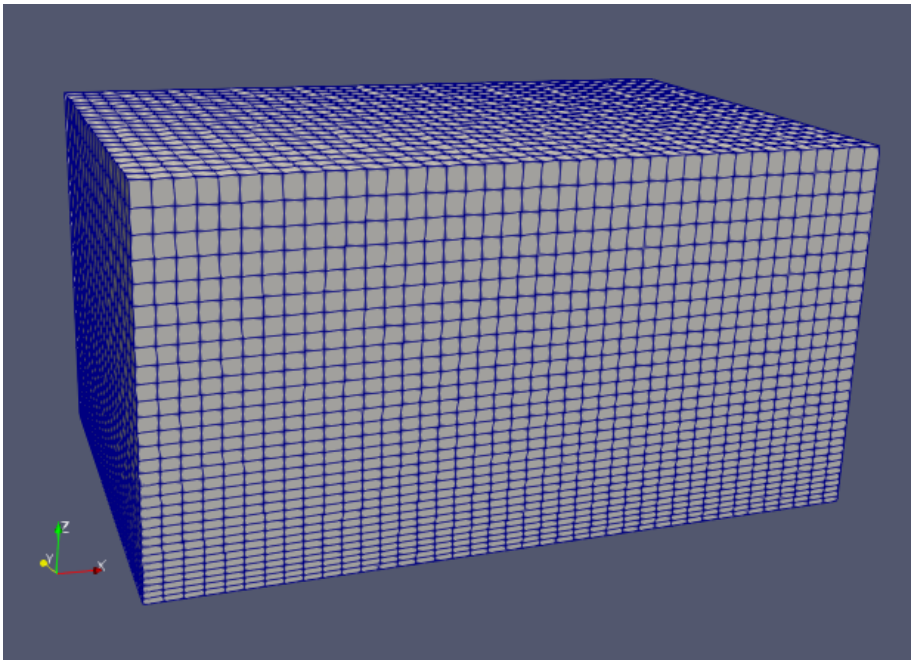
No diretório "*0*" está contido informações sobre as condições iniciais do problema. Em problemas laminares estão presentes apenas os diretórios "*p*" e "*U*", que se referem as pressões e as velocidades, respectivamente. Como o escoamento adotado é turbulento, acrescentam-se outros arquivos de acordo com o modelo de turbulência. No presente trabalho, utilizam-se os modelos $k-\epsilon$ RNG e $k-\omega$ SST.

No diretório "*constant*", apresenta-se informações que não são variáveis ao longo da simulação (viscosidade cinemática, por exemplo). No subdiretório "*triSurface*" deve ser adicionado um arquivo com extensão ".STL" (*Standard Triangle Language*), contendo o modelo de edificação. O dicionário "*transportProperties*" informa qual a viscosidade cinemática adotada, que junto com a velocidade de referência do perfil de entrada e a altura do edifício, determinam o número de Reynolds da simulação.

No diretório "*system*", existem diversos dicionários voltados para o controle da simulação, tipos de métodos de solução que devem ser empregados, controle do tempo de simulação, cálculo e monitoramento de resíduos, entre outros. No dicionário "*blockMeshDict*" deve ser informado a dimensão do domínio, bem como a malha inicial, utilizada como *background* para a aplicação do "*snappyHexMesh*". Na Figura 2, apresenta-se um exemplo de malha inicial para o domínio de projeto, que foi dividida em 40, 20 e 30 células, respectivamente, nas direções "X", "Y" e "Z". Não se aplicou nenhuma razão de expansão nas direções "X" e "Y", e uma razão de expansão igual à quatro na direção "Z", por conta da camada limite. A razão de expansão numa direção, é a razão entre os comprimentos das arestas do último e do primeiro elemento

naquela direção. A variação do comprimento da aresta naquela direção aumenta no sentido do primeiro para o último elemento de maneira uniforme. Portanto, razão de expansão igual à quatro na direção “Z” implica que a razão entre o comprimento da aresta do último elemento e o primeiro é igual à quatro.

Figura 2 – Malha do domínio de projeto



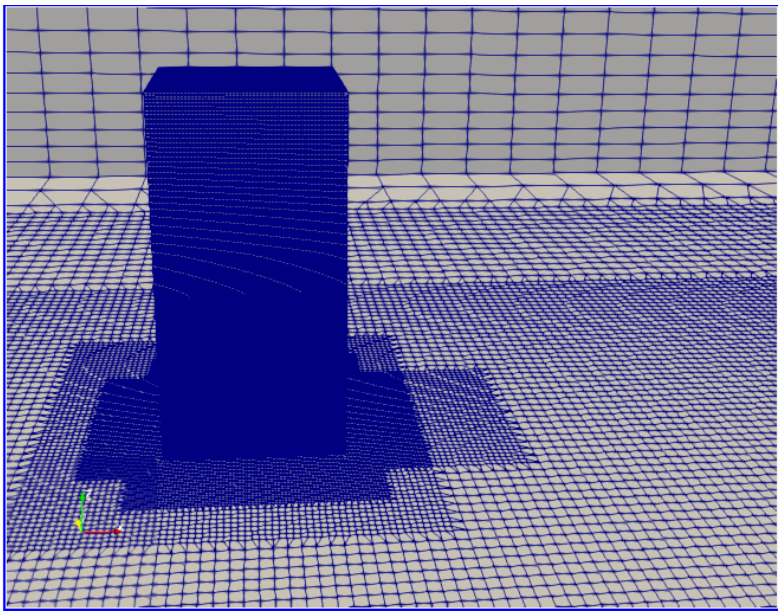
Fonte: O Autor (2021)

Ainda no diretório “*system*”, o dicionário “*controlDict*” permite que o usuário adicione parâmetros de entrada relacionados ao controle do tempo, a leitura e a gravação dos dados da solução. O dicionário “*decomposeParDict*” é responsável pela decomposição do domínio, no qual a geometria e os campos associados são divididos em blocos e alocados a processadores separados, permitindo executar um caso paralelo. As escolhas dos esquemas de discretização de volume finito são especificadas no dicionário “*fvSchemes*”, pertencente ao diretório “*system*”. A especificação dos *solvers* para as equações lineares e as tolerâncias são feitas no dicionário “*fvSolution*”.

O comando “*snappyHexMesh*” é responsável por refinar iterativamente a malha do *background* definido no dicionário “*blockMeshDict*”, de acordo com pré-especificações impostas no dicionário “*snappyHexMeshDict*”. O nível de refinamento próximo à superfície, o nível de refinamento de regiões, a quantidade de células permitidas a nível local e global, são algumas das alternativas disponíveis no diretório.

Na Figura 3, mostra-se a região próxima à superfície do edifício dentro do domínio computacional após o refinamento.

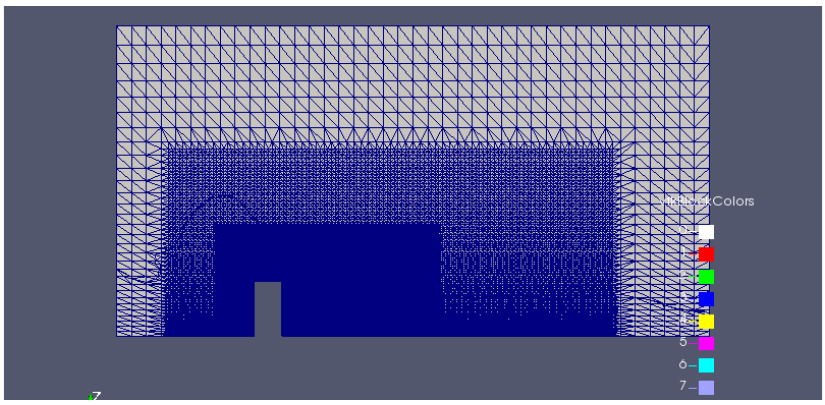
Figura 3 – Refinamento próximo à superfície do edifício



Fonte: O Autor (2021)

Nota-se que o maior refinamento é aplicado próximo ao corpo, no intuito de captar bem os gradientes de pressão e velocidade na sua proximidade. Além disso, também é importante devido à esteira que a região à jusante esteja bem refinada, conforme na Figura 4, onde apresenta-se o domínio cortado por um plano normal a “Y”, passando pelo plano de simetria “XY”.

Figura 4 – Malha no plano “Y” = 0



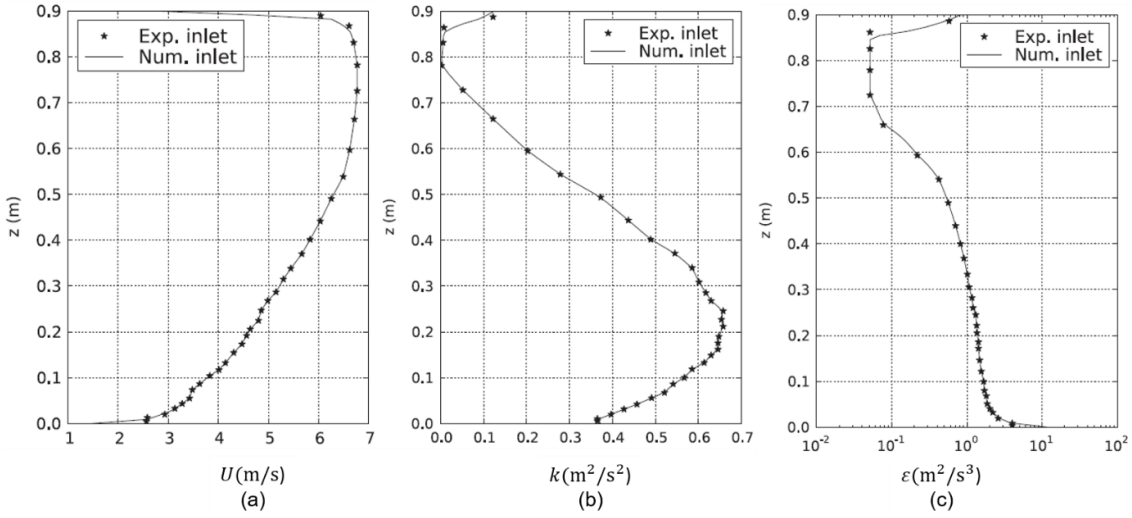
Fonte: O Autor (2021)

Para a resolução de problemas com escoamento incompressível, turbulento em regime permanente, adota-se o solver "*simpleFoam*", que emprega o algoritmo SIMPLE*, Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations* ou Método Semi-Implícito para Equações Vinculadas à Pressão (PATANKAR; SPALDING, 1972).

4.3.1 Perfil de entrada no OpenFOAM

Para as condições iniciais de velocidade e energia cinética, utilizaram-se dois perfis distintos. Para o modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:2 (largura:comprimento:altura), empregou-se como condições iniciais e de contorno para o OpenFOAM as mesmas adotadas por Toja-Silva et al. (2015), que por sua vez, foram extraídos do experimento de túnel de vento de Meng e Hibi (1998). Para o modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:4, adotou-se as mesmas condições iniciais e de contorno empregadas nos ensaios em túnel de vento da Universidade Politécnica de Tóquio (*Tokyo Polytechnic University* – TPU). No Gráfico 1, mostram-se os perfis de entrada referentes à velocidade média, à energia cinética turbulenta k e à dissipação turbulenta ε, respectivamente, para o modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:2.

Gráfico 1 – Perfil de entrada: (a) velocidade média, (b) energia cinética turbulenta e (c) dissipação turbulenta

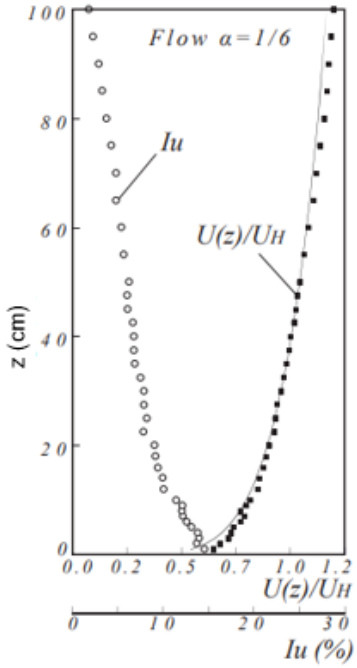


Fonte: O Autor (2021)[6]

[6] Adaptado de Toja-Silva et al. (2015)

No Gráfico 2, mostram-se os perfis de entrada referentes a velocidade média e a intensidade da turbulência $Iu(\%)$, respectivamente, disponíveis na TPU e que foram utilizados para o modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:4.

Gráfico 2 – Perfil de entrada e intensidade da turbulência Iu



Fonte: O Autor (2021)[7]

Os perfis foram adicionados ao diretório "*0*", como arquivos no formato ".CSV". Então, dentro do diretório existe um dicionário específico para cada perfil. O perfis de velocidade média, energia cinética turbulenta e dissipação turbulenta são empregados, respectivamente, pelos dicionários "*U*", "*k*" e "*epsilon*". As funções de parede são funções padrão do OpenFOAM.

Na Figura 5, mostra-se parte do dicionário "*U*", localizado no diretório "*0*". O subdicionário "*boundaryField.inlet.profileCoeffs.fileName*" aponta qual o arquivo que contém os dados do perfil de entrada da velocidade média, quando o perfil não é uniforme. Para os dicionários "*k*" e "*epsilon*", os nomes dos arquivos estão em posições análogas ao que foi descrito sobre o dicionário "*U*". No caso de modelos de turbulência que empregam ω em vez de ε, o diretório zero deve conter um dicionário chamado "*omega*" no lugar do dicionário "*epsilon*".

[7] Adaptado da TPU

Figura 5 – Trecho do dicionário "*U*" no diretório "*0*"

```
internalField   uniform (0 0 0);

boundaryField
{
    inlet
    {
        type            fixedProfile;
        profile         csvFile;
        profileCoeffs
        {
            nHeaderLine     0;
            refColumn       0;
            componentColumns 3(1 2 3);
            separator       ";";
            mergeSeparators 0;
            fileName        "0/U.csv";
        }
        direction       (0 0 1);
        origin          0;
        value           nonuniform List<vector>
```

Fonte: O Autor (2021)

O OpenFOAM dispõe de diversos *solvers* capazes de resolver problemas turbulentos. Considerando que o fluido seja incompressível (ρ constante), alguns dos principais *solvers* são: "*pisoFoam*" (usado para escoamento turbulento em regime transiente usando o algoritmo PISO), "*pimpleFoam*" (*solver* para escoamento turbulento em regime transiente em malha móvel), "*simpleFoam*" (usado para escoamentos turbulentos em regime permanente), entre outros (OPENFOAM FOUNDATION, 2018).

No presente trabalho, para os exemplos analisados empregou-se o *solver* "*simpleFoam*" e para a discretização espacial de operadores diferenciais foi considerada a integração gaussiana com diferentes esquemas de interpolação. A interpolação linear foi aplicada para os termos gradiente, a interpolação linear *upwind* foi utilizada para os termos divergentes, enquanto que para os termos com laplaciano foi utilizada a interpolação linear limitada. Para uma descrição detalhada de cada tipo de interpolação, sugere-se a leitura do trabalho de Moukalled, Mangani e Darwish (2016). Para finalizar o grande tema DFC, apresenta-se com mais detalhes os esquemas numéricos adotados para as simulações no OpenFOAM.

4.3.2 Esquemas numéricos

O dicionário "*fvSchemes*" no diretório "*system*" define os esquemas numéricos que devem ser aplicados, por exemplo, nas derivadas de uma equação diferencial, que são calculadas durante uma simulação. Os termos que normalmente devem receber um esquema numérico no "*fvSchemes*" variam desde derivadas, por exemplo, gradiente, até interpolações de valores de um conjunto de pontos para outro (OPENFOAM FOUNDATION, 2018).

Normalmente, o tipo de discretização empregada em volumes finitos é a integração de Gauss padrão (*standard Gaussian finite volume integration*), que se baseia na soma de valores nas faces dos elementos (ou células), que devem ser interpoladas a partir dos centros dos elementos. Há uma ampla gama de opções para esquema de interpolação, com certos esquemas sendo projetados especificamente para termos específicos de derivada, especialmente os termos de divergência de advecção.

Dentro do dicionário "*fvSchemes*", o sub-dicionário "*gradSchemes*" contém termos de gradiente. O esquema de discretização padrão usado principalmente para termos de gradiente é o Gauss linear (ou diferenciação central). No presente trabalho, foi especificado como "*cellMDLimited Gauss linear*", que procura preservar a condição de monotonicidade limitando o gradiente para garantir que o valor extrapolado na face seja limitado pelos valores das células vizinhas. O "*cellMDLimited*" é um limitador multidimensional, pelo qual o gradiente é cortado na direção normal a face do elemento, desse modo, acaba sendo menos dissipativo. Um coeficiente limitante é especificado após o esquema subjacente para o qual 1 garante a limitação e 0 não aplica limitação (adotou-se 0,5).

O sub-dicionário "*divSchemes*" contém termos que envolvem cálculo de divergente ($\boldsymbol{\nabla}\cdot$), excluindo-se termos do Laplaciano ($\boldsymbol{\nabla^2}$), que possuem um sub-dicionário próprio. Entre os termos com divergente, incluem-se os dois termos de advecção, em que a velocidade fornece o fluxo advetivo e outros termos que geralmente são de natureza difusa. No presente trabalho, adotou-se o esquema "*Gauss linearUpwind*".

O tratamento de termos advectivos é um dos principais desafios de DFC. Para identificar os termos advectivos, o OpenFOAM emprega a notação "*div (phi, ...)*", onde "*phi*" geralmente denota o fluxo (volumétrico) de velocidade nas faces da célula para

fluxos de densidade constante e o fluxo de massa para fluxos compressíveis. Por exemplo, "*div (phi, U)*" representa a advecção da velocidade, "*div (phi, k)*" é para energia cinética turbulenta, entre outros.

Os esquemas são todos baseados na integração de Gauss, usando o fluxo "*phi*" interpolado nas faces da célula por algum dos vários esquemas disponíveis, por exemplo "*linear*", "*linearUpwind*", etc.

Por fim, é interessante abordar os esquemas "V", que são versões especializadas para campos vetoriais. Eles diferem dos esquemas convencionais calculando um limitador único que é aplicado a todos os componentes dos vetores, em vez de calcular limitadores separados para cada componente do vetor. O limitador único de esquemas em "V" é calculado com base na direção do gradiente de mudança mais rápida, resultando no cálculo do limitador mais forte que é mais estável, mas sem dúvida menos preciso. Adotou-se o esquema "*linearUpwindV*" para o campo vetorial das velocidades "*div (phi, U)*".

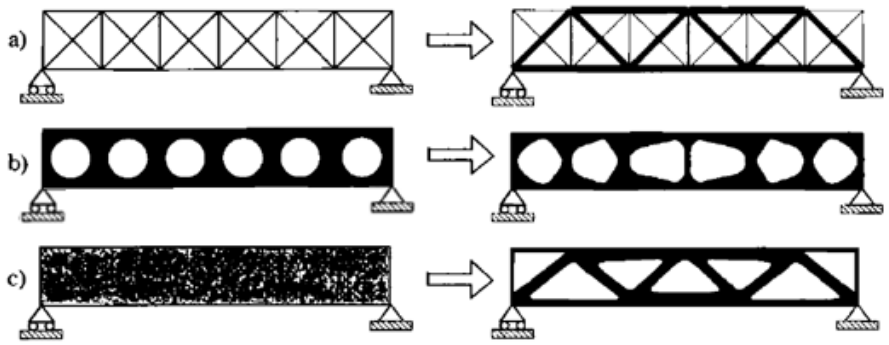
Conforme dito anteriormente, para os termos laplacianos ($\boldsymbol{\nabla^2}$) existe um sub-dicionário a parte, chamado "*laplacianSchemes*". Um termo típico de laplaciano é o termo de difusão nas equações de momento ($\boldsymbol{\nabla} \cdot (\nu \boldsymbol{\nabla U})$), que corresponde à palavra-chave "*laplacian (nu, U)*" em "*laplacianSchemes*". O esquema de Gauss é a única opção de discretização e requer uma seleção de um esquema de interpolação para o coeficiente de difusão, mais especificamente, um esquema de interpolação linear é usado. Os mesmos *solvers* também foram empregados por Gousseau, Blocken e Van Heijst (2013) e Toja-Silva et al. (2015), entre outros.

4.4 TIPOS DE OTIMIZAÇÃO

Em Bendsøe e Sigmund (2003), apresenta-se uma classificação da otimização estrutural em três tipos principais: otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica. Na otimização paramétrica busca-se a melhor solução para parâmetros da estrutura, tais como propriedades geométricas de seções transversais. Nesse tipo de otimização, a topologia é preestabelecida e fixa durante o processo, o que permite a eliminação de elementos estruturais, mas não a criação de novos elementos. Na otimização de forma, a estrutura apresenta forma variável e a topologia fixa, não ocorrendo à inserção de "furos". Nesta abordagem, as variáveis de projeto

definem o contorno do domínio, cuja forma é alterada durante o processo de otimização. Por último, a Otimização Topológica (OT) resolve o problema de distribuir uma determinada quantidade de material dentro de uma região do espaço. Na maior parte das aplicações, emprega-se uma malha de elementos finitos na região do domínio válida, denominada domínio estendido. Ao longo do processo de otimização, regiões sem material surgem naturalmente no interior do domínio estendido. O resultado final apresenta regiões com material sólido e regiões vazias (sem material). Na cadeia de projeto, a Otimização Topológica seria a primeira a ser aplicada, uma vez que é capaz de definir a melhor topologia da estrutura. Na Figura 6, ilustram-se os três tipos de otimização estrutural.

Figura 6 – a) Otimização paramétrica, b) Otimização de forma e c) Otimização de topologia



Fonte: Bendsøe e Sigmund (2003)

4.5 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Conforme já comentado, o método de Otimização Topológica resolve o problema de distribuir uma determinada quantidade de material em um domínio de projeto sujeito a condições de carga e vinculação, de tal modo que a função objetivo é maximizada (ou minimizada). A função objetivo pode estar relacionada com a rigidez, tensão, deformação, frequência natural, etc. Conforme discutido na revisão bibliográfica, desde sua introdução (BENDSØE; KIKUCHI, 1988), o método vem ganhando força na indústria e entre os pesquisadores, sendo aplicado a problemas de projeto de materiais, mecanismos, sistemas micro eletromecânicos, entre outros (ZARGHAM et al., 2016, DBOUK, 2017).

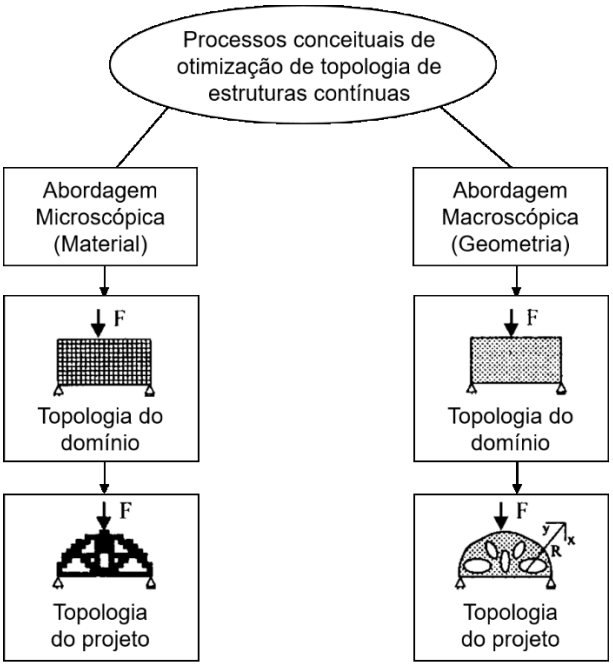
Tradicionalmente, a topologia de um projeto é, na maioria dos casos, escolhida de forma intuitiva ou inspirada em projetos já existentes. No entanto, existe a necessidade de melhorar a qualidade de um produto, encontrando sua melhor

topologia possível já nos estágios iniciais de projeto. Conforme Eschenauer e Olhoff (2001), existem duas classes de abordagem na OT: a Microscópica (Material) e a Macroscópica (Geometria).

Na abordagem de Microestrutura, o objetivo de projeto é encontrar a topologia estrutural ótima sujeita à uma quantidade prescrita de material. Nesta abordagem, é comum utilizar uma malha de elementos finitos fixa para descrever a geometria e os campos de resposta mecânica dentro de todo o domínio estendido.

Na abordagem Macroscópica, em vez de microestruturas porosas, emprega-se materiais isotrópicos sólidos. A topologia de um corpo sólido pode ser alterada pelo crescimento ou degeneração de material ou inserindo furos. Assim, a malha de elementos finitos não pode ser fixa, deve mudar com os limites do projeto. Na Figura 7, ilustra-se os dois tipos de abordagens.

Figura 7 – Processos conceituais de otimização de topologia



Fonte: O Autor (2021)[8]

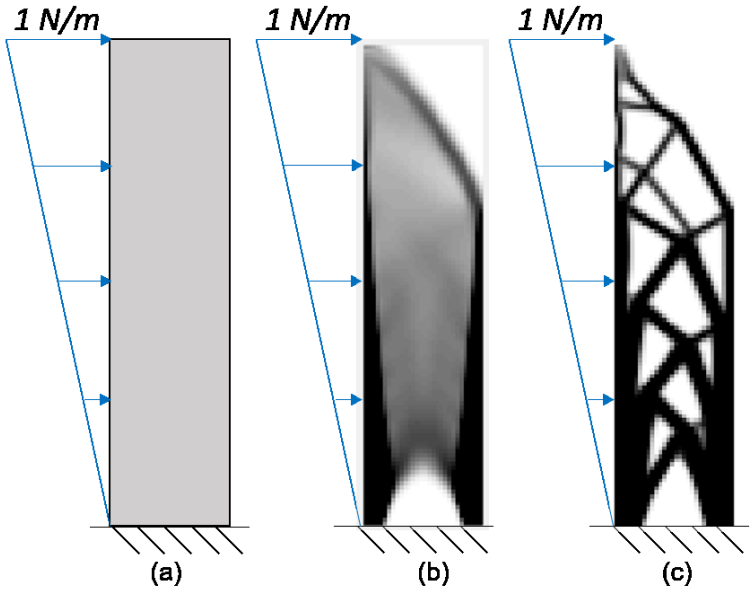
Bendsøe (1989) deu origem aos métodos com abordagem baseada em densidade. O objetivo é determinar a distribuição de material que minimiza a função objetivo, sujeita a uma ou mais restrições. A distribuição de material é descrita por uma variável de densidade, que pode receber os valores 0 (vazio) ou 1 (sólido) em

[8] Adaptado de Eschenauer e Olhoff (2001)

qualquer ponto do domínio. Os métodos operam em um domínio de projeto fixo, que pode ser entendido como a região do espaço onde a distribuição de material é conveniente.

A função objetivo representa uma característica estrutural global, por exemplo, a flexibilidade média da estrutura. Para a análise estrutural, normalmente adota-se o Método dos Elementos Finitos (MEF), que associa a discretização do campo de deslocamento característico do método à discretização do campo de densidades da OT. Deseja-se que cada elemento seja composto de material sólido ou vazio. Todavia, esse tipo de metodologia que utiliza variáveis de projeto discretas é mal condicionada e não tem solução no contínuo (SIGMUND; PETERSSON, 1998). Desse modo, a solução proposta por BENDSØE (1989) envolve uma relaxação do problema, permitindo às variáveis de projeto a possibilidade de assumirem qualquer valor dentro do intervalo contínuo de 0 a 1. Essa densidade deve estar associada às propriedades mecânicas do material, por exemplo, o módulo de elasticidade longitudinal. Além disso, é desejável que o modelo final tenha o menos possível de regiões com densidades intermediárias, restringindo-se a uma aparência de materiais sólidos e vazios, conforme ilustrado no exemplo da Figura 8.

Figura 8 – OT pelo método de densidade SIMP: (a) domínio estendido, (b) distribuição de material após 10 iterações e (c) distribuição final de material (230 iterações)



Fonte: O Autor (2021)

Dentre diversas abordagens baseadas em densidade, o método SIMP é o mais utilizado, portanto, também é o método empregado nesse trabalho.

4.5.1 Solid Isotropic Material with Penalization – SIMP

No método *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) adotado no presente trabalho, a estrutura foi discretizada por elementos regulares (quadriláteros ou hexahédricos) e emprega-se uma abordagem baseada em densidade para a Otimização Topológica, isto é, o e-ésimo elemento tem uma densidade x_e que pode variar no intervalo [0, 1]. O módulo de elasticidade do e-ésimo elemento E_e, define-se conforme:

$$E_e = E_{min} + x_e^p(E - E_{min}), \qquad x_e \in [0,1] \tag{4.27}$$

onde E é o módulo de elasticidade, ou de Young do material, E_{min} é um valor mínimo para o módulo de elasticidade e p é um fator de penalização das densidades intermediárias. Bendsøe (1989) e Sigmund (2001) recomendam $p = 3$. É importante definir um valor mínimo para o módulo de elasticidade para evitar que a matriz de rigidez do sistema se torne singular, Andreassen et al. (2011) adotou $E_{min} = E\ x\ 10^{-9}$.

O objetivo do método SIMP é determinar a distribuição ótima de material no domínio de projeto, respeitando as restrições impostas. O problema matemático de otimização pode ser representado pelo conjunto de equações:

$$\text{Minimizar: } C(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{u^T K u} = \frac{1}{2}\sum_{e=1}^{N} E_e(x_e)\boldsymbol{u_e^T K_0 u_e}$$

$$\text{Sujeito à: } \quad \frac{V(\boldsymbol{x})}{V_0} = frac_V \tag{4.28}$$

$$\boldsymbol{Ku} = \boldsymbol{F}$$

$$0 \leq x_e \leq 1$$

onde $C(\boldsymbol{x})$ é a flexibilidade média (ou energia de deformação total), $\boldsymbol{K_0}$ é a matriz de rigidez do elemento, $\boldsymbol{u_e}$ é o vetor de deslocamentos do *e*-ésimo elemento, $V(\boldsymbol{x})$ é o volume estrutural, V_0 é o volume total do domínio de projeto, $frac_V$ é a fração do volume total do domínio, $\boldsymbol{K}$ é a matriz de rigidez global, $\boldsymbol{u}$ é o vetor de deslocamento

global e $\boldsymbol{F}$ é o vetor global de esforços externos que atuam no domínio e x_e é a densidade do e-ésimo elemento.

Diferenciando a função objetivo e a restrição de volume em relação à densidade do elemento, encontra-se a sensibilidade de cada elemento, ou seja:

$$\frac{\partial C}{\partial x_e} = \frac{1}{2} p x_e^{p-1} (E_0 - E_{min}) \boldsymbol{u_e^T K_0 u_e} \tag{4.29}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x_e} = \mu_e \tag{4.30}$$

onde conforme Andreassen et al. (2011), $\mu_e = 1$, já que os elementos possuem tamanho unitário**.**

Para o problema de minimização da flexibilidade estrutural com restrição no volume, várias metodologias de otimização foram desenvolvidas, mostrando resultados satisfatórios. No presente trabalho, utilizou-se o método do critério de otimalidade (*Optimality Criteria*) (BENDSØE e KIKUCHI, 1988; BENDSØE e SIGMUND, 2003) para atualizar os valores do vetor de variáveis de projeto a cada iteração, conforme:

$$x_e^{new} = \begin{cases} \max(0, x_e - m) \; se \; x_e B_e^{\varphi} \leq \max(0, x_e - m) \\ \min(1, x_e + m) \; se \; x_e B_e^{\varphi} \geq \min(1, x_e - m) \\ x_e B_e^{\varphi} \qquad\qquad nos \; outros \; casos \end{cases} \tag{4.31}$$

sendo φ igual a 1/2 (ver SIGMUND, 2001) e

$$B_e = \frac{-\frac{\partial C}{\partial x_e}}{\lambda \frac{\partial V}{\partial x_e}} \tag{4.32}$$

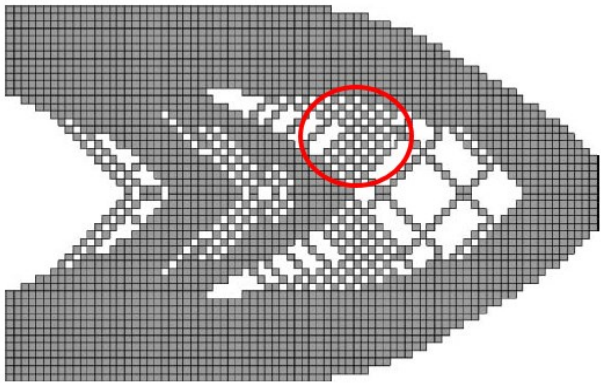
onde λ é o multiplicador de Lagrange, que deve ser determinado de forma iterativa, respeitando a restrição de volume e $m = 0{,}2$ é o limite de movimentação por iteração, valor sugerido por Sigmund (2001). O critério de convergência utilizado considera a i-ésima iteração, de modo que para todos elementos do domínio:

$$\left| x_e^i - x_e^{i-1} \right| < tol \tag{4.33}$$

onde tol é um limite do erro máximo permitido entre duas soluções consecutivas. Para os exemplos bidimensionais emprega-se uma tolerância de $tol = 0{,}02$ e para os casos tridimensionais, $tol = 0{,}01$.

Na Figura 9, ilustra-se o problema de tabuleiro de xadrez que pode surgir durante a Otimização Topológica.

Figura 9 – Topologia com problema de tabuleiro de xadrez



Fonte: Huang e Xie (2010)

Para resolver esse tipo de instabilidade, a alternativa mais popular é fazer uso de alguma técnica de filtragem aplicada à sensibilidade ou a densidade do elemento. Os filtros de sensibilidades ponderam a sensibilidade de um elemento com base nos elementos da vizinhança (SIGMUND, 1994). Em contrapartida, os filtros de densidades são aplicados à densidade do elemento (SIGMUND, 2007).

O filtro de sensibilidade modifica a sensibilidade $\frac{\partial C}{\partial x_e}$, conforme:

$$\frac{\widehat{\partial C}}{\partial x_e} = \frac{1}{\max(\gamma, x_e)\sum_{i\in N_e} H_{ei}} \sum_{i\in N_e} H_{ei} x_i \frac{\partial C}{\partial x_i} \tag{4.34}$$

onde N_e é o conjunto de elementos i cuja distância centro-a-centro $\Delta(e,i)$ ao elemento e é menor que o raio do filtro r_{min} e H_{ei} é um fator de peso definido como:

$$H_{ei} = \max(0, r_{min} - \Delta(e,i)) \tag{4.35}$$

O termo γ na equação (4.34) é um pequeno número positivo, introduzido para evitar a divisão por zero, geralmente adota-se 10^{-3}, sugestão de Andreassen et al. (2011) .

Enquanto isso, o filtro de densidade transforma a densidade original x_e em:

$$\tilde{x}_e = \frac{1}{\sum_{i\in N_e} H_{ei}} \sum_{i\in N_e} H_{ei} x_i \tag{4.36}$$

Por conta deste filtro, as densidades originais x_e são designadas como as variáveis de projeto. As densidades filtradas $\tilde{x}_e$ são designadas como as densidades físicas. Esta terminologia é necessária para enfatizar o fato de que a aplicação de um filtro de densidade faz com que as densidades originais x_e percam seu significado físico. Por consequência, deve-se sempre apresentar o campo de densidade filtrada $\tilde{x}_e$ em vez do campo de densidade original x_e como a solução para o problema de otimização.

No caso de um filtro de densidade ser aplicado, as sensibilidades da função objetiva C e do volume de material V em relação às densidades físicas $\tilde{x}_e$ ainda são fornecidas por (4.29) e (4.30), desde que a variável x_e seja substituída por $\tilde{x}_e$. As sensibilidades em relação às variáveis de projeto x_j são obtidas por meio da regra da cadeia:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_j} = \sum_{e \in N_j} \frac{\partial \Psi}{\partial \tilde{x}_e} \frac{\partial \tilde{x}_e}{\partial x_j} = \sum_{e \in N_j} \frac{1}{\sum_{i \in N_e} H_{ei}} H_{je} \frac{\partial \Psi}{\partial \tilde{x}_e} \tag{4.37}$$

onde a função ψ representa a função objetivo C ou o volume de material V. No presente trabalho, os dois tipos de filtros foram implementados, no entanto, para a análise paramétrica, empregou-se apenas o filtro de sensibilidade. Para os casos bidimensionais, adotou-se o código implementado por Andreassen et al. (2011) como base para a adição de restrições de manufatura. No entanto, problemas de OT 3D despendem mais esforço computacional, sendo necessário o emprego de *solvers* iterativos e técnicas de tratamento matricial. Portanto, para a implementação das técnicas de controle de *layout* para problemas tridimensionais, tomou-se como base o código implementado por Amir, Aage e Lazarov (2013), já que este faz uso do método *Multigrid* combinado com um *solver* iterativo. A seguir, apresenta-se os principais conceitos do método *Multigrid* geométrico aplicado ao método iterativo dos Gradientes Conjugados e a importância do pré-condicionamento.

4.6 MÉTODO MULTIGRID

A análise de elementos finitos está diretamente relacionada com os problemas de otimização estrutural. Desse modo, é frequente se deparar com a necessidade de solucionar um sistema linear cuja matriz constitutiva é esparsa e mal condicionada (BRIGGS; HENSON; MCCORMICK, 2000). Ao ser esparsa, a matriz demanda

atenção extra, para que se evite ao máximo desperdiçar memória do computador armazenando tantos valores nulos. Tratando-se uma matriz mal condicionada, pequenas variações nos seus coeficientes fazem as soluções ficarem bem distintas, ou seja, pequenas mudanças nos dados de entrada acarretaram em grandes variações na solução do sistema, o que, por sua vez, afetam o desempenho dos métodos iterativos. Esses problemas ficam mais evidentes ao se resolver sistemas que representem casos 3D, cujo número de incógnitas torna-se elevado, mesmo em malhas pouco refinadas.

Como o foco é a solução eficaz do sistema linear, $\boldsymbol{Ku} = \boldsymbol{F}$, resultante de uma discretização por elementos finitos, a solução do vetor de deslocamentos, $\boldsymbol{u}$, pode ser obtida utilizando-se métodos diretos, como eliminação de Gauss, ou métodos iterativos (métodos de Jacobi ou Gauss-Seidel, por exemplo). Para matrizes, o custo computacional da decomposição de Cholesky é da ordem O(n^3), enquanto que para matrizes esparsas os métodos diretos necessitam de operações na ordem de O($n^{3/2}$), onde n é o tamanho da matriz de rigidez. Para problemas pequenos, principalmente 2D, geralmente são preferíveis *solvers* diretos devido à sua robustez. No entanto, o tempo de solução e os requisitos de memória inviabilizam o uso de métodos diretos para problemas em larga escala. Nesses casos, a utilização de métodos iterativos torna-se a melhor alternativa.

Para sistemas de matrizes positivas definidas, o método iterativo escolhido foi o método de Gradientes Conjugados (GC) (HESTENES; STIEFEL, 1952), que minimiza o funcional $F(\boldsymbol{u}) = \left|\left|\boldsymbol{Ku} - \boldsymbol{F}\right|\right|_{\boldsymbol{K^{-1}}}$ e requer apenas uma única multiplicação de vetores por iteração. Teoricamente, o método pode encontrar a solução em menos de n iterações e a taxa de convergência é dada por

$$\left|\left|\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_t\right|\right|_{\boldsymbol{K}^{-1}} \leq \left|\left|\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_0\right|\right|_{\boldsymbol{K}^{-1}} \left(\frac{\sqrt{\theta} - 1}{\sqrt{\theta} + 1}\right)^t \tag{4.38}$$

onde $\theta = cond(\boldsymbol{K})$ é o número de condição da matriz $\boldsymbol{K}$ e t é o número da iteração. Sabe-se que para $\theta \gg 1$ a convergência é muito lenta. Para garantir a convergência e acelerar a solução, é comum empregar-se um pré-condicionador, que reduz o número de condição da matriz de rigidez. Isso é feito através de um operador $\boldsymbol{M}$ para o qual $\theta(\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K}) \ll \theta(\boldsymbol{K})$. A construção de um pré-condicionador eficaz ou a ação de $\boldsymbol{M}^{-1}$ deve custar o mínimo possível e o número de condição $\theta(\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{K})$ deve ser

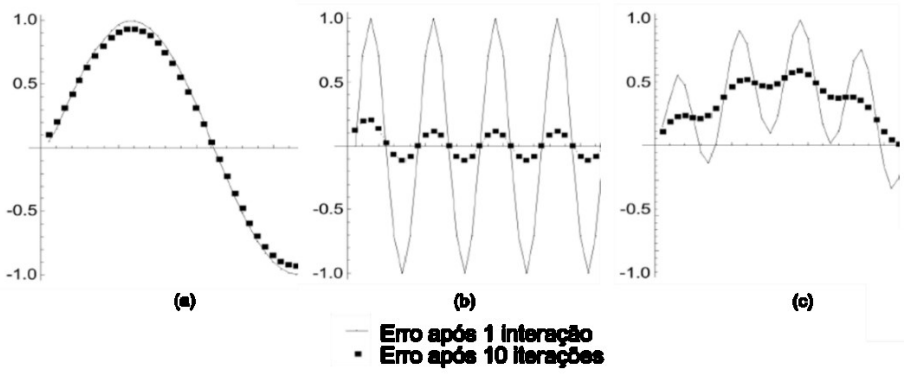
próximo de um e independente de n. Por isso que o método *Multigrid* adotado é chamado de pré-condicionado.

O *Multigrid* (MG) é um método iterativo multinível desenvolvido por Fedorenko (1962), originalmente para solucionar problemas elípticos homogêneos. Atualmente, constitui uma família de métodos que podem ser utilizados para resolver equações diferenciais parciais não-homogêneas e não-elípticas. O *Multigrid* é considerado numericamente escalável, pois pode fornecer a solução de um sistema linear para um custo computacional de O(n).

O princípio do método *Multigrid* consiste, basicamente, em dois pontos: (1) utilizar um método iterativo estacionário para suavizar os erros de alta frequência; e (2) aumentar o espaçamento entre os pontos da malha, tornando os erros suaves na malha mais refinada em erros de alta frequência na malha mais grossa, aplicando-se novamente um método iterativo estacionário para suavizar este erro, o que melhora a solução aproximada (BRIGGS; HENSON; MCCORMICK, 2000).

O Gráfico 3 exemplifica, através do método de Jacobi, a propriedade de suavização inerente aos métodos iterativos. No Gráfico 3a, cuja estimativa inicial da solução inicial foi um vetor suave, não houve uma mudança significativa no erro após 10 iterações. Em contrapartida, o erro no Gráfico 3b diminuiu significativamente após 10 iterações. A diferença está na alta frequência da estimativa inicial no Gráfico 3b. Por fim, no Gráfico 3c, o método de Jacobi foi capaz de reduzir apenas o erro de alta frequência da estimativa inicial. É essa propriedade de reduzir apenas os erros de alta frequência que atribui aos métodos iterativos o título de “suavizadores”.

Gráfico 3 – Aplicação do método de Jacobi, com estimativa inicial: (a) 1 onda, (b) 4 ondas e (c) combinação de ondas.



Fonte: O Autor (2021)[9]

[9] Adaptado de Pereira (2007).

O suavizador remove as componentes de alta frequência do resíduo, para que os componentes suavizados de baixa ordem (baixa frequência) possam ser efetivamente aproximados em uma malha mais grossa. O procedimento de correção de malha grossa transfere informações para uma malha mais grossa por meio de restrição. Na malha mais grosseira, o erro “suave” passa a ser de alta frequência, podendo então ser suavizado por algum método iterativo. Resolve-se o sistema de equações na malha grossa e transfere de volta a solução para a malha fina por meio de prolongamento (ou interpolação). A correção de malha grossa elimina os componentes de erro suave (pouca variação) que não podem ser eliminados pela operação de suavização.

O algoritmo MG básico de dois níveis de malha é mostrado na Tabela 3. Na tabela, $\boldsymbol{K_c}$ e $\boldsymbol{u_c}$ são, respectivamente, a matriz de rigidez global e o vetor de deslocamentos global numa malha mais grosseira. Além disso, $\boldsymbol{S^{-1}} = \boldsymbol{M^{-1}}$ é um pré-condicionador.

Tabela 3 – Algoritmo MG para duas malhas

$\boldsymbol{u} = MG(\boldsymbol{u}, \boldsymbol{F}, \boldsymbol{K})$
Pré-suavização $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{S^{-1}}(\boldsymbol{F} - \boldsymbol{Ku})$
Correção (Restrição) da malha grossa $\boldsymbol{K_c u_c} = \boldsymbol{P^T}(\boldsymbol{F} - \boldsymbol{Ku})$
Interpolar $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{Pu_c}$
Pós-suavização $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{S^{-1}}(\boldsymbol{F} - \boldsymbol{Ku})$
Retorne $\boldsymbol{u}$

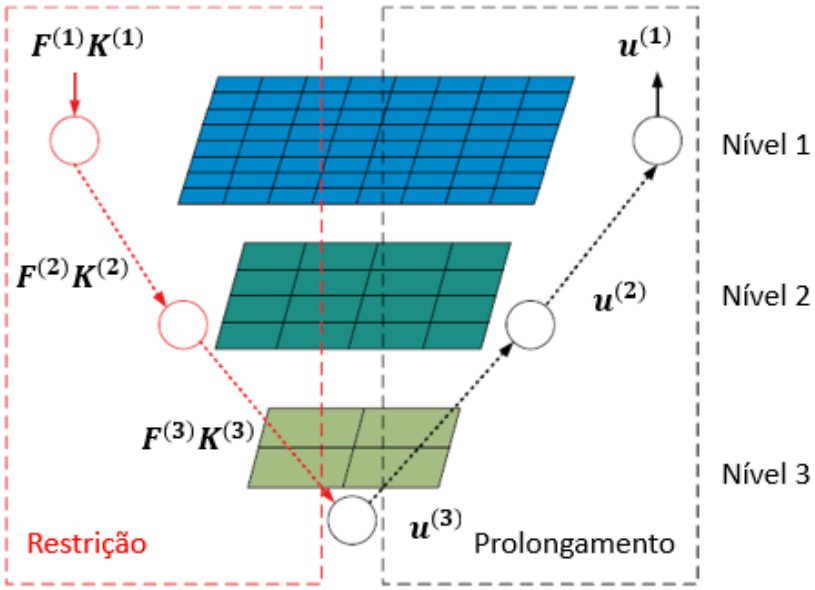
Fonte: O Autor (2021)

O prolongamento $\boldsymbol{P}$: $\mathbb{R}^{n_c} \rightarrow \mathbb{R}^n$ mapeia a solução da malha grossa para a malha fina, e é representado por uma matriz esparsa $n \times n_c$, em que n_c é o número de graus de liberdade utilizados para definir a solução na malha grossa (*coarse-grid*). A matriz de prolongamento é obtida usando a interpolação de elementos finitos na malha grossa para determinar o peso dos nós da malha fina. A restrição mapeia a solução da malha fina para a malha grossa, sendo formada pela transposição do prolongamento, isto é, $\boldsymbol{P^T}$.

A matriz de rigidez da malha grossa é obtida pelo operador $\boldsymbol{K_c} = P^T \boldsymbol{K} P$, através de projeções de Galerkin. Definindo um conjunto de discretizações grosseiras

aninhadas $G^{(1)} \subset G^{(2)} \subset \cdots \subset G^{(L)}$ e resolvendo o sistema grosso de forma recursiva, reaplicando o algoritmo de dois níveis em cada nível grosso 1,2, .. ., L resulta no chamado algoritmo *Multigrid* de ciclo em V (ou V-ciclo). A Figura 10 ilustra a estratégia de ciclo em V *Multigrid* considerando 3 níveis de malha.

Figura 10 – Representação da estratégia *multigrid* de ciclo em V com 3 níveis



Fonte: O Autor (2021)

Para problemas suaves, o algoritmo pode ser utilizado como um *solver* autônomo ou como um pré-condicionador no método PCG (*Preconditioned Conjugate Gradients*) em que $\boldsymbol{M}^{-1}$ é substituído pelo operador $\boldsymbol{r}_t \rightarrow MG\ (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{r}_t, \boldsymbol{K})$, em que $\boldsymbol{r}_t = \boldsymbol{f} - \boldsymbol{K}\boldsymbol{u}_t$ é o resíduo do sistema em uma certa iteração t do PCG. No presente trabalho, emprega-se o método de Jacobi como precondicionador. A construção do suavizador, do operador de interpolação e do operador de restrição, não demandam cálculos extensivos. O pré-condicionador MG é equivalente à matriz do sistema $\boldsymbol{K}$ e a taxa de convergência do algoritmo MGCG (*Multigrid Preconditioned Conjugate Gradients*) resultante é independente do tamanho da malha.

A implementação pode ser dividida em duas partes principais: uma fase de preparação e uma fase de otimização. Durante a fase de preparação, monta-se a matriz de prolongamento $\boldsymbol{P}^L$ para cada nível de refinamento L. Embora o custo de montagem para os operadores de prolongamento possa se tornar relativamente grande, eles são construídos apenas uma vez e reutilizados em cada ciclo de

otimização. Portanto, o aumento total do custo computacional devido à fase de preparação é insignificante.

Na fase de otimização emprega-se o *solver* MGCG e trata-se essencialmente de um procedimento PCG com um ciclo em V multinível. O suavizador *multigrid* $\boldsymbol{S}^{-1}$ (como no algoritmo da Tabela 3) é baseado no método de Jacobi com relaxação, que pode ser definido como:

$$\boldsymbol{S}^{-1} = \omega_J \boldsymbol{D}^{-1} \tag{4.39}$$

onde ω_J é um fator de amortecimento e $\boldsymbol{D}$ é a diagonal da matriz $\boldsymbol{K}$. No presente trabalho, adotou-se $\omega_J = 0{,}6$ conforme recomendo por Amir, Aage e Lazarov (2013).

4.7 CONTROLE DE LAYOUT

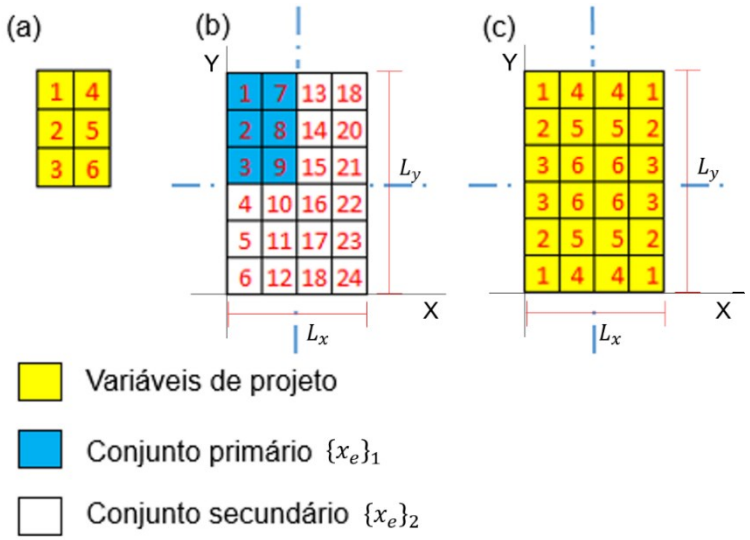
Conforme discutido, as topologias otimizadas, em geral, apresentam *layouts* sem nenhum tipo de padrão, trazendo consigo dificuldades construtivas para a fabricação (GISARIO et al., 2019). Almeida, Paulino e Silva (2010) e Silva (2016), com o objetivo de promover uma padronização no *layout*, empregaram técnicas que podem ser implementadas, impondo-se simetria e repetição de padrões durante a OT. No presente trabalho são empregadas essas técnicas.

4.7.1 Imposição de simetria

A distribuição simétrica do material é obtida pelo mapeamento das variáveis de projeto no conjunto de densidades $\{x_e\}$. O conjunto de densidades é dividido em dois subconjuntos: as densidades primárias $\{x_e\}_1$ e as densidades secundárias $\{x_e\}_2$, obtidas de $\{x_e\}_1$ formando um *layout* simétrico. Na Figura 11, ilustra-se um exemplo esquemático relacionando o conjunto de variáveis de projeto $\{x_e\}$ aos conjuntos de densidades $\{x_e\}_1$ e $\{x_e\}_2$, considerando simetria dupla, isto é, simetria em relação aos eixos “X” e “Y”. As variáveis de projeto (Fig. 11a) são mapeadas em densidades primárias $\{x_e\}_1$ (elementos azuis na Fig. 11b). O mapeamento secundário é construído levando em conta o *layout* de simetria pretendido. As coordenadas do centro dos elementos do conjunto secundário de densidades $\{x_e\}_2$ são testadas para determinar as condições de simetria do conjunto primário de densidades $\{x_e\}_1$. Depois que o

elemento simétrico é identificado, a mesma variável de projeto é atribuída a ambos os elementos.

Figura 11 – Restrição de simetria: (a) conjunto de variáveis de projeto $\{x_e\}$, (b) conjuntos de densidades e (c) montagem simétrica das variáveis de projeto



Fonte: O Autor (2021)

Seja (xc_i, yc_i) as coordenadas do centro do elemento i. Para impor simetria com relação ao eixo "X", é necessário que:

$$se \begin{cases} xc_i = xc_j \\ \quad e \\ yc_i = L_y - yc_j \end{cases} então\ x_i = x_j = x_l \tag{4.40}$$

onde (xc_j, yc_j) são as coordenadas do elemento j, L_y é o comprimento do domínio estendido na direção "Y" e x_l é a densidade atualizada que os elementos i e j recebem por serem simétricos entre si.

De forma similar, para impor simetria com relação ao eixo "Y", tem-se:

$$se \begin{cases} xc_i = L_x - xc_j \\ \quad e \\ yc_i = yc_j \end{cases} então\ x_i = x_j = x_l \tag{4.41}$$

onde, L_x representa a dimensão do domínio estendido na direção "X"; i é o índice das variáveis de densidade do conjunto $\{x_e\}_1$; j é o índice das variáveis de densidade do conjunto $\{x_e\}_j$; l é o índice que identifica a variável de projeto $\{x_e\}$ a ser atribuída às densidades dos elementos i e j. Para impor dupla simetria, ambas as condições

expressas em (4.40) e (4.41) devem ser aplicadas. As expressões (4.40) e (4.41) são para impor simetria em problemas bidimensionais.

Em problemas tridimensionais, é possível impor simetria com relação aos planos “XY”, “XZ” e “YZ”. Para impor simetria com relação ao plano “XY”, é necessário que

$$se \begin{cases} xc_i = xc_j, \\ yc_i = yc_j \; e \\ zc_i = L_z - zc_j \end{cases} então \; x_i = x_j = x_l \tag{4.42}$$

onde: zc são coordenadas do centro dos elementos relativas ao eixo “Z”; L_z representa a dimensão do domínio estendido na direção “Z”.

De forma similar, para impor simetria com relação ao plano “XZ”, tem-se que

$$se \begin{cases} xc_i = xc_j, \\ zc_i = zc_j \; e \\ yc_i = L_y - yc_j \end{cases} então \; x_i = x_j = x_l \tag{4.43}$$

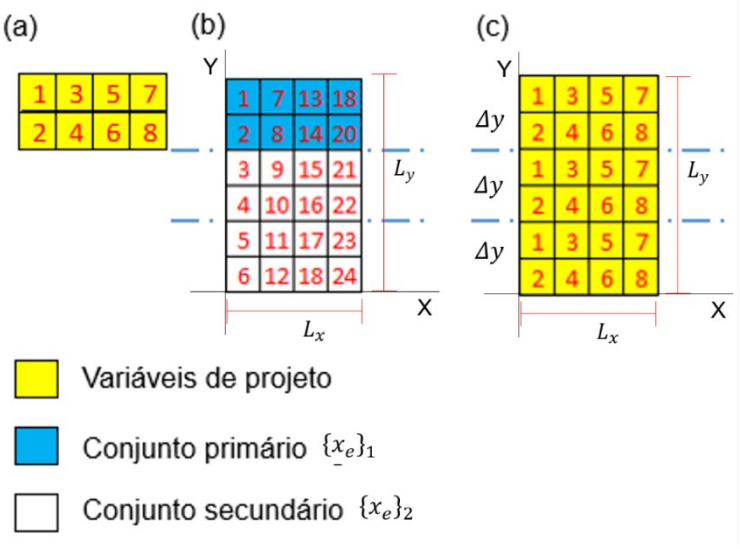
e para simetria com relação ao plano “YZ”, é necessário que

$$se \begin{cases} yc_i = yc_j, \\ zc_i = zc_j \; e \\ xc_i = L_x - xc_j \end{cases} então \; x_i = x_j = x_l \tag{4.44}$$

4.7.2 Repetição de padrões

A repetição de padrões no *layout* será imposta ao longo do eixo “Y” do domínio estendido para casos bidimensionais e ao longo do eixo “Z” para problemas tridimensionais. Na Figura 12, ilustra-se o processo para a obtenção de repetição de padrões para um caso 2D. Uma vez determinado pelas variáveis de projeto (Figura 12a), o conjunto primário $\{x_e\}_1$ (Figura 12b) é repetido na direção “Y” uma certa quantidade de vezes, a fim de se obter as variáveis do conjunto secundário $\{x_e\}_2$ (Figura 12c).

Figura 12 – Restrição de repetição de padrões: (a) conjunto de variáveis de projeto $\{x_e\}$, (b) conjuntos de densidades e (c) montagem das variáveis de projeto com padrão de repetição



Fonte: O Autor (2021)

O mapeamento em problemas 2D, para impor repetição de padrões no *layout*, a partir das variáveis do conjunto $\{x_e\}_1$ é realizado através da expressão:

$$se \begin{cases} xc_i = xc_j \\ e \\ yc_j = yc_i + \Delta y t_y \end{cases} então\ x_i = x_j = x_l, com\ t_y = 1, \dots, nr_y \tag{4.45}$$

onde, Δy representa a dimensão na direção “Y” do conjunto $\{x_e\}$; t_y é o índice de repetição ao longo do eixo “Y”; nr_y é o número de repetições na direção “Y”.

Para problemas tridimensionais, é necessário que

$$se \begin{cases} xc_i = xc_j, \\ yc_i = yc_j\ e \\ zc_j = zc_i + \Delta z t_z \end{cases} então\ x_i = x_j = x_l, com\ t_z = 1, \dots, nr_z \tag{4.46}$$

onde, Δz corresponde a dimensão na direção “Z” do conjunto $\{x_e\}_1$; t_z é o índice de repetição ao longo do eixo “Z”; nr_Z é o número de repetições na direção “Z”.

Para o presente trabalho, foi necessário implementar rotinas que localizassem as coordenadas do centro de cada elemento antes da verificação das restrições de *layout*.

5 METODOLOGIA

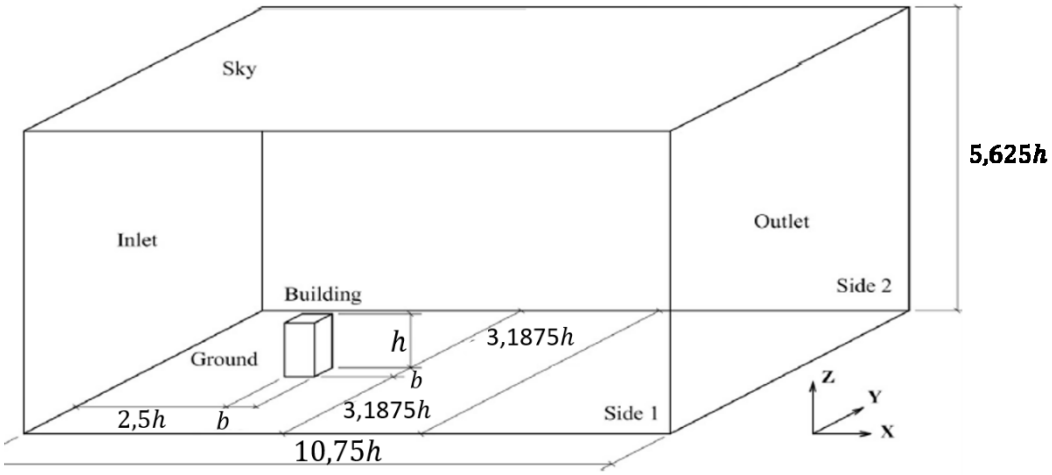
Neste item descreve-se a metodologia empregada no desenvolvimento da pesquisa. Antes de executar algum problema de Otimização Topológica é necessário definir o carregamento que está atuando no modelo de edificação. Para os casos bidimensionais, o carregamento é definido de acordo com os *benchmarks* utilizados como referência. No caso dos problemas 3D, a obtenção das cargas foi realizada de duas formas: através de DFC via OpenFOAM e pelos dados disponíveis no túnel de vento da TPU, descritas a seguir. Posteriormente, justifica-se a importância de superfícies de interpolação na transferência dos carregamentos para aplicação nos respectivos graus de liberdade, independentemente da discretização do domínio estendido.

5.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL

Durante a definição das dimensões do domínio computacional, é necessário adotar valores mínimos que garantam que a característica do escoamento não vai ser afetada pelas fronteiras. Na literatura de DFC e Engenharia do Vento, existem diversos trabalhos que orientam com relação às dimensões mínimas entre o objeto de estudo e as fronteiras do limite computacional, o grau de refinamento de malha, os modelos de turbulência apropriados, entre outras recomendações (FRANKE et al., 2004, RAMPONI; BLOCKEN, 2012, TOMINAGA, 2015, BLOCKEN, 2015, TOJA-SILVA, 2015).

Seguindo essas recomendações, na Figura 13 mostram-se as dimensões do domínio adotadas em função da altura do modelo de edificação h, para o presente trabalho. Observa-se que as fronteiras e o modelo de edificação estão com nomenclaturas em inglês. No OpenFOAM, as nomenclaturas das fronteiras de um domínio computacional e o corpo estudado são as mesmas da Figura 13, por isso manteve-se em inglês.

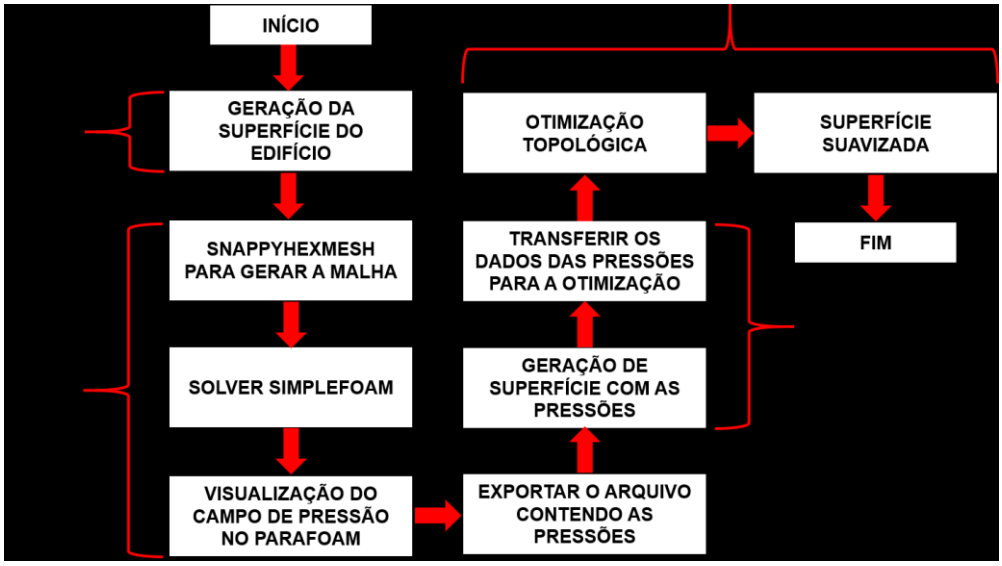
Figura 13 – Domínio computacional em função da altura do modelo de edificação



Fonte: O Autor (2021)

No Fluxograma 1, apresenta-se um fluxograma com as etapas seguidas durante o presente trabalho para a execução de um caso de OT 3D completo.

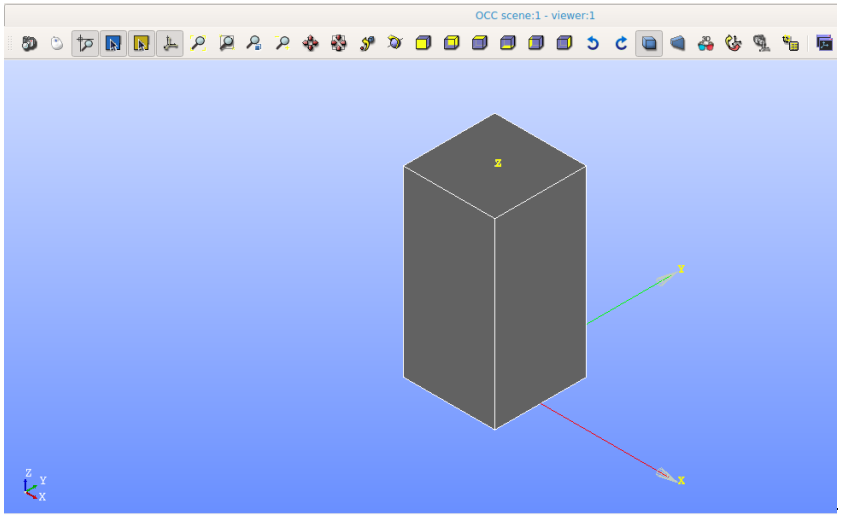
Fluxograma 1 – Etapas de um caso completo



Fonte: O Autor (2021)

Inicialmente, se gera a superfície do edifício no *software* livre SALOME (versão 8.2.0), um programa de CAD (*Computer Aided Design*), que é uma plataforma composta por módulos, onde podem ser gerados modelos que se integram com *solvers* para resolução das equações governantes, nesse caso, o *solver* é o OpenFOAM. Na Figura 14, ilustra-se uma superfície criada no SALOME.

Figura 14 – Superfície do edifício desenhada no SALOME



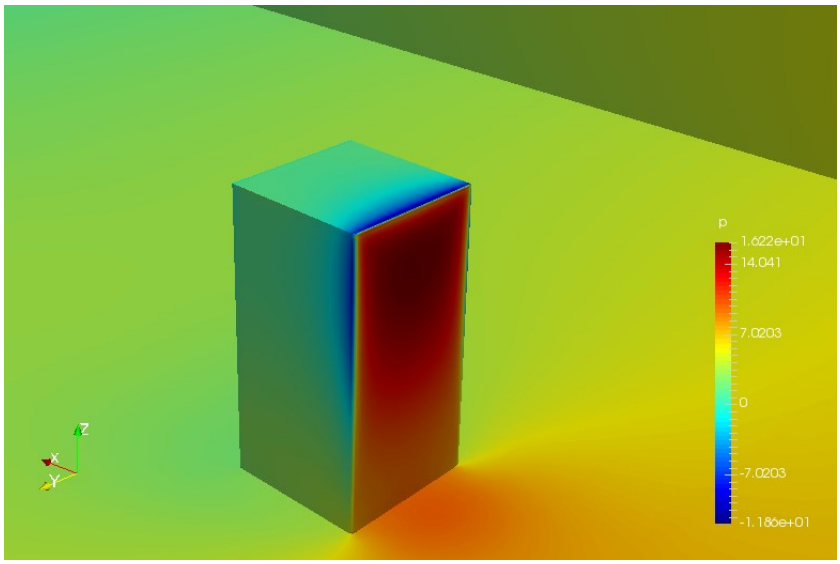
Fonte: O Autor (2021)

A superfície foi exportada do programa com a extensão ".STL" (*Standard Triangle Language*). Esse arquivo é fundamental para o comando "*snappyHexMesh*" do OpenFOAM.

As simulações em DFC foram realizadas no *software* livre de código aberto OpenFOAM (do inglês *Open Source Field Operation and Manipulation*), versão 4.0, conforme foi descrito no item 4.3. Inicialmente, para o estudo paramétrico no processo de Otimização Topológica emprega-se a distribuição de pressões na face frontal do modelo de edificação. Adota-se está simplificação já que as pressões na face frontal são muito superiores em comparação com as outras faces. No último estudo do trabalho, considera-se a distribuição de pressões a barlavento e a sotavento da edificação.

Na Figura 15, apresenta-se o campo de pressões nas proximidades de um modelo de edificação, obtido após 20.000 passos de tempo.

Figura 15 – Campo de pressões ao redor do edifício



Fonte: O Autor (2021)

A partir do campo de pressões, é possível determinar o coeficiente de pressão, C_p na face frontal do modelo de edificação, definido por

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \tag{5.1}$$

onde P é a pressão estática do fluido no ponto em que o coeficiente de pressão está sendo calculado, P_∞ é a pressão do escoamento livre, ou seja, se encontra fora de qualquer perturbação do modelo de edificação (o padrão do OpenFOAM é $P_\infty = 0$), ρ é a densidade do fluido (o OpenFOAM utiliza para qualquer simulação o valor 1 kg/m^3) e U_∞ é a velocidade do escoamento livre. Simplificando a equação 5.1, obtém-se

$$C_p = \frac{2P}{U_\infty^2} \tag{5.2}$$

Para as simulações envolvendo o modelo de edificação 1:1:2, adotou-se $U_\infty = 6{,}78108\ m/s$, conforme os perfis de velocidade empregados por Toja-Silva et al. (2015). Para as simulações com o modelo de edificação 1:1:4, adotou-se $U_\infty = 9{,}3547 m/s$ conforme TPU. O coeficiente de pressão é importante, pois através dele é possível determinar o carregamento atuante na face do edifício.

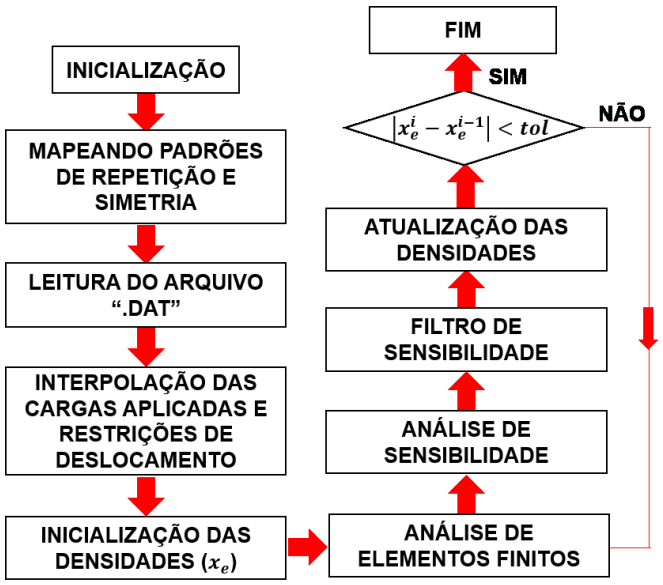
Todas as variáveis (coordenadas, pressões, velocidades, velocidades médias, entre outras) da face frontal foram salvas em um arquivo no formato “.CSV”. Através do programa implementado no MATLAB, escreve-se um novo arquivo no formato

".DAT" contendo somente as variáveis necessárias para o processo de otimização (coordenadas e pressões).

5.2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Na Fluxograma 2, apresenta-se um fluxograma com o processo de Otimização Topológica implementado no presente trabalho.

Fluxograma 2 – Processo de Otimização Topológica



Fonte: O Autor (2021)

Inicia-se a Otimização Topológica, chamando a rotina implementada em linguagem MATLAB, informando os parâmetros inerentes para a execução da mesma. Deve-se salientar que para a implementação do código foi tomado como base o programa desenvolvido por Amir, Aage e Lazarov (2013), mas sofreu diversas modificações para considerar restrições de *layout* (repetição de padrões e simetria) e permitir a adição de carregamentos de forma prática. O código é executado com o seguinte comando:

```
top3dmgcg_sim(nelx,nely,nelz,volfrac,penal,rmin,symm_z,repeti,
              n_cell,ft,nl,cgtol,cgmax)
```

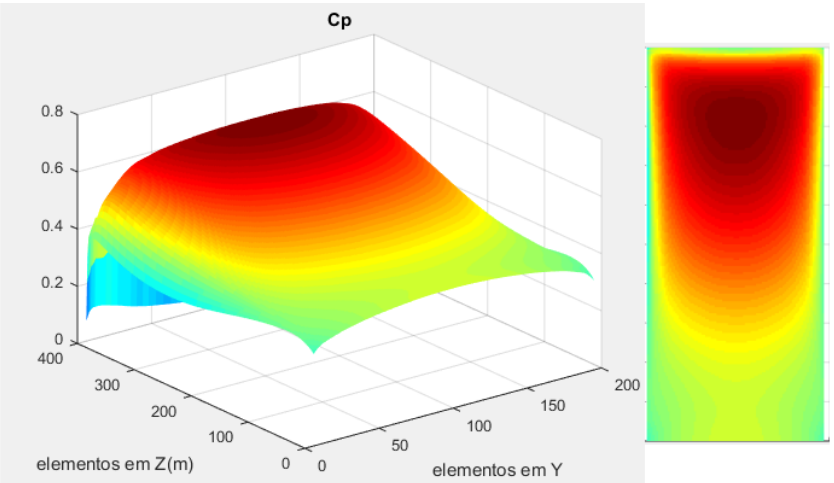
onde *nelx*, *nely* e *nelz* (n_x, n_y e n_z) são as quantidades de elementos ao longo das direções "X", "Y" e "Z", respectivamente, *volfrac* é a fração de volume ($frac_V$) do

modelo otimizado, *penal* é o fator de penalidade (p), *rmin* é o tamanho do filtro, *symm_z* é uma variável *flag* para o usuário que deseja ou não considerar simetria com relação ao eixo “Z” (valor 1 considera simetria e valor 0 não adota simetria), *repeti* é uma variável *flag* empregada para considerar repetição de padrões, *n_cell* é o número de células (n_{cell}) em que o domínio deve ser subdividido, *ft* é o tipo de filtro que deve ser aplicado (valor 1 para filtro de sensibilidade, valor 2 para filtro de densidade), *nl* é a quantidade de malhas (nl) que devem ser empregadas no processo *multigrid*, *cgtol* e *cgmax* são a tolerância e o número máximo de iterações, respectivamente, no método dos Gradientes Conjugados durante o processo *Multigrid*. Adotou-se *cgtol* = 10^{-10} e *cgmax* = 100 em todas as análises, conforme empregado por Amir, Aage e Lazarov (2013).

O primeiro passo do programa é mapear as variáveis para o controle de *layout*, conforme explicado no item 4.7. Ao final dessa etapa, duas matrizes (*mat_agrup* e *mat_simz*) são geradas. Na primeira, os elementos encontram-se ordenados em sequência, de forma que a cada *n_cell* elementos, eles devem apresentar a mesma densidade entre si, durante todo o procedimento de otimização. Na segunda, os elementos estão agrupados dois-a-dois por serem simétricos um do outro.

Na Figura 16, apresenta-se uma superfície plotada considerando uma interpolação cúbica para os coeficientes de pressão obtidos no OpenFOAM com 200 elementos na direção “Y” e 400 elementos na direção “Z”.

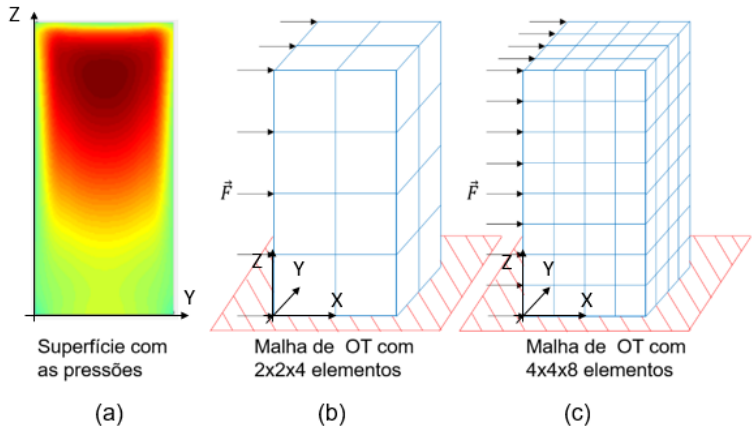
Figura 16 – Interpolação do arquivo das pressões



Fonte: O Autor (2021)

A superfície contínua permite facilmente interpolar os valores dos coeficientes de pressão para os nós de qualquer malha uniforme empregada no processo de Otimização Topológica, já que as discretizações empregadas para a simulação do escoamento e da otimização não são coincidentes. Na Figura 17, ilustra-se esquematicamente o explicado acima, onde a mesma superfície pode ser empregada para qualquer grau de refinamento da malha, pois a superfície contínua permite obter o valor do coeficiente de pressão para qualquer coordenada dentro de seu domínio.

Figura 17 – (a) Superfície interpoladora e domínio discretizado em: (b) 2 x 2 x 4, e (c) 4x4x8 elementos



Fonte: O Autor (2021)

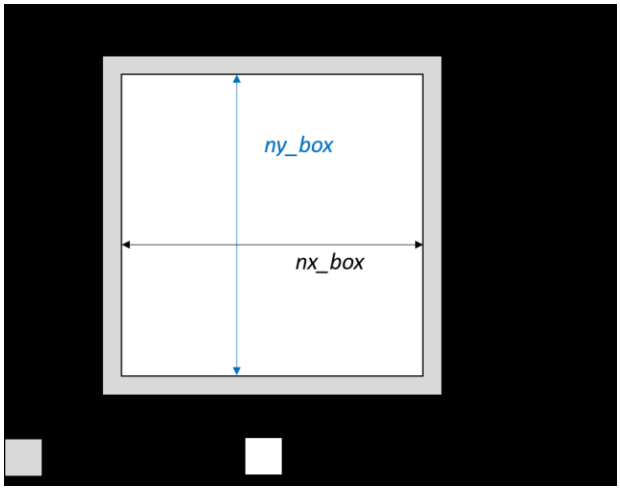
Com as cargas adicionadas e impostas as restrições de deslocamento, que na maioria dos casos trata-se de restringir o deslocamento nas três direções dos nós da base do domínio (plano “XY” = 0), as densidades são inicializadas, onde todos os elementos recebem o valor igual à fração de volume para a primeira iteração.

Para a resolução do problema de elasticidade linear bidimensional e tridimensional emprega-se o Método dos Elementos Finitos com uma malha de elementos quadriláteros bilinear e elementos hexaédricos trilinear uniformemente distribuídos, respectivamente.

Na estrutura de contraventamento da fachada do modelo, só devem existir elementos na parte externa, isto é, o interior do domínio deve ser totalmente vazio, como mostrado na Figura 18. Para satisfazer essa restrição extra, se faz uso de elementos passivos (LIU; TOVAR, 2014). Os vazios introduzidos no domínio, denominados de elementos passivos, são áreas que o algoritmo não altera, pois são regiões nas quais a densidade deve permanecer nula.

Na Figura 18, ilustra-se no plano “XY” as variáveis *nx_box* e *ny_box*, que representam a quantidade de elementos passivos nas direções “X” e “Y”, respectivamente. No domínio estendido, somente a região indicada de cor cinza pode ter densidades diferente de zero. Todos os elementos contidos na região de cor branca devem permanecer vazios durante todo o processo de OT.

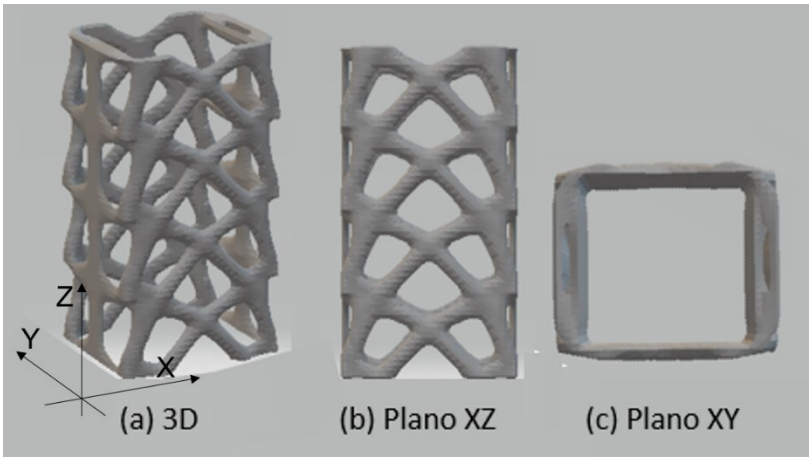
Figura 18 – Vista no plano XY do domínio estendido com restrição de elementos passivos



Fonte: O Autor (2021)

No programa que foi implementando, tem-se uma rotina responsável por localizar e atribuir densidade nula aos elementos passivos. Identificando-se todos os elementos passivos, os demais elementos recebem a identificação de ativos. Desse modo, somente os elementos ativos são afetados pelas mudanças nas densidades conforme o critério de otimalidade. Na Figura 19, ilustra-se um modelo otimizado com elementos passivos no seu interior.

Figura 19 – Vista de um modelo otimizado (a) 3D, (b) plano XZ e (c) plano XY

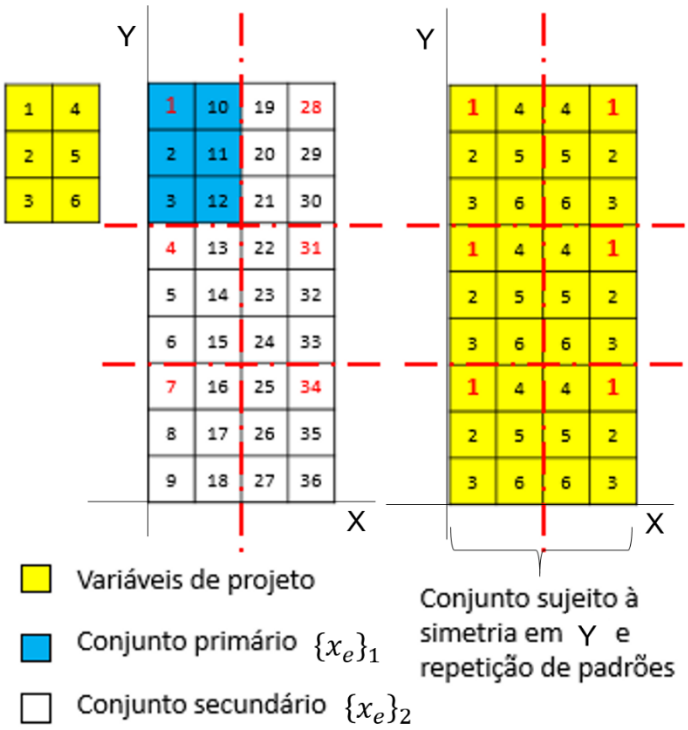


Fonte: O Autor (2021)

Em todas as iterações se faz uma análise de elementos finitos, onde aplica-se o *solver* MCGC. Depois da análise de elementos finitos, calculam-se as sensibilidades e aplica-se o filtro (sensibilidade ou densidade). É nessa etapa que elementos simétricos recebem um novo valor de sensibilidade, dado pela média aritmética dos valores originais de ambos. Quando o critério de repetição de padrões está ativo, o algoritmo calcula a média aritmética dos elementos que estão em células distintas, mas equivalentes a célula principal, de modo que cada conjunto de elementos também tenha a mesma densidade.

Na Figura 20, nota-se que a partir das variáveis primárias, pode-se mapear as secundárias, que estão sujeitas à o controle de *layout* por simetria em relação ao eixo vertical e repetição de padrões ao longo do eixo vertical. Por exemplo, calcula-se a média aritmética das sensibilidades dos elementos 1, 4, 7, 28, 31 e 34 e, a seguir, o valor obtido é atribuído a todos os 6 elementos. Com as sensibilidades iguais para esses elementos, a densidade é atualizada para um mesmo valor para todos eles, respeitando o critério exigido de controle de *layout*.

Figura 20 – Esquema de controle de *layout*

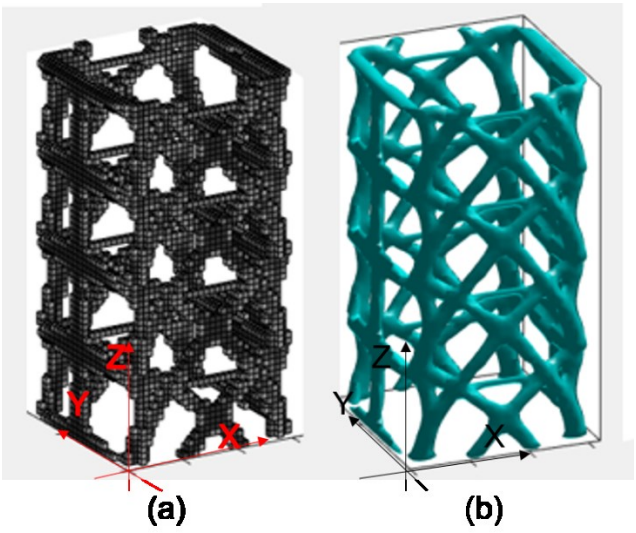


Fonte: O Autor (2021)

Com as densidades atualizadas, verifica-se o critério de parada, conforme definido no item 4.5.1, $\left|x_e^i - x_e^{i-1}\right| < tol$. Caso o critério não tenha sido atingido, volta-se para a análise de elementos finitos.

Após a convergência, o modelo otimizado é plotado de duas formas distintas: a primeira, considerando a escala de cinza para representar a densidade; a segunda, plota-se de forma suavizada. Na Figura 21, ilustra-se um modelo de edificação otimizado, cujo volume final corresponde a 10% do volume do domínio estendido. Nota-se que o modelo suavizado possui repetição de padrões (4 células), simetria com relação ao plano "YZ" e a densidade está concentrada somente na parte mais externa do modelo de edificação. Para facilitar a visualização da topologia otimizada, plota-se apenas as densidades acima de 0,50, conforme empregado por Amir, Aage e Lazarov (2013) e Liu e Tovar (2014).

Figura 21 – Modelo de edificação otimizado: (a) escala de cinza e (b) forma suavizada



Fonte: O Autor (2021)

O modelo otimizado suavizado é salvo em um arquivo no formato ".STL", que permite, por exemplo, sua impressão através de manufatura aditiva. A rotina para plotagem da superfície suavizada foi adaptada a partir do programa disponível na Web[10]. Para funcionar, é necessário armazenar uma matriz tridimensional contendo todas as densidades para cada elemento que esteja acima de um limite. Portanto, caso a densidade do elemento seja maior ou igual 0,50 (AMIR; AAGE; LAZAROV,

[10] Disponível em: http://www.top3dapp.com/. Acesso em ago. 2018

2013, LIU; TOVAR, 2014), a matriz armazena o valor da densidade, caso contrário, armazena o valor zero.

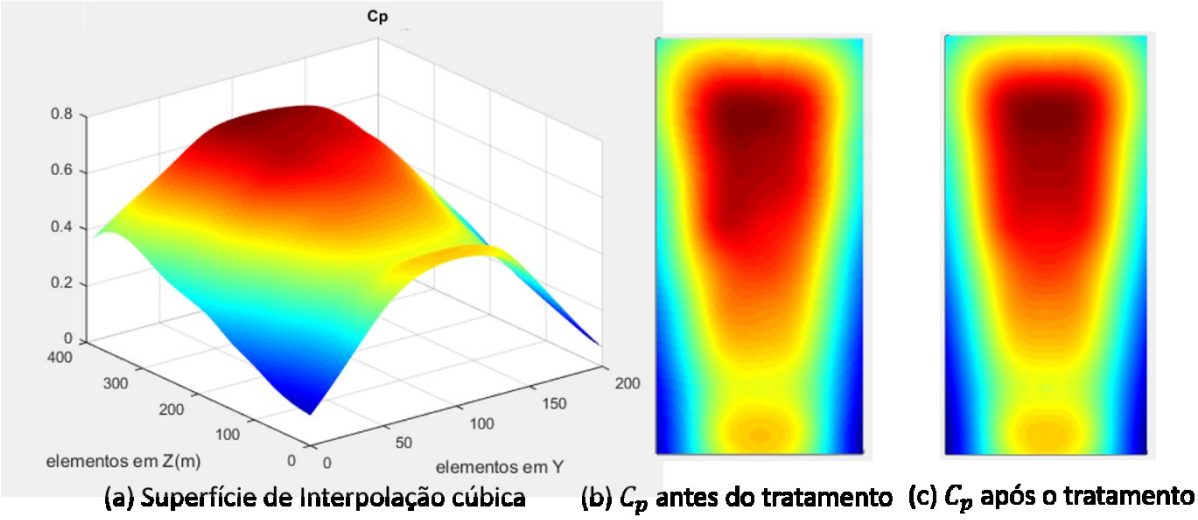
5.3 BANCO DE DADOS DA TPU

O Departamento de Arquitetura e Engenharia do Vento da Universidade Politécnica de Tóquio (*Tokyo Polytechnic University* – TPU[11]) consta com um vasto banco de dados de ensaios experimentais de túnel de vento, abrangendo modelos simples de edificações de várias alturas em configurações isoladas e não-isoladas. Para diversas geometrias e ângulos de direção do vento podem-se obter os valores dos coeficientes de pressão: médios, máximos, mínimos, RMS (*root mean square* ou raiz média quadrada, em português), além dos valores atuantes nas faces do modelo.

Aproveitando a informação disponível na base de dados, foi implementada uma rotina em linguagem de programação MATLAB para ler os coeficientes de pressão e as coordenadas dos pontos onde foram realizadas as medições. Posteriormente, os coeficientes de pressão são interpolados na superfície, tornando possível a Otimização Topológica do modelo de edificação empregando os dados da TPU, conforme apresentado na Figura 22a. Como os valores médios dos dados da TPU não resultam em uma superfície frontal simétrica, como visto na Figura 22b, decidiu-se efetuar um tratamento, para que a superfície se torne simétrica com relação ao plano “XZ”. O novo valor de C_p determina-se calculando a média aritmética dos coeficientes dos elementos que são simétricos com relação ao plano “XZ”. A Figura 22c apresenta o resultado do tratamento no coeficiente de pressão.

[11] Disponível em: https:// www.wind.arch.t-ougei.ac.jp/info_center/windpressure/highrise/Homepage /homepageHDF.htm. Acesso em jan. 2020.

Figura 22 – (a) Superfície de interpolação, (b) C_p sem tratamento e (c) com tratamento



(a) Superfície de Interpolação cúbica (b) C_p antes do tratamento (c) C_p após o tratamento

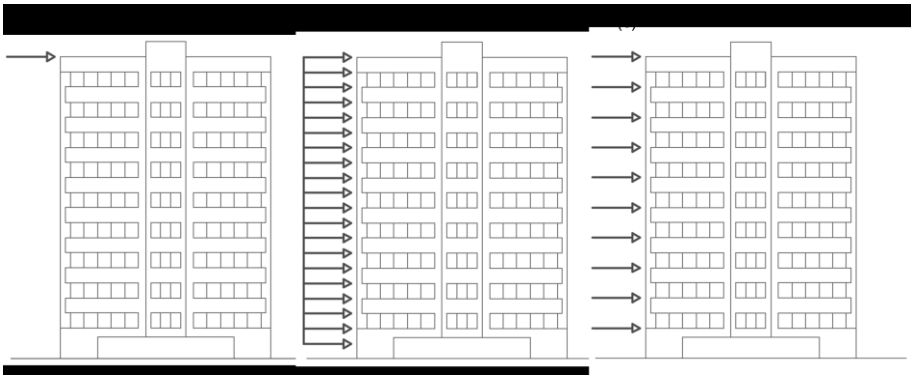
Fonte: O Autor (2021)

5.4 NBR 6123 E SIMPLIFICAÇÕES PARA CASOS 2D

A norma brasileira NBR 6123: Forças Devidas ao Vento em Edificações (ABNT, 1988), é responsável por definir as condições necessárias na consideração das forças devidas às ações estáticas e dinâmicas do vento, para efeitos de cálculo de edificações. Segundo a NBR 6123, “resultados experimentais obtidos em túnel de vento, com simulação das principais características do vento natural, podem ser usados em substituição do recurso aos coeficientes constantes nesta Norma” (ABNT, 1988). Para uma descrição detalhada de como é calculado os coeficientes segundo a NBR 6123, recomenda-se a leitura do trabalho de Júnior (2014).

Pode-se encontrar na literatura diversos trabalhos que simplificam a incidência do vento para uma análise em duas dimensões (2D), por exemplo: Torres e Almeida (2013), Pinho (2015), Silva (2016), entre outros. Em seu trabalho, Silva (2016) apresenta diversos modelos que costumam ser utilizados durante uma análise 2D da atuação do vento em edificações. Na Figura 23, apresenta-se três desses modelos: carga única concentrada no topo (Figura 23a), carga distribuída ao longo de toda a altura do edifício (Figura 23b) e, por fim, cargas concentradas aplicadas ao longo do edifício (Figura 23c).

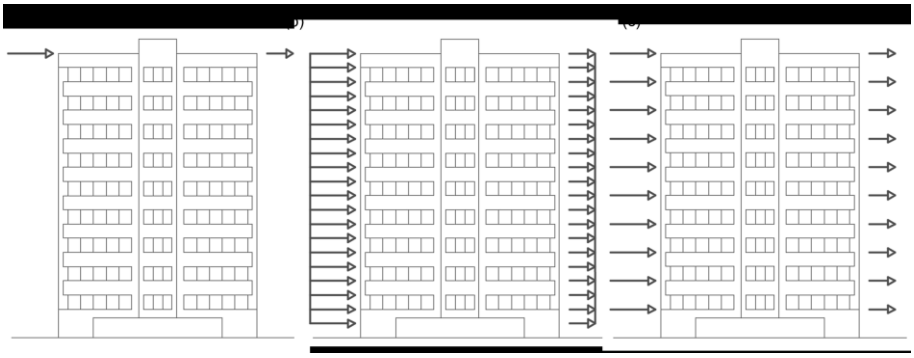
Figura 23 – Modelos 2D de carregamentos ao longo do edifício para análise: (a) Uma carga concentrada; (b) Carga distribuída; (c) Cargas concentradas



Fonte: O Autor (2021)

Apesar dos modelos vistos anteriormente serem bastante comuns, tais modelos são diferentes das distribuições de cargas apresentadas na NBR 6123, que divide o carregamento em parcelas de sobrepressão e sucção. Procurando se adequar os modelos encontrados na literatura, Silva (2016), sugeriu as mudanças apresentadas na Figura 24.

Figura 24 – Adequação dos modelos de carregamento 2D para situações de projeto: (a) Uma carga concentrada; (b) Carga distribuída; (c) Cargas concentradas



Fonte: O Autor (2021)

A proporção entre as intensidades dos carregamentos de sobrepressão e sucção, segundo a NBR 6123, varia de acordo com a geometria da edificação. Em Silva (2016) e Kazakis et al. (2017), adotou-se o carregamento de sucção como metade da intensidade do carregamento de sobrepressão, em módulo. No entanto, nesse trabalho, adota-se as proporções de acordo com a NBR 6123 durante a análise paramétrica do programa bidimensional.

5.5 CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS

As simulações foram realizadas no Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM) do Núcleo de Tecnologia do Centro Acadêmico do Agreste (CAA-UFPE) e através dos clusters do Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho em São Paulo (CENAPAD/SP). O sistema Altix ICE 8400 LX instalado no CENAPAD-SP tem 20 nós, interconectados através de uma rede *Infiniband* de alto desempenho, dispostos em 2 individual Rack Unit (iRU), cada um deles com desempenho teórico de 160 GFLOPs e com a seguinte configuração: 2 processadores Intel Xeon Six Core 5680 de 3.33GHz 36GB de memória RAM.

Com relação aos computadores do LECOM, estes possuem o Sistema Operacional de 64 bits Ubuntu versão 16.04 LTS, memória RAM de 7,4 GB e 1,00 TB de memória física. Para a construção das geometrias ".STL", empregou-se o *software* SALOME versão 8.2.0. A Versão do OpenFOAM adotada foi a 4.0.

Para a otimização topológica empregou-se um computador com as seguintes características: memória RAM de 8,0 GB, Sistema Operacional de 64 bits Windows 10, processador Intel core i7-7500U CPU @ 2.70GHz, 1,80 TB de memória física.

Para a análise dos resultados, dividiu-se os casos analisados em dois capítulos distintos, de acordo com sua natureza bi ou tridimensional. No Capítulo 6, apresentam-se todos os casos de OT resolvidos no programa bidimensional, enquanto o Capítulo 7 contém todos os casos tridimensionais.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES – PROGRAMA 2D

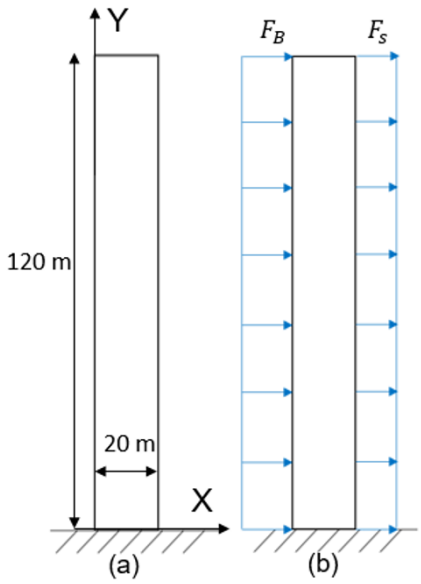
Nesse capítulo, avalia-se a viabilidade da aplicação de técnicas de Otimização Topológica com o intuito de determinar o sistema de contraventamento de edifícios em problemas bidimensionais. Inicialmente, apresenta-se uma edificação com razão de aspecto 1:6 para a validação do código de OT 2D. Em seguida, analisam-se 2 exemplos de edificações com razão de aspecto 1:8,4 e 1:6. Nesses exemplos, aplica-se as técnicas de controle do *layout* e realiza-se uma análise paramétrica para determinar os parâmetros mais influentes na topologia final. Em todos os exemplos foram empregados os seguintes valores para as constantes físicas e tolerâncias: coeficiente de Poisson ν = 0,3, módulo de Young E = 1 N/m^2, módulo de Young mínimo E_{min} = 10^{-9} N/m^2 e tolerância $tol = 0{,}02$. Por fim, todos os casos de OT foram simulados em um computador cujas característica foram descritas no item 5.5.

6.1 VALIDAÇÃO DO CÓDIGO 2D

Para a validação do código de OT 2D, emprega-se um edifício com razão de aspecto 1:6 (largura:altura) e dimensões 20 m x 120 m, conforme mostrado na Figura 25a. O exemplo foi estudado por Kazakis et al. (2017), aplicando a Otimização Topológica por meio do método SIMP e pela combinação de elementos discretos e contínuos.

O modelo de edificação está sujeito às forças de sobrepressão e sucção (barlavento e sotavento), uniformemente distribuidas. Para facilitar a compreensão, F_B corresponde ao carregamento aplicado à barlavento e F_S refere-se ao carragemento aplicado à sotavento.

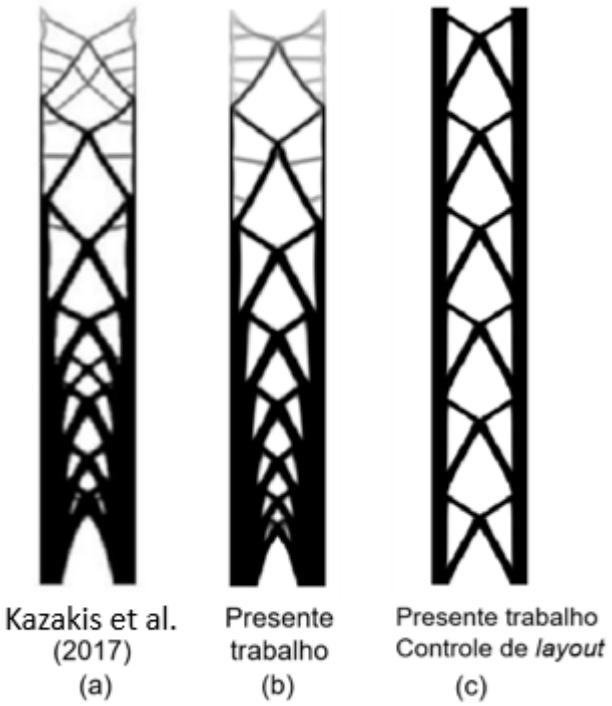
Figura 25 – (a) Dimensões do domínio de projeto e (b) condições de carregamento e apoio



Fonte: O Autor (2021)

Para a primeira análise, adotaram-se os seguintes parâmetros de entrada para o método SIMP: domínio estendido formado por uma malha discretizada em 80 x 480 elementos, fração de volume de 0,50 (50% do volume do domínio estendido), raio do filtro $r_{min} = 3$, coeficiente de penalização $p = 3$ e limite máximo de iterações igual a 1000. Como não foram especificados os valores do módulo de elasticidade longitudinal do material e o mínimo, adotou-se $E = 1$ N/m^2 e $E_{min} = 10^{-9}$N/m^2 , respectivamente. Quanto ao carregamento, adotou-se, $F_B = F_S = 5$ kN/m. Na Figura 26, compara-se a solução obtida por Kazakis et al. (2017) com o presente trabalho, sem e com a aplicação de restrições de manufatura (repetição de padrões e imposição de simetria).

Figura 26 – Soluções obtidas por (a) Kazakis et al (2017) e no presente trabalho: (b) sem e (c) com controle do *layout*



Fonte: O Autor (2021)

Como pode ser observado nas Figuras 26a e 26b, quando não se aplica alguma técnica de controle de *layout*, por exemplo, repetição de padrões e/ou imposição de simetria, o método *SIMP* gera um acúmulo de material nas regiões inferiores do domínio estendido. Trata-se de um resultado coerente do ponto de vista estrutural, no entanto, não é desejável do ponto de vista arquitetônico. Portanto, é um resultado incompatível com a prática, pois não existe um padrão que permita uma fácil produção das peças que formariam esse sistema de contraventamento. Em contrapartida, no modelo otimizado da Figura 26c, que foi concebido considerando 6 repetições e simetria com relação ao eixo “Y”, obtém-se uma geometria viável do ponto de vista arquitetônico.

Na Tabela 4, apresenta-se o número de iterações, o tempo de processamento (em segundos), tempo de processamento normalizado, além do valor da flexibilidade média correspondente as topologias obtidas com e sem restrição de manufatura. Comparando-se as flexibilidades, nota-se que o caso com simetria e repetições de padrão é superior, o que já era esperado. Contudo, o tempo de processamento da solução sem controle de *layout* é aproximadamente 7 vezes maior.

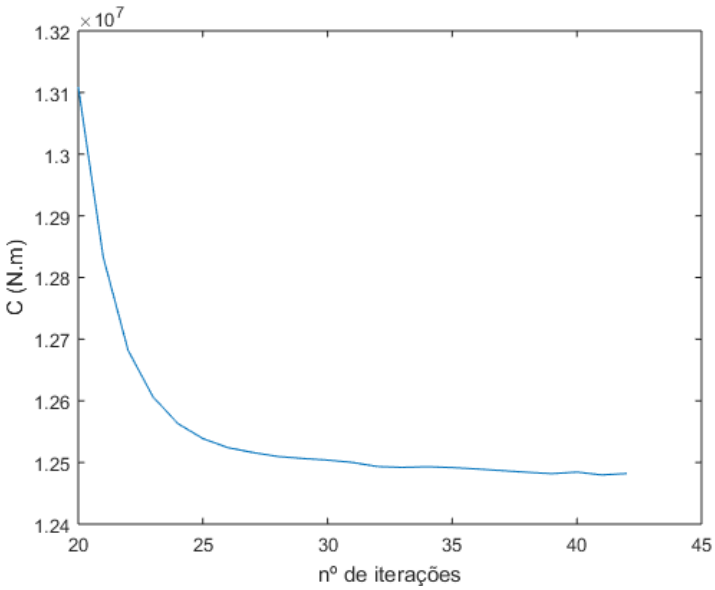
Tabela 4 – Comparação entre as topologias com e sem controle de *layout*

Controle de *layout*	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (kN.m)
Sem (Fig.28b)	407	308,16	6,96	9578
Com (Fig.28c)	42	44,30	1,00	12482

Fonte: O Autor (2021)

No Gráfico 4, mostra-se a evolução da flexibilidade durante o processo de otimização topológica com controle de *layout*. Pode-se observar, que a partir da iteração 35 o valor da flexibilidade fica praticamente assintótico.

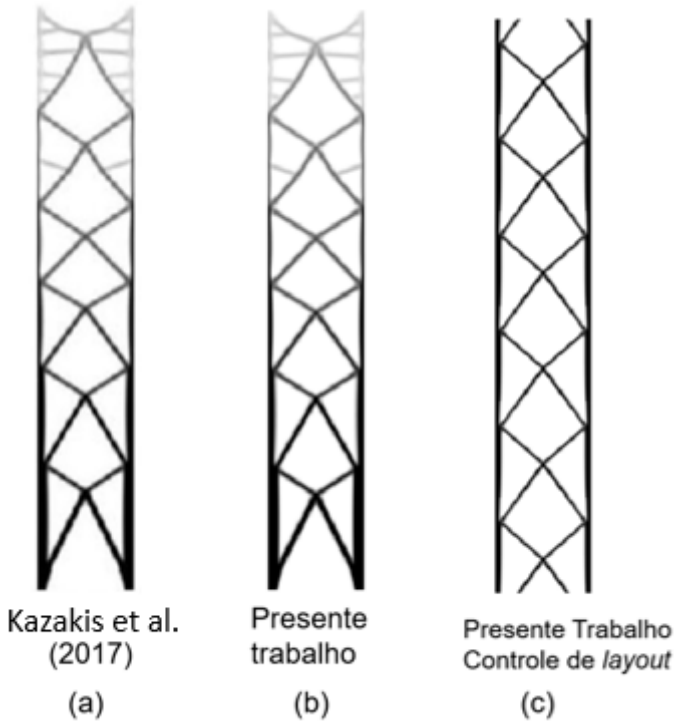
Gráfico 4 – Flexibilidade média em função do número de iterações



Fonte: O Autor (2021)

Para a próxima análise, o único parâmetro que mudou foi a restrição de volume. Considera-se uma fração de 20% do domínio estendido. Na Figura 27, apresenta-se as topologias finais encontradas no presente trabalho e por Kazakis et al (2017). Quando se comparam as Figuras 27a e 27b, nota-se que são muito semelhantes na distribuição de material. Na Figura 27c, mostra-se a topologia obtida considerando as restrições de manufatura: simetria com relação ao eixo “Y” e repetição de padrões igual à 6 na mesma direção.

Figura 27 – Soluções obtidas por (a) Kazakis et al. (2017) e no presente trabalho: (b) sem e (c) com controle do *layout*



Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 5, apresenta-se o número de iterações, o tempo de processamento, em segundos, tempo de processamento normalizado, além do valor da flexibilidade média correspondente as topologias obtidas com e sem restrição de manufatura. Nota-se que o valor da flexibilidade sem restrição de manufatura é inferior, portanto, trata-se de uma solução mais rígida, mas inviável construtivamente. Além disso, o tempo de processamento foi 8 vezes maior.

Tabela 5 – Comparação entre as topologias com e sem controle de *layout*

Controle de *layout*	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (kN.m)
Sem (Fig.29b)	1132	850,32	8,11	25676
Com (Fig.29c)	107	104,74	1,00	33260

Fonte: O Autor (2021)

Na Fotografia 1, mostram-se duas construções com contraventamento que se assemelham aos resultados obtidos anteriormente. O *Broadgate Tower* (Fotografia 1a) fazem parte de uma coleção de edifícios construídas próxima as linhas ferroviárias da *Liverpool Street Station*, em Londres. Por sua parte, a *John Hancock Center* (Fotografia 1b) possui 100 andares e 344 metros de altura, localizada em Chicago.

Fotografia 1 – Sistemas de contraventamento na fachada do: (a) Broadgate Tower, em Londres e (b) John Hancock Center, em Chicago

(a) (b)

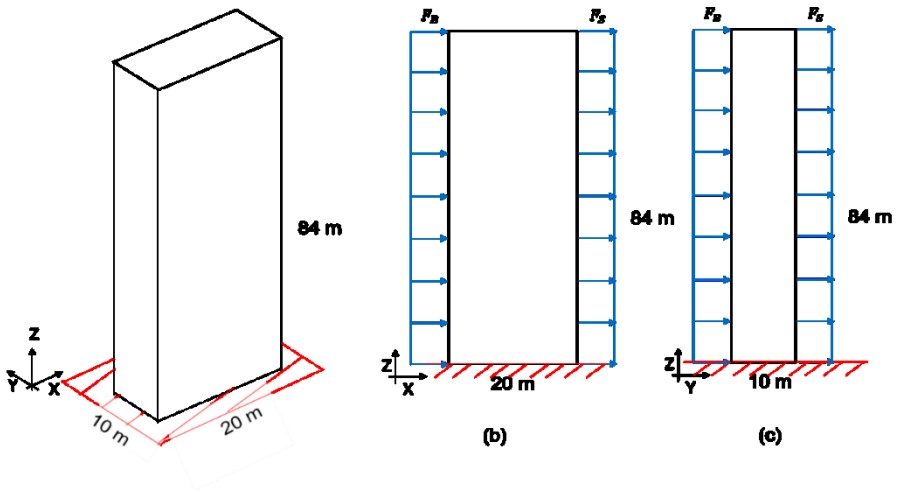
Fonte: Manchester History [12] e Wikiwand[13] (2020)

6.2 EDIFÍCIO COM RAZÃO DE ASPECTO 1:8,4

O próximo caso foi proposto por Torres (2014 apud SILVA, 2016), um edifício de 84 metros de altura, 10 metros de largura e 20 m de comprimento, conforme ilustrado na Figura 28. Foram realizadas duas análises: uma no plano “XZ” com discretização de 50 x 210 elementos e outra no plano “YZ” com discretização de 25 x 210 elementos. Adotou-se para o raio do filtro r_{min} = 1,7 e para o carregamento cargas de sobrepressão e de sucção, ambas ao longo de todo o edifício, com valores F_B = 1 e F_S = 0,3, respectivamente. Foi adotada uma fração de volume de 30% do domínio estendido. Empregou-se restrições de manufatura com simetria com relação aos planos “XZ” e “YZ”, e repetição de padrão ao longo do eixo “Z” (10 repetições).

[12] Disponível em: https://manchesterhistory.net/architecture/2000/broadgatetower.html. Acesso em jan. 2020.
[13] Disponível em: https://www.wikiwand.com/en/John_Hancock_Center. Acesso em jan. 2020

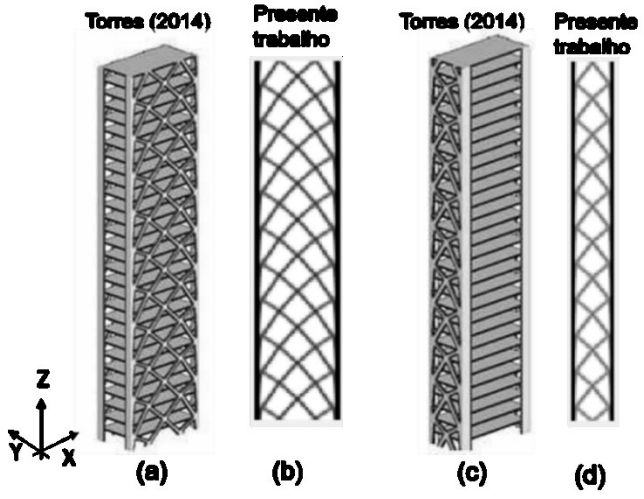
Figura 28 – Edifício de 84 m, onde: (a) Geometria, (b) carregamento no plano XZ e (c) carregamento no plano “YZ”



Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 29, apresentam-se as soluções obtidas para o modelo otimizado. Nota-se que as soluções são similares com as obtidas por Torres (2014 apud SILVA, 2016) no plano “XZ”. No plano “YZ”, notam-se pequenas diferenças na base e no topo da edificação. Construtivamente, a estrutura apresentada na Figura 29d, mostra-se viável já que os elementos de barras terminam em um nó em comparação com a estrutura apresentada na Figura 29c. Por fim, fica claro que as soluções são viáveis do ponto de vista construtivo, o que permite concluir que a aplicação de técnicas de controle de *layout* atingiu o seu objetivo.

Figura 29 – Soluções para o edifício caixa: (a) Vento na direção X (TORRES, 2014), (b) Vento na direção X, (c) Vento na direção Y (TORRES, 2014) e (d) Vento na direção Y



Fonte: O Autor (2021)

As estruturas dos modelos otimizados no plano “XZ” são similares às estruturas de Michell (1904). No plano “YZ”, a base e o topo da topologia do presente trabalho apresentam barras ligadas por um nó, enquanto o trabalho de Torres (2014) ocorre uma translação, de modo que a base e o topo não partem de um nó.

Na Tabela 6 informa-se o número de iterações, o tempo de processamento e o valor flexibilidade média (ou energia total de deformação) C, para os planos “XZ” e “YZ. Conforme esperado, o tempo de processamento para a otimização no plano “XZ” foi maior, devido a maior quantidade de elementos. Além disso, a flexibilidade média do modelo otimizado foi igual a 2,67x10^6 N.m no plano “XZ” e a igual a 15,89x10^6 N.m no plano “YZ”. Como Torres (2014) não apresenta os valores obtidos para a flexibilidade média, não foi possível efetuar uma comparação direta.

Tabela 6 – Dados da otimização do modelo de edificação de 84 metros

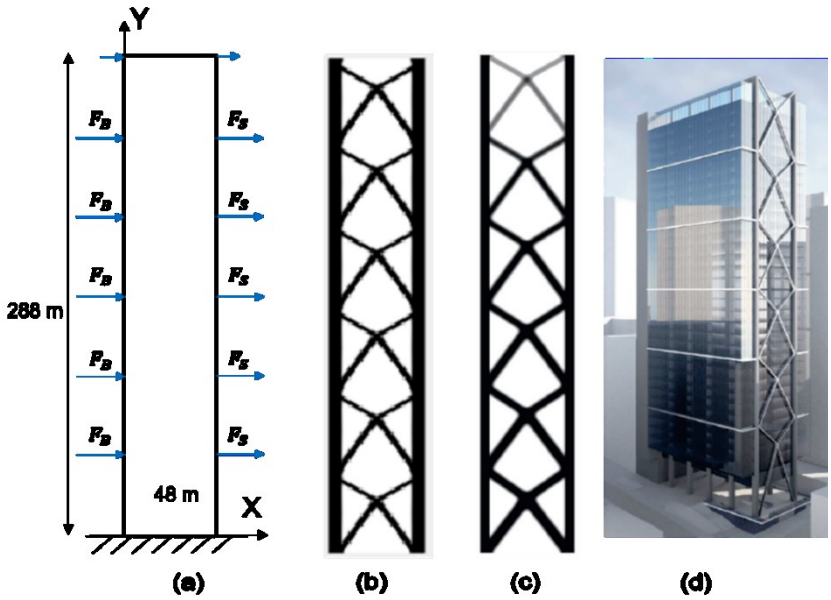
Plano	n_{cell}	Iter.	t (s)	C (10^6 N.m)
“XZ”	10	32	9,26	2,67
“YZ”	10	27	2,94	15,89

Fonte: O Autor (2021)

6.3 EDIFÍCIO COM RAZÃO DE ASPECTO 1:6

O próximo problema estudado foi o de um edifício de 288 m de altura e 48 m de comprimento. Adotou-se uma fração de volume de 0,4 (40% do volume do domínio extendido), considerando uma malha de 48 x 288 elementos e raio do filtro r_{min} = 2,0. Emprega-se o mesmo carregamento utilizado por Beghini et al. (2014), onde F_B = F_S = 1, conforme ilustrado na Figura 30a. A escolha desse carregamento foi a mesma de Beghini et al. (2014). Nas Figuras 30b e 30c, comparam-se as soluções obtidas. Para o presente trabalho, foram realizadas 67 iterações, totalizando 17,98 segundos. Analisando qualitativamente, as soluções são bem próximas, entretanto, a estrutura de Beghini (2014) apresenta um leve acumulo de material na base. Como no presente trabalho aplicou-se a repetição de padrões ao longo do eixo vertical, totalizando seis células, não houve concentração de material na parte inferior. A flexibilidade média obtida no modelo otimizado foi de 41,202 kN.m. Por fim, a Figura 30d mostra um projeto renderizado por Beghini (2014), que utiliza a solução obtida pela Otimização Topológica.

Figura 30 – (a) Definição do problema, (b) solução do presente trabalho, (c) solução de Beghini et al. (2014) e (d) projeto renderizado de Beghini et al. (2014)



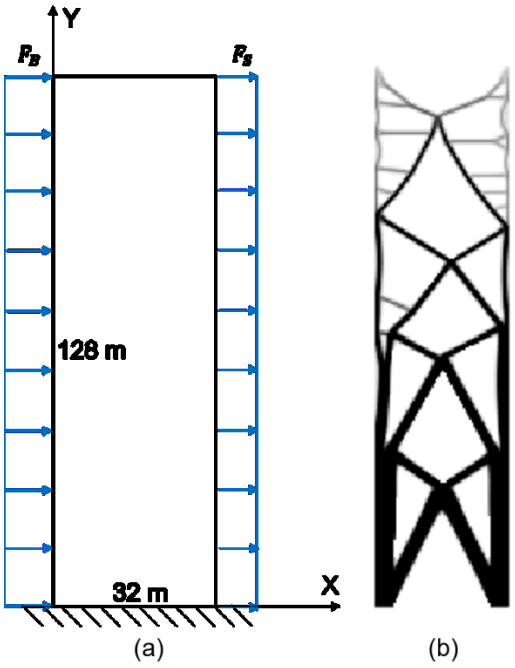
Fonte: O Autor (2021)

6.4 ANÁLISE DE PARÂMETROS

No presente item, analisam-se os parâmetros: refinamento de malha, fator de penalização p, número total de células n_{cell} e o tamanho do filtro r_{min}. Para efeito de comparação, define-se como caso base um exemplo com os seguintes parâmetros: malha de 64 x 256 (n_x x n_y) elementos, fração de volume $frac_V$ = 0,3 (30% do volume domínio estendido), fator de penalização das densidades p = 3, r_{min} = 1,5 e número total de células n_{cell} = 8. O tempo de processamento do caso base é referido como t_{ref}. Os valores dos demais parâmetros e constantes físicas inerentes aos programas de OT, foram definidos no início do capítulo 6. Por fim, aplica-se restrição de simetria com relação ao eixo “Y” em todos os exemplos.

O modelo base é um edifício com razão de aspecto 1:4 e dimensões 32 m x 128 m, submetido à duas cargas contínuas: uma de sobrepressão F_B = 0,8 e uma de sucção F_S = 0,6, baseadas nos coeficientes da norma NBR 6123 (ANBT, 1988) para construções com planta retangular. Na Figura 31, apresenta-se as condições de contorno e carregamento aplicadas ao modelo base e a topologia otimizada sem restrições de *layout*. A flexibilidade média foi 1713 kN.m, sendo obtida após 506 iterações e 158 segundos.

Figura 31 – (a) Condições de contorno e (b) topologia otimizada sem controle de *layout*



Fonte: O Autor (2021)

6.4.1 Influência da malha

O domínio estendido é discretizado em uma malha uniforme, onde todos os elementos têm a mesma dimensão. Para investigar a influência da discretização, consideram-se 3 malhas com 32 x 128, 64 x 256 e 96 x 384 elementos nas direções horizontal e vertical, respectivamente. Na Tabela 7, mostra-se o tempo de processamento, em segundos, o tempo normalizado com relação ao caso base de malha 64 x 256 elementos (t_{ref}) e o valor da flexibilidade média C, em N.m, da estrutura. Como esperado, o tempo aumenta conforme a quantidade de elementos da malha cresce. Por exemplo, entre as malhas 32 x 128 e 64 x 256, o número de elementos quadriplicou e o tempo de processamento foi aproximadamente seis vezes maior. Observou-se ainda que a flexibilidade média diminuiu conforme aumenta o refinamento da malha.

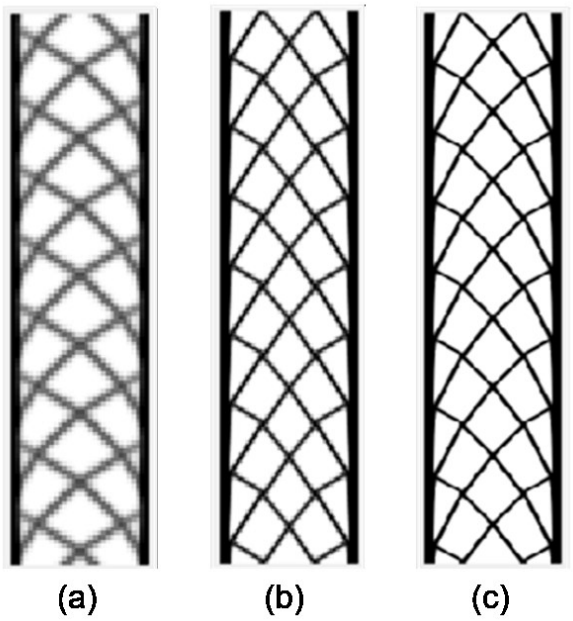
Tabela 7 – Tempo de otimização em função da malha empregada

n_x x n_y	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)
32 x 128	33	2,84	0,17	7348705
64 x 256	45	16,69	1,00	4848743
96 x 384	90	79,17	4,74	4184055

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 32, mostram-se todas as soluções obtidas considerando a variação do parâmetro malha. Nota-se que as topologias são muito parecidas para as malhas 64 x 256 e 96 x 384, onde o refinamento torna a fronteira entre material e vazio mais perceptível.

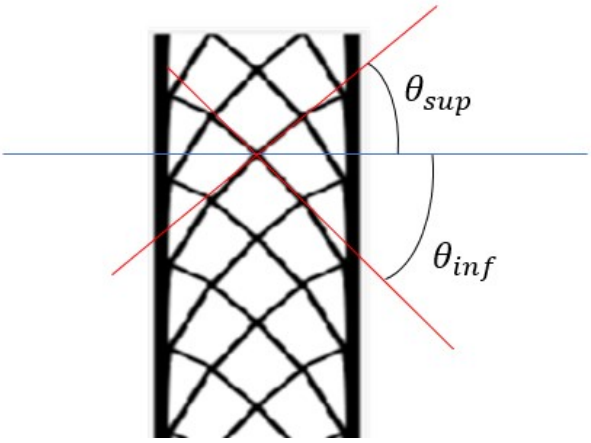
Figura 32 – Refinamento de: (a) 32 x 128, (b) 64 x 256 e (c) 96 x 384 elementos



Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 33, ilustra-se as posições dos ângulos das barras diagonais que passam pelo nó “central”, contido no eixo de simetria da topologia, onde θ_{sup} e θ_{inf} correspondem, respectivamente, aos ângulos da barra superior e da barra inferior. Caso a topologia não apresente essa distribuição de barras os ângulos serão identificados com a denominação “NE” (Não Existe).

Figura 33 – Esquema para medição dos ângulos das barras que formam o nó central elementos



Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 8, mostram-se os valores dos ângulos θ_{sup} e θ_{inf} para as topologias da Figura 32. Os maiores ângulos foram obtidos para a malha de 64 x 256 elementos.

Tabela 8 – Ângulos das barras em função do refinamento da malha

n_x x n_y	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
32 x 128	33,4	45,4
64 x 256	50,7	53,4
96 x 384	45,6	53,1

Fonte: O Autor (2021)

6.4.2 Influência do fator de penalização

Para analisar a influência do fator de penalização, adotaram-se os valores p = {1,5; 2; 2,5; 3; 3,5}, mantendo-se fixos os demais parâmetros definidos no caso base.

Na Tabela 9, apresenta-se o número total de iterações, o tempo total de processamento (em segundos), o tempo normalizado com relação ao caso base (t/t_{ref}) e o valor da flexibilidade média. Inicialmente, pode-se observar que o tempo de processamento aumentou quando se adotou o menor fator de penalização, p = 1,5. Por sua vez, o problema para p = 3,5 não convergiu pela condição de tolerância, finalizando o processo ao atingir o número máximo de iterações, 300. O fator de penalização p = 2,5 apresentou o menor tempo de processamento, sendo levemente inferior ao valor obtido com p = 3,0. O valor da flexibilidade média das soluções se manteve próximo entre si.

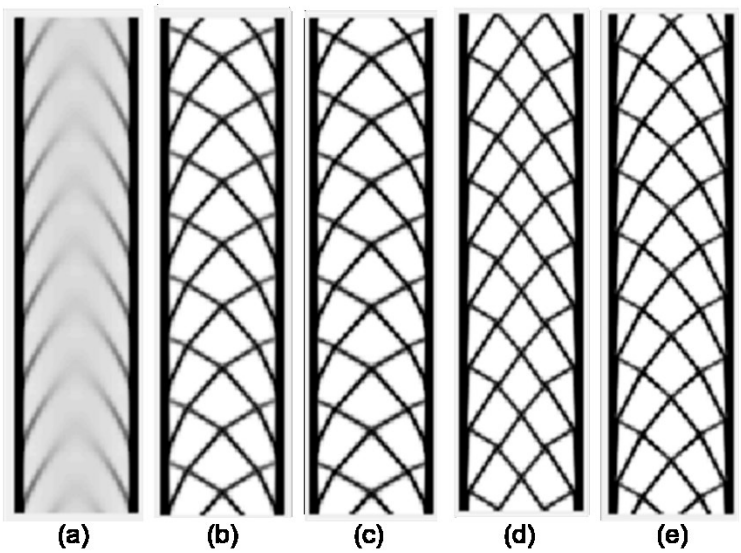
Tabela 9 – Tempo de otimização em função do fator de penalização

p	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)
1,5	95	47,57	2,85	4378129
2	57	19,94	1,19	4411511
2,5	42	15,89	0,95	4490232
3	45	16,69	1,00	4848743
3,5	300	92,41	5,54	4864548

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 34, mostram-se todas as soluções obtidas considerando a variação do parâmetro p. Para p = 1,5 a maior parte da topologia é formada por regiões acinzentadas, ou seja, densidades intermediárias. Trata-se de um resultado indesejado, porém esperado, tendo em vista que o fator de penalização foi muito baixo. As soluções apresentadas das Figuras 34b e 34c são qualitativamente próximas. Comparando-se as topologias apresentadas nas Figuras 34d e 34e, nota-se mudanças na base e topo da estrutura. É interessante observar que a maior parte das soluções são formadas por barras uniformes e com uma mesma espessura, tornando-se viáveis do ponto de vista arquitetônico. Mesmo assim, a topologia da Figura 34d mostra-se mais viável construtivamente que a da Figura 34e, pois os elementos de barras na base e no topo são unidos em um nó.

Figura 34 – (a) p = 1,5, (b) p = 2, (c) p = 2,5, (d) p = 3 e (e) p = 3,5



Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 10, apresenta-se os valores dos ângulos θ_{sup} e θ_{inf} para as topologias mostradas na Figura 34. Nota-se que para o caso $p = 1{,}5$ o eixo de simetria

da topologia não apresenta barras. Para os demais casos, percebe-se que os maiores valores ocorreram para $p = 3$.

Tabela 10 – Ângulos das barras em função do fator de penalização

p	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
1,5	NE	NE
2	32,5	48,6
2,5	30,3	47,3
3	50,7	53,4
3,5	41,9	52,7

Fonte: O Autor (2021)

6.4.3 Influência do número de células

O número total de células ou número total de repetições é uma das variáveis presentes durante a aplicação de técnicas de controle de *layout*. Para esse estudo, escolheu-se os valores n_{cell} = {4,8,16}. Os demais parâmetros permanecem os mesmos.

Na Tabela 11, pode-se observar o número de iterações, o tempo de processamento total, o tempo de otimização normalizado e a flexibilidade média de cada solução. Percebe-se, pouca influência do número de células no número de iterações e no tempo de processamento para o exemplo analisado. Observa-se um incremento importante no valor de flexibilidade para n_{cell} = 16 em comparação com os demais casos, alcançando C = 6648731 N.m.

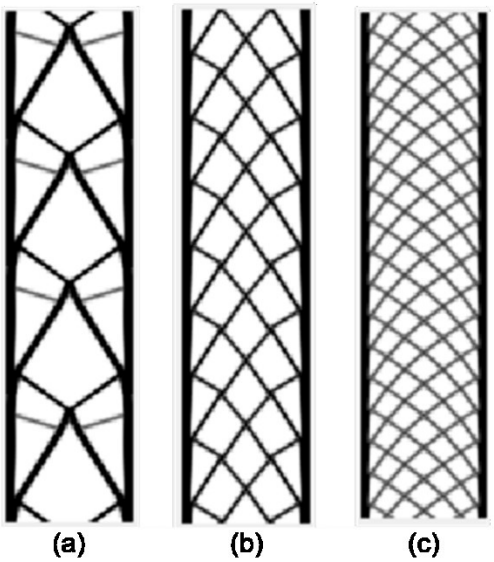
Tabela 11 – Tempo de otimização em função do número de células

n_{cell}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)
4	45	19,58	1,17	4354424
8	45	16,69	1,00	4848743
16	41	17,78	1,07	6648731

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 35, apresentam-se todos os modelos otimizados. Percebe-se que as estruturas otimizadas apresentam estruturas similares às obtidas por Michell (1904) na medida que aumenta o número de repetições.

Figura 35 – (a) carga aplicada e estrutura com: (b) 4 células (c) 8 células e (d) 16 células



Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 12 são apresentados os valores dos ângulos θ_{sup} e θ_{inf} para as topologias da Figura 35. Percebe-se que à medida que as repetições aumentam, os ângulos das barras superiores e inferiores tendem a diminuir. Resultados similares são encontrados no trabalho de Kazakis et al. (2017).

Tabela 12 – Ângulos das barras em função do número de células

n_{cell}	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
4	35,2	57,5
8	50,7	53,4
16	37,7	42,5

Fonte: O Autor (2021)

6.4.4 Influência do raio do filtro

Por fim, analisa-se a influência do raio do filtro na solução. Para o estudo, comparou-se as topologias obtidas para os raios r_{min} = {1,5; 2; 2,5; 3}. Os demais parâmetros são os mesmos adotados no caso base.

Na Tabela 13, apresenta-se o número total de iterações, o tempo total de processamento, o tempo normalizado pelo tempo da malha 64 x 256 (t/t_{ref}) e a flexibilidade média de cada solução. Pode-se perceber que o número de iterações diminui conforme o raio do filtro aumenta. Enquanto isso, a flexibilidade aumenta com o raio do filtro, como esperado, pois, um raio maior resulta em mais regiões com

densidades intermediárias. O menor valor da flexibilidade foi alcançado para $r_{min} = 1{,}5$, a saber 4848743 N.m. Em seu trabalho, Andreassen et al. (2011) utiliza como padrão $r_{min} = 1{,}5$.

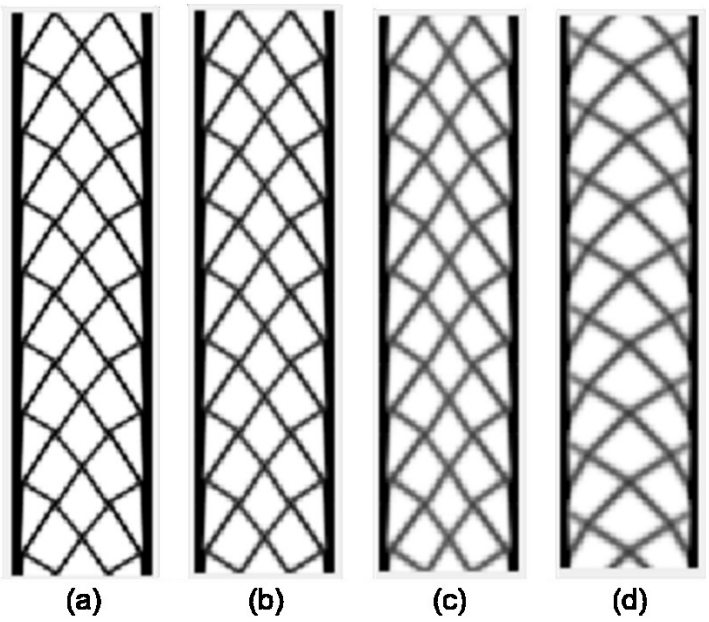
Tabela 13 – Tempo de otimização em função do raio do filtro

r_{min}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)
1,5	45	16,69	1,00	4848743
2	37	17,45	1,05	5553833
2,5	37	15,81	1,01	7053074
3	35	13,14	0,79	7048910

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 36, mostram-se os quatro modelos otimizados. Nota-se que as topologias das Figuras 36a, 36b e 36c são qualitativamente similares. Apesar das topologias no intervalo aberto (2,5; 3) não serem apresentadas neste trabalho, a partir de r_{min} = 2,7 obtiveram-se modelos semelhantes ao da Figura 36d (r_{min} = 3).

Figura 36 – (a) carga aplicada e soluções com raio do filtro: (b) r_{min} = 1,5, (c) r_{min} = 2, (d) r_{min} = 2,5 e (e) r_{min} = 3



Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 14, apresenta-se os valores dos ângulos θ_{sup} e θ_{inf} para as topologias da Figura 36. Observa-se que os ângulos para os casos $r_{min} = 1{,}5$, 2,0 e 2,5 são muito próximos entre si.

Tabela 14 – Ângulos das barras em função do raio do filtro

r_{min}	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
1,5	50,7	53,4
2,0	50,3	53,7
2,5	52,2	55,0
3,0	34,6	44,6

Fonte: O Autor (2021)

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES – PROGRAMA 3D

Nesse capítulo, avalia-se a viabilidade da aplicação de técnicas de Otimização Topológica 3D com o intuito de determinar o sistema de contraventamento em modelos de edificações. Inicialmente, valida-se o programa de OT 3D, por meio do problema da viga engastada-livre. No item 7.2, realiza-se uma análise paramétrica para determinar quais são os parâmetros mais influentes na topologia final da viga engastada.

No item 7.3, estuda-se um modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:2, considerado um *benchmark* na literatura de DFC. A topologia ótima é obtida considerando o carregamento proveniente dos dados de ensaio em túnel de vento da TPU e de simulações no OpenFOAM com o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG. Nos itens subsequentes apresenta-se uma análise paramétrica tomando como base um modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:4. Considera-se como entrada de dados dos esforços aplicados na superfície frontal do modelo de edificação os coeficientes de pressão C_p fornecidos pela TPU e obtidos via OpenFOAM. Para a simulação do escoamento empregam-se dois modelos de turbulência: $k-\omega$ SST (*Shear Stress Transport*) e $k-\varepsilon$ RNG (*Renormalization Group theory*). Para as simulações, foram utilizadas malhas com refinamento nas regiões próximas do modelo da edificação totalizando aproximadamente 4 milhões de volumes. No estudo, adotou-se um número de Reynolds igual a 24000.

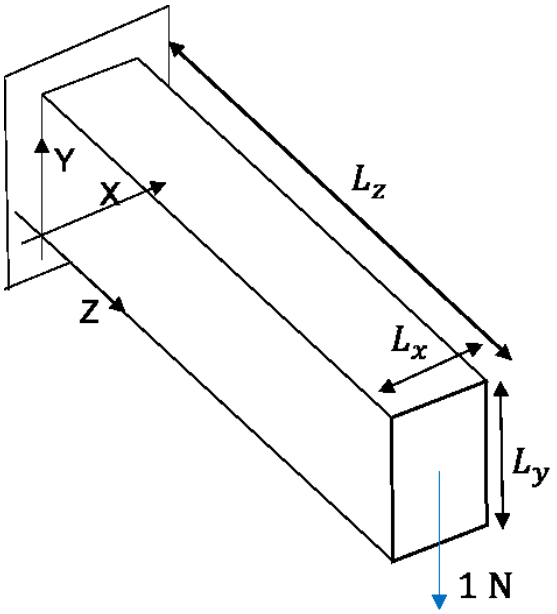
As constantes físicas e tolerâncias empregadas para todos os casos analisados foram: coeficiente de Poisson ν = 0,3, módulo de Young E = 1 N/m^2, módulo de Young mínimo E_{min} = 10^{-9} N/m^2, tolerância $tol = 0{,}02$ para duas iterações consecutivas, mudança máxima da densidade de um elemento *move* = 0,2, número máximo de iterações igual à 120, a tolerância do erro no método dos Gradientes Conjugados *cgtol* = 10^{-10} e número máximo de iterações do GC *cgmax* = 100. Além disso, para todos os exemplos envolvendo o modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:4, adotou-se uma discretização uniforme de 24 x 24 x 96 elementos hedraédricos nas direções “X”, “Y” e “Z”, respectivamente. Por fim, todos os casos de OT foram simulados em um computador cujas característica foram descritas no item 5.5.

7.1 VALIDAÇÃO CÓDIGO 3D – VIGA EM BALANÇO

Utiliza-se para a validação do programa 3D desenvolvido o *benchmark* da viga engastada-livre com carga na extremidade, comparando os resultados obtidos com os trabalhos presentes na literatura.

Na Figura 37, mostra-se um esquema do problema da viga engastada-livre. A viga de comprimento L_z e seção transversal retangular (base L_x e altura L_y) possui restrição de deslocamentos no plano “XY” e uma carga pontual unitária aplicada no centro da extremidade livre. Adotou-se L_x = 2 m, $L_y = 2$ m e $L_z = 4$ m.

Figura 37 – Problema da viga engastada-livre

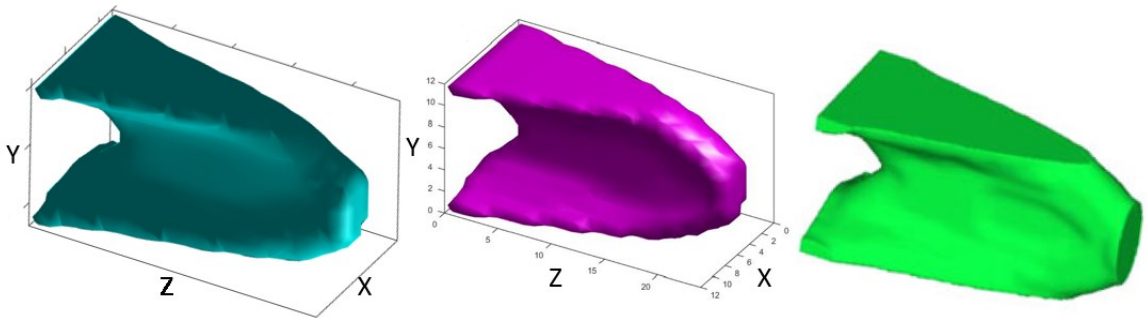


Fonte: O Autor (2021)

Empregam-se os mesmos dados do problema analisado no trabalho de Nguyen et al. (2012) e Salvador (2018), ou seja, fração de volume igual a 0,30, fator de penalização máximo igual a 3,0 e valor do raio mínimo do filtro igual 1,6. O domínio foi discretizado com uma malha uniforme de 12 x 12 x 24 elementos hexaédricos nas direções “X”, “Y” e “Z”, respectivamente.

Na Figura 38, apresentam-se as topologias suavizadas obtidas no presente trabalho (Figura 38a) com as topologias obtidas por Salvador (2018) (Figura 38b) e Nguyen et al. (2012) (Figura 38c). Foram plotados apenas os elementos com densidade igual ou superior a 0,50.

Figura 38 – Otimização topológica da viga engastada-livre: (a) Salvador (2018), (b) Presente trabalho e (c) Nguyen et al. (2012)



(a) Presente trabalho (b) Salvador (2018) (c) Nguyen et al. (2012)

Fonte: O Autor (2021)

Percebe-se que a topologia final de todos os exemplos é qualitativamente semelhante. Observa-se concentração de material nas proximidades do engaste e a seção transversal no plano “XY” próximo ao extremo engastado tem perfil “H”, que não deve ser confundido com perfil “I”. Nos perfis “I” a dimensão da alma é muito maior que o comprimento das mesas, consequentemente, suporta flexão apenas numa direção preferencial. Nos perfis “H”, a dimensão da alma é da mesma ordem de grandeza das mesas, a capacidade de suportar à esforços de flexão ocorre nas duas direções. Na Tabela 15, compara-se o valor da flexibilidade média, em N.m, no presente trabalho com os dados por Salvador (2018) e Nguyen et al. (2012). Nota-se que os valores da função objetivo estão bem próximos entre si.

Tabela 15 – Valor da função objetivo e tempo de otimização

Comparativo	C (N.m)
Presente trabalho	5,11
Salvador (2018) - OC	4,72
Nguyen et al. (2012)	5,09

Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 16, apresenta-se o custo computacional para a execução do método sem e com o *solver Multigrid* MGCG. O programa sem *Multigrid* foi baseado no trabalho de Liu e Tovar (2014) O tempo de processamento obtido sem utilizar o método *Multigrid* resultou 4 vezes maior. Além disso, o número de iterações e a flexibilidade média foram menores para o *solver* com MGCG. Portanto, utilizar um

método multinível foi imprescindível para o analise dos problemas tratados no presente trabalho.

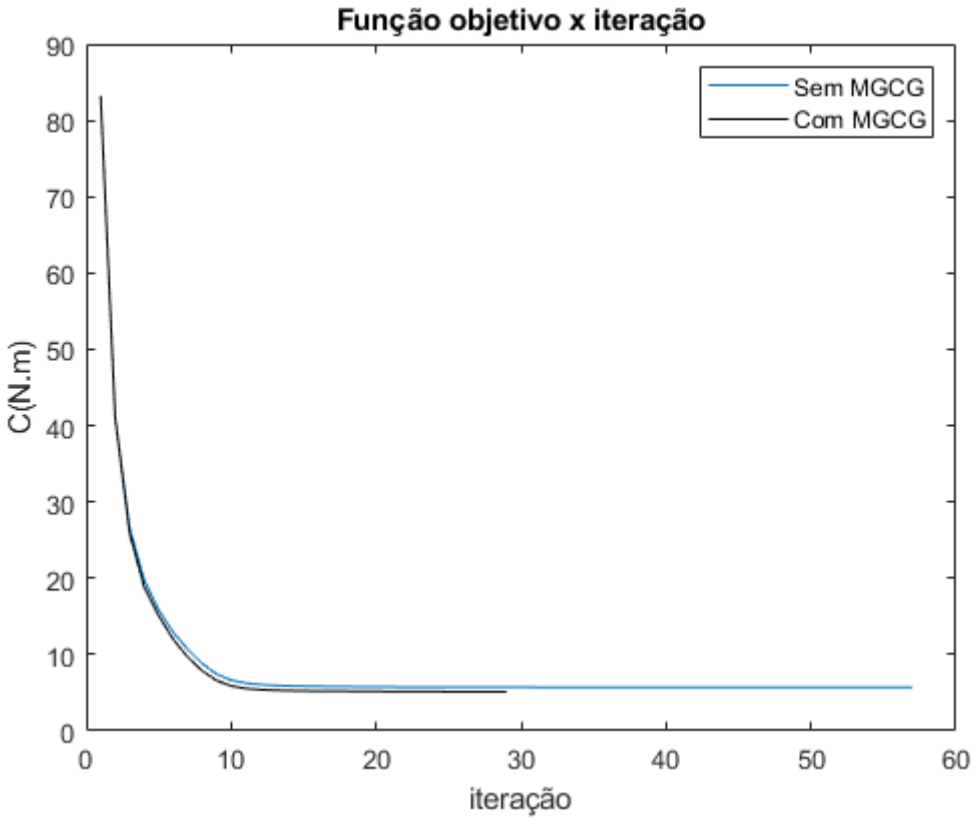
Tabela 16 – Valor da função objetivo e tempo de otimização sem e com *Multigrid*

Caso 12x12x24	Iter.	$t(s)$	t/t_{ref}	$C(\mathrm{N.m})$
Sem MGCG	57	50,24	4,18	5,70
Com MGCG	29	11,07	1,00	5,11

Fonte: O Autor (2021)

No Gráfico 5, mostra-se a variação da flexibilidade em função do número de iterações para os casos sem e com o MGCG. Nota-se que aproximadamente a partir da décima quinta iteração o valor de *C* não sofre mudanças para os dois métodos.

Gráfico 5 – Gráfico da flexibilidade



Fonte: O Autor (2021)

A seguir, apresenta-se uma análise paramétrica para o problema da viga engastada-livre, no intuito de determinar o comportamento da topologia final de acordo com os principais parâmetros do algoritmo de otimização tridimensional. Para efeito de comparação, definiu-se um caso base cujo tempo de processamento é definido como t_{ref}. As características do caso base são: refinamento 24 x 24 x 48 elementos,

nas direções “X”, “Y” e “Z”, respectivamente, fração de volume de 30%, fator de penalidade $p = 3$, tamanho do filtro r_{min}= 1,6, número de malhas do algoritmo *Multigrid* nl = 4. Os demais parâmetros foram apresentados no início do capítulo 7.

7.1.1 Análise paramétrica – refinamento da malha

Na primeira análise considera-se o refinamento da malha, isto é, como a quantidade de elementos nas direções “X”, “Y” e “Z”, (*nelx*, *nely*, *nelz* no programa) influencia na solução. Com o intuito de avaliar também o efeito do número de malhas no algoritmo *Multigrid*, para cada malha considera-se até 4 níveis de submalhas *Multigrid*.

Na Tabela 17, apresentam-se os principais resultados para as três malhas testadas. A tabela contém as informações sobre o tempo de processamento t (em segundos), o tempo normalizado t/t_{ref} (razão entre o tempo do caso analisado e o tempo de otimização do exemplo de referência) e a flexibilidade média C.

Tabela 17 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de elementos e níveis de malha

$n_x\ x\ n_y\ x\ n_z$	nl	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)
12x12x24	**2**	29	13,89	0,06	1,023x10^1
12x12x24	**3**	29	12,02	0,06	1,023x10^1
24x24x48	**2**	67	305,92	1,25	5,354x10^0
24x24x48	**3**	67	265,61	1,08	5,354x10^0
24x24x48	**4**	67	244,95	1,00	5,354x10^0
32x32x64	**2**	109	1575,75	6,43	4,312x10^0
32x32x64	**3**	109	871,26	3,56	4,312x10^0
32x32x64	**4**	109	818,59	3,34	4,312x10^0

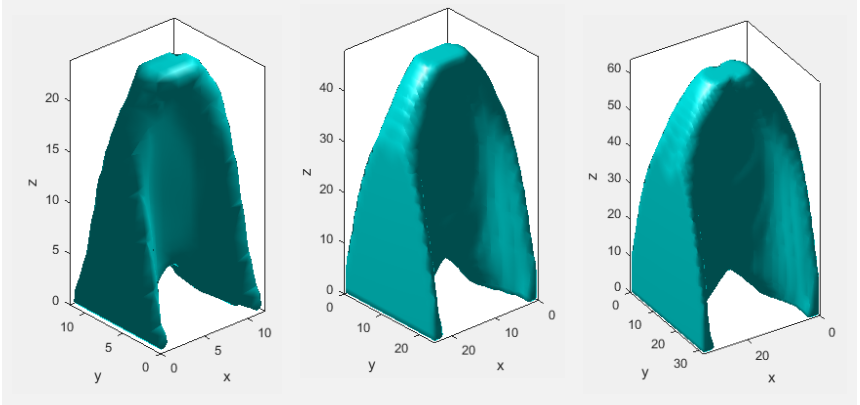
Fonte: O Autor (2021)

Observa-se que o tempo necessário de otimização aumenta significativamente com o número total de elementos. O menor valor de flexibilidade média, 4,312 N.m, foi obtido para a malha mais refinada (32 x 32 x 64 elementos). No entanto, o tempo de processamento aumentou mais de três vezes, quando se compara com o caso de referência (malha 24 x 24 x 48 com 4 níveis). Além disso, nota-se que o número de iterações e a flexibilidade média não mudam quando se compara a mesma malha para diferentes níveis nl. Utilizar mais níveis de submalha diminuiu o tempo de

processamento sem comprometer o resultado, portanto, para os demais casos, adotou-se nl = 4.

Na Figura 39, mostram-se apenas as soluções obtidas considerando a variação do número de elementos na malha para o maior nl. Nota-se que a topologia final é muito semelhante nas malhas 24 x 24 x 48 e 32 x 32 x 64, o que justifica a escolha da primeira como parâmetro de referência.

Figura 39 – Topologias ótimas em função do número de elementos

Malha	12x12x24	24x24x48	32x32x64
nl	3	4	4
3D			

Fonte: O Autor (2021)

7.1.2 Análise paramétrica – fração de volume

No presente item, analisou-se as topologias finais em função das frações de volume $frac_V$ = {5%, 10%, 20%, 30%, 40% e 50%}, mantendo os demais parâmetros conforme estabelecidos no item 7.1. Além disso, é importante salientar que o caso de referência tem fração de volume de 30%.

Na Tabela 18, mostra-se o número de iterações, o tempo total de otimização, o tempo normalizado com relação ao caso de referência e a flexibilidade média C. Observa-se que a flexibilidade média diminui conforme a fração de volume aumenta, o que está coerente, já que diminuir a flexibilidade implica em aumento da rigidez, que nesse caso está ligado a um volume maior de material disponível. Com relação ao tempo de processamento, observou-se pouca variação para as frações de volume igual a 20, 30 e 40 %.

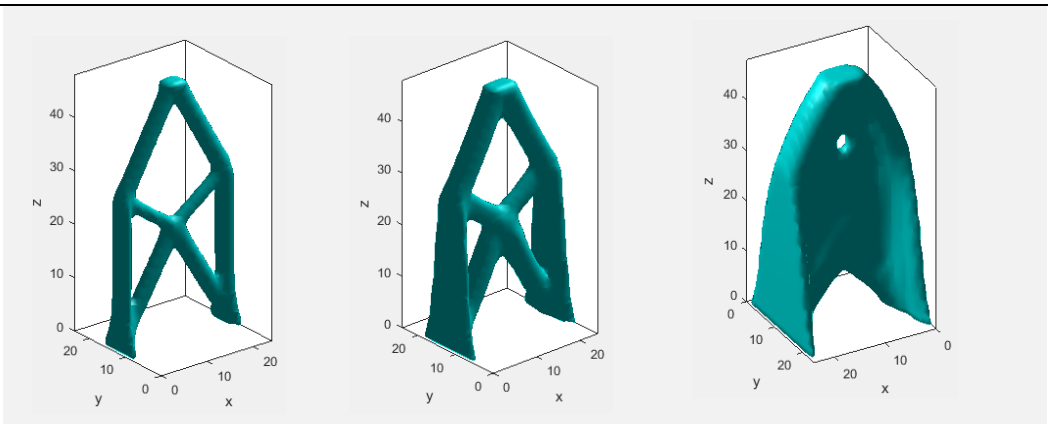
Tabela 18 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do volume de material da topologia ótima

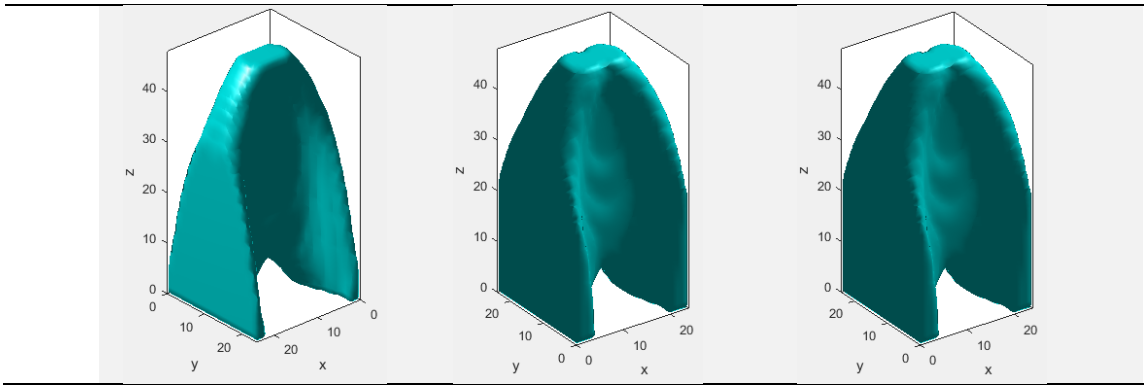
$frac_V$	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)
5%	25	122,75	0,50	$3{,}373 \times 10^{1}$
10%	34	128,96	0,53	$1{,}538 \times 10^{1}$
20%	72	258,55	1,06	$7{,}454 \times 10^{0}$
30%	67	244,95	1,00	$5{,}354 \times 10^{0}$
40%	76	244,71	1,00	$4{,}406 \times 10^{0}$
50%	46	143,59	0,59	$3{,}872 \times 10^{0}$

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 40, apresenta-se as topologias ótimas obtidas variando-se a fração de volume. As topologias com fração de volume maior ou igual a 20% do domínio de projeto são similares. Enquanto que as topologias com 5% e 10% de fração de volume são semelhantes, sendo caracterizadas por barras em forma de x no interior. Na literatura é possível encontrar resultados semelhantes com frações de volumes de 5 e 10%. Por exemplo, Huang, Xie e Burry. (2006) obtém um resultado semelhante através do método BESO, enquanto que Jensen (2016) consegue um resultado similar qualitativamente empregando o método SIMP com malha adaptativa.

Figura 40 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas

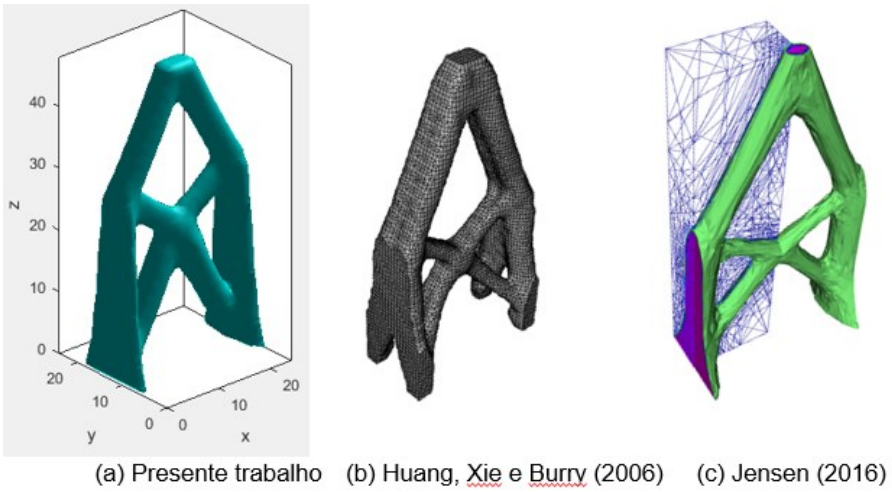
$frac_V$	5%	10%	20%
			
$frac_V$	30%	40%	50%



Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 41, comparam-se as topologias para a fração de volume de 10% obtidas no presente trabalho (Figura 41a), com as topologias encontradas por Huang, Xie e Burry (2006) (Figura 41b) e Jensen (2016) (Figura 41c). As topologias são qualitativamente semelhantes. Além disso, as flexibilidades médias obtidas para o presente trabalho e o trabalho de Jensen (2016) foram, respectivamente, 15,36 N.m e 15,53 N.m.

Figura 41 – Topologias ótimas para a fração de volume de 10%



(a) Presente trabalho (b) Huang, Xie e Burry (2006) (c) Jensen (2016)

Fonte: O Autor (2021)

7.1.3 Análise paramétrica – fator de penalização

A seguir, estuda-se a influência que o fator de penalização tem na topologia final, para isso adotam-se os valores p = {1,5; 2; 2,5; 3,0 e 3,5}. Os demais parâmetros são os empregados no caso de referência sendo o fator de penalização p = 3,0.

Na Tabela 19, apresenta-se o número de iterações, o tempo de processamento, o tempo de processamento normalizado, além do valor da flexibilidade média. Nota-

se que o valor da flexibilidade média sofre pouca variação com o fator de penalização. O menor tempo de processamento foi alcançado para p = 1,5, enquanto o maior tempo foi alcançado para a penalidade 3,5, exigindo o dobro do tempo que o caso base.

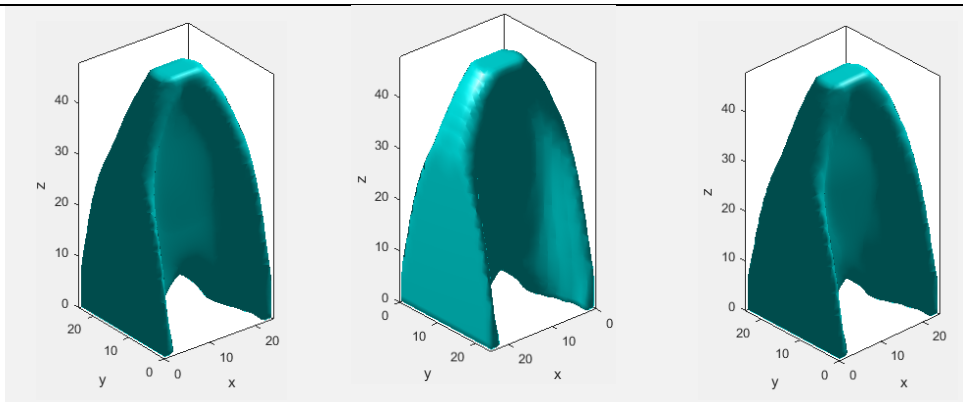
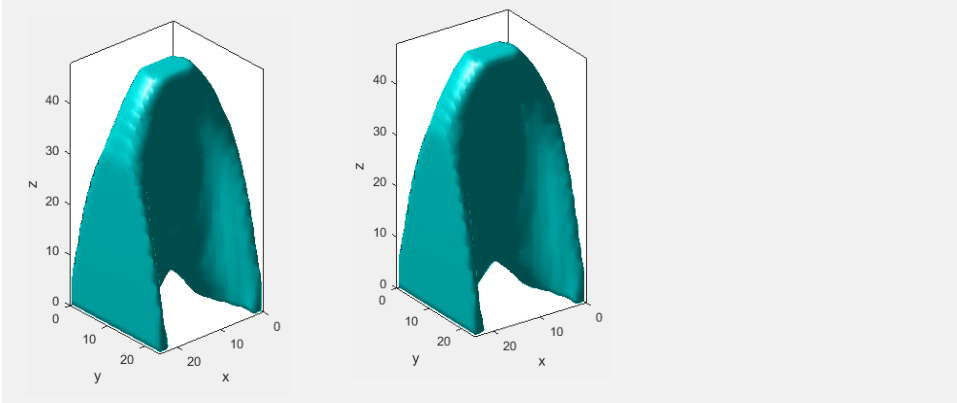
Tabela 19 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização

p	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)
1,5	46	199,72	0,82	5,201x10^0
2,0	59	325,62	1,33	5,274x10^0
2,5	66	309,68	1,26	5,323x10^0
3,0	67	244,95	1,00	5,354x10^0
3,5	89	509,22	2,08	5,370x10^0

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 42, ilustra-se o que foi constatado a partir da Tabela 19, as topologias finais são extremamente semelhantes.

Figura 42 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas

p	1,5	2,0	2,5
			
p	3,0	3,5	
			

Fonte: O Autor (2021)

7.1.4 Análise paramétrica – raio do filtro

Na última análise, estuda-se a influência que o raio do filtro r_{min} tem na topologia otimizada da viga, sendo considerando os valores r_{min} = {1,5; 1,6; 2,0; 2,5}. Para ficar mais evidente a mudança desse parâmetro, adotou-se uma fração de volume de 5%. Portanto, o caso de referência empregado no tempo normalizado (t/t_{ref2}) é diferente das seções anteriores, adotando-se neste item: fração de volume de 5%, fator de penalização 3,0, quantidade de malhas nl = 4 e raio do filtro r_{min} = 1,6.

Observa-se na Tabela 20 as principais informações do processo de otimização, considerando a mudança do tamanho do raio do filtro. Nota-se que quanto maior o raio, maior o valor da flexibilidade, o que não é interessante do ponto de vista estrutural. No entanto, SIGMUND (2001) recomenda que o raio do filtro seja pelo menos 1,5 para combater problemas como o "tabuleiro de xadrez". Pode-se perceber, que o menor valor de flexibilidade média e tempo de processamento foi obtido para r_{min} = 1,5, a saber, 32,55 N.m e 113,81 s, respectivamente.

Tabela 20 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do tamanho do raio do filtro

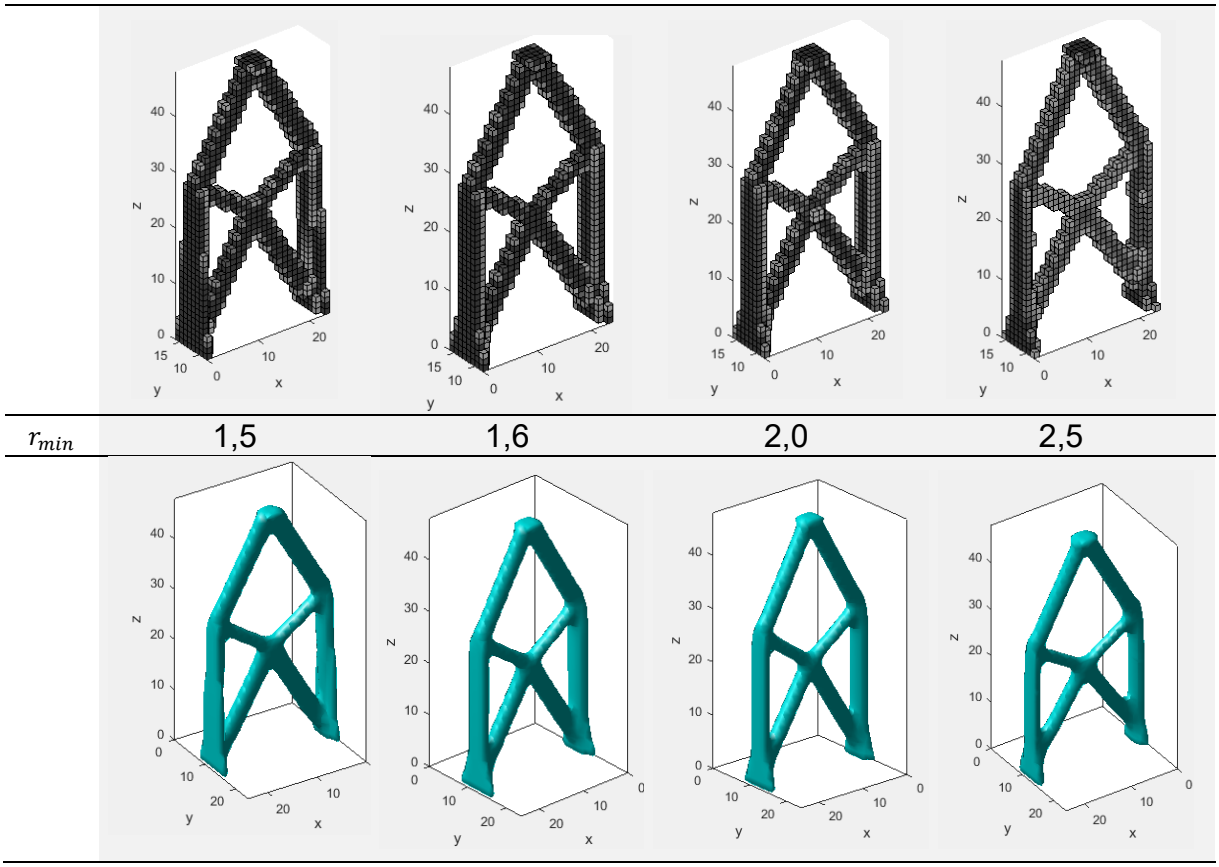
r_{min}	Iter.	t (s)	t/t_{ref2}	C (N.m)
1,5	31	133,81	0,90	3,255x10^1
1,6	25	148,23	1,00	3,373x10^1
2,0	24	136,63	0,92	3,806x10^1
2,5	44	172,18	1,16	5,313x10^1

Fonte: O Autor (2021)

Para auxiliar no entendimento da influência do raio do filtro na topologia ótima, na Figura 43 apresenta-se, além da superfície da topologia suavizada, a topologia empregando a escala de cinza, onde quanto mais escura maior a densidade e os tons de cinza se referem às densidades intermediárias. Pode-se ver que quanto maior o raio do filtro, mais regiões com densidades intermediárias aparecem.

Figura 43 – Topologia ótima em termos de densidade e superfície suavizada

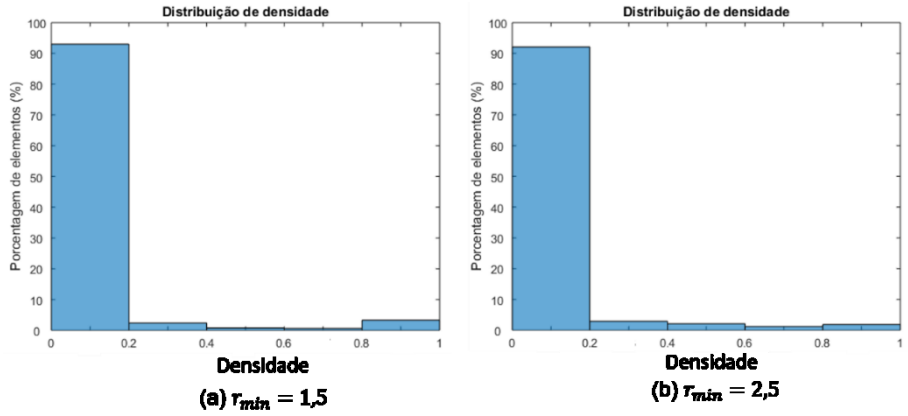
r_{min}	1,5	1,6	2,0	2,5



Fonte: O Autor (2021)

Nos gráficos 6a e 6b, mostram-se histogramas com as porcentagens de elementos dentro das faixas de densidade, variando de 0,2 em 0,2. Os histogramas correspondem aos casos com raio do filtro iguais a 1,5 e 2,5, e reforçam o que foi explicado anteriormente, raios do filtro maiores criam mais elementos com densidades intermediárias, o que deve ser evitado na OT baseada em critérios de densidade.

Gráfico 6 – Histograma da distribuição de material para (a) $r_{min} = 1{,}5$ e (b) $r_{min} = 2{,}5$



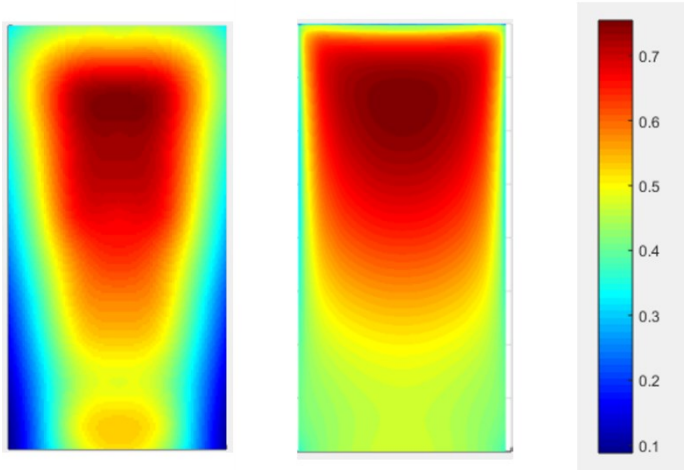
Fonte: O Autor (2021)

7.2 MODELO DE EDIFICAÇÃO 1:1:2

Para o estudo emprega-se um modelo de edificação de base quadrada de 32 m e altura de 64 m. O objetivo foi minimizar a flexibilidade média com uma restrição de volume de 5% do domínio estendido, considerando uma malha de 32x32x64 elementos, raio do filtro r_{min} = $\sqrt{3}$ conforme recomendado por Amir, Aage e Lazarov (2013). No processo *Multigrid*, empregou-se 4 níveis de malha (nl = 4) conforme Amir, Aage e Lazarov (2013). Empregou-se simetria com relação ao plano “YZ” e número de repetições igual a 2.

O modelo de edificação está sujeito à duas situações de carregamento aplicado na face frontal: a primeira é o carregamento obtido de ensaios em túnel de vento da Universidade Politécnica de Tóquio e ilustrado na Figura 44a; o segundo, apresentado na Figura 44b, é o resultado obtido através de simulação numérica no OpenFOAM empregando o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG, com um domínio computacional formado por aproximadamente 2 milhões de volumes. Notam-se que existem diferenças entre os resultados experimentais e numéricos, sendo maior as regiões de alta pressão no caso da simulação numérica. Como os coeficientes de pressão na face frontal são bem maiores que nas demais faces da edificação, as cargas na face posterior e laterais foram desprezadas na OT. Em trabalhos futuros, será considerada a carga em todas as faces da edificação.

Figura 44 – Coeficientes de pressão adotados na otimização topológica do exemplo 1:1:2 (a) TPU e (b) OpenFOAM

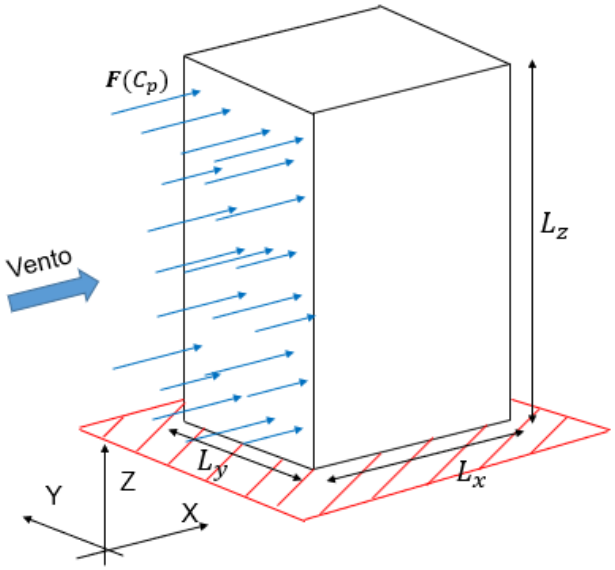


(a) C_p da TPU **(b) C_p do OpenFOAM**

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 45, ilustram-se as restrições de deslocamentos e o carregamento aplicado a um domínio de projeto com dimensões L_x, L_y e L_z, nas direções “X”, “Y” e “Z”. O carregamento é função dos coeficientes de pressão e aplica-se na face frontal.

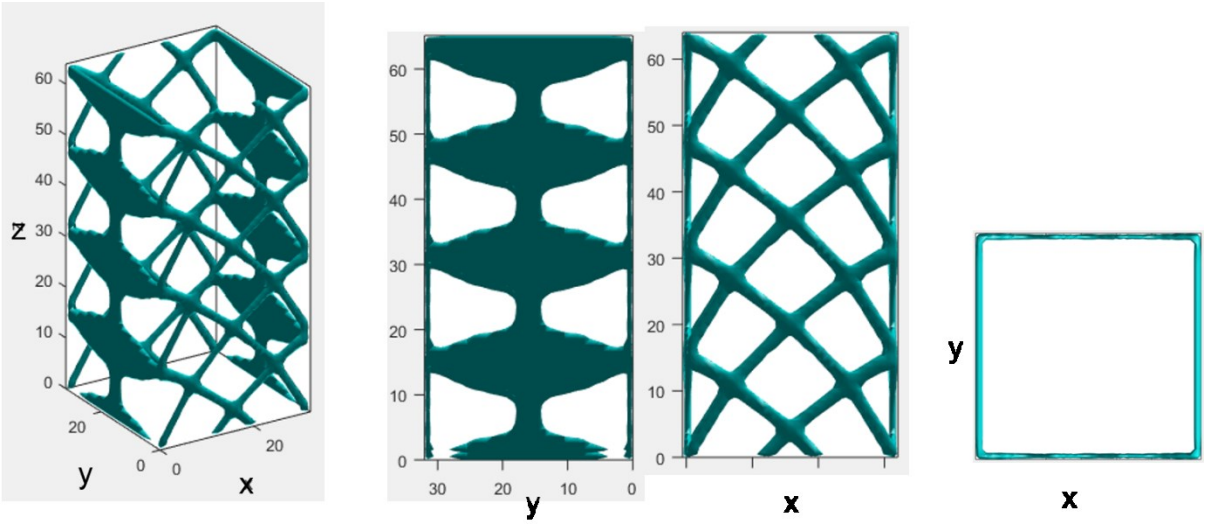
Figura 45 – Carregamento e restrições de apoio aplicadas ao modelo de edificação com carga da TPU



Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 46, mostra-se a estrutura de contraventamento otimizada empregando o carregamento obtido no túnel do vento da Universidade Politécnica de Tóquio. Observa-se que no plano “YZ”, existem regiões com maior quantidade de material devido às maiores pressões nesta zona.

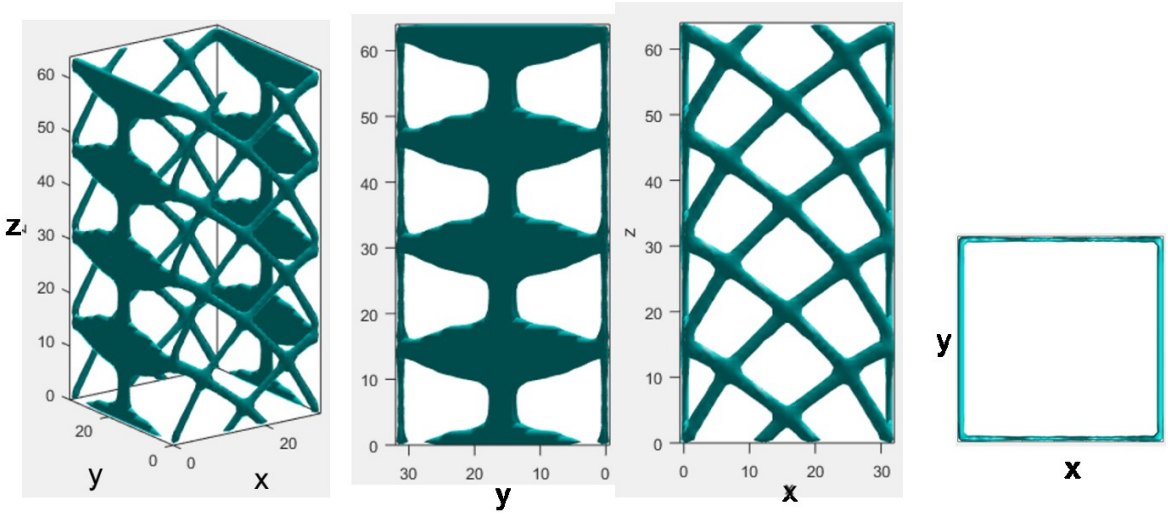
Figura 46 – Otimização topológica do modelo de edificação com carga da TPU



Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 47, apresenta-se a estrutura de contraventamento obtida empregando o carregamento da simulação numérica via OpenFOAM. No plano “XZ”, a estrutura se assemelha aos resultados obtidos na análise bidimensional. No plano “YZ”, a topologia concentra mais material na parte central, onde os coeficientes de pressão são maiores.

Figura 47 – Otimização topológica do modelo de edificação c om carga do OpenFOAM



Fonte: O Autor (2021)

As duas estruturas de contraventamento obtidas são qualitativamente semelhantes, com diferenças apenas no valor da função objetivo. Na Tabela 21, mostra-se o tempo de processamento total (t), em segundos, enquanto t/t_{TPU} corresponde à normalização do tempo de cada otimização com relação ao tempo total do caso TPU.

Tabela 21 – Resultados de otimização para o modelo de edificação 1:1:2

Caso	Iter.	t (s)	t/t_{TPU}	C (10^8N.m)
TPU	35	788,5	1,00	1,084
OpenFOAM	38	881,9	1,12	1,028

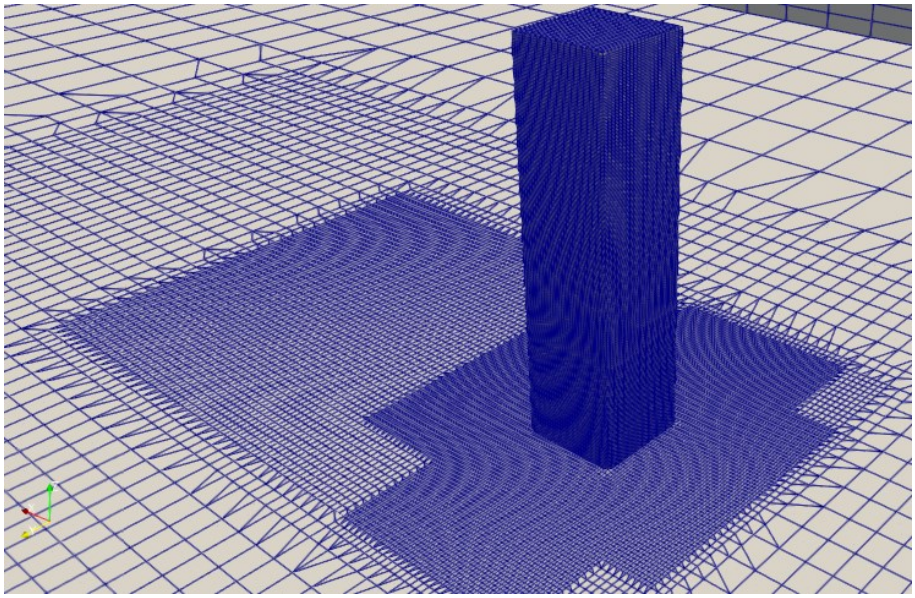
Fonte: O Autor (2021)

Nota-se que o número de iterações, o tempo de processamento e a flexibilidade média foram muito próximos entre si. A flexibilidade média esteve na ordem de 10^8 N.m, apresentando o menor valor para o caso obtido com o OpenFOAM, 1,028 x 10^8 N.m.

7.3 MODELO DE EDIFICAÇÃO 1:1:4

Na Figura 48, mostra-se o refinamento da malha nas regiões próximas ao modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:4, totalizando um domínio computacional com 4.392.448 volumes.

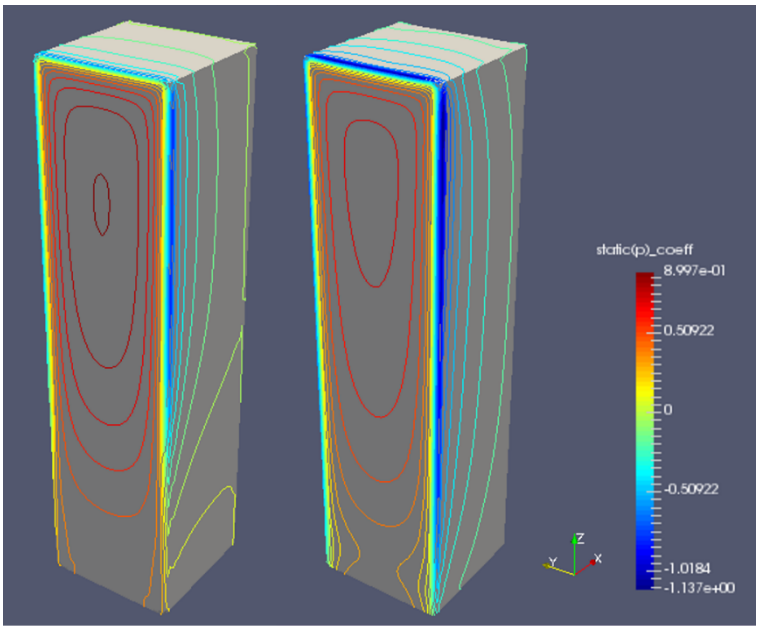
Figura 48 – Malha empregada nas simulações do modelo de edificação 1:1:4



Fonte: O Autor (2021)

Foi realizada uma análise paramétrica considerando os coeficientes de pressão C_p obtidos via OpenFOAM, empregando-se os modelos de turbulência $k-\omega$ SST (*Shear Stress Transport* ou Transporte das Tensões de Cisalhamento) e $k-\varepsilon$ RNG (*Renormalization Group Theory* ou Teoria dos grupos de Renormalização). Na Figura 49, apresentam-se os coeficientes de pressão aplicados nas faces do modelo, empregando-se os modelos de turbulência $k-\omega$ SST (Figura 49a) e $k-\varepsilon$ RNG (Figura 49b).

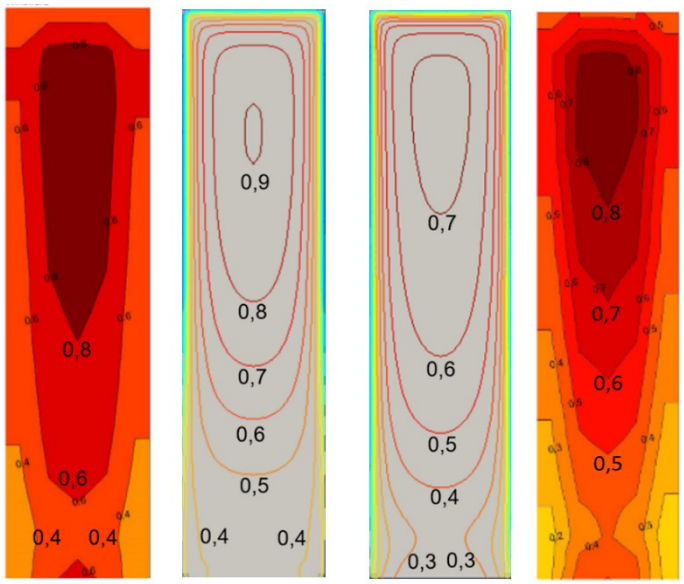
Figura 49 – Vista 3D dos Coeficientes de pressão nas faces do modelo de edificação 1:1:4: (a) Modelo de turbulência $k-\omega$ SST e (b) Modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG



Fonte: O Autor (2021)

Inicialmente, para o estudo paramétrico na Otimização Topológica foram considerados somente os coeficientes de pressão da face frontal da edificação. Na Figura 50, mostram-se os coeficientes de pressão da face frontal obtidos pelos dados de experimentos no túnel de vento da TPU (Figura 50a) e pelos modelos de turbulência empregados no OpenFOAM (Figuras 50b e 50c). Embora, o perfil de velocidade empregado nas simulações seja o mesmo dos ensaios em túnel de vento da TPU com $\alpha = 1/6,$ apresenta-se na Figura 50d a distribuição de pressão disponível na TPU, com $\alpha = 1/4$.

Figura 50 – Coeficientes de pressão: (a) da TPU, com túnel de vento com perfil $\alpha = 1/6$, (b) Modelo de turbulência $k - \omega$ SST, (c) Modelo de turbulência $k - \varepsilon$ RNG e (d) da TPU, com túnel de vento com perfil $\alpha = 1/4$



(a) TPU - $\alpha = 1/6$ (b) $k - \omega$ SST (c) $k - \varepsilon$ RNG (d) TPU - $\alpha = 1/4$

Fonte: O Autor (2021)

Para todos os casos, empregou-se uma discretização de 24 x 24 x 96 elementos e a quantidade de níveis de malha para o algoritmo *Multigrid* foi nl = 4. Os parâmetros empregados para o caso base são: fração de volume de 5%, raio do filtro r_{min} = $\sqrt{3}$ e número de células igual a 4. Adotou-se 150 como limite máximo de iterações. O resto dos parâmetros e constantes físicas foram pré-estabelecidas no início do capítulo 7. O tempo de processamento do caso base é definido como t_{ref}.

7.4 ANÁLISE PARAMÉTRICA – TÚNEL DE VENTO DA TPU

Os coeficientes de pressão C_p fornecidos pela Universidade Politécnica de Tóquio foram utilizados para determinar os esforços aplicados na superfície frontal do modelo de edificação com relação de aspecto 1:1:4 (ver Figura 50a). Para facilitar as discussões dos resultados, os casos analisados receberam a seguinte identificação “0N0M” (0-número da análise-0-número do caso). Por exemplo, o caso 0103 corresponde ao terceiro caso da primeira análise paramétrica.

7.4.1 Análise paramétrica – fator de penalização

Inicialmente, analisou-se a influência do fator de penalização na topologia otimizada considerando os valores p = {2; 2,5; 3,0 e 3,5}. Na Tabela 22, apresenta-se o número de iterações, o tempo de processamento, o tempo de processamento normalizado, além do valor da flexibilidade média. O menor valor da flexibilidade média foi obtido para o menor valor do fator de penalidade (p = 2), sendo igual a 2,065x10^8 N.m. O menor tempo de processamento foi alcançado para o fator de penalização igual a 2,5. Na Tabela 22, encontram-se também os ângulos das barras superior e inferior que formam o nó central. Conforme definido no item 6.4, quando as barras não existem adota-se o termo “NE”. Portanto, conclui-se que os casos 0101 e 0102 não apresentam barras diagonais passando pelo eixo de simetria. Por outra parte, os casos 0101 e 0102 possuem os mesmos ângulos.

Tabela 22 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização

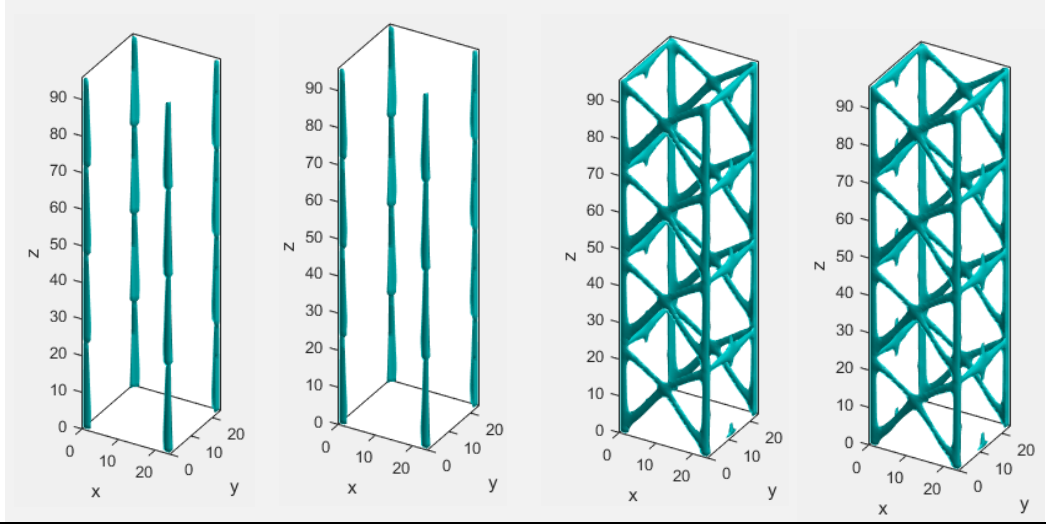
Caso	p	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
0101	**2**	21	457,80	0,69	2,065x10^8	NE	NE
0102	**2,5**	15	256,04	0,39	3,378x10^8	NE	NE
0103	**3**	37	660,15	1,00	2,896x10^8	36,3	48,0
0104	**3,5**	50	857,16	1,30	3,326x10^8	36,3	48,0

Fonte: O Autor (2021)

Ilustra-se, na Figura 51, as topologias otimizadas em função do fator de penalidade. Nas geometrias suavizadas só se consideram densidades maiores que 0,50. Para os fatores de penalização 2 e 2,5, as topologias são semelhantes entre si, sendo composta somente por 4 barras verticais. As topologias com fatores de penalização 3 e 3,5 são semelhantes, porém o caso 0103 apresenta o menor valor de flexibilidade média com menos tempo no processo de otimização. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” encontram-se no Apêndice A.

Figura 51 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas

Caso	0101	0102	0103	0104
p	2,0	2,5	3,0	3,5

3D	

Fonte: O Autor (2021)

7.4.2 Análise paramétrica – raio do filtro

Para a análise da influência do raio do filtro foram considerados os valores r_{min} = {1,5;$\sqrt{3}$; 2 e 2,5}. Na Tabela 23, mostra-se o número total de iterações do procedimento de otimização, o tempo total (segundos), o tempo normalizado (t/t_{ref}), a flexibilidade média e os ângulos das barras superior e inferior para os casos 0201 até 0204. O menor valor da flexibilidade média foi obtido para o menor valor do raio do filtro, 1,50. Conforme já foi comentado na seção 6.4.4, quanto maior o raio do filtro, mais regiões com densidades intermediárias aparecem. No entanto, conforme recomendações de Sigmund (2007) o raio do filtro precisa ser pelo menos 1,50 para ser funcional. Percebe-se que os casos 0201 e 0202 apresentaram os mesmos valores para os ângulos.

Tabela 23 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do raio do filtro

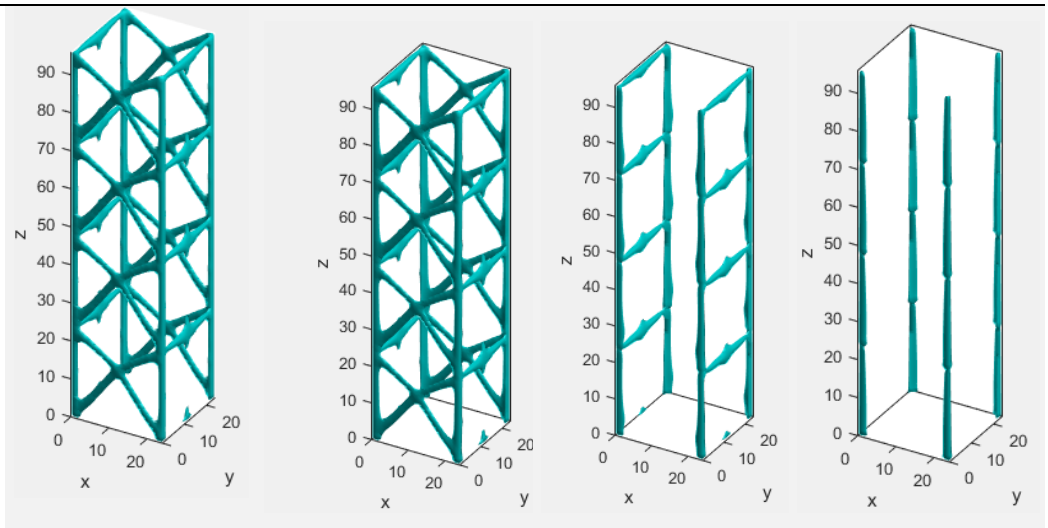
Caso	r_{min}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	θ_{sup}(°)	θ_{inf}(°)
0201	**1,5**	50	761,06	1,15	2,492x10^8	36,3	48,0
0202	$\sqrt{\mathbf{3}}$	37	660,15	1,00	2,896x10^8	36,3	48,0
0203	**2**	28	412,24	0,62	4,549x10^8	NE	NE
0204	**2,5**	10	159,80	0,24	5,699x10^8	NE	NE

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 52, observa-se as geometrias suavizadas obtidas após o processo de otimização, considerando que somente regiões com densidade maior ou igual 0,50 foram plotadas. Os casos 0201 e 0202 são semelhantes qualitativamente, o que já

era esperado devido à pouca diferença entre seus raios r_{min}. O caso 0203 proporciona uma topologia formada por pórticos paralelos, embora, nos planos “XZ” não aparecem elementos estruturais devido à sua densidade ser menor de 0,50. Aparentemente o caso 0204 apresenta ter menos material porque boa parte dos elementos estão com densidade abaixo de 0,5 e, consequentemente, não aparecem na topologia. O aumento da quantidade de elementos com densidades intermediárias no caso 0204 é consequência do aumento do raio do filtro. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” podem ser encontradas no Apêndice B.

Figura 52 – Influência do tamanho do filtro nas topologias ótimas

Caso	0201	0202	0203	0204
r_{min}	1,5	$\sqrt{3}$	2,0	2,5
3D				

Fonte: O Autor (2021)

7.4.3 Análise paramétrica – número de células

O número de células é uma restrição de manufatura, que busca junto com a restrição de simetria fornecer uma solução mais viável do ponto de vista construtivo. Para esta análise empregou-se n_{cell} = {2, 4 e 8}.

Na Tabela 24, apresentam-se as principais informações sobre o processo de otimização topológica pelo método SIMP para os três valores de n_{cell}. Nota-se que a função objetivo teve seu menor valor para n_{cell} = 2, mas que ainda assim é bastante próximo do caso de referência. O caso 0303 foi o que convergiu mais rápido, demandando menos iterações. As topologias dos casos 0301 e 0302 apresentaram barras com inclinações próximas, mas ainda assim, diferentes.

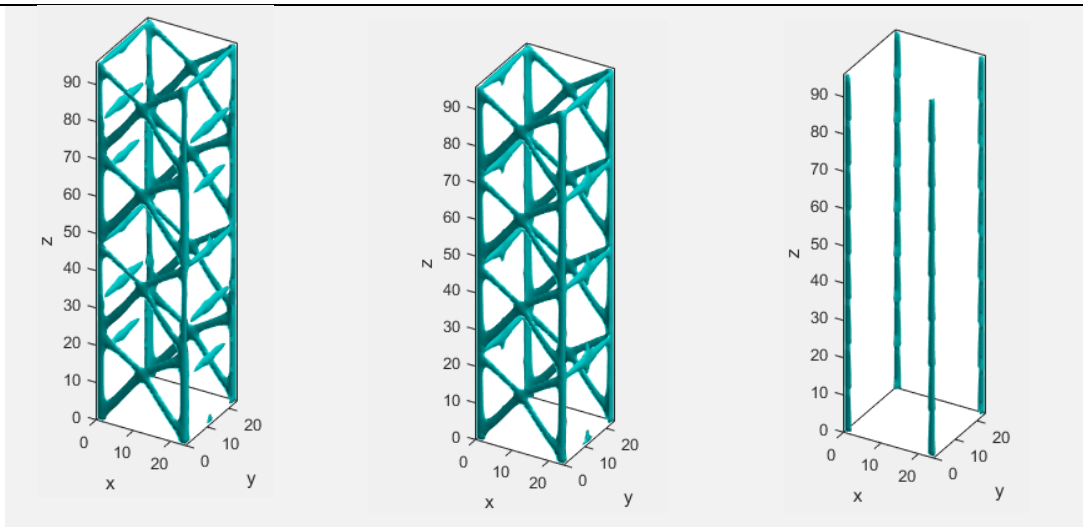
Tabela 24 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de células

Caso	n_{cell}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
0301	**2**	50	818,02	1,24	2,578x10^8	34,8	50,1
0302	**4**	37	660,15	1,00	2,896x10^8	36,3	48,0
0303	**8**	11	173,73	0,61	5,553x10^8	NE	NE

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 53, mostram-se as três topologias ótima variando o número total de células. É importante salientar que as superfícies suavizadas consideram as regiões com densidade maior ou igual 0,50 para plotagem. Portanto, as barras horizontais do caso 0301 a rigor estão unidas às barras verticais. No Apêndice C, mostram-se as vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY”.

Figura 53 – Topologia ótima em função do número de células

Caso	0301	0302	0303
n_{cell}	2	4	8
3D			

Fonte: O Autor (2021)

7.4.4 Análise paramétrica – fração de volume

Para a análise da influência da fração de volume do domínio estendido no modelo otimizado, consideram-se os valores $frac_V$ = {5%, 8% e 10%}.

Na Tabela 25, é possível constatar o número total de iterações, o tempo total, a flexibilidade média e os ângulos das barras, obtidos após a otimização topológica com variação da fração de volume. Conforme esperado, a função objetivo diminui

com o aumento da fração de volume, pois aumentar a quantidade de material favorece um aumento da rigidez da estrutura e, consequentemente, diminui a flexibilidade. Nota-se que o número de iterações e o tempo de processamento aumentam conforme a fração de volume cresce. Observa-se que o caso 0402 não apresenta barras na parte superior ao nó central.

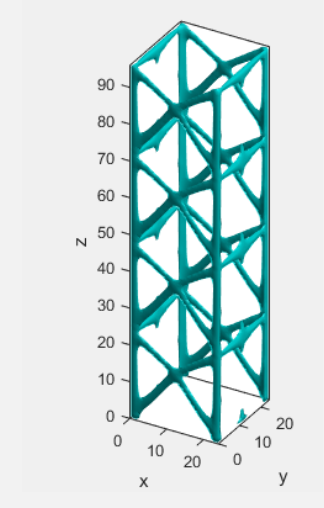
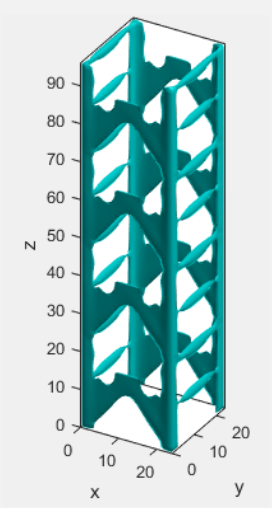
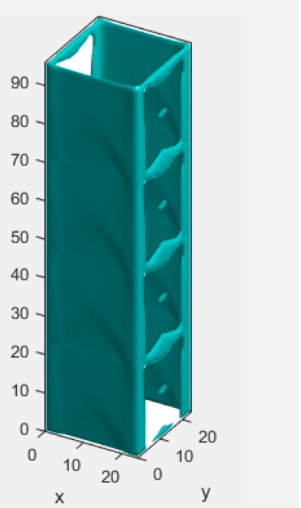
Tabela 25 – Tempo de otimização e flexibilidade em função da fração de volume

Caso	$frac_V$ (%)	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
0401	**5**	37	660,15	1,00	2,896x10^8	36,3	48,0
0402	**8**	46	808,22	1,22	1,266x10^8	NE	41,9
0403	**10**	50	996,57	1,51	0,781x10^8	NE	NE

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 54, apresentam-se as estruturas de contraventamento suavizadas para as três frações de volume. Devido à adição de elementos passivos, o material só pode ser adicionado na região mais externa do modelo de edificação, por consequência, observa-se uma quantidade significativa de material no caso 0403, em vez das tradicionais barras em forma de “x” do caso 0401. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” são apresentadas no Apêndice D.

Figura 54 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas

Caso	0401	0402	0403
$frac_V$ (%)	5	8	10
3D			

Fonte: O Autor (2021)

7.5 ANÁLISE PARAMÉTRICA – MODELO $k-\omega$ SST

Os coeficientes de pressão C_p empregados para a seguinte analise foram obtidos simulando o escoamento ao redor do modelo de edificação 1:1:4 no OpenFOAM com o modelo de turbulência $k-\omega$ SST, ver Figura 50b. Para os casos, continua-se empregando a nomenclatura no formato "0N0M" (0-número da análise-0-número do caso). Por exemplo, caso 0103 corresponde ao terceiro caso da primeira análise paramétrica. Além disso, t_{ref} refere-se ao caso base utilizado como referência (ver item 7.3).

7.5.1 Análise paramétrica – fator de penalização

Neste item, analisou-se a influência do fator de penalização considerando os valores p = {2; 2,5; 3,0 e 3,5} na Otimização Topológica do modelo de edificação 1:1:4.

Na Tabela 26, apresenta-se o número de iterações, o tempo de processamento, o tempo normalizado, além do valor da flexibilidade média. O menor valor da flexibilidade média foi obtido para o menor valor do fator de penalidade (p = 2), sendo igual a 1,944x10^8 N.m. O menor tempo de processamento foi alcançado para o fator de penalização igual a 2,5. Ainda na Tabela 26, apresentam-se as inclinações θ_{sup} e θ_{inf} das barras que se cruzam pelo nó central. Nota-se que nos casos 0103 e 0104 obtém-se ângulos próximos entre si.

Tabela 26 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização

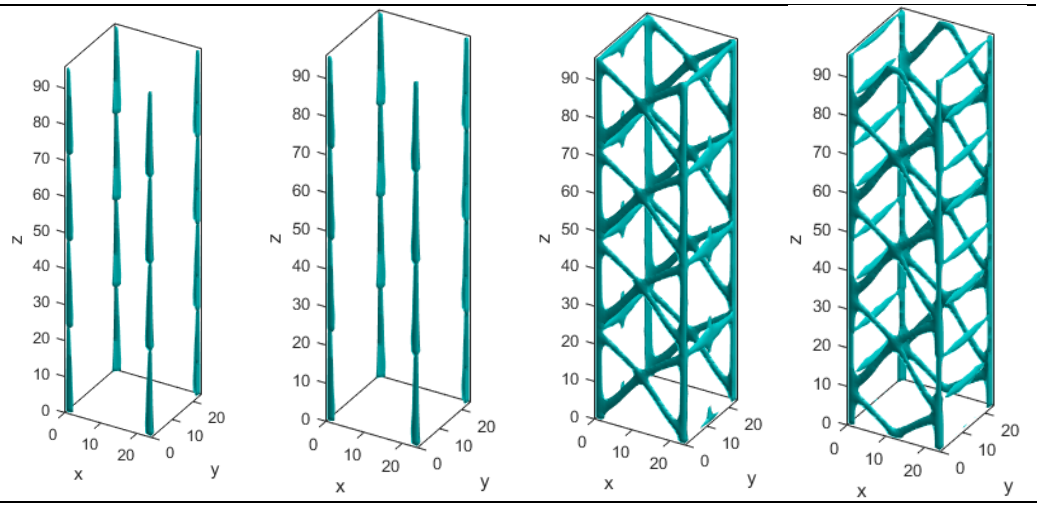
Caso	p	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
0101	**2**	47	956,78	0,66	1,944x10^8	NE	NE
0102	**2,5**	30	633,79	0,44	3,257x10^8	NE	NE
0103	**3**	59	1441,30	1,00	2,849x10^8	36,3	48,0
0104	**3,5**	100	1982,73	1,38	2,952x10^8	35,3	53,0

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 55, ilustram-se as topologias da estrutura de contraventamento otimizadas em função do fator de penalidade. As estruturas suavizadas somente mostram densidades maiores que 0,50. Para os fatores de penalização 2 e 2,5, as

topologias são semelhantes, sendo composta por 4 barras verticais não-uniformes. As topologias com fatores de penalização 3 e 3,5 são viáveis do ponto de vista arquitetônico, sendo o caso 0103 o que apresentou o menor valor de flexibilidade média e tempo de processamento. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” apresentam-se no Apêndice E.

Figura 55 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas

Caso	0101	0102	0103	0104
p	2,0	2,5	3,0	3,5
3D				

Fonte: O Autor (2021)

7.5.2 Análise paramétrica – raio do filtro

Para a análise da influência do raio do filtro foram considerados os valores r_{min} = {1,5;$\sqrt{3}$; 2 e 2,5}. Na Tabela 27, mostra-se o número total de iterações do procedimento de otimização, o tempo total, em segundos, o tempo normalizado (t/t_{ref}), a flexibilidade média e os ângulos das barras para os quatro casos estudados. O menor valor da flexibilidade média foi obtido para o menor valor do raio do filtro r_{min} 1,5, no entanto foi o que teve maior custo computacional. Conforme já foi comentado na seção 7.1.4, quanto maior o raio do filtro, mais regiões com densidades intermediárias aparecem, aumentando a flexibilidade. Percebe-se, que os casos 0202 e 0203 apresentam os mesmos valores para os ângulos.

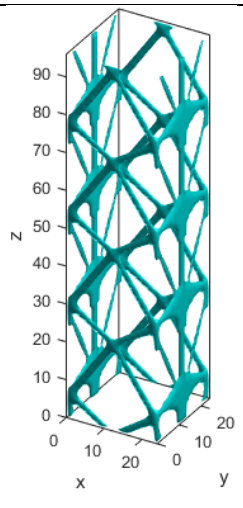
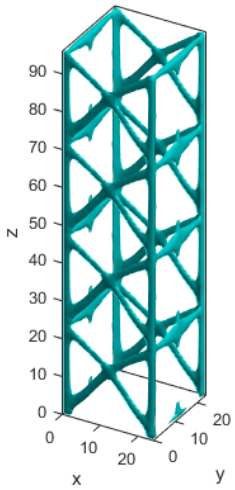
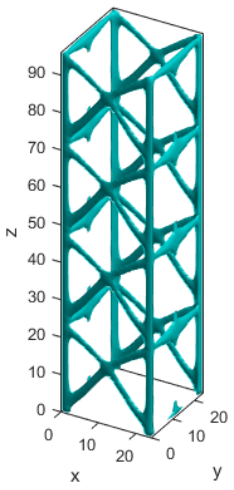
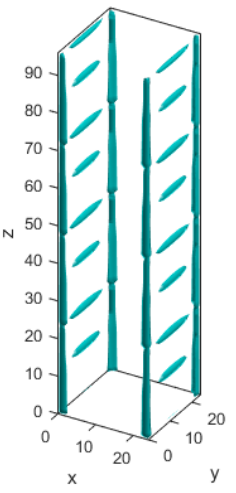
Tabela 27 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do raio do filtro

Caso	r_{min}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
0201	**1,5**	99	2134,50	1,48	2,425x10^8	41,1	55,4
0202	$\sqrt{3}$	59	1441,30	1,00	2,849x10^8	36,3	48,0
0203	**2**	64	1254,70	0,87	2,925x10^8	36,3	48,0
0204	**2,5**	54	1150,56	0,80	4,459x10^8	NE	NE

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 56, observa-se as estruturas finais suavizadas, considerando que somente regiões com densidade maior ou igual 0,50 foram plotadas. Os casos 0202 e 0203 são semelhantes qualitativamente, apresentando também flexibilidades bem próximas, com barras em forma de “x” no plano “XZ” praticamente centradas. O caso 0201 difere dos casos 0202 e 0203, com o plano “XZ” sendo composto por barras maiores em formato de “x”, sem a centralização que é observada nos casos anteriores. Por fim, o caso 0204 tem uma topologia que se assemelham a pórticos, porém com barras horizontais somente nas faces “YZ”. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” são apresentadas no Apêndice F.

Figura 56 – Influência do tamanho do filtro nas topologias ótimas

Caso	0201	0202	0203	0204
r_{min}	1,5	$\sqrt{3}$	2,0	2,5
3D				

Fonte: O Autor (2021)

7.5.3 Análise paramétrica – número de células

Como comentado anteriormente, o número de células é uma restrição de manufatura, que proporciona uma solução mais viável do ponto de vista arquitetônico. Afim de investigar sua influência, empregou-se no estudo os valores n_{cell} = {1, 2, 3, 4, 6 e 8}.

Na Tabela 28, apresentam-se as principais informações sobre o processo de otimização topológica pelo método SIMP, para os diversos valores de n_{cell}. Embora, o menor valor da função objetivo seja obtido para n_{cell} = 1, percebe-se que a solução desde o ponto de vista construtivo não é viável (ver Figura 57). Portanto, aplicar um controle de *layout* torna-se fundamental. Tendo isso em mente, os casos 0302 até 0304 apresentam valores próximos de flexibilidade, o que as tornam soluções interessantes. Apesar do pouco tempo de processamento, os casos 0305 e 0306 apresentam estruturas inviáveis com alta flexibilidade quando comparadas com as outras soluções.

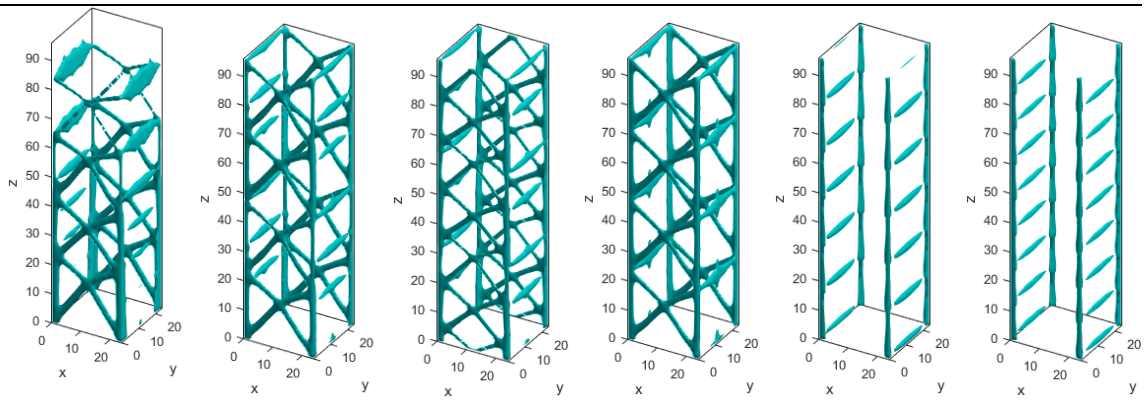
Tabela 28 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de células

Caso	n_{cell}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
0301	**1**	65	1277,35	0,89	1,722x10^8	34,2	52,1
0302	**2**	64	1344,90	0,93	2,475x10^8	33,4	51,5
0303	**3**	87	1737,77	1,21	2,788x10^8	37,7	43,2
0304	**4**	59	1441,30	1,00	2,849x10^8	36,3	48,0
0305	**6**	33	609,98	0,42	4,291x10^8	NE	NE
0306	**8**	43	872,45	0,61	4,049x10^8	NE	NE

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 57, confirma-se o que foi comentado anteriormente: as soluções 0302 até 0304 são as mais equilibradas, combinando baixa flexibilidade com facilidade construtiva. As estruturas suavizadas consideram somente as regiões com densidade maior ou igual a 0,50. Portanto, as barras horizontais dos casos 0305 e 0306 estão unidas às barras verticais com material que apresenta densidades inferiores a 0,50. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” são mostradas no Apêndice G. Para a medição do ângulo entre as barras no caso 0301, foram empregadas as barras mais próximas do engaste. Analisando os resultados obtidos, não foi possível estabelecer uma correção entre número de células e variação do ângulo das barras.

Figura 57 – Topologia ótima em função do número de células

Caso	0301	0302	0303	0304	0305	0306
n_{cell}	1	2	3	4	5	6
3D						

Fonte: O Autor (2021)

7.5.4 Análise paramétrica – fração de volume

Finalmente, para a análise da influência da fração de volume do domínio estendido no modelo, consideram-se os valores $frac_V$ = {5%, 6%, 8% e 10%}.

Na Tabela 29, apresenta-se o número total de iterações, os tempos (total e normalizado) e a flexibilidade média obtida com variação da fração de volume. Como esperado, a flexibilidade diminui com o aumento da fração de volume, pois aumentar a quantidade de material favorece um aumento da rigidez da estrutura e, consequentemente, diminui a flexibilidade. O valor mínimo foi 0,543x10^8 N.m, para uma fração de volume de 10% do domínio estendido. Não se percebe alguma correlação entre fração de volume e tempo de processamento. Ainda na Tabela 29, encontram-se os dados referentes aos ângulos das barras do plano “XZ”. Observa-se que os valores dos ângulos os casos 0403 e 0404 são os mesmos.

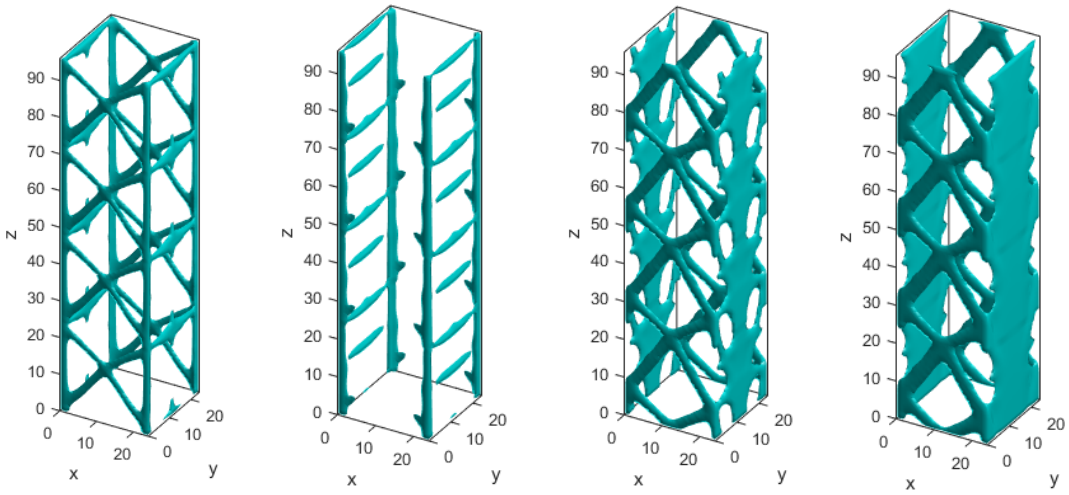
Tabela 29 – Tempo de otimização e flexibilidade em função da fração de volume

Caso	$frac_V$(%)	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	θ_{sup}(°)	θ_{inf}(°)
0401	5	59	1441,30	1,00	2,849x10^8	36,3	48,0
0402	6	67	1336,87	0,93	2,456x10^8	NE	NE
0403	8	100	2010,47	1,39	0,882x10^8	41,1	55,4
0404	10	48	996,57	0,69	0,543x10^8	41,1	55,4

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 58, apresentam-se as estruturas de contraventamento suavizadas para os quatro casos analisados. Percebe-se que a estrutura obtida no caso 0402 não é viável do ponto de vista construtivo. Nota-se uma concentração maior de material no plano “YZ” para os casos 0403 e 0404 devido à carga estar aplicada nesta face. Os planos “XZ” apresentam geometrias semelhantes. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” apresentam-se no Apêndice H.

Figura 58 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas

Caso	0401	0402	0403	0404
$frac_V$ (%)	5	6	8	10
3D				

Fonte: O Autor (2021)

7.6 ANÁLISE PARAMÉTRICA – MODELO $k-\varepsilon$ RNG

Nesse item, apresenta-se a análise paramétrica considerando os coeficientes de pressão C_p obtidos utilizando o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG no OpenFOAM. Na Figura 50c, apresentou-se a distribuição de pressão para o modelo de edificação 1:1:4. Considera-se a mesma nomenclatura empregada nos outros casos e t_{ref} refere-se ao caso base utilizado como referência (ver item 7.3).

7.6.1 Análise paramétrica – fator de penalização

Adotam-se os valores do fator de penalização p = {2; 2,5; 3,0 e 3,5} para estudar a influência na topologia e principais parâmetros da estrutura otimizada.

Na Tabela 30, apresenta-se o número de iterações, o tempo de processamento, em segundos, o tempo normalizado, além do valor da flexibilidade média. O menor valor da flexibilidade média e tempo de processamento foi obtido para o menor valor do fator de penalidade (p = 2). Nota-se que o caso 0104 atingiu o limite máximo de iterações. Os ângulos das barras superior e inferior são iguais nos casos 0103 e 0104.

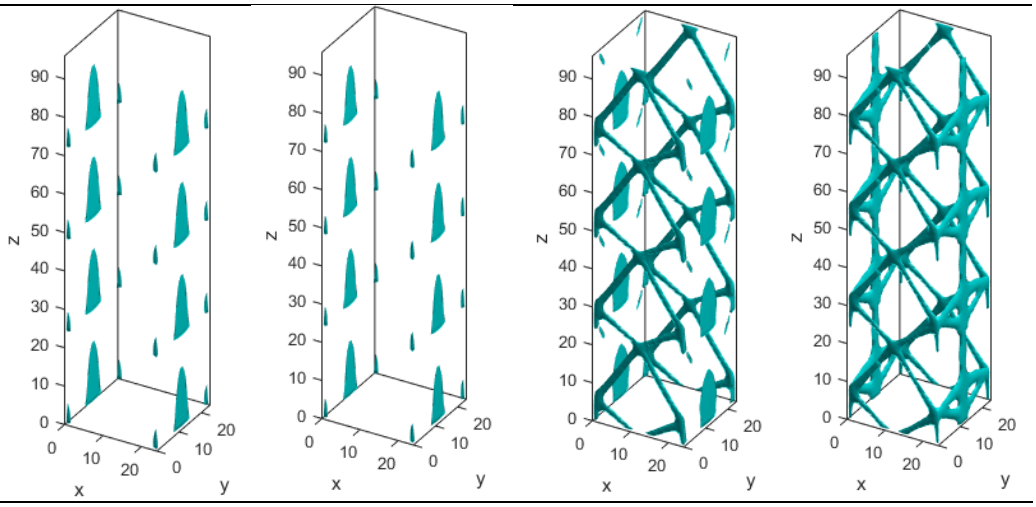
Tabela 30 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do fator de penalização

Caso	p	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	θ_{sup}(°)	θ_{inf}(°)
0101	**2**	30	887,96	0,86	1,151x10^8	NE	NE
0102	**2,5**	27	916,71	0,89	1,992x10^8	NE	NE
0103	**3**	36	1029,01	1,00	2,228x10^8	41,1	55,4
0104	**3,5**	100	2293,03	2,23	2,050x10^8	41,1	55,4

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 59, ilustra-se as topologias otimizadas em função do fator de penalização. Para os fatores de penalização 2 e 2,5, as topologias são semelhantes, no entanto, não representam algo viável do ponto de vista construtivo. As topologias com fatores de penalização 3 e 3,5 são semelhantes apenas no plano “XZ”. O caso 0103 no plano “YZ” apresenta uma concentração de material no centro que se repete ao longo das células. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” mostram-se no Apêndice I.

Figura 59 – Influência do fator de penalização nas topologias ótimas

Caso	0101	0102	0103	0104
p	2,0	2,5	3,0	3,5
3D				

Fonte: O Autor (2021)

7.6.2 Análise paramétrica – raio do filtro

Para analisar a influência que o raio do filtro tem na estrutura otimizada foram considerados os valores r_{min} = {1,5;$\sqrt{3}$; 2 e 2,5}.

O número total de iterações, o tempo total de processamento, o tempo normalizado (t/t_{ref}), a flexibilidade média e os ângulos θ_{sup} e θ_{inf}, mostram-se na Tabela 31. O menor valor da flexibilidade média foi obtido para o menor valor do raio do filtro $r_{min} = 1{,}5$ quando se atingiu o limite máximo de iterações. As inclinações dos ângulos são maiores nos casos 0201 e 0202.

Tabela 31 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do raio do filtro

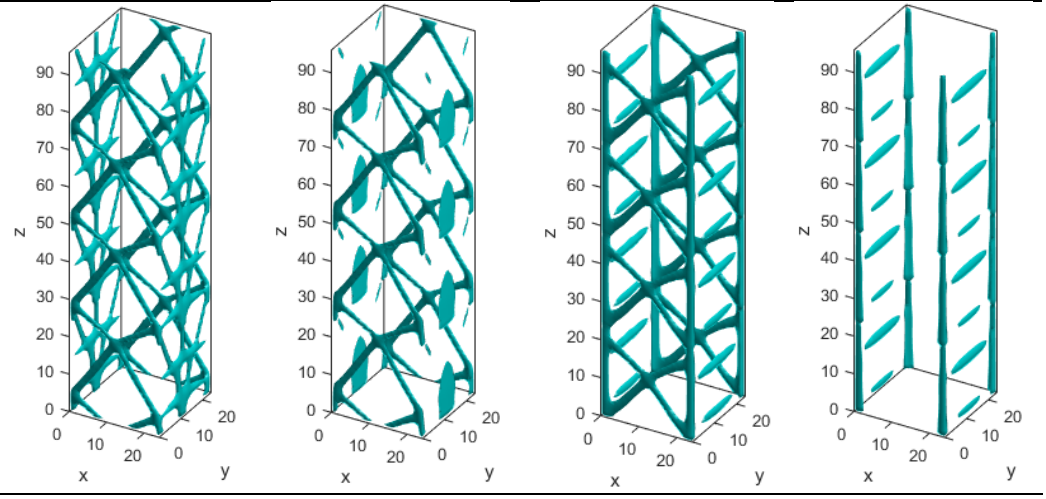
Caso	r_{min}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
0201	**1,5**	100	2055,06	2,00	1,455x10^8	41,1	55,4
0202	$\sqrt{\mathbf{3}}$	36	1029,01	1,00	2,228x10^8	41,1	55,4
0203	**2**	92	1871,11	1,82	1,703x10^8	39,5	48,0
0204	**2,5**	44	894,22	0,87	2,746x10^8	NE	NE

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 60, observa-se as estruturas finais suavizadas, considerando que somente regiões com densidade maior ou igual 0,50 foram plotadas. As topologias ótimas dos casos 0201 e 0202 são semelhantes apenas no plano “XZ”. O caso 0204, mostra-se inviável do ponto de visto construtivo, apresentando uma topologia que se assemelha a pórticos, porém com barras horizontais. As vistas dos planos “XZ”, “YZ” e “XY” são apresentadas no Apêndice J.

Figura 60 – Influência do tamanho do filtro nas topologias ótimas

Caso	0201	0202	0203	0204
r_{min}	1,5	$\sqrt{3}$	2,0	2,5

3D	

Fonte: O Autor (2021)

7.6.3 Análise paramétrica – número de células

Com o intuito de analisar a influência do número de células na estrutura de contraventamento, empregou-se n_{cell} = {1, 2, 3, 4, 6 e 8}.

Apresenta-se na Tabela 32, as principais informações sobre o processo de otimização topológica, para os diversos valores de n_{cell}. Similar ao observado na seção 7.5.3, o mínimo valor de flexibilidade média obtém-se para n_{cell} = 1, entretanto, está não é uma solução viável do ponto de vista arquitetônico (ver Figura 61). Os casos 0302 até 0304 apresentam baixos valores de flexibilidade e são soluções que atendem bem a critérios construtivos. Apesar do pouco tempo de otimização, os casos 0305 e 0306 apresentam alta flexibilidade quando comparadas com as demais soluções. Os casos 0303 e 0304 possuem os mesmos ângulos entre as barras, sendo os maiores valores para todos os casos analisados.

Tabela 32 – Tempo de otimização e flexibilidade em função do número de células

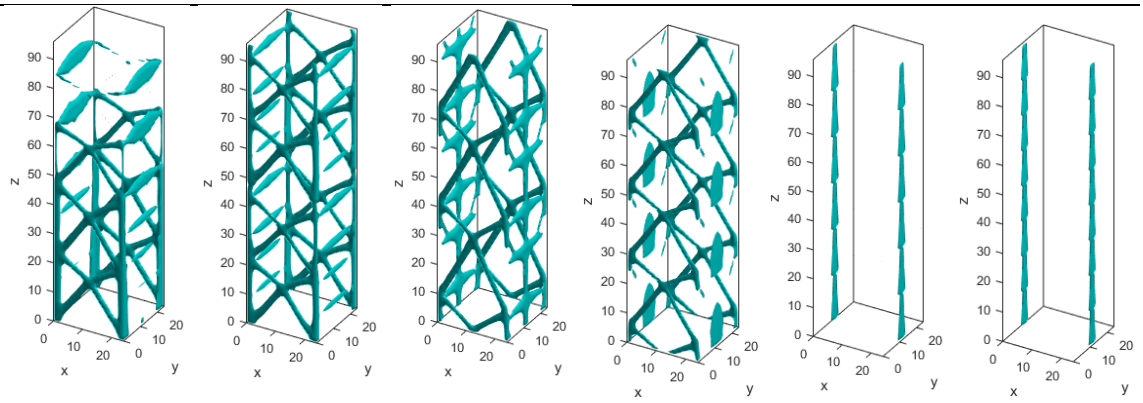
Caso	n_{cell}	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	θ_{sup}(°)	θ_{inf}(°)
0301	**1**	78	1584,42	1,54	1,054x10^8	32,9	53,2
0302	**2**	120	2445,00	2,38	1,482x10^8	32,1	52,6
0303	**3**	118	2426,87	2,36	1,602x10^8	41,1	55,4
0304	**4**	36	1029,01	1,00	2,228x10^8	41,1	55,4
0305	**6**	30	679,37	0,66	3,508x10^8	NE	NE
0306	**8**	30	803,66	0,78	3,534x10^8	NE	NE

Fonte: O Autor (2021)

Na Figura 61, pode-se observar que as soluções 0302 até 0304 são as mais balanceadas, combinam baixa flexibilidade com facilidade construtiva. As soluções

0305 e 0306, são inviáveis do ponto de vista construtivo já que apresentam barras verticais centradas no ponto de aplicação do carregamento. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” mostram-se no Apêndice K.

Figura 61 – Topologia ótima em função do número de células

Caso	0301	0302	0303	0304	0305	0306
n_{cell}	1	2	3	4	5	6
3D						

Fonte: O Autor (2021)

7.6.4 Análise paramétrica – fração de volume

Finalmente, para a análise da influência da fração de volume do domínio estendido no modelo, adotaram-se os valores $frac_V$ = {5%, 6%, 8% e 10%}

Na Tabela 33, apresenta-se o número total de iterações, o tempo de processamento total, o tempo normalizado, a flexibilidade média e as inclinações das barras que compõe o nó central, considerando a variação da fração de volume. Como esperado, a flexibilidade diminui com o aumento da fração de volume, pois aumentar a quantidade de material favorece um aumento da rigidez da estrutura e, consequentemente, diminui a flexibilidade. As barras do plano “XZ” sempre apresentam os mesmos valores dos ângulos para todos os casos.

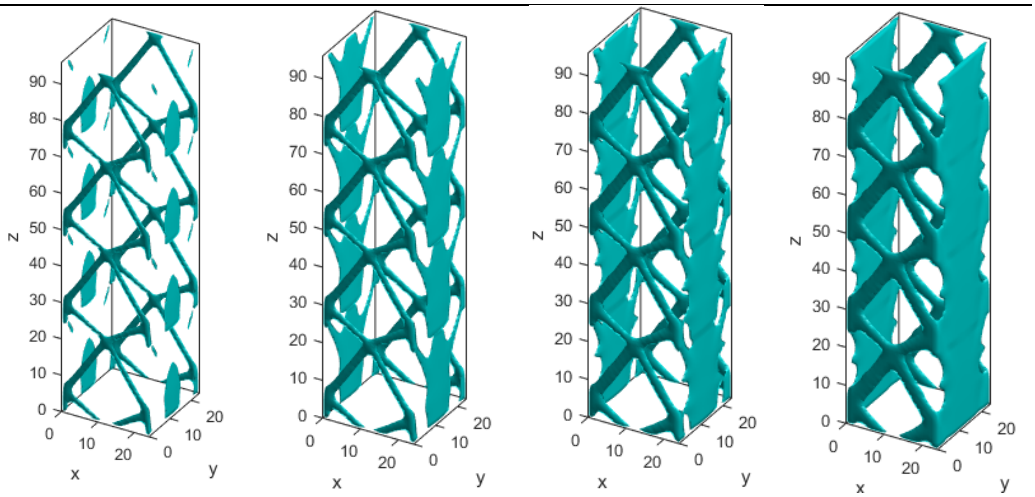
Tabela 33 – Tempo de otimização e flexibilidade em função da fração de volume

Caso	$frac_V$(%)	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	θ_{sup}(°)	θ_{inf}(°)
0401	**5**	36	1029,01	1,00	2,228x10^8	41,1	55,4
0402	**6**	37	761,54	0,74	1,284x10^8	41,1	55,4
0403	**8**	50	1026,15	1,00	0,557x10^8	41,1	55,4
0404	**10**	44	881,82	0,86	0,320x10^8	41,1	55,4

Fonte: O Autor (2021)

As estruturas suavizadas para os quatro casos analisados, apresentam-se na Figura 62. Com o aumento da fração de volume, os elementos tendem a se concentrar nas faces paralelas ao “YZ”. Os ângulos das barras que se encontram nos nós centrais no plano “XZ” estão bem próximos para todos os casos. As barras se diferenciam apenas na espessura. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” mostram-se no Apêndice L.

Figura 62 – Influência da fração de volume nas topologias ótimas

Caso	0401	0402	0403	0404
$frac_V$ (%)	5	6	8	10
3D				

Fonte: O Autor (2021)

7.7 ANÁLISE PARAMÉTRICA – SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS

Comparando-se os modelos de turbulência apresentados nos itens 7.5 e 7.6, observa-se que dependendo do parâmetro analisado (fator de penalização, raio do filtro, número de células e fração de volume), as topologias ora são semelhantes, ora são distintas. Percebe-se que para o tamanho do filtro, os casos 0201, 0203 e 0204 são semelhantes para os dois modelos de turbulência (ver figuras 56 e 60). Resultados análogos ocorreram comparando as Figuras 57 e 61 para o parâmetro número de células (casos 0301 e 0302) e na fração de volume para os casos 0403 e 0404 (ver Figuras 58 e 62).

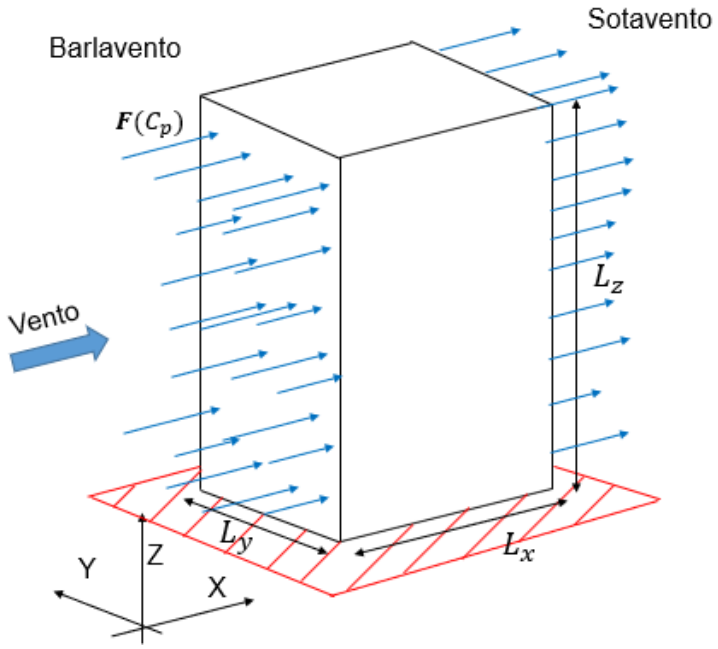
Em contrapartida, no caso do parâmetro fator de penalização, notou-se que as topologias são distintas quando se comparam as Figuras 55 e 59. Não foi possível

estabelecer que originou esta diferença. Uma hipótese provável é de que, sendo o problema de otimização não-convexo por conta do fator de penalização $p \geq 2{,}0$, a diferença na distribuição de pressão entre os dois modelos de turbulência provoca diferenças nos sistemas lineares, por consequência, as soluções convergem para mínimos locais distintos. Ou seja, topologias qualitativamente diferentes, mas que possuem flexibilidade média próximas entre si. Da mesma forma, para o parâmetro número de células, observa-se que a maior parte das topologias apresentam diferenças (ver Figuras 57 e 61).

7.8 EXEMPLO COM CARGA A BARLAVENTO E A SOTAVENTO

Neste último item, apresenta-se as topologias obtidas empregando-se cargas na face frontal (barlavento) e posterior (sotavento), conforme exemplificado na Figura 63.

Figura 63 – Cargas à barlavento e à sotavento aplicadas ao modelo de edificação



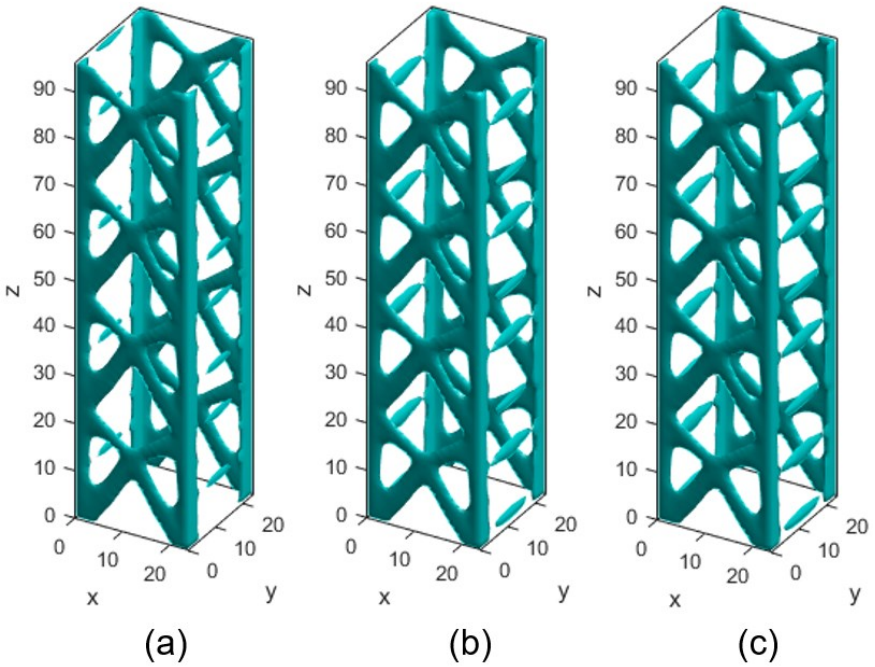
Fonte: O Autor (2021)

Para o estudo foi utilizado um modelo de edificação com razão de aspecto 1:1:4, considerando os coeficientes de pressão provenientes do túnel do vendo da TPU com $\alpha = 1/6$ e os coeficientes obtidos através dos modelos de turbulência $k-\varepsilon$ RNG e $k-\omega$ SST. Utilizou-se uma discretização de 24 x 24 x 96 elementos e a

quantidade de níveis de malha para o algoritmo *Multigrid* foi nl = 4. Outros parâmetros empregados para o caso base são: fator de penalização $p = 3{,}0$, fração de volume de 8%, raio do filtro r_{min} = $\sqrt{3}$ e número de células igual a 4.

Na Figura 64, apresenta-se as topologias obtidas. Considerando o plano “XZ”, nota-se que as estruturas são similares. As vistas correspondentes aos planos “XZ”, “YZ” e “XY” são apresentadas no Apêndice M.

Figura 64 – Topologias obtidas considerando o carregamento: (a) da TPU, (b)$k-\omega$ SST e (c) $k-\varepsilon$ RNG



Fonte: O Autor (2021)

Na Tabela 34, apresenta-se o número de iterações, o tempo de processamento, em segundos, o tempo normalizado, além do valor da flexibilidade média. O menor valor da flexibilidade média e tempo de processamento foi obtido com o modelo de turbulência $k-\varepsilon$ RNG. Os ângulos superior e inferior obtidos nas três estruturas são iguais. Percebe-se que considerando as cargas a sotavento e a barlavento as estruturas ficaram semelhantes, diferentemente do que acontecia com alguns casos obtidos nos itens 7.5 e 7.6.

Tabela 34 – Tempo de otimização e flexibilidade

Caso	Iter.	t (s)	t/t_{ref}	C (N.m)	$\theta_{sup}(°)$	$\theta_{inf}(°)$
TPU	57	677,17	1,25	1,725x10^{8}	34,7	52,4
$k-\omega$ SST	66	767,05	1,41	1,405x10^{8}	34,7	52,4
$k-\varepsilon$ RNG	42	543,10	1,00	1,067x10^{8}	34,7	52,4

Fonte: O Autor (2021)

8 CONCLUSÕES

No presente trabalho, foram desenvolvidos dois programas de OT baseado no método SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*), um para análises de problemas bidimensionais e outro de problemas tridimensionais. O objetivo principal é a otimização de fachadas estruturais em edifícios altos através do método de OT, considerando os efeitos do vento.

Em ambos programas emprega-se o MEF para a resolução do problema estrutural em elasticidade linear, sendo no caso 2D utilizado o elemento quadrilátero bilinear e o elemento hexaédrico trilinear no caso 3D. Foram resolvidos problemas de Otimização Topológica sujeitos à restrição de volume com o objetivo de analisar a variação da função objetivo flexibilidade e a estrutura de contraventamento otimizada com os principais parâmetros do programa (fator de penalização, tamanho do filtro, refinamento da malha, fração de volume e número de repetições da estrutura).

As principais conclusões do trabalho podem ser resumidas em:

Validação dos algoritmos de OT - 2D e 3D

- Os resultados obtidos nos exemplos 2D e 3D mostraram uma boa concordância quando comparados aos apresentados na literatura;

- Topologias sem controle de *layout* são inviáveis do ponto de vista arquitetônico;

- As topologias otimizadas sujeitas à restrição de manufatura mostraram uma boa concordância quando comparadas a modelos de edificações 2D disponíveis na literatura.

Análise paramétrica do algoritmo OT 2D

- O fator de penalização p = 1,5 gerou muitas regiões com densidades intermediárias, enquanto que o fator p = 3 resultou numa estrutura viável construtivamente;

- O número de células n_{cell} não influenciou no tempo de processamento, nem no número total de iterações;

- A flexibilidade aumenta com o raio do filtro r_{min}, conforme esperado, pois existem mais elementos com densidades intermediárias.

Análise paramétrica do algoritmo de OT 3D (viga engastada-livre)

- Utilizar mais níveis de malha (nl) no método *Multigrid*, para uma mesma discretização, diminui o tempo de processamento, mantendo o mesmo número de iterações e valor da flexibilidade média;

- Nota-se que quanto maior o raio do filtro, maior o valor da flexibilidade, devido ao aumento do número de elementos com densidades intermediárias.

Análise paramétrica do algoritmo de OT 3D com as cargas provenientes do túnel do vento (TPU)

- A menor flexibilidade foi alcançada para p = 3 e r_{min} = 1,5, resultando numa estrutura viável construtivamente;

- Empregar n_{cell} = 2 resultou numa estrutura viável do ponto de vista arquitetônico e com a menor flexibilidade, no entanto, o tempo de processamento foi maior.

Análise paramétrica do algoritmo de OT 3D com as cargas provenientes do OpenFOAM ($k-\omega$ SST)

- Empregar p = 3 proporcionou uma estrutura viável do ponto de vista arquitetônico;

- O menor valor da flexibilidade média foi obtido para r_{min} = 1,5, no entanto foi o que despendeu mais custo computacional. Utilizar $r_{min} = \sqrt{3}$ mostra-se como uma boa alternativa considerando os fatores flexibilidade e tempo de processamento;

- Adotar número de células igual 2, 3 e 4 resultaram em soluções viáveis com valores próximos de flexibilidade.

- A flexibilidade diminui com o aumento da fração de volume, e resultou em topologias viáveis para $frac_V$ = 5, 8 e 10%.

Análise paramétrica do algoritmo de OT 3D com as cargas provenientes do OpenFOAM ($k-\varepsilon$ RNG)

- n_{cell} = 2,3 e 4 apresentaram estruturas com baixo valor de flexibilidade e que atendem critérios arquitetônicos;

- Empregar r_{min} = 1,5, $\sqrt{3}$ e 2,0 resulta em soluções viáveis do ponto de vista arquitetônico.

- Todas as estruturas obtidas durante a análise de volume se mostraram viáveis do ponto de vista construtivo.

Simulações no OpenFOAM

- O programa se mostrou versátil ao permitir resolver problemas empregando dois modelos clássicos de turbulência;

- Os campos de pressões apresentaram boa concordância quando comparados com os coeficientes de pressão provenientes de ensaios experimentais (TPU).

8.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros o autor sugere:

- Implementar os códigos de Otimização Topológica 2D e 3D em uma linguagem de programação compilada (C++, Fortran, etc.), afim de permitir rodar exemplos com maior número de elementos;

- Acoplar um programa de pré-processamento para permitir a modelagem de estruturas tridimensionais arbitrárias;

- Alterar o programa para considerar a distribuição de pressão em todas as faces da edificação.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, ABNT, 66p, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, ABNT, 256p, 2014.

ALMEIDA, S.R.M.; PAULINO, G.H.; SILVA, E.C.N. Layout and material gradation in topology optimization of functionally graded structures: a global-local approach. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 42, p. 855-868, 2010.

AMIR, O.; AAGE, N.; LAZAROV, B.S. On multigrid-CG for efficient topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 48, p. 815-829, 2013.

AMIR, O.; SIGMUND, O. On reducing computational effort in topology optimization: how far can we go? **Structural and Multidisciplinary Optimization** v. 44, p. 25-29, 2011.

ANDERSON, J.D. **Computational fluid dynamics: The basics with applications**. McGraw-Hill, Singapore, v. 1, 547 p., 1995.

ANDREASSEN, E.; CLAUSEN, A.; SCHEVENELS, M.; LAZAROV, B.S.; SIGMUND, O. Efficient topology optimization in matlab using 88 lines of code. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 43, p. 1-16, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças Devidas ao Vento em Edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

BEGHINI, L.L.; BEGHINI, A.; KATZ, N.; BAKER, W.F.; PAULINO, G.H. Connecting architecture and engineering through structural topology optimization. **Engineering Structures**, v. 59, p. 716-726, 2015.

BENDSØE, M.P. Optimal shape design as a material distribution problem. **Structural Optimization**, v. 1, p. 193-202, 1989.

BENDSØE, M.P.; KIKUCHI, N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 71, p. 197-224, 1988.

BENDSØE, M.P.; SIGMUND, O. **Topology optimization: theory, methods and applications**. Springer, Berlin, 2003.

BEZERRA, L.A. **Emprego de algoritmos genéticos para otimização de vigas de concreto armado**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 120, 2017.

BLOCKEN, B. Computational Fluid Dynamics for urban physics: Importance, scales, possibilities, limitations and ten tips and tricks towards accurate and reliable simulations. **Building and Environment**, v. 91, p. 219-245, 2015.

BRIGGS, W.L.; HENSON, V.E.; MCCORMICK, S.F. **A Multigrid Tutorial**. 2 ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, 2000.

CAVALCANTE, M.C.A.D. **Influência da geometria da edificação na aerodinâmica de sistemas eólicos integrados utilizando OpenFOAM**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 132, 2019.

CAVALCANTE NETO, I.T. **Otimização do peso de estruturas treliçadas metálicas utilizando algoritmos genéticos**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 96, 2019.

CHERNIAK, D.; SIGMUND, O. A web-based topology optimization program. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 22, p. 179-187, 2001.

CHI, H.; PEREIRA, A.; MENEZES, I.F.M.; PAULINO, G.H. Virtual element method (VEM)-based topology optimization: an integrated framework. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 62, 26 p., 2019.

DBOUK, T. A review about the engineering design of optimal heat transfer systems using topology optimization. **Applied Thermal Engineering**, v. 112, p. 841-854, 2017.

DEATON, D.J.; GRANDHI, R.V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. **Structural and Multidisciplinary Optimization** v. 49, p. 1-38, 2014.

ESCHENAUER, H.A.; OLHOFF, N., Topology optimization of continuum structures: A review. **American Society of Mechanical Engineers** v. 54, p. 331-390, 2001.

FEDORENKO, R.P. A relaxation method for solving elliptic difference equations. **USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics**, v. 1, p. 1092-1096, 1962.

FRANKE, J.; STURM, M.; KALMBACH, C. Validation of OpenFOAM 1.6.x with the German VDI guideline for obstacle resolving micro-scale models. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 104-106, p. 350-359, 2012.

FRANKE, J.; HIRSCH, C.; JENSEN, A.; KRÜS, H.; SCHATZMANN, M.; WESTBURY, P.; MILES, S.; WISSE, J.; Wright, N. Recommendations on the use of CFD in wind engineering. **Proceedings of the International Conference on Urban Wind Engineering and Building Aerodynamics**, 11 p., 2004.

GISARIO, A.; KAZARIAN, M.; MARTINA, F.; MEHRPOUYA, M. Metal additive manufacturing in the commercial aviation industry: A review. **Journal of Manufacturing Systems**, v. 53, p. 124-149, 2019.

GOUSSEAU, P.; BLOCKEN, B.; VAN HEIJST, G.J.F. Quality assessment of Large-Eddy Simulation of wind flow around a high-rise building: Validation and solution verification. **Computers & Fluids**, v. 79, p. 120-133, 2013.

HESTENES, M.R.; STIEFEL E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. **Journal of Research of the National Bureau of Standards**, v. 49, n. 6, p. 409-436, 1952.

HUANG, X.; XIE, M. **Evolutionary topology optimization of continuum structures: methods and applications**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010.

HUANG, X.; XIE, Y.M.; BURRY, M.C. A new algorithm for bi-directional evolutionary structural optimization. **The Japan Society of Mechanical Engineers International Journal**, v. 19, n.4, 2006.

JENSEN, K.E. Anisotropic mesh adaptation and topology optimization in three dimensions. **Journal of Mechanical Design**, v. 138, n. 061401-1, 2016.

JONES, W.P.; LAUNDER, B.E. The prediction of laminarization with a two equation model of turbulence. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 15, p. 1-32, 1972.

JUNIOR, E.Q.S. **Otimização topológica de problemas estruturais bidimensionais com o método "BESO"**. Caruaru, Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil), Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, p. 56, 2016.

JÚNIOR, M.A.O. **Análise da Influência do Vento em Galpões Industriais**. 2014. 74 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharel em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernamuco, Caruaru, 2014.

KAHSAY, M.T.; BITSUAMLAK, G.T.; TARIKU, F. CFD simulation of external CHTC on a high-rise building with and without façade appurtenances. **Building and Environment**, v. 165, 106350, 2019.

KAZAKIS, G.; KANELLOPOULOS, I.; SOTIROPOULOS, S.; LAGAROS, N.D. Topology optimization aided structural design: Interpretation, computational aspects and 3D printing. **Heliyon**, 10 ed., v. 3, 33 p., 2017.

KICINGER, R.; ARCISZEWSKI, T.; JONG, K.D. Evolutionary computation and structural design: a survey of the state of the art. **Computers and Structures**. v. 83. p. 1943-1978. 2005.

KIKUMOTO, H.; OOKA, R.; HAN, M.; NAKAJIMA, K. Consistency of mean wind speed in pedestrian wind environment analyses: Mathematical consideration and a case study using large-eddy simulation. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 173, p. 91-99, 2018.

KIM, J.J.; BAIK, J.J. A numerical study of the effects of ambiente Wind direction on flow and dispersion in urban street canyons using the RNG $k-\varepsilon$ turbulence model. **Atmospheric Environment**, v. 38, p. 3039-3048, 2004.

KOSUTOVA, K.; VAN HOOFF, T.; VANDERWEL, C.; BLOCKEN, B.; HENSEN, J. Cross-ventilation in a generic isolated building equipped with louvers: Wind-tunnel experiments and CFD simulations. **Building and Environment**, v. 154, p. 263-280, 2019.

LAUNDER, B.E.; SHARMA, B.I. Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. **Letters in Heat and Mass Transfer**, v. 1, p. 131-138, 1974.

LAUREN, L.; BEGHINI, L.L.; BEGHINI, A.; BAKER, W.F.; PAULINO, G.H. Integrated Discrete/Continuum Topology Optimization Framework for Stiffness or Global Stability of High-Rise Buildings. **Journal of Structural Engineering**, v. 141, p. 10, 2015.

LI, Q.; STEVEN, G.P.; XIE, Y.M. A simple checkerboard suppression algorithm for evolutionary structural optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 22, p. 230-239, 2001.

LIANG, Q.Q.; XIE, Y.M.; STEVEN, G.P. Optimal topology selection of continuum structures with displacement constraints. **Computers and Structures**, v. 77, p. 635-644, 2000.

LIU, T.; TOVAR A. An efficient 3d topology optimization code written in Matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization**. v. 50, p. 1175-1196, 2014.

LIU, Q.; RUAN, D.; HUANG, X. Topology optimization of viscoelastic materials on damping and frequency of macrostructures. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 337, p. 305-323, 2018.

LUO, X.; SUKSUWAN, A.; SPENCE, S.M.J.; KAREEM, A. Topology Optimization and Performance-Based Design of Tall Buildings: A Spatial Framework. **Structures Congress 2017**, p. 12, 2017.

MENTER F.R. Influence of freestream values on k − ω turbulence model predictions. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal**, v. 30, p. 1657-1659, 1992.

MENTER, F.R. Two-equation Eddy-viscosity Turbulence Model for Engineering Applications. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal**, v. 32, p. 1598–1605, 1994.

MENTER, F.R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. **Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model**. Proceedings of the Fourth International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer, Begell House, Redding, CT, 2003.

MICHELL, A.G.M. The limits of economy of material in frame structures. **Philosophical Magazine**, v. 8, p. 589-597, 1904.

MOUKALLED, F.; MANGANI, L.; DARWISH, M. **The finite volume method in computational fluid dynamics: an introduction with OpenFOAM and Matlab**. Springer International Publishing, v. 113, 816 p., 2016.

NASCIMENTO, K.M.B. **Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 98, 2017.

NASCIMENTO, A.V. **Estudo da ventilação em edifícios através da engenharia do vento computacional com uso do software OpenFOAM**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 130, 2019.

NGUYEN, T. M.; PAULINO, G. H.; SONG, J.; LE, C.H. Improving Multiresolution Topology Optimization via Multiple Discretizations. **International Journal for Numerical Methods in Engineering** v. 92, p. 507-530, 2012.

NUNES, J.P.A. **Otimização de lajes nervuradas de concreto armado, utilizando algoritmo genético**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 131, 2018.

OPENFOAM FOUNDATION. **OpenFOAM User Guide v.6.0**. London: Openfoam Foundation, 2018.

PATANKAR, S.V.; SPALDING, D.B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. **International Journal of Heat and Mass Transfe**r, v. 15, p. 1787-1806, 1972.

PEREIRA, S.M.B. **O Método Multigrid Algébrico na resolução de sistemas lineares oriundos do Método dos Elementos Finitos**. São Paulo, Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 153 p., 2007.

PEREIRA, R.E.L. **Otimização topológica de sistema de contraventamento em edificações, considerando os efeitos do vento**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 141, 2018.

PINHO, F.A.X.C. **Métodos de densidade em otimização de topologia aplicados a subsistemas de edifícios**. Goiânia, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás, p. 144, 2015.

QUERIN, O.M.; STEVEN, G.P.; XIE, Y.M. Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm. **Engineering Computations**, v. 15, p. 1031-1048, 1998.

QUERIN, O.M.; YOUNG, V.; STEVEN, G.P.; XIE, Y.M. Computational efficiency and validation of bi-directional evolutionary structural optimisation. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 189, p. 559-573, 2000.

RAMPONI, R.; BLOCKEN, B. CFD simulation of cross-ventilation for a generic isolated building: Impact of computational parameters. **Building and Environment**, v. 53, p. 34-48, 2012.

REDDY, K.S.N.; FERGUSON, I.; FRECKER, M.; SIMPSON, T.W.; DICKMAN, C.J. Topology Optimization Software for Additive Manufacturing: A Review of Current Capabilities and a Real-World Example. **Proceedings of the ASME 2016 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference**, v. 2A, 42nd Design Automation Conference, Charlotte, North Carolina, 2016.

ROZVANY, G.I.N. Grillages of maximum strength and maximum stiffness. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 14, p. 1217-1222, 1972.

ROZVANY, G.I.N., A critical review of established methods of structural topology optimization**. Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 37, p. 217-237, 2009.

ROZVANY, G.I.N.; QUERIN, O.M., Combining ESO with rigorous optimality criteria. **International Journal Of Vehicle Design**, v. 28, p. 294-299, 2002.

ROZVANY, G.I.N.; ZHOU, M. Applications of the COC method in layout optimization. In: Eschenauer, H.A.; Mattheck, C.; Olhoff, N. (eds.) **Engineering optimization in design processes** (Proc. Int. Conf. held in Karlsruhe, 1990), p. 59-70. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1991.

ROZVANY, G.I.N.; ZHOU, M.; BIRKER, T. Generalized shape optimization without homogenization. **Structural Optimization**, v. 4, p. 250-252, 1992.

SAAD, Y. **Iterative Methods for Sparse Linear Systems**. 2. ed. Filadélfia: SIAM, 2003.

SALVADOR, S.M.B. **Estudo do efeito dos parâmetros algorítmicos nos critérios de resolução OC, SAO e MMA em problemas tridimensionais com o método de otimização SIMP**. Caruaru, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, p. 93, 2018.

O SENHOR dos anéis. Direção: Peter Jackson. Produção: WingNut Films. Estados Unidos: Warner Bros, 2001. DVD (228 min.).

SILVA, L.J. **Otimização topológica de problemas de elasticidade bidimensional com os métodos BESO e SIMP**. Caruaru, Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil), Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, p. 64, 2018.

SHAO, J.; LIU, J.; ZHAO, J. Evaluation of various non-linear $k-\varepsilon$ models for predicting wind flow around na isolated high-rise building within the surface boundary layer. **Building and Environment**, v. 57, p. 145-155, 2012.

SIGMUND, O. **Design of material structures using topology optimization**. Ph.D. Thesis, Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark, 1994.

SIGMUND, O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization. **Mechanics of Structures and Machines**. 25, 495-526, 1997.

SIGMUND, O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 21, p. 120-127, 2001.

SIGMUND, O. Morphology-based black and white filters for topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 33, p. 401-424, 2007.

SIGMUND, O.; PETERSSON, J. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 163, p. 68-75, 1998.

SILVA, S.B. **Otimização de topologia aplicada ao projeto conceitual de edifícios usando o método da estrutura base**. Goiânia, Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Programa de Pós-Graduação em Geotecnia, Estruturas e Construção Civil da Universidade Federal de Goiás, p. 114, 2016.

SILVA, B.L.; CHAKRAVARTY, R.; SUMNER, D.; BERGSTROM, D.J. Aerodynamic forces and three-dimensional flow structures in the mean wake of a surface-mounted finite-height square prism. **International Journal of Heat and Fluid Flow**. v.83, p.108-124, 2020.

SILVA-FREIRE, A. P.; MENUT, P.P.M.; SU, J. **Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência**. ABCM - Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, v. 1, 292 p., 2002.

SOLOUK, M.R.; SHOJAEEFARD, M.H.; DAHMARDEH, M. Parametric topology optimization of a MEMS gyroscope for automotive applications. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.128, p. 389-404, 2019.

STROMBERG, L.L.; BEGHINI, A.; BAKER, W.F.; PAULINO, G.H. Topology optimization for braced frames: Combining continuum and beam/column elements. **Engineering Structures**, v. 37, p. 106-124, 2012.

SVANBERG, K. The Method of Moving Assymptotes – A new Method for Structural Optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 24, p. 359-373, 1987.

TAKEZAWA, A.; YAMAMOTO, T.; ZHANG, X.; YAMAKAWA, K.; NAKANO, N.; KITAMURA, M. An objective function for the topology optimization of sound-absorbing materials. **Journal of Sound and Vibration**, v. 443, p. 804-819, 2019.

TARANATH, B.S. **Reinforced concrete design of tall buildings.** 1 ed., Boca Raton: CRC Press, 2009.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J.L. **A first course in turbulence**. MIT Press, 1972, 300 p.

THORDAL, M.S.; BENNETSEN, J.C.; KOSS, H.H. Review for practical application of CFD for the determination of wind load on high-rise buildings. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 186, p. 155-168, 2019.

TIAN, X.; WANG, Q.; LIU, G.; LIU, Y.; XIE, Y.; DENG, W. Topology optimization design for offshore platform jacket structure. **Applied Ocean Research**, v.84, p. 38-50, 2019.

TOJA-SILVA, F.; PERALTA, C.; LOPEZ-GARCIA, O.; NAVARRO, J.; CRUZ, I. Roof region dependent wind potential assessment with different RANS turbulence models. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v.142, p. 258-271, 2015.

TOMINAGA, Y. Flow around a high-rise building using steady and unsteady RANS CFD: Effect of large-scale fluctuations on the velocity statistics. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v.142, p. 93-103, 2015.

TORRES, I.A.; ALMEIDA, S.R.M. On conceptual design of buildings based on topology optimization techniques. Brazil, Pirenópolis, **Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, v.34, p. 17, 2013.

TSAVDARIDIS, K.D.; EFTHYMIOU, E.; ADUGU, A.; HUGHES, J.A.; GREKAVICIUS, L. Application of structural topology optimisation in aluminium cross-sectional design. **Thin-Walled Structures**, v. 139, p. 372-388, 2019.

VAN HOOFF, T. BLOCKEN, B.; TOMINAGA, Y. On the accuracy of CFD simulations of cross-ventilation flows for a generic isolated building: Comparison of RANS, LES and experiments. **Building and Environment**, v. 114, p. 148-165, 2017.

VERSTEEG. H.K.; MALALASEKERA, W. **Introduction to Computational Fluid Dynamics: The finite volume method**. Person Prentice Hall, England, 2 ed., 514 p., 2007.

WANG, J.; PHUC, P.V.; YANG, Q.; TAMURA, Y. LES study of wind pressure and flow characteristics of flat-roof-mounted solar arrays. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 198, 16 p., 104096, 2020.

WILCOX, D.C. Reassessment of the scale determining equation for advanced turbulence models. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal**, v. 26, n. 11, p. 1299-1310, 1988.

XIE, Y.M.; STEVEN, G.P. A simple evolutionary procedure for structural optimization. **Computers & Structures**, v. 49, p. 885-896, 1993.

XIE, Y.M.; STEVEN, G.P. Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints. **Finite Elements in Analysis and Design**, v.21, p. 239-251, 1996.

YAKHOT, V.; ORSZAG, S.A.; THANGAM, S.; GATSKI, T.B.; SPEZIALE, C.G. Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique. **Physics of Fluids A**, v. 4, p.1510-1520, 1992.

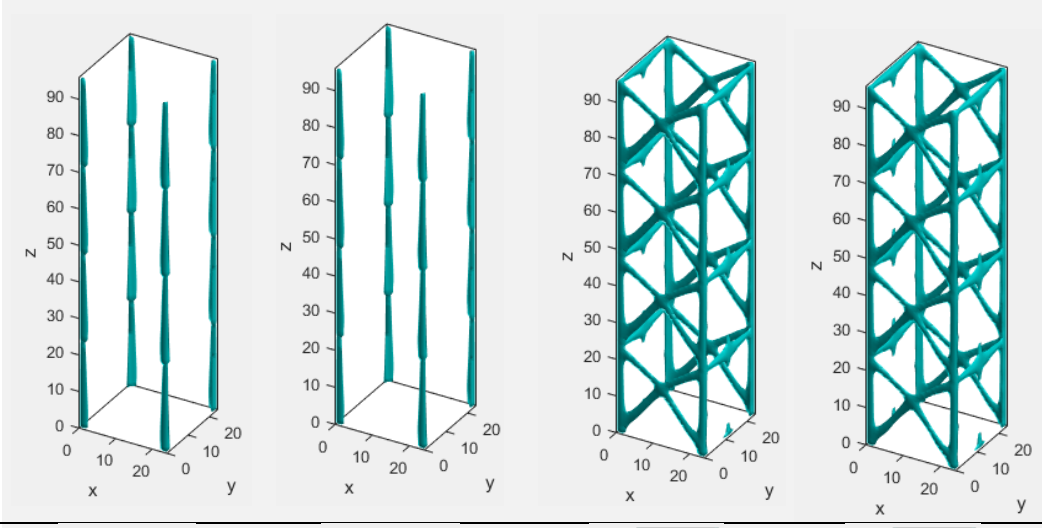
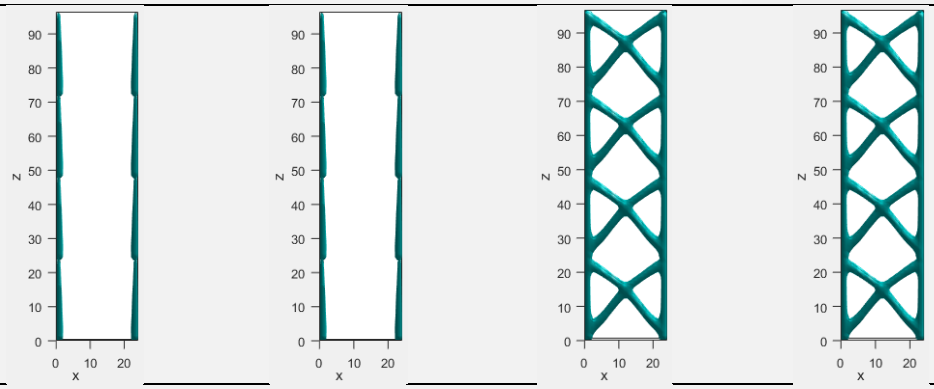
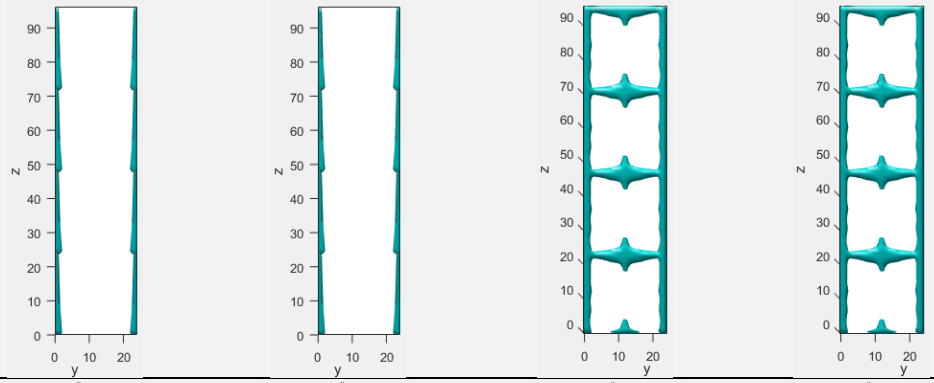
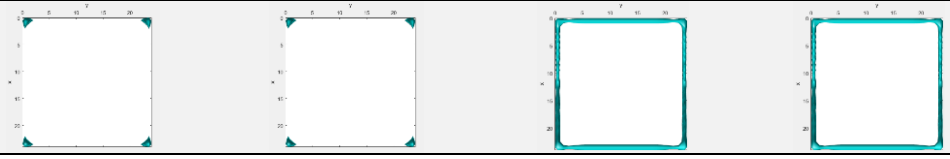
YANG, X.Y.; XIE, Y.; STEVEN, G.P.; QUERIN, O.M. Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal**, v. 37, p. 1483-1488, 1999.

ZARGHAM, S.; WARD, T.A.; RAMLI, R.; Badruddin, I.A. Topology optimization: a review for structural designs under vibration problems. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 53, p. 1157-1177, 2016.

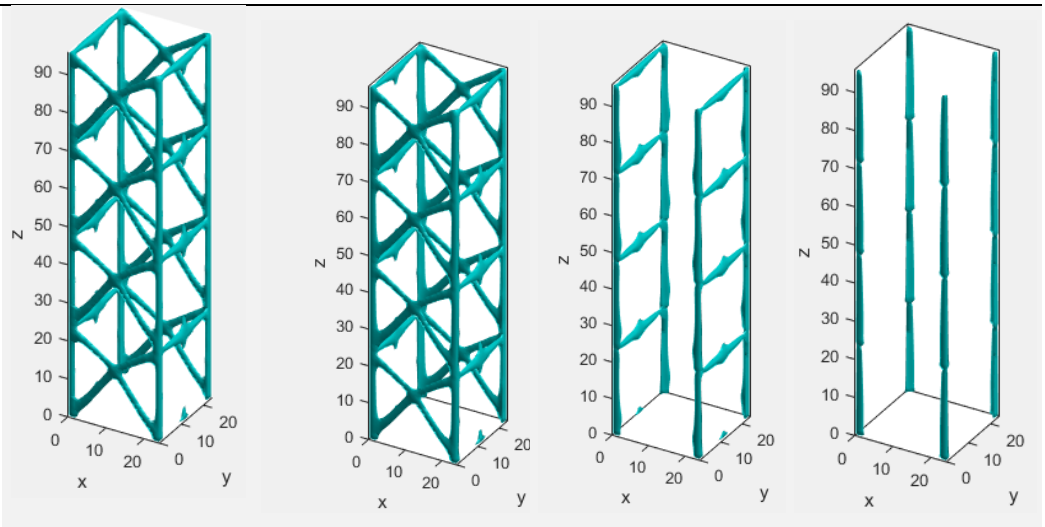
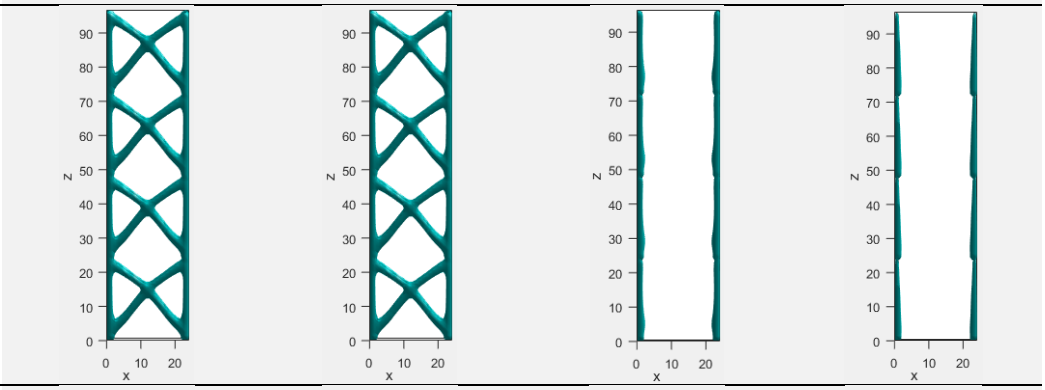
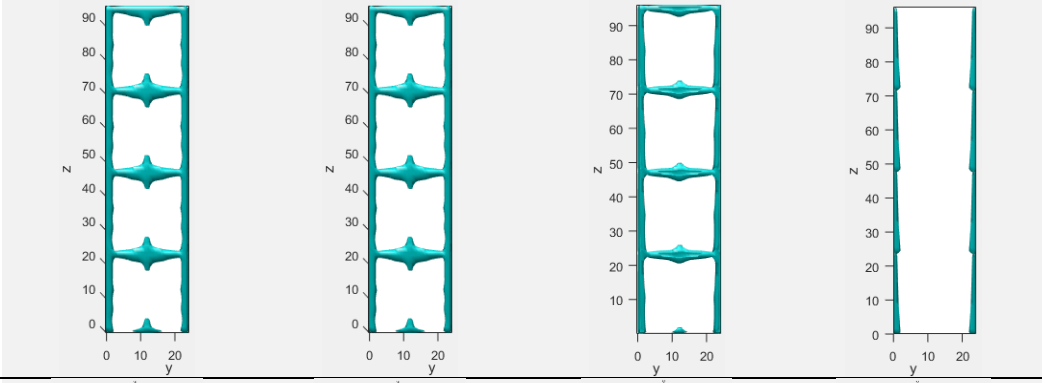
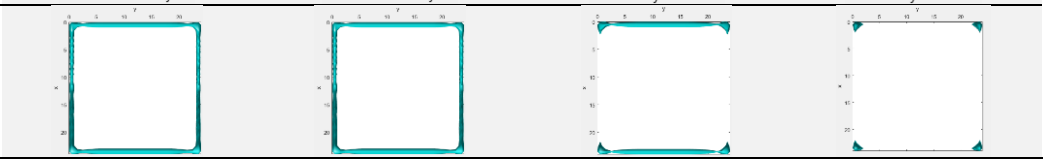
ZHANG, C.; YANG, S.; SHU, C.; WANG, L.L.; STATHOPOULOS, T. Wind pressure coefficients for buildings with air curtains. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 205, 104265, 2020.

ZHOU, M.; ROZVANY, G.I.N. On the validity of ESO type methods in topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 21, p. 80-83, 2001.

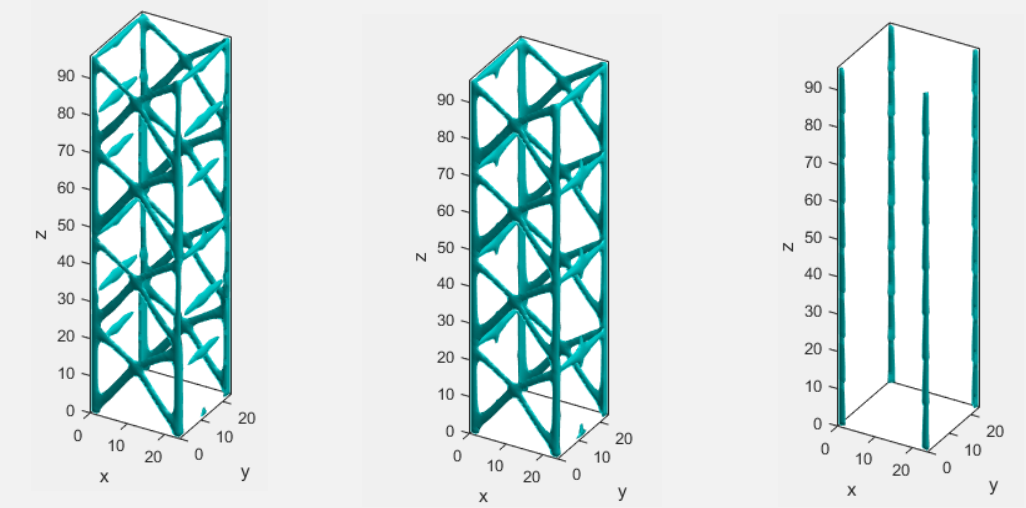
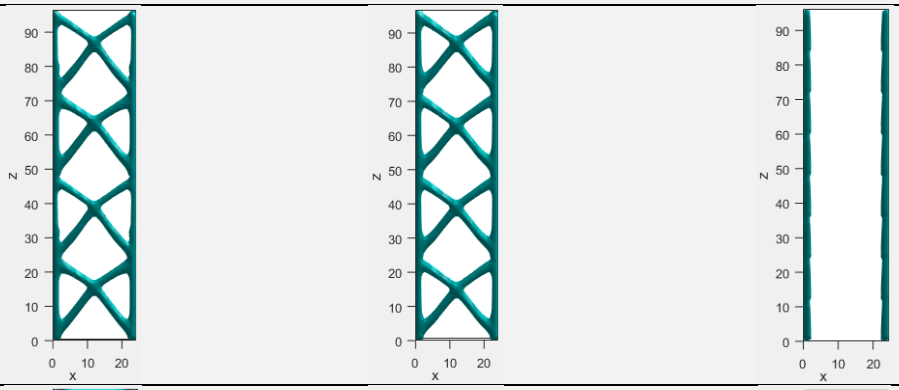
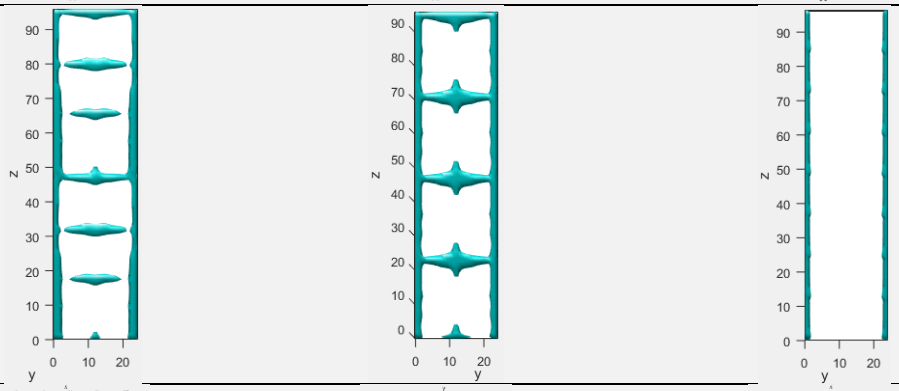
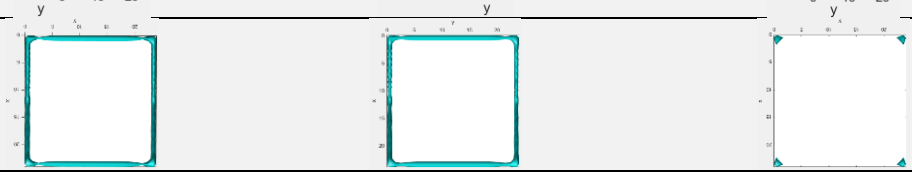
APÊNDICE A – TPU: FATOR DE PENALIZAÇÃO

Caso	0101	0102	0103	0104
p	2,0	2,5	3,0	3,5
3D				
Plano ”XZ”				
Plano “YZ”				
Plano “XY”				

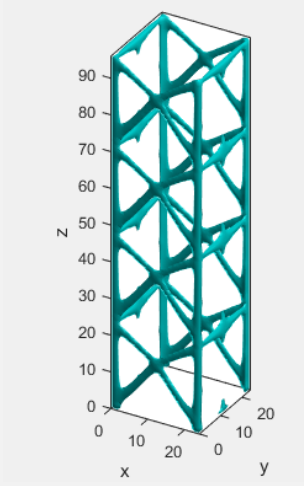
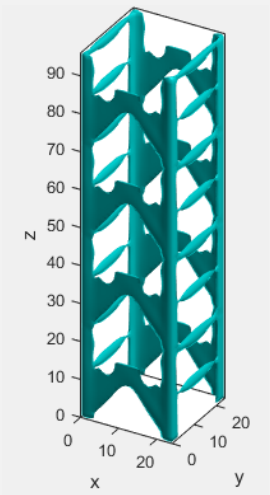
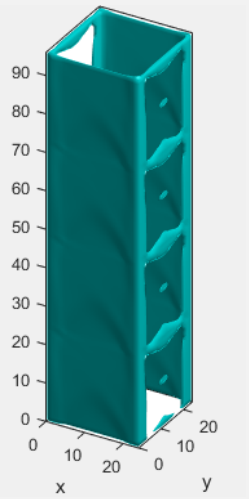
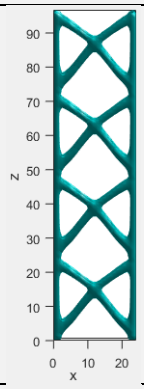
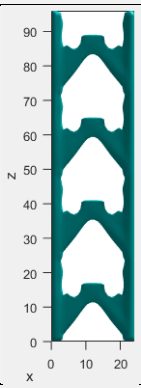
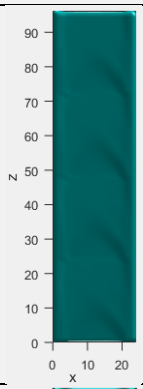
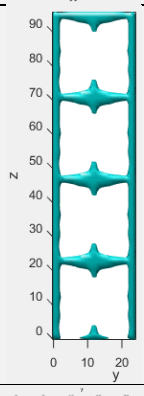
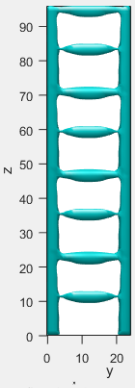
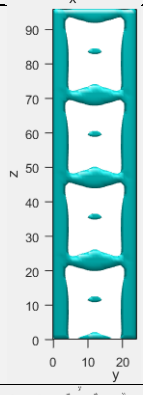
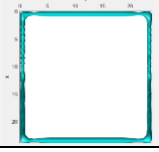
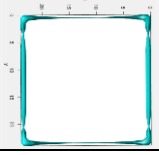
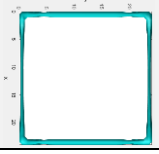
APÊNDICE B – TPU: RAIO DO FILTRO

Caso	0201	0202	0203	0204
r_{min}	1,5	$\sqrt{3}$	2,0	2,5
3D				
Plano "XZ"				
Plano "YZ"				
Plano "XY"				

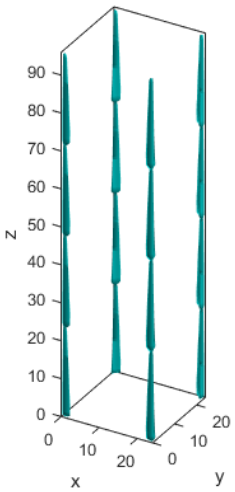
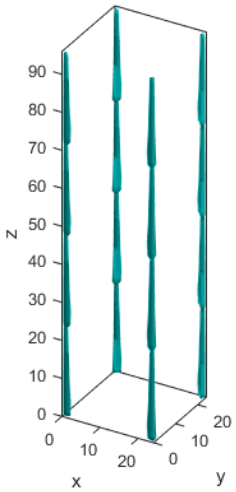
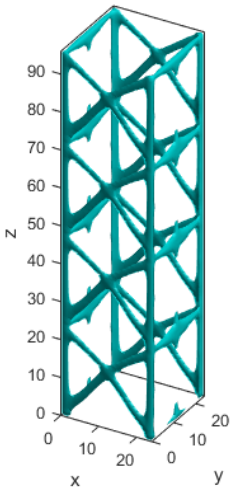
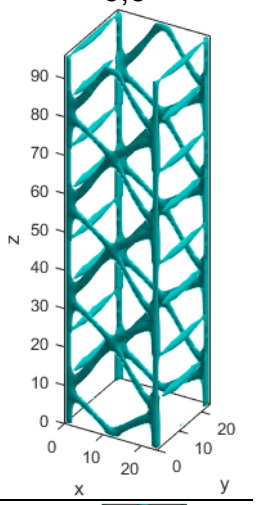
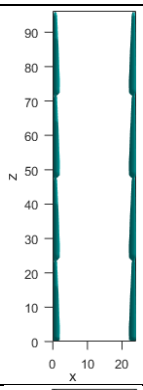
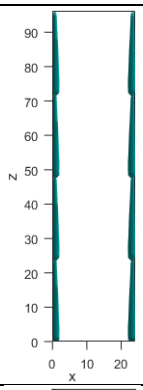
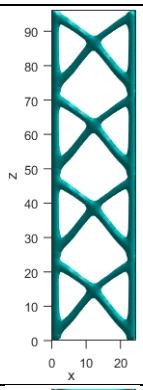
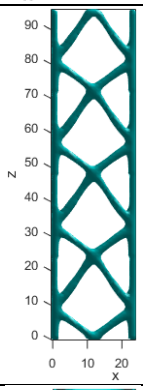
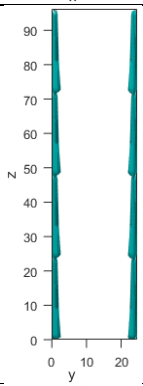
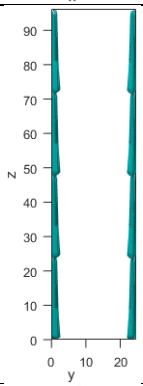
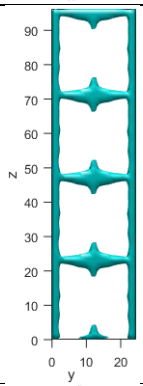
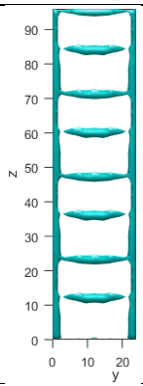
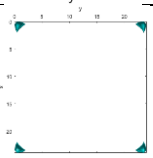
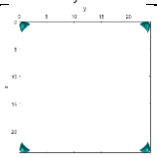
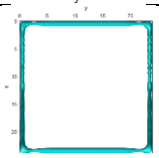
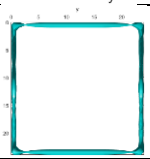
APÊNDICE C – TPU: NÚMERO DE CÉLULAS

Caso	0301	0302	0303
n_{cell}	2	4	8
3D			
Plano “XZ”			
Plano “YZ”			
Plano “XY”			

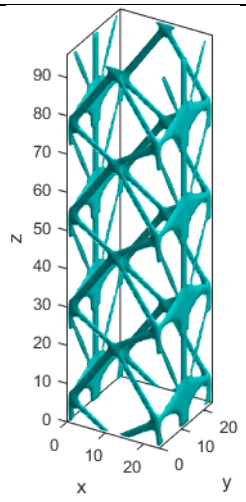
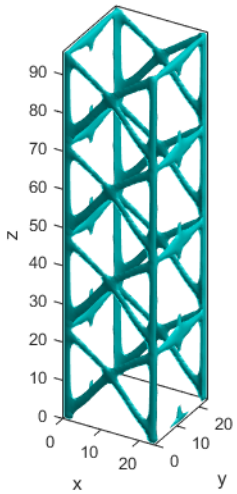
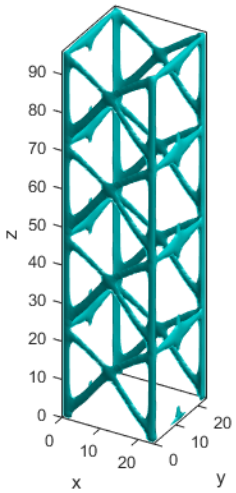
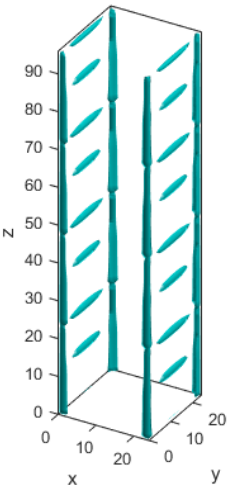
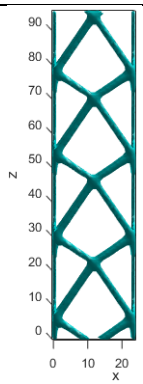
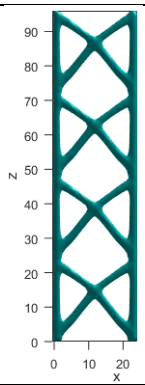
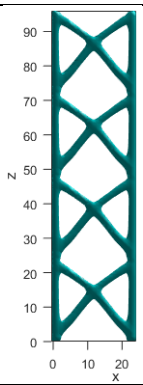
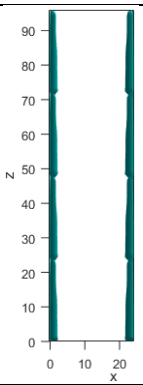
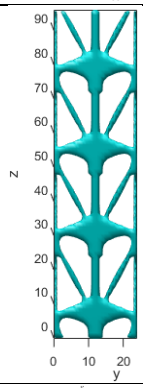
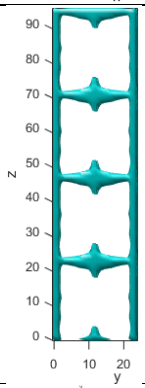
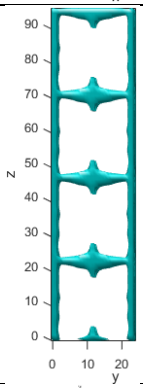
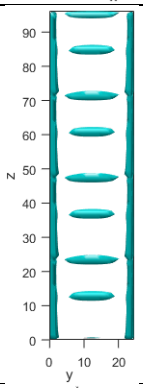
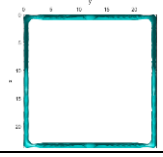
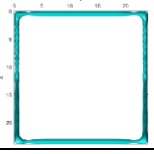
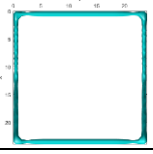
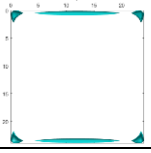
APÊNDICE D – TPU: FRAÇÃO DE VOLUME

Caso	0401	0402	0403
$frac_V$ (%)	5	8	10
3D			
Plano “XZ”			
Plano “YZ”			
Plano “XY”			

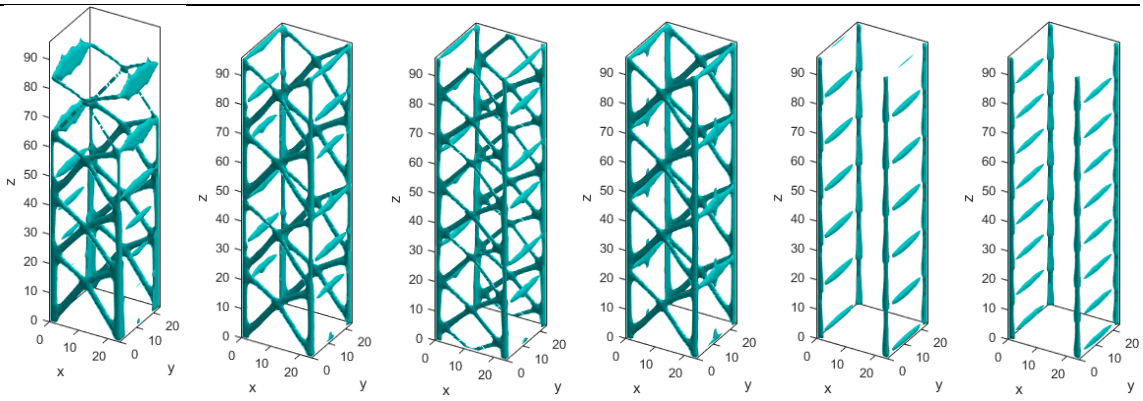
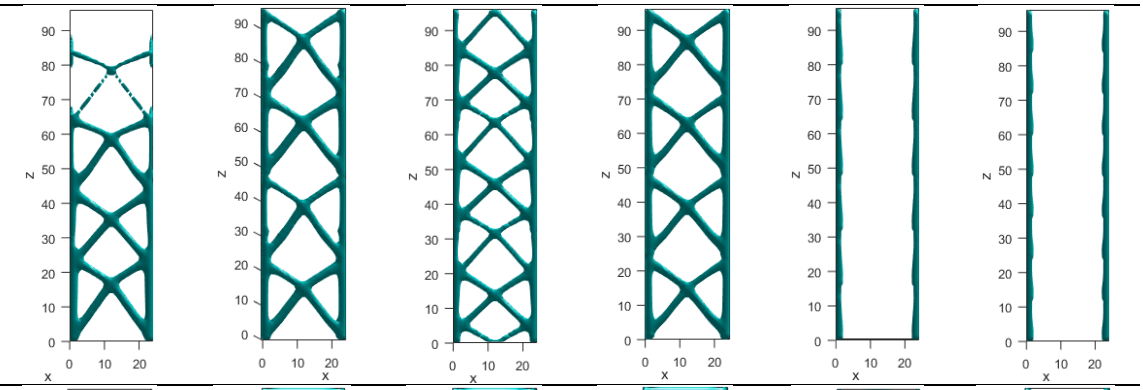
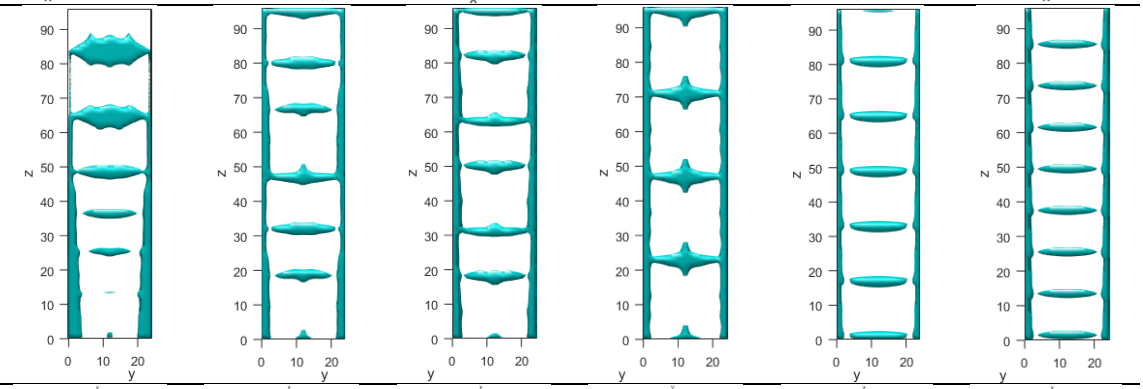
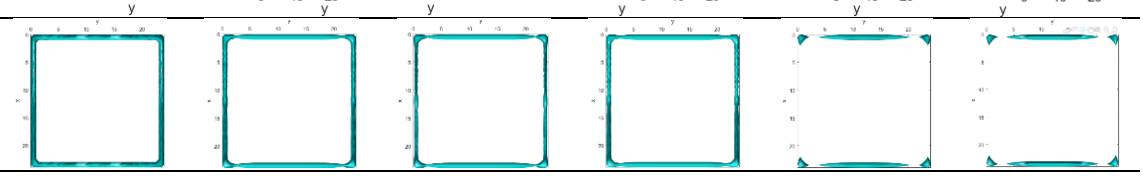
APÊNDICE E – MODELO $k-\omega$ SST: FATOR DE PENALIZAÇÃO

Caso	0101	0102	0103	0104
p	2,0	2,5	3,0	3,5
3D				6,5 
Plano “XZ”				
Plano “YZ”				
Plano “XY”				

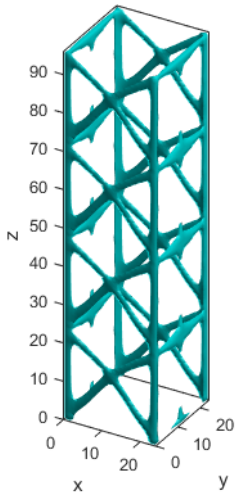
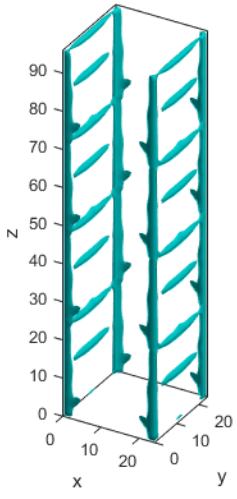
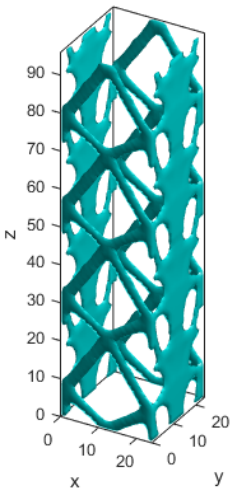
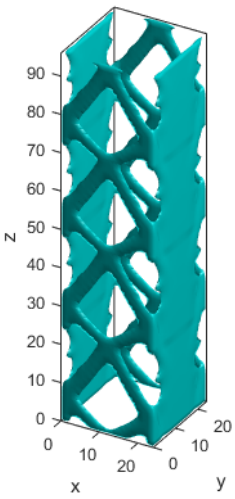
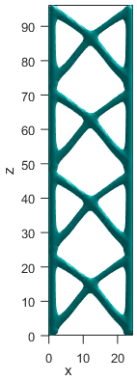
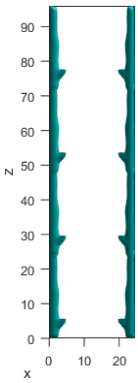
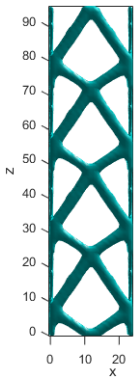
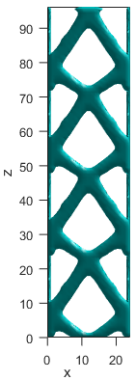
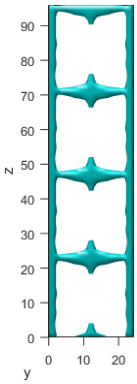
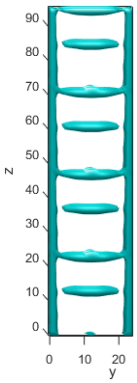
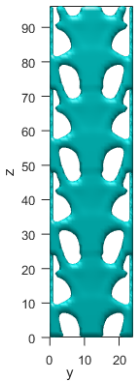
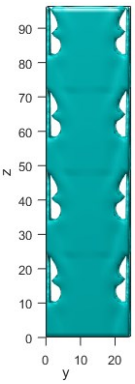
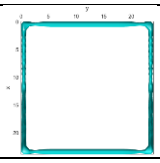
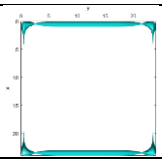
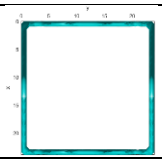
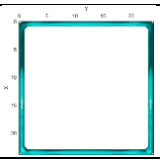
APÊNDICE F – MODELO $k-\omega$ SST: RAIO DO FILTRO

Caso	0201	0202	0203	0204
r_{min}	1,5	$\sqrt{3}$	2,0	2,5
3D				
Plano "XZ"				
Plano "YZ"				
Plano "XY"				

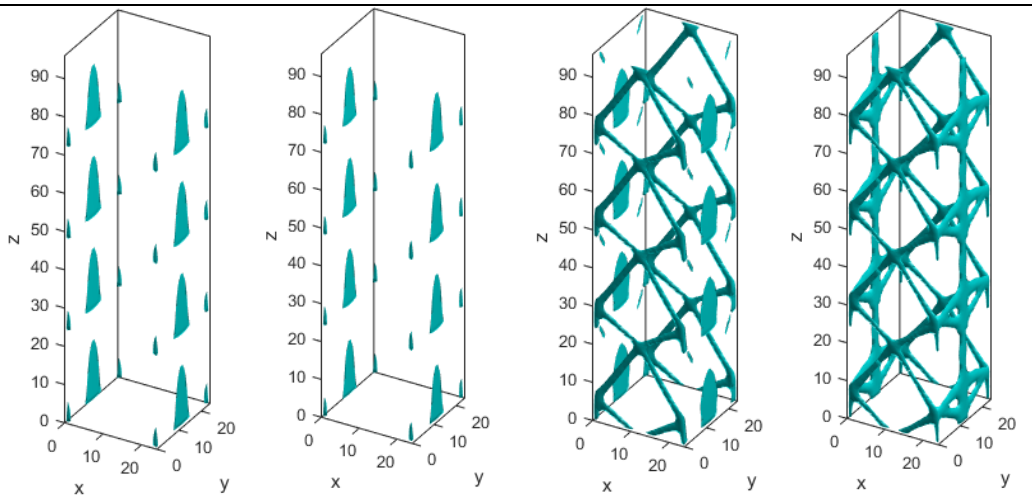
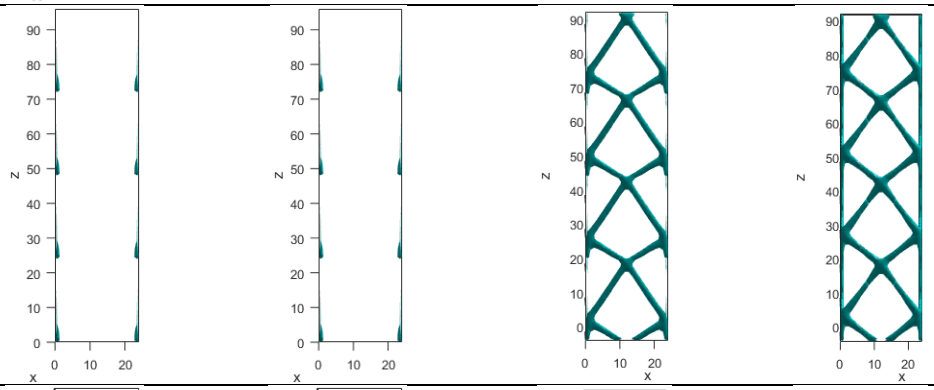
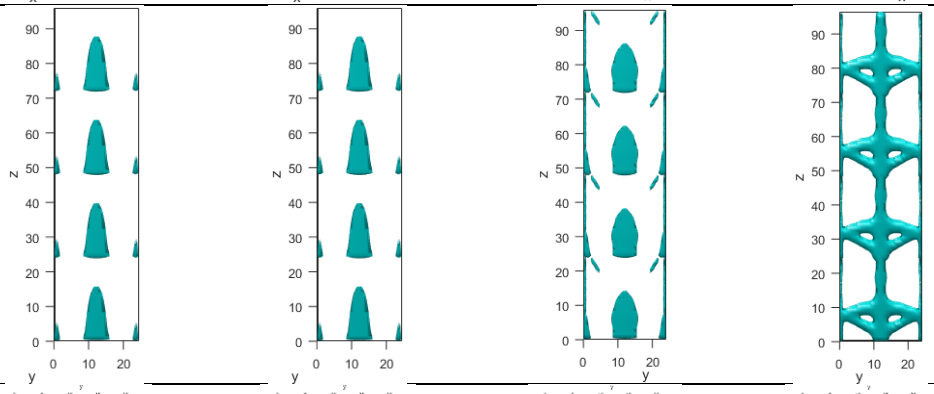
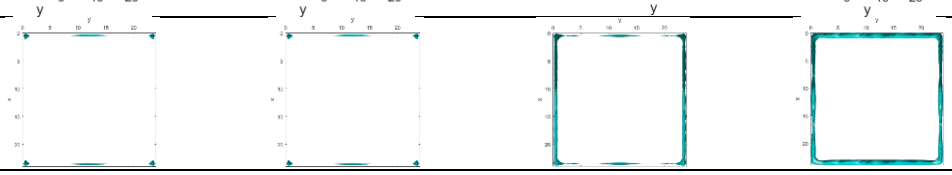
APÊNDICE G – MODELO $k-\omega$ SST: NÚMERO DE CÉLULAS

Caso	0301	0302	0303	0304	0305	0306
n_{cell}	1	2	3	4	5	6
3D						
Plano "XZ"						
Plano "YZ"						
Plano "XY"						

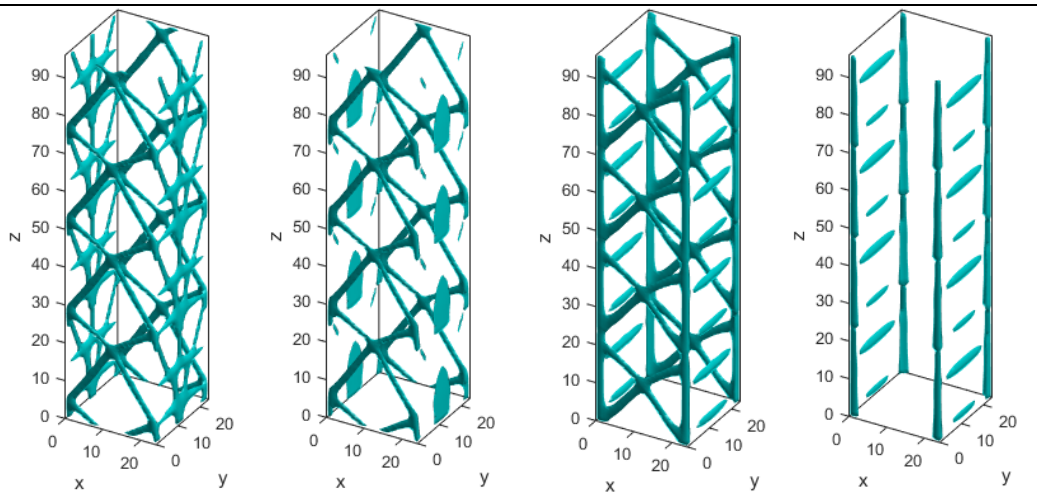
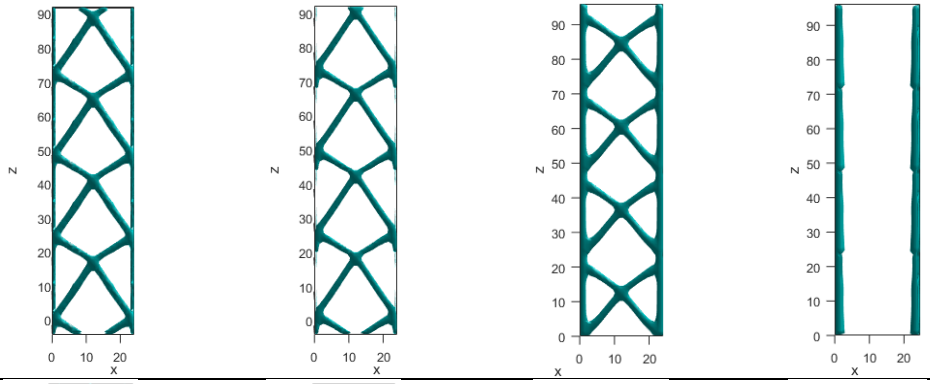
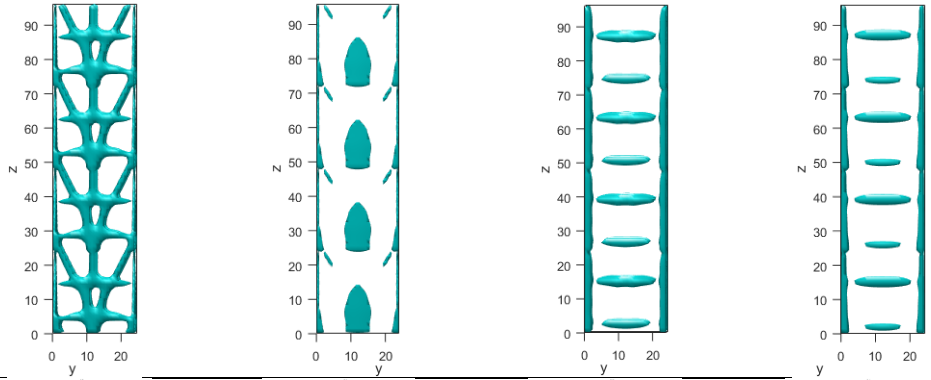
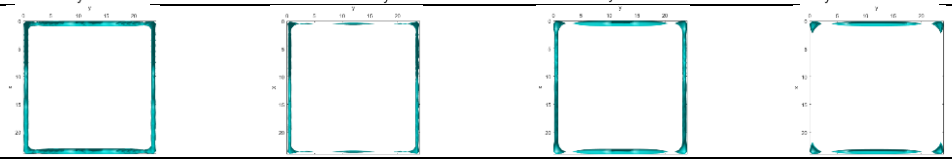
APÊNDICE H – MODELO $k-\omega$ SST: FRAÇÃO DE VOLUME

Caso	0401	0402	0403	0404
$frac_V$ (%)	5	6	8	10
3D				
Plano "XZ"				
Plano "YZ"				
Plano "XY"				

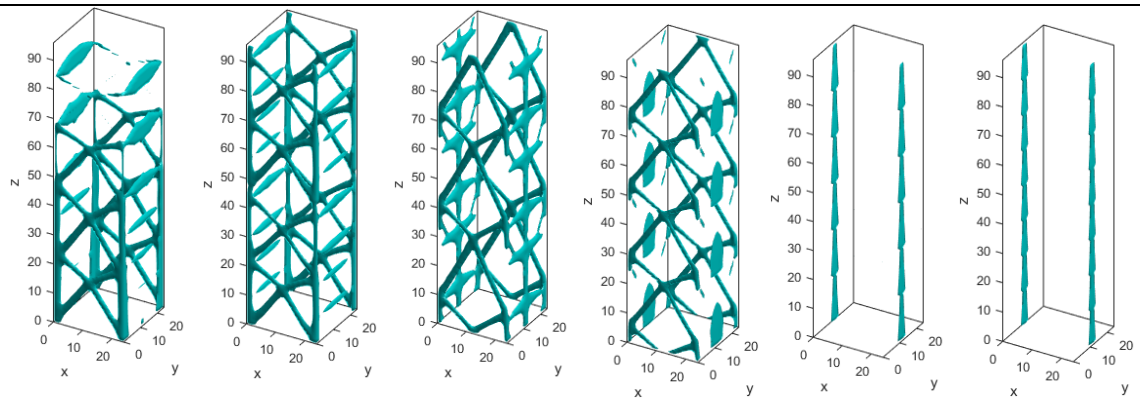
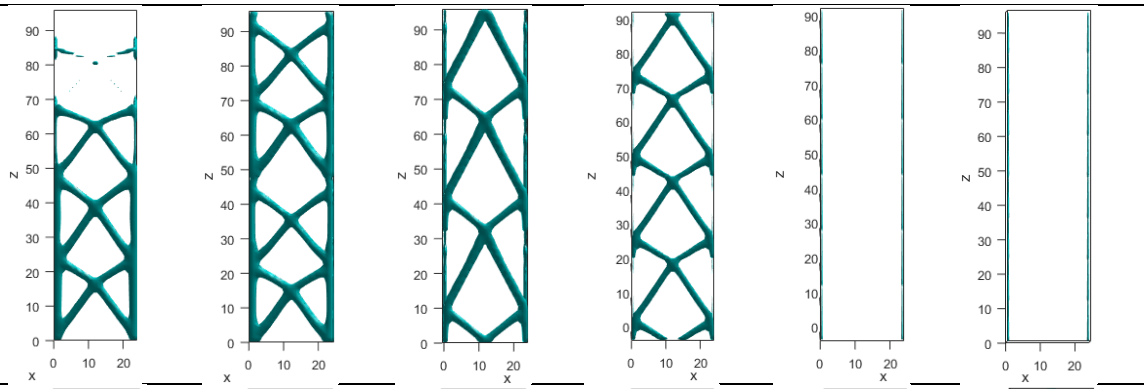
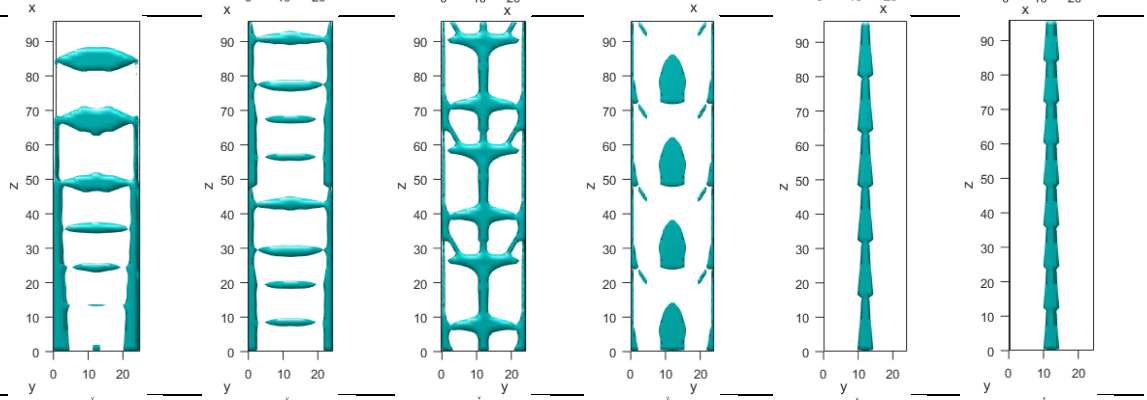
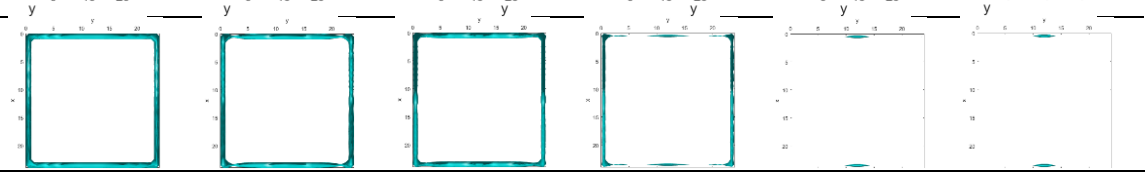
APÊNDICE I – MODELO $k-\varepsilon$ RNG: FATOR DE PENALIZAÇÃO

Caso	0101	0102	0103	0104
p	2,0	2,5	3,0	3,5
3D				
Plano "XZ"				
Plano "YZ"				
Plano "XY"				

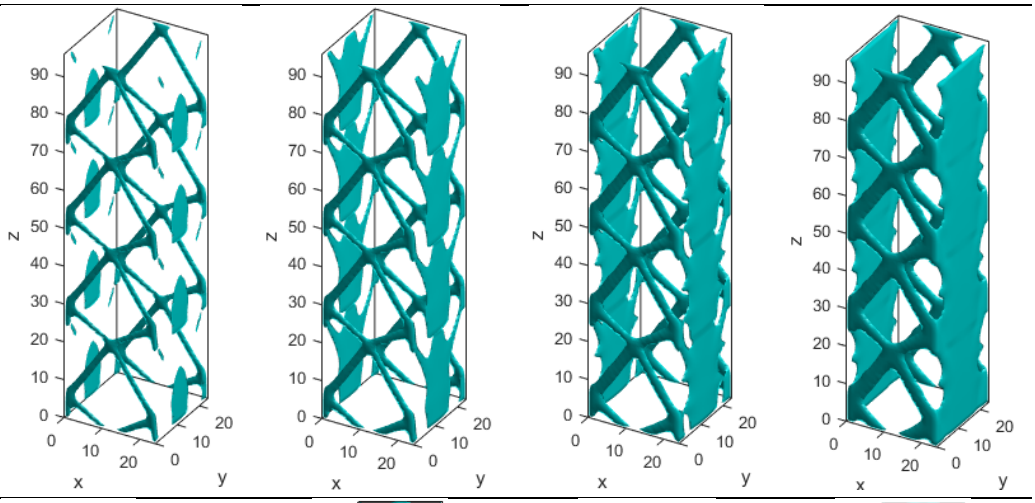
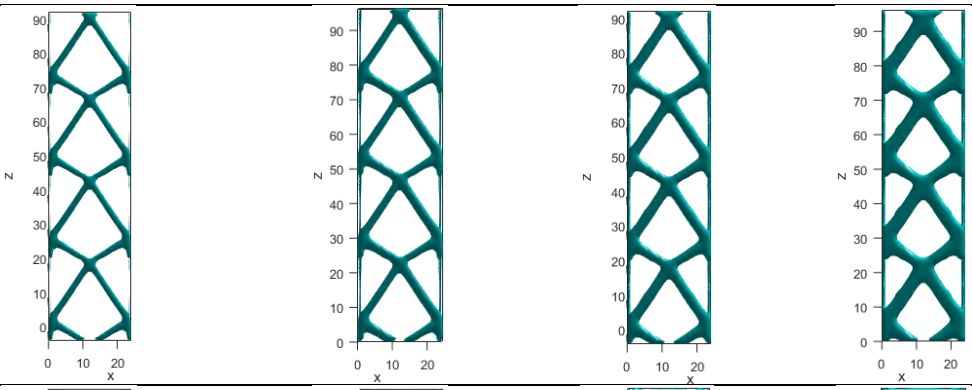
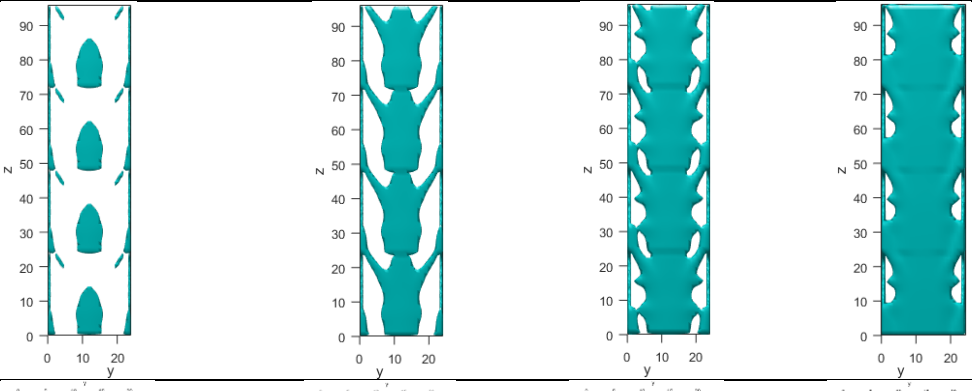
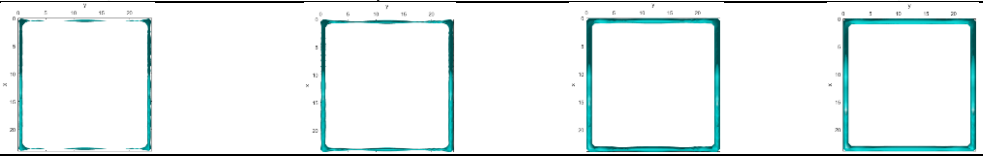
APÊNDICE J – MODELO $k - \varepsilon$ RNG: RAIO DO FILTRO

Caso	0201	0202	0203	0204
r_{min}	1,5	$\sqrt{3}$	2,0	2,5
3D				
Plano "XZ"				
Plano "YZ"				
Plano "XY"				

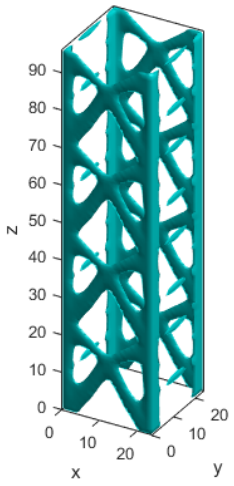
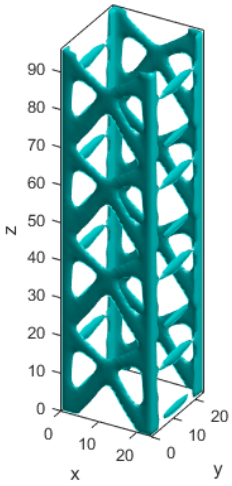
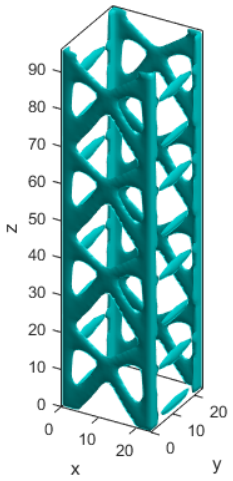
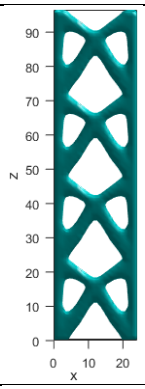
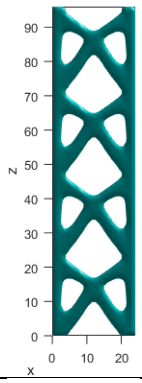
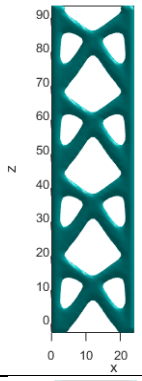
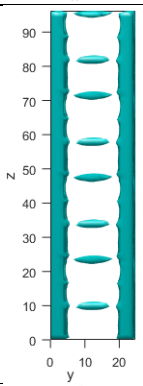
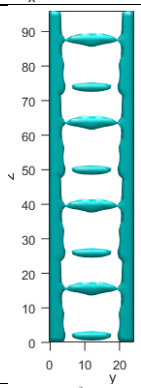
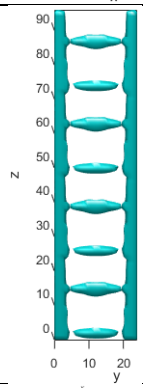
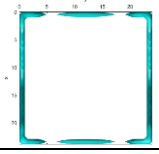
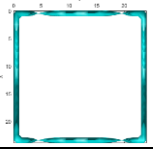
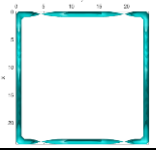
APÊNDICE K – MODELO $k-\varepsilon$ RNG: NÚMERO DE CÉLULAS

Caso	0301	0302	0303	0304	0305	0306
n_{cell}	1	2	3	4	5	6
3D						
Plano "XZ"						
Plano "YZ"						
Plano "XY"						

APÊNDICE L – MODELO $k-\varepsilon$ RNG: FRAÇÃO DE VOLUME

Caso	0401	0402	0403	0404
$frac_V$ (%)	5	6	8	10
3D				
Plano "XZ"				
Plano "YZ"				
Plano "XY"				

APÊNDICE M – CARREGAMENTO À BARLAVENTO E SOTAVENTO

Carga	TPU	$k-\omega$ SST	$k-\varepsilon$ RNG
3D			
Plano “XZ”			
Plano “YZ”			
Plano “XY”