



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA  
CURSO DE MESTRADO

EMILLY RAYANE MOURA DINIZ SANTOS

**MERGULHANDO NO UNIVERSO DAS INCERTEZAS:** Literatura Infantil e  
Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Recife  
2021

EMILLY RAYANE MOURA DINIZ SANTOS

**MERGULHANDO NO UNIVERSO DAS INCERTEZAS:** Literatura Infantil e  
Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Recife

2021

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Natalia Nascimento, CRB-4/1743

- S237m Santos, Emilly Rayane Moura Diniz.  
Mergulhando no universo das incertezas: literatura infantil e probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental. / Emilly Rayane Moura Diniz Santos. – Recife, 2021.  
226 f.: il.
- Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.  
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2021.  
Inclui Referências.
1. Matemática - Probabilidade – Ensino e Aprendizagem. 2. Matemática – Ensino Fundamental. 3. Literatura Infantil - Matemática. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de. (Orientador). II. Título.
- 370 (23. ed.) UFPE (CE2021-063)

**EMILLY RAYANE MOURA DINIZ SANTOS**

**MERGULHANDO NO UNIVERSO DAS INCERTEZAS: LITERATURA INFANTIL E  
PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovado em: 05/05/2021

**BANCA EXAMINADORA**

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (Orientador e Presidente)  
Universidade Federal de Pernambuco

\_\_\_\_\_  
Profa. Dra. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco

\_\_\_\_\_  
Profa. Dra. Edvonete Souza de Alencar (Examinadora Externa)  
Universidade Federal da Grande Dourados

\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Klinger Teodoro Ciríaco (Examinador Externo)  
Universidade Federal de São Carlos

Dedico esse estudo Aquele que é a razão de tudo, o meu Deus.

“Pois dele, por ele e para ele são todas as coisas.

A ele seja a glória para sempre! Amém.” (Rm 11,36)

## AGRADECIMENTOS

Minha gratidão em primeiro lugar, ao meu Deus e Senhor, a estrela da manhã e a luz que me guia, pois independente do desafio que estiver enfrentando, ele está sempre comigo. Basta voltar a minha face em sua direção e poderei outra vez florir.

Em segundo lugar, agradeço a minha mãe, aquela que plantou e cultivou em mim a semente do amor pela educação. Ela é minha maior professora e incentivadora, e a pessoa que mais admiro, por todas as vezes que se viu imersa em momentos de escuridão e conseguiu renascer.

Agradeço também a Waleska, minha irmã e a Renato, meu marido, meus melhores amigos, que me acompanharam em cada etapa desse estudo, compartilhando comigo os planos e me apoiando durante todo o processo.

Gratidão ao meu orientador, Professor Ivanildo Carvalho, por dedicar a sua jornada a sementeira, pela sua tranquilidade e gentileza para ensinar e aprender, e por estar sempre entusiasmado com a renovação, incentivando ideias criativas e dinâmicas.

Agradeço também a todos os professores que tive o prazer de ser aluna, seja durante a educação básica ou superior, e em especial os professores do Edumatec, com destaques aos que compõem a linha de pesquisa de Processos de Ensino Aprendizagem, por contribuírem com o meu desenvolvimento como estudante, professora e pesquisadora.

Gostaria de agradecer ao grupo de pesquisa GREF e aos meus colegas de curso por compartilharmos essa jornada num momento tão atípico. Vocês são como um campo florido de conhecimento e fraternidade.

Ainda gostaria de agradecer a minha banca, pelas contribuições sem medida com esse estudo, ele carrega um pouco da essência de cada um de vocês, a quem respeito e admiro.

E por fim, mas não menos importante, agradeço a todas as crianças que participaram desse estudo, vocês são as flores mais lindas desse mundo.

Finalizo, desejando que sejamos sempre como o girassol, que ao chegar ao final do seu ciclo, deixa suas sementes na terra para um novo cultivo; e independente do obstáculo à sua frente, sempre procura a luz.

Ei girassol?

Te desejo sorrisos soltos  
Amizades sinceras  
Amor pra vida inteira  
Caminhos leves

Esperança no coração  
Olhar que enxerga a alma  
Pureza no toque  
Sabedoria nas palavras

Calma para receber  
Paciência para compreender  
Abraço que cura  
E em todos os dias fé  
Para acreditar que tudo  
Te faz crescer

Então quando sentir-se fraco  
Force um pouco mais teus passos  
E entenda quê  
Um passo à frente  
Já é meio caminho andado

E se começar a chover  
Que o sol se abra dentro de você  
Quem nasceu para ser girassol  
Nenhuma escuridão pode vencer

(Andrea Domingues)

## RESUMO

O presente estudo tem como objetivo investigar diferentes *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) para a construção do conceito de Probabilidade na relação entre literatura infantil e compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Foi desenvolvida uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, com vistas a atingir três objetivos específicos, sendo eles: analisar catálogos de literaturas infantis e as respectivas literaturas infantis concernentes as noções probabilísticas; discutir as características de uma literatura infantil estruturada à luz das *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade; e, investigar as compreensões dos estudantes no uso da literatura infantil articulada às demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) sobre *aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades*. Os resultados sobre as análises dos catálogos das editoras, indicam que dos 175 livros que apresentaram temáticas relacionadas à matemática, apenas 2 abordam noções relacionadas à Probabilidade. A exploração documental dessas duas literaturas infantis, indicaram a presença de várias noções referentes as *demandas cognitivas*, entretanto, percebeu-se diversas fragilidades conceituais, que impossibilitaram seu uso no desenvolvimento dessa pesquisa. O desenvolvimento do livro infantil *O Clubinho*, considerou aspectos matemáticos e linguísticos, caracterizando-se como livro de histórias, com foco em conteúdos curriculares, considerando as *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012). Por fim, as entrevistas realizadas com estudantes do 5º ano, evidenciaram compreensões desde as mais intuitivas até as mais complexas acerca das *demandas cognitivas*; sobre a *aleatoriedade*, apresentaram compreensões adequadas sobre as noções de incerteza, justiça e equidade e os diferentes tipos de eventos aleatórios, e dificuldades com a noção de independência de eventos; sobre o *espaço amostral* apresentam facilidade no levantamento de resultados individuais, e dificuldades nos resultados compostos e agregados; sobre a *comparação/quantificação de probabilidades*, apresentaram dificuldades em calcular probabilidades, pela necessidade de aplicar o raciocínio proporcional, e maior facilidade em comparar probabilidades pela possibilidade de aplicar a relação mais/menos; e, sobre a linguagem probabilística as estudantes mobilizam diferentes linguagens, como a linguagem verbal, numérica e simbólica, e se destaca o avanço qualitativo da mobilização das expressões verbais e numéricas durante a entrevista, em que passam a aplicar de forma adequada essas expressões específicas da Probabilidade. As considerações finais desse estudo, apontam a escassez de literaturas infantis que se proponham desenvolver compreensões probabilísticas, e denunciam as fragilidades apresentadas por muitos desses recursos; aponta que o livro de histórias, *O Clubinho*, desenvolvido nesse estudo contribui para a exploração de noções probabilísticas em situações pertinentes ao contexto infantil e rompe com a abordagem focada apenas nos procedimentos de cálculo; e por fim, consideramos que a leitura do livro e a vivência das histórias, facilitou a mobilização de variadas noções probabilísticas ligadas as *demandas cognitivas*, bem como a presença das ilustrações que exploram diversos sinais para expressar ideias apoiando variadas estratégias de resolução. Portanto, defendemos que a literatura infantil permite a partilha de significados dos conceitos envolvidos, pois a oralidade dá suporte de significação aos conceitos matemáticos, sendo necessário se familiarizar com a linguagem e os símbolos para encontrar sentidos no que lê e escreve.

**Palavras-chave:** Probabilidade. Literatura infantil. Ensino Fundamental. Anos iniciais.

## ABSTRACT

This study aims to investigate different *cognitive demands* of Bryant and Nunes (2012) for the construction of the concept of Probability in the relationship between children's literature and understandings of students in the 5th year of elementary school. An exploratory qualitative research was developed, with a view to achieving three specific objectives, namely: to analyze catalogs of children's literature and the respective children's literature concerning probabilistic notions; discuss the characteristics of a children's literature structured in light of the *cognitive demands* of Bryant and Nunes (2012) on Probability; and, to investigate the students' understandings in the use of children's literature articulated with the *cognitive demands* of Bryant and Nunes (2012) on *randomness*, *sample space* and *comparison/quantification of probabilities*. The results on the analysis of the publishers' catalogs indicate that of the 175 books that presented themes related to mathematics, only 2 address notions related to Probability. The documental exploration of these two children's literatures indicated the presence of several notions related to cognitive demands, however, several conceptual weaknesses were noticed, which prevented its use in the development of this research. The development of the children's book *O Clubinho*, considered mathematical and linguistic aspects, characterizing itself as a storybook, with a focus on curricular contents, considering the *cognitive demands* of Bryant and Nunes (2012). Finally, the interviews carried out with 5th grade students showed understandings ranging from the most intuitive to the most complex about *cognitive demands*; about *randomness*, they presented adequate understandings about the notions of uncertainty, justice and fairness and the different types of random events, and difficulties with the notion of independence of events; about the *sample space*, they present ease in the survey of individual results, and difficulties in the composite and aggregated results; on the *comparison/quantification of probabilities*, they had difficulties in calculating probabilities, due to the need to apply proportional reasoning, and greater ease in comparing probabilities due to the possibility of applying the plus/minus ratio; and, on the probabilistic language, the students mobilize different languages, such as verbal, numerical and symbolic language, and the qualitative advance in the mobilization of verbal and numerical expressions during the interview stands out, in which they start to apply these specific expressions in an appropriate way. Probability. The final considerations of this study point out the scarcity of children's literature that propose to develop probabilistic understandings, and denounce the weaknesses presented by many of these resources; points out that the storybook, *O Clubinho*, developed in this study contributes to the exploration of probabilistic notions in situations relevant to the child context and breaks with the approach focused only on calculation procedures; and finally, we believe that reading the book and living the stories facilitated the mobilization of various probabilistic notions linked to *cognitive demands*, as well as the presence of illustrations that explore various signs to express ideas supporting various resolution strategies. Therefore, we argue that children's literature allows for the sharing of meanings of the concepts involved, as orality supports the meaning of mathematical concepts, making it necessary to become familiar with language and symbols to find meanings in what they read and write.

**Keywords:** Probability. Children's literature. Elementary School. Initial years.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Capa do livro <i>O Clubinho</i>	74
Figura 2 –	Livro <i>Vamos Adivinhar?</i> (JEONG, 2010)	84
Figura 3 –	Situação-problema do café da manhã	85
Figura 4 –	Situação-problema da escolha do jantar 1	86
Figura 5 –	Situação-problema da escolha do jantar 2	86
Figura 6 –	Situação-problema da feira da escola	87
Figura 7 –	Situação-problema da escolha do sorvete	88
Figura 8 –	Situação-problema da previsão do tempo	89
Figura 9 –	Questionamentos	90
Figura 10 –	Situação-problema dos anexos	91
Figura 11 –	Livro <i>A Aranha e a Loja de Balas</i> (SO, 2011).	92
Figura 12 –	Reforço da ideia de adivinhação	93
Figura 13 –	Reforço da ideia de certeza	94
Figura 14 –	Situação de mapeamento das possibilidades	95
Figura 15 –	Sugestão de atividade 1	96
Figura 16 –	Sugestão de atividade 2	96
Figura 17 –	Destaques de explicações 1	97
Figura 18 –	Destaques de explicações 2	98
Figura 19 –	Sugestões de atividade 3	99
Figura 20 –	História <i>O Clubinho</i>	101
Figura 21 –	História <i>Os Lápis de Cor</i>	102
Figura 22 –	História <i>A Caixa de Bombons</i>	103
Figura 23 –	História <i>A Festa de São João</i>	104
Figura 24 –	História <i>Par ou Ímpar</i>	105
Figura 25 –	História <i>A Caixa de Bijuterias</i>	106
Figura 26 –	História <i>O Bingo</i>	107
Figura 27 –	História <i>Jogo de Trilha</i>	107
Figura 28 –	Esquema das noções presentes nas justificativas das estudantes sobre incerteza	114
Figura 29 –	Esquema das noções presentes nas justificativas das estudantes sobre justiça	116

Figura 30 – Esquema das noções presentes nas justificativas das estudantes sobre a ideia de possível	118
Figura 31 – Resposta da estudante Coraline a situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	132
Figura 32 – Resposta da estudante Alice a situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	133
Figura 33 – Resposta da estudante Tiana a situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	133
Figura 34 – Resposta da estudante Magali a situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	134
Figura 35 – Resposta da estudante Emília a situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	134
Figura 36 – Resposta da estudante Pippi a situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	135
Figura 37 – Resultados agregados do espaço amostral da situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	137
Figura 38 – Resposta da estudante Alice a situação-problema da história <i>Par ou ímpar</i>	138
Figura 39 – Resposta da estudante Magali a situação-problema da história <i>Par ou ímpar</i>	138
Figura 40 – Resposta da estudante Tiana a situação-problema da história <i>Par ou ímpar</i>	139
Figura 41 – Resposta da estudante Emília a situação-problema da história <i>Par ou ímpar</i>	140
Figura 42 – Resposta da estudante Pippi a situação-problema da história <i>Par ou ímpar</i>	140
Figura 43 – Resposta da estudante Coraline a situação-problema da história <i>Par ou ímpar</i>	141
Figura 44 – Resposta do tipo Acerto Parcial III	145
Figura 45 – Resposta do tipo Acerto Parcial IV	146
Figura 46 – Resposta do tipo Acerto Total	146
Figura 47 – Resposta do tipo Acerto Parcial IV	148

- Figura 48 – Resposta da estudante Pippi a situação-problema da história Par ou ímpar 165
- Figura 49 – Resposta da estudante Magali a situação-problema da história Par ou ímpar 165
- Figura 50 – Resposta da estudante Alice a situação-problema da história *O bingo* 166
- Figura 51 – Resposta da estudante Alice a situação-problema da história A festa de São João 167

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Conteúdos conceituais e procedimentais para o ensino de Probabilidade previsto no bloco de conteúdo de Tratamento da informação	52
Quadro 2 –	Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Probabilidade, presentes na BNCC	54
Quadro 3 –	Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Probabilidade, presentes no Currículo de Pernambuco	55
Quadro 4 –	Comparação da abordagem do conceito de Probabilidade em diferentes orientadores curriculares	58
Quadro 5 –	Relação entre os objetivos específicos e as etapas metodológicas	70
Quadro 6 –	Roteiro de perguntas para a entrevista	71
Quadro 7 –	Lista das perguntas de compreensão do livro <i>O Clubinho</i>	75
Quadro 8 –	Lista dos livros de literatura infantil que apresentam conhecimentos matemáticos	80
Quadro 9 –	As <i>demandas cognitivas</i> e os focos probabilísticos presentes nas histórias do livro <i>O Clubinho</i>	101
Quadro 10 –	Nomes fictícios e características dos sujeitos	112
Quadro 11 –	Espaço amostral da situação-problema da história <i>A festa de São João</i>	130
Quadro 12 –	Espaço amostral da situação-problema da história <i>Par ou ímpar</i>	136
Quadro 13 –	Classificação das respostas desenvolvida por Gadelha (2020)	143
Quadro 14 –	Classificação das respostas das estudantes na história <i>A festa de São João</i>	144
Quadro 15 –	Classificação das respostas das estudantes na história <i>Par ou ímpar</i>	147

Quadro 16 –	Compreensões presentes nas respostas das estudantes em situações que envolvem o cálculo de probabilidades na história <i>Jogo de Trilha</i>	151
Quadro 17 –	Compreensões presentes nas respostas das estudantes em situações que envolvem o cálculo de probabilidades na história <i>A caixa de bijuterias</i>	152
Quadro 18 –	Compreensões presentes nas respostas das estudantes em situações que envolvem o cálculo de probabilidades na história <i>O Bingo</i>	153
Quadro 19 –	Classificação das expressões a partir das categorias de Shuard e Rothery (1984) e relacionadas as <i>demandas cognitivas</i> (BRYANT; NUNES, 2012)	162
Quadro 20 –	Extratos de fala que fazem uso de expressões numéricas de três tipos acerca da demanda cognitiva de <i>comparação/quantificação de probabilidade</i>	166

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Relação dos Livros por Editoras e Unidades Temáticas	79
Tabela 2 –	Frequência de expressões numéricas relacionando os tipos e as demandas cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012)	163

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PCNs	Parâmetros Curriculares Nacionais
PIBIB	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
<b>2</b>	<b>PROBLEMATIZAÇÃO DA TEMÁTICA</b>	<b>26</b>
2.1	ESTUDOS RELACIONADOS À COMPREENSÃO DOS ALUNOS SOBRE A PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	26
2.2	POTENCIALIDADES DA LITERATURA INFANTIL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O QUE INDICAM OS ESTUDOS ENVOLVENDO A LITERATURA INFANTIL E O ENSINO DE MATEMÁTICA?	35
<b>2.2.1</b>	<b>Estudos que refletem sobre a conexão entre literatura infantil e o ensino de matemática versando sobre os acervos literários, suas contribuições e exploração em sala de aula</b>	<b>38</b>
<b>3</b>	<b>MARCO TEÓRICO</b>	<b>50</b>
3.1	ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE: DISCUSSÕES SOBRE A SUA PRESENÇA NOS ORIENTADORES CURRICULARES OFICIAIS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	50
3.2	AS <i>DEMANDAS COGNITIVAS</i> DE BRYANT E NUNES (2012) NO DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE	61
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>70</b>
4.1	ENTREVISTAS PIAGETIANAS ATRAVÉS DA CONTAÇÃO DE HISTÓRIAS	73
<b>5</b>	<b>APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>78</b>
5.1	ANÁLISE DOS CATÁLOGOS DE EDITORAS E DAS LITERATURAS INFANTIS	78
<b>5.1.1</b>	<b>Mapeamento dos catálogos das editoras</b>	<b>78</b>
<b>5.1.2</b>	<b>Exploração documental das literaturas infantis</b>	<b>83</b>
5.1.2.1	Aleatoriedade no livro <i>Vamos adivinhar?</i> (JEONG, 2010)	84
5.1.2.2	Espaço amostral no livro <i>Vamos adivinhar?</i> (JEONG, 2010)	87

5.1.2.3	Quantificação de probabilidades no livro <i>Vamos adivinhar?</i> (JEONG, 2010)	88
5.1.2.4	Aleatoriedade no livro <i>A aranha e a loja de balas</i> (SO, 2011)	92
5.1.2.5	Espaço amostral no livro <i>A aranha e a loja de balas</i> (SO, 2011)	94
5.1.2.6	Quantificação de Probabilidades no livro <i>A aranha e a loja de balas</i> (SO, 2011)	97
5.2	DISCUSSÃO DO DESENVOLVIMENTO DO LIVRO DE HISTÓRIAS <i>O CLUBINHO</i>	99
5.3	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS ENTREVISTAS ARTICULADA ÀS <i>DEMANDAS COGNITIVAS</i> DE BRYANT E NUNES (2012)	111
<b>5.3.1</b>	<b>Aleatoriedade</b>	<b>112</b>
5.3.1.1	Incerteza	114
5.3.1.2	Justiça e equiprobabilidade	115
5.3.1.3	Diferentes tipos de eventos aleatórios	117
5.3.1.3.1	<i>Ideia de possível</i>	118
5.3.1.3.2	<i>Ideia de impossível</i>	120
5.3.1.3.3	<i>Ideia de mais provável e menos provável</i>	121
5.3.1.4	Independência de eventos sucessivos	123
5.3.1.4.1	<i>Independência de eventos sucessivos: sorteio com reposição</i>	123
5.3.1.4.2	<i>Independência de eventos sucessivos: sorteio sem reposição</i>	125
<b>5.3.2</b>	<b>Levantamento de espaços amostrais</b>	<b>127</b>
5.3.2.1	Levantamento de espaços amostrais com resultados individuais, compostos e agregados	128
5.3.2.1.1	<i>Resultados individuais em um espaço amostral</i>	129
5.3.2.1.2	<i>Resultados compostos em um espaço amostral</i>	130
5.3.2.1.3	<i>Resultados agregados em um espaço amostral</i>	135
5.3.2.2	Análise dos tipos de resposta	142
<b>5.3.3</b>	<b>Comparação/Quantificação de probabilidades</b>	<b>148</b>
5.3.3.1	Cálculo de probabilidades	149
5.3.3.2	Comparação de probabilidades	155
5.3.3.2.1	<i>Comparação de probabilidades em situação de igualdade de casos favoráveis e desigualdade de casos possíveis</i>	156

5.3.3.2.2	<i>Comparação de probabilidades em situação de desigualdade numérica sem proporcionalidade</i>	159
<b>5.3.4</b>	<b>Linguagem Probabilística</b>	<b>160</b>
5.3.4.1	Linguagem verbal	161
5.3.4.2	Linguagem numérica	163
5.3.4.3	Linguagem simbólica	166
5.3.4.4	A exploração da linguagem probabilística por meio da literatura infantil	167
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>169</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>176</b>
	<b>APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO</b>	<b>181</b>
	<b>APÊNDICE B – BLOCO DE RESPOSTAS</b>	<b>182</b>
	<b>APÊNDICE C – ENTREVISTAS</b>	<b>184</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A leitura e a matemática nos cercam desde o dia em que nascemos, estando presentes no dia a dia e em tudo o que fazemos, nos rótulos dos produtos no mercado, nos cartazes pendurados nas paredes, na data de aniversário, no aparelho de celular ou na receita de bolo da mãe. Sendo partes fundamentais da vida na sociedade moderna.

Inserida nesse contexto<sup>1</sup>, o interesse pela leitura e pela Matemática surge desde cedo. Minha experiência com a leitura tem seu primeiro marco com a alfabetização, sendo alfabetizada aos 4 anos de idade, pela minha mãe. A partir de então esse interesse só cresceu, seja pelos livros infantis que recebia como presente dos meus pais, os quais lia e relia o tempo todo e marcaram a minha infância; ou pelo belo acervo da biblioteca da Escola de Referência em Ensino Médio Conde Pereira Carneiro, que preencheram grande parte dos meus dias na adolescência. Sobre a relação com a matemática, recordo das noites à mesa em que tinha a companhia de minha mãe nos cálculos, nas quais desenvolvi uma admiração pela sua capacidade de raciocínio matemático, e o desejo de conhecer e aplicar os conhecimentos dessa ciência abstrata, em minha realidade.

Minha trajetória acadêmica se inicia com o curso de Pedagogia na Universidade Federal de Pernambuco, e o interesse pelo campo de pesquisa da Educação Matemática também data dessa fase, por meio da participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID Matemática, no qual tive contato com diversos recursos didáticos, dentre eles a literatura infantil e suas potencialidades na sala de aula, além de me inserir no contexto da pesquisa científica, produzindo artigos e participando de eventos sobre Educação Matemática. A investigação acerca das potencialidades da literatura infantil no ensino de Matemática tomou forma durante o desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso, desenvolvido em parceria com Waleska Diniz, sob orientação da Prof. Dra. Juliana Azevedo, em que investigamos as

---

<sup>1</sup> Justificativa pessoal

contribuições da literatura infantil para o ensino de Combinatória nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

São estes, portanto, o enredo e as personagens que possibilitaram escrever esse novo capítulo da minha vida pessoal e acadêmica.

A presente pesquisa surge a partir do interesse e da crença pela contribuição da literatura infantil para o ensino de Matemática, especificamente, da Probabilidade, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Acreditamos que a literatura infantil nas aulas de Matemática, promovem uma mudança significativa no seu ensino e no desenvolvimento desse conhecimento pelos estudantes, considerando que a relação entre esses conhecimentos, potencializa uma linguagem matemática dotada de sentido, pois o ensino desse campo de conhecimento muitas vezes promove uma relação distante, desarticulada e fragmentada da realidade do estudante, e a literatura oferece elementos da realidade para o desenvolvimento dessas compreensões. O estudo ainda busca incentivar e auxiliar na exploração do conceito de Probabilidade por parte dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando o *déficit* presente em sua formação inicial e continuada, que culmina na dificuldade de abordar e explorar esse campo de conhecimento.

Destacamos que o uso da literatura infantil no ensino de Matemática não diminui o papel de nenhum dos dois elementos, pois ambos são explorados ao mesmo tempo no processo de ensino, além de ampliar o universo literário dos estudantes. Nesse sentido, Smole e Diniz (2001) apontam que “[...] o ato de ler está alicerçado na capacidade humana de compreender e interpretar o mundo” (p. 70), já a Matemática, enquanto ciência universal, combina “[...] sinais, letras e palavras que se organizam segundo certas regras para expressar ideias” (p. 70). As autoras consideram que os estudantes devem aprender “[...] a ler matemática e ler para aprender matemática” (p. 71) nas aulas dessa disciplina, pois defendem que para ler e interpretar um texto matemático, é necessário se familiarizar com a linguagem e os símbolos para encontrar sentidos no que lê e escreve.

Acerca do ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, temos como base os pressupostos de Bryant e Nunes (2012), na

medida em que elencam quatro *demandas cognitivas* básicas para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade por crianças, são elas: a compreensão da *aleatoriedade*, o levantamento de *espaços amostrais*, a *comparação/quantificação de probabilidades*, e o *risco probabilístico*. Entretanto, esse estudo irá explorar apenas três das *demandas cognitivas* elencadas por Bryant e Nunes (2012), pois a quarta demanda, o entendimento do *risco probabilístico*, não está presente nas orientações curriculares para o ensino e a aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Considerando os pontos aqui discutidos, levantamos como hipótese desta pesquisa, a compreensão de que a literatura infantil contribuirá significativamente para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade, proporcionando contextos, significados e sentidos para a mobilização das compreensões dos estudantes sobre as *demandas cognitivas*. Nesse sentido, temos como problema de pesquisa: *As potencialidades da literatura infantil na mobilização das demandas cognitivas para a compreensão do conceito de Probabilidade.*

Na busca de respostas ao nosso problema, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa, de caráter exploratório, em que busca compreender de forma aprofundada o objeto investigado, a partir da perspectiva dos sujeitos envolvidos. Nesse sentido, temos como questão de pesquisa: *Qual o potencial da literatura infantil para a mobilização das demandas cognitivas na construção do conceito de Probabilidade por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental?*

Assim, coloca-se como objetivo geral, investigar diferentes *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) para a construção do conceito de Probabilidade na relação entre literatura infantil e compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental. Buscamos, especificamente, 1) analisar catálogos de literaturas infantis e as respectivas literaturas infantis concernentes as noções probabilísticas; 2) discutir as características de uma literatura infantil estruturada à luz das *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade; e, 3) investigar as compreensões dos estudantes no uso da literatura infantil articulada às *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012)

sobre *aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades*.

Com vistas a atingir os objetivos dessa pesquisa, procedemos o mapeamento de catálogos de 21 editoras, compreendendo os anos de 2016 à 2020, e a exploração documental das literaturas infantis encontradas nesse mapeamento, que exploram noções relacionadas à Probabilidade, considerando as *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012).

Entretanto, considerando a escassez de livros que infantis que se proponham ou apresentem potencial para o desenvolvimento de compreensões probabilísticas, desenvolvemos um livro infantil para a realização desse estudo. Tendo em vista que a partir da análise de catálogos, foram encontradas apenas duas literaturas infantis que envolvem ideias probabilísticas, e após a exploração das situações probabilísticas presentes nessas histórias, foram encontradas diversas fragilidades conceituais que impossibilitaram a escolha destes livros para o desenvolvimento desse estudo.

O livro infantil utilizado nesse estudo para explorar compreensões probabilísticas, *O Clubinho*, é criação da autora desta pesquisa e do Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho, orientador desse estudo. Este livro conta a história de um grupo de amigos que apresentam personalidades bem diferentes uns dos outros, que decidem formar um clube, vivenciando juntos variadas situações do dia a dia, em que estão presentes ideias probabilísticas. As situações apresentadas no livro são perpassadas pelas *demandas cognitivas* apontadas por Bryant e Nunes (2012), sendo elas: *aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades*. O livro *O Clubinho* apresenta 8 histórias que envolvem situações-problema de sorteio, jogos e acaso, que precisam ser solucionadas pelo leitor.

Por fim, realizamos entrevistas clínicas piagetianas com seis estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental com o uso de uma literatura infantil por meio da contação de histórias do livro *O Clubinho*. Durante a contação das histórias presentes no livro, realizamos *perguntas de compreensão* (BRANDÃO; ROSA, 2010) dos cinco tipos, *ativação de conhecimentos prévios, previsão do texto, literais* ou *objetivas, inferenciais e subjetivas*; porém, as perguntas do tipo

*inferencial*, compreendem as perguntas específicas acerca dos conceitos probabilísticos, por permitirem ir além das informações presentes nas histórias e estabelecer relações simples e complexas sobre os conceitos, nos permitindo refletir sobre as compreensões dos estudantes acerca das *demandas cognitivas*.

Além da introdução, este estudo apresenta mais cinco capítulos, o Capítulo 2 compreende a problematização da temática acerca do desenvolvimento do conceito de Probabilidade a partir das *demandas cognitivas* nos anos iniciais do Ensino Fundamental e as contribuições da literatura infantil para o ensino Matemática, considerando pesquisas sobre acervos literários e sua exploração em sala de aula. O capítulo 3 discute o referencial teórico, elencando as bases conceituais que alicerçam o ensino de Probabilidade, são elas: os orientadores curriculares, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) e os pressupostos de Bryant e Nunes (2012) acerca das *demandas cognitivas* básicas para a construção do conceito de Probabilidade. No capítulo 4, detalhamos nossa metodologia de pesquisa abordando as etapas metodológicas realizadas para atingir os objetivos elencados e descrevendo os procedimentos seguidos para a realização das entrevistas clínicas piagetianas aplicadas. Já o capítulo 5 apresenta, analisa e discute os resultados encontrados, os catálogos de editoras e das literaturas infantis que envolvem o conceito de Probabilidade, além da descrição e análise da literatura infantil desenvolvida nesse estudo, bem como as compreensões dos estudantes acerca das *demandas cognitivas*. Por fim, o capítulo 6 aborda as considerações finais do estudo que refletem sobre as contribuições do mesmo para a Educação Matemática e, de forma mais específica, para o campo da Probabilidade; bem como as limitações dessa pesquisa e possíveis encaminhamentos para estudos futuros.

## 2 PROBLEMATIZAÇÃO DA TEMÁTICA

Neste capítulo iremos apresentar o que dizem as pesquisas sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e sobre as contribuições da literatura infantil para o ensino de Matemática, buscando especificamente estudos que envolvam o campo da Probabilidade.

Os estudos discutidos aqui foram localizados a partir de visitas a Plataforma Sucupira, Periódicos Capes e em diversos periódicos que investigam sobre Educação Matemática, buscando refletir sobre o que tem sido produzido na área e nos situando no tempo/espaço de produção sobre a temática.

Serão discutidos a seguir, estudos que explorem as *demandas cognitivas* apontadas por Bryant e Nunes (2012) para o ensino de Probabilidade ou que possam se associar a essas demandas, além de estudos que versam sobre as contribuições da literatura infantil para a exploração de conceitos matemáticos, sejam pesquisas que investiguem acervos literários ou que versem sobre seu uso em aulas de Matemática.

### 2.1 ESTUDOS RELACIONADOS À COMPREENSÃO DOS ESTUDANTES SOBRE A PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Acerca do ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, serão aqui discutidos estudos que abordam as *demandas cognitivas* apontadas por Bryant e Nunes (2012) para a construção do conceito de Probabilidade pela investigação das compreensões dos estudantes.

Dentre as investigações que abordam todas as *demandas cognitivas* elencadas por Bryant e Nunes (2012), discutimos a pesquisa de Nunes, Bryant, Evans, Gottardis, Terlektsi (2012) que desenvolveram um programa de ensino acerca das demandas cognitivas perpassando ideias que vão desde a *aleatoriedade* até a compreensão do *risco*, com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto escolar da Inglaterra. E o estudo desenvolvido por Tonouti (2013) que é uma réplica da pesquisa de Nunes et al (2012), e

investigou as contribuições do programa de ensino no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental brasileiro.

Nunes, Bryant, Evans, Gottardis e Terlektsi (2012) criaram um programa de ensino para os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o objetivo de desenvolver compreensões dos estudantes sobre Probabilidade e risco. O programa de ensino proposto perpassa ideias mais simples sobre aleatoriedade até chegar à quantificação de probabilidades e o entendimento do risco, desenvolvendo as quatro *demandas cognitivas* apontadas por Bryant e Nunes (2012). Este estudo foi aplicado em escolas primárias da Inglaterra, dividindo as turmas em grupo Probabilidade, que desenvolveu ideias de probabilidade; grupo Resolução de Problemas, que envolve outros problemas de raciocínio matemático; e, grupo Comparação, que participou de aulas normais, porém, não participou de qualquer programa de ensino. O estudo foi desenvolvido em duas fases, na primeira fase do projeto, os pesquisadores ensinaram as crianças, sobre probabilidades (grupo probabilidade) e resolução de problemas que não envolvem a probabilidade (grupo resolução de problemas). Nessa fase, além das sessões de ensino, realizaram pré-testes e pós-testes, em que a eficácia dos programas de ensino era avaliada a partir da comparação da melhoria do pré-teste para o pós-teste dos grupos de Probabilidade e Resolução de Problemas, em relação as avaliações do grupo Comparação. Ao final da primeira fase, os programas de ensino foram avaliados e modificados, baseados no processo de ensino e nos pré-testes e pós-testes. Na segunda fase do projeto, as aulas foram ministradas por um conjunto de professores que ensinaram sobre probabilidade e resolução de problemas não-probabilísticos. Assim como nas fases anteriores, todas as turmas realizaram pré-testes e pós-testes, para medir os avanços em ambos os grupos. Os resultados concluíram que as turmas que desenvolveram o programa de ensino de Probabilidade, na primeira fase melhoraram significativamente mais do que os outros grupos, na compreensão de *aleatoriedade* e no trabalho com o *espaço amostral*, mas não proporcionalmente em relação a *quantificação*. Na segunda fase quando o programa foi modificado, este se tornou ainda mais eficaz, em que as turmas do grupo Probabilidade melhoraram significativamente mais do que os outros grupos, na compreensão

do *espaço amostral* e, desta vez, proporcionalmente em relação a *quantificação de probabilidades*. O programa de ensino sobre Resolução de problemas também foi bem sucedido, na medida em que as turmas que participaram desse programa, na primeira fase melhoraram sua compreensão acerca da relação inversa entre adição e subtração, em relação aos outros grupos. Na segunda fase, após a modificação do programa, este levou a melhorias significativas na compreensão da relação inversa entre operações, e de forma geral, a resolução de problemas matemáticos. Salienta-se que houve poucas evidências de transferência de habilidades entre os programas, ou seja, não é possível afirmar que as crianças aplicam as habilidades de raciocínio matemático para entender a Probabilidade sem o ensino específico sobre Probabilidade; além de também não haver evidências de que as crianças usam espontaneamente a abordagem sistemática aprendida no contexto de problemas de Probabilidade para resolver problemas matemáticos que não envolvem essas noções.

Baseado no estudo anterior, a pesquisa de Tonouti (2013) investigou as contribuições de um programa de ensino proposto por Nunes et al (2012), desenvolvendo uma réplica do mesmo no contexto das escolas brasileiras, para a construção de aprendizagens dos conceitos de *aleatoriedade*, *espaço amostral*, *quantificação de probabilidade* e o *entendimento do risco*; visando o desenvolvimento do letramento probabilístico de estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. Esta investigação envolveu três turmas do 4º ano escolar, sendo os estudantes de cada turma divididos em três grupos: controle (que só fez os testes e a entrevista), resolução de problemas (com intervenções sobre relações, quantidades e relações inversas, e números negativos) e o grupo da aleatoriedade (com intervenções sobre Probabilidade). Porém nessa pesquisa, não foram analisadas as informações coletadas do grupo de resolução de problemas (com intervenções que envolve relações e números negativos), sendo investigados apenas dois grupos: controle (participaram apenas dos testes e entrevista) e aleatoriedade (participaram das intervenções sobre Probabilidade). Foram aplicados quatro testes, uma entrevista e três intervenções, e a análise desses resultados foi qualitativa. A análise das intervenções aponta que os estudantes compartilhavam conhecimentos durante a resolução das atividades

e que os conceitos probabilísticos estavam sendo construídos a partir de diferentes abordagens durante o processo. Já os resultados dos testes do grupo controle comparados com os do grupo da aleatoriedade, revelou um avanço dos estudantes do segundo grupo que apresentaram porcentagens de acerto maiores ou iguais nos pós-testes, demonstrando avanço nas compreensões dos conceitos, a partir das intervenções. A autora conclui que os resultados indicam que o programa de ensino, após algumas adaptações, pode ser utilizado para favorecer o ensino de Probabilidade de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, assim, possibilitando o desenvolvimento probabilístico dos mesmos.

Já o estudo de Silva (2016), investigou as compreensões de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, acerca de três das demandas cognitivas apontadas por Bryant e Nunes (2012) a partir do uso de jogos.

Silva (2016) investigou 36 crianças do 1º, 3º e 5º anos do Ensino Fundamental, sendo realizadas entrevistas do tipo clínica. Objetivando analisar, em situações de jogos, conhecimentos de estudantes acerca da probabilidade, em particular três demandas apontadas por Bryant e Nunes (2012), sendo elas a aleatoriedade, o espaço amostral e a comparação de probabilidades. Para o estudo, foram selecionados dois jogos: Travessia do Rio (BRASIL, 2014) e uma adaptação do jogo Passeios Aleatórios da Mônica (CAZORLA; KATAOKA; NAGAMIME, 2011), nesse estudo denominado Passeios Aleatórios da Rute. Os resultados apontaram que o significado intuitivo da probabilidade foi evidenciado pelas crianças. Relacionaram a *aleatoriedade* à sorte ou ao azar, justificando as respostas a partir de parâmetros particulares e demonstraram melhor compreensão em eventos pouco prováveis e impossíveis. As crianças mais velhas tiveram um desempenho melhor que as mais novas, apesar de também evidenciarem dificuldades. Foram observadas fragilidades na compreensão de eventos independentes, em que as crianças cometeram o erro de *recência positiva* ou de *recência negativa*. Em relação ao *espaço amostral*, a maior dificuldade observada foi a falta de percepção de que eventos, tais como  $3 + 5$  e  $5 + 3$ , são possibilidades distintas. Poucas crianças refletiram, conscientemente, sobre o espaço amostral para estabelecer a *comparação de probabilidades*. As

justificativas se apoiaram, especialmente, na recente experiência do jogo. Percebeu-se que o uso de jogos possibilitou que as noções intuitivas emergissem com naturalidade, mas aponta a necessidade da realização de intervenções para construção de conhecimentos probabilísticos mais coerentes, que também podem ser realizadas com esse recurso.

Já o estudo de Campos e Carvalho (2016) propõe e analisa as contribuições de um programa de ensino para o desenvolvimento de conhecimentos probabilísticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, baseado no estudo de Nunes et al (2012). Esta pesquisa discute as diretrizes apresentadas por programas nacionais como o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) e documentos orientadores como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), na época em processo de implementação no Brasil, a respeito do ensino e aprendizagem da Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Também apresenta e discute cinco atividades que compõem o programa de ensino sobre Probabilidade e risco desenvolvido por Bryant e Nunes (2012), que envolvem as quatro demandas cognitivas, desde noções de *aleatoriedade*, perpassando as ideias de *espaço amostral* e *quantificação de probabilidades*, até a *compreensão do risco* probabilístico. O estudo contribui para a formação dos professores na medida em que elenca abordagens significativas para a exploração do conceito de Probabilidade nas salas de aula dos anos iniciais.

A seguir serão discutidos pesquisas que tratam sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, porém não abordam as *demandas cognitivas* (BRYANT; NUNES, 2012), mas trazem aspectos e noções que se relacionam as *demandas cognitivas*.

O estudo de Carvalho (2005) tem como objetivo analisar a constituição do conceito científico de Probabilidade partindo de conceitos cotidianos desenvolvidos por estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental (atual 5º ano). Esta pesquisa apresenta três etapas, que compreendem um pré-teste, intervenção e um pós-teste, envolvendo 23 alunos. A pesquisa explora os conceitos de: eventos certos, eventos impossíveis, comparação de probabilidades, eventos independentes, eventos equiprováveis e quantificação

de probabilidades. Os resultados apontam que maioria dos estudantes apresentaram progresso em relação as noções desenvolvidas na intervenção. No pré-teste todos os estudantes demonstraram prever eventos certos e impossíveis, mesmo sem conseguir explicitá-los; um terço dos estudantes conseguiram comparar as possibilidades, mas apresentaram dificuldades em justificar; nenhum estudante demonstrou ter conhecimento construídos acerca dos conceitos de eventos independentes e equiprováveis, e também sobre a quantificação de probabilidades. Já no pós-teste, todos os estudantes identificaram eventos certos e impossíveis, e a comparação de probabilidades, apresentando justificativas adequadas; sobre os eventos independentes, 52,17% dos estudantes foram capazes de identificar e justificar a ocorrência desses eventos, e 34,78% acerca da compreensão de eventos equiprováveis; e, acerca da quantificação de probabilidades, 78,29% dos estudantes demonstraram entender o conceito. O autor finaliza salientando a necessidade de o professor explorar situações-problema que envolvam conceitos probabilísticos de forma inter-relacionada, considerando também outros conteúdos matemáticos, vivenciando situações desafiadoras e socioculturalmente significativas.

O estudo de Stelmastchuk (2009) objetivou investigar as respostas dos estudantes que cursavam a 2ª etapa do Ciclo II, correspondente a 4ª série (atual 5º ano) do Ensino Fundamental, de três escolas da Rede Municipal de Ensino de Curitiba, acerca da Probabilidade. Investigou os significados atribuídos às probabilidades, pelos estudantes deste nível de ensino, a partir de questionamentos acerca de atividades que envolvem noções probabilísticas como espaço amostral equiprovável e não-equiprovável, análise das chances de ocorrência de eventos, e a comparação das chances. A análise dos dados coletados foi realizada com base no Modelo Teórico dos Campos Semânticos, buscando compreender os modos de produção de significados, tendo como base o que os estudantes dizem sobre um objeto a partir da tarefa proposta. Com base nos dados coletados, e a partir desse modelo, foi proposta uma categorização para os significados atribuídos pelos estudantes ao conteúdo de Probabilidade. De forma geral, a pesquisa aponta que os significados atribuídos

às noções de Probabilidade investigadas no estudo se relacionam as experiências pessoais dos estudantes, tendo como base o senso comum, além de não ter sido possível perceber na fala dos estudantes compreensões ligadas à rotina de sala de aula, na medida em que os estudantes mencionaram apenas experiências vivenciadas fora do contexto escolar. A autora conclui apontado que sua investigação se debruça sobre as compreensões dos estudantes, a partir de uma situação específica, sobre o conceito de Probabilidade, mas que apresenta limitações no que diz respeito à compreensão do professor acerca dos conteúdos abordados e sua relação com os significados atribuídos pelos estudantes.

Compreendendo que o raciocínio combinatório apresenta papel importante no desenvolvimento da demanda cognitiva do *espaço amostral*, destacamos o estudo de Pessoa e Borba (2009), que apesar de não versarem sobre o conceito de Probabilidade, investigaram e discutiram a necessidade de se desenvolver o raciocínio combinatório, desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

O estudo de Pessoa e Borba (2009) buscou levantar a compreensão de problemas combinatórios por alunos de 1ª a 4ª série (atuais 1º a 5º anos) e observar as estratégias por eles utilizadas. As autoras aplicaram um teste com diferentes tipos de problemas combinatórios (produto cartesiano, arranjo, combinação e permutação) e investigaram os acertos por série e por tipo de problema. Os resultados demonstraram avanços em relação a progressão da série, apresentando melhores desempenhos nas séries posteriores. Acerca dos tipos de problemas, os problemas de arranjo e permutação, apresentaram baixos percentuais de acertos, provavelmente pela dificuldade em levantar todas as possibilidades, pois nesses tipos de problemas a ordem importa, gerando novas possibilidades. Sobre as estratégias utilizadas pelos estudantes, estas versaram sobre a incompreensão das relações envolvidas, a compreensão das relações envolvidas, mas sem esgotamento das possibilidades, e a identificação do produto que sintetizava a situação. Conclui-se que os estudantes apresentam dificuldades em realizar o levantamento sistemático das possibilidades e seu esgotamento em situações combinatórias, e que essa dificuldade se mostrou

mais expressiva nos resultados dos estudantes dos primeiros anos de escolarização.

Rocha e Felisberto de Carvalho (2014) em suas contribuições no caderno de *Educação Estatística* do PNAIC (Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa), discutem noções fundamentais de serem desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, os autores retomam as orientações presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e exploram desde noções intuitivas até as mais formais, perpassando ideias de evento mais provável, evento menos provável e evento certo, a definição do espaço amostral e a análise das chances de ocorrência. Os autores ainda apontam que essas noções podem ser exploradas em situações diversas, como o uso de jogos e experimentos, e ainda situações que envolvam a Estatística, visando permitir a vivência e reflexão acerca das diversas situações aleatórias presentes no cotidiano das crianças.

Nóbrega (2015) realizou um estudo com 180 crianças do último ano da Educação Infantil (Infantil III) ao 5º ano do Ensino Fundamental, que objetivou investigar as noções de possível, impossível e certeza em situações envolvendo Probabilidade e Combinatória. Foram realizadas entrevistas individuais cujas perguntas, sobre conhecimentos matemáticos e não matemáticos, envolvendo possibilidade, impossibilidade e certeza, no âmbito da Probabilidade e da Combinatória. Em relação à Probabilidade, os resultados apontaram que houve uma evolução de compreensão dos conceitos abordados em conformidade com os anos de escolaridade até o 3º ano, ou seja, o desempenho do 1º ano foi melhor que o do Infantil III, enquanto do 2º ano foi melhor que o 1º e o do 3º melhor que o do 2º. A partir do 3º ano em diante não se constatou melhora significativa no desempenho das crianças. Em relação à combinatória não se constatou melhora significativa de desempenho em nenhum dos grupos comparados. Sinteticamente, as autoras observaram que crianças com cinco anos já são capazes de pensar sobre o possível, quer seja em relação à probabilidade ou à combinatória, e que estudantes a partir do 3º ano do Ensino Fundamental já demonstram entendimento de princípios fundamentais de Probabilidade. Em combinatória, há indícios de um 'freio' no desenvolvimento do

conceito, pois as crianças em anos posteriores não apresentaram melhora significativa em seus desempenhos em relação aos anos anteriores.

Haro, Román e Romero (2016) investigaram as compreensões acerca da comparação de probabilidades a partir de uma amostra de 86 estudantes que tinham concluído a Educação Primária (no contexto educacional brasileiro, os anos iniciais do Ensino Fundamental) e estavam ingressando na Educação Secundária, no contexto educacional da Espanha. Nesse sentido, o estudo buscou analisar os acertos e as justificativas dos estudantes nesse tipo de problema. Os resultados do estudo, indicaram que os estudantes e sua maioria apresentam dificuldades para resolver problemas de comparação de probabilidades, além de mostrar que os estudantes utilizam mais as estratégias incorretas para resolver esses problemas, sendo elas: estratégias que consideram apenas uma dimensão, sejam os casos possíveis, favoráveis ou desfavoráveis, e as estratégias aditivas, ambas correspondem a um menor raciocínio proporcional; enquanto as estratégias corretas aparecem em menor quantidade e compreendem a estratégia de correspondência e a estratégia multiplicativa. Os autores concluem que conhecer como as crianças raciocinam sobre Probabilidade é um requisito prévio para melhorar seu ensino, e ainda investigar se as reformas educacionais implementadas na Espanha estão avançando na direção correta.

O estudo de Fernandes e Guataçara (2015) objetivou analisar as contribuições de uma Sequência de Ensino (SE) para o processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade em uma turma do 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de uma escola da Rede Municipal da cidade de Curitiba. Como metodologia, foram aplicados pré-teste e pós-teste, ambos com as mesmas questões, além de aplicar uma intervenção a partir do uso de uma Sequência de Ensino, abordando questões referentes aos conhecimentos e saberes de Probabilidade e Combinatória, sendo eles noções sobre espaços amostrais equiprováveis, chance e combinação de elementos. Os resultados indicaram que o pré-teste apresentou resultado insatisfatório, na medida em que os estudantes apresentaram dificuldades acentuadas em questões simples acerca da Probabilidade e Combinatória; já no pós-teste, os resultados obtidos

após a execução da proposta pedagógica, apresentou avanço significativo quanto à aprendizagem dos conteúdos, conhecimentos e saberes referentes à essas noções; reforçando a necessidade de se desenvolver com os estudantes compreensões acerca do levantamento de espaços amostrais e sua importância na resolução de problemas de Probabilidade.

A seção a seguir, apresenta estudos que discutem e investigam as potencialidades do uso da literatura infantil na sala de aula, especificamente nas aulas de Matemática.

## 2.2 POTENCIALIDADES DA LITERATURA INFANTIL NO ENSINO DE MATEMÁTICA: O QUE INDICAM OS ESTUDOS ENVOLVENDO A LITERATURA INFANTIL E O ENSINO DE MATEMÁTICA?

A literatura está presente no nosso dia a dia, em diversas situações e espaços do cotidiano, em momentos de aulas, da leitura antes de dormir, dos recitais, dos clubes do livro, e em diversas instituições sociais; ocupando prateleiras de bibliotecas e livrarias, até mesmo ambientes virtuais. Ouve-se falar dela nos jornais, na TV, na escola. A literatura tem suas próprias características e exigências, sendo uma experiência vivenciada pelo homem desde muito tempo, e esta experiência não se parece com nenhuma outra.

Pensando a literatura de forma ampla, Souza (2010, p. 9) concebe que

Literatura é, antes de tudo, engenharia de palavras. É por meio da palavra oral ou escrita que ela se realiza. Seu campo é vasto. Ela nasce da necessidade dos homens, desde as origens, de registrarem e compartilharem suas experiências, fantasias e, mais do que isso, valores e ensinamentos, transmitindo-as para as gerações vindouras.

Acerca da concepção de literatura no universo infantil, destaca-se a existência de duas vertentes distintas, uma considera que a presença de aspectos pedagógicos na literatura infantil desvaloriza o literário, e a outra, ao contrário, compreende que a presença de características pedagógicas em um livro não retira suas atribuições literárias. Nesse estudo, consideramos que a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não diminui ou desvaloriza

os atributos literários, nem o coloca em segundo plano, pois acreditamos que a presença da literatura no desenvolvimento de aprendizagens em sala de aula, bem como nas aulas de Matemática, possibilita o desenvolvimento de habilidades de leitura e compreensão e de estratégias de resolução de problemas, desenvolvendo a linguagem e a matemática ao mesmo tempo.

Diversos autores como Zilberman e Silva (1990), Smole (2000), Smole e Diniz (2001), Leal e Melo (2006), Souza (2014), dentre outros estudiosos que serão abordados nessa revisão, compreendem que é possível os livros infantis trazerem consigo conhecimentos, sem perder seu aspecto literário.

Zilberman e Silva (1990) apontam que o uso dessas histórias na escola objetiva contextualizar a aprendizagem, trazendo significado ao processo. Os autores caracterizam as histórias infanto-juvenis em três níveis, sendo eles, o caráter imaginário, que permite a narrativa extrapolar a realidade, encantando e estimulando a imaginação infantil; o dramatismo, que pelo uso da história reflete o universo infantil, permitindo que a criança vivencie sensações, muitas vezes, se identificando com a narrativa, e assim, abrindo caminho para a aprendizagem; e a linguagem, que precisa ser acessível e atraente para a criança, sendo uma característica essencial para a apreciação da história. Dessa maneira, os autores compreendem que o texto literário introduz um universo que permite ao leitor refletir e incorporar novas experiências.

Acerca da ligação da pedagógica com a literatura, Souza (2014) afirma que ao entrar em contato com o universo literário, seja pela leitura ou escuta, a criança desenvolve suas funções afetivas, cognitivas e emocionais; apontando que a literatura propõe problemas e desafios que potencializam a imaginação e a inteligência da criança. A autora defende a função “formadora” da literatura, pois a considera como humanizadora, dado que favorece o exercício da mente e desperta a criatividade da criança, a partir de um processo de desenvolvimento, que deve se iniciar desde a infância, e se dá por meio das diversas linguagens literárias como: fábula, conto, cordel, lendas, mitos, folclore, dentre outras.

Sobre a Linguagem e a Matemática, Smole (2000) indica que possuem uma relação de complementariedade, no sentido de parceria; na medida em que,

a matemática toma emprestada da linguagem, a oralidade, que dá suporte de significação para o aprendizado da matemática. A autora atribui à linguagem dois papéis em relação a matemática, sendo eles, 1) o estabelecimento de “[...] relações entre o pensamento e a palavra” (SMOLE, 2000, p. 65), ligando as ideias matemáticas às suas representações; e 2) sua aplicação na Matemática, pois os elos do raciocínio matemático estão apoiados na organização sintática e no poder dedutivo da língua.

Acerca das maneiras de proporcionar uma relação entre Matemática e língua, Smole (2000) destaca que ela pode se dar a partir do uso de “[...] atividades que envolvem ler, escrever, falar e ouvir sobre matemática” (p. 67); apontando que dentre outras formas de potencializar a relação matemática/língua, como o uso de jornal, resolução de problemas, elaboração de textos, a conexão com a literatura infantil proporciona à criança “[...] uma fantasia muito próxima do real, uma manifestação do sentir e do saber, o que permite a ela inventar, renovar e discordar” (SMOLE, 2000, p. 68). Pois compreende que essa aproximação permite a partilha de significados, além de acreditar que a literatura pode ser um modo desafiador e lúdico de desenvolver noções matemáticas.

Discutindo o trabalho com leitura em sala de aula, Leal e Melo (2006) apontam que, muitas vezes, a escola desvincula a leitura do prazer, destacando que a leitura na escola não necessita ser sempre um ato de fruição, porém, que é fundamental que ela também possa ser deleite, na medida em que a escola se configura como espaço de formação de leitores.

Leal e Melo (2006) salientam que “[...] a leitura, como qualquer outro ato linguístico, deve estar ligada a um propósito, deve desempenhar uma função social” (p.55). Dessa maneira, para que os alunos desenvolvam compreensões e interajam com a leitura, é necessário que o professor, enquanto mediador, crie situações que provoque os alunos para a leitura. Os autores destacam a necessidade de criar situações com propósitos bem estabelecidos que permitam aos alunos selecionar, organizar e articular informações, contribuindo para que estes relacionem o que foi vivenciado na sala de aula com o dia-a-dia.

Toda leitura apresenta uma finalidade, o que auxilia no processo de escolha da literatura e a metodologia de leitura a ser utilizada. Na sala de aula não é diferente, antes de realizar qualquer leitura é necessário estar claro os propósitos envolvidos naquele momento, seja uma leitura deleite, dirigida ou uma roda de histórias.

Brandão e Rosa (2010) compreendem que a conversa sobre textos em sala de aula deve ser guiada por um leitor mais experiente, o professor, que possui um “[...] papel fundamental na formação de leitores” (p. 69), auxiliando os alunos a questionar, relacionar e analisar a literatura. Destacam que esta conversa possibilita engajar o leitor ou ouvinte a buscar e produzir significados, pois, é a partir da interação ativa com o texto que o aluno compreende a leitura enquanto atividade de construção de sentidos.

Considerando o papel do professor, enquanto mediador do processo de leitura em sala de aula, Smole e Diniz (2001) destacam a motivação para a leitura, como parte importante para a realização desse processo, apontando que para que isso ocorra, é necessário deixar claro os objetivos de leitura, serem propostos desafios e atividades em que o ato de ler se constitua como uma tarefa possível e desafiadora, bem como, que o planejamento considere os alunos como referência para a escolha das leituras.

A seguir serão apresentados e discutidos alguns estudos empíricos que refletem sobre os acervos literários, suas potencialidades e propostas de ensino, além de estudos que versam sobre o uso de literaturas infantis nas aulas de Matemática.

### **2.2.1 Estudos que refletem sobre a conexão entre literatura infantil e o ensino de Matemática versando sobre os acervos literários, suas contribuições e exploração em sala de aula**

Durante o levantamento dos estudos anteriores, objetivávamos encontrar estudos que elencassem literaturas infantis que permitem a exploração do conceito de Probabilidade, e estudos que investigassem a construção de noções probabilísticas em sala de aula por meio do uso de literaturas infantis. Nesse

sentido, foi possível encontrar apenas duas pesquisas que refletiam sobre a exploração do conceito de Probabilidade em livros infantis, e compreendem os níveis de ensino da Educação Infantil e Ensino Fundamental anos iniciais. Entretanto, não foi possível observar nenhuma pesquisa que trate especificamente sobre o ensino de Probabilidade aliado a literatura infantil nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Os estudos de Adam e Jelinek (2018) e Alencar, Araújo, Levicoy e Soares (2021), foram os únicos estudos encontrados nesse levantamento que aborda a literatura infantil na exploração do conceito de Probabilidade. Ambos são estudos recentes, o que reflete uma iniciativa pela busca de recursos que potencializem a exploração desse campo de conhecimento muitas vezes negligenciado.

O estudo de Adam e Jelinek (2018) objetivou analisar livros de literatura infantil buscando conceitos matemáticos importantes de serem desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sobretudo no ciclo de alfabetização. Nesse sentido, o estudo selecionou e analisou cinco obras de literatura infantil, nas quais identificou a presença de conceitos matemáticos dos cinco eixos estruturantes no Ensino da Matemática: Números e Operações, Pensamento Algébrico, Geometria, Grandezas e Medidas e Educação Estatística. Dentre os resultados destacamos a obra “A aranha e a loja de balas” escrita pela autora Yu Yeong So” e ilustrada por Han Ji Hye, que aborda o conceito de Probabilidade, e foi classificada no estudo como parte do eixo estruturante da Educação Estatística ou Tratamento da Informação. Este estudo, apesar de não abordar a análise de acervos de programas específico, propõe livros presentes no programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (BRASIL, 2014), além de livros que não fazem parte de acervos de programas, pois o estudo busca apresentar livros para todos os eixos estruturantes da matemática.

O estudo de Alencar, Araújo, Levicoy e Soares (2021) que é parte do projeto Criação de histórias de literatura infantil para o ensino de Matemática que desenvolve obras infantis e analisa outras já publicadas, buscando identificar potencialidades do seu uso para o ensino da Matemática e para a em formação

de professores. Nessa pesquisa, os autores procederam a análise da obra “Quando nasce um monstro”, objetivando identificar potencialidades da obra para o ensino de Probabilidade para o nível de ensino da Educação Infantil. O estudo tem como base a metodologia de análise de conteúdo, e realizou uma análise prévia da obra, a exploração do material e o tratamento do conteúdo selecionado, inferindo e interpretando o conteúdo favorável ao ensino de Probabilidade presentes no enredo. Como resultados, o estudo indica a presença de expressões presentes na obra, como: “existem duas possibilidades”, “ou ele...”, “ou ele...”, “se ele” e “mas se ele...”, que exploram aspectos intuitivos da noção de Probabilidade. Os autores consideram que ao relacionar as expressões identificadas com as ações do personagem no enredo, possibilita-se a realização de comparações entre resultados das ações, além de estimular a criticidade frente a situações que envolvem essas noções. Por fim, o estudo conclui que as expressões identificadas ainda possibilitam abordar com os estudantes elementos linguísticos, conceitos, procedimentos e argumentos, relativos à Probabilidade.

Entretanto, achamos necessário apresentar pesquisas que discutem e analisam os acervos literários disponibilizados por programas governamentais, como PNLD - Obras Complementares (BRASIL, 2010; 2012) e Programa Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (BRASIL, 2014). Na medida em que são esses os acervos que estão presentes nas escolas e dos quais os professores e estudantes possuem maior acesso.

Os estudos de Lima (2012) e Noronha (2012) analisaram o PNLD - Obras Complementares (BRASIL, 2010), do ano de 2010, investigando nos acervos, os gêneros e os campos da matemática abordados, bem como suas potencialidades didáticas e conceituais, além de propor um material didático com orientações para uso dessas obras.

Lima (2012) investigou os conteúdos matemáticos abordados nas obras, os gêneros textuais contemplados, e as relações possíveis entre a Matemática e esses gêneros. Nesse estudo, foram analisadas 150 resenhas contidas no manual dos acervos, sendo encontradas 20 obras que envolvem conteúdos matemáticos, distribuídas em dois grupos de categorias que consideram os

gêneros textuais das obras e os conteúdos matemáticos abordados, são elas: 1) Gênero textual: folclore, história, imagem e instrucional, e 2) Campo matemático: Números e Operações, Pensamento Geométrico, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. A análise acerca dos gêneros textuais demonstrou a prevalência do gênero história, em relação aos demais gêneros; e a análise da integração da Matemática nas obras, indica que a Matemática nas obras analisadas pode servir de base para a história; ser essencial para compreender a história; ou emergir naturalmente da história. Acerca da análise dos campos matemáticos, destaca-se que todos os campos são contemplados nos acervos, porém, aponta a existência de uma distribuição desigual dos campos da matemática em relação as obras, sendo o campo de Tratamento da Informação, o menos abordado, apresentando apenas uma obra – que aborda o conceito de Estatística. A autora conclui que as obras que compõem o PNLD - Obras Complementares possibilitam o desenvolvimento de processos de alfabetização e formação leitora, bem como o ensino de conceitos matemáticos; porém, salienta que o estudo não possibilita inferir as implicações reais do uso dessas obras em sala de aula.

Considerando essa limitação, trazemos a pesquisa de Noronha (2012) que investigou as potencialidades didáticas e conceituais de uso das Obras Complementares nos anos dos anos iniciais do Ensino Fundamental e propôs um material didático com orientações para uso dessas obras. Para atingir tais objetivos, a autora procedeu a aplicação de um questionário com estudantes do curso de Pedagogia, que tinha o propósito de investigar as principais dificuldades conceituais e didáticas de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental; e se os estudantes conheciam e faziam uso de livros paradidáticos para a aprendizagem de conteúdos matemáticos, seja como estudante ou docente. Os resultados apontam que os conteúdos que estudantes apresentam mais dificuldade em aprender e ensinar, são os mesmos para 90% dos entrevistados, e atribuem às dificuldades didáticas o desconhecimento de recursos didáticos e/ou metodológicos e o desconhecimento do conteúdo; todos os estudantes afirmaram conhecer livros paradidáticos, mas apenas metade deles conheciam livros com potencialidades para explorar conteúdos matemáticos; sobre o uso

desses livros em sala de aula, a maioria dos entrevistados afirmaram fazer uso desse recurso, mas apenas 15% deles usam em aulas de matemática. Considerando esses resultados, o estudo propôs a criação do Guia de Orientação de uso das Obras Complementares para Professores que Ensinam Matemática visando dar suporte à prática de professores que ensinam matemática, pela apresentação de possibilidades de uso das Obras Complementares nas aulas de Matemática. A criação do guia considerou 27 obras do PNLD – Obras Complementares (BRASIL, 2010) com potencial para desenvolver conteúdos matemáticos, das quais apresentam síntese da obra, os conteúdos matemáticos que podem ser explorados e orientações de atividades que podem ser desenvolvidas, porém, nenhuma dessas obras abordam o conceito de Probabilidade.

Já o estudo de Leal e Lima (2012) investigou e classificou os acervos do PNLD – Obras Complementares (BRASIL, 2012), do ano de 2012, tomando como base o estudo de Leal e Rodrigues (2011) que analisaram e distribuíram os livros dos acervos distribuídos pelo PNLD – Obras Complementares (BRASIL, 2010) em sete tipos. O estudo de Leal e Lima (2012) ao investigar o acervo do PNLD – obras complementares do ano de 2012, além dos sete agrupamentos apresentados no estudo de Leal e Rodrigues (2011), acrescenta mais dois tipos de obras, que são os *textos literários* e *histórias em quadrinhos*. Nesse sentido, as obras foram categorizadas em nove tipos, são elas: *Livros de divulgação do saber científico/obras didáticas; Biografias; Livros instrucionais; Livros de cantigas, parlendas, trava-línguas, jogos de palavras; Livros de palavras; Livros de imagens; Livros de histórias, com foco em conteúdos curriculares; Histórias em quadrinhos; e Livros literários.*

Baseados na classificação de Leal e Lima (2012), os Acervos Complementares (BRASIL, 2012) distribuíram e analisaram seus acervos por tipo de obra, e envolvem as três grandes áreas do conhecimento - Ciências Humanas e Temas Transversais, Ciências da Natureza e Matemática, e Linguagens e Códigos. Os resultados concluem que os acervos apresentam uma diversidade de tipos de livros, que favorece a ampliação do letramento das crianças, pelo contato com gêneros textuais com propósitos variados; porém,

aponta a predominância de obras de gêneros narrativos, como os *contos*, as *histórias com foco em conteúdos curriculares*, as *biografias* e as *histórias em quadrinhos*; em seguida aparecem os *livros de divulgação do saber científico*, os *livros de cantigas, parlendas, trava-línguas, jogos de palavras, livros de palavras e livros de imagens*. Já os livros que aparecem com menos frequência, são os *livros instrucionais*; também estão presentes livros que apresentam vários gêneros, chamados de obras mistas, materiais de atividades didáticas encadernadas e obras pedagógicas, presentes na categoria *outros*. Destacamos que para o componente da matemática, as obras presentes no acervo são, em sua grande maioria, livros de histórias infantis; no entanto também estão presentes livros de imagens, de histórias em quadrinhos e coletâneas de problemas matemáticos. Acerca dos campos de conhecimento da matemática as obras presentes nos acervos se concentram nos campos de Grandezas e Medidas e de Números e Operações, apresentando escassez de livros que envolvem conhecimentos dos campos de Tratamento da informação e Geometria. Nesse sentido, o programa PNLD – Obras complementares salienta a necessidade de investimento dos educadores matemáticos na produção e submissão ao programa de obras que considerem os campos de Tratamento da Informação e Geometria.

Os estudos de Souza e Passos (2015), Santos e Ciríaco (2018, 2020) e Alencar e Oliveira (2019) versam sobre os acervos literários presentes no programa Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) em Educação Matemática (BRASIL, 2014), investigando a presença de conceitos matemáticos nas obras distribuídas pelo programa e suas potencialidades didáticas, além de sugerir possibilidades de exploração de diversos conceitos matemáticos.

Souza e Passos (2015) desenvolveram um estudo sobre as contribuições de histórias infantis sugeridas pelo PNAIC para o ensino da Matemática no Ciclo de Alfabetização. Esta pesquisa tem como objetivo compreender como essas histórias infantis podem contribuir para a efetivação do processo de letramento matemático. Para isso, as autoras procederam a análise dos livros infantis do acervo do programa, que apresentou a indicação de vinte livros, dos quais foram

escolhidos oito livros para serem analisados, tendo como critério a maior relação com o Caderno de Formação no qual foi indicado. Acerca dos conteúdos matemáticos, os livros abrangem diversos conteúdos matemáticos referentes aos cinco eixos estruturantes, mas o eixo de Tratamento da Informação está presente em apenas um livro e desenvolve a temática de Estatística. Acerca da abordagem do conhecimento matemático, os livros foram classificados em dois grupos, os que trazem ideias matemáticas de forma implícita no texto, e os que apresentam a matemática de maneira mais explícita no texto. Acerca do papel da ilustração quanto a compreensão da história e do conceito matemático, o estudo aponta que em todos os livros a ilustração desempenha um papel importante para o desenvolvimento dessas compreensões. As autoras concluem que os livros infantis analisados oferecem subsídios para o trabalho da Matemática no ciclo de alfabetização, abrangendo diversos conteúdos matemáticos referentes aos cinco eixos estruturantes para alfabetização e letramento matemático, dando subsídio para o desenvolvimento de práticas pedagógicas significativas no processo de alfabetização matemática.

O estudo de Santos e Ciríaco (2018) é um recorte de um estudo maior e discute a presença de conceitos matemáticos em literaturas infantis presentes em acervos do PNAIC (BRASIL, 2014). Tem como objetivo apresentar algumas características pertinentes da utilização das histórias infantis para a alfabetização matemática na perspectiva do letramento, em que caracterizaram os livros infantis, o enredo e presença de noções matemáticas no desenvolvimento da narrativa. Esta pesquisa se deu em quatro etapas, a primeira reflete sobre a construção do referencial teórico, com vistas a compreender os aspectos relativos à investigação; a segunda, considerou visitas a uma escola municipal buscando acervos paradidáticos do PNAIC; na terceira procedeu-se a catalogação dos livros e análise das histórias e, por fim, a quarta etapa, em que foi realizado o tratamento das informações coletadas pelo agrupamento dos livros por conteúdo/unidades de ensino da Matemática. Os resultados desse estudo apontam que dentre as 294 obras presentes no acervo, apenas 20 apresentavam possibilidades diretas de desenvolvimento de conceitos matemáticos. Esses livros foram distribuídos em três categorias que

consideram os conteúdos matemáticos abordados, são eles: Números e operações, Espaço e forma e Grandezas e medidas. Destacamos que os resultados não apresentam nenhum livro para a categoria de Tratamento da Informação, na qual considera os conteúdos de Estatística e Probabilidade. Os autores concluem que a partir da análise dos livros, percebeu-se a importância da narrativa para a conexão entre a literatura e a Matemática, e que o acervo disponibilizado pelo PNAIC, podem contribuir para o planejamento das aulas de Matemática, pois as histórias infantis atribuem significados à aprendizagem desses conceitos.

Já o estudo de Santos e Ciríaco (2020) objetivou analisar e propor possibilidades/atividades de trabalho com a literatura infantil e a Matemática baseados nos livros presentes no acervo do PNAIC, tendo como base “[...] os processos de leitura, escrita e a linguagem como elementos importantes para a aprendizagem nas aulas de Matemática” (p. 44). Foram explorados nessa pesquisa três livros, apresentando seus dados, narrativas e algumas possibilidades e sugestões de atividades. A primeira obra intitula-se “Aperte Aqui!”, de autoria de Hervé Tullet, sobre a qual o estudo apresenta indicações para o 1º ano do Ensino Fundamental, a partir de sugestões que envolvem o campo da Geometria, além fazer interlocução com o pensamento algébrico. A segunda obra tem como título “E o Dente Ainda Doía”, de autoria de Ana Terra, e o estudo sugere possibilidades para o 2º ano do Ensino Fundamental, partindo de discussões que envolvem o campo de Números e Operações, propondo também a interlocução com a Estatística. A terceira obra se intitula “Gabriel tem 99 centímetros”, e o estudo traz sugestões para o 3º ano do Ensino Fundamental, destacando o trabalho com “Grandezas e Medidas”. Os resultados evidenciam as variadas possibilidades de articulação entre literatura infantil e a Matemática que envolvem a exploração da linguagem matemática por meio da fantasia, construindo situações em que as crianças elaboram de hipóteses, conjecturas e validam das ações.

O estudo de Alencar e Oliveira (2019) investigou literaturas infantis presentes em um acervo do 1º ano do Ensino Fundamental disponibilizado pelo PNAIC, objetivando identificar livros que potencializem o ensino de Estatística.

O acervo investigado possuía 26 livros, sobre os quais foram realizadas a leitura na íntegra e o levantamento do enredo das histórias e dos conteúdos matemáticos envolvidos. A pesquisa reflete sobre o uso da Literatura Infantil como recurso metodológico para o ensino de Matemática e aprofunda a análise de duas obras, sendo elas: *Soltando os bichos* (Ferrão e Ralphes, 2011), e *Quem vai ficar com o pêssego?* (Yoon, 2010); apontando as potencialidades dessas obras para o ensino de Estatística.

Considerando a escassez de estudos que discutam o uso de literaturas infantil para explorar o conceito de Probabilidade em sala de aula, serão aqui abordados estudos que versam as potencialidades da literatura infantil para o ensino de Matemática.

Os estudos de Souza (2008), Costa (2015), Roedel (2017), Botelho e Carneiro (2018) e Sagrilo, Silva e Alencar (2018) investigam as potencialidades do uso de literaturas infantis para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos em sala de aula.

O estudo de Souza (2008) investigou como estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental (atual 5º ano), a partir da conexão entre literatura e matemática, se apropriam dos conteúdos, se relacionam com esses conhecimentos e qual a receptividade deles a essa metodologia. Nesse sentido, foi desenvolvida uma sequência didática baseada nos livros *O Pirulito do Pato* e *Doces Frações*, abordando os conteúdos de frações, através das noções de parte-todo, comparação e equivalência de frações. Os resultados do estudo apontam que os estudantes elaboraram hipótese, estratégias e interagiram com as narrativas, além de construir conhecimentos e estabelecerem uma relação de interioridade com os saberes, na medida em que o processo envolveu saberes próprios, as histórias e as experiências de vida dos estudantes, ou seja, envolvendo as singularidades dos estudantes no processo educativo. A pesquisa ainda aponta a importância do papel do professor enquanto mediador, efetivando as intervenções necessárias para possibilitar o desenvolvimento dos conhecimentos por parte dos estudantes; além da receptividade dos estudantes ao trabalho proposto, colocando-se como sujeitos ativos do processo.

O estudo de Costa (2015) investigou como os contos de fadas podem favorecer a alfabetização matemática na perspectiva do letramento em turmas de 1º ano do Ensino Fundamental; tendo como objetivo analisar as possíveis conexões entre o uso de contos de fadas e a aprendizagem matemática. As intervenções aplicadas nesse estudo, se deram a partir dos contos de fadas *Os Três Porquinhos*, *João e o Pé de Feijão* e *Cachinhos dourados*, ativando a imaginação dos estudantes a partir de objetos disparadores, que permitiram o diálogo entre os estudantes e o levantamento de hipóteses. Os resultados do estudo permitiram perceber os contos de fadas como possibilidade para o desenvolvimento de aprendizagens matemática, bem como construir conhecimentos matemáticos a partir do estabelecimento de diálogos, utilização de diferentes materiais e propostas, partido do conhecido, sejam as histórias ou as vivências dos estudantes que favorece uma aprendizagem com significados sólidos. A autora conclui que a pesquisa apresenta novas possibilidades e potencialidades para o ensino e aprendizagem de matemática, a partir do uso dos contos de fadas que contribuem para a alfabetização matemática na perspectiva do letramento.

A pesquisa realizada por Roedel (2017) teve como objetivo geral verificar as contribuições da contação de histórias para a aprendizagem de Geometria por estudantes do 5º ano do ensino fundamental, com base em uma investigação qualitativa, considerando os sujeitos, seus conhecimentos e respostas pessoais. Para desenvolver compreensões acerca do conteúdo de Geometria foram utilizados dezesseis livros, por meio de contação de histórias e diversas atividades de leitura que exploravam os conceitos durante a leitura, permitindo a interação e participação dos estudantes no processo de aprendizagem. O estudo concluiu as atividades envolvendo contação de histórias, no processo educativo proporciona diversos benefícios que vão “[...] desde o auxílio na oralidade e nas expressões até na resolução de problemas” (ROEDEL, 2017, p. 26), compreendendo que unir leitura e matemática proporciona o desenvolvimento de novas habilidades, auxilia a organização do pensamento matemático, na interpretação de dados, contextualização e problematização, além de tornar o processo dinâmico e prazeroso. Roedel (2017) ainda destaca o uso da literatura

infantil nas aulas de matemática simboliza um rompimento com o ensino tradicional da Matemática, salientando que muitas vezes os estudantes não conseguem relacionar o conteúdo com o seu contexto e conhecimentos prévios, na medida em que apenas reproduz o conhecimento, não participando ativamente do processo de aprendizagem.

A pesquisa de Botelho e Carneiro (2018) utilizou histórias infantis para desenvolver conhecimentos matemáticos, visando permitir o desenvolvimento da criatividade e imaginação dos estudantes, da Matemática e língua materna conjuntamente. As atividades desenvolvidas foram pensadas a partir do livro *As centopeias e seus sapatinhos*, que não apresenta conceitos matemáticos de forma explícita na história, mas permite a exploração a partir de situações vivenciadas pelas centopeias; com duas turmas de 1º e 2º anos do Ensino Fundamental. Acerca dos resultados, o estudo aponta a participação e o interesse dos estudantes em realizar atividades que tenham como referência histórias infantis; que o trabalho desenvolvido permitiu a abordagem de conceitos matemáticos, sem deixar de lado a história e seu papel lúdico; além de explorar as ilustrações presentes na história, que muitas vezes são desconsideradas. Os autores concluem que o trabalho que une histórias infantis e matemática, potencializam o ensino de noções matemáticas e também da língua materna, permitindo que aos estudantes refletirem sobre possibilidades e estratégias para a resolução de problemas matemáticos contextualizados.

O estudo de Sagrilo, Silva e Alencar (2018) teve como objetivo apresentar, analisar e discutir sobre o ensino de Matemática a partir de histórias infantis, tendo como foco o conteúdo horas e formas geométricas, presente nos campos de conhecimento das Grandezas e Medidas e de Espaço e Forma. A pesquisa inicialmente investigou um dos documentos que orienta a Educação Básica, e posteriormente foi desenvolvida a sequência didática a ser aplicada, amparando-se nos autores estudados. Após o desenvolvimento da sequência didática, as autoras observaram que as atividades desenvolvidas contribuíram na construção de conhecimentos matemáticos, permitindo aos estudantes estabelecerem uma ligação com o meio a qual pertence, assim facilitando o entendimento dessas compreensões. As autoras concluem que os educadores precisam de criar

estratégias que levem os estudantes a aprenderem de maneira satisfatória e prazerosa a Matemática, valorizando a ludicidade e o uso do material concreto, pois influenciam na forma como o estudante se relaciona com o conhecimento.

Dentre os estudos discutidos nessa seção, apenas dois trazem a indicação de literaturas infantis que apresentam potencialidades de desenvolver compreensões probabilísticas. Já os estudos que investigaram acervos de programas como PNLD – Obras Complementares (BRASIL, 2010; 2012) e PNAIC (BRASIL, 2014), apesar de refletirem sobre as potencialidades da literatura infantil em explorar diversos conceitos matemáticos, não elencaram literaturas infantis que explorassem o conceito de Probabilidade. Acreditamos que isso se deu pela inclusão tardia da Probabilidade na Matemática escolar e a inexistência de conteúdos propostos sobre esse conceito para os primeiros anos de escolarização; na medida em que esses programas se baseavam em diretrizes, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), que não previam o ensino de noções de Probabilidade para esses anos escolares, orientações que influenciaram as políticas públicas, a formação inicial e continuada dos professores, bem como, as produções direcionadas às escolas, por 20 anos. Por fim, acreditamos que a escassez de estudos que explorem o conceito de Probabilidade através do uso de literaturas infantis, é reflexo da tímida presença de obras que discutam a temática e de incentivos como programas, recursos, formação inicial e continuada que explorem o conceito.

Considerando isso, o estudo aqui desenvolvido buscou identificar literaturas infantis para além de acervos de programas, investigando catálogos de diversas editoras presentes nos acervos dos programas e outras que não estão presentes nesses acervos; além de investigar as compreensões de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca do conceito de Probabilidade tendo como base a contação de histórias.

O capítulo a seguir discute os marcos teóricos que embasam o estudo, refletindo acerca do ensino de Probabilidade nos diferentes orientadores curriculares brasileiros e as contribuições dos teóricos Bryant e Nunes (2012) acerca do desenvolvimento do conceito de Probabilidade a partir de *demandas cognitivas*.

### 3 MARCO TEÓRICO

Este estudo tem como marco teórico três orientadores curriculares oficiais, são eles: os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017); e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), bem como os pressupostos teóricos de Bryant e Nunes (2012) que elencam um conjunto de demandas cognitivas necessárias para o desenvolvimento de compreensões probabilísticas.

As seções a seguir refletem sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e suas contribuições a partir desses referenciais teóricos.

#### 3.1 ENSINO E APRENDIZAGEM DE PROBABILIDADE: DISCUSSÕES SOBRE A SUA PRESENÇA NOS ORIENTADORES CURRICULARES OFICIAIS DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Situações de natureza aleatória são uma parte comum de nossas vidas, muitas das experiências que vivenciamos são aleatórias; estando presentes em situações do cotidiano, como o lançamento de uma moeda para decidir quem inicia o jogo de futebol; o uso de dados em jogos de trilha, para decidir o número de casas a serem avançadas; os jogos de carta que precisam ser embaralhados, para depois serem distribuídas, ou mesmo a análise da previsão do tempo, entre outras situações previsíveis ou imprevisíveis.

As crianças também vivenciam situações aleatórias no dia a dia, presentes em jogos e brincadeiras como Jokenpô (pedra, papel e tesoura), zero ou um e par ou ímpar. Por essa razão, os documentos oficiais que orientam os currículos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, têm enfatizado a relevância do ensino de Probabilidade nas escolas, desde cedo; pois compreendem a necessidade das crianças de aprenderem a julgar, analisar, concluir e tomar decisões em situações envolvendo diversos elementos probabilísticos, a partir de contextos do mundo real.

A seguir, serão discutidas as orientações para o ensino de Probabilidade presentes em três de documentos oficiais que orientam os currículos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, comparando suas concordâncias e divergências, seus avanços e retrocessos, considerando suas contribuições para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. São eles, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's – (BRASIL, 1997), a Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019).

Os PCN's (BRASIL, 1997) é o primeiro documento oficial brasileiro a indicar o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os PCN's apontam a necessidade de acrescentar aos conteúdos que já são desenvolvidos nos anos iniciais, conteúdos “[...] que permitam ao cidadão ‘tratar’ as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à Probabilidade e à Combinatória” (BRASIL, 1997, p. 38).

Para cada bloco de conteúdo, os PCN's (BRASIL, 1997) apontam objetivos, conteúdos, critérios de avaliação e orientações didáticas. Entretanto, destacamos que a Probabilidade não possui o mesmo espaço de discussão disposto aos demais conteúdos, o que consideramos um obstáculo para a sua exploração em sala de aula, se considerarmos que este documento foi o principal orientador curricular nos últimos vinte anos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a Probabilidade é abordada no bloco de conteúdo *Tratamento da Informação* que discute os conteúdos de Estatística, Probabilidade e Análise Combinatória. Entretanto, os PCN's elencam conteúdos para o ensino de Probabilidade apenas para o segundo ciclo (correspondente à 3ª e 4ª série, atuais 4º e 5º anos), apontando como finalidade a compreensão de que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória, que é possível identificar resultados prováveis e que noções intuitivas de acaso e incerteza podem ser exploradas a partir de experimentos e observação de eventos equiprováveis.

Nesse sentido, os PCN's apontam como objetivo para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental “Identificar

características de acontecimentos previsíveis ou aleatórios a partir de situações-problema, utilizando recursos estatísticos e probabilísticos” (BRASIL, 1997, p. 56). Indica também alguns conteúdos conceituais e procedimentais que devem ser desenvolvidos no ensino de probabilidade, como pode ser observado no quadro 1.

Quadro 1 - Conteúdos conceituais e procedimentais para o ensino de Probabilidade previsto no bloco de conteúdo de *Tratamento da informação*

Ciclo de Ensino	Conteúdos Conceituais e Procedimentais
2º Ciclo: 3ª e 4ª série (atuais 4º e 5º anos)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos.</li> <li>• Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”.</li> <li>• Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.</li> </ul>

Fonte: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 61).

Entretanto, os PCN's não apresentam critérios de avaliação específicos para a Probabilidade e sim para o bloco de conteúdo de *Tratamento da informação* indicando que “Espera-se que o aluno saiba coletar, organizar e registrar informações por meio de tabelas e gráficos, interpretando essas formas de registro para fazer previsões” (BRASIL, 1997, p. 64).

Acerca das orientações didáticas, os PCN's trazem poucos elementos que auxiliem o professor na exploração do conceito de Probabilidade em sala de aula, indicando que

A construção de tabelas e gráficos que mostram o comportamento do tempo durante um período (dias ensolarados, chuvosos, nublados) e o acompanhamento das previsões do tempo pelos meios de comunicação indicam a possibilidade de se fazer algumas previsões, pela observação de acontecimentos. Pela observação da frequência de ocorrência de um dado acontecimento, e um número razoável de experiências, podem-se desenvolver algumas noções de probabilidade (BRASIL, 1997, p. 85).

Portanto, apesar dos Parâmetros Curriculares Nacionais propor o ensino de Probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e abordarem compreensões pertinentes ao conceito de Probabilidade, não explora essas

compreensões de forma igualitária aos demais conceitos matemáticos, de forma a dar pouco subsídio para a exploração desse conceito por parte dos professores em sala de aula.

A Base Nacional Comum Curricular –BNCC – (BRASIL, 2018), é o principal orientador dos currículos escolares brasileiros em vigência, e apresenta objetos de conhecimento e habilidades necessárias à aprendizagem de Probabilidade desde o 1º ano dos anos iniciais, apontando a incerteza como objeto de estudo das compreensões sobre Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Na BNCC, a Probabilidade é abordada na unidade temática de *Probabilidade e Estatística*, justificando que

[...] todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e prever fenômenos (BRASIL, 2018, p. 274)

A BNCC apresenta como finalidade para a aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a promoção da compreensão da presença de fenômenos aleatórios no cotidiano, pelo desenvolvimento da noção de aleatoriedade a partir da discussão dos diferentes tipos de eventos aleatórios (certos, impossíveis, prováveis); além de refletir sobre as possibilidades de resultados, pela construção do espaço amostral.

A Base Nacional Comum Curricular tem como base o desenvolvimento de competências, que mobiliza conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores no desenvolvimento de aprendizagens. Nesse sentido, para cada unidade temática, a BNCC delimita objetos de conhecimento e habilidades que retoma, amplia e aprofunda as noções matemáticas ano a ano.

A BNCC elenca competências para os cinco anos que compõem os anos iniciais do Ensino Fundamental. O Quadro 2 apresenta os objetos de conhecimento e habilidades presentes na BNCC para os anos iniciais do Ensino Fundamental:

Quadro 2 – Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Probabilidade, presentes na BNCC

Ano	Objetos de Conhecimento	Habilidades
1º ano	Noção de acaso	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ano	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º ano	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
	Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Fonte: Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 278-295).

Este orientador curricular, ainda salienta que orientações presentes no documento não devem limitar o trabalho em sala de aula; destacando que a elaboração dos currículos e das propostas pedagógicas, devem enfatizar articulações dessas habilidades com as de outras áreas do conhecimento, inclusive com os objetos propostos para a Estatística e a Combinatória.

Outros importantes documentos orientadores são os referenciais curriculares estaduais, nesse estudo será abordado o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), que tem suas bases nos Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PCPE) (PERNAMBUCO, 2012), nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) (BRASIL, 2013), e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018). Este documento constitui-se como

norteador das propostas pedagógicas, projetos políticos pedagógicos e prática pedagógicas, para a rede estadual, redes municipais e escolas privadas.

É importante destacar que o Currículo de Pernambuco, é fortemente fundamentado na BNCC, tendo como foco o desenvolvimento de competências, considerando que “[...] a escola deve, por sua vez, oferecer situações que favoreçam o desenvolvimento de habilidades e, com efeito, novas competências que, nas práticas cotidianas, possibilitem a resolução do saber fazer e do saber agir nos diversos espaços sociais” (PERNAMBUCO, 2019, p. 17).

O Currículo de Pernambuco, assim como a BNCC, organiza os campos de conhecimento da Matemática em *unidades temáticas*, sendo a Probabilidade abordada na unidade temática de *Probabilidade e Estatística*; apresentando competências desde o 1º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Este referencial curricular aponta que os estudos sobre o conceito de Probabilidade devem abordar noções de aleatoriedade e chance; destacando que a variedade de contextos, é uma maneira de levar os estudantes a realizar julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Entretanto, traz poucas orientações didático-pedagógicas acerca da Probabilidade, indicando a possibilidade de explorar noções probabilísticas em situações estatísticas e combinatórias, além de situações em que são exploradas a ideia de chance.

Assim como na BNCC (BRASIL, 2018), o Currículo de Pernambuco elenca competências para os cinco anos que compõem os anos iniciais do Ensino Fundamental. O Quadro 3 apresenta os objetos de conhecimento e habilidades presentes no Currículo de Pernambuco para os anos iniciais do Ensino Fundamental:

Quadro 3 – Objetos de conhecimento e habilidades da unidade temática Probabilidade, presentes no Currículo de Pernambuco

Ano	Objetos de Conhecimento	Habilidades PE
1º ano	Noção de acaso	(EF01MA20PE) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21PE) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco

		prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ano	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25PE) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis (analisar e registrar o que pode ocorrer em um evento sobre o qual se conhecem possíveis resultados, mas não se têm certeza sobre quais resultados podem acontecer, nem a ordem desses acontecimentos), estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º ano	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26PE) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(EF05MA22PE) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório (como, por exemplo, lançamentos de dados, moedas, etc.) estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.
	Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA23PE) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).

Fonte: Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019, p. 65-77)

Nos orientadores curriculares analisados, observa-se aproximações e distanciamentos, no que se refere ao conteúdo de interesse – o ensino de Probabilidade. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) orientam que seja garantida a compreensão da aleatoriedade enquanto noção fundamental para o conceito de Probabilidade. Entretanto, a BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) preveem, que ao final dos anos iniciais do Ensino Fundamental, as crianças devem apresentar desde noções empíricas acerca da aleatoriedade até compreensões sobre quantificação de probabilidade.

Acerca dos fundamentos pedagógicos presentes nesses orientadores curriculares, destacamos que os PCNs (BRASIL, 1997) tem como foco o desenvolvimento do conteúdo, elencando blocos de conteúdos e seus respectivos objetivos para o ensino e a aprendizagem. Já a BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) têm como foco o

desenvolvimento de competências, que mobiliza o conteúdo, o processo cognitivo esperado em relação ao conteúdo, e o contexto em que deve ser desenvolvido, apresentando objetos de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas.

Considerando a organização dos conteúdos e competências a serem desenvolvidos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os PCN's (BRASIL, 1997) apresentam as expectativas de aprendizagem considerando os ciclos de ensino, apresentando dois ciclos de ensino para os anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo o 1º ciclo, correspondente à 1ª e 2ª séries, e 2º ciclo, à 3ª e 4ª séries. A BNCC (BRASIL, 2018) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) explicitam as expectativas de aprendizagem para cada ano escolar, considerando que os anos iniciais do Ensino Fundamental apresentam cinco anos que vão do 1º ao 5º ano.

Acerca das orientações didático-pedagógicas para o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos matemáticos, se faz necessário apontar que a BNCC (BRASIL, 2018) busca trazer soluções para o que os estudantes “devem saber” (conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e que “devem fazer” (mobilização dos conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas do cotidiano). Porém, a BNCC não apresenta orientações didático-pedagógicas, que considerem como o professor pode explorar esses conteúdos em sala de aula. Já os PCN's (BRASIL, 1997) e o Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019) trazem orientações didático-pedagógicas acerca da abordagem dos diferentes conhecimentos matemáticos em sala de aula, o que auxilia o professor a refletir sobre os conceitos e sua aplicação em diferentes contextos. Entretanto, no Currículo de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2019), bem como nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), o conceito de Probabilidade e as noções a ele relacionadas são pouco exploradas em comparação com os demais campos de conhecimento matemático. Assim, são apresentadas poucas reflexões sobre a exploração do conceito de Probabilidade em situações didático-pedagógicas, o que pode influenciar na abordagem dessa compreensão em sala de aula.

Quadro 4 – Comparação da abordagem do conceito de Probabilidade em diferentes orientadores curriculares

Orientadores Curriculares	Fundamentos pedagógicos	Organização dos Campos de Conhecimento	Expectativas de Aprendizagem por Ciclo/Ano de Ensino	Habilidades em relação aos Conteúdos e Objetos de Conhecimento	Orientações Didáticas
Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)	Foco nos Conteúdos	Bloco de Conteúdo: Tratamento da Informação	<p>Conteúdos conceituais e procedimentais:</p> <p>3ª e 4ª série (atuais 4º e 5º anos)</p> <p>Interpretação de dados apresentados por meio de tabelas e gráficos, para identificação de características previsíveis ou aleatórias de acontecimentos.</p> <p>Exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”.</p> <p>Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades.</p>		A construção de tabelas e gráficos que mostram o comportamento do tempo durante um período (dias ensolarados, chuvosos, nublados) e o acompanhamento das previsões do tempo pelos meios de comunicação indicam a possibilidade de se fazer algumas previsões, pela observação de acontecimentos. Pela observação da frequência de ocorrência de um dado acontecimento, e um número razoável de experiências, podem-se desenvolver algumas noções de probabilidade.
Base Nacional Comum Curricular (BNCC)	Foco nas Competências	Unidade Temática: Probabilidade e Estatística	<p>Objetos de Conhecimento:</p> <p>1º ano</p> <p>Noção de acaso</p>	Habilidades (EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez	

					aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.	
			2º ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.	
			3º ano	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.	
			4º ano	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.	
			5º ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.	
				Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).	
Currículo de Pernambuco	Foco nas Competências	Unidade Temática: Probabilidade e Estatística	Objetos de Conhecimento:		Habilidades:	
			1º ano	Noção de acaso	(EF01MA20PE) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.	A observação e a interpretação das informações contidas nas tabelas e gráficos podem levar a discussões relevantes para o estabelecimento de relações entre as variáveis envolvidas no fenômeno observado. Uma
			2º ano	Análise da ideia de aleatório em	(EF02MA21PE) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como	

			situações do cotidiano	“pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.	oportunidade privilegiada de articulação desse bloco com o campo das operações numéricas é a exploração das ideias de combinatória. O professor pode elaborar situações em que o estudante seja levado a realizar diferentes combinações de elementos. Por exemplo, situações em que se pergunte ao estudante, diante de duas calças e três camisas, de quantas maneiras diferentes ele pode combiná-las e quais são essas maneiras. Da mesma forma, a ideia de chance pode ser trabalhada nesta etapa, preparando o estudante para a construção da ideia de probabilidade a ser elaborada posteriormente. Por exemplo, podem ser elaboradas situações em que o estudante deva perceber que, ao lançar uma moeda, a chance é sair metade “cara” e metade “coroa” etc. (PERNAMBUCO, 2012).
		3º ano	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25PE) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis (analisar e registrar o que pode ocorrer em um evento sobre o qual se conhecem possíveis resultados, mas não se têm certeza sobre quais resultados podem acontecer, nem a ordem desses acontecimentos), estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.	
		4º ano	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26PE) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.	
		5º ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios	(EF05MA22PE) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório (como, por exemplo, lançamentos de dados, moedas, etc.) estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.	
			Cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA23PE) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).	

Fonte: A autora (2021).

Com base no que foi discutido nessa seção, podemos apontar que os orientadores curriculares aqui explorados corroboram a necessidade e a importância do ensino de Probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Entretanto, refletem e reforçam a fragilidade da formação inicial e continuada dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Muito embora o presente estudo verse sobre a aprendizagem do conceito de Probabilidade das crianças, a formação de professores reflete diretamente nas interações e propostas em sala de aula. Não podemos dissociar, embora sejam diferentes em alguns aspectos, ensino de aprendizagem, na medida em que o conceito de Probabilidade permanece sendo um campo de conhecimento pouco explorado nos documentos que orientam a prática em sala de aula. Nesse sentido, indicamos a necessidade de melhorar a exploração do conceito de Probabilidade, apresentando discussões sobre o conceito e orientações didáticas, de forma a incentivar e auxiliar o ensino e a aprendizagem dessa compreensão.

A partir da discussão sobre a abordagem da Probabilidade nos orientadores curriculares brasileiros, percebemos a necessidade de buscar estudiosos que investigam sobre o tema. Nesse sentido, em nossas buscas selecionamos Bryant e Nunes (2012), que defendem a necessidade de desenvolver um conjunto de demandas na construção do conceito de Probabilidade.

Na seção a seguir, iremos discutir de forma detalhada cada *demanda cognitiva* elencada por Bryant e Nunes (2012) e os obstáculos encontrados na sua compreensão por parte das crianças.

### 3.2 AS DEMANDAS COGNITIVAS DE BRYANT E NUNES (2012) NO DESENVOLVIMENTO DO CONCEITO DE PROBABILIDADE

Pesquisadores como Bryant e Nunes (2012) têm defendido a importância de explorar um conjunto de noções para o desenvolver a compreensão do conceito de Probabilidade. Nesse sentido, Bryant e Nunes (2012) consideram o conceito de Probabilidade como complexo e elencam quatro *demandas cognitivas* básicas para o desenvolvimento de sua compreensão, apontando que, apesar de cada uma dessas demandas ser diferente uma da outra, elas se inter-relacionam. São elas:

1. *Aleatoriedade*: Compreensão da natureza de experimentos e fenômenos aleatórios; características dos diferentes tipos de eventos aleatórios e a linguagem para representar os referidos eventos;
2. *Espaço Amostral*: Formar e classificar espaços amostrais, considerando todos os possíveis eventos e sequências de eventos que podem acontecer;
3. *Quantificação de Probabilidades*: Comparar e quantificar probabilidades;
4. *Risco Probabilístico*: Compreender a noção de risco probabilístico para tomada de decisões envolvendo a relação entre variáveis.

O presente estudo irá explorar três das *demandas cognitivas* elencadas por Bryant e Nunes (2012) para a construção do conceito de Probabilidade, sendo elas: a compreensão da *aleatoriedade*, o levantamento do *espaço amostral* e a *quantificação de probabilidades*. Na medida em que a quarta demanda cognitiva, o entendimento do *risco probabilístico*, não está presente nas orientações curriculares para o ensino e a aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A primeira *demanda cognitiva* é a *aleatoriedade*, ela é um elemento fundamental para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico e está presente em todos os problemas de Probabilidade. Bryant e Nunes (2012) apontam que esta *demanda cognitiva* procura desenvolver a capacidade de reconhecer a incerteza dos resultados em eventos aleatórios, na medida em que podemos elencar todas as possibilidades de eventos e calcular a probabilidade de cada evento acontecer, mas não podemos prever com certeza quais deles vão acontecer ou em que ordem. A incerteza se dá devido ao caráter aleatório dos eventos; pois, segundo Bryant e Nunes, não seguem um padrão discernível, nenhuma ordem definida na maneira como ocorrem e, portanto, não há certeza sobre qual será o próximo evento, entretanto podemos pensar logicamente sobre as possibilidades e analisar as chances entre os eventos.

Dessa maneira, se faz necessário levar os estudantes a comparar e distinguir os eventos aleatórios (que envolvem a ideia de incerteza) dos eventos determinísticos (que envolvem a ideia de certeza). Bryant e Nunes (2012) indicam que as crianças apresentam dificuldades em discriminar eventos aleatórios de eventos determinísticos; por exemplo, ao jogar uma moeda algumas vezes, as crianças acham mais provável sair resultados alternados (cara e coroa) do que obter o mesmo resultado todas as vezes, no entanto cada uma dessas sequencias são igualmente

prováveis. A expectativa de irregularidade em uma sequência aleatória leva crianças a julgar que sequências irregulares (sem nenhum padrão específico) são muito mais prováveis em situações aleatórias.

A aleatoriedade também compreende as noções de equidade e justiça, que considera a compreensão de situações justas e injustas de escolher ou tomar decisões em eventos que possuem as mesmas chances ou não entre as possibilidades (equiprovável e não-equiprovável). Em muitas situações, em que se faz presente a aleatoriedade, como sortear papéis ou embaralhar as cartas para distribuí-las, têm como objetivo garantir a justiça, na medida em que produz a incerteza. Entretanto, as situações aleatórias podem ser de natureza equiprovável ou não-equiprovável; situações como decidir quem começa o jogo no cara ou coroa, usar dados em jogos de trilha ou sorteios com a mesma quantidade de possibilidades entre os participantes, são eventos equiprováveis, pois considera a mesma chance entre as possibilidades. Já situações como sorteio com quantidade de possibilidades diferente entre os participantes, são eventos não-equiprováveis, ou seja, em que não existe a mesma chance entre as possibilidades.

Bryant e Nunes (2012) ainda apontam a necessidade de discutir e comparar os diferentes tipos de eventos aleatórios, que envolvem a compreensão dos eventos prováveis, improváveis, possível e impossível, bem como, eventos mais prováveis e menos prováveis. Salientam que dificuldades acerca dessas noções são muito comuns entre as crianças e levam à erros em muitas situações do dia a dia; como quando a previsão do tempo indica uma probabilidade alta de chuva, se compreende como certeza de que choverá; ou, quando se tem um risco baixo de adquirir uma doença, se entende como impossível de acontecer. Assim, se faz necessário discutir sobre diferentes tipos de eventos aleatórios compreendendo que uma probabilidade maior não indica certeza, e sim um evento mais provável, e que uma probabilidade menor não indica impossibilidade, e sim um evento menos provável. Além disso, é necessário comparar os diferentes tipos de eventos aleatórios, diferenciando os eventos prováveis, dos improváveis e impossíveis, a partir de situações em que o estudante é incentivado a refletir sobre eles.

Acerca da independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória, Bryant e Nunes (2012) destacam que muitas crianças apresentam dificuldade de perceber que o obter o mesmo resultado várias vezes não influenciará os próximos resultados. Nesse sentido, podem apresentar dois tipos de erros, o primeiro é

chamado de *recência negativa*, em que os estudantes julgam que após resultados sucessivos de um mesmo tipo, é mais provável um resultado diferente na próxima rodada; e, o segundo erro é chamado de *recência positiva*, em que os estudantes consideram que depois de resultados sucessivos do mesmo tipo, o mais provável é que o mesmo resultado aconteça na próxima rodada. Por exemplo, ao lançar uma mesma moeda várias vezes e obter o mesmo resultado, nesse caso, Cara, o estudante que apresenta o erro de *recência negativa*, compreende é mais provável ter um resultado diferente na próxima vez, ou seja, que o próximo resultado será Coroa; e, o estudante que apresenta o erro de *recência positiva*, acredita que é mais provável ter o mesmo resultado na próxima vez, ou seja, que o resultado será Cara novamente.

A segunda *demanda cognitiva* é o *espaço amostral*, Bryant e Nunes (2012) apontam que o conjunto de possibilidades de ocorrência de um evento em um problema de probabilidade é o *espaço amostral*; sendo ele, essencial para resolver qualquer problema de probabilidade, pois só podemos calcular as probabilidades de eventos particulares, se sabemos quais são todas as possibilidades. Por exemplo, a probabilidade de lançar uma moeda, e esta cair com o lado Cara para cima é de 1 em 2, ou 0,5, ou 50% ou  $\frac{1}{2}$ , pois o espaço amostral no lançamento de uma moeda apresenta dois resultados possíveis, uma Cara ou uma Coroa. Porém, se esta moeda for jogada várias vezes, a quantidade de resultados possíveis aumentará, devido a uma relação multiplicativa.

Bryant e Nunes (2012) indicam que a probabilidade de um determinado evento acontecer, depende do número de ocasiões em que poderia acontecer. Dessa maneira, o *espaço amostral* depende de duas variáveis, (1) a probabilidade de um determinado evento e (2) o número de ocasiões em que poderia ocorrer. Essa compreensão se mostra um obstáculo para muitos estudantes, na medida em que pensam ser esta é uma relação linear, na qual o aumento da ocorrência do evento, acarretaria o aumento das chances de obter tal resultado. Por exemplo, se ao jogar uma moeda uma vez a probabilidade do resultado ser Cara é de 0,5, numa relação linear, ao jogar a moeda novamente essa probabilidade dobraria (a probabilidade seria 1) e triplicaria com três lançamentos (a probabilidade seria 1,5). Entretanto, esta não é uma relação linear, na medida em que a probabilidade 1 indica certeza absoluta, isso significaria que o resultado Cara sairia pelo menos uma vez ao jogar a moeda duas vezes, o que não é o caso; pois em dois lançamentos de uma moeda, existem quatro resultados possíveis, são eles: Cara-Cara, Cara-Coroa, Coroa-Cara e Coroa-

Coroa, sendo que uma dessas possibilidades, o resultado Coroa-Coroa, não inclui Cara como possibilidade. Dessa maneira, a relação entre o número de lances e a probabilidade desse evento em particular não é linear.

Segundo Bryant e Nunes (2012, p. 5): “Para calcular o espaço amostral, a criança deve imaginar o futuro de uma maneira particular e deve pensar em todos os eventos possíveis que podem ocorrer em um determinado contexto”. Nesse sentido, compreendemos que o raciocínio combinatório é parte fundamental no desenvolvimento da compreensão do *espaço amostral*; na medida em que

A Combinatória, como um tipo de contagem, exige que seja superada a simples ideia de enumeração de elementos de um conjunto, para passar à contagem de grupos de objetos, ou seja, de subconjuntos, tendo como base o raciocínio multiplicativo. (PESSOA; BORBA, 2009, p. 115).

Sobre o levantamento das possibilidades que compõem o espaço amostral, Bryant e Nunes (2012) refletem sobre os tipos de resultados que compõem o *espaço amostral*, sendo eles, resultados individuais, compostos e agregados, além de discutirem as estratégias de levantamento dessas possibilidades.

Em alguns problemas, o levantamento das possibilidades que compõem o espaço amostral se dá de maneira simples e direta, na medida em que se faz necessário refletir apenas sobre possibilidades elementares, ou seja, em sua forma primária e básica, esses resultados são chamados de *resultados individuais*. Por exemplo, ao jogar um dado uma vez, o *espaço amostral* desse problema será de 6 possibilidades de eventos equiprováveis; e a chance de um resultado acontecer é de 1 em 6, obtendo uma relação simples entre o espaço amostral e a probabilidade de um resultado específico.

Em outros problemas, entretanto, a relação entre o espaço amostral e a probabilidade de um evento específico é mais complexa, na medida em que se faz necessário combinar e/ou agregar os elementos e resultados do espaço amostral para refletir sobre a probabilidade de eventos particulares. Em alguns problemas de Probabilidade, se faz necessário combinar os elementos que compõem o espaço amostral, formando resultados que podem ser equiprováveis ou não, e são chamados de *resultados compostos*. Por exemplo, ao lançar dois dados, o levantamento do *espaço amostral* desse problema necessita da combinação dos resultados

elementares de cada lançamento, obtendo um total de 36 resultados compostos possíveis e equiprováveis.

Entretanto, alguns problemas ainda necessitam da agregação e classificação dos resultados, em que compreende o agrupamento das possibilidades em subconjuntos que apresentem determinada característica semelhante, esses resultados são chamados de *resultados agregados*. Ressalta-se que esses resultados normalmente não são equiprováveis, mesmo os elementos básicos no espaço amostral sendo equiprováveis. Por exemplo, ainda discutindo a situação-problema do lançamento de dois dados, apesar de apresentar 36 resultados compostos equiprováveis, ao agregar e classificar esses resultados, ou seja, a partir da soma dos resultados dos dois lançamentos, encontra-se 11 resultados agregados possíveis, que variam de 2 à 12 e não são equiprováveis, pois existe apenas uma possibilidade de obter o resultado 2 e 12 (1+1 e 6+6, respectivamente), enquanto existem seis possibilidades de obter o resultado 7 (1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1); assim apresentam chances diferentes de ocorrências entre os resultados.

Nesse sentido, para refletir sobre a probabilidade em um *espaço amostral* com resultados agregados, se faz necessário pensar em dois níveis de análise ao mesmo tempo, o primeiro nível considera os resultados individuais ou compostos, a partir dos quais as categorias devem ser formadas, e o segundo nível reflete sobre as categorias formadas pelos resultados agregados.

Bryant e Nunes (2012) destacam ainda que a falta de compreensão acerca da composição do *espaço amostral* tem levado adultos e crianças a cometer a maior parte dos erros em problemas de probabilidade; assim, reforçam que desenvolver compreensões acerca do *espaço amostral* é essencial para que possam solucionar situações que envolvem a probabilidade, pois a probabilidade se baseia na análise das possibilidades presentes no espaço amostral.

A terceira *demanda cognitiva* é a *quantificação de probabilidades*, Bryant e Nunes (2012) indicam que a Probabilidade “[...] é uma quantidade com base em proporções, e é normalmente expressa como um número decimal, uma percentagem ou uma proporção” (p. 6). A solução para a maioria dos problemas de Probabilidade se dá pelo cálculo de uma ou mais proporções, mas alguns podem ser resolvidos com base em relações simples de mais/menos, em situações que envolvem a quantificação e comparação de probabilidades.

Todos os cálculos de probabilidades devem considerar o espaço amostral e esse cálculo é quase sempre proporcional, pois a probabilidade de um evento específico ocorrer em uma sequência aleatória, corresponde a proporção da chance desse evento específico em relação ao total de eventos possíveis em um espaço amostral. Se faz fundamental que os estudantes compreendam que o cálculo da probabilidade de um evento deve ser baseado em todas as quantidades no espaço amostral e não apenas na quantidade do evento que queremos prever.

As proporções podem ser pensadas e calculadas, de duas maneiras, a partir da relação de uma parte com o todo (relação parte-todo), e essa proporção é normalmente expressa como uma fração ou um número decimal. Por exemplo, se um baralho contém duas cartas vermelhas e seis pretas, o total de cartas é oito e a proporção de cartas vermelhas é  $2/8$  ou  $0,25$ , e de cartas pretas  $6/8$  ou  $0,75$ . As proporções também podem obedecer a relação de uma parte a outra (relação parte-parte), que é expressa como uma razão. Abordando o mesmo contexto do exemplo anterior, nesse caso a razão de cartas vermelhas é  $2:6$  e de cartas pretas de  $6:2$ . Bryant e Nunes (2012) destacam que há boas evidências de que as crianças compreendem proporções como razões (relações parte-parte) antes de entendê-los como frações (relações parte-todo).

Bryant e Nunes (2012) discutem que os problemas de Probabilidade podem envolver diferentes estratégias de resolução e mobilizar diferentes compreensões; dessa maneira, podem envolver o cálculo de probabilidade simples ou a comparação de duas ou mais probabilidades.

Acerca do cálculo de probabilidades simples, os autores apontam que nesse tipo de problema os estudantes precisam realizar cálculos sobre um único espaço amostral. Ainda destacam que esses problemas podem ser resolvidos calculando apenas uma proporção, ou aplicando uma solução mais simples, a relação mais/menos. Por exemplo, se uma caixa possui oito bolas vermelhas e quatro azuis, e se questiona qual cor tem mais chance de sair; o problema pode ser resolvido calculando a proporção de bolas vermelhas, obtendo a probabilidade  $0,75$  ( $8/12$ ). Mas também é possível chegar à mesma conclusão de forma mais simples, não envolvendo o cálculo, a partir da aplicação da relação mais/menos, em que se observa que há mais bolas vermelhas do que azuis na urna e, portanto, sair uma bola vermelha é mais provável do que uma azul.

As estratégias de resolução apresentadas acima, mobilizam diferentes compreensões, pois, enquanto o cálculo da probabilidade envolve uma relação proporcional, a outra estratégia envolve uma relação aditiva. Compreendemos que numa relação mais/menos, a solução se baseia na diferença perceptiva entre os dois tipos de elementos, evitando calcular uma proporção. Entretanto, os estudantes que mobilizam a estratégia da relação mais/menos, apesar de não refletirem acerca da probabilidade como proporção, demonstram serem capazes de atenderem a mais de uma quantidade no *espaço amostral*. Bryant e Nunes (2012) salientam que vários estudos têm mostrado que, em geral, as crianças se saem melhor quando é possível resolver problemas com base em uma relação mais/menos do que quando é necessário algum raciocínio proporcional.

Essa dificuldade pode ser observada em problemas que envolvem a comparação duas ou mais probabilidades, pois nesses problemas, se faz necessário comparar a probabilidade de um evento particular em diferentes espaços amostrais, envolvendo o raciocínio proporcional.

Bryant e Nunes (2012) destacam que existem diferentes arranjos para explorar a comparação das probabilidades envolvendo espaços amostrais variados, são eles: 1) arranjos que não envolvem a incerteza, pois apresentam impossibilidade ou certeza de um evento específico ocorrer; (2) arranjos que versam sobre a mistura das possibilidades, variando o quantitativo de eventos específicos ou o total de eventos possíveis; e por fim, (3) os arranjos que apresentam diferentes quantidades de eventos específicos e o total de eventos possíveis ao mesmo tempo.

Os arranjos que não envolvem a incerteza, podem acontecer de duas formas, a primeira considera que ambos os conjuntos de espaços amostrais não apresentam nenhuma possibilidade do evento em particular, apresentando assim uma impossibilidade de ocorrência do evento; por exemplo, o espaço amostral de um problema apresenta duas caixas com bolas e ambas as caixas possuem apenas bolas azuis, sendo assim, impossível a retirada de uma bola vermelha de ambas as caixas. A segunda forma, considera que todas as possibilidades que compõem os espaços amostrais são favoráveis a ocorrência de determinado evento, apresentando uma certeza da sua ocorrência; por exemplo, se agora em ambas as caixas possuíssem apenas bolas vermelhas, a retirada de uma bola vermelha seria certa.

Outros arranjos irão apresentar uma mistura das possibilidades e podem acontecer de duas maneiras, a primeira compreende que os espaços amostrais

apresentam o mesmo total de eventos possíveis, mas a quantidade desigual de eventos favoráveis; por exemplo, utilizando o mesmo exemplo anterior, nesse caso, ambas as caixas apresentam o mesmo total de bolas, mas quantidades diferentes de bolas vermelhas. A segunda maneira, irá apresentar a mesma quantidade de eventos favoráveis, mas variam sobre o total de eventos possíveis; exemplificando, ambas as caixas apresentam a mesma quantidade de bolas vermelhas, mas o total de bolas é diferente. Para solucionar esse tipo de situação, os estudantes não precisam necessariamente realizar o cálculo proporcional, podendo aplicar a relação mais/menos, comparando apenas a quantidade de eventos favoráveis ou o total de eventos possíveis em ambos os conjuntos.

O último tipo de arranjo apresenta variação na quantidades de eventos específicos e no total de eventos possíveis ao mesmo tempo, em ambos os espaços amostrais, podendo apresentar uma relação proporcional entre os resultados ou não; utilizando o mesmo contexto anterior, podemos exemplificar um situação proporcional, considerando agora que na primeira caixa há 1 bola vermelha e duas bolas azuis e na segunda caixa há duas bolas vermelhas e 4 azuis; e uma situação não proporcional, considerando que na primeira caixa há 1 bola vermelha e duas azuis e na segunda caixa há 3 bolas vermelhas e 7 azuis. Entretanto, em ambas as situações é necessário que o estudante calcule e compare as probabilidades em ambos os espaços amostrais para solucionar o problema.

De forma geral, Bryant e Nunes (2012), acreditam ser importante investigar conhecimentos intuitivos que servem de base para o desenvolvimento do pensamento probabilístico em adultos e crianças. É nesse sentido, que o presente trabalho objetiva investigar as compreensões de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental acerca de diferentes noções presentes nas *demandas cognitivas*.

O capítulo a seguir, apresenta e discute a metodologia aplicada nessa pesquisa, articulando os objetivos específicos e as etapas metodológicas necessárias para atingi-los, as teorias que dão base ao design metodológico do estudo, o processo de coleta dos dados e os sujeitos investigados.

## 4 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos as etapas metodológicas desenvolvidas para atingir os objetivos geral e específicos desse estudo. Tendo como objetivo geral, investigar diferentes demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) para a construção do conceito de Probabilidade na relação entre literatura infantil e compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, elencamos três objetivos específicos e as etapas a serem realizadas para atingi-los, presente no quadro 5:

Quadro 5 – Relação entre os objetivos específicos e as etapas metodológicas

<b>Objetivos Específicos</b>	<b>Etapas Metodológicas</b>
Analisar catálogos de literaturas infantis e as respectivas literaturas infantis concernentes as noções probabilísticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mapeamento dos catálogos;</li> <li>• Exploração documental das literaturas infantis considerando as demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012).</li> </ul>
Discutir as características de uma literatura infantil estruturada à luz das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desenvolvimento de uma literatura infantil e suas respectivas situações considerando as demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012).</li> </ul>
Investigar as compreensões dos estudantes no uso da literatura infantil articulada às demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) sobre <i>aleatoriedade, espaço amostral</i> e <i>comparação/quantificação de probabilidades</i> .	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrevistas clínicas piagetianas, com seis estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, com o uso de uma literatura infantil pela contação de histórias.</li> </ul>

Fonte: A autora (2021).

O presente estudo tem caráter qualitativo, pois objetiva compreender de forma aprofundada o objeto investigado, buscando observá-lo a partir da perspectiva dos sujeitos envolvidos. Compreendemos que o estudo qualitativo se aproxima da subjetividade do sujeito, permitindo estabelecer articulações entre a teoria e os significados produzidos pelo sujeito.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 70) os estudos qualitativos:

Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados. Recorrem à observação empírica por considerarem que é em função de instâncias concretas do comportamento humano que se pode refletir com maior clareza e profundidade sobre a condição humana.

Nesse sentido, este estudo se caracteriza como uma pesquisa exploratória, pois busca uma visão mais aproximada sobre o objeto tendo “[...] como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias” (GIL, 2008, p. 27), tornando o objeto de investigação mais claro. Gil (2002, p. 41) aponta que

Estas pesquisas têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses. Pode-se dizer que estas pesquisas têm como objetivo principal o aprimoramento de ideias ou a descoberta de intuições.

Foram realizadas entrevistas clínicas piagetiana, haja vista que busca “[...] compreender como o sujeito pensa, como analisa situações, como resolve problemas, como responde às contra sugestões do examinador” (CARRAHER, 1983, p. 6). Buscamos a partir das respostas, corretas e incorretas e das justificativas, não medir o desempenho dos estudantes, mas refletir sobre as respostas e entender o processo que as gerou, uma vez que compreendemos “[...] que uma resposta errada possa mesmo resultar de processos mais sofisticados do que uma resposta certa” (CARRAHER, 1983, p. 19). Portanto, iremos investigar as compreensões e os significados atribuídos pelos estudantes sobre o objeto, nesse caso, o conceito de Probabilidade.

O método clínico piagetiano, apesar de flexível, compreende que o examinador deve saber de “[...] antemão que tipos de pergunta devem usar, por serem compreensíveis e não dirigirem o sujeito para uma dada resposta, e que tipos de perguntas deve evitar, por sua complexidade, ambiguidade ou diretividade” (CARRAHER, 1983, p. 27-28). Assim, desenvolvemos um quadro (quadro 6) com o roteiro de perguntas, relacionadas às demandas cognitivas e às histórias presentes no livro *O Clubinho*.

Quadro 6 – Roteiro de perguntas para a entrevista clínica

<b>Histórias do Livro</b>	<b>Demandas Cognitivas</b>	<b>Perguntas</b>
<b>O Clubinho</b>	Aleatoriedade	Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado? Por quê?
<b>Caixa de bombons</b>	Aleatoriedade	Ela ter sorteado todas as vezes brigadeiro e ter devolvido, influenciará a próxima vez que ela tirar um bombom?
<b>Os Lápis de Cor</b>	Aleatoriedade	É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo? E um lápis rosa?

<b>Par ou Impar</b>	Espaço Amostral	Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?
<b>A Festa de São João</b>	Espaço Amostral	Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?
<b>A Caixa de Bijuterias</b>	Comparação/Quantificação	Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa? Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1ª caixa? E na segunda?
<b>O Bingo</b>	Comparação/Quantificação	Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema? Por quê? Qual a probabilidade de Edu vencer? E Ema?
<b>Jogo da Trilha</b>	Quantificação	Qual a probabilidade de sair no dado o número que Edu precisa para vencer?

Fonte: A autora (2021)

As entrevistas foram realizadas individual e presencialmente, seguindo todos os protocolos de segurança, segundo as autoridades sanitárias, devido a pandemia de COVID-19<sup>2</sup> iniciada no ano de 2020 no Brasil. As entrevistas foram realizadas na residência dos estudantes que aceitaram participar da pesquisa, sendo assinado pelos responsáveis um termo de autorização para a entrevista, a gravação da mesma e o uso de seus resultados nesse estudo, considerando a preservação da identidade dos estudantes. Os estudantes participantes deste estudo, foram selecionados por conveniência, pois considerando que as escolas do Estado de Pernambuco (PE), bem como as escolas nas quais tínhamos realizado o primeiro contato encontravam-se fechadas, se fez necessário a adesão voluntária dos estudantes dessas turmas para a pesquisa.

Os participantes foram seis estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino da cidade de São Lourenço da Mata (PE). A opção por esse ano escolar se justifica pela necessidade de investigar as diferentes demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012), sendo elas: *aleatoriedade, espaço amostral, comparação/quantificação de probabilidades* para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico. Esses conceitos estão presentes nas diretrizes curriculares desde o início dos anos iniciais do Ensino Fundamental, porém, os conhecimentos e habilidades referentes a relação das três demandas cognitivas na construção da compreensão de probabilidade, será proposto no 5º ano dos anos iniciais dos anos iniciais do Ensino Fundamental, como indica a documentos orientadores (BRASIL,

<sup>2</sup> A COVID-19 é uma doença infecciosa causada pelo novo coronavírus da síndrome respiratória aguda grave 2 (SARS-CoV-2).

2018; PERNAMBUCO, 2019) e literatura especializada na temática (BRYANT; NUNES, 2012).

#### 4.1 ENTREVISTAS PIAGETIANA POR MEIO DA CONTAÇÃO DE HISTÓRIAS

As entrevistas se baseiam na contação de histórias presentes no livro *O Clubinho*, pois compreendemos que esta estratégia de leitura estimula o desenvolvimento integral do estudante, a imaginação, a curiosidade, a criatividade, a concentração, a linguagem, além de ser fonte de conhecimentos variados. Como aponta Abramovich (1997, p. 16) “[...] é importante para a formação de qualquer criança ouvir muitas, muitas histórias... Escutá-las é o início da aprendizagem para ser um leitor, e ser um leitor é ter um caminho absolutamente infinito de descobertas e compreensão do mundo...”.

O ato de ouvir histórias promove o desenvolvimento psicológico, afetivo e intelectual dos estudantes, pois ouvir histórias é dialogar com o texto, com o autor e consigo, é viajar na sua imaginação e estabelecer vínculos afetivos. Assim, a história não acaba quando a contação ou a leitura termina, permanecendo na mente da criança, ativando funções mentais superiores, como a memória (CADEMATORI, 2010), sendo esta uma grande aliada para o processo de ensino-aprendizagem.

Nesse sentido, Abramovich (1997) aponta que “[...] ouvir histórias pode estimular o desenhar, o musicar, o sair, o ficar, o pensar, o teatrar, o imaginar, o brincar, o ver o livro, o escrever, o querer ver de novo (a mesma história ou outra). Afinal tudo pode nascer dum texto!” (p. 23). E é nesse intercâmbio de relações que a contação de histórias dá asas a uma aprendizagem rica, lúdica e prazerosa.

O livro desenvolvido e utilizado nesse estudo chama-se *O Clubinho* e conta histórias sobre um grupo de amigos, com personalidades e rotinas diferentes uns dos outros, que criam um clube e vivenciam aventuras juntos, vivenciando diversas situações problemas presente no dia-a-dia que envolvem compreensões probabilísticas. Essas situações compreendem três das demandas cognitivas apontadas por Bryant e Nunes (2012), sendo elas: aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades. O livro apresenta 8 histórias, com situações-problema que abordam as demandas cognitivas, sendo 3 sobre aleatoriedade, 2 sobre espaço amostral e 3 sobre comparação/quantificação de probabilidades. No capítulo 5, seção 5.2, este estudo descreve e analisa as situações-

problema presentes no livro *O Clubinho*, apresentando a discussão acerca das bases teóricas que alicerçaram a construção dessa literatura, além de destrinchar os conceitos probabilísticos que podem ser desenvolvidos com esse livro.

Figura 1 – Capa do livro *O Clubinho*



Fonte: A autora (2021)

A vivência da contação de histórias do livro *O Clubinho*, foi perpassada por *perguntas de compreensão*. Brandão e Rosa (2010) apontam que formular boas perguntas sobre o texto literário, garantem uma conversa que amplia os significados construídos pelo leitor ou ouvinte e o torna cada vez mais competente na compreensão e na apreciação dos textos. Brandão e Rosa (2010) propõem cinco categorias de *perguntas de compreensão*, que podem ser feitas antes, durante e após a leitura de textos literários. São elas:

- 1- *Perguntas de ativação de conhecimentos prévios*: são perguntas “[...] formuladas, em geral, antes da leitura do texto e têm o objetivo de convidar os leitores ou ouvintes a entrar no texto que será lido” (BRANDÃO; ROSA, 2010, p. 79). Envolve conhecimentos sobre o nome do autor, o gênero discursivo, ou sobre o tema central a ser tratado no texto;
- 2- *Perguntas de previsão sobre o texto*: estão próximas das questões anteriores, já que fazemos previsões com base em conhecimentos prévios. Podemos fazer previsões sobre o que o texto vai tratar, a partir do título, das

- ilustrações da capa ou conhecimento do autor. As perguntas de previsão também podem ser formuladas ao longo da leitura, perguntas em que as crianças imaginam o que acontecerá em seguida, baseado no que já foi lido;
- 3- *Perguntas literais ou objetivas*: são perguntas em que as respostas estão explicitamente colocadas, sendo encontradas diretamente no texto. Localizar esse tipo de informação contribui para a compreensão do texto, porém, é preciso ter cuidado para não desconsiderar as capacidades do leitor;
- 4- *Perguntas inferenciais*: são perguntas que vão além das informações explicitamente colocadas no texto, implicam em estabelecer relações por parte do leitor, de natureza simples ou complexa; ou ainda, preencher vazios e estabelecer relações entre conhecimentos extratextuais e o texto; e
- 5- *Perguntas subjetivas*: são perguntas que “[...] solicitam a opinião e/ou conhecimento do leitor e, embora tomem o texto como referência, a resposta dada não pode ser deduzida dele” (BRANDÃO; ROSA, 2010, p. 80). Apresenta subtipos, como questões de preferência, de avaliação, e outras que extrapolam o texto, solicitando a associação do texto às experiências pessoais.

O quadro 7 apresenta as perguntas de compreensão que nortearam a contação de histórias do livro *O Clubinho*, destacando o tipo de pergunta e numerando de 1 a 25, a ordem com que as perguntas serão realizadas.

Quadro 7 – Lista das perguntas de compreensão do livro *O Clubinho*

<b>Categorias</b>	<b>Perguntas de Compreensão</b>
Perguntas de Ativação de Conhecimentos Prévios	1. Quem participa de um grupo? 2. O que vocês costumam fazer juntos?
Perguntas de Previsão sobre o Texto	3. Sobre o que vocês acham que o livro vai tratar? 4. O que vocês acham que eles fazem no clubinho? 5. A partir da imagem e descrição, quem vocês acham que é Edu, Lulu, Guga, Mila, Ema, Jão e Ju?
Perguntas Literais ou Objetivas	6. Quantas meninas tem no grupo? E meninos? 8. Qual o sabor preferido de Lulu? E de Ema? 10. Quais cores de lápis têm mais no estojo? E menos? 13. Qual o resultado do par ou ímpar da história? Quem ganhou? 15. Qual cor de pulseira tem mais? E menos? 17. Quantas bolas tem no bingo?

	18. Quantas bolas já foram retiradas? Quantas restaram? 21. Quantos números tem no dado?
Perguntas Inferenciais	7. Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado? Por quê? 9. Ema ter sorteado todas as vezes brigadeiro e ter devolvido, influenciará a próxima vez que ela tirar um bombom? 11. É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo? E um lápis rosa? 12. Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado? 14. Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha? 16. Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa? 19. Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema? Por quê? 20. Qual a probabilidade de Edu vencer? E Ema? 22. Qual a probabilidade de sair no dado o número que Edu precisa para vencer?
Perguntas Subjetivas	23. Você possui alguma estratégia para ganhar o par ou ímpar? 24. Você já participou de bingo? 25. O que você achou do livro?

Fonte: A autora (2021).

As *Perguntas de compreensão* (BRANDÃO; ROSA, 2010) dos cinco tipos, *ativação de conhecimentos prévios, previsão do texto, literais ou objetivas, inferenciais e subjetivas*; estiveram presentes durante toda a contação das histórias. As *perguntas de compreensão*, do tipo *inferencial*, apresentadas no quadro acima, correspondem as perguntas apresentadas no quadro 3, que compreendem o roteiro de perguntas específicas acerca dos conceitos probabilísticos, sendo estas, marcadas por características de situações-problema. Estas foram categorizadas como inferenciais, por permitirem ir além das informações presentes nas histórias e estabelecer relações simples e complexas sobre os conceitos. Assim, para permitir a resolução dessas perguntas, cada estudante recebeu um bloco de respostas, para utilizar se sentissem necessidade de escrever suas compreensões, que posteriormente, foi recolhido pela mediadora, para subsidiar a análise das entrevistas.

Nesse sentido, a contação de histórias será o início, o meio e fim das entrevistas, sendo esta contação perpassada por perguntas pré-estabelecidas que auxiliarão na investigação das compreensões dos estudantes acerca das demandas cognitivas sobre probabilidade. Acreditamos que a contação de histórias nesse estudo, contribuirá para o desenvolvimento de conhecimentos interdisciplinares acerca da linguagem e da matemática, em que a partir do uso das palavras, conceitos

matemáticos possam ser materializados, tendo o lúdico como eixo estimulante para a construção de conhecimentos e expansão do universo imaginário.

Para isso, no próximo capítulo apresentamos, analisamos e discutimos os resultados obtidos a partir da realização das etapas metodológicas previstas nesse estudo, pelo mapeamento dos catálogos e exploração documental das literaturas infantis que apresentam noções probabilísticas, do desenvolvimento de uma literatura infantil a partir das *demandas cognitivas* e, das compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental sobre as *demandas cognitivas* por meio do uso da literatura infantil.

## 5 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta, analisa e discute os resultados obtidos com a intenção de responder aos três objetivos específicos desse estudo que compreende: (1) analisar catálogos de literaturas infantis e as respectivas literaturas infantis concernentes as noções probabilísticas; 2) discutir as características de uma literatura infantil estruturada à luz das *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade; e 3) investigar as compreensões dos estudantes no uso da literatura infantil articulada às *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre *aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades*.

### 5.1 ANÁLISE DOS CATÁLOGOS DE EDITORAS E DAS LITERATURAS INFANTIS

Com vistas a atingir o primeiro objetivo específico, sendo ele analisar catálogos de literaturas infantis e as respectivas literaturas infantis concernentes as noções probabilísticas, procedemos o mapeamento de catálogos de editoras e a exploração documental das literaturas infantis que abordassem o conceito de probabilidade.

#### 5.1.1 Mapeamento dos catálogos de editoras

Acerca do mapeamento dos catálogos, realizamos análises de catálogos virtuais de 21 editoras, sendo selecionados os catálogos mais recentes disponibilizados, correspondentes aos anos de 2016 a 2020. Os catálogos analisados são disponibilizados pelas próprias editoras em suas *webpages* e na plataforma *issuu.com*.

Na análise dos catálogos foram observadas as temáticas, eixos de conhecimento ou disciplina, a qual correspondiam cada livro; procedemos ainda, a uma leitura dos resumos apresentados por cada editora acerca dos livros, sendo eles do campo da matemática ou não. Esta análise objetivou conhecer literaturas infantis que tenham como proposta o desenvolvimento de compreensões probabilísticas; porém, consideramos na análise desses catálogos todos os campos de conhecimento relacionados à matemática, sendo categorizadas de acordo com a unidade temática do campo da matemática a qual corresponde, sendo elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. A Tabela 1 apresenta

a relação dos livros por com as editoras e o quantitativo de livros observados para cada uma, de acordo com a unidade temática correspondente.

Tabela 1 – Relação dos Livros por Editoras e Unidades Temáticas

Editoras	Unidades Temáticas				Total
	Números e Álgebra <sup>3</sup>	Geometria	Grandezas e Medidas	Probabilidade e Estatística	
<i>Autêntica</i>	0	0	0	0	<b>0</b>
<i>Ática e Scipione</i>	8	0	0	1	<b>9</b>
<i>Bagaço</i>	2	0	1	0	<b>3</b>
<i>Bambolê</i>	0	0	1	0	<b>1</b>
<i>Callis</i>	27	3	7	9	<b>46</b>
<i>Editora do Brasil</i>	5	3	2	0	<b>10</b>
<i>Escala educacional</i>	4	1	1	0	<b>6</b>
<i>FTD</i>	2	2	1	1	<b>6</b>
<i>Gaia</i>	0	0	0	0	<b>0</b>
<i>Gato Leitor</i>	0	0	0	0	<b>0</b>
<i>Girassol</i>	3	1	0	0	<b>4</b>
<i>Lê, Abacate, Compor</i>	0	0	0	0	<b>0</b>
<i>LeYa</i>	1	1	1	0	<b>3</b>
<i>Melhoramentos</i>	13	6	5	0	<b>24</b>
<i>Moderna</i>	16	0	0	1	<b>17</b>
<i>Nova Fronteira</i>	5	1	3	0	<b>9</b>
<i>Positivo</i>	6	2	3	0	<b>11</b>
<i>Rideel</i>	0	7	0	0	<b>7</b>
<i>Salamandra</i>	2	4	1	0	<b>7</b>
<i>Sei</i>	4	1	1	0	<b>6</b>
<i>SM</i>	3	2	0	0	<b>5</b>
<b>TOTAL</b>	<b>102</b>	<b>34</b>	<b>27</b>	<b>12</b>	<b>175</b>

Fonte: A autora (2021).

A partir do mapeamento dos catálogos foram observados um total de 3.480 livros de histórias infantis, sendo encontrados 175 livros com temáticas relacionadas à Matemática, sendo 163 destes das unidades temáticas de números, álgebra, geometria, e grandezas e medidas; a partir dos objetos de conhecimento: números, contagem, ordenação, sequenciação, operações aditivas e multiplicativas, grandezas e medidas, geometria e educação financeira. Acerca da temática de Probabilidade e Estatística foram encontrados 12 livros, sendo 2 de Probabilidade e 10 de Estatística.

O quadro 8 apresenta a lista de livros de literatura infantil que permitem a exploração de conhecimentos matemáticos de forma explícita, informando seus títulos e autores, estando organizados por unidade temática.

<sup>3</sup> As literaturas infantis referentes às unidades temáticas de Números e Álgebra foram dispostas na mesma categoria, pois muitas delas apresentam noções sobre ambos os campos de conhecimento.

Quadro 8 – Lista dos livros de literatura infantil que apresentam conhecimentos matemáticos

Unidade Temática	Literaturas Infantis
Números e Álgebra	<p>... E eles queriam contar (Luzia Faraco Ramos)</p> <p>Caramelos da alegria (Luzia Faraco Ramos)</p> <p>Doces frações (Luzia Faraco Ramos)</p> <p>Números de 0 a 9 pelos caminhos da Romilda (Flávia Sanches)</p> <p>Números dos pingos! (Mary França, Eliardo França)</p> <p>Onde estão as multiplicações? (Luzia Faraco Ramos)</p> <p>Tabuada a qualquer hora (Saraiva)</p> <p>Uma história do outro planeta (Luzia Faraco Ramos)</p> <p>Entre números e bichos. (Maria Soares)</p> <p>Chuva. (Roberto Cruz, Xico Bizerra)</p> <p>Uma largata muito comilona. (Eric Carle)</p> <p>Cabritos, cabritões. (Olalla Gonzalez)</p> <p>O consumo. (Cristina Von; Ana Luíza de Paula)</p> <p>O dinheiro. (Cristina Von; Ana Luíza de Paula)</p> <p>Aqui está tão quentinho! (Jang Seon-Hye; Choi Min-Ho)</p> <p>Bugigangas (Hye Eun Shin; Keun Ho Ko; Hong Ju)</p> <p>Dedinhos ocupados. (Hye Eun Sin; Jin Ju Shin)</p> <p>Enquanto a mamãe galinha não estava. (Yu Yeong-So; Han Byeong-Ho)</p> <p>O mundo mágico dos números. (Jung Sun-Hye; Jeong In-Kang)</p> <p>Quem será que tem mais ovos? (Kim Hae Weon; Go Gwang Sam)</p> <p>Um dia longe de casa. (Lee Mi-Ae; Choi Yang-Suk)</p> <p>Apostando com o monstro. (Kyoung Hwa Kim; Yoon Chul Jung)</p> <p>O castelo da bruxa confusa. (Bo Geum Cha; Sung Ji Hong)</p> <p>Aprendiz de mágico. (Young So Yu; Yeon Jung Kim)</p> <p>A família de ursos e os monstros agitados. (Cha Bo Geum; Noh Seong Bin)</p> <p>O sexto aniversário. (Jin Kang; Han Na Kim)</p> <p>O sonho de Dam-Dam e o do Sr. Gom-Gom. (Ji Yun Shin; Seung Im Baek)</p> <p>A origem dos números. (Majungmul; Ji Won Lee)</p> <p>Os filhotes da vovó coruja. (Eun Hee Na; Sook Kyung Kim)</p> <p>Paisagem de pássaros. (Eun Sun Han; Há Jin Jung)</p> <p>Vamos brincar. (Jung Mul Ma; Min Ok Jug)</p> <p>Uma festa bem bolada. (Shin Soon-Je; Kim Min-Jeong)</p> <p>A saia da vovó. (Young Ah Kim; Yoo Min Han)</p> <p>Como o mundo acorda. (Ye Shil Kim; Hee Jun Kan)</p> <p>A matemática no museu de arte. (Majungmul; Yun Ju Kim)</p> <p>Minha viagem arquitetônica com o vovô. (Jo Eun Jeong; Yun Jong Tae)</p> <p>Você se lembra, Andorinha? (Yeo Lim Yoon; Ji Yeon Kim)</p> <p>O porco mais elegante do mundo. (Shin Ji Yun; Oh Seung Min)</p> <p>Quantos bichos? (Fernando de Almeida, Mariana Zanetti e Renata Bueno)</p> <p>Poemas problemas. (Renata Bueno)</p> <p>Bolo lobo – O livro das coleções. (Renata Bueno)</p> <p>Uma casa para dez. (Caio Riter)</p> <p>A economia de Maria. (Telma Guimarães)</p> <p>Os gatos de Àgata (Jótah)</p> <p>Estela conta as estrelas (Hubert Schirneck)</p> <p>Meu nome não é gorducho (Shirley Souza)</p> <p>Vou pra casa da vovó (Carmen Lucia Campos)</p> <p>Numeródromo (Telma Guimaraes Andrade)</p>

No mundo do consumo (Edson Gabriel Garcia)  
 Meu primeiro livro de economia. (João Cesar das Neves)  
 1, 2, 3, Lili (Lucie Albon)  
 O Ratinho e os Números (Monique Félix)  
 O Patinho Matemático (Jean-Claude R. Alphen)  
 Um, Dois, Feijão com Arroz (Ziraldo)  
 Os Dez Amigos (Ziraldo)  
 Número (Arnaldo Antunes e Paulo Tatit)  
 Conte Aqui Que Eu Canto Lá (Rosane Pamplona)  
 Meu Orçamento (Patrícia Engel Secco)  
 Desatando os Nós – Economia para Crianças (Manuel Filho)  
 A Moedinha Que Queria Comprar a Felicidade (Nani)  
 A Vizinha Antipática Que Sabia Matemática (Eliana Martins)  
 Em Busca dos Números Perdidos (Michael Thomson)  
 O Mistério dos Números Perdidos (Michael Thomson)  
 Um amor de confusão (Dulce Rangel)  
 Ah se eu pudesse falar! De olho no desperdício (Carolina Michelini/Michele Iacocca)  
 Meu encontro com papai noel. (Walcy Carrasco)  
 Os Problemas da Família Gorgonzola. (Eva Furnari)  
 Problemas boborildos. (Eva Furnari)  
 Um, dois, três, agora é sua vez! (Ana Maria Machado)  
 Era uma vez um menino travesso... (Bia Villela)  
 Papai noel esteve aqui. (Laís Carr Ribeiro)  
 Araújo & Ophélia (Ricardo Azevedo)  
 Onde tem bruxa tem fada... (Bartolomeu Campos de Queirós)  
 A cidade muda. (Eduardo Amos)  
 Quem ganhou o jogo? Explorando a adição e a subtração. (Ricardo Dreguer)  
 Meu planeta rima com água. (César Obeid)  
 Terra à vista: descobrimento ou invasão? (Benedito Prezias)  
 Eu vi por aí! (Eliana Pougy)  
 Ganhei um dinheirinho: o que posso fazer com ele? (Cássia D'Aquino)  
 1 (Ivan e Marcelo)  
 2 (Ivan e Marcelo)  
 3 (Ivan e Marcelo)  
 A pequena Jane Austen: Orgulho e preconceito (Jennifer Adams)  
 Poesia Matemática (Millôr Fernandes)  
 Bárbara (Murilo Rubião)  
 Macacada (Maurício Veneza)  
 É muito pouco! (Márcia Leite)  
 Toma lá, dá cá (Flávia Muniz)  
 À procura de um emprego. (Júlio Emílio Braz)  
 1, 2, 3 Circo (Guido van Genechten)  
 O livro de números de Marcelo (Ruth Rocha)  
 Como se fosse dinheiro (Ruth Rocha)  
 A galinha do vizinho bota ovo amarelinho. (Bia Villela)  
 Aprenda os números (Libsa)  
 Conheça os opostos (Libsa)  
 Meu primeiro 1, 2, 3. (Lauren Blakely)  
 Eu preciso tanto! (Shirley Souza) (Ed. Financeira)  
 Estela conta as estrelas. (Hubert Schirneck) (Contagem)  
 Dez sapos. (Quentin Blake)  
 Coisas daqui. (Ruy Proença)  
 Olimpíada animal. (Virginie Morand)

Geometria	<p>Um safári na Tanzânia. (Laurie Krebs)</p> <p>A casa onde os sonhos se realizam. (Seong Hye Chang; Jung Joo Yoon)</p> <p>Levante um pouquinho, por favor! (Hae Jung Chang; Sung Hwa Jung)</p> <p>Uma Incrível porção mágica. (Shin Ji-Yun; Choi Hye-Yeong)</p> <p>Claro, Cleusa. Claro, Clóvis. (Raquel Matsushita)</p> <p>As nuvens. (Pilar Ramos)</p> <p>Só tem círculo? (Bia Villela)</p> <p>Gato Xadrez no jardim geométrico (Bia Villela)</p> <p>O túnel (Renata Bueno)</p> <p>O espelho (Renata Bueno)</p> <p>Figuras figuradas. (Maria Alberta Menéres)</p> <p>Este Mundo É uma Bola (Ziraldo)</p> <p>Tem Bicho no Circo (Ziraldo)</p> <p>Um Bebê em Forma de Gente (Ziraldo)</p> <p>Tarsilinha e as Formas (Patrícia Engel Secco e Tarsilinha do Amaral)</p> <p>As Pipas (Lucie Albon)</p> <p>Um Bichinho na Linha (Ziraldo)</p> <p>Poesia geométrica (Millôr Fernandes)</p> <p>Talvez (Guido Van Genechten)</p> <p>A viagem de Paula. (Paul Maar)</p> <p>A linha que saiu do ponto. Porque o ponto saiu da linha (José Carlos Aragão)</p> <p>Círculo e circunferência: o passeio do ponto “a” em volta do ponto “o” (José Carlos Aragão)</p> <p>A história da linha reta sem começo e sem fim (José Carlos Aragão)</p> <p>O quadrado que não se achava quadrado (José Carlos Aragão)</p> <p>Vendo a coisa por outro ângulo... (José Carlos Aragão)</p> <p>Quadrado que deixa de ser chato vira cubo (José Carlos Aragão)</p> <p>De qualquer ângulo, triângulo é triângulo (José Carlos Aragão)</p> <p>Círculo (Mac Barnett)</p> <p>Triângulo (Mac Barnett)</p> <p>Quadrado (Mac Barnett)</p> <p>A linha e o ponto (Veronique Cauchy)</p> <p>Explore as formas (Libsa)</p> <p>Conte comigo. (Miguel Tanca)</p> <p>Tchim! (Virginie Morand)</p>
Grandezas e Medidas	<p>A linha que era reta. (Clara Ferreira Mendes)</p> <p>Sete cartas de outro planeta. (Ana Cristina Melo)</p> <p>Irmãos gêmeos (Young So Yoo; Young Mi Park)</p> <p>A princesa está chegando! (Yu Yeong- So; Park So-Hyeon)</p> <p>O que cabe na mochila? (Yoo Young-So; Na Ae-Kyung)</p> <p>Sopa de Bruxa. (Jeong Hae-Wang; Oh Seung-Min)</p> <p>Minha mão é uma régua. (Kim Seong-Eun; Oh Seung-Min)</p> <p>O tempo voa, papai! (Bo Geun Cha; Jin Kyung Lee)</p> <p>Pra lá e Pra cá! (Fernando Almeida, Mariana Zanetti e Renata Bueno)</p> <p>Tem cabimento? (Andrea Viviana Taubman)</p> <p>Gato Xadrez no jardim do relógio (Bia Villela)</p> <p>A balança (Renata Bueno)</p> <p>Como passa o tempo? (Ana Vicente)</p> <p>Lili, Está na Hora! (Lucie Albon)</p> <p>Quatro Estações e um Trem Doido (Ziraldo)</p> <p>As Cores e os Dias da Semana (Ziraldo)</p> <p>A Horta da Lili (Lucie Albon)</p> <p>Adivinha Que Dia É Hoje? (Anna Muylaert e Ziraldo)</p>

	Só um minutinho (Ivan Zigg) Hoje é amanhã? (Ana Claudia Ramos) Eu e o tempo (Bia Bedran) Mamãe, onde foi parar o ontem? (Maja Bohn) Meia-noite feliz. (Hong Soon-mi) Tempo, tempo, tempo: quem pode com ele? (Vitória Rodrigues e Silva) Marcelo: de hora em hora (Ruth Rocha)
Probabilidade e Estatística	Achem meu pai, por favor! (Ji Yun Shin; Mi Sook Yoon) Eu não tenho medo. (Cha Bo-Geum; Jang Yeong-Seon) Separando as coisas. (Eun Hee Na; Sun Young Kwak) Quando mamãe era pequena. (Hye Ok Lee; Há Jin Jung) Quem vai ficar como pêssego? (Yoon Ah-Hae; Yang Hye-Won) Fugindo das garras do gato. (Choi Yun-Jeong; Kim Sun-Yeong) Como fugir do gato assustador. (Choi Yun Jeong; Shim Hyeon Gyeong) A aranha e a loja de balas. (Yu Yeong So; Han Ji Hye) Vamos adivinhar? (Cha Mi- Jeong; Choi Yu-Mi) O varal (Renata Bueno) Vamos a museu? (Nereide S. Santa Rosa, Neusa Schilaro Scaléa) Espetáculo de números (Gilles Eduar)

Fonte: A autora (2021).

Após a análise dos catálogos de literaturas infantis, observou-se que apenas uma editora apresentou literaturas sobre a temática de Probabilidade, contando com dois livros que apresentam proposta para o ensino e aprendizagem da probabilidade, sendo eles: *Vamos adivinhar?* (JEONG, 2010) e *A aranha e a loja de balas* (SO, 2011), ambos da coleção Tan Tan, da editora Callis.

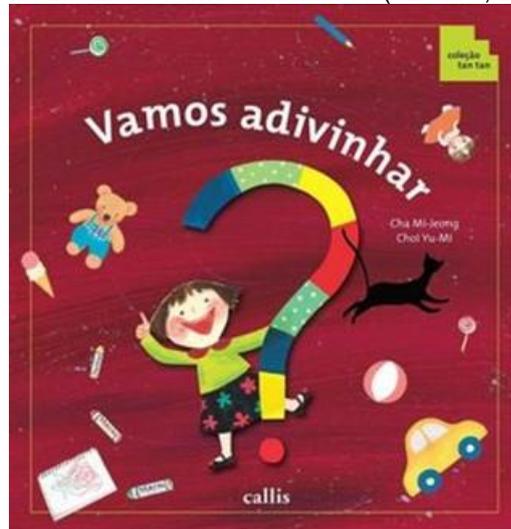
### **5.1.2 Exploração documental das literaturas infantis considerando as demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012)**

A análise dos livros *Vamos adivinhar?* (JEONG, 2010) e *A aranha e a loja de balas* (SO, 2011), proporcionou a investigação de contextos interessantes para a reflexão de como os conceitos probabilísticos estão sendo representados e aplicados em situações do cotidiano, a partir de problematizações com a literatura infantil. Serão aqui discutidas algumas situações presentes nos livros que aplicam esses conceitos, a partir das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) refletindo sobre as situações-problemas nessas abordagens.

O livro *Vamos adivinhar?* (JEONG, 2010) conta a história de uma menina chamada Clara que gosta de brincar de adivinhar, usando o pensamento lógico para fazer escolhas, ou ainda, usando moedas e sorteios. Assim, a partir de situações do

cotidiano, o livro apresenta ao leitor situações que envolvem o uso do raciocínio probabilístico.

Figura 2 – Livro Vamos Adivinhar? (JEONG, 2010)



Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

O livro apresenta diversas situações do dia a dia de Clara e as estratégias que esta usa para prever os resultados ou tomar decisões, iniciando com a adivinhação do que irá comer no café da manhã, ou se irá chover; Clara ainda tenta prever que brinquedo seus amigos vão comprar, bem como a escolha de um sorvete ou ainda do jantar da sua casa, por meio da adivinhação, da análise das possibilidades ou da aleatoriedade, como o uso de pedra, papel e tesoura, moedas e sorteio.

#### 5.1.2.1 Aleatoriedade no livro *Vamos Adivinhar?* (JEONG, 2010)

A primeira situação-problema a ser analisada, é a adivinhação do café da manhã, em que Clara retoma os itens comprados no mercado por sua mãe, analisando que pratos podem ser feitos com eles e o que geralmente é servido no café da manhã no dia a dia da sua casa. Clara apresenta uma representação do cardápio semanal do café da manhã, que assim como o texto, aponta que de segunda a sexta-feira, normalmente são servidos sanduíches e no sábado e domingo são servidos sushis. Entendemos que essa situação não se configura como evento aleatório, na medida em que se apresenta como uma rotina e depende de uma escolha ou preferência pessoal, não dependendo do acaso.

Figura 3 – Situação-problema do café da manhã

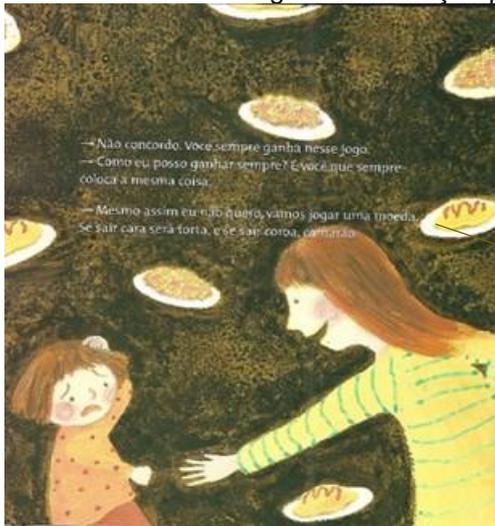


Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

Nesse sentido, Bryant e Nunes (2012) apontam que a incerteza é um elemento fundamental da probabilidade, na medida em que “[...] não há um padrão discernível, nenhuma ordem definida na maneira como ocorrem e, portanto, não há certeza sobre qual será o próximo evento” (p. 16). Em situações probabilísticas podemos ter a compreensão sobre os eventos possíveis e calcular a probabilidade de cada um deles acontecer, mas não sabemos com certeza o que irá acontecer. Bryant e Nunes (2012) ainda salientam que as crianças precisam aprender a distinguir sequencias aleatórias de sequências não-aleatórias, entendendo as sequências de causa e efeito determinísticas para compreenderem a natureza dos eventos aleatórios.

Outro situação-problema a ser analisada é a escolha do jantar, em que Clara e sua irmã queriam jantar pratos diferentes, então imaginaram diversas maneiras de decidir de forma justa o que iriam jantar. Esta discussão, apesar de explorar pouco, traz pontos importantes para a compreensão de aleatoriedade, a partir dos impasses provocados por Clara, que aparenta não entender a natureza equiprovável das situações envolvidas, sendo elas, pedra, papel e tesoura, cara ou coroa e sorteio. Clara não aceita jogar pedra, papel e tesoura, porque afirma que sempre perde nesse jogo, e a irmã informa que isso se dá, porque Clara sempre coloca a mesma coisa. Como alternativa, Clara sugere jogar uma moeda, e tirar no cara ou coroa, pois na última vez que jogou ela ganhou, a irmã informa que “[...] a probabilidade de sair cara ou coroa é a mesma, metade e metade”. Por fim, o pai decide realizar um sorteio para finalizar o impasse de maneira justa.

Figura 4 – Situação-problema da escolha do jantar 1

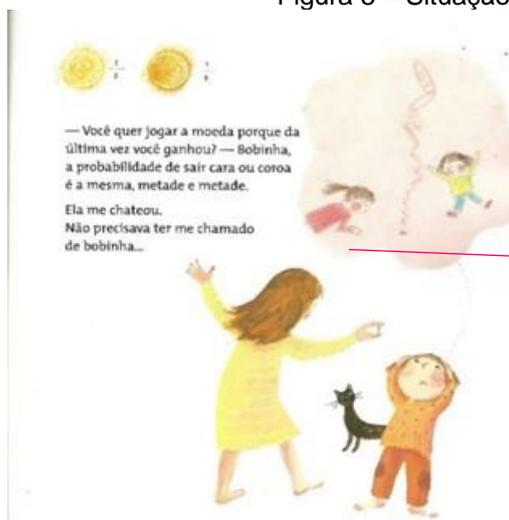


- Não concordo. Você sempre ganha nesse jogo.
- Como eu posso ganhar sempre? É você que sempre coloca a mesma coisa.
- Mesmo assim eu não quero, vamos jogar uma moeda. Se sair cara será torta, e se sair coroa, camarão.

Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

Nesse sentido, apontamos que o jogo pedra, papel e tesoura, o sorteio de moeda e papéis (com a mesma quantidade de papéis entre os jogadores), se configuram como eventos equiprováveis, sendo estes, eventos em que todas as possibilidades têm a mesma chance de ocorrer. A equiprobabilidade é o elemento fundamental para garantir a justiça em situações aleatórias; dessa maneira, a aleatoriedade pode ser uma forma eficaz de garantir situações justas.

Figura 5 – Situação-problema da escolha do jantar 2



- Você quer jogar a moeda porquê da última vez você ganhou? – Bobinha, a probabilidade de sair cara ou coroa é a mesma, metade e metade.

Ela me chateou.  
 Não precisava ter me chamado de bobinha...

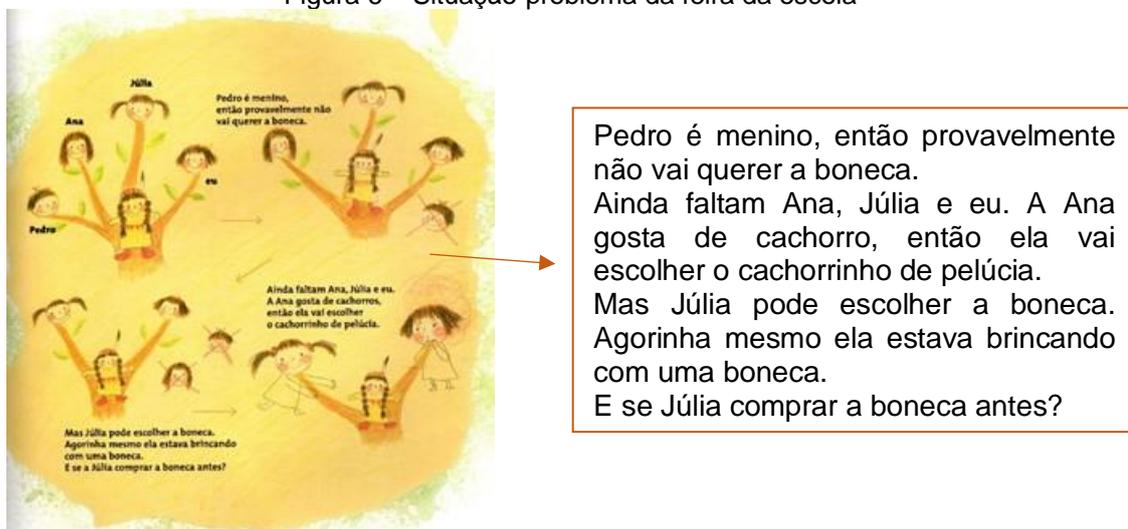
Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

Esta situação ainda permite a discussão sobre a independência entre os eventos, que se caracteriza como aspecto fundamental das sequências aleatórias (BRYANT; NUNES, 2012), na medida em que, mesmo Clara tendo ganhado no cara ou coroa na última vez que jogou, isso não influencia o resultado do próximo evento.

### 5.1.2.2 Espaço Amostral no livro *Vamos Adivinhar?* (JEONG, 2010)

Outra situação-problema presente no livro é a feira na escola, em que Clara deseja comprar uma boneca, mas tem três colegas na sua frente na fila, assim Clara tenta adivinhar o que eles irão escolher. Para justificar a adivinhação, o livro apresenta um tipo de representação que tem intenção de parecer um espaço amostral, porém não apresenta as possibilidades de eventos, e sim, os personagens e as justificativas que levam Clara à adivinhar o que os colegas irão escolher, como “Pedro é menino, então provavelmente não vai querer boneca”, ou “Ana gosta de cachorros, então ela vai escolher o cachorrinho de pelúcia”; porém, essas justificativas não estão baseadas na análise das chances, mas em opiniões e gostos pessoais. Bryant e Nunes (2012) apontam que espaço amostral é o conjunto de possibilidades de ocorrência de um evento em um problema de probabilidade, sendo essencial para resolver qualquer problema probabilístico, pois, a partir do levantamento de todas as possibilidades, é possível medir as chances e calcular as probabilidades de eventos particulares.

Figura 6 – Situação-problema da feira da escola



Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

O livro ainda apresenta uma situação-problema em que Clara vai escolher um sorvete de dois andares, a partir de três sabores diferentes (chocolate, morango e creme), representando as possibilidades de sorvetes que Clara poderia ter combinando os sabores. Esta representação caracteriza um espaço amostral, na

medida em que apresenta todas as possibilidades de sorvete de dois andares, o que avança em relação as representações anteriores.

Figura 7 – Situação-problema da escolha do sorvete



Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

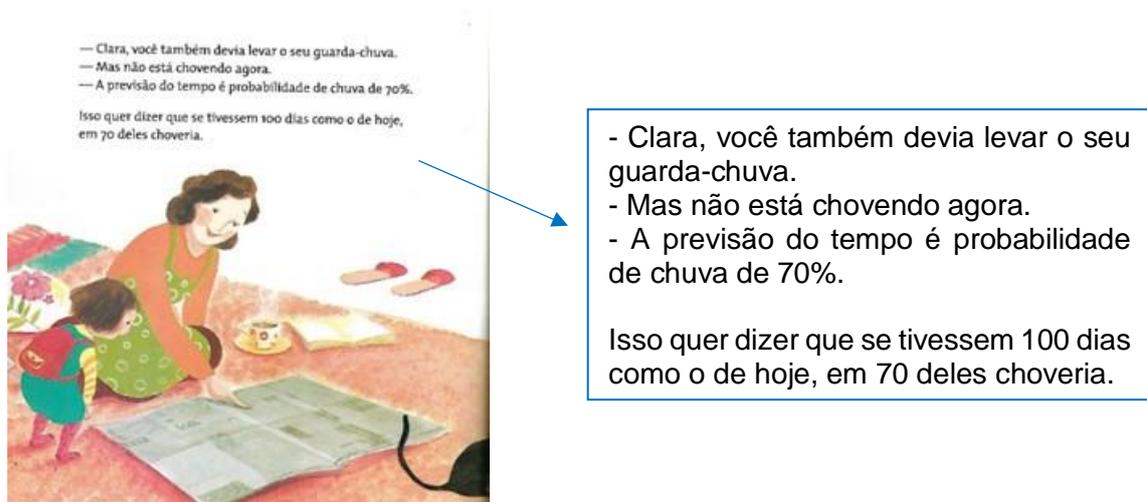
Ainda podemos destacar que apesar do contexto ser muito rico, o livro não apresenta uma discussão sobre o raciocínio envolvido para a realização das combinações, sendo esta uma situação que envolve o raciocínio combinatório do tipo combinação, em que “[...] tem-se um conjunto maior e dele são retiradas possibilidades para formar subconjuntos, porém, [...] a ordem dos elementos não gera novas possibilidades” (PESSOA; BORBA, 2009, p. 80). O livro também não propõe situações, a partir desse contexto, que desenvolvam ideias probabilísticas, podendo ser discutido que para a composição do espaço amostral, deveriam ser combinados todos os sabores sem esquecer nenhum, encontrando todas as possibilidades ou eventos possíveis, e posteriormente, realizando a discussão das chances.

### 5.1.2.3 Quantificação de probabilidades no livro *Vamos Adivinhar?* (JEONG, 2010)

Outra situação-problema a ser discutida é a análise da previsão do tempo realizada por Clara e sua mãe, na qual o jornal informa que “A previsão do tempo é probabilidade de chuva de 70%”, discutindo que “[...] se tivessem 100 dias como o de hoje, em 70 deles choveria”. Discordamos da explicação trazida no livro, na medida em que a previsão do tempo considera uma determinada chance de chuva em 100, ou seja, uma parte proporcional calculada sobre o total de ocorrências (100%) e não

100 dias. Bryant e Nunes (2012) refletem que a probabilidade é uma quantidade intensiva porque a probabilidade de uma possibilidade particular é a proporção da quantidade de um evento particular (que se quer observar) no espaço da amostral da quantidade de eventos possíveis.

Figura 8 – Situação-problema da previsão do tempo



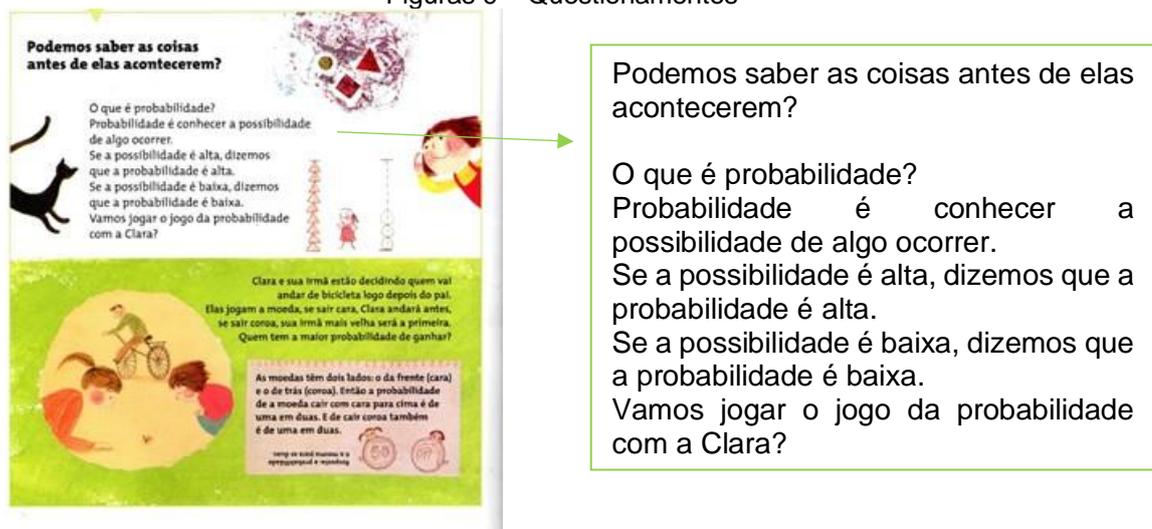
Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

A ideia de certeza está presente em diversas situações do livro, e reforçam para o leitor que um evento mais provável ou uma alta probabilidade, indica certeza de que um determinado evento pode acontecer; essa ideia ainda é reforçada por diversas falas da personagem e pelo fato dela sempre estar correta na suas adivinhações. Porém, a probabilidade de 70% de chuva, não garante uma certeza de que choverá nesse dia. Esse tipo de erro aparece em muitas situações do dia a dia, como quando a previsão do tempo indica 90% de probabilidade de chover, e acaba sendo entendida como uma certeza de que choverá, ou mesmo quando se tem um risco muito baixo de adquirir uma infecção, muitos entendem como sendo impossível de acontecer. Entendemos que uma probabilidade alta não indica certeza, mas uma maior chance, ou uma probabilidade baixa não indica que é impossível, mas uma menor chance; assim, salientamos que a previsão do tempo nos ajuda na tomada de decisão, indicando uma chance maior ou menor de chuva, porém, não indica certeza ou impossibilidade de chover.

Após a história, o livro propõe alguns questionamentos, a primeira pergunta questiona se “Podemos saber as coisas antes delas acontecerem”; reforçando algumas atitudes e falas que associam a ideia de adivinhação ao raciocínio

probabilístico, e perpassam muitas das situações-problemas do livro. Apontamos que a adivinhação não se caracteriza como pensamento probabilístico, pois a adivinhação não usa o pensamento lógico para a tomada de decisões, enquanto o raciocínio probabilístico envolve a análise lógica das possibilidades para medir as chances e a partir disso tomar decisões. Bryant e Nunes (2012) aponta que “[...] não podemos dizer o que vai acontecer nessas sequências aleatórias, mas muitas vezes podemos tentar descobrir a probabilidade de eventos particulares ou tipos específicos de eventos” (p. 29). Nesse sentido, destacamos que o uso do raciocínio probabilístico nos permite prever determinados resultados a partir da análise das possibilidades e das chances; porém não possibilita a adivinhação do resultado, mas uma previsão para uma tomada de decisão mais coerente.

Figuras 9 – Questionamentos



Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

O livro ainda questiona o que é probabilidade, trazendo uma explicação que aponta que “Probabilidade é conhecer a possibilidade de algo ocorrer”, e ainda completa afirmando que “Se a possibilidade é alta dizemos que a probabilidade é alta” e “Se a possibilidade é baixa, dizemos que a probabilidade é baixa”. Nesse sentido, ressaltamos que durante a história aparecem conceitos de probabilidade que se assemelham a essa ideia, e apontam que “Probabilidade é a possibilidade de algo ocorrer expressa em números”, porém, entendemos que probabilidade, possibilidade e chance são ideias diferentes. Para entender essa discussão, se faz necessário definir os conceitos de possibilidade, chance e probabilidade, sendo possibilidade, os elementos ou casos possíveis de um evento que compõem um espaço amostral; a

chance, é a análise das possibilidades de ocorrência de um evento se expressando numericamente ou não; e a probabilidade, é uma percepção que se apresenta a partir de uma notação matemática formal ou de meios informais da ocorrência de eventos (GAL, 2004). Assim retomando as explicações presentes no livro, destacamos que a probabilidade é o número que mede a chance de algo ocorrer, se a chance é alta, dizemos que a probabilidade é alta, se a chance é baixa dizemos que a probabilidade é baixa.

Após os questionamentos e conceituação, o livro apresenta sugestões de situações-problemas, com o mesmo contexto presente durante a história, que podem reforçar a discussão sobre probabilidade. Essas situações, refletem sobre as chances, na medida em que se questiona quem tem a maior probabilidade de ganhar, retomando contextos como jogar uma moeda, sortear papéis e a previsão do tempo.

As situações-problema de sorteio de moedas e de papéis, refletem sobre a compreensão de eventos equiprováveis, em que as chances são as mesmas. Porém, propõem um contexto em que se aumenta a quantidade de participantes do sorteio, trazendo a discussão acerca da diminuição das chances desses participantes, porém permanecendo com chances iguais entre si, na medida em que cada participante tem o mesmo número de possibilidades.

Figuras 10 – Situação-problema dos anexos



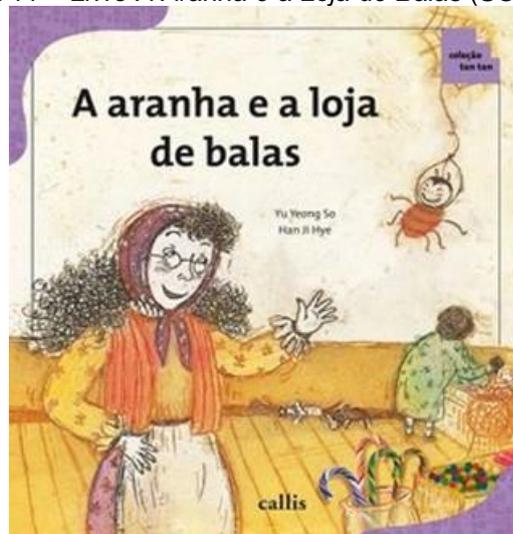
Agora, vão sortear papéis.  
Qual nome sairá mais vezes?  
O de Clara ou o de sua irmã?  
Dessa vez a probabilidade ainda é a mesma.  
Pista. Em um sorteio como este, a probabilidade depende de quantas pessoas participam. Com certeza, você já viu muitos sorteios de escolha de adversários de times de futebol e o sorteio dos números da loteria. Esse método é muito usado porque ninguém pode saber o resultado antes do sorteio.  
Além do mais, a mamãe também quer andar de bicicleta.  
Assim, as três decidem tirar na sorte.  
Mamãe, a irmã ou Clara?  
Conforme aumenta o número de pessoas, a probabilidade de cada uma andar de bicicleta primeiro diminui?

Fonte: Editora Callis (JEONG, 2010).

O livro finaliza discutindo a importância de desenvolver desde cedo nas crianças compreensões estatísticas e probabilísticas, destacando o papel das pesquisas e seus resultados na nossa vida cotidiana e de como nos auxiliam nas tomadas de decisões, apesar de ainda repetir alguns erros conceituais presentes durante o livro.

O segundo livro a ser analisado é *A aranha e a loja de balas* (SO, 2011), que conta a história de uma aranha esperta que após ser encontrada pela dona de uma loja de balas, e temendo ser expulsa da loja, afirma conseguir adivinhar o doce que cada cliente irá comprar, fazendo uso da probabilidade para realizar previsões.

Figura 11 – Livro *A Aranha e a Loja de Balas* (SO, 2011).



Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

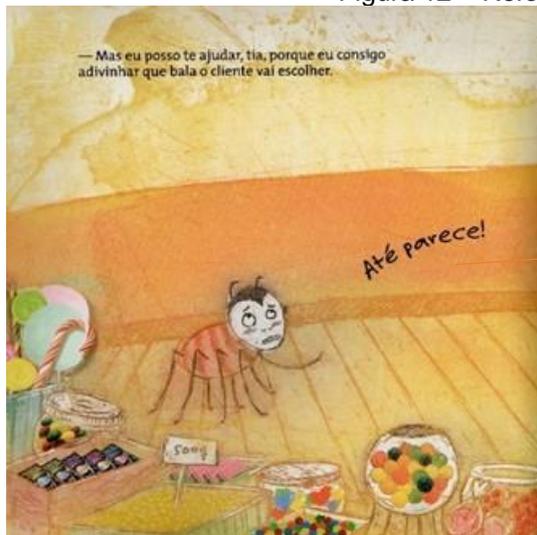
O livro se inicia com a aranha sendo expulsa da loja, ao que ela oferece sua ajuda para adivinhar a bala que o cliente irá escolher, indicando corretamente em todas as situações a bala que o cliente comprou, a partir da análise das compras anteriores realizadas por esses clientes. Ao final, a dona da loja também realiza uma previsão da compra de uma cliente, porém acaba errando a bala que foi comprada, mesmo mapeando as compras anteriores realizadas pela cliente – assim como fez a aranha; ao que a aranha justifica a situação, informando que nem sempre se acerta.

#### 5.1.2.4 Aleatoriedade no livro *A aranha e a loja de balas* (SO, 2011)

A análise do livro *A aranha e a loja de balas*, se inicia pelo o uso recorrente das ideias de adivinhação e certeza, que assim como no livro anterior, perpassam todo o

enredo da história. Assim, como apontado anteriormente, a adivinhação não se baseia o pensamento lógico para tomada de decisões, enquanto o raciocínio probabilístico realiza a análise das possibilidades e das chances para realizar as previsões e uma tomada de decisão mais fidedigna.

Figura 12 – Reforço das ideias de adivinhação

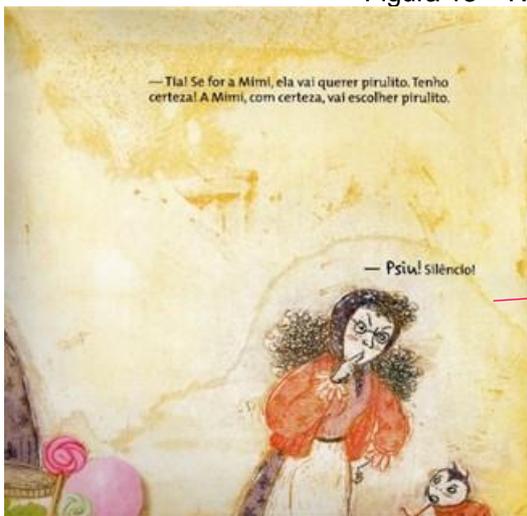


- Mas eu posso te ajudar, tia, porque eu consigo adivinhar que bala o cliente vai escolher.  
- Até parece!

Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

Sobre certeza, é possível perceber que todas as adivinhações da aranha levam ao acerto, em algumas falas ainda se usa esse termo, reforçando a ideia de certeza no resultado, na medida em que se realiza um tipo mapeamento das possibilidades (a lista de compras anteriores realizadas pelos clientes), desconsiderando a possibilidade do erro, pois o mapeamento realizado não indica certeza, mas a melhor chance. Ainda sobre certeza, o livro reforça que escolher o item que tem mais chance, garante o acerto; porém, na probabilidade se entende que nesses casos há mais chances de acertar, mas que também é possível errar. Assim, baseado no conceito de aleatoriedade segundo Bryant e Nunes (2012) se entende que a aleatoriedade envolve a condição de incerteza e imprevisibilidade, sendo possível elencar as possibilidades de um evento ocorrer, porém o resultado é incerto; o que difere das situações determinísticas, em que o resultado é definível e certo. Dessa maneira, a probabilidade é sempre sobre conjuntos de eventos possíveis, mas incertos, que ocorrem aleatoriamente.

Figura 13 – Reforço das ideias de certeza



- Tia! Se for a Mimi, ela vai querer pirulito. Tenho certeza! A Mimi, com certeza, vai escolher pirulito.  
- Psiu! Silêncio!

Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

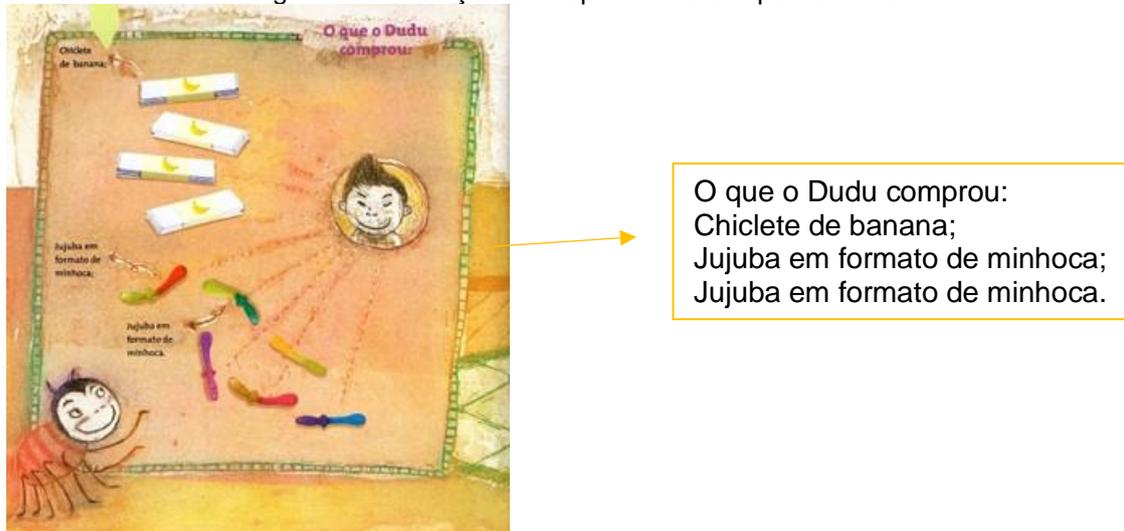
Entendemos que as situações presentes no livro não configuram situações aleatórias, na medida em que os problemas de aleatoriedade apresentam uma condição de incerteza, para garantir a equidade e justiça (BRYANT; NUNES, 2012). Destacamos ainda, que para o desenvolvimento de ideias de aleatoriedade, deve ser promovida a discussão acerca das diferenças entre eventos possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis, como apontam diversos estudiosos (BRYANT; NUNES, 2012; CAMPOS; CARVALHO; 2016; SILVA, 2016); pois esses conceitos, dão base a construção do conceito de aleatoriedade, sendo estas, noções importantes de serem trabalhadas antes da compreensão de probabilidade.

#### 5.1.2.5 Espaço Amostral no livro *A aranha e a loja de balas* (SO, 2011)

Outra situação-problema a ser analisada, compreende a análise realizada pela aranha acerca das compras realizadas anteriormente pelos clientes, criando um tipo de mapeamento que considera apenas as preferências dos clientes para a composição do espaço amostral. Nesse sentido, se destaca que o espaço amostral deve ser composto de todos os doces da loja, para a análise dos resultados possíveis e dos resultados mais prováveis; como aponta Silva (2016), ao afirmar que “[...] o cálculo da probabilidade de um evento deve ser baseado em todas as quantidades do espaço amostral e não apenas na quantidade de eventos que desejamos prever” (p. 17). Entendemos que da maneira como está posta no livro, não é possível analisar o espaço amostral, nem afirmar o doce mais provável a ser comprado, a partir de um

raciocínio probabilístico; assim, a aranha realiza a tomada de decisão através de preferências ou gosto pessoal.

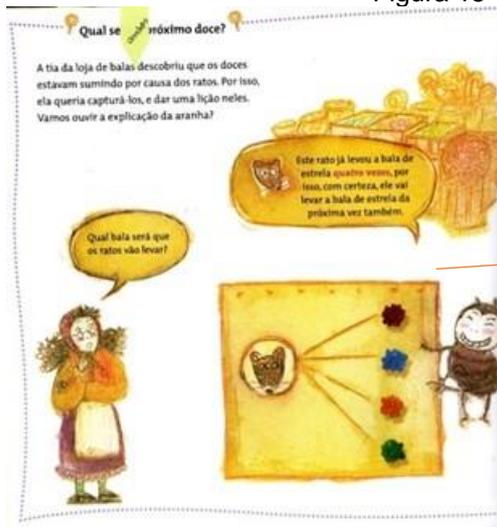
Figura 14 – Situação de mapeamento das possibilidades



Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

Assim como no anterior, após a história o livro traz situações-problema que utilizam o mesmo contexto presente durante a história, buscando reforçar a discussão sobre probabilidade. As duas primeiras situações-problema, apresentam o sumiço dos doces causado por ratos, em que a aranha analisa quais doces os ratos levaram anteriormente, a partir do mesmo tipo de mapeamento realizado durante a história. Nesse sentido, reforçamos a ideia de que o mapeamento apresentado no livro, não configura um espaço amostral, portanto não contribui para uma análise probabilística das chances; pois entendemos que “[...] para encontrarmos os resultados prováveis e as chances de que cada um ocorra é preciso identificar, primeiro, todos os resultados possíveis – definir o espaço amostral.” (ROCHA; FELISBERTO DE CARVALHO, 2014, p. 52). Ressalta-se que o texto continua a reforçar a ideia de certeza baseado no mapeamento da aranha; assim, reafirmamos que a análise do mapeamento ou mesmo do espaço amostral não irá indicar uma certeza do resultado, mas a melhor chance; ou mesmo escolher a possibilidade que tem mais chance, não irá garantir o acerto, pois ainda assim, existe a possibilidade de erro.

Figura 15 – Sugestão de atividade 1



A tia da loja de balas descobriu que os doces estavam sumindo por causa dos ratos. Por isso, ela queria capturá-los, e dar uma lição neles. Vamos ouvir a explicação da aranha?

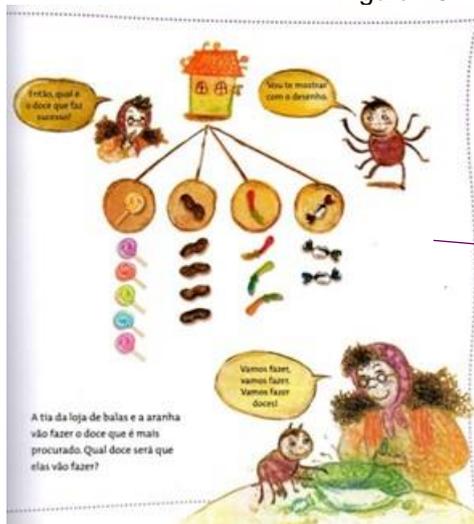
Que bala será que os ratos vão levar?

Este rato já levou a bala de estrela quatro vezes, por isso, com certeza, ele vai levar a bala de estrela da próxima vez também.

Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

Na última situação-problema, a dona da loja de balas irá fazer mais doces, mas não sabe que doce deve fazer, assim a aranha apresenta um levantamento através de listagem dos doces vendidos em cada dia da semana, posteriormente constrói um mapeamento dos doces que mais venderam, para auxiliar na escolha do doce a ser produzido.

Figura 16 – Sugestão de atividade 2



Então, qual é o doce que faz sucesso?

Vou te mostrar com o desenho.

A tia da loja de balas e a aranha vão fazer o doce que é mais procurado. Qual doce será que elas vão fazer?

Vamos fazer, vamos fazer.  
Vamos fazer doces!

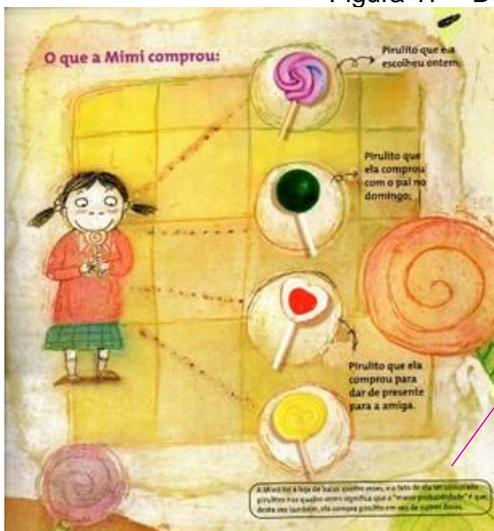
Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

Destacamos que o mapeamento realizado nessa situação, avança em relação aos mapeamentos anteriores se aproximando de um espaço amostral, na medida em que apresenta uma frequência de vendas, porém, ainda não apresenta o quantitativo total de doces que se têm, mas o quantitativo de doces vendidos.

### 5.1.2.6 Quantificação de probabilidades no livro *A aranha e a loja de balas* (SO, 2011)

O livro traz conceitos probabilísticos, como o destaque da página 11, em que afirma que o fato de um cliente ter comprado pirulito nas quatro vezes em que foi a loja, significa que tem “maior probabilidade” de que ela compre pirulito novamente. Apontamos que, assim como destacado anteriormente, o mapeamento realizado pela aranha não pode ser considerado espaço amostral, pois nesse espaço amostral deveriam ser apresentados todos os doces da loja, como resultados possíveis, para depois ser analisado o evento mais provável ou o que tem maior chance. Sobre o espaço amostral, Bryant e Nunes (2012) apontam que é necessário realizar o levantamento exaustivo de todas as possibilidades de um determinado espaço amostral, considerando a necessidade de listar todos os eventos possíveis e eliminar qualquer elemento impossível.

Figura 17 – Destaques de explicações 1



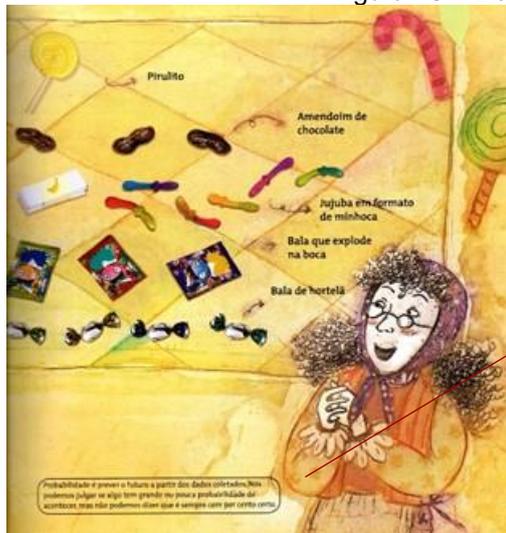
A Mimi foi à loja de balas quatro vezes, e o fato de ela ter comprado pirulitos nas quatro vezes significa que a “maior probabilidade” é que, desta vez também, ela compre pirulito em vez de outros doces.

Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

Outra situação em que traz conceitos probabilísticos, se encontra na página 33, em que se apresenta uma definição de probabilidade como “[...] prever o futuro a partir dos dados coletados”, porém, o termo “prever o futuro” se aproxima da ideia de adivinhação, em que se pode retomar a discussão anterior, e distancia a adivinhação do raciocínio probabilístico, considerando que a adivinhação não pensa logicamente acerca das possibilidades e das chances. O livro ainda destaca corretamente que é possível “[...] julgar se algo tem grande ou pouca probabilidade de acontecer, mas não

podemos dizer que é cem por cento certo”. Porém, ainda destacamos que o uso dos termos “maior ou menor chance” é mais adequado, ao invés de “grande ou pouca probabilidade”.

Figura 18 – Destaques de explicações 2



Probabilidade é prever o futuro a partir dos dados coletados. Nós podemos julgar se algo tem grande ou pouca probabilidade de acontecer, mas não podemos dizer que é sempre cem por cento certo.

Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

Por fim, o livro apresenta uma sugestão de atividade, que tem como finalidade desenvolver a compreensão de probabilidade e estatística, através da coleta, organização e análises de dados reais. Nessa atividade, deverá ser construído uma tabela com uma frequência dos lanches preferidos das crianças envolvidas, analisando com as crianças o lanche preferido da turma. O livro ainda indica outras temáticas para esse tipo de pesquisa, como o livro preferido, o programa ou a estação do ano preferida. Ao analisar esta proposta de atividade, consideramos interessante a ideia de desenvolver ideias probabilísticas a partir da análise de dados estatísticos, principalmente por serem dados reais que envolvem a participação das crianças na construção, organização e análise, porém, a atividade não sugere temáticas de pesquisa que vão além das preferências pessoais. A atividade também não apresenta questionamentos probabilísticos que envolvam a noção de aleatoriedade, com perguntas que desenvolvam ideias de mais provável ou menos provável, como: “Se escolhêssemos alguém ao acaso, é mais provável que ela goste de que lanche?” ou “e se chegar mais uma criança, ela também vai preferir esse lanche?”.

Figura 19 - Sugestões de atividade 3

**Sugestão de atividade**

Objetivo da brincadeira: compreensão da probabilidade e da estatística por meio da coleta e organização dos dados.  
Materiais para a brincadeira: várias folhas grandes de papel, giz de cera e adesivos.

**1** No papel grande, desenhe uma tabela como a seguinte:

Lanches de que nós gostamos	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	
61	
62	
63	
64	
65	
66	
67	
68	
69	
70	
71	
72	
73	
74	
75	
76	
77	
78	
79	
80	
81	
82	
83	
84	
85	
86	
87	
88	
89	
90	
91	
92	
93	
94	
95	
96	
97	
98	
99	
100	

**2** Quando várias crianças estiverem reunidas, pergunte qual é o lanche de que elas gostam e escreva na linha de baixo, como pizza, sanduíche, torta etc.

**3** Aponte para cada lanche e fale para as crianças que gostam daquela opção levantarem a mão. Se houver três crianças que gostam de pizza, cole adesivos na coluna da pizza de 1 até 3.

**4** Quando conseguir o número de crianças que gostam de cada lanche, faça-as dizerem qual é o "lanche preferido", ou seja, qual é o lanche para o qual mais crianças levantaram a mão.

**5** Da mesma forma, descubra qual é "o livro de que mais gostamos", "o programa de TV de que mais gostamos", "a estação do ano de que mais gostamos" etc.



- 1– No papel grande, desenhe uma tabela como a seguinte:
- 2– Quando várias crianças estiverem reunidas, pergunte qual é o lanche de que elas gostam e escreva na linha de baixo, como pizza, sanduíche, torta etc.
- 3– Aponte para cada lanche e fale para as crianças que gostam daquela opção levantarem a mão. Se houver três crianças que gostam de pizza, cole adesivos na coluna da pizza de 1 até 3.
- 4– Quando conseguir o número de crianças que gostam de cada lanche, faça-as dizerem qual é o "lanche preferido", ou seja, qual é o lanche para o qual mais crianças levantaram a mão.
- 5– Da mesma forma, descubra qual é "o livro de que mais gostamos", o programa de TV de que mais gostamos", a estação de rádio de que mais gostamos" etc.

Fonte: Editora Callis (SO, 2011).

A seção a seguir discute o desenvolvimento do livro *O Clubinho* a partir das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012), sua intencionalidade pedagógica e a os aspectos linguísticos presentes na produção.

## 5.2 DISCUSSÃO DO DESENVOLVIMENTO DO LIVRO DE HISTÓRIAS O CLUBINHO

Considerando a análise dos catálogos e das literaturas infantis realizadas nesse estudo, foi possível perceber a escassez de literaturas infantis que tenham como proposta, ou mesmo, potencial de desenvolver compreensões sobre Probabilidade, tendo sido encontradas apenas duas literaturas infantis que apresentam ideias para o desenvolvimento de compreensões probabilísticas. Porém, apesar de terem sido encontradas duas literaturas infantis que desenvolvem ideias de Probabilidade, estas apresentaram erros conceituais como destacado na seção anterior (Análise dos catálogos de editoras e das literaturas infantis); assim, impossibilitando a escolha destes livros para o desenvolvimento desse estudo.

Nesse sentido, face a precária existência de títulos sobre a temática, desenvolvemos uma literatura infantil que por meio de situações do cotidiano, propõe a discussão de ideias de probabilísticas, a partir de três das demandas cognitivas,

apontadas por Bryant e Nunes (2012). Intitulado *O Clubinho*, o livro traz as aventuras de um grupo de amigos, bem diferentes uns dos outros, que formam um clube, vivenciando diversas situações cotidianas em que estão presentes ideias probabilísticas, por meio de situações-problema que precisam ser solucionadas pelo leitor. O livro foi desenvolvido pela autora da presente dissertação e pelo seu Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho, com ilustração de Waleska Diniz. Apresenta 8 histórias que envolvem situações de sorteio, jogos e acaso.

Com vistas a atingir o segundo objetivo específico do trabalho que desenvolvemos, que visa discutir as características de uma literatura infantil estruturada à luz das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade, esta seção discute os elementos matemáticos e linguísticos presentes no livro *O Clubinho*. Iremos abordar os construtos teóricos que apoiaram o desenvolvimento do livro e sua contribuição para o desenvolvimento de compreensões sobre Probabilidade, numa relação interdisciplinar entre linguagem e Matemática.

Para ao desenvolvimento dos conceitos probabilísticos presentes no livro, nos baseamos nas contribuições de Bryant e Nunes (2012) que apontam as demandas cognitivas necessárias para a construção de aprendizagens em Probabilidade. São abordadas nesse livro três demandas cognitivas, sendo elas: *aleatoriedade*, *espaço amostral* e *comparação/quantificação de probabilidades*, tendo como foco diversos conceitos relacionados a essas demandas cognitivas. Acerca da compreensão da *aleatoriedade*, serão analisados os conhecimentos sobre incerteza; justiça e equidade; os diferentes tipos de eventos aleatórios: eventos possíveis e impossíveis, e eventos mais prováveis e eventos menos prováveis; e a independência de eventos. Sobre o levantamento dos *espaços amostrais*, serão analisados o processo de levantamentos das possibilidades, considerando os resultados individuais, compostos e agregados. Acerca da *comparação/quantificação de probabilidades*, serão discutidas situações cálculo de probabilidades e de comparação de probabilidades. O quadro 9, apresenta as demandas cognitivas e a análise dos focos probabilísticos envolvidos em cada história.

Quadro 9 – As demandas cognitivas e os focos probabilísticos presentes nas histórias

Histórias do Livro	Demandas Cognitivas	Focos Probabilísticos
<b>O Clubinho</b>	Aleatoriedade	Justiça e Equiprobabilidade
<b>Os Lápis de Cor</b>	Aleatoriedade	Diferentes tipos de eventos aleatórios
<b>A Caixa de Bombons</b>	Aleatoriedade	Independência de eventos
<b>A Festa de São João</b>	Espaço Amostral	Levantamento de possibilidades
<b>Par ou Ímpar</b>	Espaço Amostral	Levantamento de possibilidades
<b>A Caixa de Bijuterias</b>	Comparação/Quantificação	Comparação de probabilidades
<b>O Bingo</b>	Comparação/Quantificação	Comparação de probabilidades
<b>Jogo de Trilha</b>	Quantificação	Cálculo de probabilidades

Fonte: A autora (2021).

A seguir, serão discutidas as demandas para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico para cada situação-problema presente nas histórias do livro *O Clubinho*.

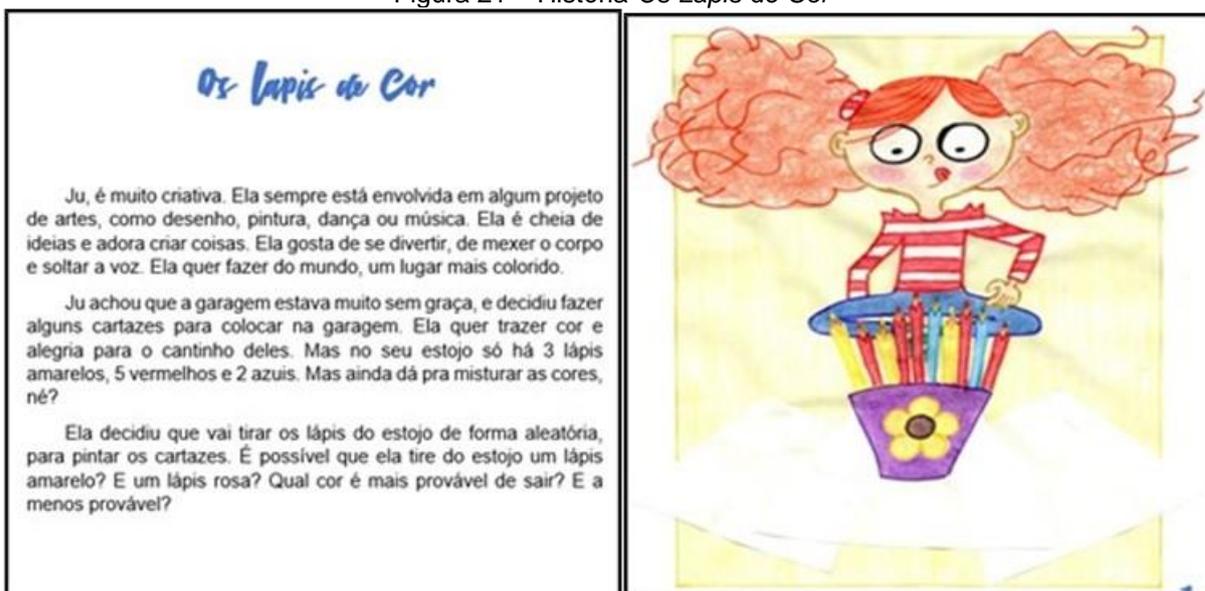
A história intitulada de *O Clubinho* discute a aleatoriedade a partir das compreensões de justiça e equiprobabilidade, em que se faz necessário comparar e discutir maneiras justas de escolher ou tomar decisões em eventos equiprováveis, ou seja, que possuem as mesmas chances entre as possibilidades. Nessa história os integrantes do grupo desejam escolher um líder para o clube e, por esse motivo, passam a pensar em formas justas de tomar essa decisão; optando por um sorteio, no qual os nomes dos integrantes do grupo: Edu, Ema, Guga, João, Ju, Lulu e Mila, são colocados em uma caixa, com a mesma quantidade de papéis para todos eles, tratando-se, assim, de uma situação de natureza justa e equiprovável.

Figura 20 – História *O Clubinho*

Fonte: A autora (2021).

A história *Os Lápis de Cor* apresenta situações nas quais se discute e compara diferentes tipos de eventos aleatórios, como os eventos possíveis e impossíveis, e mais prováveis e menos prováveis. Essa história apresenta uma situação de sorteio não equiprovável, em que as chances entre as possibilidades são diferentes, pois, no estojo de lápis de cor da personagem há lápis de cores diferentes e em diferentes quantidades, sendo 3 lápis amarelos, 5 vermelhos e 2 azuis. Nesse caso, haverá eventos mais prováveis e menos prováveis, sendo mais provável sortear um lápis vermelho (por ter mais lápis dessa cor no estojo) e menos provável um azul (por ter menos lápis dessa cor no estojo). Nessa mesma situação é possível discutir e comparar os eventos possíveis e impossíveis, sendo possível tirar um lápis amarelo, azul e vermelho (por ter lápis dessa cor no estojo) e impossível, por exemplo, retirar um lápis rosa (por não ter lápis dessa cor no estojo).

Figura 21 – História *Os Lápis de Cor*



Fonte: A autora (2021).

A história *A Caixa de Bombons* apresenta dois tipos de situações que envolvem a independência dos eventos sucessivos em uma situação aleatória, compreendendo que obter o mesmo resultado várias não influenciará nos próximos resultados. A primeira situação tem como contexto um sorteio com reposição, na qual os bombons são sorteados e devolvidos à caixa, não havendo alteração do espaço amostral e influência no próximo sorteio, e tornando cada sorteio um evento independente do outro. Já a segunda situação tem como contexto um sorteio sem reposição, na qual

os bombons são sorteados e não são devolvidos à caixa, alterando o espaço amostral e influenciando o próximo sorteio.

Figura 22 – História *A Caixa de Bombons*



Fonte: A autora (2021).

Na história *A Festa de São João* os sete integrantes do clubinho decidem dançar entre si na quadrilha da festa junina da escola. Essa situação-problema envolve o levantamento das possibilidades combinadas (espaço amostral), sendo necessário combinar as meninas com os meninos (apenas nessa situação, pelo fato de gerar menos possibilidades de pares) de maneira que formem pares, e listar todas as possibilidades. Através desse levantamento de eventos possíveis são encontradas 12 possibilidades de pares (menino e menina), compreendendo que levantamento sistemático permite e facilita o esgotamento e a análise das possibilidades.

Figura 23 – História *A Festa de São João*

Fonte: A autora (2021).

Na história *Par ou ímpar* as personagens Jão e Guga estão decidindo no par ou ímpar quem iniciará um jogo, porém, as personagens só podem utilizar uma mão cada uma. Nessa situação-problema se faz necessário realizar o levantamento dos resultados combinados e agregados, as possibilidades elementares vão de 0 a 5 (dedos), sendo três representações de números pares (0, 2, 4) e três de números ímpares (1, 3, 5), gerando um total de 6 possibilidades para cada jogador e um total de 36 possibilidades de resultados combinados equiprováveis (0,0; 0,1; 0,2; 0,3 etc.). Nesse caso, os resultados combinados são equiprováveis.

Porém, além do levantamento dos resultados combinados, essa situação-problema necessita da agregação de suas possibilidades. Ao agregar os resultados somando o total de dedos das duas mãos (uma mão de cada personagem), existem apenas 11 possíveis resultados de somas, que vão de 0 a 10, e eles não são equiprováveis. Pois, nessas circunstâncias, uma soma com resultado cinco é mais provável e uma soma com resultado dois é menos provável, porque apenas três dos 36 pares possíveis possuem somas com resultado dois, enquanto seis deles possuem somas com resultado cinco. Nesse caso, os resultados agregados não são equiprováveis, pois o resultado 5 apresenta 6 possibilidades de acontecer, enquanto os resultados 0 e 10, só apresentam uma possibilidade cada.

Figura 24 – História *Par ou ímpar*

Fonte: A autora (2021).

Na história *A Caixa de Bijuterias* a personagem Ema deseja usar uma pulseira rosa, mas ela possui duas caixas de bijuterias e não sabe em qual caixa de bijuterias tem mais chance de tirar uma pulseira dessa cor. Nessa situação, em que há duas caixas com pulseiras de cores e quantidades diferentes, é preciso comparar as chances de sucesso. Os espaços amostrais são diferentes nas duas caixas, há a mesma quantidade de pulseiras rosa em ambas, porém, há quantidades diferentes de pulseiras amarelas e azuis. Calculando-se a proporção de pulseiras rosas nas caixas 1 e 2, a chance de sortear uma pulseira rosa na caixa 1 é de  $2/10$  (parte-todo) ou  $2:8$  (parte-parte), e na caixa 2 é de  $2/8$  (parte-todo) ou  $2:6$  (parte-parte). Dessa maneira, a caixa que apresenta quantidade menor de pulseiras de outras cores possibilitará mais chances de sortear pulseiras rosas, o que torna a caixa 2 a resposta correta.

Figura 25 – História A Caixa de Bijuterias



Fonte: A autora (2021).

Na história *O bingo*, as personagens Edu e Ema estão participando de um bingo e precisam completar uma linha na horizontal na cartela para ganhar. Nessa situação, se faz necessário comparar as chances de vencer em ambas as cartelas, que apresentam espaços amostrais diferentes. Na primeira cartela (a cartela de Edu) falta apenas um número para completar a linha, enquanto na cartela 2 (a cartela de Ema) faltam dois números para completar a linha, de um total de 46 números (bolas) que ainda restam no globo para serem sorteados. Ao se calcular a probabilidade de vencer na primeira cartela tem-se como resultado  $1/46$  (parte-todo) ou  $1:45$  (parte-parte), e na segunda cartela é  $2/91$  (parte-todo) ou  $2:89$  (parte-parte) – compreendendo que Guga precisa de uma rodada e Ema precisa de duas rodadas, tendo na primeira rodada 46 números (bolas) no globo e na segunda 45, pois já saiu um número (bola).

Figura 26 – História *O Bingo*

### o bingo

Edu e Ema estão participando de um bingo. E o prêmio são patins. Os dois querem ganhar esses patins, para fazer altas manobras, e disputar na praça com os outros meninos do bairro.

No bingo, ganha o jogo quem completar primeiro todos os números de uma linha na horizontal da cartela. Já foram sorteados 14 números, de 60. Quanto mais números são sorteados, mais a ansiedade deles aumenta.

Edu e Ema já tiveram vários números da cartela sorteados, e estão bem próximos de ganharem esse prêmio. Observe as cartelas deles e os números que eles já marcaram.

Quantos números faltam para Edu vencer? E para Ema?

Qual é a probabilidade de sair um número ao acaso? Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer? Qual a probabilidade de sair o número que falta para Ema vencer?

Qual deles você acha que tem mais chance de vencer o bingo? Por que?



21

Fonte: A autora (2021).

Na história *Jogo de Trilha*, as personagens Jão e Guga estão jogando um jogo de trilha em que o peão amarelo (peça que representa Jão) está 5 casas a frente do peão vermelho (peça que representa Guga). Nessa situação é necessário calcular a probabilidade individual de o peão vermelho ultrapassar o peão amarelo em uma única jogada. Considerando que o dado tem seis lados, ou seja, seis possibilidades, e que o peão vermelho só conseguirá ultrapassar o amarelo se obter como resultado no dado o número seis, a probabilidade desse evento acontecer é  $1/6$  (parte-todo) e  $1:5$  (parte-parte).

Figura 27 – História *Jogo de Trilha*

### jogo de trilha

Guga e Jão, estão jogando um jogo de trilha. Em um jogo de trilha, os jogadores são representados por peças, e as peças andam na trilha a quantidade de casas determinadas pelo dado.

Nessa partida, Jão que é o peão amarelo está 5 casas à frente de Guga, que é o peão vermelho.

Com uma única jogada é possível o peão vermelho ultrapassar o amarelo? Que número é preciso sair no dado para que isso aconteça?

Quais são as possibilidades de sair um número do dado? Qual a probabilidade de sair esse número ao jogar o dado?

Qual a probabilidade de obter um número par? E um número ímpar?



29

Fonte: A autora (2021).

Apesar de elencarmos alguma das demandas cognitivas e focos probabilísticos na discussão de cada história nesse estudo, destacamos que todas as histórias presentes no livro *O Clubinho*, apresentam potencial de desenvolver compreensões acerca das três *demandas cognitivas*, a *aleatoriedade*, o *espaço amostral* e a *quantificação de probabilidades*.

Acerca das intenções no desenvolvimento do livro *O Clubinho*, destacamos que esse livro tem interesse pedagógico, na medida em que aborda um conhecimento curricular; combinando o conteúdo com a ficção, permitindo o desenvolvimento de conceitos matemáticos a partir de situações que potencializam a significação, gerando uma relação interdisciplinar entre linguagem e matemática.

Como proposto no PNLD - Obras Complementares, os acervos literários são recursos que favorecem o desenvolvimento de habilidades linguísticas, associadas à “[...] variadas áreas do conhecimento escolar, possibilitando descobertas por meio de situações prazerosas de leitura” (BRASIL, 2012, p. 21). Nesse sentido, Leal e Lima (2012), baseados em Leal e Rodrigues (2011), agruparam os livros presentes nos acervos distribuídos pelo PNLD – Obras Complementares nove tipos de obras, são elas:

1. *Livros de divulgação do saber científico/obras didáticas*: tratam sobre diferentes componentes curriculares e com marcas dos textos de divulgação científica, porém, apresentam uma linguagem mais adequada ao público infantil;
2. *Biografias*: são textos narrativos que tratam sobre a vida de artistas, personagens históricos, dentre outros; e enriquecem o trabalho em sala de aula, por tratar sobre a vida em sociedade, e fazer uso de variados recursos linguísticos, desenvolvendo diferentes conhecimentos e habilidades;
3. *Livros instrucionais*: “[...] são aqueles destinados a ensinar a fazer alguma coisa ou a se comportar em determinados tipos de situações” (LEAL; LIMA, 2012, p. 35). Podem ser encontrados em vários tipos, como livro de receitas, de brincadeiras, de dobraduras, entre outros;
4. *Livros de cantigas, parlendas, trava-línguas, jogos de palavras*: são livros que brincam com as palavras, a partir de gêneros que circulam na sociedade e passam de geração em geração. Esses textos “[...] constituem

o nosso acervo cultural e promovem a valorização da tradição oral” (LEAL; LIMA, 2012, p. 35);

5. *Livros de palavras*: trata-se de livros que se organizam por um conjunto de palavras em ordem alfabética e com ilustradas variadas; alguns apresentam poemas ou brincadeiras para cada letra;
6. *Livros de imagens*: trata-se de livros que estimulam a leitura de textos não verbais, motivando a discussão e a apreciação artística;
7. *Livros de histórias, com foco em conteúdos curriculares*: trata-se de livros que abordam conhecimentos curriculares por meio de narrativas, contando histórias e ao mesmo tempo ensinando. “Tais livros nem sempre se pretendem literários, embora vários deles o sejam” (LEAL; LIMA, 2012, p. 37);
8. *Histórias em quadrinhos*: trata-se de livros que recorrem ao texto verbal e não verbal (imagens) para construção de sentidos e motivação da leitura autônoma, envolvendo frequentemente o humor; e
9. *Livros literários*: trata-se de obras em que se deve considerar a “[...] natureza estética, (...) a contextualização histórica, a reflexão sobre os estilos literários, o debate sobre as concepções de sociedade e de homem” (LEAL; LIMA, 2012, p. 37); havendo uma variedade de atividades que podem ser planejadas e realizadas com esses livros.

Leal e Lima (2012) compreendem que os livros podem ser “usados com diferentes propósitos com crianças com diferentes níveis de conhecimento” (p. 33). Nesse sentido, o livro *O Clubinho* se caracteriza como um livro de histórias, com foco em conteúdos curriculares, na medida em que apresentam “[...] textos de tipo narrativo, mas com intenção explícita de ensinar conteúdos curriculares” (BRASIL, 2012, p. 29). A linguagem narrativa presente nos livros de histórias tem se mostrado atraente para as crianças, por permitir a articulação do que está sendo narrado com as vivências delas, ou seja, possui uma carga de significação que gera sentido aos conteúdos que estão sendo abordados.

Acerca dos elementos linguísticos do livro *O Clubinho*, destacamos que todos os livros, independente do assunto abordado são escritos com base nos gêneros textuais, podendo inclusive, apresentar mais de um gênero textual. Marcuschi (2008) indica que os gêneros textuais se referem aos textos materializados, apontando que

estes “[...] apresentam padrões sociocomunicativos característicos definidos por composições funcionais, objetivos enunciativos e estilos concretamente realizados na integração de forças históricas, sociais, institucionais e técnicas” (p. 155). Marcuschi (2008) destaca que a tipicidade de um gênero, será definido por suas características funcionais e organizacionais; resumindo os gêneros em entidades dinâmicas, históricas, sociais, situadas, comunicativas, orientadas para fins específicos, ligadas a determinadas comunidades discursivas, ligadas a domínios discursivos, recorrentes e estilizadas em formatos mais ou menos claros. Marcuschi (2008) elenca diversos tipos de gênero textual, que vão desde o romance até o bate-papo por computador, destacando a variedade de gêneros existentes no cotidiano.

Marcuschi (2008) ainda define os tipos textuais, conceituando-os como “[...] uma espécie de construção teórica definida pela natureza linguística de sua composição” (p. 154), a partir de aspectos lexicais, sintáticos, tempos verbais, relações lógicas e estilo. Indicando que os tipos textuais apresentam poucas categorias, sendo elas, narração, argumentação exposição, descrição, injunção. O autor ainda destaca que um texto é tipificado a partir da predominância de determinado tipo textual.

Baseados nas contribuições de Marcuschi (2008), consideramos que o livro *O Clubinho* apresenta como tipo textual, a narração, pois compreende que este tipo textual se caracteriza pelo relato de situações, fatos e acontecimentos, podendo ser reais ou imaginários; já acerca do gênero textual, esse livro apresenta elementos do tipo história, pois mobiliza situações e personagens, a partir de determinado tempo e lugar. Assim este livro se configura como texto de tipo narrativo do gênero história.

Acerca dos critérios que caracterizam um bom livro de literatura infantil, Cademartori (2010) elenca alguns elementos relevantes a serem considerados em um livro para crianças, iniciando pela apreciação do projeto gráfico, analisando sua adequação e potencial de atrair o público infantil, bem como o tamanho da letra, o tipo da fonte e o espaçamento entrelinhas adequado, pois considera que letras miúdas e espaçamento entrelinhas apertado afastam o público infantil; além de sugerir o uso variado de tipos gráficos, pois salienta que antes de se tornarem leitores de palavras, as crianças são leitoras de imagens, além de ampliarem a expressividade do livro. Outro importante elemento a ser considerado é a adequação do livro ao leitor infantil, analisando se o universo do livro permite a identificação das crianças; esta análise leva em consideração os diversos elementos da narrativa, como os personagens,

trama, tempo, espaço e foco narrativo. Por fim, se faz importante considerar se a história potencializa a ampliação de expectativas e referências do leitor, bem como favorece o desenvolvimento de novos conhecimentos e conceitos.

A seção a seguir, apresenta e analisa as compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental acerca das diferentes noções relacionadas as demandas cognitivas a partir das entrevistas clínicas piagetianas realizadas por meio da contação de histórias do livro *O Clubinho*.

### 5.3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS ENTREVISTAS ARTICULADA ÀS DEMANDAS COGNITIVAS DE BRYANT E NUNES (2012)

Nesta seção apresentamos e analisamos os dados obtidos a partir da realização das entrevistas clínicas piagetianas, com vistas a atingir o terceiro objetivo específico que compreende investigar as compreensões dos estudantes no uso da literatura infantil articulada às *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre *aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades*.

As entrevistas foram realizadas de forma individual, em dias e horários negociados previamente com os estudantes e seus responsáveis. Participaram do estudo seis estudantes do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A seleção destes estudantes foi realizada a partir do critério de amostra por conveniência, pois devido a situação de pandemia e com o acesso as escolas impossibilitado, os estudantes foram selecionados a partir da adesão voluntária, por meio do acesso a uma escola pública na qual já havíamos feito o contato prévio antes da pandemia.

Nas análises foram respeitadas as falas dos estudantes na íntegra, buscando refletir acerca das suas justificativas e argumentos, investigando as compreensões sobre as demandas cognitivas demonstradas pelos mesmos.

Visando preservar a identidade dos sujeitos, utilizaremos os nomes fictícios de personagens de livros infantis nos recortes das entrevistas, destacamos que o nome fictício atribuído aos personagens não necessariamente corresponde ao sexo dos estudantes entrevistados. Nesse sentido, a pesquisadora será nomeada de mediadora e o quadro 10, apresenta os nomes fictícios utilizados e as características dos estudantes entrevistados:

Quadro 10 – Nomes fictícios e características dos sujeitos

<b>Nomes Fictícios</b>	<b>Características</b>
<b>Alice</b>	10 anos
<b>Emília</b>	10 anos
<b>Tiana</b>	12 anos
<b>Magali</b>	10 anos
<b>Pippi</b>	11 anos
<b>Coraline</b>	11 anos

Fonte: A autora (2021).

As análises desse estudo têm como base três das demandas cognitivas propostas por Bryant e Nunes (2012): a *aleatoriedade*, o *espaço amostral* e a *comparação/quantificação de probabilidades*, tendo como foco diversos conceitos relacionados a elas. Acerca da compreensão da *aleatoriedade*, serão analisados os conhecimentos sobre incerteza; justiça e equidade; os diferentes tipos de eventos aleatórios: eventos possíveis e impossíveis, e eventos mais prováveis e eventos menos prováveis; a independência de eventos: situações em um contexto de sorteio com reposição e sem reposição. Sobre o levantamento dos *espaços amostrais*, serão analisados o processo de levantamentos das possibilidades, considerando os resultados individuais e agregados. Acerca da *comparação/quantificação de probabilidades*, serão discutidas situações cálculo de probabilidades e de comparação de probabilidades – em situações de igualdade de casos favoráveis e desigualdade de casos possíveis e desigualdade numérica sem proporcionalidade (CARRAHER, 1983). Por fim, discutiremos a linguagem probabilística empregada e as contribuições na literatura infantil para seu desenvolvimento.

### 5.3.1 Aleatoriedade

Para a análise da justificativas dos estudantes sobre a compreensão de *aleatoriedade*, baseamo-nos nas discussões de quatro histórias: *O Cubinho*, *A Caixa de Bombons*, *Os Lápis de Cor* e *Par ou Ímpar*. Evocando nessas discussões os conceitos de incerteza, justiça e equidade, os diferentes tipos de eventos aleatórios: possíveis, impossíveis, mais prováveis, menos prováveis, e a independência de eventos a partir de sorteios com reposição e sem reposição.

Na história *O Clubinho* os integrantes do grupo desejam escolher um líder para o clube e, por esse motivo, passam a pensar em formas justas de tomar essa decisão. Essa história apresenta uma situação de sorteio, na qual os nomes dos integrantes do grupo, são colocados em uma caixa, com a mesma quantidade de papéis para todos eles. Essa situação discute a aleatoriedade a partir das ideias de justiça e equiprobabilidade, em que se faz necessário comparar e discutir maneiras justas e injustas de escolher ou tomar decisões em eventos que possuem as mesmas chances entre as possibilidades (equiprováveis).

Na história *A Caixa de Bombons*, as personagens Lulu e Ema estão sorteando bombons de uma caixa, em que há 4 bombons de brigadeiro e 4 de beijinhos. Essa história discute dois tipos de situações que envolvem a independência de eventos: situações em um contexto de sorteio com reposição, na qual os bombons são sorteados e devolvidos à caixa, não havendo alteração do espaço amostral e influência no próximo sorteio, e tornando cada sorteio um evento independente do outro; e situações em um contexto de sorteio sem reposição, na qual os bombons são sorteados e não são devolvidos à caixa, alterando o espaço amostral e influenciando o próximo sorteio.

Na história *Os Lápis de Cor*, a personagem Ju deseja produzir cartazes para enfeitar a garagem, que é o local de encontro do clubinho, utilizando os lápis do seu estojo, sendo eles, 5 lápis vermelhos, 3 amarelos e 2 azuis. Essa história apresenta uma situação de sorteio não equiprovável, em que as chances entre as possibilidades são diferentes, pois o estojo da personagem possui lápis de cores diferentes e em diferentes quantidades: 3 lápis amarelos, 5 vermelhos e 2 azuis. Trata-se, portanto, de uma situação de natureza injusta, pois os lápis da personagem não possuem as mesmas chances de serem sorteados. Nesse caso, haverá eventos mais prováveis e menos prováveis, por exemplo, é mais provável sortear um lápis vermelho (por ter mais lápis dessa cor no estojo) e menos provável um azul (por ter menos lápis dessa cor no estojo). Nessa mesma situação é possível discutir e comparar os eventos possíveis e impossíveis, por exemplo, seria possível tirar um lápis amarelo (por ter lápis dessa cor no estojo) e impossível retirar um lápis rosa (por não ter lápis dessa cor no estojo).

Na história *Par ou ímpar*, os personagens Jão e Guga estão decidindo no par ou ímpar quem iniciará um jogo. Essa história tem como discussão principal o levantamento do espaço amostral; porém, também permite a discussão de justiça e

equiprobabilidade, pois, a partir do levantamento das possibilidades e análises das chances, é possível que a criança reflita sobre a natureza e os elementos que compõem um sorteio justo.

### 5.3.1.1 Incerteza

Um elemento fundamental da probabilidade é a incerteza, em situações probabilísticas podemos ter a compreensão das possibilidades de eventos que podem acontecer, mas não sabemos com certeza o que irá acontecer.

Todos os contextos apresentados nas histórias do livro, são aleatórios, ou seja, são incertos; porém, durante a leitura da história *Os lápis de cor*, se afirma que a personagem Ju irá tirar os lápis do estojo de forma aleatória. Nesse sentido, para explorar a ideia de incerteza foi proposto o seguinte questionamento: “O que pra você é aleatório?”. Partindo da conceitualização de aleatório, que envolve a ideia de incerteza, percebe-se a partir das justificativas das estudantes que estes concebem a incerteza como **irregularidade e imprevisibilidade**.

O esquema abaixo apresenta as relações observadas nas justificativas das estudantes acerca das suas compreensões sobre a incerteza e, em seguida, serão explorados os conceitos emergentes das justificativas.

Figura 28 – Esquema das noções presentes nas justificativas das estudantes sobre incerteza



Fonte: a autora (2021)

#### *Irregularidade*

Sobre a irregularidade, algumas justificativas apontam que não há uma ordem definida para os eventos acontecerem, ou seja, há uma inexistência de ordem ou regularidade dos eventos.

*Sem ordem. Ela vai pegar qualquer um e vai pintando. (Magali)*

*Qualquer um. De qualquer jeito. (Pippi)*

*Sim, é só pegar e pronto. (Emília)*

### *Imprevisibilidade*

Sobre a compreensão de imprevisibilidade, algumas justificativas compreendem que a possibilidade a ser escolhida é incerta, na medida em que qualquer uma das possibilidades pode acontecer, não sendo possível definir qual será.

*É pegar qualquer um. (Alice)*

*É acho que se sortear um vai sair...é aleatório, só vai pegar e vai ser o que sair. (Coraline)*

Bryant e Nunes (2012) apontam que a maioria das definições de aleatoriedade apresentadas por crianças e adultos, enfatizam a incerteza dos resultados em uma sequência aleatória ou em um arranjo espacial aleatório, pois não sabe exatamente o que acontecerá a seguir.

#### 5.3.1.2 Justiça e equiprobabilidade

As situações apresentadas nas histórias *O Clubinho* e *Par ou ímpar*, discutem a aleatoriedade a partir das ideias de justiça e equiprobabilidade, sendo a equiprobabilidade é o elemento fundamental para garantir a justiça em situações aleatórias. Para discutir a ideia de justiça, foi proposto os seguintes questionamentos: “Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir? Por quê?” (História *O Clubinho*) e “Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?” (História *Par ou Ímpar*).

Nessas situações, todas as estudantes apontaram o sorteio e o par ou ímpar, como uma maneira justa de decidir, apenas uma estudante achou não ser justo, porém, quando confrontada com sua resposta anterior mudou de ideia. Diversos conceitos emergiram das compreensões das estudantes em relação a ideia de justiça, que permitiram a reflexão sobre as crenças envolvidas nos julgamentos de crianças

sobre situações justas, são elas: **mérito, honestidade, impessoalidade, equidade e modelo de decisão.**

O esquema abaixo apresenta as relações observadas nas justificativas das estudantes acerca das suas compreensões sobre justiça, e em seguida serão explorados os conceitos emergentes das justificativas.

Figura 29 – Esquema das noções presentes nas justificativas das estudantes sobre justiça



Fonte: a autora (2021).

#### *Justiça e mérito*

Sobre a relação entre justiça e mérito, emergiu das justificativas a compreensão de que situações aleatórias apesar de justas não consideram o mérito.

*Acho que sim. Porque não vai ter discussão, a eu sou melhor ou ele é melhor pra fazer isso. (Coraline)*

#### *Justiça e honestidade*

Sobre a relação entre justiça e honestidade, algumas justificativas apontaram que em situações justas está presente a ideia de honestidade, na medida em que compreende que em uma situação justa não admite trapaças.

*Sim. Porque só assim nenhum sai triste, porque eles tão jogando justo e não sujo. (Magali)*

#### *Justiça e impessoalidade*

Acerca da relação entre justiça e impessoalidade, surgiram justificativas que consideram que situações justas não envolvem uma preferência pessoal, assim uma situação aleatória justa apresenta como parâmetro a impessoalidade.

*Sim. Porque ele não vai ver qual é, ele não pode chegar e dizer é essa pessoa, ele sorteou. (Píppi)*

*Acho. Porque ninguém ia ver né. Ia só pegar e quem for ia ser.* (Emília)

### *Justiça e equidade*

Em relação a ideia de justiça e equidade, algumas justificativas consideraram que situações justas devem apresentar chances iguais entre as possibilidades, promovendo equidade entre as partes.

*Eu acho. Porque assim ninguém vai ter mais possibilidades que outro, fica tudo igual, é bom que não vai ter briga.* (Emília)

*Sim. Eu acho que as chances são iguais.* (Tiana)

### *Justiça enquanto modelo de decisão*

Em relação a ideia de justiça enquanto modelo de decisão, algumas justificativas consideraram que para tomar boas decisões, situações justas devem ser aplicadas e assim ter um resultado adequado ou aceitável.

*Sim. Porque cada um votou em sim mesmo. Isso seria justo.* (Alice)

*Sim. Pra saber quem é que vai ganhar.* (Píppi)

Como observado nas justificativas das estudantes, Bryant e Nunes (2012) apontam que muitas crianças percebem que existe uma associação entre aleatoriedade e justiça, e que a aleatoriedade pode ser uma forma eficaz de garantir situações justas. Nesse sentido, destacam que a justiça atrai sua atenção e estas adotam estratégias flexíveis e adaptativas para alcançar a justiça de diferentes maneiras.

#### 5.3.1.3 Diferentes tipos de eventos aleatórios

Estudiosos como Bryant e Nunes (2012) e Campos e Carvalho (2016) elencam como aspectos imprescindíveis nos processos de ensino e aprendizagem da Probabilidade, desenvolver atividades que discutam e comparem os diferentes tipos de eventos possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis, bem como os eventos mais prováveis e menos prováveis.

A situação apresentada na história *Os lápis de cor*, envolvem as ideias de eventos possíveis e impossíveis, além de eventos mais prováveis e menos prováveis, em contextos de sorteio de lápis de cor em um estojo. Sendo esta uma situação não-equiprovável, em que as cores dos lápis apresentam diferentes quantidades, sendo 5 lápis vermelhos, 3 amarelos e 2 azuis, ou seja, os lápis apresentavam chances diferentes a depender da cor.

#### 5.3.1.3.1 *Ideia de possível*

Considerando que haviam 3 lápis amarelos no estojo de um total de 10, sendo assim, menos provável este ser sorteado, porém, possível. Para discutir a ideia de evento possível, foi proposto o seguinte questionamento: “É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo? Por quê?”.

Nessa situação, todas as estudantes apontaram o sorteio do lápis amarelo, como possível de acontecer; quatro estudantes responderam logo a seguir ao questionamento, que seria possível retirar um lápis amarelo do estojo, e apenas duas estudantes afirmaram não ser possível, porém, quando confrontados com o reforço da ideia de ser possível ou não, reformularam as respostas, apontando a possibilidade. Alguns conceitos emergiram das compreensões dos estudantes em relação a ideia de possível, são elas: **menos provável x impossível, menos provável x possível, posição, possibilidade e aleatoriedade**.

O esquema abaixo apresenta as relações observadas nas justificativas das estudantes acerca das suas compreensões sobre a ideia de possível e em seguida serão exploradas as compreensões emergentes das justificativas.

Figura 30 – Esquema das noções presentes nas justificativas das estudantes sobre a ideia de possível



Fonte: A autora (2021).

*Menos provável x impossível*

Sobre a ideia de evento possível, mesmo que menos provável, a estudante justifica não ser possível sortear o lápis amarelo por ter mais lápis de outra cor, assim, não compreende que mesmo sendo menos provável sortear um lápis amarelo, o evento ainda é possível.

*Não. É mais fácil um vermelho. (Alice)*

*Menos Provável x Possível*

Sobre a ideia de evento possível, algumas justificativas apontaram uma menor chance de sortear o lápis amarelo, ou seja, um evento menos provável de acontecer, mas que não impossibilitava a chance de ser sorteado, sendo este um evento possível.

*Sim. Porque o amarelo é mais bonito. Ele te menos, mas tem possibilidade de pegar o amarelo. (Magali)*

*Pode ser, mas tem pequenas chances, porque tem mais vermelho. (Coraline)*

*Posição*

Sobre a ideia de evento possível, uma estudante associou a compreensão de possível à posição que o lápis ocupava no estojo (em cima ou embaixo), não considerando a análise das possibilidades para considerar um evento possível ou não.

*Eu acho que não... porque o que tiver em cima ela vai tirar. (Tiana)*

*Possibilidade*

Sobre a ideia de evento possível, uma estudante justifica a presença de lápis amarelos no estojo como elemento que permite ao evento ser possível, porém, não compara a quantidade de lápis amarelos as outras cores, não percebendo que este é um evento menos provável.

*Sim. Porque tem três. (Pippi)*

*Aleatoriedade*

Sobre a ideia de evento possível, a estudante a associa a ideia de aleatoriedade, justificando que o fato de os lápis serem retirados aleatoriamente, através de sorteio, permite o evento ser possível. Nesse sentido, não compara a quantidade de lápis amarelos e de as outras cores, não realizando a análise das chances.

*É. Porque ela vai tirar aleatoriamente ela só pega e pronto. (Emília)*

O estudo de Nóbrega (2015) que investigou crianças desde o Infantil III até o 5º ano, apontou que questões que envolvem a noção de possibilidade não se mostraram tão fáceis, pois as crianças apresentavam dificuldades em estimar chances mais sutis, como é possível perceber na justificativa da estudante Alice, que não compreende que apesar de menos provável, a ocorrência do evento é possível. Nóbrega (2015) ainda aponta que muitas crianças apresentam dificuldades em justificar suas respostas, fazendo com que recorram a elementos, muitas vezes, alheios à questão apresentada, como experiências pessoais; o que pode ser percebido na justificativa da estudante Tiana, que toma como elemento a posição do lápis no estojo.

#### *5.3.1.3.2 Ideia de impossível*

Considerando que não havia nenhum lápis rosa no estojo, considera-se este um evento impossível. Para discutir a ideia de evento impossível, foi proposto o seguinte questionamento: “É possível que Ju tire um lápis rosa do estojo? Por quê?”.

Nessa situação, todas as estudantes apontaram o sorteio do lápis rosa, como impossível de acontecer; quatro estudantes responderam logo a seguir ao questionamento, que seria impossível retirar um lápis rosa do estojo, e apenas duas estudantes afirmaram ser possível, mas quando confrontadas com a observação das possibilidades presentes no estojo, reformularam as respostas, apontando a impossibilidade. A partir das justificativas é possível perceber que o conceito de impossibilidade é associado a **falta de possibilidades**. A seguir será explorada essa relação presente nas justificativas das estudantes.

#### *Impossibilidade e falta de possibilidades*

Sobre a ideia de impossível, todas as estudantes apresentaram justificativas que apontam a não presença de lápis rosa no estojo, considerando que não haver lápis rosa impossibilita seu sorteio.

*Não. Por que não tem rosa. (Alice)*

*Não. Porque não tem nenhum rosa. (Tiana)*

*Pode. Pode. Porque ele é bonito e ela também tem muita possibilidade de pegar o rosa. Não. Não tem rosa. (Magali)*

*Mas tem rosa? Não, não tem. (Coraline)*

*Também é possível. Acho. Vai ser aleatoriamente também. Até porque não tô vendo lápis rosa. Ah. Ela só tem essas cores. Não. Porque não tem rosa. (Emília)*

*Não. Porque não tem no estojo dela. (Píppi)*

Os estudos de Carvalho (2005) e Silva (2016) apontaram que as crianças apresentam facilidade em identificar os eventos impossíveis, apresentando justificativas adequadas, que tomam como base a análise dos elementos que compõem o espaço amostral, como também observado nos resultados desse estudo.

#### *5.3.1.3.3 Ideia de mais provável e menos provável*

Considerando que haviam 5 lápis vermelhos, 3 lápis amarelos e 2 azuis no estojo, este se configura como um evento não equiprovável, em que há chances diferentes de ocorrência entre os eventos. Tendo como evento mais provável sortear um lápis vermelho e menos provável sortear um azul.

Para discutir a ideia de evento mais provável, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual é a cor mais provável de sair?”. Nessa situação, todas as estudantes apontaram como evento mais provável, o sorteio de um lápis vermelho, apresentando como justificativa a quantidade de lápis vermelhos no estojo, considerando que por haver mais lápis dessa cor, havia mais chances de ser sorteado.

*Vermelho. Porque tem 5 vermelhos. (Alice)*

*Ou azul ou vermelho. Azul. Vermelho. Porque tem mais vermelhos do que azul. Porque tem 5 vermelhos, 2 azuis e 3 amarelos. Então eu acho que ela pega mais vermelhos. (Tiana)*

*Vermelho. Porque vermelho tem mais. (Magali)*

*Vermelho. Porque tem mais. (Coraline)*

*Vermelho. Porque tem mais vermelhos. (Emília)*

*Vermelho. Porque tem mais. (Pippi)*

Para discutir a ideia de evento mais provável, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual é a cor menos provável de sair?”. Nessa situação, também, todas as estudantes apontaram como evento menos provável, o sorteio de um lápis azul, apresentando como justificativa a quantidade de lápis azuis no estojo, considerando que ter menos lápis dessa cor, significa ter menos chances de ser sorteado.

*O azul. Porque só tem 2. (Alice)*

*Azul. Porque o azul tem menos. (Tiana)*

*Azul. Porque azul tem menos. (Magali)*

*O azul. Porque tem menos. (Coraline)*

*Azul. Porque só tem dois. (Emília)*

*Amarelo. Não. Azul. Porque tem menos. (Pippi)*

Consideramos que a facilidade em perceber os eventos mais provável e menos provável nessa situação se deve a presença de apenas um espaço amostral, não necessitando que as estudantes apliquem do raciocínio proporcional, permitindo resolvê-las a partir da relação mais/menos.

Acerca dos diferentes tipos de eventos aleatórios, de forma geral, Bryant e Nunes (2012) destacam que as crianças apresentam facilidade em discriminar os eventos possíveis e impossíveis do espaço amostral, porém apresentam dificuldades

em julgar os eventos improváveis, tendendo a incluir estes na categoria de impossíveis, além de salientar que as crianças são mais bem sucedidas em situações que podem aplicar a relação mais/menos para resolvê-las.

#### 5.3.1.4 Independência de eventos sucessivos

Um obstáculo apresentado por adultos e crianças é não considerar a independência dos eventos sucessivos em uma situação aleatória, ou seja, que os resultados em uma sequência aleatória são independentes. Nesses casos, os estudantes podem apresentar dois tipos de erros, o primeiro é chamado *recência negativa*, o qual se entende que, depois de se obter várias vezes o mesmo tipo de resultado, é mais provável ter um resultado diferente na próxima vez; e o segundo é chamado *recência positiva*, o qual se entende que, após se obter várias vezes o mesmo tipo de resultado, é mais provável ter o mesmo resultado na próxima vez.

A história *A Caixa de Bombons* apresenta dois tipos de situações que envolvem a independência de eventos: situações em um contexto de sorteio com reposição, e situações em um contexto de sorteio sem reposição.

##### 5.3.1.4.1 Independência de eventos sucessivos: Sorteio com reposição

Considerando a primeira situação que apresenta um contexto de sorteio com reposição, não havendo alteração do espaço amostral e influência no próximo sorteio, gerando, portanto, independência entre os eventos. Nessa situação, foi proposto o seguinte questionamento: “O que você acha que vai acontecer na próxima vez que Ema tirar um bombom da caixa?”.

Sobre os erros de *recência positiva* e *negativa*, cinco estudantes apresentaram erros de *recência negativa* e um estudante apresentou erro de *recência positiva*. Bryant e Nunes (2012) apontam que o efeito de *recência positiva* parece diminuir à medida que as crianças crescem, enquanto o efeito de *recência negativa* aumenta, assim, apontam que a compreensão da independência de eventos parece não melhorar com o passar do tempo, apenas ocorre uma modificação do tipo de erro cometido. Esse tipo de resultado também pode ser observado no estudo de Silva (2016) em que mais da metade das crianças do 1º ano apresentam erro de *recência positiva*, enquanto metade das do 3º e 5º ano cometeram erro de *recência negativa*.

Sobre as justificativas apresentadas pelas estudantes, algumas compreensões que podem ser associadas a esses erros, como a mudança ou permanência do mesmo tipo de saque ao destino, compreendendo que o fato de já ter tirado o mesmo sabor tantas vezes pode gerar um saque diferente, ou ainda, que não é para sair um saque diferente, sendo seu destino aceitar o que saiu, em ambas as situações, assim parece haver uma força superior comandando os saques.

*Brigadeiro. Não. Beijinho. Porque ela já tentou muito e não conseguiu.*  
(Píppi)

*O de brigadeiro de novo, porque ela fica tentando, tentando, e tem que comer aquilo que consegue. É pra ela tirar o de brigadeiro mesmo, não é pra tirar o de beijinho não.* (Magali)

Algumas justificativas associaram a mudança ou a permanência do mesmo tipo de saque, a posição dos sabores na caixa, compreendendo que o fato de já terem sido realizados vários saques a personagem já conhece a posição dos bombons na caixa.

*Talvez ela consiga acertar. Porque os que ela já pegou, ela colocou em um lugar e ela sabe o lugar, tá marcado.* (Alice)

*Eu acho que vai ser de beijinho. Agora já que ela tirou tanto, acho que ela já vai saber onde tá.* (Coraline)

*Vai ser de beijinho. Porque ela já tirou todos os de chocolate e eu acho que ela decorou onde tá.* (Emília)

Outra justificativa associou a mudança ou a permanência do mesmo tipo de saque, compreendendo que o tato poderia influenciar no saque, na medida em que, algum tipo de textura poderia ser percebida pela personagem e facilitar a escolha do sabor preferido. Configurando-se, portanto, como uma escolha e não um sorteio.

*Eu acho que ela vai tirar beijinho, porque... se eu fosse pegar um beijinho eu sentiria... eu iria ficar procurando até achar.* (Tiana)

Após a intervenção da mediadora, questionando sobre qual bombom teria mais chance de ser retirado da caixa; cinco estudantes perceberam a independência entre os eventos, e apenas uma não chegou a essa compreensão. Nesse sentido, algumas

justificativas associaram a independência entre os eventos ao embaralhamento dos elementos, compreendendo que embaralhar os elementos gera independência entre eles.

*Vão ter a mesma chance. Já vai tá tudo embaralhado, ela não vai saber onde tá o de brigadeiro, o de beijinho. (Alice)*

*Os dois têm a mesma chance. Porque não ia dar pra ela saber. (Emília)*

*Tem chance igual. Porque todos estão juntos. (Píppi)*

Algumas justificativas associaram a independência de eventos ao quantitativo de bombons de cada sabor na caixa, compreendendo que ter a mesma quantidade de ambos os sabores na caixa permitia a independência entre os saques.

*Eu acho que é igual. Porque é a mesma quantidade de brigadeiro e beijinho. (Coraline)*

*Ela tem a mesma chance. Porque na caixa tem 4 de cada. (Magali)*

Um estudante manteve a não compreensão sobre a independência entre os eventos, apontando que não sabia se existiam chances iguais entre os elementos, pois considerava mais provável serem sacados os bombons próximos a personagem.

*Eu não sei... Como eu disse né.. tá perto. (Tiana)*

É importante destacar que nenhuma das estudantes apresentou compreensão adequada sobre a independência entre os eventos sem a intervenção da mediadora, esse tipo de resultado também foi percebido no estudo de Carvalho (2005) em que nenhum estudante da 4ª série (atual 5º ano), no pré-teste, possuía compreensões sobre essa noção, enquanto após a intervenção, mais da metade deles passaram a aplicar adequadamente essa compreensão.

#### 5.3.1.4.2 Independência de eventos sucessivos: Sorteio sem reposição

Considerando a segunda situação presente na história, esta apresenta um contexto de sorteio sem reposição, alterando o espaço amostral e influenciando no próximo sorteio, gerando um sabor mais provável que o outro de ser sorteado. Nessa situação, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?”.

Acerca da compreensão da influência do primeiro saque sobre os saques subsequentes, e portanto, na quantidade de elementos, todas as estudantes consideraram que havia um evento mais provável de acontecer. Entretanto, apesar de compreender que há um evento mais provável de acontecer, uma estudante associa essa chance a aleatoriedade, desconsiderando as possibilidades e a influência do saque anterior.

*Beijinho. Por que... Ela pode pegar qualquer um né. (Tiana)*

Algumas estudantes associam a compreensão de dependência entre os eventos ao fato de haver um evento mais provável, apontando as possibilidades como justificativa.

*Esse aqui (o de beijinho). Porque tem 4 dele e esse aqui (o de brigadeiro) só tem três. (Alice)*

*Beijinho. Porque tem mais. (Píppi)*

Outras estudantes associam a compreensão de dependência entre os eventos a mudança no espaço amostral, apontando que ao realizar o saque de um bombom de brigadeiro, os bombons de beijinho passaram a apresentar mais chances de ser sacado.

*O de beijinho, porque agora tem menos de brigadeiro. (Coraline)*

*Ela vai tirar o de beijinho. Porque... ela gosta do de brigadeiro, mas como a Ema tirou um daqui, aí ela vai tirar o de beijinho. (Magali)*

*Beijinho. Porque já sumiu um de brigadeiro, então vai ser mais fácil ela tirar um de beijinho. Há maior quantidade de beijinho do que de brigadeiro. (Emília)*

A partir das justificativas apresentadas pelas estudantes nessa situação, podemos apontar que estas percebem a presença de um evento mais provável, e algumas de forma acertada relacionam ao número de possibilidades presentes no espaço amostral.

Ao considerar todas as compreensões apresentadas sobre a demanda da aleatoriedade, destacamos que as estudantes apresentaram mais facilidade em algumas noções que em outras, sendo a noção de independência de eventos a que mais se equivocaram. Bryant e Nunes (2012) apontam que por vezes as crianças associam a aleatoriedade à sorte ou azar, que podem ter origem na vivência de situações não aleatórias, levando-as a tomarem decisões equivocadas sobre eventos aleatórios. Nesse sentido, de forma geral, as estudantes apresentam indícios de compreensão sobre a aleatoriedade que podem servir de base para o desenvolvimento de aprendizagens.

### **5.3.2 Levantamento dos espaços amostrais**

Para a análise das justificativas das estudantes sobre o levantamento dos espaços amostrais, baseamo-nos nas discussões de três histórias: *Jogo de Trilha*, *Par ou Ímpar* e *A festa de São João*. Discutindo as compreensões apresentadas nas justificativas das estudantes e nos registros escritos presentes nos blocos de resposta, sobre o levantamento de resultados individuais, compostos e agregados. Ainda serão analisadas as estratégias utilizadas pelas estudantes para mapear todos os eventos possíveis.

A história *Jogo de Trilha*, tem como foco o cálculo de probabilidades simples, porém, permite a exploração de noções sobre o levantamento de possibilidades individuais. Nessa situação, as personagens Jão e Guga estão jogando um jogo de trilha em que o peão amarelo (peça que representa Jão) está 5 casas a frente do peão vermelho (peça que representa Guga). Nesse sentido, se faz necessário refletir sobre as possibilidades de resultado que podem sair em um dado, na medida em que o número que sai no dado define a quantidade de casas que o peão irá andar na trilha, sendo considerado que o dado tem seis lados, ou seja, seis possibilidades de resultados individuais.

Na história *A Festa de São João*, as sete personagens participam de uma quadrilha na festa de São João da escola e decidem dançarem entre si. Nessa

situação, é necessário realizar o levantamento das possibilidades de pares, combinando, nesse contexto, um menino e uma menina, obtendo 12 possibilidades de pares. O levantamento do espaço amostral realizado nessa situação, compreende resultados individuais, sendo este, um levantamento simples das possibilidades, que se dá a partir da listagem de todas as possibilidades.

A história *Par ou ímpar*, como apontado anteriormente, tem como discussão principal o levantamento do espaço amostral. Nessa história, as personagens Jão e Guga escolhem jogar o par ou ímpar para decidir quem vai iniciar o jogo; porém, só podem utilizar uma mão cada um, assim, as possibilidades de resultados individuais vão de 0 a 5 (dedos), gerando um total de 6 possibilidades para cada jogador e um total de 36 possibilidades de resultados individuais equiprováveis (0,0; 0,1; 0,2; 0,3 etc.). Nessa situação, se faz necessário agregar os resultados individuais, obtendo resultados agregados, sendo esta, uma situação de natureza complexa. Dessa maneira, somando o total de dedos das duas mãos (uma mão de cada personagem), existem apenas 11 possíveis resultados de somas, que vão de 0 a 10, e eles não são equiprováveis.

#### 5.3.2.1 Levantamento de espaços amostrais com resultados individuais, compostos e agregados

Para o levantamento dos espaços amostrais, se faz necessário conhecer todos os eventos possíveis. Em espaços amostrais com resultados individuais os resultados são simples e diretos, e são resultado da listagem de todas as possibilidades de eventos. Esse tipo de levantamento está presente na história *Jogo de Trilha*, na medida em que se faz necessário levantar apenas os resultados elementares.

Porém, em muitos problemas de probabilidade para listar as possibilidades é necessário combinar os resultados elementares, formando resultados compostos. Esse tipo de levantamento está presente em ambas as histórias - *A festa de São João* e *Par ou ímpar* -; estando presente na história *Par ou ímpar* o levantamento de resultados compostos e agregados.

Acerca dos resultados agregados, não é suficiente apenas listar todas as possibilidades no espaço amostral, sejam individuais ou compostos, se faz necessário agrega-los e classificá-los, esta etapa é chamada de *agregação* e compreende o agrupamento das possibilidades por um tipo de característica específica.

### 5.3.2.1.1 Resultados individuais em um espaço amostral

Apesar da história *Jogo de Trilha* ter como foco a discussão sobre cálculo de probabilidades simples, a história ainda possibilita a discussão acerca dos resultados individuais, assim acreditamos ser relevante refletir sobre as respostas das estudantes e as estratégias para chegar à compreensão.

Para essa situação-problema foi proposto o seguinte questionamento: “Quais são todas as possibilidades de sair um número no dado?”. Nessa situação, é preciso listar os resultados elementares de forma simples e direta; dessa maneira, as possibilidades que compõem o espaço amostral são 1, 2, 3, 4, 5 e 6.

A análise das entrevistas, demonstram que cinco estudantes inicialmente consideraram a quantidades de lados do dado ou os números presentes no dado de forma incorreta. Porém, ao serem questionadas as estudantes repensam as respostas, utilizando como estratégia a observação do dado apresentado ilustração e passam a considerar todas as possibilidades.

*Três ou quatro ou cinco. [...] Tem o seis. (Tiana)*

*Podem sair vários números. 1, 2, 3, 4, 5. [...] 6. 1, 2, 3, 4, 5, 6. (Magali)*

*São 5 né... [...] Tem um, dois, três, quatro, cinco, seis, então dá pra ele passar. (Coraline)*

*5, 6, 7, 8. [...] 1, 2, 3, 4, 5, 6. (Pippi)*

*O número 1, o número 2, o número 3, o número 4 e o número 5. [...] O número 6. (Emília)*

Apenas uma estudante percebeu, sem a intervenção da mediadora, todas as possibilidades que compunham o espaço amostral.

*1, 2, 3, 4, 5, 6. (Alice)*

Acerca dos espaços amostrais com resultados individuais, destacamos que as estudantes demonstraram mais facilidade em esgotar as possibilidades de eventos

presentes no espaço amostral do problema, pois nessas situações se faz necessário apenas listar as possibilidades elementares do espaço amostral.

Salientamos que a ilustração contribuiu para a compreensão da situação-problema e o esgotamento das possibilidades, na medida em que a partir dos lados do dado que podiam ser visualizados na ilustração imaginavam e refletiam sobre os demais lados que compunham o dado.

### 5.3.2.1.2 Resultados compostos em um espaço amostral

Para a situação-problema presente na história *A festa de São João* foi proposto o seguinte questionamento: “Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?”. Nessa situação, se faz necessário combinar os integrantes do clubinho, formando pares (menino e menina). Essa é uma situação combinatória que considera dois conjuntos, um conjunto de meninas e outro de meninos, em que são agrupados um de cada conjunto, sem importar a ordem, ou seja, mudar a posição dos elementos, nesse tipo de situação, não gera novas possibilidades. Dessa maneira, serão agrupados 4 meninas e 3 meninos, obtendo um total de 12 possibilidades. O quadro 14 apresenta as possibilidades que compõem o espaço amostral dessa situação.

Quadro 11 – Espaço amostral da situação-problema da história *A festa de São João*

	<b>Ju</b>	<b>Ema</b>	<b>Mila</b>	<b>Lulu</b>
<b>Jão</b>	Jão e Ju	Jão e Ema	Jão e Mila	Jão e Lulu
<b>Guga</b>	Guga e Ju	Guga e Ema	Guga e Mila	Guga e Lulu
<b>Edu</b>	Edu e Ju	Edu e Ema	Edu e Mila	Edu e Lulu

Fonte: A autora (2021).

A análise das entrevistas e das respostas nos blocos de respostas, demonstram que 5 estudantes inicialmente consideraram apenas as possibilidades limitadas ao número de elementos, ou seja, por ter 4 meninas e 3 meninos, agrupava-se 3 pares e restando uma menina, ou ainda, uma possibilidade de par para cada personagem. Porém, ao serem questionadas as estudantes repensam as estratégias e concluem que precisam encontrar todas as possibilidades de pares.

As estudantes Tiana e Magali, após a intervenção da mediadora, passam a perceber a existência de outras possibilidades que não tinham sido levantadas, mas

não demonstram ter percebido que todos os elementos precisam ser agrupados (todos os meninos com todas as meninas) até o esgotamento.

**Mediadora: Nas duplas que você fez tem algum que tem a mesma letra inicial nos nomes?**

**Tiana:** *Sim, só que um é de uma dupla e o outro de outra dupla. [...] Ema e Edu.*

**Mediadora: E Ema e Edu podiam dançar juntos?**

**Tiana:** *Sim.*

*Que cada um tem que mudar de damas. Então tem mais. (Magali)*

As estudantes Coraline, Emília e Pippi, após a intervenção da mediadora, passam a perceber a possibilidade de trocar os elementos e formar novos agrupamentos, e que há uma regularidade nesses agrupamentos, ou seja, que cada menina deve dançar com cada menino.

**Coraline:** *Podiam. Poderiam revezar, aí a menina que ficou de fora poderia entrar no lugar de outra.*

**Mediadora: Quais são todas as possibilidades? Por exemplo, Ju pode dançar com quem?**

**Coraline:** *Com os três.*

**Mediadora: Você pode ter outros pares?**

**Emília:** *Pode ser...*

**Pippi:** *Jão e Lulu, Edu e Mila, Ema e Guga, e sobrou Ju.*

**Mediadora: Você acha que Ju poderia dançar com com Jão?**

**Pippi:** *Dá. Mas só que ele já tá com um par.*

**Mediadora: Mas se eles trocassem depois?**

**Pippi:** *Dá.*

Apenas uma estudante percebeu, sem a intervenção da mediadora, que deveria agrupar todas as personagens femininas com todas as personagens masculinas.

**Alice:** *Tem quatro meninas e três meninos.*

(A estudante lista as 12 possibilidades de forma sistemática)

**Mediadora: Você acha que tem mais algum par?**

**Alice:** *Não.*

Ainda se faz necessário discutir as diferentes estratégias mobilizadas pelas estudantes para realizar o levantamento do espaço amostral; são elas: multiplicação, a listagem sistematizada e a listagem não sistematizada.

Sobre a estratégia da multiplicação, a estudante Coraline faz ligações mentais com o auxílio da ilustração do livro para a combinação dos pares, percebendo que cada menina realiza 3 danças, sendo 4 meninas, a estudante procede uma multiplicação  $3 \times 4 = 12$ .

**Mediadora: Ju pode dançar com quem?**

**Coraline:** *Ju com João, Ju com Guga e Ju com Edu.*

**Mediadora: Quantas possibilidades?**

**Coraline:** 3.

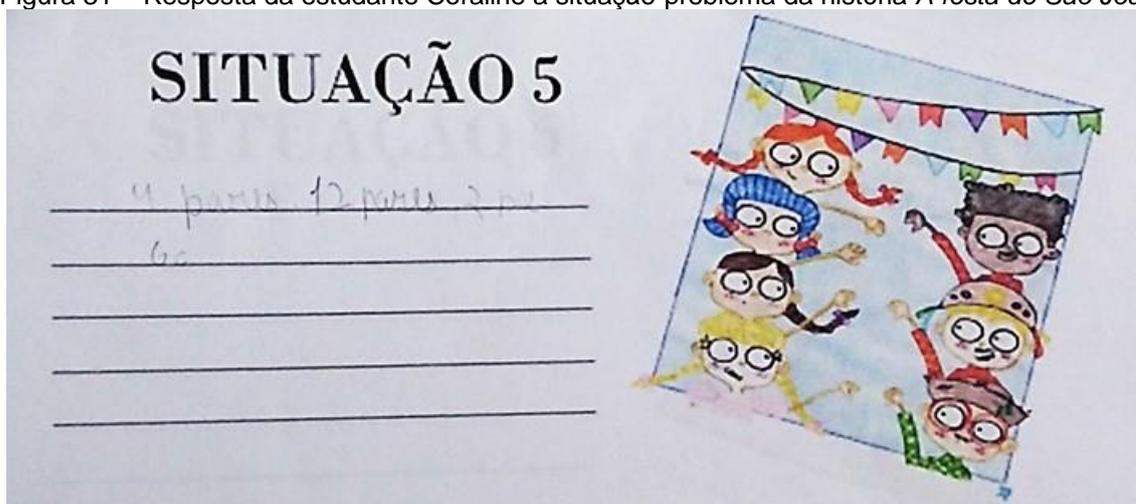
**Mediadora: E as outras meninas?**

**Coraline:** *Seria o mesmo se revezasse.*

**Mediadora: Seriam quantos pares no total?**

**Coraline:** *Seriam 12 pares.*

Figura 31 – Resposta da estudante Coraline a situação-problema da história *A festa de São João*

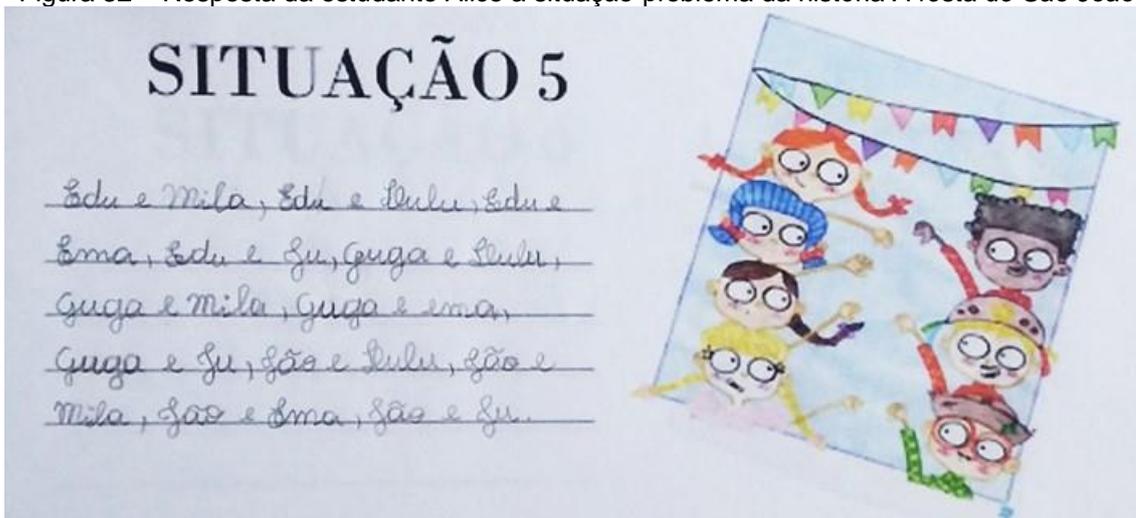


Resposta: 4 pares. 12 pares.

Fonte: A autora (2021).

Sobre a estratégia da listagem sistematizada, a estudante Alice lista ordenadamente todos os pares possíveis para cada personagem masculino, apresentando-os de forma organizada e esgotando todas as possibilidades.

Figura 32 – Resposta da estudante Alice a situação-problema da história *A festa de São João*

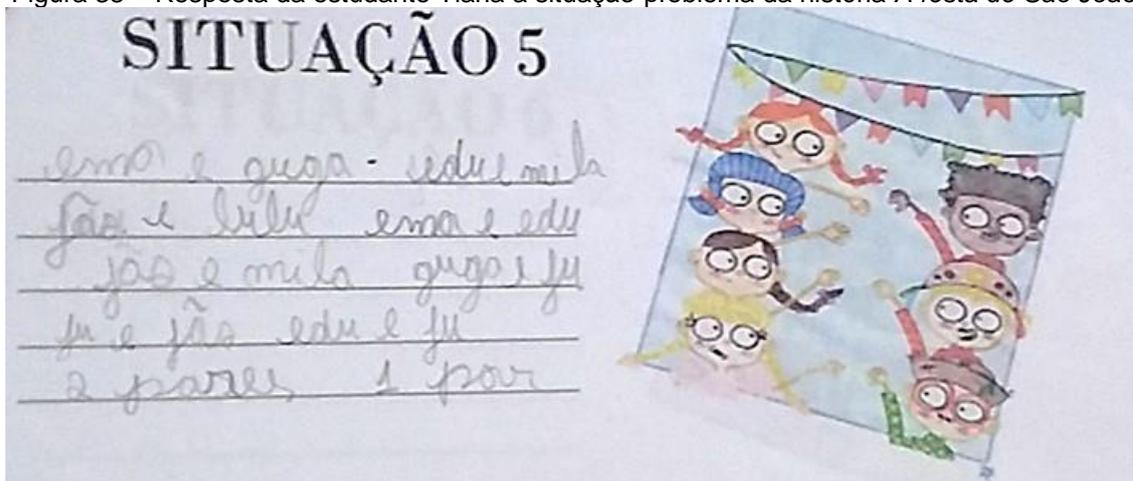


Resposta: *Edu e Mila, Edu e Lulu, Edu e Ema, Edu e Ju, Guga e Lulu, Guga e Mila, Guga e Ema, Guga e Ju, Jão e Lulu, Jão e Mila, Jão e Ema, Jão e Ju.*  
 Fonte: A autora (2021)

Sobre a estratégia de listagem não sistematizada, as estudantes Tiana, Magali, Emília e Pippi realizaram uma listagem que não sistematizou as possibilidades, ou seja, não organizou as possibilidades de forma a esgotar todas as possibilidades de pares para cada personagem; apesar de agrupar as personagens, em alguns casos, seguindo a ordem dos mesmos de acordo com a ilustração, não mantem a ordem proposta ou não esgota as possibilidades.

Nesse sentido, a estudante Tiana inicia sua listagem sem ordem aparente, e posteriormente, lista ordenadamente as possibilidades da personagem Ju.

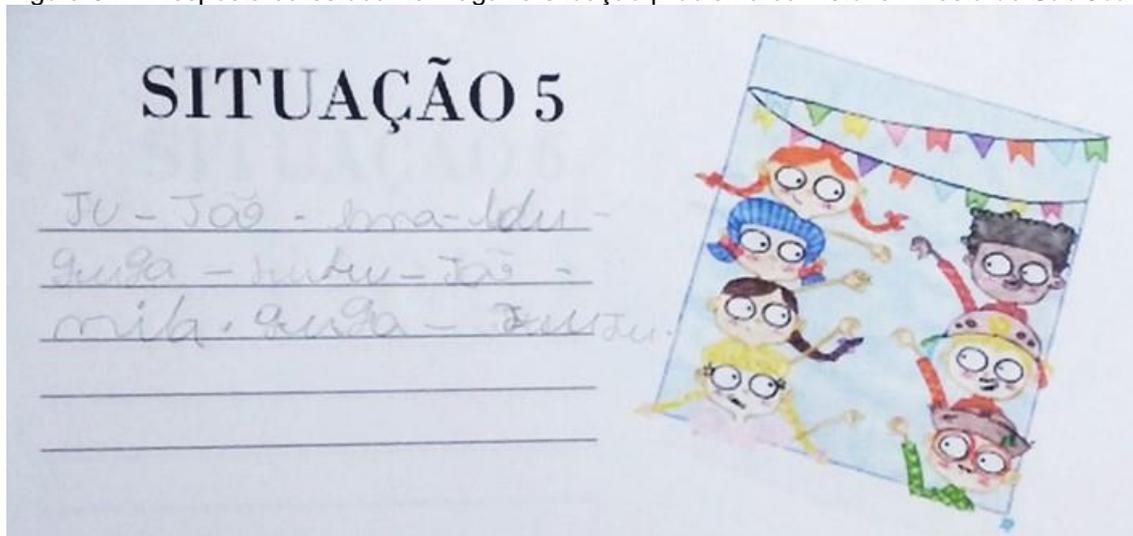
Figura 33 – Resposta da estudante Tiana a situação-problema da história *A festa de São João*



Resposta: *ema e guga – edu e mila – jão e lulu – ema e edu – jão e mila – guga e ju – ju e jão – edu e ju, 2 pares, 2 par.*  
 Fonte: A autora (2021).

Já a estudante Magali inicia a listagem agrupando os pares na ordem em que estão representadas as personagens masculinas na ilustração, depois passa a não apresentar nenhum tipo de ordem.

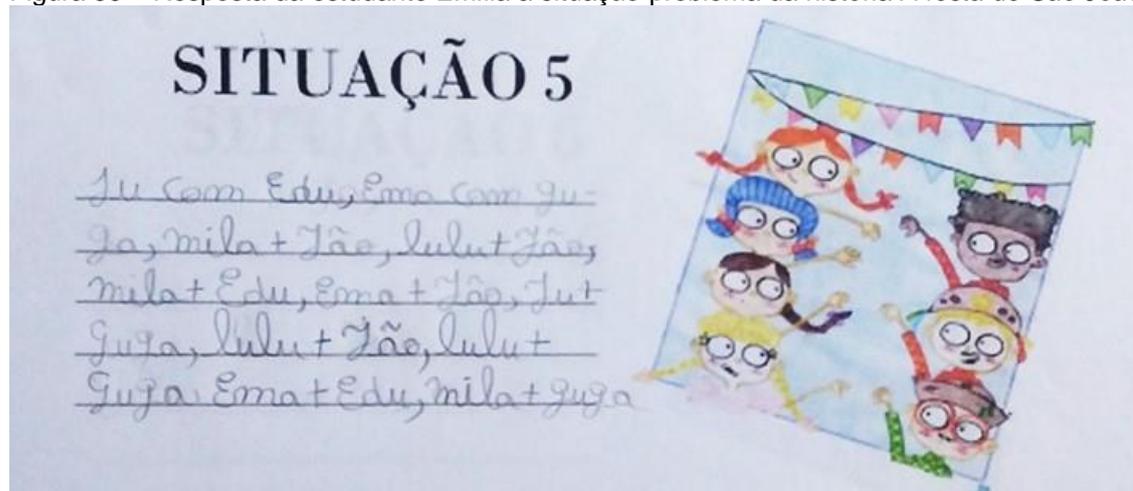
Figura 34 – Resposta da estudante Magali a situação-problema da história *A festa de São João*



Resposta: *Ju – João – Ema – Edu – Guga – Lulu – João – Mila – Guga – Lulu.*  
 Fonte: A autora (2021).

A estudante Emília inicia a listagem agrupando os pares na ordem em que estão representadas as personagens femininas na ilustração e depois não segue nenhuma ordem aparente.

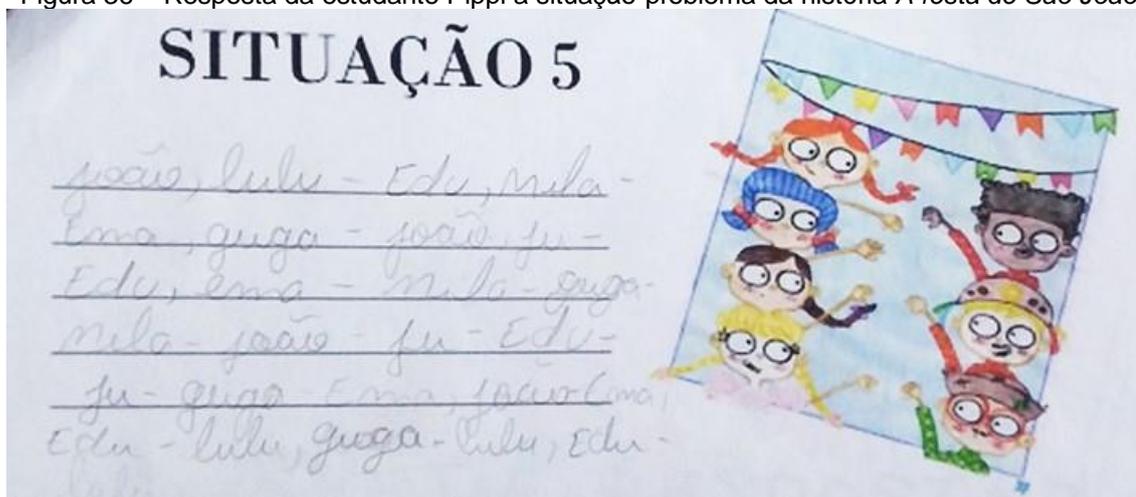
Figura 35 – Resposta da estudante Emília a situação-problema da história *A festa de São João*



Resposta: *Ju com Edu, Ema com Guga, Mila + João, Lulu + João, Mila + Edu, Ema + João, Ju + Guga, Lulu + João, Lulu + Guga, Ema + Edu, Mila + Guga.*  
 (A estudante lista 11 pares, sendo 1 repetido)  
 Fonte: A autora (2021).

A estudante Pippi apesar de agrupar os pares na ordem em que estão representadas as personagens masculinas na ilustração, não sistematiza a listagem, e acaba apresentando repetições de possibilidades

Figura 36 – Resposta da estudante Pippi a situação-problema da história *A festa de São João*



Resposta: João, Lulu – Edu, Mila – Ema, Guga – João, Ju – Edu, Ema – Mila, Guga – Mila, João – Ju – Edu – Ju – Guga – Ema, João – Ema, Edu – Lulu, Guga – Lulu, Edu – Lulu.

(A estudante lista 13 pares, repete 2 pares)

Fonte: A autora (2021).

Destacamos que todas as estudantes utilizaram a ilustração apresentada no livro para auxiliar no levantamento das possibilidades. Acreditamos que isso se deu pela possibilidade de visualizar todos os elementos (personagens) e pela facilidade de agrupar os elementos em pares, através da combinação dos mesmos na imagem.

Pesquisadores como Pessoa e Borba (2009) e Silva (2016) compreendem que as crianças apresentam dificuldades em listar exaustivamente as possibilidades, pois podem não perceber que a importância de elaborar uma listagem exaustiva, ou ainda, da sistematização nesse levantamento. Bryant e Nunes (2012) apontam que a necessidade de aplicação do raciocínio combinatório pode ser um obstáculo para a compreensão das crianças sobre probabilidade.

#### 5.3.2.1.3 Resultados agregados em um espaço amostral

Para a situação-problema presente na história *Par ou ímpar* foi proposto o seguinte questionamento: “Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?”. Nessa situação, se faz necessário levantar todos os resultados

compostos, e posteriormente, agregar esses resultados, somando-os, obtendo, assim, resultados agregados.

Essa também é uma situação combinatória, que considera dois conjuntos de elementos, uma mão de Guga e uma mão de Jão (ambos com 6 possibilidades), que serão combinados; porém, nessa situação, a ordem importa, ou seja, mudar a posição dos elementos gera novas possibilidades. Assim, teremos seis possibilidades elementares para cada personagem que vão de 0 à 5, considerando uma mão para cada, e resultados compostos, que compreendem a combinação dos elementos, ou seja, combinando os resultados das mãos dos personagens, encontram-se 36 possibilidades, sendo estes resultados equiprováveis. Entretanto, ainda se faz necessário classificar e agrupar os resultados compostos a partir da soma deles, gerando resultados que vão de 0 à 10, sendo estes, resultados não equiprováveis, pois o resultado 5 é seis vezes mais provável que o resultado 0 ou 10. O quadro 15 apresenta as possibilidades que compõem o espaço amostral dessa situação.

Quadro 12 – Espaço amostral da situação-problema da história *Par ou ímpar*

Jão \ Guga	0	1	2	3	4	5
0	$0 + 0 = 0$	$0 + 1 = 1$	$0 + 2 = 2$	$0 + 3 = 3$	$0 + 4 = 4$	$0 + 5 = 5$
1	$1 + 0 = 1$	$1 + 1 = 2$	$1 + 2 = 3$	$1 + 3 = 4$	$1 + 4 = 5$	$1 + 5 = 6$
2	$2 + 0 = 2$	$2 + 1 = 3$	$2 + 2 = 4$	$2 + 3 = 5$	$2 + 4 = 6$	$2 + 5 = 7$
3	$3 + 0 = 3$	$3 + 1 = 4$	$3 + 2 = 5$	$3 + 3 = 6$	$3 + 4 = 7$	$3 + 5 = 8$
4	$4 + 0 = 4$	$4 + 1 = 5$	$4 + 2 = 6$	$4 + 3 = 7$	$4 + 4 = 8$	$4 + 5 = 9$
5	$5 + 0 = 5$	$5 + 1 = 6$	$5 + 2 = 7$	$5 + 3 = 8$	$5 + 4 = 9$	$5 + 5 = 10$

Fonte: A autora (2021).

O esquema abaixo apresenta os resultados agregados, pelo processo de classificação e agrupamento dos resultados compostos:

Figura 37 – Resultados agregados do espaço amostral da situação-problema da história *A festa de São João*



Fonte: A autora (2021).

A análise das entrevistas e das respostas nos blocos de respostas, demonstram que as estudantes Emília, Alice e Tiana, após a intervenção da mediadora, passam a perceber a necessidade de refletir sobre as possibilidades de resultados em um jogo de par ou ímpar, considerando uma mão para cada jogador. Já as estudantes Magali, Pippi e Coraline não precisaram da intervenção da mediadora para compreender como se dá o levantamento desses resultados.

Acerca das estratégias utilizadas no levantamento das possibilidades, duas estudantes apresentaram apenas os resultados compostos, não apresentando os resultados agregados; uma estudante apresentou apenas os resultados agregados, ou seja, o resultado da soma dos resultados compostos; e, três estudantes apresentaram os resultados compostos e agregados, seja no bloco de respostas ou na fala durante as entrevistas.

As estudantes Magali e Alice realizaram o levantamento do espaço amostral apenas dos resultados compostos, elencando os pares de possibilidades, mas sem apresentar os resultados agregados de cada par (somadas). As estudantes não esgotam as possibilidades, porém a estudante Alice percebe que há outras possibilidades além das que elencou, enquanto a estudante Magali não percebe outras possibilidades.

**Alice:** Um colocou 3 e o outro 1.

**Mediadora:** Que outras possibilidades eles podem colocar?

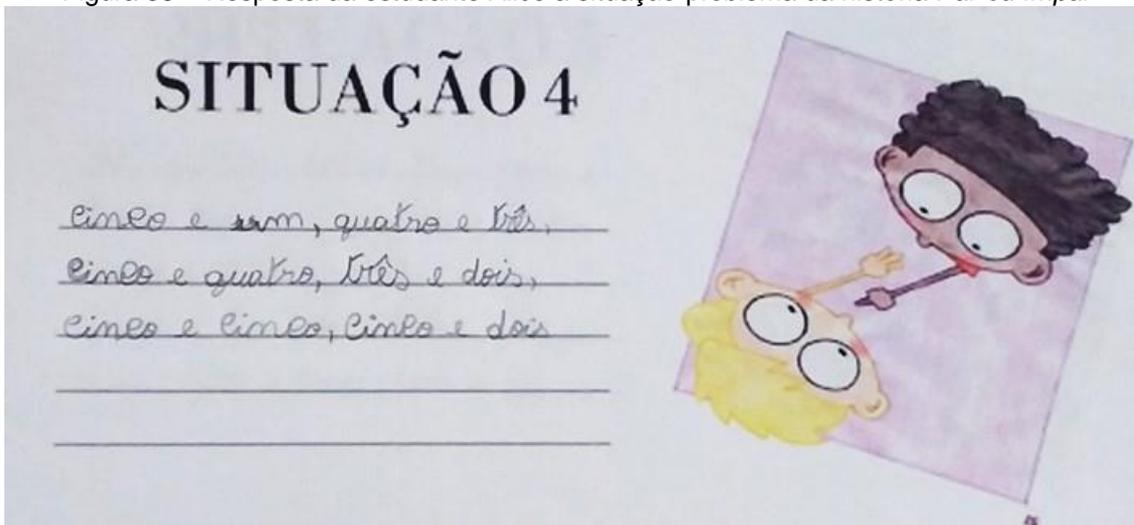
**Alice:** 5 e 2.

(A estudante lista 6 possibilidades)

**Mediadora:** Você acha que tem mais?

**Alice:** Sim.

Figura 38 – Resposta da estudante Alice a situação-problema da história *Par ou ímpar*



Resposta: cinco e um, quatro e três, cinco e quatro, três e dois, cinco e cinco, cinco e dois.

Fonte: A autora (2021).

**Magali:** *Ele pode colocar qualquer número, e esse aqui também. Mas esse aqui colocou 3 e o outro 1.*

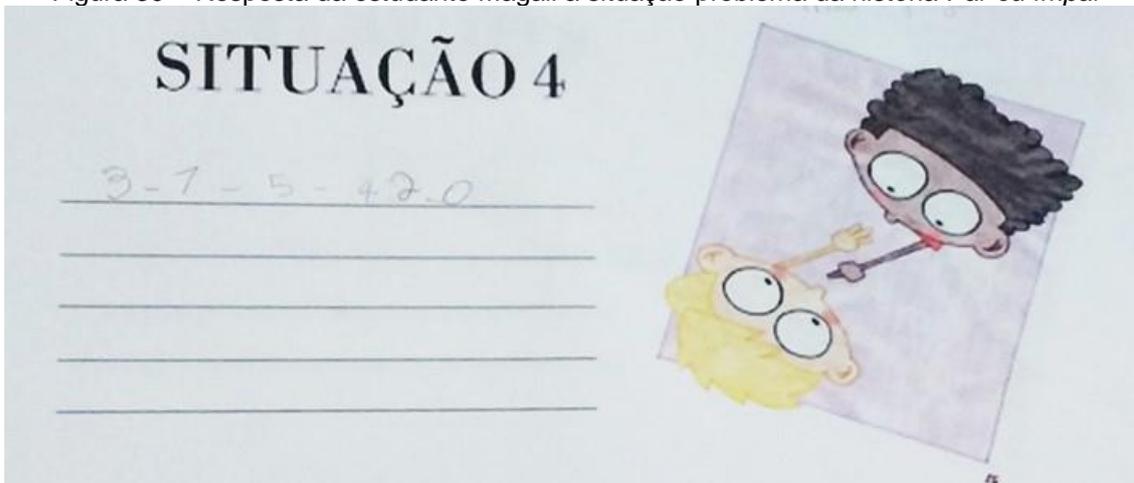
**Mediadora:** **Como você disse essa é uma possibilidade de resultado, você acha que tem outras?**

**Magali:** *Tem.*

(A estudante lista três possibilidades)

**Magali:** *Só.*

Figura 39 – Resposta da estudante Magali a situação-problema da história *Par ou ímpar*



Resposta: 3 – 1. 5 – 4. 2 – 0.

Fonte: A autora (2021).

A estudante Tiana realiza o levantamento do espaço amostral apenas dos resultados agregados, elencando as somas dos resultados compostos, mas sem apresentar os pares de possibilidades que originaram esses resultados. A estudante

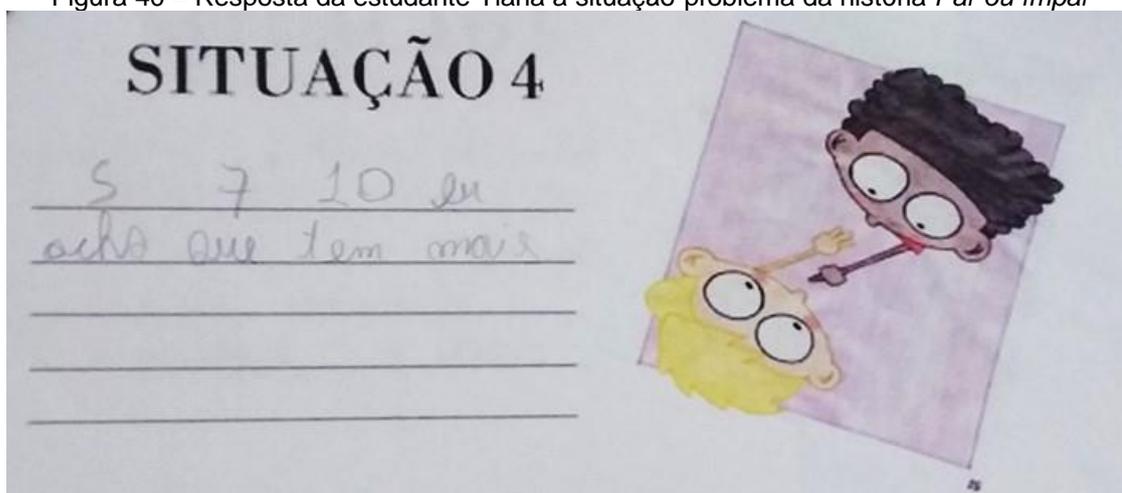
não esgota as possibilidades, mas percebe que há outras possibilidades além das que elencou.

**Tiana:** 4... (A estudante lista três possibilidades) *Eu só coloquei isso.*

**Mediadora:** **Você acha que tem outras possibilidades?**

**Tiana:** *Talvez.*

Figura 40 – Resposta da estudante Tiana a situação-problema da história *Par ou Ímpar*



Resposta: 5 7 10 eu acho que tem mais.

Fonte: A autora (2021).

As estudantes Emília, Pippi e Coraline realizaram o levantamento do espaço amostral dos resultados compostos e agregados, elencando os pares de possibilidades, seja no papel ou na fala, e apresentando os resultados agregados de cada par (somas). As estudantes não esgotam as possibilidades, mas percebem que há outras possibilidades além das que elencou, apenas a estudante Pippi não percebe outras possibilidades.

**Emilia:** *Acho que se ele quiser colocar 5... Vamos supor que ele é ímpar (Jão) e ele é par (Guga), se ele colocar 5 (Guga) e ele colocar 1 (Jão), como ele tá fazendo, esse daqui... (a estudante conta 1 é ímpar, dois é par, ... até seis) esse aqui não ganha (Guga) nem esse aqui... espera aí... esse aqui ganhou (Jão)*

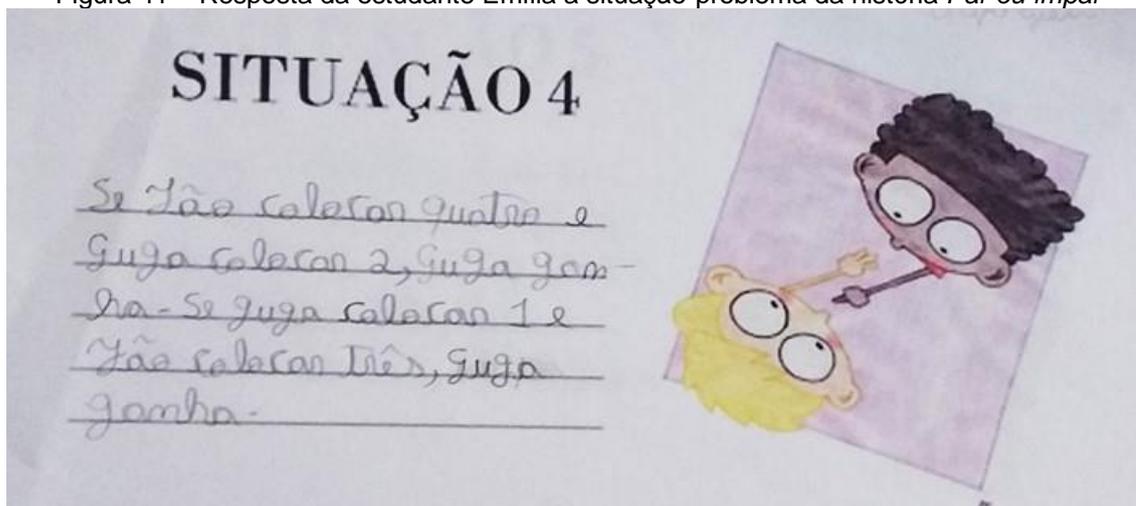
**Mediadora:** **Você pode dizer outras possibilidades?**

**Emilia:** *Se esse aqui colocar 3 (Jão) e esse 2 (Guga), então... (a estudante conta 1 é ímpar, dois é par, ... até cinco) esse aqui ganhou (Jão). Tem várias. Se esse aqui colocar 1 (Jão) e esse 3 (Guga), ah (aponta na imagem a mesma possibilidade), mas pode ser ao contrário. Da empate, porque 3 é ímpar e 1 é ímpar também. Nós contamos 3 mais 1, 4. Então Guga ganha.*

**Mediadora:** **Você acha que tem outras possibilidades?**

**Emilia:** *Tem várias, que são muitas, muitas mesmo, só que não vai dar pra escrever tudo.*

Figura 41 – Resposta da estudante Emília a situação-problema da história *Par ou ímpar*



Resposta: Se João colocar quatro e Guga colocar 2, Guga ganha. Se Guga colocar 1 e João colocar três, Guga ganha.

Fonte: A autora (2021).

**Pippi:** 1 e 4 (escreve 5). Eles poderiam colocar... 2+5 (escreve 7), 5+4 (escreve 8), 5+5 (escreve 10)

**Mediadora:** Você acha que ele tem outras possibilidades?

**Pippi:** 16.

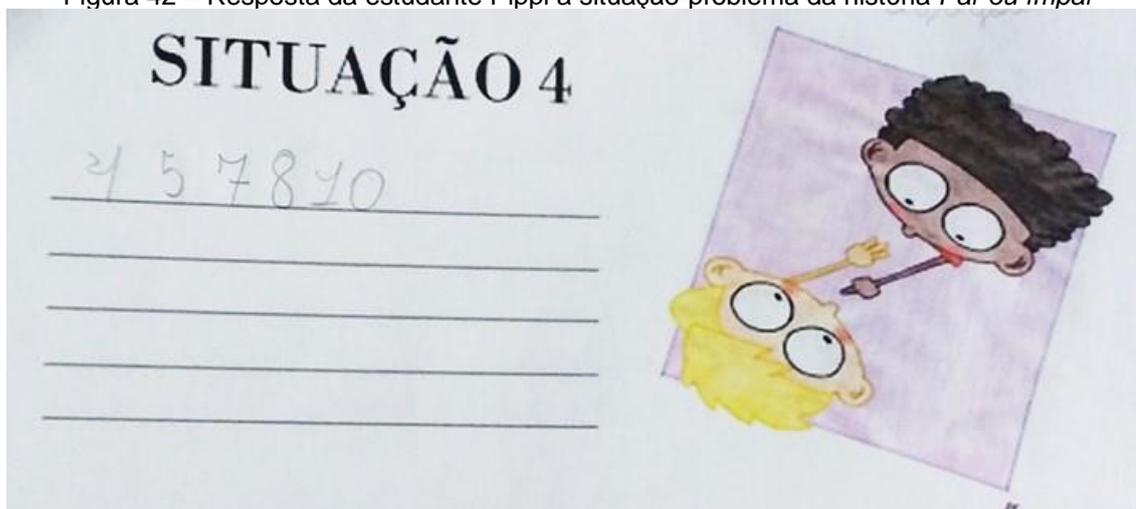
**Mediadora:** Como eles teriam 16?

**Pippi:** Cada um colocando 8.

**Mediadora:** Mas eles só podem usar uma mão?

**Pippi:** Ah... 6 + 6 não pode. Eu acho que é só.

Figura 42 – Resposta da estudante Pippi a situação-problema da história *Par ou ímpar*



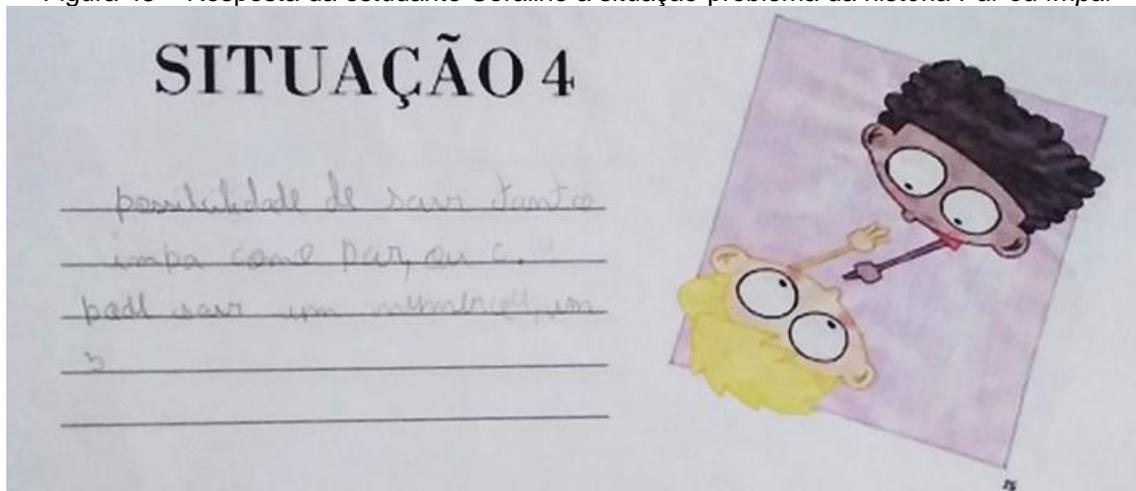
Resposta: 4 5 7 8 10

Fonte: A autora (2021).

**Coraline:** Se uma mão tem cinco dedos a possibilidade pode ser qualquer número sair, ele botar um dois e ele botar o um e sair um três. Pode sair um 4, um pode colocar 3 e o outro 1 e sair um quatro, pode sair um três também. Pode sair tanto ímpar quanto par.

**Mediadora: Usando uma mão só cada um, temos possibilidades até que número?**  
**Coraline: 10.**

Figura 43 – Resposta da estudante Coraline a situação-problema da história *Par ou ímpar*



Resposta: *possibilidade de sair tanto ímpar como par, ou 0. Pode sair um número 4, um 3.*  
 Fonte: A autora (2021).

Bryant e Nunes (2012) apontam que o levantamento exaustivo de todas as possibilidades que compõem um espaço amostral envolve duas exigências intelectuais fundamentais, que são: eliminar qualquer elemento impossível e listar todos os eventos possíveis.

Acerca da eliminação de eventos impossíveis, foi possível perceber na fala de duas estudantes reflexões sobre a necessidade de eliminar esse tipo de evento.

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

**Emília:** *É bem pouca né, a possibilidade, porque só vai usar uma mão, se fizer as duas mãos, eu acho que... por exemplo se ele escolhesse oito, uma mão só não dá teria que ser as duas.*

**Mediadora: Você acha que ele tem outras possibilidades?**

**Pippi:** *16.*

**Mediadora: Como eles teriam 16?**

**Pippi:** *Cada um colocando 8.*

**Mediadora: Mas eles só podem usar uma mão?**

**Pippi:** *Ah... 6 + 6 não pode. Eu acho que é só.*

Sobre a listagem de todos os eventos possíveis, nessa situação se faz necessário considerar que a ordem gera novas possibilidades para chegar ao esgotamento das possibilidades. Nesse sentido, foi possível perceber essa reflexão na justificativa de apenas uma estudante.

**Mediadora: Você pode dizer outras possibilidades?**

**Emília:** *Se esse aqui colocar 3 (Jão) e esse 2 (Guga), então... (a estudante conta 1 é ímpar, dois é par, ... até cinco) esse aqui ganhou (Jão). Tem várias. Se esse aqui colocar 1(Jão) e esse 3 (Guga), ah (aponta na imagem a mesma possibilidade), mas pode ser ao contrário. [...]*

O estudo de Silva (2016) também apontou que as crianças apresentam dificuldades em realizar o levantamento de espaços amostrais em que a ordem gera novas possibilidades, não percebendo que apesar de totalizarem resultados iguais, as possibilidades eram distintas.

Destacamos que nessa situação, as estudantes pouco utilizaram a ilustração apresentada no livro para auxiliar no levantamento das possibilidades. Acreditamos que isso se deu pelo fato de a ilustração não permitir visualizar todos os elementos para agrupa-los; diferente da situação anterior. Este fator também foi percebido no estudo de Silva (2016), salientando que “o que, possivelmente, as impede de elencar todas as possibilidades é a falta de percepção sobre todos os elementos que compõem o evento de um espaço amostral” (p. 84). Para corrigir essa fragilidade da ilustração, sugerimos apresentar mais duas ou três possibilidades de resultados compostos (por exemplo,  $2+5$ ,  $4+1$ ,  $3+0$ ) ou ilustrar os elementos a serem agrupados para cada personagem (exemplificando, 0, 1, 2, 3, 4 e 5).

De forma geral, apontamos que nenhuma estudante chega ao esgotamento das possibilidades que compõem esse espaço amostral e isso se deve a diversos fatores como a não sistematização das possibilidades, a desconsideração de que a ordem gera novas possibilidades ou mesmo a natureza do espaço amostral que exige dois níveis de reflexão – que considere o levantamento dos resultados a partir dos quais serão formadas as categorias e das próprias categorias formadas pela agregação desses resultados.

A seguir serão analisados os tipos de resposta apresentados no levantamento dos espaços amostrais que envolvem resultados compostos, refletindo sobre as compreensões combinatórias presentes na resolução dessas situações.

### 5.3.2.2 Análise dos tipos de resposta

Acerca do levantamento dos espaços amostrais que envolvem situações combinatórias, este estudo irá proceder uma análise dos tipos de respostas apresentados na resolução dessas situações-problema; considerando a classificação desenvolvida por Gadelha (2020) que tem como base as “[...] relações de escolha e ordenação das situações combinatórias, bem como na propriedade em comum a todas as situações, ou seja, o esgotamento das possibilidades” (p. 8). O quadro 11 apresenta a classificação e a caracterização dos tipos de resposta desenvolvidos por Gadelha (2020).

Quadro 13 – Classificação das respostas desenvolvida por Gadelha (2020)

Classificação	Tipo de resposta
Incorreta	Escolha incorreta; ordenação incorreta; sem esgotamento das possibilidades.
Acerto parcial I	Escolha adequada, mas limita-se a uma possibilidade.
Acerto parcial II	Escolha adequada, mas apresenta número de possibilidades limitado ao número de elementos.
Acerto parcial III	Escolha adequada, ordenação incorreta.
Acerto parcial IV	Escolha correta ou adequada e ordenação correta, esgotamento das possibilidades incorreto.
Acerto total	Escolha correta, ordenação correta e esgotamento das possibilidades.

Fonte: Adaptado de Gadelha (2020, p. 83).

A presente classificação compreende três invariantes: *escolha e ordenação dos elementos e esgotamento das possibilidades*; considerando que estes podem estar incorretos, adequados e corretos.

Sobre a *escolha dos elementos*, Gadelha (2020) considera como escolha incorreta os casos que não apresentam relações com a Combinatória, ou seja, com o pensamento combinatório – que permeia a compreensão do levantamento do espaço amostral. A *escolha adequada* compreende os casos em que foram agrupadas algumas possibilidades, conforme solicitado no enunciado, e não agrupado um ou mais elementos, bem como os casos em que são feitas escolhas além das necessárias, estando correto o número de elementos em cada agrupamento, mas extrapola o total de possibilidades; assim, nesses casos, a escolha está adequada, mas não correta. A *escolha correta* compreende o agrupamento dos elementos, segundo solicitado no enunciado, e consideram todas as escolhas possíveis.

Acerca da *ordenação dos elementos*, Gadelha (2020) entende a *ordenação incorreta*, como a repetição de respostas, “Seja por repetir a mesma sequência dos

elementos ou por não perceber que a variação na colocação dos elementos não leva a possibilidades distintas” (p. 85), este erro é mais presente quando as respostas não são sistematizadas (organizadas em ordem), pois dificulta a visualização de todas as possibilidades. A *ordenação correta* compreende a combinação dos elementos sem repeti-los.

Acerca do *esgotamento das possibilidades*, Gadelha (2020) considera o *esgotamento de possibilidades* como *incorreto*, quando são apresentados um número inferior de possibilidades, não havendo o esgotamento, ou ainda, quando considera que o número de possibilidades é o mesmo que a quantidade de elementos agrupados, pois não “distingue o número de possibilidades da quantidade de elementos envolvidos”. O *esgotamento das possibilidades* se dá quando são elencadas todas as possibilidades e se compreende que os elementos quando combinados representam uma possibilidade. O esgotamento das possibilidades é facilmente atingido quando ocorre uma sistematização das possibilidades.

Os quadros 14 e 15 apresentam a classificação das respostas dos estudantes nas histórias *A festa de São João* e *Par ou Ímpar*, a partir dos tipos de respostas elencados por Gadelha (2020).

Quadro 14 - Classificação das respostas das estudantes na história *A festa de São João*

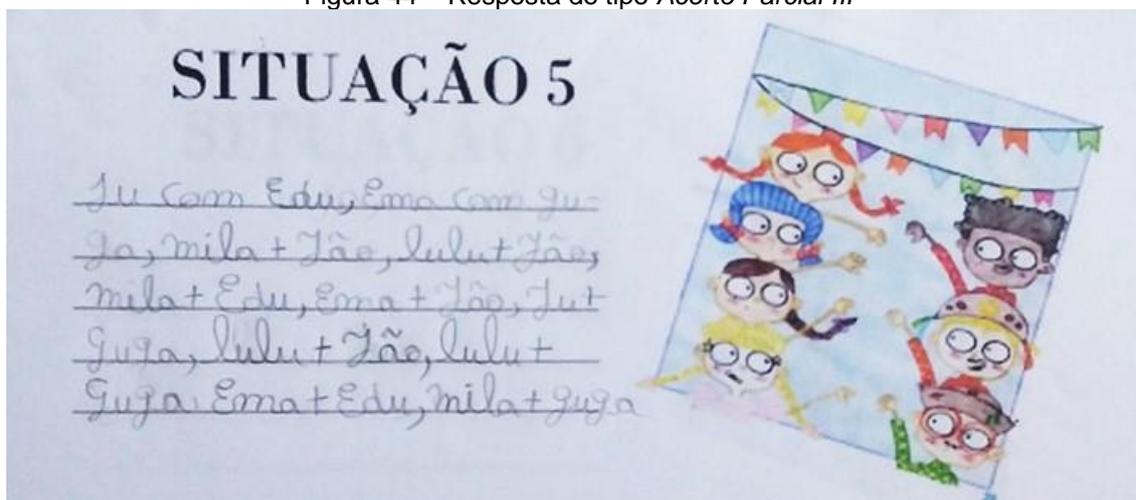
<b>Estudante/ Tipo de Resposta</b>	<b>Incorreta</b>	<b>Acerto Parcial I</b>	<b>Acerto Parcial II</b>	<b>Acerto Parcial III</b>	<b>Acerto Parcial IV</b>	<b>Acerto Total</b>
<b>Alice</b>						X
<b>Emília</b>				X		
<b>Tiana</b>					X	
<b>Magali</b>				X		
<b>Pippi</b>				X		
<b>Coraline</b>						X

Fonte: A autora (2021).

A análise das respostas dos estudantes apresentadas no quadro 14, demonstra que na situação-problema presente na história *A festa de São João*, os estudantes apresentaram acertos do tipo *Acerto Parcial III* (3), *Acerto Parcial IV* (1) e *Acerto Total* (2).

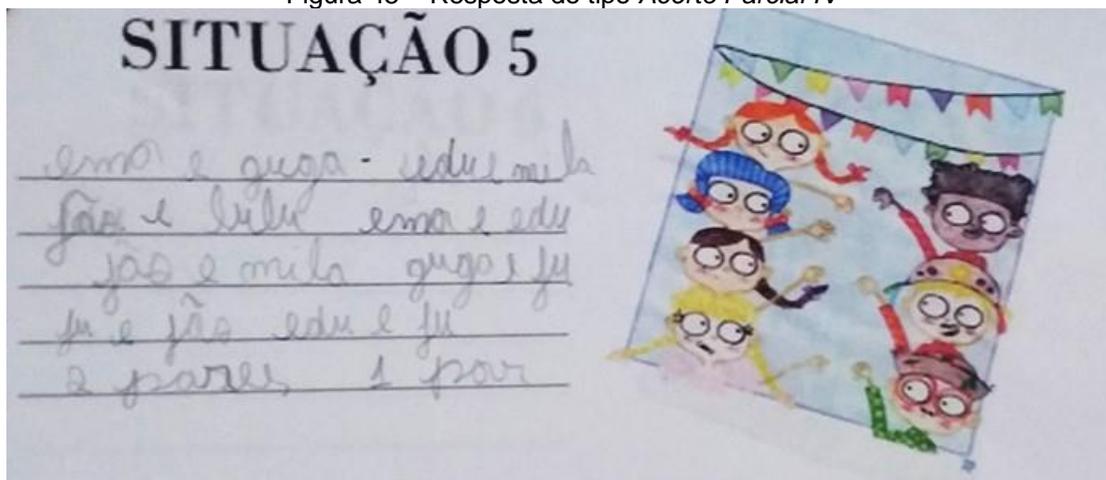
Sobre o *Acerto Parcial III*, três estudantes realizaram o levantamento das possibilidades apresentando escolhas adequadas, ou seja, agrupando os elementos conforme solicitado; porém, a ordenação está incorreta, na medida em que repete algumas possibilidades; além de não esgotar todas possibilidades. A figura 28 apresenta um exemplo de resposta do tipo *Acerto Parcial III*, respondido pela estudante Emília.

Figura 44 – Resposta do tipo *Acerto Parcial III*



Resposta: Ju com Edu, Ema com Guga, Mila + João, Lulu + João, Mila + Edu, Ema + João, Ju + Guga, Lulu + João, Lulu + Guga, Ema + Edu, Mila + Guga.  
Fonte: A autora (2021).

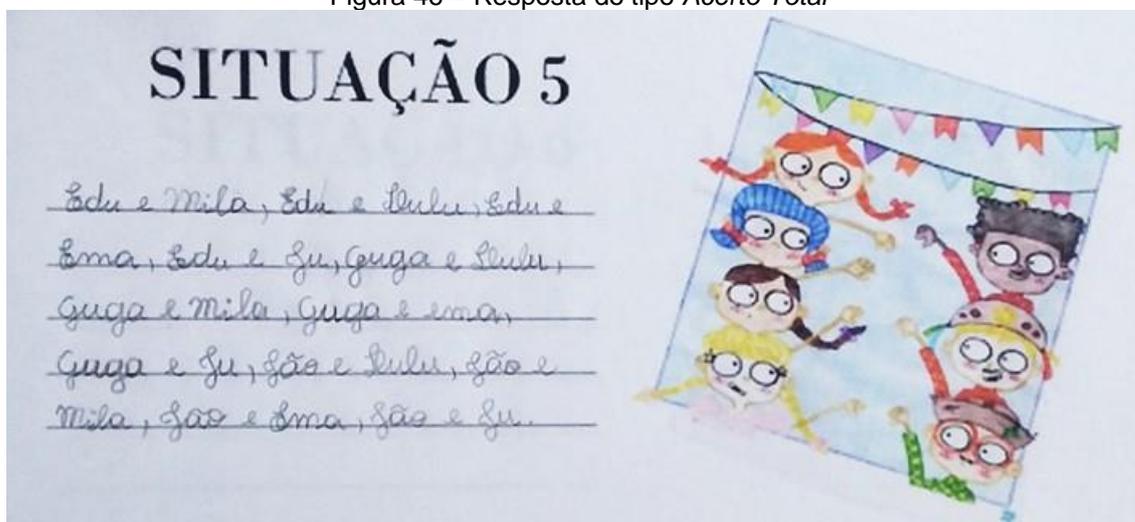
Acerca do *Acerto Parcial IV*, um estudante apresentou escolhas adequadas e ordenação correta, na medida em que agrupou os elementos como solicitado, e não apresentou possibilidades repetidas, porém não esgota as possibilidades. A figura 45 traz um exemplo de resposta do tipo *Acerto Parcial IV*, percebido na resposta da estudante Tiana.

Figura 45 – Resposta do tipo *Acerto Parcial IV*

Resposta: *ema e guga – edu e mila – jão e lulu – ema e edu – jão e mila – guga e ju – ju e jão – edu e ju, 2 pares, 2 par.*

Fonte: A autora (2021).

Outros dois estudantes apresentaram *Acerto Total*, pois realizaram a escolha e ordenação de forma correta, chegando ao esgotamento das possibilidades, por sistematizarem o levantamento das possibilidades. A figura 46 traz o tipo de resposta do tipo *Acerto Total*, presente na resposta da estudante Alice.

Figura 46 – Resposta do tipo *Acerto Total*

Resposta: *Edu e Mila, Edu e Lulu, Edu e Ema, Edu e Ju, Guga e Lulu, Guga e Mila, Guga e Ema, Guga e Ju, Jão e Lulu, Jão e Mila, Jão e Ema, Jão e Ju.*

Fonte: A autora (2021)

Nesse sentido, apontamos que as estudantes apresentam compreensões sobre o levantamento de possibilidades, na medida em que todos realizaram *escolhas adequadas* ou *corretas*, agrupando os elementos de forma a levantar possibilidades variadas, conforme solicitado na situação. Sobre a *ordenação dos elementos* alguns

estudantes apresentam ordenação correta e outros, incorreta, pois não percebem a repetição, ou não compreendem que mudar a ordem não gera novas possibilidades. Dessa maneira, a maioria dos sujeitos não consegue esgotar as possibilidades, enquanto os estudantes que sistematizam suas possibilidades, encontram todas as possibilidades.

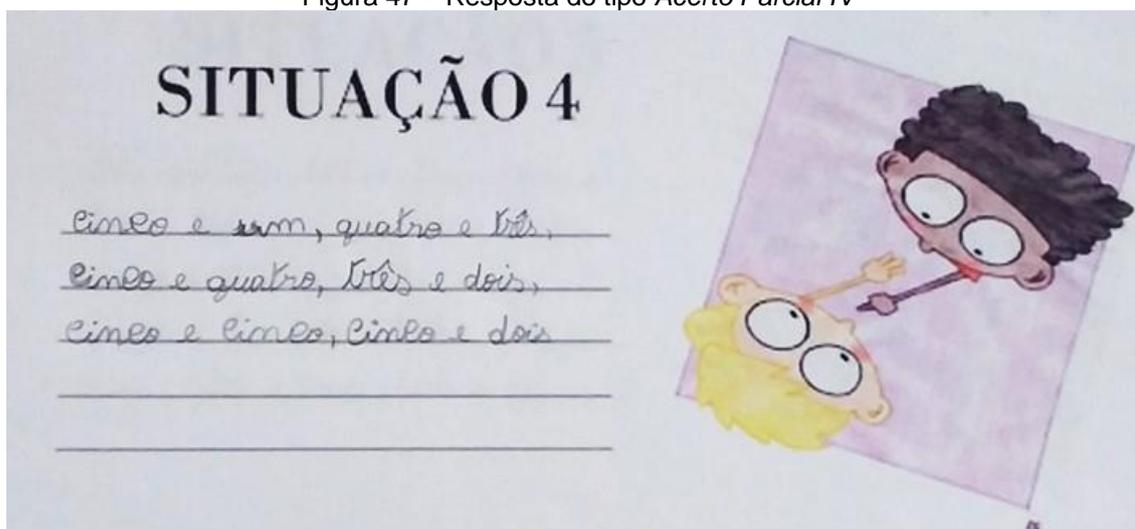
Acerca das respostas das estudantes na história *Par ou ímpar*, o quadro 15 mostra que todos os estudantes apresentaram respostas do tipo *Acerto Parcial IV*.

Quadro 15 – Classificação das respostas das estudantes na história *Par ou ímpar*

<b>Estudante/ Tipo de Resposta</b>	<b>Incorreta</b>	<b>Acerto Parcial I</b>	<b>Acerto Parcial II</b>	<b>Acerto Parcial III</b>	<b>Acerto Parcial IV</b>	<b>Acerto Total</b>
<b>Alice</b>					X	
<b>Emília</b>					X	
<b>Tiana</b>					X	
<b>Magali</b>					X	
<b>Pippi</b>					X	
<b>Coraline</b>					X	

Fonte: A autora (2021).

O *Acerto Parcial IV* considera que o estudante apresentou escolhas adequadas e ordenação correta, ou seja, realizou o agrupamento dos elementos como solicitado, além de não repetir as possibilidades, porém não chega ao esgotamento. Acreditamos que o fato de ser um levantamento de espaço amostral por agrupamento, possa ter dificultado o esgotamento das possibilidades; pois, combinados, esse espaço amostral possui 36 possibilidades, e agrupadas, são 11 possibilidades. A figura 31 apresenta um exemplo de resposta do tipo *Acerto Parcial IV* para a história *Par ou ímpar*, respondido pela estudante Alice.

Figura 47 – Resposta do tipo *Acerto Parcial IV*

Fonte: A autora (2021).

A seção a seguir discute as compreensões das estudantes na demanda cognitiva de comparação/quantificação de probabilidades, considerando variados focos probabilísticos.

### 5.3.3 Comparação/Quantificação de probabilidades

Para a análise das justificativas das estudantes sobre a compreensão de *comparação/quantificação de probabilidades*, baseamo-nos nas discussões de três histórias: *Jogo de Trilha*, *A Caixa de Bijuterias* e *O Bingo*. Evocando nessas discussões as compreensões de cálculo de probabilidades e comparação de probabilidades em situação de igualdade de casos favoráveis e desigualdade de casos possíveis, e de desigualdade numérica sem proporcionalidade (CARRAHER, 1983).

Na história *Jogo de Trilha*, Guga e Jão estão jogando um jogo de trilha em que o peão (peça que representa os jogadores) de Jão está 5 casas à frente do peão de Guga, este por sua vez, deseja ultrapassar o peão do colega na trilha. Nessa situação, é preciso observar se é possível que o peão de Guga ultrapasse o peão de Jão, e qual a probabilidade de isso acontecer. Considerando que os peões andam na trilha a quantidade de casas determinadas pelo dado, é necessário considerar as possibilidades de resultados em um dado - sendo 6 possibilidades (números de 1 à 6), e qual o número que Guga precisa tirar para ultrapassar o peão de Jão - sendo necessário sair o número 6 no dado para que isso aconteça. Dessa maneira, a chance

de sair o número que Guga precisa para ultrapassar o oponente em apenas uma rodada, é de  $1/6$  (parte-todo) ou  $1:5$  (parte-parte).

Na história *A Caixa de Bijuterias*, Ema deseja usar uma pulseira rosa, mas ela possui duas caixas de bijuterias e não sabe em qual caixa de bijuterias tem mais chance de tirar uma pulseira dessa cor. As duas caixas de bijuterias possuem pulseiras de cores variadas e quantidades diferentes, sendo necessário comparar as chances de sucesso, em espaços amostrais diferentes. Em ambas as caixas de bijuterias há a mesma quantidade de pulseiras rosa, porém, e quantidades diferentes de pulseiras de outras cores (amarelas e azuis). Nesse caso, os espaços amostrais devem ser comparados, calculando-se a proporção de pulseiras rosas nas caixas 1 e 2. A chance de sortear uma pulseira rosa na caixa 1 é de  $2/8$  (parte-todo) ou  $2:6$  (parte-parte), e na caixa 2 é de  $2/10$  (parte-todo) ou  $2:8$  (parte-parte). Dessa maneira, a caixa que apresenta quantidade menor de pulseiras de outras cores possibilitará mais chances de sortear pulseiras rosas, o que torna a caixa 1 a resposta correta.

Na história *O Bingo*, as personagens Edu e Ema estão participando de um bingo, e ganha quem completar primeiro uma linha da cartela na horizontal. O bingo possui 60 números (de 1 à 60) e já foram sorteados 14 números, restando 46 números a serem sorteados. Nessa situação, se faz necessário observar as cartelas de Edu e Ema e conhecer quantos números faltam para cada um completar uma linha na horizontal e comparar as chances de ambos de vencer. Observando a cartela de Edu, falta apenas um número para ele completar a linha; enquanto para Ema faltam dois números. Dessa maneira, Edu só precisa de um número ou uma rodada para vencer, tendo como probabilidade  $1/46$  (parte-todo) ou  $1:45$  (parte-parte); e Ema precisa de dois números ou duas rodadas - na primeira rodada, a probabilidade seria  $1/46$  ou  $1:45$ , e na segunda rodada,  $1/45$  ou  $1:44$  (pois tem um número a menos no globo) -, assim, a probabilidade de Ema vencer é de  $2/91$  (parte-todo) ou  $2:89$  (parte-parte).

#### 5.3.3.1 Cálculo de probabilidades

A probabilidade é sempre uma proporção, sendo geralmente representada em forma de fração, porcentagem ou razão. Para discutir o cálculo de probabilidades, foram propostos questionamentos que solicitavam que as estudantes calculassem a probabilidade dos eventos observados, a partir das situações-problema presente nas histórias *A caixa de bijuterias*, *O Bingo* e *Jogo de trilha*.

Nessas situações, ao realizar o questionamento sobre probabilidade, as estudantes não souberam responder, demonstrando dificuldade com a palavra probabilidade. Frente a essa dificuldade, algumas questionaram o significado da palavra e outros deram suas compreensões para o termo. Como podemos observar nas respostas de Coraline e Pippi:

*Probabilidade é... tipo aqui são 7 e só tem 4 com a mesma letra, a probabilidade seria mais ou menos, não seria muita não. (Coraline)*

*Que é mais provável. (Pippi)*

Nesse sentido, a mediadora intervém e aponta que a probabilidade é um número que representa a chance de um evento ocorrer. Apesar da intervenção da mediadora, as estudantes demonstraram confundir as compreensões de probabilidade, possibilidade e chance, o que influenciou a compreensão sobre o cálculo da probabilidades.

As estudantes apresentam compreensão variadas em suas respostas sobre as situações que envolvem o cálculo de probabilidades, apresentando em suas justificativas compreensões que consideram: (1) a análise intuitiva da chance, em que os estudantes indicam a chance de ocorrência de um evento, mensurando a probabilidade de forma intuitiva a partir de relações mais/menos; 2) o levantamento das possibilidades favoráveis, que compreende os eventos que se deseja observar, sem refletir sobre o total de possibilidades; e (3) o cálculo da probabilidade (parte-todo) em que indicam a probabilidade a partir do raciocínio proporcional e compreensão da relação parte-todo.

A seguir serão apresentadas e discutidas as justificativas das estudantes sobre o cálculo de probabilidades nas situações-problema presentes nas histórias *A caixa de bijuterias*, *O Bingo* e *Jogo de trilha*.

A situação-problema apresentada na história *Jogo de Trilha*, considera o cálculo de probabilidades simples. Para calcular a probabilidade de um evento simples, ou seja, que apresenta apenas um espaço amostral, é necessário levantar as possibilidades que o compõe e calcular apenas uma proporção. Para a situação-problema presente na história *Jogo de trilha* foi proposto o seguinte questionamento: “Qual a probabilidade de sair no dado o número que Edu precisa para vencer?”. O

quadro 16 apresenta as compreensões apresentadas pelas estudantes em suas respostas nessa situação.

Quadro 16 – Compreensões presentes nas respostas das estudantes em situações que envolvem o cálculo de probabilidades na história *Jogo de Trilha*

Compreensões	Respostas dos estudantes
Análise intuitiva da chance	<p><b>Tiana:</b> <i>Eu acho que talvez saia, mas são pouquíssimas chances.</i></p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Por que você acha que são poucas as chances?</b></p> <p><b>Tiana:</b> <i>Porque tem muitos vídeos no meu celular que é de competições e tem que “coisar” o dado, aí eu vi os dados deles e sai pouquíssimos 6, só sai os números assim 3, 2, 4, e eu acho que são poucas por causa disso.</i></p>
	<p><b>Emília:</b> <i>É difícil, eu acho que é bem difícil. Porque ele tem que ter muita sorte mesmo, porque se ele jogar pode sair 4, 1, 2, entendeu. Se ele tiver sorte pode cair 6, e aí ele passa.</i></p>
Possibilidade (casos favoráveis)	<p><b>Alice:</b> <i>Pode ser difícil, mas também pode ser fácil.</i></p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Quantas vezes esse número aparece no dado?</b></p> <p><b>Alice:</b> 1.</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Qual a probabilidade dele?</b></p> <p><b>Alice:</b> 1.</p>
	<p><b>Magali:</b> <i>Possibilidade grande.</i></p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Você tem quantas possibilidades?</b></p> <p><b>Magali:</b> 6.</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>E quantos números 6 tem?</b></p> <p><b>Magali:</b> 1.</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Qual a probabilidade?</b></p> <p><b>Magali:</b> 1.</p>
	<p><b>Pippi:</b> 6.</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Então tem 6 chances de sair o número 6?</b></p> <p><b>Pippi:</b> <i>Não.</i> 1.</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Qual a probabilidade?</b></p> <p><b>Pippi:</b> 1.</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Por que?</b></p> <p><b>Pippi:</b> <i>Porque só tem uma chance de sair, se ele jogar e cair, por exemplo, cinco aí ele não vai conseguir passar.</i></p>
Cálculo da Probabilidade (parte-todo)	<p><b>Coraline:</b> 1. 6.</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>E qual a probabilidade de sair esse número?</b></p> <p><b>Coraline:</b> 6 de 6</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Qual a probabilidade de sair o número 6?</b></p> <p><b>Coraline:</b> 1 de 6</p> <p><b>Mediadora:</b> <b>Por que?</b></p> <p><b>Coraline:</b> <i>Porque não tem número repetido, se tivesse número repetido seria outra probabilidade.</i></p>

Fonte: A autora (2021).

Nas situações-problema presentes nas histórias *A caixa de bijuterias* e *O Bingo*, é necessário realizar o cálculo de duas probabilidades, pois apresenta dois espaços amostrais. Nesse sentido, se faz necessário considerar as possibilidades presentes ambos os espaços amostrais e calcular duas proporções.

Para a situação-problema presente na história *A caixa de bijuterias*, foi proposto o seguinte questionamento: “Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1ª caixa? E na segunda?”. O quadro 17 apresenta as compreensões apresentadas pelas estudantes em suas respostas nessa situação.

Quadro 17 – Compreensões presentes nas respostas das estudantes em situações que envolvem o cálculo de probabilidades na história *A caixa de bijuterias*

<b>Compreensões</b>	<b>Respostas dos estudantes</b>
<b>Análise intuitiva da chance</b>	<b>Alice:</b> <i>É pouca.</i> <b>Mediadora:</b> <b>E na segunda caixa?</b> <b>Alice:</b> <i>É melhor. Por que tem menos (pulseiras de outras cores).</i>
	<b>Emília:</b> <i>Eu não sei. Tem tantas pulseiras, tem só duas rosas e várias azuis e amarela, é a menor possibilidade.</i> <b>Mediadora:</b> <b>Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa?</b> <b>Emília:</b> <i>Pouca.</i>
	<b>Tiana:</b> <i>Poucas. Pouquíssimas.</i> <b>Mediadora:</b> <b>E na segunda caixa?</b> <b>Tiana:</b> <i>Talvez ela tenha.</i> <b>Mediadora:</b> <b>Por que você acha que na primeira ela tem poucas chances e na segunda talvez?</b> <b>Tiana:</b> <i>Não, na segunda ela tem poucas e na primeira ela tem. Porque essa daqui (a primeira caixa) tá perto dela e essa daqui (a segunda caixa) tá longe umas das outras, então ela poderia pegar até uma dessas daqui (pulseiras de outras cores).</i>
<b>Possibilidade (casos favoráveis)</b>	<b>Magali:</b> 2. <b>Mediadora:</b> <b>E na segunda caixa?</b> <b>Magali:</b> 2.
<b>Cálculo da Probabilidade (parte-todo)</b>	<b>Coraline:</b> <i>Seria 2 de 10.</i> <b>Mediadora:</b> <b>E na segunda caixa?</b> <b>Coraline:</b> <i>Seria 2 de 8.</i>
	<b>Pippi:</b> 2. <b>Mediadora:</b> <b>De quanto?</b> <b>Pippi:</b> <i>De 10.</i> <b>Mediadora:</b> <b>E na segunda caixa?</b> <b>Pippi:</b> <i>2 de 6.</i>

Fonte: A autora (2021).

Para a situação-problema presente na história *O Bingo* foi proposto o seguinte questionamento: “Qual a probabilidade de Edu vencer? E Ema?”. O quadro 18 apresenta as compreensões apresentadas pelas estudantes em suas respostas nessa situação.

Quadro 18 – Compreensões presentes nas respostas das estudantes em situações que envolvem o cálculo de probabilidades na história *O Bingo*

Compreensões	Respostas dos estudantes
<b>Análise intuitiva da chance</b>	Tiana: <i>Muitas.</i> Mediadora: <b>E para Ema?</b> Tiana: <i>São poucas.</i>
<b>Possibilidade (casos favoráveis)</b>	Alice: 1. Mediadora: <b>E para Ema?</b> Alice: 2.
	Magali: <i>1 número.</i> Mediadora: <b>E para Ema?</b> Magali: <i>2 números.</i>
	Emília: <i>Bem difícil, porque só tem um.</i> Mediadora: <b>Qual a probabilidade de sair o número que falta para Ema vencer?</b> Emília: <i>Faltam 2. É menos difícil do que o dele.</i>
<b>Cálculo da Probabilidade (parte-todo)</b>	Coraline: <i>1 de 46.</i> Mediadora: <b>E pra Ema?</b> Coraline: <i>2 de 46.</i> Mediadora: <b>Mas ela precisa de duas rodadas. Na primeira rodada a probabilidade será?</b> Coraline: <i>1 de 46.</i> Mediadora: <b>E na segunda?</b> Coraline: <i>2 de 45.</i>
	Pippi: <i>1 de 46.</i> Mediadora: <b>E para Ema faltam quantos números?</b> Pippi: 2. Mediadora: <b>Qual a probabilidade?</b> Pippi: <i>2 de 46.</i> Mediadora: <b>Mas pra sair os números de Ema ela vai precisar de quantas rodadas?</b> Pippi: 2. Mediadora: <b>Na primeira rodada a probabilidade vai ser?</b> Pippi: <i>1 de 46.</i> Mediadora: <b>E na segunda?</b> Pippi: <i>1 de 45.</i> Mediadora: <b>Por que 1 de 45?</b> Pippi: <i>Porque ela já tinha tirado uma.</i>

Fonte: A autora (2021).

Nesse sentido, é importante destacar que apesar de a maioria dos estudantes, não chegarem à compreensão acerca do cálculo da probabilidade, apresentam compreensões corretas acerca da análise das chances e das possibilidades de ocorrência dos eventos. Porém, não aparentam perceber que estes são conceitos diferentes, apesar de estarem relacionados.

Acerca das compreensões que indicaram a chance como resposta ao questionamento, é possível afirmar que as estudantes demonstraram mais facilidade em chegar a noções corretas acerca da solução do problema, através da análise

intuitiva da chance, apesar de não realizar o cálculo das probabilidades. Essas estudantes analisaram as situações a partir da relação mais/menos, tomando como base a quantidade de possibilidades dos eventos presentes no espaço amostral. Bryant e Nunes (2012) apontam que perceber um evento mais provável do que outro, implica o conhecimento de que a probabilidade de ocorrência dos eventos depende da relação entre as quantidades de ambos; assim, a aplicação da relação mais/menos, em vez de cálculo da proporção, demonstra, no mínimo, que são capazes de atender a mais de uma quantidade no espaço amostral.

Considerando as compreensões apresentadas pelas estudantes que indicaram a possibilidade como resposta ao questionamento, é possível perceber que essas estudantes consideraram apenas os casos favoráveis aos eventos observados, deixando de fazer relações entre os casos favoráveis e os casos possíveis. Bryant e Nunes (2012) destacam que as crianças frequentemente restringem sua análise do espaço amostral a apenas uma quantidade, observando apenas as possibilidades favoráveis a ocorrência de determinado evento, não refletindo sobre todas as possibilidades de eventos possíveis. Esse tipo de compreensão pode levar os estudantes ao erro, como é possível observar na justificativa de Emília que aponta ser mais difícil para Edu vencer no bingo, por necessitar de apenas um número e ser mais fácil para Ema por necessitar de 2 (quadro 18); assim, a estudante não considera que ter menos números a marcar na cartela o deixa mais próximo de vencer. Salientamos ainda, que a aplicação do raciocínio proporcional, nessa situação, permitiria a reflexão acerca do espaço amostral e da relação entre as possibilidades favoráveis e desfavoráveis.

Sobre as compreensões que permitiram o cálculo da probabilidade, é possível afirmar que esta é a compreensão que as estudantes tiveram mais dificuldades, além de ser possível afirmar que para atingirem essa compreensão as estudantes necessitaram da intervenção da mediadora. Nesse sentido, a mediadora entrevistou nas compreensões das estudantes, levando-as a refletir sobre a relação parte-todo. Porém, enquanto a estudante Coraline demonstra ter compreendido a relação proporcional a ser observada, respondendo corretamente nas demais situações que solicitavam essa compreensão; as demais estudantes retornavam a análise da chance ou das possibilidades de casos favoráveis, demonstrando não terem compreendido a relação envolvida. Bryant e Nunes (2012) destacam que “o raciocínio proporcional em geral, e não apenas o raciocínio proporcional sobre a Probabilidade, é difícil para

crianças” (p. 6), sendo essa dificuldade acentuada nas situações em que se faz necessário comparar duas ou mais probabilidades.

Dessa forma, é possível afirmar que a compreensão do cálculo de probabilidades não pode ser atingida de forma intuitiva, destacando a necessidade da mediação para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, na medida em que não basta observar apenas os casos favoráveis, mas sua relação com os casos possíveis (relação parte-todo).

### 5.3.3.2 Comparação de probabilidades

Carraher (1983) aponta que Piaget classificou em 10 tipos os itens (possibilidades de eventos) que podem ocorrer em um exame de quantificação de probabilidades, em situações de comparação de probabilidades, são eles:

1. Dupla impossibilidade: não há casos favoráveis em nenhum dos grupos;
2. Dupla certeza: todas as possibilidades em ambos os grupos são de casos favoráveis;
3. Certeza-possibilidade: em um dos grupos todas as possibilidades são de casos favoráveis; no outro, apenas algumas possibilidades são favoráveis;
4. Certeza-impossibilidade: em um dos grupos todas as possibilidades são de casos favoráveis; no outro, não há possibilidades de casos favoráveis;
5. Possibilidade-impossibilidade: em um dos grupos há algumas possibilidades são de casos favoráveis; no outro, não há possibilidades de casos favoráveis;
6. Composição idêntica das coleções: as possibilidades de casos favoráveis e não favoráveis é idêntico nos dois grupos;
7. Proporcionalidade: as possibilidades de casos favoráveis e não favoráveis são diferentes nos grupos, porém sua razão é a mesma para os dois grupos;
8. Desigualdade de casos favoráveis e igualdade no número total: os grupos têm o mesmo número total de possibilidades, mas diferem quanto ao número de casos favoráveis;
9. Igualdade de casos favoráveis e desigualdade de casos possíveis: os grupos têm a mesma quantidade de casos favoráveis, porém diferem quanto ao número de casos possíveis;

10. Desigualdade numérica sem proporcionalidade: os grupos diferem quanto ao número de casos favoráveis e não favoráveis e a razão entre os dois tipos de casos é diferente.

Nesse estudo, foram abordados dois desses tipos de situações, são eles, igualdade de casos favoráveis e desigualdade de casos possíveis, e desigualdade numérica sem proporcionalidade, para discutir a comparação de probabilidades. Nessas situações, não se faz necessário calcular a probabilidade de cada evento, para depois compará-las; pois é possível refletir sobre as chances a partir da relação mais/menos ou da relação parte-todo.

#### *5.3.3.2.1 Comparação de probabilidades em situação de igualdade de casos favoráveis e desigualdade de casos possíveis*

Para a situação-problema presente na história A caixa de bijuterias, foi abordada uma situação de igualdade de casos favoráveis e desigualdade de casos possíveis, em que os grupos têm a mesma quantidade de casos favoráveis, porém diferem quanto ao número de casos possíveis. Nessa situação, há duas caixas de bijuterias em que na primeira caixa tem 2 pulseiras rosas, 3 amarelas e 5 azuis, e na segunda caixa tem 2 pulseiras rosas, 3 amarelas e 3 azuis. Portanto, ambas as caixas têm a mesma quantidade de casos favoráveis, 2 pulseiras rosas, porém, quantidade diferentes de casos possíveis, sendo 10 possibilidades na primeira e 8 possibilidades na segunda. Foi proposto o seguinte questionamento: “Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa?”. Dessa maneira, se faz necessário comparar as chances de pegar uma pulseira rosa em ambas as caixas, escolhendo a que apresenta a melhor chance.

Analisando as respostas das estudantes é possível destacar que estas apresentaram dois tipos de compreensões, a primeira considera apenas os casos favoráveis para mensurar a chance de ocorrência de um evento, enquanto a segunda considera o total de casos possíveis na análise das chances.

A maioria das estudantes ao comparar a chance de ocorrência de um evento em grupos diferentes, observaram apenas os casos favoráveis (pulseiras rosas) e pelo fato de ambas as caixas possuírem a mesma quantidade de pulseiras rosas (2), não conseguiram perceber chances diferentes.

*Eu não sei, as duas caixas têm a mesma quantidade de pulseiras rosa.*  
(Alice)

*Os dois só tem duas rosas. Então ela pegaria nessa (primeira caixa).*  
(Tiana)

*Nas duas, porque as duas tem a mesma quantidade de pulseira rosa.*  
(Emília)

*Nas duas. Porque tem duas em cada caixa.* (Pippi)

Estas estudantes só perceberam a necessidade de considerar todos os casos possíveis depois que a mediadora entrevistou. Nesse sentido, aplicaram a relação mais/menos entre os casos não favoráveis em ambas as caixas, considerando que ter menos pulseiras de outras cores, aumenta as chances de tirar pulseiras rosas.

**Mediadora: Observando o todo, de qual caixa você acha que ela tem mais chance de tirar uma pulseira rosa?**

**Alice:** *Essa aqui (segunda caixa)*

**Mediadora: Por que você acha que ela tem mais chances nessa?**

**Alice:** *Tem menos das outras cores.*

**Mediadora: Mas se você tivesse que escolher uma, você acha que ela teria mais chance em qual?**

**Emília:** *Nessa (a segunda caixa).*

**Mediadora: Por que?**

**Emília:** *Porque tem menos pulseira que aqui (primeira caixa)*

**Mediadora: Você acha de a quantidade de pulseiras de outras cores pode atrapalhar?**

**Pippi:** *A que pode atrapalhar é essa (aponta a primeira caixa)*

**Mediadora: Por que?**

**Pippi:** *Porque tem muitas azuis e aqui só tem três (segunda caixa).*

**Mediadora: Você acha que isso pode afetar a chance de ela tirar uma pulseira rosa?**

**Pippi:** *Sim.*

**Mediadora: Então em qual caixa ela tem mais chances de tirar pulseira rosa?**

**Pippi:** *A segunda.*

**Mediadora: Por que?**

**Pippi:** *Porque essa daqui (primeira caixa) tem mais pulseiras de outras cores e essa aqui (segunda caixa) tem menos.*

Porém, uma estudante, mesmo com a intervenção da mediadora, não refletiu proporcionalmente acerca das chances, considerando apenas os casos mais

prováveis de acontecer (tirar uma pulseira azul), não parecendo perceber que mesmo sendo um caso menos provável, é possível tirar pulseiras rosas em ambas as caixas, e que em uma dessas caixas há mais chances de sair uma pulseira dessa cor.

**Mediadora: Você não acha que a quantidade das outras pulseiras não pode influenciar não?**

**Tiana:** *Pode.*

**Mediadora: Então pensando nas outras pulseiras, o qual você acha que tem mais chance?**

**Tiana:** *Essa. (primeira caixa)*

**Mediadora: Por que?**

**Tiana:** *Porque como ela estica o braço ela poderia pegar essa azul, porque tem mais azul.*

Entretanto, alguns estudantes perceberam, sem a intervenção da mediadora, que o total de casos possíveis influenciava a chance de tirar pulseiras rosas pelo fato de os casos favoráveis serem iguais, estabelecendo uma relação de proporcionalidade entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

*Nessa daqui. Na segunda caixa. Porque nessa daqui tem várias cores e menos rosa. E nessa daqui também tem várias, mas tem poucas pulseiras. Então tem mais possibilidades dela pegar a rosa. A primeira tem mais pulseira o que a segunda. (Magali)*

*Eu acho na segunda caixa. Porque tem menos pulseiras. Tem a mesma quantidade de pulseiras (rosa) nas duas, eu acho que... é isso mesmo, tem mais na primeira e como só tem duas rosas ela pode pegar mais azul ou mais amarelo, então ela tem mais chances na segunda. (Coraline)*

De forma geral, é possível afirmar que nessa situação é fundamental aplicar o raciocínio proporcional, pois a simples observação dos casos favoráveis pela relação mais/menos não permite mensurar a chance adequada dos eventos; sendo bem sucedidas as estudantes que aplicaram a relação parte-todo na tomada de decisão. Bryant e Nunes (2012) evidenciam que muitas situações probabilísticas dependem do raciocínio proporcional (relação parte-todo) e que compreensões simples de mais/menos nem sempre dão conta da resolução do problema, tendo como ponto crucial, nessas situações, tomar como base todas as quantidades no espaço amostral e não apenas na quantidade do evento que queremos prever.

### 5.3.3.2.2 *Comparação de probabilidades em situação de desigualdade numérica sem proporcionalidade*

Para a situação-problema presente na história *O Bingo*, foi abordada uma situação de desigualdade numérica sem proporcionalidade, em que os grupos diferem quanto ao número de casos favoráveis e não favoráveis e a razão entre os dois tipos casos é diferente. Nessa situação, há duas cartelas de bingo em que na primeira cartela falta 1 número para completar uma linha na horizontal, e na segunda cartela faltam 2 números para completar uma linha na horizontal, restando no globo 46 bolas para sortear. Considerando que para completar a primeira cartela será necessária uma rodada e para a segunda cartela duas rodadas, o número de casos possíveis para a primeira cartela são 46, sendo 1 caso favorável e 45 casos não favoráveis; e para a segunda cartela 91 casos possíveis (primeira rodada com 46 casos e segunda rodada 45, um total de 91), sendo 2 casos favoráveis e 89 casos não favoráveis. Dessa maneira, as cartelas possuem quantidades de casos favoráveis e não favoráveis diferentes, apresentando razões diferentes, para a primeira cartela a proporção é  $1/46$  (parte-todo) ou  $1:45$  (parte-parte) e para a segunda  $2/91$  (parte-todo) e  $2:89$  (parte-parte). Foi proposto o seguinte questionamento: *Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema? Por quê?* Dessa maneira, se faz necessário comparar as chances de vencer em ambas as cartelas, escolhendo a que apresenta a melhor chance.

Analisando as respostas das estudantes é possível apontar que estas se basearam na relação mais/menos para desenvolver suas compreensões, considerando apenas os casos favoráveis para mensurar a chance de ocorrência de um evento, não refletindo sobre o total de casos possíveis.

*Edu. Porque só falta 1 pra ele e 2 pra Ema. (Alice)*

*Menos. É porque o dela falta dois, e se ele pegar só um ele vence nessa daqui. E ela, ela tem que... se tirar 21 ela tira esse e ainda falta esse. (Tiana)*

*Edu. Por que ele só tem um faltando, e ela 2. (Magali)*

*Edu, porque só falta um pra ele. (Coraline)*

*Ele. Por que ele só tem um número faltando e ela tem dois. (Emilia)*

*Edu. Por que só tem um número. (Pippi)*

De forma geral, todas as estudantes chegaram a compreensões adequadas nessa situação, aplicado a relação parte-todo, nos casos favoráveis de ambos os espaços amostrais. Segundo Bryant e Nunes (2012) os estudantes são mais bem-sucedidos em situações que permitem resolvê-las a partir de uma relação mais/menos; entretanto apesar de chegarem à compreensão correta para a situação-problema, apresentaram dificuldades em considerar o total de casos possíveis na análise das chances, reforçando que a relação proporcional é difícil de ser compreendido pelos estudantes.

### **5.3.4 Linguagem Probabilística**

Sobre a linguagem probabilística utilizada pelas crianças, diversos estudiosos (CAMPOS; CARVALHO, 2016; BRASIL, 2018) apontam a necessidade de incentivar as crianças a desenvolver uma linguagem probabilística para descrever as situações aleatórias. Vasquez e Alsina (2017) baseadas nos pressupostos de Gal (2005) e na classificação desenvolvida por Gómez, Ortiz, Batanero e Contreras (2013), elenca cinco grandes focos para a aquisição de linguagem probabilística, são eles:

- 1) Linguagem verbal: se refere à variedade de termos e expressões verbais. Sobre esse tipo de linguagem, Shuard e Rothery (1984), distingue três categorias de expressões utilizadas no ensino da matemática, sendo elas: expressões verbais específicas da matemática, expressões verbais relacionadas com a matemática, e expressões verbais comuns.
- 2) Linguagem numérica: se relaciona à quantificação da chance de ocorrência de um determinado evento e à comparação de probabilidades.
- 3) Linguagem tabular: se refere ao uso de tabelas para a representação de dados, sendo utilizado principalmente para a apresentação de frequências relativas e na estimativa de probabilidades a partir delas.
- 4) Linguagem gráfica: se refere à variedade de representações gráficas vinculadas as noções probabilísticas, apresentando estimativas de

probabilidade, como: pictogramas, diagramas de barras e diagramas em árvore.

- 5) Linguagem simbólica: se refere a utilização de símbolos para comunicar a probabilidade de ocorrência de um evento, como o uso de sinais de igualdade, soma, desigualdade, aproximação, letras como símbolo, dentre outras.

Todas as histórias do livro *O Clubinho*, exploram a linguagem probabilística por meio da linguagem verbal e numérica, a seguir serão discutidos aspectos da linguagem verbal, numérica e simbólica mobilizados pelas estudantes associados as *demandas cognitivas*.

#### 5.3.4.1 Linguagem verbal

Identificamos variadas expressões verbais ligadas ao conceito de Probabilidade nas justificativas das estudantes entrevistadas, que se relacionam aos diferentes focos probabilísticos presentes nas três demandas cognitivas abordadas nesse estudo, que vão desde compreensões mais intuitivas à mais complexas.

Considerando essa variedade de expressões verbais, os termos levantados serão categorizados de acordo com a classificação desenvolvida por Shuard e Rothery (1984), que elenca três categorias de expressões utilizadas no ensino da matemática, são elas:

- 1) Expressões verbais específicas da matemática: são termos específicos da matemática que normalmente não fazem parte da linguagem cotidiana;
- 2) Expressões verbais relacionadas com a matemática: são termos que aparecem na matemática e na linguagem comum, embora nem sempre com o mesmo significado nos dois contextos;
- 3) Expressões verbais comuns: são termos que possuem significados iguais ou muito próximos em ambos os contextos.

O quadro 19 apresenta as expressões verbais presentes nas justificativas das estudantes classificadas a partir das categorias de Shuard e Rothery (1984) e relacionadas as demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012).

Quadro 19 – Classificação das expressões a partir das categorias de Shuard e Rothery (1984) e relacionadas as demandas cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012)

	<b>Expressões específicas</b>	<b>Expressões relacionadas</b>	<b>Expressões comuns</b>
<b>Aleatoriedade</b>	Possível Aleatoriamente Mais provável	Justo Injusto Embaralhado Misturar Sorteio	Mais Difícil Mais Fácil Sorte Qualquer um Sem ordem
<b>Espaço amostral</b>	Possibilidades	Jogada	Iguais Tem mais Tem menos Mesma quantidade Maior quantidade
<b>Comparação/ Quantificação de probabilidades</b>	Probabilidade Chance igual Chance diferente Maior probabilidade	Acertar Provavelmente	Melhor Maior Menor Igual Muita Pouca Pequena Grande

**Fonte:** A autora (2021)

A análise da classificação das expressões presentes nas justificativas das estudantes demonstra que a maioria dos termos utilizados estão na categoria de expressões comuns que compreende as palavras com significados iguais ou muito próximos em ambos os contextos, matemático e do cotidiano; enquanto as categorias referentes as expressões específicas da matemática e expressões relacionadas, apresentam a mesma quantidade de palavras, entretanto é possível observar que enquanto as expressões que se relacionam a matemática apresentam uma diminuição da quantidade de termos na demanda de quantificação de probabilidade, as expressões específicas da matemática tem um aumento.

Nesse sentido, destacamos que há uma melhora qualitativa no vocabulário mobilizado pelas estudantes, na medida em que a categoria das expressões relacionadas a matemática compreende palavras que aparecem em ambos os contextos (matemático e cotidiano), mas nem sempre com os mesmos significados, enquanto as expressões específicas da matemática compreende as palavras que normalmente não fazem parte do vocabulário cotidiano, compreendendo termos específicos do vocabulário matemático. Considerando ainda que a demanda da quantificação de probabilidades envolve noções mais complexas em relação as demandas de aleatoriedade e espaço amostral.

### 5.3.4.2 Linguagem numérica

Identificamos nas falas e nos registros escritos das estudantes frequentemente o uso da linguagem numérica através da utilização de números inteiros e proporções (seja pela relação parte-todo ou parte-parte) para expressar compreensões acerca das três demandas cognitivas abordadas nesse estudo. A tabela 2 apresenta a frequência do uso da linguagem numérica, classificadas em números inteiros e proporções (relação parte-todo e parte-parte), relacionada as demandas cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012).

Tabela 2 – Frequência de expressões numéricas relacionando os tipos e as demandas cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012)

	<b>Números Inteiros</b>	<b>Proporções (relação parte-todo)</b>	<b>Proporções (relação parte-parte)</b>	<b>Total</b>
<b>Aleatoriedade</b>	7	0	0	<b>7</b>
<b>Espaço Amostral</b>	113	0	0	<b>113</b>
<b>Comparação/ Quantificação</b>	39	18	1	<b>58</b>
<b>Total</b>	<b>159</b>	<b>18</b>	<b>1</b>	<b>178</b>

**Fonte:** A autora (2021)

Acerca da frequência do uso de expressões numéricas pelas estudantes, é possível perceber que a maior parte da linguagem numérica utilizada envolve o uso de números inteiros, estando presente nas três demandas cognitivas, mas apresenta maior frequência na demanda de espaço amostral, seguido da demanda de comparação/quantificação de probabilidades, e a menos frequente, a demanda de aleatoriedade. Acerca das expressões numéricas do tipo proporção, seja pela relação parte-todo ou parte-parte, aparecem apenas na demanda de comparação/quantificação de probabilidades, sendo utilizada para mensurar a chance de ocorrência de eventos particulares.

A demanda da aleatoriedade apresenta a menor frequência de expressões numéricas, podendo ser observado seu uso em apenas sete situações, e todas de forma verbal. O uso da linguagem numérica, nessa demanda, objetiva subsidiar as justificativas acerca de variadas noções relacionadas a aleatoriedade, como os diferentes tipos de eventos aleatórios, possível, mais provável e menos provável,

equiprobabilidade, dentre outras. É possível observar nos trechos de fala em destaque algumas dessas expressões e seu uso em contextos variados:

**Mediadora: Qual é a cor mais provável de sair?**

**Alice:** *Vermelho.*

**Mediadora: Por quê?**

**Alice:** *Porque tem 5 vermelhos.*

**Mediadora: E a menos provável?**

**Alice:** *O azul.*

**Mediadora: Por quê?**

**Alice:** *Porque só tem 2.*

**Mediadora: Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado?**

**Coraline:** *Sim.*

**Mediadora: Por quê?**

**Coraline:** *Porque tem 7 papéis e eles são sete, e cada um vai ter a chance, tá tudo igual, tipo tem João e não tem dois nomes dele, só tem um.*

A demanda de espaço amostral apresenta a maior frequência de expressões numéricas, podendo ser observado seu uso em 113 situações, versando entre a forma verbal e escrita. O uso de expressões numéricas nessa demanda cognitiva busca caracterizar o espaço amostral das situações-problema e auxiliar o levantamento das possibilidades que o compõem, refletindo sobre os eventos favoráveis e os eventos possíveis. Os trechos de fala e registros escritos em destaque trazem algumas expressões numéricas e seu uso em contextos variados:

**Mediadora: Quais são as possibilidades de sair um número no dado?**

**Emília:** *O número 1, o número 2, o número 3, o número 4 e o número 5.*

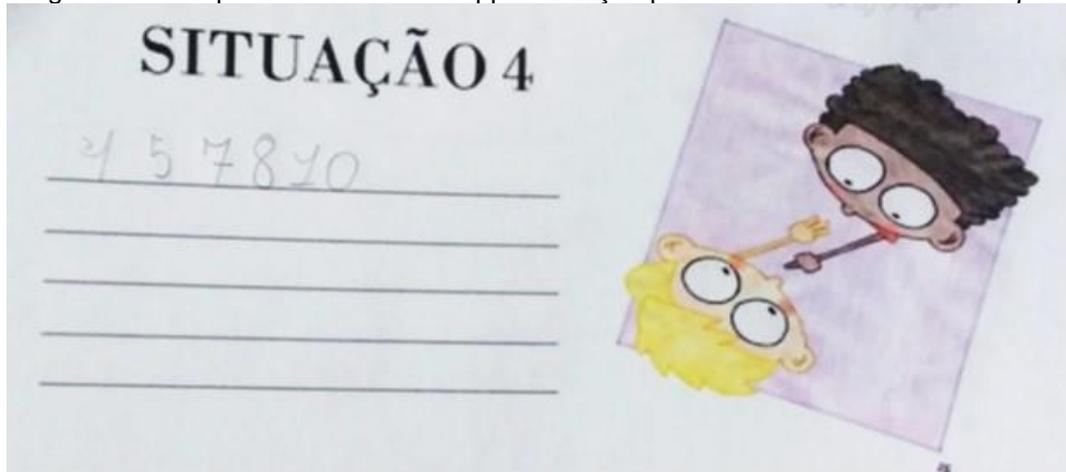
**Mediadora: Tem mais algum número?**

**Emília:** *O número 6.*

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado no par ou ímpar?**

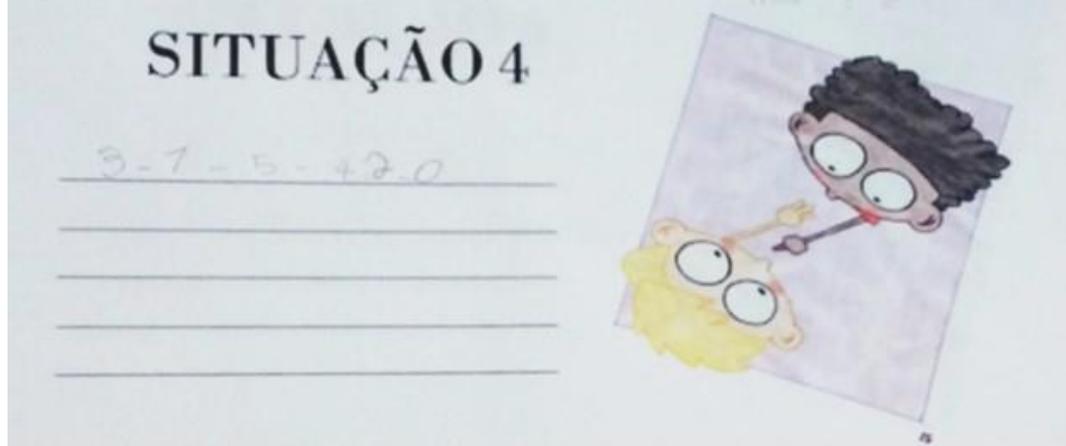
**Coraline:** *Se uma mão tem cinco dedos a possibilidade pode ser qualquer número sair, ele botar o 2 e ele botar o 1 e sair um 3. Pode sair um 4, um pode colocar 3 e o outro 1 e sair um 4 [...]. Pode sair tanto ímpar quanto par.*

Figura 48 – Resposta da estudante Pippi a situação-problema da história *Par ou ímpar*



Resposta: 4 5 7 8 10  
**Fonte:** A autora (2021).

Figura 49 – Resposta da estudante Magali a situação-problema da história *Par ou ímpar*



Resposta: 3 - 1. 5 - 4. 2 - 0.  
**Fonte:** A autora (2021).

A demanda de comparação/quantificação de probabilidades apresenta 58 situações na qual as estudantes fazem uso de expressões numéricas, versando sobre três tipos, números inteiros, com 39 expressões, proporções pela relação parte-todo, com 18, e proporções pela relação parte-parte, com apenas uma expressão. O uso de expressões numéricas nessa demanda procura quantificar as chances de ocorrência de um evento particular. Os trechos de fala em destaque no quadro 20 trazem algumas expressões numéricas abordadas pelas estudantes vinculadas a essa demanda cognitiva:

Quadro 20 - Extratos de fala que fazem uso de expressões numéricas de três tipos acerca da demanda cognitiva de comparação/quantificação de probabilidade

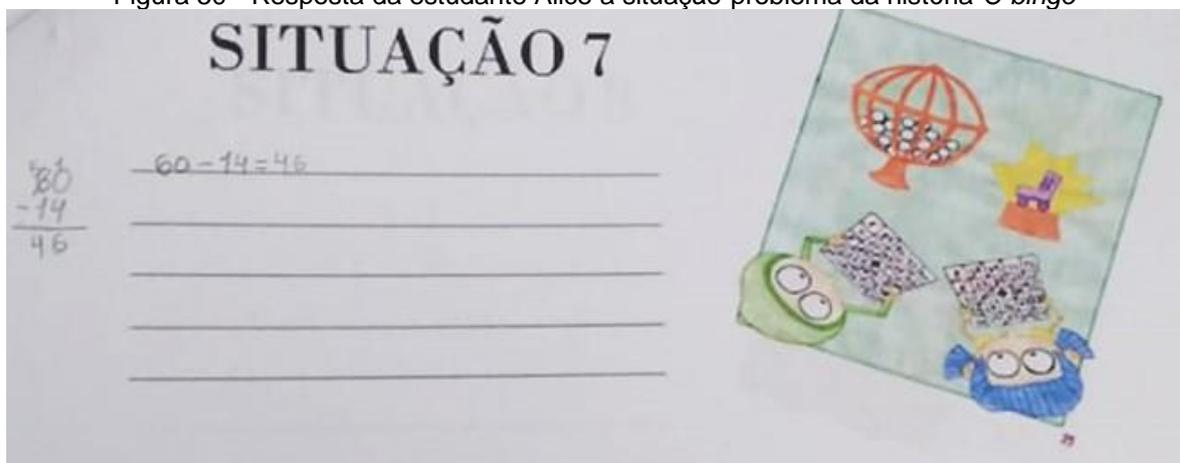
Tipo de expressão numérica	Extratos de Fala
Números Inteiros	Mediadora: Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema? Alice: <i>Edu</i> . Mediadora: Por quê? Alice: <i>Porque só falta 1 pra ele e 2 pra Ema</i> .
Proporções (relação parte-todo)	Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer? Coraline: <i>1 de 46</i> . Mediadora: E pra Ema? Coraline: <i>2 de 46</i> .
Proporções (relação parte-parte)	Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa na segunda caixa? Pippi: <i>2 de 6</i> .

Fonte: A autora (2021)

### 5.3.4.3 Linguagem simbólica

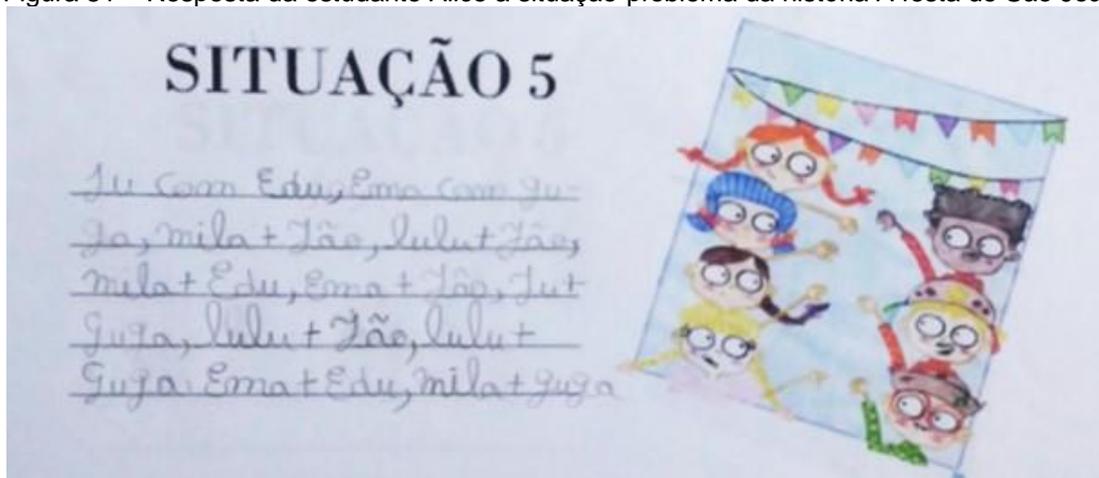
No que diz respeito a linguagem simbólica, foi possível perceber o uso de símbolos matemáticos pelo uso do sinal de adição e subtração, em duas situações envolvendo apenas a demanda de espaço amostral, de forma verbal e escrita. O uso de expressões simbólicas nessas situações busca caracterizar o espaço amostral e auxiliar o levantamento das possibilidades em um espaço amostral com resultados compostos (surgem da combinação dos elementos individuais). Os trechos de fala e registros escritos em destaque trazem algumas expressões numéricas e seu uso em contextos variados:

Figura 50 - Resposta da estudante Alice a situação-problema da história *O bingo*



Fonte: A autora (2021)

Figura 51 – Resposta da estudante Alice a situação-problema da história A festa de São João



Resposta: Ju com Edu, Ema com Guga, Mila + Jão, Lulu + Jão, Mila + Edu, Ema + Jão, Ju + Guga, Lulu + Jão, Lulu + Guga, Ema + Edu, Mila +Guga.

Fonte: A autora (2021).

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

**Pippi:** 4. 5 é ímpar.

**Mediadora: Mostrando nos dedos, como eles fariam pra dar 5?**

**Pippi:** 1 e 4. Eles poderiam colocar... 2 mais 5 (escreve 7), 5 mais 4 (escreve 8), 5 mais 5 (escreve 10).

**Mediadora: Você acha que ele tem outras possibilidades?**

**Pippi:** 16.

**Mediadora: Como eles teriam 16?**

**Pippi:** Cada um colocando 8.

**Mediadora: Mas eles só podem usar uma mão?**

**Pippi:** Ah... 6 mais 6 não pode. Eu acho que é só.

Acerca da linguagem tabular e gráfica, não se observa o uso de qualquer tipo de representação gráfica ou tabular pelas estudantes entrevistadas.

#### 5.3.4.4 A exploração da linguagem probabilística por meio da literatura infantil

Podemos apontar que à medida que a mediadora avança na entrevista através da contação de histórias é possível perceber que as estudantes passam a expressar-se a partir de uma linguagem específica da Probabilidade, passando a aplicar expressões verbais e numéricas específicas do conceito de Probabilidade de forma adequada no decorrer do processo investigativo, sem necessariamente serem discutidos os termos desse vocabulário.

A seguir serão apresentados extratos de falas das estudantes que permitem perceber a evolução da linguagem probabilística empregada.

**Mediadora: É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?**

**Coraline:** *Pode ser, mas tem pequenas chances porque tem mais vermelho.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número 6?**

**Coraline:** *1 de 6.*

**Mediadora: Por quê?**

**Coraline:** *Porque não tem número repetido, se tivesse número repetido seria outra probabilidade.*

**Mediadora: É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?**

**Emília:** *Porque ela vai tirar aleatoriamente ela só pega e pronto.*

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

**Pippi:** *1*

**Mediadora: Por quê?**

**Pippi:** *Porque só tem uma chance de sair, se ele jogar e cair, por exemplo, cinco, aí ele não vai conseguir passar.*

**Mediadora: Você pode marcar os pares e os ímpares.**

**Magali:** *Tem 3 possibilidades dos dois.*

**Mediadora: Eles têm a mesma chance ou chances diferentes?**

**Tiana:** *Têm a mesma chance.*

**Mediadora: Por quê?**

**Tiana:** *Porque são iguais, tem 3 e 3. Então são iguais.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de obter um número par?**

**Coraline:** *3 de 6 né.*

**Mediadora: Por quê?**

**Coraline:** *Porque os números pares são 2, 4, 6.*

**Mediadora: E um número ímpar?**

**Coraline:** *3 de 6.*

**Mediadora: Mas você disse a probabilidade 3 de 6, por que você diz o seis?**

**Coraline:** *Porque tipo de par tem 3 e de ímpar tem 3.*

Destacamos que o contexto no qual se explora essa linguagem probabilística, a literatura infantil, foi relevante para a exploração e mobilização da linguagem probabilística, permitindo o desenvolvimento de uma linguagem significativa acerca dos conceitos probabilísticos presentes no livro.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente estudo buscamos investigar diferentes *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) para a construção do conceito de Probabilidade na relação entre literatura infantil e compreensões de estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

Tomando como base os pressupostos de Bryant e Nunes (2012) que elencam quatro demandas cognitivas para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade, foram exploradas nesse estudo três dessas demandas. Destacamos que para o desenvolvimento de ideias de *aleatoriedade*, deve ser promovida a discussão acerca da incerteza; justiça e equidade; os diferentes tipos de eventos aleatórios, como: possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis; e a independência de eventos aleatórios sucessivos; pois essas noções dão base a construção do conceito de aleatoriedade. O levantamento de *espaços amostrais*, a partir de resultados individuais, compostos e agregados, aspecto muitas vezes negligenciado nas investigações e, por consequência, na sala de aula, explorando de forma conjunta ao espaço amostral, as noções de combinatória e classificação. Por fim, as compreensões relacionadas a *comparação/quantificação de probabilidades*, que envolve cálculo e a comparação de probabilidades, visando auxiliar os estudantes no desenvolvimento do raciocínio proporcional que tem se mostrado um obstáculo na compreensão dessa demanda cognitiva.

Aqui reafirmamos, a crença de que a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não desvaloriza a literatura infantil, pelo contrário possibilita o desenvolvimento de habilidades sobre linguagem e matemática ao mesmo tempo. Este estudo evidencia que a literatura infantil articulada a aspectos matemáticos potencializa as compreensões dos estudantes, na medida em que a literatura permite o desenvolvimento da imaginação e da inteligência da criança, construindo novos conhecimentos e conceitos, além de ampliar o universo literário do leitor.

Visando atingir o objetivo geral, foram elencados três objetivos específicos, sendo eles: analisar catálogos de literaturas infantis e as respectivas literaturas infantis concernentes as noções probabilísticas; discutir as características de uma literatura infantil estruturada à luz das *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade; e investigar as compreensões dos estudantes no uso da

literatura infantil articulada às *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre *aleatoriedade, espaço amostral e comparação/quantificação de probabilidades*.

Para alcançar o primeiro objetivo específico, foram analisados catálogos virtuais de literaturas infantis de 21 editoras, porém, foram encontrados apenas 2 livros que envolviam compreensões probabilísticas de forma explícita, sendo eles, *Vamos adivinhar?* (JEONG, 2010) e *A aranha e a loja de balas* (SO, 2011). Este objetivo específico, ainda previa a análise aprofundada dessas literaturas infantis que apresentam noções de probabilidade, assim procedemos a leitura integral dos livros e a discussão dos conceitos probabilísticos envolvidos na história, a partir das demandas cognitivas de Bryant e Nunes (2012).

A partir dos resultados encontrados com a análise dos catálogos de literaturas infantis, é possível concluir que apesar da grande quantidade e variedade de literaturas infantis no mercado literário, livros que abordam compreensões matemáticas de forma explícita aparecem em menor quantidade. Além disso, salientamos que dentre os campos da Matemática, há uma menor quantidade de literaturas infantis que discutam sobre a unidade temática de Probabilidade e Estatística, de forma mais acentuada, sobre a Probabilidade; assim, apresentam uma escassez de literaturas infantis que discutam o conceito de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Destacamos ainda que as literaturas infantis encontradas no mapeamento dos catálogos, que abordam compreensões probabilísticas, apresentarem ótimas narrativas e ilustrações, e exploram noções interessantes e pertinentes sobre o conceito de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, estando presente noções envolvidas em três das *demandas cognitivas*, como eventos equiprováveis e não-equiprováveis (mais provável e menos provável), a independência entre os eventos aleatórios, o levantamento das possibilidades que compõem o espaço amostral, com resultados individuais e compostos, e a análise das chances. Entretanto, essas literaturas apresentaram diversas fragilidades conceituais que impossibilitam seu uso nesse estudo, como a presença de diversas situações que reforçam ideias de adivinhação e certeza, o que não se configuram situações aleatórias, pois não se baseiam na análise das possibilidades e das chances para a tomada de decisão, nem consideram a condição de incerteza presente nos problemas de Probabilidade; além de representações que muitas vezes não caracterizam um espaço amostral, não apresentando as possibilidades ou não consideram todos os

eventos possíveis, bem como apresentação de definições incorretas sobre o conceito de porcentagem e Probabilidade, no qual se confundem as noções de possibilidade, probabilidade e chance. Salientamos que a presença de erros conceituais nas literaturas infantis analisadas, denunciam as fragilidades apresentadas por muitos recursos e reforçam o papel crítico do professor acerca dos recursos presentes na sala de aula.

Nesse contexto, o segundo objetivo específico desse estudo, discute as características de uma literatura infantil desenvolvida a partir das *demandas cognitivas* de Bryant e Nunes (2012) sobre Probabilidade, chamada *O Clubinho*, que narra as aventuras de um grupo de amigos que vivenciam variadas situações no dia a dia, em que as ideias probabilísticas estão envolvidas, situações nas quais os personagens precisam da ajuda do leitor para solucioná-las. Esse livro de histórias tem como principal contribuição a exploração de noções probabilísticas em contextos familiares as crianças, rompendo com a abordagem focada apenas nos procedimentos de cálculo que marcaram o ensino de probabilidade por muito tempo.

O terceiro e último objetivo específico, investiga as compreensões dos estudantes sobre as *demandas cognitivas* por meio da contação de histórias do livro *O Clubinho*. De forma geral, as estudantes investigadas apresentaram compreensão que vão desde as mais intuitivas até as mais complexas, se tomarmos como base as resoluções e justificativas apresentadas pelas mesmas. Acreditamos ainda que as estudantes desenvolveram aprendizagens durante a contação das histórias, reorganizando muitas concepções a partir da reflexão sobre os contextos apresentados, e pelos questionamentos e intervenções realizadas pela mediadora; apesar de esse não ser o objetivo central do estudo.

Sobre a análise da *demanda cognitiva* de *aleatoriedade*, apontamos que as estudantes demonstraram possuir compreensões acertadas acerca de diversas noções presentes nessa demanda, como a noção de incerteza, em que as estudantes levantaram dois elementos fundamentais para a compreensão das situações aleatórias, que são a irregularidade e imprevisibilidade. Sobre a noção de justiça em eventos aleatórios, as estudantes abordam diversas crenças que associam a justiça à honestidade, impessoalidade e equidade, a contrapõe ao mérito pessoal, mas compreendem-na como ingrediente fundamental para tomar decisões corretas. Acerca dos diferentes tipos de eventos aleatórios, foi explorada a ideia de possível, na qual as estudantes compreendem que mesmo eventos menos prováveis podem

ser possíveis; a ideia de impossível, na qual as estudantes associaram a não existência de elementos que possibilitassem o evento, a sua impossibilidade; e situações em que precisam julgar eventos mais ou menos prováveis, aplicando a relação mais/menos. Sobre a independência de eventos sucessivos, as estudantes não apresentaram compreensão adequada sobre essa noção, e em sua maioria apresentaram erros de *recência positiva* por acreditarem que o mesmo resultado voltaria a acontecer.

Acerca da demanda do *espaço amostral*, ficou evidente a facilidade no levantamento de espaços amostrais com resultados individuais, considerando que cinco das seis estudantes entrevistadas chegaram ao esgotamento das possibilidades. Já nos espaços amostrais com resultados compostos, as estudantes apresentaram algumas dificuldades, no qual apenas duas das seis estudantes chegaram ao esgotamento das possibilidades; acreditamos que isso se deve a necessidade de aplicação de compreensões relacionadas ao raciocínio combinatório, tendo a maioria delas combinado os elementos conforme solicitado, mas repetindo algumas possibilidades; além de não esgotar todas as possibilidades. Entretanto, os espaços amostrais com resultados agregados, foi o tipo de situação que as estudantes mais apresentaram dificuldades, na medida em que nenhuma das entrevistadas chegou ao esgotamento das possibilidades, apesar de realizar a combinação dos elementos de forma adequada e não repetir as possibilidades; acreditamos que isso se deve, primeiro, a grande quantidade de resultados compostos (com 36 possibilidades) e a necessidade de mobilização de dois níveis de análise nesse tipo de situação, em que as estudantes precisam combinar os elementos, gerando resultados compostos, que precisam ser classificados e agrupados em subconjuntos, formando as categorias, e depois, refletir sobre as categorias formadas pelos resultados agregados.

Sobre a *comparação/quantificação de probabilidades*, o primeiro obstáculo encontrado foi a compreensão das definições de probabilidade, possibilidade e chance pelas estudantes, que não compreenderam a distinção entre essas noções. Essa dificuldade se refletiu nas situações em que se fez necessário calcular as probabilidades, em que as estudantes demonstraram não compreender o que estava sendo solicitado na situação e, mesmo com a intervenção da mediadora, apenas duas estudantes chegaram ao cálculo da probabilidade pela relação parte-todo. Acerca da comparação de probabilidades, as estudantes não precisavam calcular a

probabilidade de cada evento para compará-los, sendo possível refletir sobre as chances aplicando a relação mais/menos ou a relação parte-todo; entretanto, as estudantes apresentaram dificuldades em aplicar o raciocínio proporcional para resolver as situações, tomando como base a relação mais/menos. Como apontado por Bryant e Nunes (2012) os estudantes são mais bem-sucedidos em situações que permitem resolvê-las a partir de uma relação mais/menos; porém, ainda se faz necessário, em muitas dessas situações, aplicar o raciocínio proporcional, na medida em que não é suficiente observar apenas a quantidade de casos favoráveis, mas sua relação com o total de casos possíveis. Nesse sentido, reforçamos a necessidade de desenvolver nos anos iniciais a compreensão acerca dos conceitos de probabilidade, possibilidade e chance e de suas distinções; além de compreensões sobre o raciocínio proporcional, que demonstrou ser um obstáculo para as estudantes, e sobre o qual não há estudos que demonstrem que esse raciocínio melhora com o passar do tempo sem intervenção escolar como aponta Bryant e Nunes (2012).

Sobre a linguagem probabilística, é possível perceber que as estudantes mobilizam diferentes linguagens em suas justificativas, como a linguagem verbal, numérica e simbólica, apresentando compreensões das mais intuitivas às mais complexas acerca das diferentes demandas cognitivas. Nesse sentido, destacamos o avanço qualitativo da mobilização das expressões verbais e numéricas durante a entrevista, através da contação de histórias, no qual as estudantes passaram a aplicar de forma adequada essas expressões específicas da Probabilidade.

Consideramos que a exploração das diferentes *demandas cognitivas* articulada a literatura infantil, nos possibilitou duas considerações importantes: a primeira reflete sobre as contribuições da literatura infantil para o desenvolvimento das compreensões das estudantes e a segunda diz respeito ao processo de formação do raciocínio probabilístico dos estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Ao tratar da primeira consideração, apontamos que a leitura do livro e vivência das histórias, foi fundamental para o desenvolvimento de compreensões acerca do conceito de Probabilidade, na medida em que explora as noções probabilísticas, permitindo a partilha de significados dos conceitos envolvidos, bem como a presença das ilustrações que contribui para a contextualização, ligando as ideias probabilísticas a suas representações em contextos ligados ao universo infantil. Dessa maneira, acreditamos que o livro *O Clubinho*, contribuiu para a exploração e desenvolvimento

de conhecimentos e conceitos probabilísticos, favorecendo a organização do pensamento matemático, interpretação, contextualização e problematização.

A segunda consideração, reflete sobre o ensino de Probabilidade, apontando a escassez de estudos que tratem sobre o ensino de Probabilidade aliado a literatura infantil nos anos iniciais, bem como, carência de literaturas infantis que explorem esse conhecimento. Nesse sentido, consideramos que estudos como esse evidenciam o que sabem os estudantes, como compreendem esses conceitos e elenca possibilidades para seu ensino de forma contextualizada e significativa, estimulando o estudante a se questionar, levantar hipóteses e resolver os problemas.

Por fim, gostaríamos de retomar e responder a questão de investigação desse estudo que questiona: *Qual o potencial da literatura infantil para a mobilização das demandas cognitivas na construção do conceito de Probabilidade por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental?*

Considerando todos os pontos já expostos aqui, apontamos que os resultados desse estudo, nos permitiu corroborar os construtos apontados por Smole (2000) e Smole e Diniz (2001), acerca da conexão da Linguagem e da Matemática, através da literatura infantil. Consideramos que a leitura do livro e vivência das histórias, facilitou a mobilização de variados aspectos presentes nas demandas cognitivas, na medida em que a literatura infantil permite a partilha de significados dos conceitos envolvidos, pois a oralidade dá suporte de significação aos conceitos matemáticos, bem como a presença das ilustrações que exploram diversos símbolos para expressar ideias, apoiando variadas estratégias de resolução. Assim, concluímos que é necessário se familiarizar com a linguagem e os símbolos para encontrar sentidos no lê e escreve, sendo a literatura infantil uma forma criativa de combina sinais e palavras para expressar ideias.

Ao passo que confirmamos a hipótese desta pesquisa, que considerou que a literatura infantil contribui para o desenvolvimento do conceito de Probabilidade, proporcionando contextos, significados e sentidos para a mobilização das compreensões dos estudantes sobre as *demandas cognitivas*.

Esta pesquisa apresenta como limitação a proposta e desenvolvimento de um processo interventivo tendo como base a literatura infantil, na medida em que o objetivo desse estudo visava investigar as compreensões apresentadas pelos estudantes do 5º ano acerca das *demandas cognitivas* sobre Probabilidade. Acreditamos que um processo de intervenção ampliaria as compreensões dos

estudantes acerca das *demandas cognitivas* que dão suporte ao raciocínio probabilístico.

É nesse contexto que sugerimos como encaminhamentos para estudos futuros, propostas de intervenção em múltiplas turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e envolvendo todas as demandas cognitivas apontadas por Bryant e Nunes (2012), bem como estudos que investiguem o processo de ensino e aprendizagem de compreensões probabilísticas associado a literatura infantil, refletindo sobre o papel da oralidade no desenvolvimento de conhecimentos contextualizados e significativos.

## REFERÊNCIAS

ABRAMOVICH, F. **Literatura infantil: gostosuras e bobices**. São Paulo: Scipione, 1997.

ADAM, M. V. S.; JELINEK, K. R. Analisando livros de literatura infantil na busca de conceitos matemáticos. In: Escola de Inverno de Educação Matemática e Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 6., 13., 2018, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: UFSM, 2018. p. 1160-1169.

ALENCAR, E. ARAÚJO, J. LEVICOY, D. SOARES, M. “Quando nasce um monstro? Possibilidade do uso de uma história infantil para o ensino de probabilidade. **Brazilian Journal of Development**, v. 7, n. 1, p. 9807-9816, 2021.

ALENCAR, E. OLIVEIRA, K. O ensino de estatística com a literatura infantil: uma análise dos livros do Pnaic no 1º ano do ensino fundamental. In: Congreso International Virtual de Educación Estadística, 3., 2019, Granada. **Actas...** Granada: Universidad de Granada, 2019.

BRANDÃO, A. C. P.; ROSA, E. C. de S. A leitura de textos literários na sala de aula: é conversando eu a gente se entende. PAIVA, A.; MACIEL, F.; COSSON, R. (Orgs.). **Coleção Explorando o Ensino – Literatura/ Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEB, 2010. p. 69-88.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BOTELHO, L. P. F. CARNEIRO, R. F. Era uma vez... histórias infantis e matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de investigação e divulgação em Educação Matemática**, Juiz de Fora, v. 2, n. 2, p. 45-62, jul./dez. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1º e 2º ciclos do ensino fundamental)**. v. 3. Brasília, 1997.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Acervos complementares: alfabetização e letramento nas diferentes áreas do conhecimento**. Brasília, 2012.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRYANT, P. NUNES, T. **Children’s understanding of probability: a literature review**. London: Nuffield Foundation, 2012. 86 p. Disponível em: <[http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield\\_CuP\\_FULL\\_REPO RTv\\_FINAL.pdf](http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPO RTv_FINAL.pdf)> Acesso em: 06.04.2019.

CADEMARTORI, L. **O que é literatura infantil**. 2. ed. São Paulo: Brasiliense, 2010.

CAMPOS, T. M. M.; CARVALHO, J. I. F. Probabilidade nos anos iniciais da educação básica: contribuições de um programa de ensino. **Em Teia**, v. 7, n. 1, p. 1-18, 2016.

CARRAHER, T. N. **O método clínico**: usando os exames de Piaget. São Paulo: Cortez, 1983. 161p.

CARVALHO, R. P. F. **A formação de conceitos probabilísticos em crianças de 4ª série do ensino fundamental**. 2005. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005.

COSTA, P. M. B. J. S. **Era um vez... Alfabetização matemática e conto de fadas: uma perspectiva para o letramento na infância**. 2015. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, Universidade Católica de Campinas, Campinas, 2015.

FERNANDES, R. J. G. GUATAÇARA, S. J. Uma proposta pedagógica para ensinar probabilidade no ensino fundamental. **Revista Práxis**, v. 7, n. 14, p. 87-97, 2015.

GADELHA, D. da S. **Resolução de problemas combinatórios nos anos iniciais: uso de material manipulável concreto (fichas) e de material manipulável virtual (Pixton©)**. 2020. 167f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020.

GAL, Iddo. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: A. G. Jones (Ed.), **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. New York: Springer, 2005. p. 43-71.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

JEONG, C. M. **Vamos adivinhar?** Ilustração: MI, Choi Yu; Tradução: RIMKUS, Thais. 2. ed. São Paulo: Callis Ed., 2010.

HARO, J. J. O.; ROMÁN, M. S. T.; ROMERO, L. S. Comparación de probabilidades al inicio de la ESO. **Suma**, n. 81, p. 33-40, 2016.

LEAL, T.; MELO, K.. Planejamento do ensino da leitura: a finalidade em primeiro lugar. In: BARBOSA, M. L. F. F. e SOUZA, I. V. (Orgs.). **Práticas de leitura no ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 39-57.

LEAL, T. F.; LIMA, J. M. Obras Complementares: cada livro, uma viagem. In: Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: a heterogeneidade em sala de aula e os direitos de aprendizagem no ciclo de alfabetização: ano 02, unidade 07. Brasília: MEC, SEB, 2012.

LIMA, A. P. M. **Acervos complementares do PNLD 2010**: um estudo sobre a

relação entre matemática e gêneros textuais. 2012. 166 f. Dissertação (Mestrado Educação matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.

MARCUSCHI, L. A. **Produção textual, análise de gênero e compreensão**. São Paulo: Parábola Editorial, 2008.

NOBREGA, Giselda M. M. **Investigando a ideia do possível em crianças**. 2015. 121 f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) – Centro de Filosofia e Ciências Humanas, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

NUNES, T.; BRYANT, P.; EVANS, D.; GOTTARDIS, L.; TERLEKTSI, M. **Teaching primary school children about probability**. Teacher handbook. Departamento de Educação, Universidade de Oxford. [CD-ROM]. 2012.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação do Estado. **Currículo de Pernambuco Ensino Fundamental**: Caderno de Matemática e Ciências. Recife, 2019.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1a a 4a série. **Zetetike** (UNICAMP), v. 17, n. 31, jan-jun 2009, p. 105-150.

ROCHA, C. A. FELISBERTO DE CARVALHO, J. I. Probabilidade nos primeiros anos escolares. In: Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto nacional pela alfabetização na idade certa**: Educação Estatística. Brasília: MEC, SEB, 2014.

NORONHA, G. A. **Obras complementares: um elo entre a leitura e os conteúdos matemáticos**. 2012. 166 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2012.

ROEDEL, T. **A contação de histórias no ensino de geometria no 5º ano do ensino fundamental**. 2017. 109 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e Naturais, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2017.

SAGRILO, A. SILVA, A. ALENCAR, E. Aprendendo com uma sequência didática: o ensino da matemática por meio de histórias infantis. In: Seminário Formação Docente: Intersecção entre universidade Escola, 3., 2018, Dourados. **Anais...** Dourados, 2018.

SANTOS, F. A. P. CIRÍACO, K. T. Literatura infantil e educação matemática na infância: levantamento do acervo paradidático do PNAIC no ciclo de alfabetização. In: Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais e Colóquio de Práticas Letradas, 5., 4., 2018, São Carlos. **Anais...** São Carlos: UFSCar, 2018.

SANTOS, F. A. P. CIRÍACO, K. T. “Era uma vez...” e a Educação Matemática: uma abordagem a partir do acervo de literatura infantil do Pacto Nacional pela

Alfabetização na Idade Certa - PNAIC. **Instrumento - Revista em Estudo e Pesquisa em Educação**, v. 22, n.1, p. 43-59, 2020.

SHUARD, H.; ROTHERY, A. **Children Reading Mathematics**. 1. ed. Londres: Murray, 1984.

SILVA, R. de C. B. da. **É a moeda que diz não é a gente que quer não: conhecimentos probabilísticos de crianças em situações de jogos**. 2016. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

SMOLE, K. C. S. **A matemática na educação infantil: a teoria das inteligências múltiplas na prática escola**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SMOLE, K. C. S. DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In: SMOLE, K. C. S. e DINIZ, M. I. (Orgs). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SO, Y. Y. **A aranha e a loja de balas**. Ilustração: HYE, Han Ji; Tradução: KIM, Elizabeth. 1. ed. São Paulo: Callis Ed., 2011.

SOUZA, A. A. **Literatura infantil na escola: a literatura em sala de aula**. Campinas: Autores Associados, 2010.

SOUZA, A. P. G de. **Histórias infantis e matemática: a mobilização de recursos, a apropriação de conhecimentos e a receptividade de alunos de 4ª série do ensino fundamental**. 2008. 207 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2008.

SOUZA, C. O. Limites entre a função pedagógica da literatura e o pedagogismo. In: Seminário Pesquisa e Extensão na Graduação, 2., 2014, Campos Belos. **Anais...** Campos Belos: UEG, 2014. p. 41-49.

SOUZA, T. F.; PASSOS, C. L. B. Histórias infantis e o ensino da matemática: contribuições de livros infantis presentes no programa pacto nacional pela alfabetização na idade certa. In: Congresso Nacional de Educação, 12., 2015, Curitiba. **Anais...** Curitiba: PUCPR, 2015. p. 23905-23921.

STELMASTCHUCK, A. H. C. **Probabilidade: significados atribuídos por alunos do ciclo II do Ensino Fundamental**. 2009. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

TONOUTI, R. R. **Avaliação de um programa de ensino para aprendizagem de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2013. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2013.

VÁSQUEZ, C. O.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 454-478, abr. 2017.

ZILBERMAN, R. SILVA, E. T. da. (orgs.). **Literatura e pedagogia**: Ponto e contraponto. Porto Alegre: Mercado Aberto, 1990.

**APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO****UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA  
CURSO DE MESTRADO**

São Lourenço da Mata, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2020.

Sr.(a) Responsável

Solicito a autorização para a realização de entrevista com o estudante \_\_\_\_\_, a ser realizada pela mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica Emilly Rayane Moura Diniz Santos, para contribuir com sua pesquisa voltada a investigar as compreensões de estudantes de 5º ano acerca da probabilidade na relação com histórias infantis. A entrevista com o estudante será realizada pessoalmente, na residência do estudante, da pesquisadora, ou outro local – o que for mais confortável para o participante da pesquisa – seguindo todos os protocolos de segurança. O momento da entrevista será gravado (áudio e vídeo) – a identidade do estudante será preservada e as gravações não serão divulgadas – sendo a gravação essencial para a análise que será realizada posteriormente pela pesquisadora.

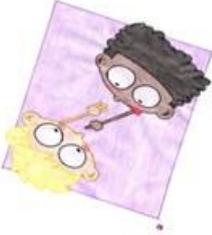
---

Assinatura do(a) Responsável

### APÊNDICE B – BLOCO DE RESPOSTAS

 <p><b>BLOCO DE RESPOSTAS</b></p>	<p><b>SITUAÇÃO 1</b></p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> 
--	--

<p><b>SITUAÇÃO 2</b></p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> 	<p><b>SITUAÇÃO 3</b></p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> 
---	---

<p><b>SITUAÇÃO 4</b></p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> 	<p><b>SITUAÇÃO 5</b></p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> 
--	--

<p><b>SITUAÇÃO 6</b></p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> 	<p><b>SITUAÇÃO 7</b></p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> 
--	--

<p><b>SITUAÇÃO 8</b></p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> 
--

## APÊNDICE C – ENTREVISTAS

### Estudante: Alice

#### História: O Clubinho

**Mediadora: Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque cada um votou em sim mesmo. Isso seria justo.*

**Mediadora: Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado?**

*Não.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque cada um votou em si mesmo, se eles votassem em outra pessoa... Peraí.*

**Mediadora: Mas na situação do sorteio, sabe que no sorteio eu coloco os papéis e tiro um nome. Na situação do sorteio você acha que eles têm a mesma chance?**

*Não*

**Mediadora: Por que?**

*Só vai ter o nome de uma pessoa, cada uma pessoa vai ter um nome só. E desse jeito fica difícil.*

**Mediadora: Quem tem mais chance de ser sorteado menino ou menina?**

*As meninas.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem mais meninas do que meninos, são 4 meninas e 3 meninos.*

#### História: A caixa de bombons

**Mediadora: O que você acha que vai acontecer próxima vez que Ema tirar um bombom?**

*Talvez ela consiga acertar.*

**Mediadora: Você acha que ela consegue tirar o que ela quer?**

*Sim.*

**Mediadora: Você acha que qual bombom tem mais chance de tirar da caixa?**

*O de beijinho*

**Mediadora: Por que?**

*Porque os que ela já pegou, ela colocou em um lugar e ela sabe o lugar, tá marcado.*

**Mediadora: Se ela misturasse todos e fechasse os olhos?**

*Vão ter a mesma chance.*

**Mediadora: Por que?**

*Já vai tá tudo embaralhado, ela não vai saber onde tá o de brigadeiro, o de beijinho.*

**Mediadora: Qual bombom lulu tem mais chance de tirar?**

*Esse aqui (o de beijinho). Porque tem 4 dele e esse aqui (o de brigadeiro) só tem três.*

História: Os lápis de cor

**Mediadora: Você sabe o que é aleatório?**

*É pegar qualquer um.*

**Mediadora: É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?**

*Não. É mais fácil um vermelho.*

**Mediadora: Mas você acha que é possível tirar um amarelo?**

*Sim*

**Mediadora: E um lápis rosa?**

*Não tem rosa.*

**Mediadora: É possível ela tirar um lápis rosa?**

*Não.*

**Mediadora: Por que?**

*Por que não tem rosa.*

**Mediadora: Qual é a cor mais provável de sair?**

*Vermelho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem 5 vermelhos.*

**Mediadora: E a menos provável?**

*O azul.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque só tem 2.*

História: Par ou ímpar

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

*(silêncio)*

**Mediadora: A imagem já traz uma possibilidade.**

*Mas depende de qual que eles escolheram ser.*

**Mediadora: Quais são as possibilidades de resultado?**

(silêncio)

**Mediadora: Que possibilidade é essa da imagem?**

4

**Mediadora: Mas cada um colocou quanto?**

*Um colocou 3 e o outro 1*

**Mediadora: Que outras possibilidades eles podem colocar?**

5 e 2 (a estudante lista 6 possibilidades no bloco de respostas)

**Mediadora: Você acha que tem mais?**

*Sim.*

**Mediadora: A chance de dar par é menor, maior ou igual a chance de dar ímpar?**

*Eu acho que é mais fácil dar par.*

**Mediadora: Por que?**

*Eu acho que fica mais fácil, porque cada pessoa só usa uma mão.*

**Mediadora: Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*... eu não acho injusto não.*

História: A festa de São João

**Mediadora: Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?**

*Tem quatro meninas e três meninos.*

**Mediadora: Ele diz que os cavalheiros devem passar por todas as damas. Todos os meninos tem que dançar com todas as meninas.**

(silêncio)

**Mediadora: Me diz um casal que poderia ser formado?**

*Esse (Edu) e essa (Mila)*

(A mediadora vai informando o nome dos personagens quando solicitado pela estudante)

(A estudante lista as 12 possibilidades de forma sistemática)

**Mediadora: Você acha que tem mais algum par?**

*Não.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de ter pares cujos nomes começam com a mesma letra?**

(silêncio)

**Mediadora: Quantos pares você tem que começam com a mesma letra?**

*Só achei dois.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de ter pares cujos nomes começam com a mesma letra?**

(silêncio)

**Mediadora: Que número você diria que seria a probabilidade de ter pares com a mesma letra?**

2

**Mediadora: Quem tem a mesma cor de cabelo?**

*Guga e Lulu. Mila e João não porque ele tem cabelo preto.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de ter pares com a mesma cor de cabelo?**

1

História: A caixa de bijuterias

**Mediadora: Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa?**

*Eu não sei, as duas caixas têm a mesma quantidade de pulseiras rosa.*

**Mediadora: Observando o todo, de qual caixa você acha que ela tem mais chance de tirar uma pulseira rosa?**

*Essa aqui (segunda caixa)*

**Mediadora: Por que você acha que ela tem mais chances nessa?**

*Tem menos das outras cores.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1ª caixa?**

*É pouca.*

**E na segunda caixa?**

*É melhor. Por que tem menos.*

**Mediadora: Se você pudesse dizer um número, que número seria essa probabilidade, na primeira caixa?**

*Em quantas tentativas?*

**Mediadora: Em uma tentativa só.**

*Acho que seria difícil. São duas.*

**Mediadora: E na segunda caixa?**

*Duas.*

História: O bingo

**Mediadora: Ficaram quantas bolinhas no globo?**

*Ficaram 46*

**Mediadora: Quantos números falta para Edu vencer?**

*Essa linha aqui (a terceira), se sair esse número aqui, aí ele consegue.*

**Mediadora: Então quantos números faltam?**

*1*

**Mediadora: E Ema, quantos números está faltando para ela ganhar?**

*Essas daqui, as duas tá faltando 2.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número ao acaso?**

*... um número dos que ele precisa?*

**Mediadora: Não, um número ao acaso qualquer número. Que número você diria que representa essa probabilidade?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Pensando no todo, quantas bolas ainda tem no globo?**

*46*

**Mediadora: Quando eu giro, qual a chance de sair uma bola dessas 46?**

*(silêncio)*

*(A mediadora passa para a próxima pergunta)*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Qual número falta pra Edu vencer?**

*44*

**Mediadora: Quantos números 44 tem no globo?**

*1*

**Mediadora: Então qual a probabilidade dele?**

*Se sair o número 44 ele vence.*

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Quantos números 44 tem?**

*1*

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

1

**Mediadora: E para Ema, qual a probabilidade de sair os números que ela precisa?**

(silêncio)

**Mediadora: De quantos números ela precisa?**

2

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

2

**Mediadora: Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema?**

*Edu.*

**Mediadora: Por quê?**

*Porque só falta 1 pra ele e 2 pra Ema.*

História: Jogo de Trilha

**Mediadora: Com uma única jogada o peão amarelo pode ultrapassar o vermelho?**

*Sim*

**Mediadora: Por que?**

*Por que ele pode pegar 6 no dado.*

**Mediadora: Você já me respondeu a próxima pergunta. Que número é preciso sair para que isso aconteça?**

6

**Mediadora: Quais são as possibilidades de sair um número no dado?**

1, 2, 3, 4, 5, 6

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair no dado o número que Edu precisa para vencer?**

*Pode ser difícil, mas também pode ser fácil.*

**Mediadora: Quantas vezes esse número aparece no dado?**

1

**Mediadora: Qual a probabilidade dele?**

1

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número par? Quantos números pares têm?**

4, 6, 2

**Mediadora: E números ímpares?**

1, 3, 5

**Mediadora: Então, qual a probabilidade de ter números pares?**

3

**Mediadora: E ímpares?**

3

### **Estudante: Tiana**

#### **História: O Clubinho**

**Mediadora: Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir?**

*Sim.*

**Mediadora: Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado?**

*Eu acho que sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Eu não entendi muito bem.*

**Mediadora: Porque você acha que qualquer pessoa pode ser sorteada?**

*É... No sorteio só sorteia um, mas sortear já que eles são amigos, acho que não ficam um com raiva do outro, então, se sorteia um, ainda bem que não vai ficar com raiva um do outro.*

**Mediadora: Quem tem mais chance de ser sorteado menino ou menina?**

*Acho que é menina.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque menina tem mais sorte.*

#### **História: A caixa de bombons**

**Mediadora: O que você acha que vai acontecer na próxima vez que Ema tirar um bombom da caixa?**

*Acho que ela vai fazer a mesma coisa, né. Ela tava de olhos fechados?*

**Mediadora:** De olhos fechados, e sempre ela devolve o bombom para a caixa. Mas nas três vezes ela tirou bombom de brigadeiro, da próxima vez que ela tirar de novo, você acha que vai ser que sabor?

*Beijinho*

**Mediadora:** Por que beijinho?

*Eu acho que ela vai tirar beijinho, porque... se eu fosse pegar um beijinho eu sentiria... eu iria ficar procurando até achar.*

**Mediadora:** E se ela não pudesse sentir textura, fosse só o creme?

*Eu acho que ela tiraria esse aqui (aponta o de brigadeiro), o que tava mais perto dela.*

**Mediadora:** Qual bombom Ema tem mais chance de tirar, ou não importa eles têm a mesma chance?

*Eu não sei... Como eu disse né.. tá perto.*

**Mediadora:** Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?

*Beijinho*

**Mediadora:** Por que?

*Por que... Ela pode pegar qualquer um né.*

História: Os lápis de cor

**Mediadora:** É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?

*Eu acho que não... porque o que tiver em cima ela vai tirar.*

**Mediadora:** Mas se ela não souber a ordem, é possível que ela tire um lápis amarelo ou é impossível?

*Eu acho que é possível*

**Mediadora:** É possível que ela tire um lápis rosa?

*Não*

**Mediadora:** Porque?

*Porque não tem nenhum rosa.*

**Mediadora:** Qual é a cor mais provável de sair?

*Ou azul ou vermelho.*

**Mediadora:** Mas qual você acha que é o mais provável, um só?

*Azul*

**Mediadora:** Por que azul?

*Vermelho*

**Mediadora:** Porque vermelho?

*Porque tem mais vermelhos do que azul. Porque tem 5 vermelhos, 2 azuis e 3 amarelos. Então eu acho que ela pega mais vermelhos.*

**Mediadora: E a menos provável?**

*Azul*

**Mediadora: Por que azul?**

*Porque o azul tem menos.*

História: Par ou ímpar

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

*Par.*

**Mediadora: Por exemplo, aqui temos uma possibilidade, eu quero que você diga outras possibilidades?**

*Se ele começar... Por que, às vezes, eu digo as minhas colegas, talvez a gente faça ao contrário, vamos primeiro começar com par, par, ímpar... Aí chega até ímpar, eu acho.*

**Mediadora: O livro apresenta uma possibilidade. Uma personagem colocou 1 a outra 3. Qual o resultado?**

*4.*

**Mediadora: Que outras possibilidades a gente pode ter usando uma mão só cada um?**

*4... (A estudante lista três possibilidades) Eu só coloquei isso.*

**Mediadora: Você acha que tem outras possibilidades?**

*Talvez.*

**Mediadora: Você pode listar essas possibilidades?**

*Acho que não.*

**Mediadora: A chance de dar par é menor, maior ou igual a chance de dar ímpar?**

*Eu acho que é maior.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque eu jogo assim... eu só escolho par, de vez em quando que ganha ímpar, então eu jogo só par.*

**Mediadora: Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?**

*É.*

**Mediadora: Por que você acha que é justo?**

*Porque... Como assim.*

**Mediadora: Você acha que todos tem a mesma chance de ganhar de ganhar?**

*Sim.*

**Mediadora: Mas por que então você escolhe par em vez de ímpar?**

*Porque é... o par como eu disse tem mais chance, e o ímpar só de vez em quando que ganha.*

**Mediadora: Então ímpar tem menos chance de ganhar do que par, não é isso?**

*Sim.*

**Mediadora: Então, será que é justo, por exemplo eu escolhendo par e você escolhendo ímpar, você teria a mesma chance que eu de ganhar, ou eu teria mais chance?**

*Eu acho que as chances são iguais.*

História: A festa de São João

**Mediadora: Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?**

*Tem menos meninos, vai sobrar uma menina.*

**Mediadora: Você poderia escrever os pares?**

*Sim. Quantos o que mesmo?*

**Mediadora: Quantos pares diferentes você pode formar usando um menino e uma menina?**

*Ah... é pra falar o nome deles... Eu coloquei, só que faltou uma menina*

**Mediadora: Como foi que você colocou?**

*Eu coloquei Ema e Guga, Edu e Mila e Jão e Lulu.*

**Mediadora: Você acha que pode formar algum outro par?**

*Não. De três eu acho.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares cujos nomes começam com a mesma letra?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Nas duplas que você fez tem algum que tem a mesma letra inicial nos nomes?**

*Sim, só que um é de uma dupla e o outro de outra dupla.*

**Mediadora: Quais são?**

*Ema e Edu.*

**Mediadora: E Ema e Edu podiam dançar juntos?**

*Sim.*

**Mediadora: Seriam um par?**

*Sim.*

**Mediadora: Na história diz todos os meninos tem que dançar com todas as meninas, não é?**

*Sim*

**Mediadora: Você colocou Edu com quem?**

*Eu tô colocando Ema e Edu, Edu e Mila.*

**Mediadora: E Mila podia dançar com outra pessoa?**

*Sim.*

**Mediadora: Você já colocou Mila e quem?**

*Mila e Edu, só que eu vou colocar outro. Só que não é com a mesma letra.*

**Mediadora: Da pra Mila dançar com mais alguém?**

*Sim. Tem. Eu já coloquei Jão, Guga e Edu. Não. Não tem não.*

**Mediadora: E as outras meninas?**

*Sim, as outras meninas sim. Tá faltando uma que não sei o nome. Só Ju que falta.*

**Mediadora: Com quem ela pode dançar?**

*Guga, com Guga.*

**Mediadora: Ela só pode dançar com Guga?**

*Não. Cada um tem sua vez né. Então pode trocar. Eu já troquei muitos aqui... Tô quebrando a minha cabeça.*

**Mediadora: Ela já dançou com algum outro menino além de Guga?**

*Ju só dançou com Guga. Eu vou colocar aqui com Jão e Edu.*

**Mediadora: Tem algum outro par que podemos formar?**

*Deixa eu ver... Eu acho que não.*

**Mediadora: Agora voltamos a pergunta, qual a probabilidade de se ter pares cujos nomes começam com a mesma letra?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Quantos pares você tem que começam com a mesma letra?**

*Só dois*

**Mediadora: Como você diria a chance de sair um par que tem a mesma letra?**

*De dois pares... pra dançar com outros?*

**Mediadora:** Por exemplo, se eu fizesse um sorteio com o nome desses pares, qual seria a probabilidade de tirar esses casais que começam com a mesma letra?

*Ah. Qual dos dois poderia tirar, ne?*

**Mediadora:** De todos os casais, qual seria a chance de tirar casais que começam com a mesma letra?

*A possibilidade... Eu acho que eu tiraria... Edu e Ema... Só que só tem eles dois, e eu tiraria um.*

**Mediadora:** Qual a probabilidade de se ter pares que tem a mesma cor de cabelo?

*2 só tem dois.*

**Mediadora:** Quais são eles?

*Lulu com Guga, Edu com Ema...*

**Mediadora:** Eu não sei a cor do cabelo de Edu, eu acho que Edu é careca.

*Ah tá. Não, eu acho que não. Só um. Eu pensei que isso aqui fosse o cabelo dele. (Aponta a roupa de outra personagem)*

História: A caixa de bijuterias

**Mediadora:** Em qual caixa ela tem maior chance de tirar uma pulseira rosa?

*Dependo do braço que ela pegar.*

**Mediadora:** Independentemente da posição que ela estiver, você acha que ela tem mais chance de pegar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa?

*Nessa, na segunda*

**Mediadora:** Por que?

*Porque... Não eu acho que é nessa. (Aponta a primeira caixa)*

*Os dois só tem duas rosas. Então ela pegaria nessa. (Aponta a primeira caixa)*

**Mediadora:** Por que você acha que é na primeira caixa?

*Porque quando ela estica o braço, ela pega pra cá, então ela pegaria essa (rosa) ou uma azul.*

**Mediadora:** Você não acha que a quantidade das outras pulseiras não pode influenciar não?

*Pode.*

**Mediadora:** Então pensando nas outras pulseiras, o qual você acha que tem mais chance?

*Essa. (primeira caixa)*

**Mediadora: Por que?**

*Porque como ela estica o braço ela poderia pegar essa azul, porque tem mais azul.*

**Mediadora: Mas ela quer pegar uma rosa, você acha que ela tem mais chance de pegar uma rosa na primeira caixa ou na segunda?**

*Na segunda.*

**Mediadora: Por que?**

*Ela pode vir pra cá e pegar né. Só que ela á de olhos fechados né. ... Eu acho que não tem como ela pegar a rosa.*

**Mediadora: Mas ela pode pegar uma rosa?**

*Sim.*

**Mediadora: Você acha que ela vai ter mais chance de pegar em qual. Qual vai ser mais fácil?**

*Essa daqui mesmo. (a primeira)*

**Mediadora: Por que?**

*Porque ela tá mais aqui no meio e ela poderia sentir... sentir ela não pode porque todas são iguais, pegar uma dessas (rosa) sem perceber.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1º caixa?**

*Poucas. Pouquíssimas*

**Mediadora: E na segunda caixa?**

*Talvez ela tenha.*

**Mediadora: Por que você acha que na primeira ela tem poucas chances e na segunda talvez?**

*Não, na segunda ela tem poucas e na primeira ela tem. Porque essa daqui (a primeira caixa) tá perto dela e essa daqui (a segunda caixa) tá longe umas das outras, então ela poderia pegar até uma dessas daqui (pulseiras de outras cores).*

História: O bingo

**Mediadora: Quantos números falta para Edu vencer?**

*Eu acho que... é essa linha aqui, a terceira linha.*

**Mediadora: Quantos números faltam?**

*1.*

**Mediadora: E na de Ema, qual linha está mais próxima de completar?**

*Não tem nenhuma que só tenha um.*

**Mediadora: Mas tem alguma que tenha dois números faltando?**

*Tem. Tem duas tem essa, essa e essa.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número ao acaso?**

*Um número. Muitas*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer?**

*Muitas.*

**Mediadora: Edu falta quantos números para vencer?**

*1. Esse aqui.*

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

*Probabilidade é o quê?*

**Mediadora: Probabilidade é um número que representa a chance. Nesse caso, a chance de sair o número que Edu precisa para vencer.**

*A chance, eu não sei... eu acho que são poucas e ao mesmo tempo muitas, porque sorteando a gente não sabe. Mas eu acho que ele tiraria e ganhava, nessa linha.*

**Mediadora: E para Ema?**

*São poucas.*

**Mediadora: Menos que Edu ou mais que ele?**

*Menos. É porque o dela falta dois, e se ele pegar só um ele vence nessa daqui. E ela, ela tem que... se tirar 21 ela tira esse e ainda falta esse.*

História: Jogo de Trilha

**Mediadora: Com uma única jogada o peão amarelo pode ultrapassar o vermelho?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*O dado tem o que mesmo... 1, 2, 3, 4, 5, 6. Eu acho que sim.*

**Mediadora: Que número é preciso sair para que isso aconteça?**

*3.*

**Mediadora: Conta pra ver se ele conseguiria ultrapassar, se ele andar três casa ele ultrapassa?**

*1, 2, 3. (A estudante conta as casas ao contrário, voltando até a largada 3 casas).*

*(A mediadora indica que ele deve andar para o outro lado)*

*1, 2, 3, 4...*

**Mediadora: Mas ele tem que ultrapassar, passar a frente.**

*Ele precisa de 6.*

**Mediadora: Você acha que com uma jogada pode conseguir o número 6 no dado?**

*Não.*

**Mediadora: Você acha que não pode sair o número 6 no dado?**

*Não.*

**Mediadora: Quais são os números que tem no dado?**

*Aqui no dado só tem... se só tem 6 lados, então só tem 6 coisinhas em cada parte do dado, então a possibilidade de cair é em três, em quatro ou em um.*

**Mediadora: Não pode cair o número 6 no dado?**

*Pode.*

**Mediadora: Com uma única jogada é possível ultrapassar o amarelo, sabendo que ele precisa do número 6?**

*Não. Ele teria que jogar mais de uma vez.*

**Mediadora: Quais são as possibilidades de sair um número no dado? Quais as possibilidades de resultados temos no dado?**

*Três ou quatro ou cinco.*

**Mediadora: Você acha que só tem essas três possibilidades?**

*Sim.*

**Mediadora: Você acha que tem mais alguma possibilidade no dado?**

*Não.*

**Mediadora: E o dado tem quantos lados?**

*Seis.*

**Mediadora: E só tem esses números?**

*Não. Não tem só esses números.*

**Mediadora: Então quais são os outros?**

*Pode colocar o seis também?*

**Mediadora: Você que sabe, se tem o seis no dado se não tem?**

*Tem o seis.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair no dado o número que Guga precisa para vencer?**

*Eu acho que talvez saia, mas são pouquíssimas chances.*

**Mediadora: Por que você acha que são poucas as chances?**

*Porque tem muitos vídeos no meu celular que é de competições e tem que “coisar” o dado, aí eu vi os dados deles e sai pouquíssimos 6, só sai os números assim 3, 2, 4. E eu acho que são poucas por causa disso.*

**Mediadora: Qual a chance de sair um número par? Observando tuas possibilidades de resultado quantos podem ser par e quantos podem ser ímpar?**

*A chance de ter par...*

**Mediadora: Você acha que é igual, diferente ou não importa?**

*Pode dizer isso tia, não importa.*

**Mediadora: Você pode dizer, eles têm a mesma chance ou tem chances diferentes?**

*Eles têm a mesma chance.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque...*

**Mediadora: Quantos são ímpares?**

3.

**Mediadora: Quantos são pares?**

3.

**Mediadora: Eles têm a mesma chance ou chances diferentes?**

*Têm a mesma chance.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque são iguais, tem 3 e 3. Então são iguais.*

### **Estudante: Magali**

História: O Clubinho

**Mediadora: Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque só assim nenhum sai triste, porque eles tão jogando justo e não sujo.*

**Mediadora: Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque o nome de todos está dentro da caixa.*

**Mediadora: Quem tem mais chance de ser sorteado menino ou menina?**

*Eu acho que meninos.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque os meninos são mais sortudos em tudo.*

História: A caixa de bombons

**Mediadora: O que você acha que vai acontecer próxima vez que Ema tirar um bombom?**

*Ela vai tirar o de brigadeiro.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque ela gosta mais do de brigadeiro.*

**Mediadora: Ela gosta mais do bombom de beijinho. Ela só tirou brigadeiro até agora, ela devolveu, na próxima vez você acha que ela vai pegar qual?**

*O de brigadeiro de novo, porque ela fica tentando, tentando, e tem que comer aquilo que consegue. É pra ela tirar o de brigadeiro mesmo, não é pra tirar o de beijinho não.*

**Mediadora: Você acha que qual bombom tem mais chance de tirar da caixa?**

*Ela tem a mesma chance.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque na caixa tem 4 de cada.*

**Mediadora: Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?**

*Ela vai tirar o de beijinho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque... ela gosta do de brigadeiro, mas como a Ema tirou um daqui, aí ela vai tirar o de beijinho.*

História: Os lápis de cor

**Mediadora: Você sabe o que é aleatório?**

*Sem ordem. Ela vai pegar qualquer um e vai pintando.*

**Mediadora: É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque o amarelo é mais bonito, ele tem menos, mas tem possibilidade de pegar o amarelo.*

**Mediadora: E um lápis rosa?**

*Pode.*

**Mediadora: Por que?**

*Pode. Porque ele é bonito e ela também tem muita possibilidade de pegar o rosa.*

**Mediadora: Observe o estojo, ela pode pegar um lápis rosa?**

*Não. Não tem rosa.*

**Mediadora: Então ela não pode pegar um lápis rosa?**

*Não.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque não tem.*

**Mediadora: Qual é a cor mais provável de sair?**

*Vermelho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque vermelho tem mais.*

**Mediadora: E a menos provável?**

*Azul.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque azul tem menos.*

História: Par ou ímpar

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

*Ele pode colocar qualquer número, e esse aqui também. Mas esse aqui colocou 3 e o outro 1.*

**Mediadora: Como você disse essa é uma possibilidade de resultado, você acha que tem outras?**

*Tem.*

**Mediadora: Quais são elas?**

*Tem a possibilidade de ele jogar outros números.*

**Mediadora: Você pode listar algumas?**

*(A estudante lista 3-1, 5-4, 2-0)*

*Só.*

**Mediadora: A chance de dar par é menor, maior ou igual a chance de dar ímpar?**

*É maior.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque na mão de um tem três e no do outro 1, aí dá par.*

**Mediadora: Pensando nas outras possibilidades que você colocou, você acha que acontece mais par, ímpar ou é igual?**

*É igual.*

**Mediadora: Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?**

*É.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque eles não estão jogando sujo.*

História: A festa de São João

**Mediadora: Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?**

*(A estudante escreve 3 possibilidades)*

**Mediadora: Você acha que pode ter mais pares?**

*(A estudante escreve mais 1 par)*

**Mediadora: Você acha que tem mais pares?**

*Não.*

**Mediadora: Ele diz que todos os cavalheiros devem passar por todas as damas.**

**O que você acha que ele quer dizer?**

*Que cada um tem que mudar de damas. Então tem mais.*

**Mediadora: Que outras possibilidades você acha que tem?**

*(A estudante escreve mais um par)*

**Mediadora: Você acha que tem mais?**

*Não.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares cujos nomes começam com a mesma letra?**

*Como assim.*

**Mediadora: Você tem dificuldade com a palavra probabilidade?**

*Sim.*

**Mediadora: A probabilidade é um número que representa a chance de se ter algo. Nas suas possibilidades tem pares com a mesma letra?**

*Tem. 1. Ju e Jão.*

**Mediadora: Tem mais algum?**

*Não. Não tem mais um. Ema e Edu.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares cujos nomes começam com a mesma letra?**

*Eu não entendi não.*

**Mediadora: Pensando que probabilidade é um número que representa a chance de sair esses pares, se estivéssemos sorteando esses pares, qual seria a probabilidade de sair esses nomes?**

*Eu acho que teria várias chances. Mas... 2. 2 chances.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares com a mesma cor de cabelo?**

*Nenhuma. Ah. Tem uma, duas. Guga e Lulu, esse... ah esse é preto e esse é marrom. Só tem uma.*

História: A caixa de bijuterias

**Mediadora: Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa?**

*Nessa daqui. Na segunda caixa.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque nessa daqui tem várias cores e menos rosa. E nessa daqui também tem várias, mas tem poucas pulseiras. Então tem mais possibilidades dela pegar a rosa. A primeira tem mais pulseira o que a segunda.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1º caixa? Que numero você acha que representa essa chance?**

2.

**Mediadora: E na segunda caixa?**

2.

História: O bingo

**Mediadora: Quantos números ainda restam no globo?**

46.

**Mediadora: Quantos números falta para Edu vencer?**

*Faltam 3.*

**Mediadora: Pode olhar todas as linhas. É a que falta menos números.**

*A terceira linha.*

**Mediadora: Faltam quantos números nessa linha?**

1.

**Mediadora: E na de Ema, quantos números está faltando para ela ganhar?**

*Em Ema não tem só faltando um número não.*

**Mediadora:** A linha que está mais próxima de completar faltam quantos números?

*Falta 2.*

**Mediadora:** Qual a probabilidade de sair um número ao acaso?

*Como assim.*

**Mediadora:** A probabilidade é o número que representa a chance de acontecer algo. Qual a probabilidade de sair um número qualquer?

*44. (é o número que falta pra Edu vencer)*

**Mediadora:** A probabilidade é 44?

*(silêncio)*

**Mediadora:** Independente de ser da cartela de Edu ou de Ema. Pra sair um número do globo, qual você acha que é a chance?

*10.*

**Mediadora:** Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer?

*(silêncio)*

**Mediadora:** Quantos números faltam pra ele ganhar?

*10 números. (A estudante pensa no total de números que faltam na cartela)*

**Mediadora:** Pra ele completar uma linha?

*Ah. 1.*

**Mediadora:** Então, qual a probabilidade de Edu vencer?

*1 número.*

**Mediadora:** E para Ema?

*2 números.*

**Mediadora:** Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema?

*Edu.*

**Mediadora:** Por quê?

*Por que ele só tem um faltando, e ela 2.*

História: Jogo de Trilha

**Mediadora:** Com uma única jogada o peão amarelo pode ultrapassar o vermelho?

*Sim.*

**Mediadora:** Que número é preciso sair para que isso aconteça?

4... 5...

**Mediadora: Pra ele ultrapassar?**

6.

**Mediadora: Pode sair numa jogada só?**

*Pode.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque no dado tem vários números.*

**Mediadora: Quais são as possibilidades de sair um número no dado? Os números que podem sair no dado?**

*Podem sair vários números. 1, 2, 3, 4, 5.*

**Mediadora: O dado tem quantos lados?**

4.

**Mediadora: Vamos observar o dado da imagem.** (A mediadora realiza a contagem dos lados do dado com a estudante)

6.

**Mediadora: Quais são as possibilidades de sair um número no dado?**

*1, 2, 3, 4, 5, 6.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair no dado o número que Guga precisa para vencer?**

*De 6.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair 6?**

*Possibilidade grande.*

**Mediadora: Pensando que a probabilidade é o número que representa essa chance.**

6.

**Mediadora: Quantos números 6 tem?**

1.

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o 6?**

1.

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número par?**

4.

**Mediadora: Você pode marcar os pares e os ímpares.**

*Tem 3 possibilidades dos dois.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair números pares?**

3.

**Mediadora: E impares?**

3.

### **Estudante: Coraline**

História: O Clubinho

**Mediadora: Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir?**

*Acho que sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque não vai ter discussão, a eu sou melhor ou ele é melhor pra fazer isso.*

**Mediadora: Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem 7 papéis e eles são sete, e cada um vai ter a chance, tá tudo igual, tipo tem João e não tem dois nomes dele, só tem um.*

**Mediadora: Quem tem mais chance de ser sorteado menino ou menina?**

*Não. Eu acho... pra mim pode sair qualquer um. Mas acho que as meninas tem mais chance por causa que elas tem mais.*

História: A caixa de bombons

**Mediadora: O que você acha que vai acontecer próxima vez que Ema tirar um bombom?**

*Eu acho que vai ser de beijinho.*

**Mediadora: Por que?**

*Agora já que ela tirou tanto, acho que ela já vai saber onde tá.*

**Mediadora: E se ela misturasse?**

*Aí pode ser que saia de novo um de brigadeiro.*

**Mediadora: Você acha que qual bombom tem mais chance de ela tirar da caixa?**

*Eu acho que é igual. Porque é a mesma quantidade de brigadeiro e beijinho.*

**Mediadora: Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?**

*O de beijinho, porque agora tem menos de brigadeiro.*

História: Os lápis de cor

**Mediadora: O que pra você é aleatório?**

*É acho que se sortear um vai sair...é aleatório, só vai pegar e vai ser o que sair.*

**Mediadora: É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?**

*Pode ser, mas tem pequenas chances porque tem mais vermelho.*

**Mediadora: E um lápis rosa?**

*Mas tem rosa? Não, não tem.*

**Mediadora: Você acha que é possível tirar um rosa?**

*Não.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque não tem.*

**Mediadora: Qual é a cor mais provável de sair?**

*Vermelho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem mais.*

**Mediadora: E a menos provável?**

*O azul.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem menos.*

História: Par ou ímpar

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

*Se uma mão tem cinco dedos a possibilidade pode ser qualquer número sair, ele botar um dois e ele botar o um e sair um três. Pode sair um 4, um pode colocar 3 e o outro 1 e sair um quatro, pode sair um três também. Pode sair tanto ímpar quanto par.*

**Mediadora: A chance de dar par é menor, maior ou igual a chance de dar ímpar?**

*Eu acho que a chance de sair par é maior, como tá aqui, os dedos deles deu par.*

**Mediadora: Por que?**

*Por causa que... pode ser de acordo com a imagem?*

**Mediadora: Você elencou algumas possibilidades.**

*Eu acho que tanto pode sair ímpar como pode sair par.*

**Mediadora: Usando uma mão só cada um temos possibilidades até que número?**

10.

**Mediadora:** Observando a quantidade de pares e ímpares, eles possuem a mesma chance ou chances diferentes?

*Chance igual.*

**Mediadora:** Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?

*Sim.*

História: A festa de São João

**Mediadora:** Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?

*Eu acho que podem formar 4 pares.*

**Mediadora:** Quais são eles?

*Ju e Jão, Ema... ah não, dá pra formar 3 pares.*

**Mediadora:** Você acha que eles podem dançar com outras pessoas?

*Podiam. Poderiam revezar, aí a menina que ficou de fora poderia entrar no lugar de outra.*

**Mediadora:** Você poderia dizer as possibilidades?

*Ju e Jão, Ema e Guga, Mila e Edu, Lulu poderia trocar com outras participantes.*

**Mediadora:** Quais são todas as possibilidades? Por exemplo, Ju pode dançar com quem?

*Com os três.*

**Mediadora:** Você acha que todas as meninas podem dançar com todos os meninos?

*Acho que sim.*

**Mediadora:** Então quantas possibilidades você teria?

*Como assim... Não entendi.*

**Mediadora:** Você disse que todas as meninas podem dançar com todos os meninos, então quantos pares você poderia formar?

4.

**Mediadora:** Ju pode dançar com quem?

*Ju com Jão, Ju com Guga e Ju com Edu.*

**Mediadora:** Quantas possibilidades?

3.

**Mediadora:** E as outras meninas?

*Seria o mesmo se revezasse.*

**Mediadora: Seriam quantos pares no total?**

(A participante faz ligações mentais com o auxílio da imagem do livro para a combinação dos pares através da multiplicação)

*Seriam 12 pares.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares com a mesma letra?**

*Seriam duas.*

**Mediadora: Então você teria duas possibilidades?**

*Sim.*

**Mediadora: E qual a probabilidade?**

*A probabilidade...*

**Mediadora: O que pra você é probabilidade?**

*Probabilidade é... tipo aqui são 7 e só tem 4 com a mesma letra, a probabilidade seria mais ou menos, não seria muita não.*

**Mediadora: Qual o número indica a chance de ter pares que começam com a mesma letra?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Quantos pares tem com a mesma letra?**

*2.*

**Mediadora: Qual o total de pares?**

*12 pares.*

**Mediadora: Então vai ser dois pares de...?**

*12.*

**Mediadora: Então a probabilidade é?**

*2 de 12*

**Mediadora: Qual a probabilidade de ter pares com a mesma cor de cabelo?**

*Seriam 2 pares. Eles têm o mesmo cabelo... eu acho que é um par só, porque a cor é diferente.*

**Mediadora: E qual é a probabilidade?**

*1 de 12.*

História: A caixa de bijuterias

**Mediadora: Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa?**

*Eu acho na segunda caixa.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem menos pulseiras. Tem a mesma quantidade de pulseiras (rosa) nas duas, eu acho que... é isso mesmo, tem mais na primeira e como só tem duas rosas ela pode pegar mais azul ou mais amarelo, então ela tem mais chances na segunda.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1º caixa?**

*Seria 2 de 10.*

**Mediadora: E na segunda caixa?**

*Seria 2 de 8.*

História: O bingo

**Mediadora: Quantas bolas ainda restaram no globo?**

*46.*

**Mediadora: Quantos números falta para Edu vencer?**

*1.*

**Mediadora: E na de Ema, quantos números está faltando para ela ganhar?**

*2 números.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número ao acaso?**

*1 de 46.*

**Mediadora: Pra Edu vencer ele precisa de quantas rodadas?**

*1.*

**Mediadora: E para Ema?**

*2.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer?**

*1 de 46.*

**Mediadora: E pra Ema?**

*2 de 46.*

**Mediadora: Mas ela precisa de duas rodadas. Na primeira rodada a probabilidade será?**

*1 de 46.*

**Mediadora: E na segunda?**

*2 de 45.*

**Mediadora: Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema?**

*Edu, porque só falta um pra ele.*

História: Jogo de Trilha

**Mediadora:** Com uma única jogada o peão amarelo pode ultrapassar o vermelho?

*Pode.*

**Mediadora:** Que número é preciso sair para que isso aconteça?

*Pra ele passar do João falta...*

**Mediadora:** Quantas casas faltam?

6.

**Mediadora:** Quais são as possibilidades de sair um número no dado?

*São 5 né...*

**Mediadora:** Quais são os números do dado? Vamos observar o desenho.

*Tem um, dois, três, quatro, cinco, seis, então dá pra ele passar.*

**Mediadora:** Qual a probabilidade de sair no dado o número que Guga precisa para vencer?

1, 6.

**Mediadora:** E qual a probabilidade de sair esse número?

6 de 6.

**Mediadora:** Qual a probabilidade de sair o número 6?

1 de 6.

**Mediadora:** Por que?

*Porque não tem número repetido, se tivesse número repetido seria outra probabilidade.*

**Mediadora:** Qual a probabilidade de obter um número par?

3 de 6 né.

**Mediadora:** Por que?

*Porque os números pares são 2, 4, 6.*

**Mediadora:** E um número ímpar?

3 de 6.

**Mediadora:** Mas você disse a probabilidade 3 de 6, por que você diz o seis?

*Porque tipo de par tem 3 e de ímpar tem 3.*

Estudante: Emília

História: O Clubinho

**Mediadora: Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir?**

*Acho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque ninguém ia ver né. Ia só pegar e quem for ia ser.*

**Mediadora: Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado?**

*Não sei acho que não.*

**Mediadora: Observando a imagem, todos tem a mesma chance ou uma pessoa tem mais chance que a outra?**

*Uma pessoa tem mais chance que a outra.*

**Mediadora: Quem você acha que tem mais chance?**

*Provavelmente, esse aqui (Jão).*

**Mediadora: Por que?**

*Ele tem cara de mais inteligente.*

**Mediadora: Mas no sorteio dá pra considerar isso?**

*Não.*

**Mediadora: Então eles têm a mesma chance ou chance diferentes de ganhar?**

*A mesma chance.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque é só na sorte mesmo.*

**Mediadora: Quem tem mais chance de ser sorteado menino ou menina?**

*Os dois.*

História: A caixa de bombons

**Mediadora: O que você acha que vai acontecer próxima vez que Ema tirar um bombom?**

*Vai ser de beijinho. Porque ela já tirou todos os de chocolate e eu acho que ela decorou onde tá.*

**Mediadora: E se ela misturasse a caixa?**

*Eu não faço ideia, porque ia tá tudo misturado, não sei.*

**Mediadora: Você acha que seria brigadeiro, beijinho ou não importa, os dois têm a mesma chance?**

*Os dois têm a mesma chance.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque não ia dar pra ela saber.*

**Mediadora: Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?**

*Beijinho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque já sumiu um de brigadeiro, então vai ser mais fácil ela tirar um de beijinho. Há maior quantidade de beijinho do que de brigadeiro.*

História: Os lápis de cor

**Mediadora: Você sabe o que é aleatório?**

*Sim, é só pegar e pronto.*

**Mediadora: É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?**

*É.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque ela vai tirar aleatoriamente ela só pegar e pronto.*

**Mediadora: E um lápis rosa?**

*Também é possível. Acho. Vai ser aleatoriamente também. Até porque não tô vendo lápis rosa.*

**Mediadora: Você acha que é possível ela tirar um lápis rosa, observando o estojo?**

*Acho. Ah. Ela só tem essas cores. Não.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque não tem rosa.*

**Mediadora: Qual é a cor mais provável de sair?**

*Vermelho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem mais vermelhos.*

**Mediadora: E a menos provável?**

*Azul.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque só tem dois.*

História: Par ou ímpar

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

*É bem pouca né, a possibilidade, porque só vai usar uma mão, se fizer as duas mãos, eu acho que... por exemplo se ele escolhesse oito, uma mão só não dá teria que ser as duas.*

**Mediadora: Na imagem temos uma possibilidade, que outras possibilidades podemos ter?**

*Acho que se ele quiser colocar 5... Vamos supor que ele é ímpar (Jão) e ele é par (Guga), se ele colocar 5 (Guga) e ele colocar 1 (Jão), como ele ta fazendo, esse daqui... (a estudante conta 1 é ímpar, dois é par, ... até seis) esse aqui não ganha (Guga) nem esse aqui... espera ai... esse aqui ganhou (Jão)*

**Mediadora: Você pode dizer outras possibilidades?**

*Se esse aqui colocar 3 (Jão) e esse 2 (Guga), então... (a estudante conta 1 é ímpar, dois é par, ... até cinco) esse aqui ganhou (Jão). Tem várias. Se esse aqui colocar 1(Jão) e esse 3 (Guga), ah (aponta na imagem a mesma possibilidade), mas pode ser ao contrário. Dá empate, porque 3 é ímpar e 1 é ímpar também. Nós contamos 3 mais 1, 4. Então Guga ganha.*

**Mediadora: Você acha que tem outras possibilidades?**

*Tem várias, que são muitas, muitas mesmo, só que não vai dar pra escrever tudo.*

**Mediadora: A chance de dar par é menor, maior ou igual a chance de dar ímpar?**

*Depende do número que você escolher né.*

**Mediadora: Mas, dentre todas as possibilidades, que você disse que são muitas, par ou ímpar tem a mesma chance ou chance diferente?**

*Chance diferente.*

**Mediadora: Ímpar tem mais chance ou menos chance de acontecer?**

*Não.*

**Mediadora: E par?**

*Também não.*

**Mediadora: Então é chance igual ou diferente?**

*Igual né, pensando assim né, porque depende do número que você colocar, então é igual.*

**Mediadora: Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?**

*Não.*

**Mediadora: Você disse que tinha chances iguais, então tanto Guga quanto João pode ganhar, tem as mesmas chances. Então você acha que é um sorteio justo?**

*Eu acho. Porque assim ninguém vai ter mais possibilidades que outro, fica tudo igual, é bom que não vai ter briga.*

História: A festa de São João

**Mediadora: Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?**

*3. Não, seis, porque são três meninos e três meninas. Mas uma vai ficar de fora, né coitada. (Contou os elementos e não os agrupamentos)*

(A estudante aponta os pares na ilustração do livro, Mila e Guga, Lulu e João, Ju e Edu)

**Mediadora: Que outros pares você pode formar?**

(A estudante aponta os pares na ilustração do livro, Ema e Edu, Ju e Guga, Mila e João)

**Mediadora: Você pode ter outros pares?**

*Pode ser...*

(A estudante lista 11 pares, sendo 1 repetido)

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares que começam com a mesma letra?**

*Ju com João, Edu com... Ema. Eu não coloquei Edu com Ema, mas pode ser também. Só... Edu com Ema e João com Ju.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares que começam com a mesma letra?**

*Eu acho que só ele (João) com ela (Ju) e ela (Ema) com ele (Edu).*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares com a mesma cor de cabelo?**

*Ela (Lulu) com ele (Guga) e ela com ele, é a mesma cor de cabelo? Esse aqui é preto. Parece, mas é só essa aqui (Lulu e Guga).*

História: A caixa de bijuterias

**Mediadora: Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa?**

*Nenhuma, porque só tem duas em cada uma.*

**Mediadora: Em qual ela vai ter mais chance?**

*Nas duas, porque as duas tem a mesma quantidade de pulseira rosa.*

**Mediadora: Mas se você tivesse que escolher uma, você acha que ela teria mais chance em qual?**

*Nessa (a segunda caixa).*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem menos pulseira que aqui (primeira caixa)*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1º caixa?**

*Como assim.*

**Mediadora: Qual a probabilidade dela tirar uma pulseira rosa da 1º caixa?**

*Eu não sei. Tem tantas pulseiras, tem só duas rosas e várias azuis e amarela, é a menor possibilidade.*

**Mediadora: Tem quantas pulseiras no total?**

*5 azuis, 3 amarelas, 2 rosas. 10 pulseiras.*

**Mediadora: E rosa?**

*2.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa?**

*Pouca.*

**Mediadora: Se você fosse dizer um número para essa probabilidade, qual seria?**

*2.*

**Mediadora: E na segunda caixa?**

*8 pulseiras. Que acho que eu daria 4.*

História: O bingo

(Durante a leitura da história, a estudante já indicou a linha que está mais próxima de vencer na cartela de Edu)

**Mediadora: Quantos números falta para Edu vencer?**

*2.*

**Mediadora: O símbolo de paus não conta só os números.**

*Então falta um número só.*

**Mediadora: E na de Ema, quantos números está faltando para ela ganhar?**

*Falta um também. Não faltam dois.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número ao acaso?**

*É grande né, porque é só... Tem que misturar e quando tira a tampinha cai uma bolinha.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Quantos números faltam pra Edu?**

*1 só. Tem que ser o número 44. Então...*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que falta para Edu vencer?**

*Bem difícil, porque só tem um.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que falta para Ema vencer?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Pra ela faltam quantos números?**

*Faltam 2. É menos difícil do que o dele.*

**Mediadora: Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema?**

*Ele.*

**Mediadora: Por quê?**

*Por que ele só tem um número faltando e ela tem dois.*

História: Jogo de Trilha

**Mediadora: Com uma única jogada o peão vermelho pode ultrapassar o amarelo?**

*Acho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque se cair o número 6... não, não tem como ultrapassar, tem como empatar.*

**Mediadora: Quantas casas o amarelo está à frente do vermelho?**

*5.*

**Mediadora: E pra ele ultrapassar ele precisa de quanto?**

*6.*

**Mediadora: Com uma jogada só é possível que ele ultrapasse?**

*Se ele tiver sorte, aí vai, se cair o número seis, aí ele ultrapassa. Mas se ele tiver muita sorte mesmo.*

**Mediadora: Quais são as possibilidades de sair um número no dado?**

*O número 1, o número 2, o número 3, o número 4 e o número 5.*

**Mediadora: Tem mais algum número?**

*O número 6.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair no dado o número que Guga precisa para vencer?**

*Ãh?*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair o número que ele precisa no dado?**

*É difícil, eu acho que é bem difícil. Porque ele tem que ter muita sorte mesmo, porque se ele jogar pode sair 4, 1, 2, entendeu. Se ele tiver sorte pode cair 6, e aí ele passa.*

**Mediadora: Quantos números 6 tem no dado?**

*1 só.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número par?**

*Normal né. Você contar 1 é ímpar, 2 é par, 3 é ímpar, 4 é par, 5 é ímpar, 6 é par.*

**Mediadora: Quantos números pares têm?**

*Tem o 2, o 4 e o 6.*

**Mediadora: E um número ímpar?**

*Ímpar tem 2, não calma. O 1, o 3 e o 5.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair par?**

*É maior. Tem 3 par e... tem 3 também ímpar. Eles têm a mesma probabilidade.*

### **Estudante: Píppi**

#### **História: O Clubinho**

**Mediadora: Você acha que esta é uma maneira justa ou correta de decidir?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque ele não vai ver qual é, ele não pode chegar e dizer é essa pessoa, ele sorteou.*

**Mediadora: Todos os integrantes do clubinho têm a mesma chance de ter o nome sorteado?**

*Tem.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque todos estão participando.*

**Mediadora: Quando você fala que estão participando, você quer dizer que todos colocaram os nomes?**

*É cada um está com o seu aqui dentro (a caixa com os nomes na ilustração).*

**Mediadora: Quem tem mais chance de ser sorteado menino ou menina?**

*Os dois.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque são pessoas igual aos outros e pode ser menino ou menina.*

História: A caixa de bombons

**Mediadora: O que você acha que vai acontecer próxima vez que Ema tirar um bombom?**

*Brigadeiro. Não. Beijinho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque ela já tentou muito e não conseguiu.*

**Mediadora: Você acha que qual bombom tem mais chance de tirar da caixa?**

*Tem chance igual.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque todos estão juntos.*

**Mediadora: Você percebe algum outro motivo?**

*Porque eu acho que ela conhece qual é.*

**Mediadora: Mas se ela conhece, eles têm chance igual?**

*Tem chance igual.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque eles estão juntos na caixa.*

**Mediadora: Qual bombom Lulu tem mais chance de tirar?**

*Beijinho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem mais.*

História: Os lápis de cor

**Mediadora: O que pra você é aleatório?**

*Qualquer um. De qualquer jeito.*

**Mediadora: É possível que Ju tire um lápis amarelo do estojo?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem três.*

**Mediadora: E um lápis rosa?**

*Não tem.*

**Mediadora: Você acha que é possível que ela tire um lápis rosa?**

*Não.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque não tem no estojo dela.*

**Mediadora: Qual é a cor mais provável de sair?**

*Vermelho.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem mais.*

**Mediadora: E a menos provável?**

*Amarelo. Não azul.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem menos.*

História: Par ou ímpar

**Mediadora: Usando uma mão só, quais são todas as possibilidades de resultado?**

*4, 5 é ímpar*

**Mediadora: Mostrando nos dedos, como eles fariam pra dar 5?**

*1 e 4. Eles poderiam colocar... 2+5 (escreve 7), 5+4 (escreve 8), 5+5 (escreve 10)*

**Mediadora: Você acha que ele tem outras possibilidades?**

*16.*

**Mediadora: Como eles teriam 16?**

*Cada um colocando 8.*

**Mediadora: Mas eles só podem usar uma mão?**

*Ah... 6 + 6 não pode. Eu acho que é só.*

**Mediadora: A chance de dar par é menor, maior ou igual a chance de dar ímpar?**

*Entre os dois aqui?*

**Mediadora: A chance de ter um resultado par ou ímpar é a mesma ou é diferente?**

*É diferente.*

**Mediadora: Você acha que qual tem mais chance de sair?**

*Par.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque 10 é par.*

**Mediadora: Mas você também tem resultados que dá ímpar, é mais provável que der par, tem mais chances?**

*É ímpar.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque é mais fácil de sair ímpar. ... eu acho que é os dois.*

**Mediadora: Eles têm a mesma chance?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Sei não.*

**Mediadora: Um sorteio de par ou ímpar, é um sorteio justo?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Pra sabe quem é que vai ganhar.*

História: A festa de São João

**Mediadora: Quantos diferentes pares poderão ser formados para a quadrilha?**

*É pra juntar os pares? ... Sobra Ju.*

**Mediadora: Quais pares você colocou?**

*Jão e Lulu, Edu e Mila, Ema e Guga, e sobrou Ju.*

**Mediadora: Você acha que Ju poderia dançar com Jão?**

*Dá. Mas só que ele já tá com um par.*

**Mediadora: Mas se eles trocassem depois?**

*Dá.*

**Mediadora: Que outros pares você imagina?**

*(A estudante lista 11 pares)*

**Mediadora: Quantos pares você fez?**

*11.*

**Mediadora: Você acha que tem mais algum?**

*(A participante escreve mais 2 totalizando 13 pares, alguns repetidos)*

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares com a mesma letra?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Você já ouviu falar sobre probabilidade?**

*Já.*

**Mediadora: O que você acha que significa?**

*Que é mais provável.*

**Mediadora: A probabilidade é um número que representa a chance. Que número representa a chance de ter pares com a mesma letra?**

*Jão e Ju, Ema e Edu, Mila...*

**Mediadora: Quantos pares você teria?**

2.

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

*Que... Jão e Ju tem mais probabilidade de ficar juntos e Edu e Ema também.*

**Mediadora: Você tinha quantos pares?**

2.

**Mediadora: De todos os pares, independente de começar com a mesma letra?**

13.

**Mediadora: Então você vai ter dois pares de um total de quanto?**

13.

**Mediadora: Então qual vai ser tua probabilidade?**

(silêncio)

**Mediadora: Dois de?**

13.

**Mediadora: Qual a probabilidade de se ter pares com a mesma cor de cabelo?**

1.

**Mediadora: Então qual vai ser a probabilidade?**

*13 de 2 de 1.*

**Mediadora: Agora nós queremos saber só a probabilidade de pares com a mesma cor de cabelo?**

*1 de 13.*

História: A caixa de bijuterias

**Mediadora: O que pra você é acaso?**

*Ela tirar sem querer, tirar sem perceber.*

**Mediadora: Ema tem maior chance de tirar uma pulseira rosa na primeira ou na segunda caixa?**

*Nas duas.*

**Mediadora: É a mesma chance?**

*Sim.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem duas em cada caixa.*

**Mediadora: Você acha de a quantidade de pulseiras de outras cores pode atrapalhar?**

*A que pode atrapalhar é essa (aponta a primeira caixa)*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem muitas azuis e aqui só tem três (segunda caixa).*

**Mediadora: Você acha que isso pode afetar a chance de ela tirar uma pulseira rosa?**

*Sim.*

**Mediadora: Então em qual caixa ela tem mais chances de tirar pulseira rosa?**

*A segunda.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque essa daqui tem mais pulseiras de outras cores e essa aqui tem menos.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair uma pulseira rosa da 1ª caixa?**

*2.*

**Mediadora: De quanto?**

*De 10.*

**Mediadora: E na segunda caixa?**

*2 de 6.*

História: O bingo

**Mediadora: Quantas bolas ainda tem no globo?**

*46.*

**Mediadora: Quantos números falta para Edu vencer?**

*3.*

**Mediadora: Observe todas as linhas?**

*Essa (aponta a terceira linha)*

**Mediadora: Quantos números faltam?**

*1.*

**Mediadora: E na de Ema, quantos números está faltando para ela ganhar?**

*1.*

**Mediadora: Qual?**

*10.*

**Mediadora: E nessa linha não está faltando outro não?**

*Sim.*

**Mediadora: Então faltam quantos para Ema?**

*2.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número ao acaso?**

1 número.

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

*Que tem maior chance?*

**Mediadora: Que número representa essa chance?**

46.

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número ao acaso?**

*(silêncio)*

**Mediadora: 1 de...?**

46.

**Mediadora: Quantos números faltam pra Edu?**

1.

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

*1 de 46.*

**Mediadora: E para Ema faltam quantos números?**

2.

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

*2 de 46.*

**Mediadora: Mas pra sair os números de Ema ela vai precisar de quantas rodadas?**

2.

**Mediadora: Na primeira rodada a probabilidade vai ser?**

*1 de 46.*

**Mediadora: E na segunda?**

*1 de 45.*

**Mediadora: Por que 1 de 45?**

*Porque ela já tinha tirado uma.*

**Mediadora: Quem tem maior chance de ganhar o bingo, Edu ou Ema?**

*Edu.*

**Mediadora: Por quê?**

*Por que só tem um número.*

História: Jogo de Trilha

**Mediadora: Com uma única jogada o peão amarelo pode ultrapassar o vermelho?**

*Com 1 jogada. Não.*

**Mediadora: Que número é preciso sair para que isso aconteça?**

*Porque só vai só vai para um número (aponta a casa seguinte).*

**Mediadora: Quais são as possibilidades de sair um número no dado?**

*5, 6, 7, 8.*

**Mediadora: Tem certeza?**

*... Aqui (A estudante aponta o dado)*

**Mediadora: Quais são os números?**

*1, 2, 3, 4, 5, 6.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair no dado o número que Guga precisa ultrapassar Jão?**

*6.*

**Mediadora: É possível sai esse número?**

*É.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque tem no dado.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair um número par?**

*Muita.*

**Mediadora: Que número representa essa probabilidade?**

*6.*

**Mediadora: Então tem 6 chances de sair o número 6?**

*Não. 1.*

**Mediadora: Qual a probabilidade?**

*1.*

**Mediadora: Por que?**

*Porque só tem uma chance de sair, se ele jogar e cair por exemplo cinco aí ele não vai conseguir passar.*

**Mediadora: Qual a probabilidade de sair números pares?**

*(silêncio)*

**Mediadora: Quais são os números pares do dado?**

*(silêncio)*

**Mediadora: 1 é ímpar ou par?**

*Ímpar.*

**Mediadora: E 2?**

*Par.*

**Mediadora: Quantos números ímpares tem no dado?**

*Ímpar... 3.*

**Mediadora: E números pares?**

3.

**Mediadora: Então qual a probabilidade de sair número par?**

3.