

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

**O Ensino e a Aprendizagem de Trigonometria na Perspectiva do Licenciando em  
Matemática**

ISMAELLE MARLENE DOS SANTOS

CARUARU

2015

ISMAELLE MARLENE DOS SANTOS

**O Ensino e a Aprendizagem de Trigonometria na Perspectiva do Licenciando em  
Matemática**

Projeto de Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à disciplina TCC II, como requisito obrigatório para a obtenção do título de licenciada em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco- Campus Acadêmico do Agreste.

Orientador: Prof. José Marcos da Silva

CARUARU

2015

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

S237e

Santos, Ismaelle Marlene dos.

O ensino e aprendizagem de trigonometria na perspectiva do licenciado em Matemática. / Ismaelle Marlene dos Santos. - Caruaru: O Autor, 2015.  
75f. il. ; 30 cm.

Orientador: José Marcos da Silva.

Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2015.

Inclui referências bibliográficas

1. Trigonometria – Estudo e ensino. 2. Ensino e aprendizagem. 3. Prestação de serviços – controle da qualidade. I. Silva, José Marcos da. (Orientador). II. Título

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2015-179)

# **O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA NA PERSPECTIVA DO LICENCIANDO EM MATEMÁTICA**

**Ismaelle Marlene dos Santos**

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA –  
Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco  
e **aprovada** em 5 de junho de 2015.

**Banca Examinadora:**

---

Prof. José Marcos da Silva (CAA – UFPE)  
(Orientador)

---

Prof.<sup>a</sup> Maria do Desterro Azevedo da Silva (CAA – UFPE)  
(Examinadora Interna)

---

Prof.<sup>a</sup> Cristiane de Arimatéa Rocha (CAA – UFPE)  
(Examinadora Interna)

## **DEDICATÓRIA**

*Dedico a minha mãe Marlene Iraci pela compreensão, carinho e apoio em todos os momentos que precisei para seguir em busca de meus objetivos e por ficar ao meu lado para a realização desse sonho.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pois sem ele nada disso teria se tornado possível e pela força e coragem em todos os momentos da minha vida.

Aos meus queridos pais (Antônio e Marlene) e aos meus irmãos por todo incentivo, compreensão, apoio, carinho e dedicação em minha vida e para que pudesse ter uma formação. Em especial a minha mãe heroína que me deu todo seu apoio e amor em todas as horas para a realização deste sonho que não é somente meu mais nosso. Meu eterno agradecimento. Amo vocês.

Aos meus avós, Iraci e João (in memoriun), estiveram e estarão sempre comigo, pois sempre torceram por mim. Minhas eternas saudades.

Aos meus familiares, pelo incentivo para continuar nesta jornada e que foi possível conseguir com o apoio de todos vocês.

A minha prima Eduarda, que foi a principal responsável na minha formação e incentivadora para que continuasse neste caminho. Obrigada por não ter desistido de mim, e estar sempre ao meu lado nos momentos bons e ruins.

Aos meus amigos da Universidade Federal de Pernambuco-CAA que fizeram parte desta minha trajetória e que vão continuar presentes em minha vida, em especial a Erika, Paula, Elizete, Madalena, Aline, Jaqueline e Thamyres, por todos os momentos maravilhosos, e por tudo que fizeram por mim, me ajudando nos momentos difíceis, com os quais pude desfrutar momentos de aprendizado, motivação, companheirismo e amizade. Obrigada por torcerem por mim e sempre me incentivarem, não apenas na vida acadêmica, mas em todos os assuntos, pois é graças a vocês que esta jornada se tornou possível.

À Universidade Federal de Pernambuco pela oportunidade de fazer o curso de Matemática-Licenciatura.

Aos professores pelos momentos de apropriação de conhecimentos que obtive e por acreditarem no meu desempenho como estudante e aos meus colegas de Curso que juntos trilhamos uma etapa importante de nossas vidas, pois serei sempre grata.

Ao meu orientador, Prof. José Marcos da Silva, pela confiança, disponibilidade, suporte no pouco tempo que lhe coube, pelo incentivo e pela grande contribuição neste trabalho. Meu sincero agradecimento.

A professora Cristiane Arimatéa Rocha, pelas suas contribuições, opiniões e

incentivo na minha formação acadêmica.

Gostaria também de agradecer a banca examinadora: Prof.<sup>a</sup> Cristiane Arimatéa Rocha, Prof. José Marcos da Silva e a Prof.<sup>a</sup> Maria do Desterro Azevedo da Silva que cederam uma parte de seu tempo precioso para poder contribuir com meu trabalho.

Aos participantes desta pesquisa pela disponibilidade e pela atenção, sem as quais este trabalho não teria se realizado.

Finalmente agradecer a todos que contribuíram de forma direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho, o meu muito obrigada!

## RESUMO

Este trabalho se constitui em uma atividade didática realizada em sala, para avaliar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos em relação aos conhecimentos básicos sobre trigonometria. A atividade elaborada foi aplicada em duas turmas do curso de Matemática-Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste (CAA) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Inicialmente, fizemos um breve estudo sobre a história da trigonometria, trazendo pontos relevantes para a importância no processo de ensino e aprendizagem. Em seguida, foi feita uma análise inicial em relação aos métodos da aprendizagem no que diz respeito ao referencial bibliográfico. Depois, ocorreu a aplicação de um teste com conhecimentos básicos de trigonometria, e um questionário, para ter uma noção em relação ao ensino desse assunto. Os resultados foram tanto quantitativo como qualitativo para se obter uma melhor coleta dos dados. A diferença entre as duas turmas foi significativa, visto que a turma do 4º período estudou alguns assuntos sobre trigonometria no curso e os alunos do 1º período do curso de Matemática - Licenciatura estudaram apenas no Ensino Básico. A respeito do questionário, evidenciamos experiências diferentes dos estudantes diante desse conteúdo. Assim, a conclusão do estudo demonstra que o ensino da trigonometria ao ingressar no Ensino Superior mostra uma oportunidade do estudante se aprofundar no conceito de trigonometria e melhorar o desempenho na sua aprendizagem. A realização desta atividade contribuiu significativamente no ensino e na aprendizagem dos estudantes do curso de Matemática-Licenciatura no que diz respeito ao conceito de trigonometria.

**Palavras-chave:** Trigonometria; Ensino e Aprendizagem;

## RESUMEN

Este trabajo constituye una actividad didáctica realizada en la sala, para evaluar el desarrollo del aprendizaje de los alumnos en relación con la trigonometría básica. La actividad elaborada se aplicó en dos clases en el curso de formación inicial de profesores de matemáticas del Centro Académico do Agreste (CAA) de la Universidad Federal de Pernambuco (UFPE). Inicialmente, hicimos un breve estudio de la historia de la trigonometría, con los puntos relevantes y de la importancia en el proceso de la enseñanza y aprendizaje. Luego, se hizo un análisis inicial en relación con los métodos de aprendizaje con respecto a las referencias bibliográficas. Después hubo una aplicación de una prueba de conocimientos básicos de la trigonometría, y un cuestionario para tener una idea acerca de la enseñanza de esta materia. Los resultados fueron tanto cuantitativos como cualitativos para obtener una mejor recolección de datos. La diferencia entre los dos grupos fue significativa, ya que la clase del cuarto período había estudiado algunos conceptos de trigonometría y estudiantes del primero período tenían estudiado estos conceptos sólo en la Educación Básica. Con respecto al cuestionario observamos diferentes experiencias de los estudiantes en ese contenido. De este modo, el estudio revela que la enseñanza de la trigonometría en la admisión en la Educación Superior indica una oportunidad del estudiante para profundizar su concepto de trigonometría y mejorar el rendimiento en su aprendizaje. La realización de esta actividad ha contribuido significativamente en la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes en el curso de formación inicial de profesores de matemáticas con respecto al concepto de trigonometría.

**Palabras clave:** Trigonometría; La enseñanza y el aprendizaje;

## LISTA DE FIGURAS

|                                                      |    |
|------------------------------------------------------|----|
| Figura 1: Resposta da Questão 1 do aluno A5. ....    | 38 |
| Figura 2: Resposta da Questão 1 do aluno A18. ....   | 39 |
| Figura 3: Resposta da Questão 1 do aluno A8. ....    | 39 |
| Figura 4: Resposta da Questão 1 do aluno A3. ....    | 39 |
| Figura 5: Resposta da Questão 1 do aluno A'2. ....   | 40 |
| Figura 6: Resposta da Questão 1 do aluno A'5. ....   | 40 |
| Figura 7: Resposta da Questão 1 do aluno A'9. ....   | 41 |
| Figura 8: Resposta da Questão 2 do aluno A20. ....   | 43 |
| Figura 9: Resposta da Questão 2 do aluno A13. ....   | 43 |
| Figura 10: Resposta da Questão 2 do aluno A16. ....  | 43 |
| Figura 11: Resposta da Questão 2 do aluno A'13. .... | 44 |
| Figura 12: Resposta da Questão 2 do aluno A'3. ....  | 44 |
| Figura 13: Resposta da Questão 3 do aluno A1. ....   | 47 |
| Figura 14: Resposta da Questão 3 do aluno A8. ....   | 47 |
| Figura 15: Resposta da Questão 3 do aluno A3. ....   | 47 |
| Figura 16: Resposta da Questão 3 do aluno A'3. ....  | 48 |
| Figura 17: Resposta da Questão 4 do aluno A12. ....  | 50 |
| Figura 18: Resposta da Questão 4 do aluno A13. ....  | 51 |
| Figura 19: Resposta da Questão 4 do aluno A'13. .... | 52 |

## **LISTA DE GRÁFICOS**

|                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Gráfico 1. Comparação das respostas da Questão 1 nas turmas do 1º e do 4º período. .... | 41 |
| Gráfico 2. Comparação das respostas da Questão 2 nas turmas do 1º e do 4º período. .... | 45 |
| Gráfico 3. Comparação das respostas da Questão 3 nas turmas do 1º e do 4º período. .... | 49 |
| Gráfico 4. Comparação das respostas da Questão 4 nas turmas do 1º e do 4º período. .... | 52 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1. Tabela quantitativa das respostas da Questão, dos alunos do 4º período. ....                         | 36 |
| Tabela 2. Tabela quantitativa das respostas da Questão , dos alunos do 4º período. ....                        | 37 |
| Tabela 3. Tabela quantitativa das respostas da Questão 1, dos alunos do 1º período. ....                       | 38 |
| Tabela 4. Tabela quantitativa das respostas da Questão 1, dos alunos do 4º período. ....                       | 40 |
| Tabela 5. Tabela quantitativa das respostas da Questão 2, dos alunos do 1º período. ....                       | 42 |
| Tabela 6. Tabela quantitativa das respostas da Questão 2, dos alunos do 4º período. ....                       | 44 |
| Tabela 7. Tabela quantitativa das respostas da Questão 3, dos alunos do 1º período. ....                       | 46 |
| Tabela 8. Tabela quantitativa das respostas da Questão 3, dos alunos do 4º período. ....                       | 48 |
| Tabela 9. Tabela quantitativa das respostas da Questão 4, dos alunos do 1º período. ....                       | 50 |
| Tabela 10. Tabela quantitativa das respostas da Questão 4, dos alunos do 4º período. ....                      | 51 |
| Tabela 11. Tabela quantitativa das respostas da Questão 5, dos itens a e c dos alunos do 1º e 4º período.....  | 54 |
| Tabela 12. Tabela quantitativa das respostas da Questão 5, dos itens b e d dos alunos do 1º e 4º período.....  | 55 |
| Tabela 13. Tabela quantitativa das respostas da Questão 5, dos itens e e f dos alunos do 1º e 4º período. .... | 55 |

## SUMÁRIO

|                                                                                                                                                                          |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                                                                                                                                  | <b>9</b>  |
| <b>1 A HISTÓRIA E A IMPORTÂNCIA DA TRIGONOMETRIA.....</b>                                                                                                                | <b>13</b> |
| 1.1 CONTEXTO HISTÓRICO DA TRIGONOMETRIA .....                                                                                                                            | 13        |
| 1.2 TRIGONOMETRIA: SUA IMPORTÂNCIA E SUAS APLICAÇÕES.....                                                                                                                | 19        |
| <b>2 O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NOS PCNEM, PCN+, OCEM E PNLD .....</b>                                                                                                    | <b>21</b> |
| 2.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO – PCNEM E<br>AS ORIENTAÇÕES EDUCACIONAIS COMPLEMENTARES AOS PARÂMETROS<br>CURRICULARES NACIONAIS – PCN + ..... | 21        |
| 2.2 ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO – OCEM                                                                                                        | 24        |
| 2.3 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO, O GUIA DE LIVROS<br>DIDÁTICOS – PNLD 2014.....                                                                                | 26        |
| <b>3 ESTUDO BIBLIOGRÁFICO .....</b>                                                                                                                                      | <b>29</b> |
| <b>4 METODOLOGIA DA PESQUISA.....</b>                                                                                                                                    | <b>33</b> |
| <b>5 ANÁLISES E RESULTADOS .....</b>                                                                                                                                     | <b>35</b> |
| 5.1 ANÁLISE DOS DADOS RELATIVA AO TESTE .....                                                                                                                            | 35        |
| 5.1.1 Análise da Questão 1 .....                                                                                                                                         | 37        |
| 5.1.2 Análise da Questão 2 .....                                                                                                                                         | 42        |
| 5.1.3 Análise da Questão 3 .....                                                                                                                                         | 46        |
| 5.1.4 Análise da Questão 4 .....                                                                                                                                         | 49        |
| 5.1.5 Análise da Questão 5 .....                                                                                                                                         | 53        |
| 5.2 ANÁLISE DOS DADOS RELATIVA AO QUESTIONÁRIO.....                                                                                                                      | 56        |
| <b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>                                                                                                                                      | <b>66</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                                                                                                                                 | <b>68</b> |
| <b>APÊNDICE 1.....</b>                                                                                                                                                   | <b>70</b> |
| <b>APÊNDICE 2.....</b>                                                                                                                                                   | <b>72</b> |

## INTRODUÇÃO

Esta pesquisa foi elaborada tendo em vista as dificuldades encontradas, tanto no Ensino Médio como no Ensino Superior, em estudar, entender e aprender sobre trigonometria. Muitas vezes, nota-se, por parte do aluno, um desinteresse ou uma desmotivação para a aprendizagem deste conteúdo.

Um dos fatores que me levaram a este trabalho foi questionar e analisar as dificuldades encontradas em se estudar trigonometria. Isso foi motivado pelo fato de me deparar com este conteúdo em uma disciplina do curso de Matemática-Licenciatura, na qual tive uma grande dificuldade em entender por não ter aprendido os conhecimentos necessários no Ensino Básico em relação à trigonometria. E foi nesse momento que pude perceber as dificuldades que os alunos (colegas de classe) sentiam quando se tratava do tema.

Segundo Dante (2005), a palavra trigonometria é formada por três radicais gregos: *tri* = três, *gonos* = ângulos e *metron* = medir, significando medida de triângulos. Deste modo, trata-se basicamente do estudo do triângulo.

Através das leituras feitas no trabalho de Pereira (2013), pode-se dizer que na maioria das vezes o ensino da trigonometria é baseado no estudo de fórmulas e regras, descontextualizado e sem significado para a maioria dos alunos, recorrendo à memorização de exercícios padrões sem nenhum sentido ou significado, os quais não tem nenhuma aplicação no dia a dia. Isso faz com que o aluno se sinta desestimulado para aprender este conteúdo, pois são apresentadas aplicações de fórmulas prontas, as quais não possibilitavam a construção do conhecimento e nem o entendimento, o que contrapõe as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+), que afirma:

Tradicionalmente, a trigonometria é apresentada desconectada das aplicações, pois prioriza-se o cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. O que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Dessa forma, o estudo detém-se às funções seno, cosseno e tangente, com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas. (BRASIL, 2002, p. 122).

Assim, é possível que a trigonometria possa ser trabalhada de uma maneira menos técnica e formal, trazendo um estímulo a mais para sala de aula e dando significado a sua aprendizagem. Então, o foco desta pesquisa é de analisar como os alunos concebem o ensino e a aprendizagem de trigonometria, visto que esse conteúdo é considerado de difícil compreensão, tanto do Ensino Básico como do Ensino Superior.

Nesta pesquisa, serão analisadas as dificuldades encontradas pelos alunos, ao que se deve essa dificuldade e de como essa pesquisa pode ajudar a melhorar a concepção do ensino da trigonometria, podendo, assim, quebrar tabus existentes a esse tema, que é de extrema importância para o ser humano, pois está presente desde a antiguidade, para medir ângulos e distâncias com a finalidade de localizar pontos sobre a superfície terrestre, até os dias atuais.

De acordo com Lima (2003):

Desde a antiguidade e até hoje, o homem sempre teve a necessidade de avaliar distâncias inacessíveis. Na verdade, são muito poucas as distâncias que podem ser medidas diretamente, com uma trena, por exemplo. Praticamente tudo que o desejamos saber sobre distâncias no mundo em que vivemos é calculado com o auxílio da trigonometria. (LIMA, [et al.] 2003, p. 64).

Assim sendo, a trigonometria está presente em diversas áreas do conhecimento, desde as mais simples do dia-a-dia às mais complexas. A partir daí, percebe-se sua importância e como ela está presente no cotidiano, se tornando de fundamental importância para todos.

De acordo com os PCN (2006):

Falar de ensino e aprendizagem implica a compreensão de certas relações entre alguém que ensina, alguém que aprende e algo que é o objeto de estudo – no caso, o saber matemático. Nessa tríade, professor-aluno-saber, tem-se presente a subjetividade do professor e dos alunos, que em parte é condicionadora do processo de ensino e aprendizagem. (BRASIL, 2006, p 80).

Nesta perspectiva, a problemática em questão se refere à análise da aprendizagem do conteúdo de trigonometria pelos alunos do curso de Matemática-Licenciatura, a fim de que se possam entender algumas das dificuldades apresentadas por eles.

Então, a questão orientadora apresentada neste trabalho é:

*Quais os problemas enfrentados diante da aprendizagem do ensino de trigonometria na perspectiva do licenciando em matemática?*

Desse modo, o nosso objetivo geral é:

- Identificar os problemas enfrentados pelos alunos diante da aprendizagem do ensino de trigonometria.

Nossa pesquisa tem ainda como objetivos específicos:

- Verificar as dificuldades encontradas pelos alunos do curso de Matemática-Licenciatura ao lidar com trigonometria.
- Identificar os erros cometidos pelos alunos.
- Compreender a construção feita pelos alunos a respeito do conceito de trigonometria.
- Examinar a importância de se estudar a trigonometria.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: No Capítulo 1, busca-se retratar a trajetória da trigonometria por meio de um estudo sobre a sua história, de como surgiu e do que trata este assunto, o qual gera tabus entre os alunos e também entre os professores. Os alunos sempre questionam o porquê de se estudar e aprender um conteúdo de Matemática. Por esta razão, procura-se apresentar, neste trabalho, o desenvolvimento da trigonometria no seu processo histórico, o que o torna mais interessante, e também mostrando que a trigonometria de fato está aplicada no dia-a-dia e dessa maneira verificar a sua importância e o porquê de se estudá-la.

No Capítulo 2, verificaremos, por meio das análises feitas nos PCNEM, PCN+, OCEM e no PNLD, como a trigonometria deve ser aplicada e a sua importância de ser implementada no currículo escolar.

Já no Capítulo 3, retomaremos as discussões sobre o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de trigonometria por meio de uma revisão bibliográfica. As pesquisadas apresentadas neste capítulo discutem novas práticas que podem ser desenvolvidas em sala de aula com o intuito de facilitar este processo.

Em seguida, no Capítulo 4, apresentaremos a metodologia a ser utilizada, a qual se divide em quatro etapas. A primeira etapa trata-se de estudos bibliográficos que investiga experiências metodológicas aplicadas em pesquisas sobre trigonometria. A

segunda é a elaboração de um questionário e de um teste a serem aplicados aos alunos do curso de Matemática-Licenciatura, enquanto a terceira é a aplicação do teste e do questionário. Por fim, a última etapa é a análise dos dados coletados na etapa anterior.

Apresentaremos os resultados da pesquisa no Capítulo 5. Isso será feito a partir da análise das repostas dadas pelos alunos no questionário e no teste.

Para finalizar, faremos as considerações finais, nas quais mostraremos nossas conclusões, analisando as contribuições no ensino e a aprendizagem da trigonometria para os alunos do curso de Matemática-Licenciatura.

## 1 A HISTÓRIA E A IMPORTÂNCIA DA TRIGONOMETRIA

Neste capítulo, apresentaremos em um breve contexto a respeito da história da trigonometria, focando os principais acontecimentos e contribuições. Será dado destaque também para sua importância, trazendo algumas de suas aplicações não só na Matemática, mais também em outros ramos.

### 1.1 CONTEXTO HISTÓRICO DA TRIGONOMETRIA

Assim como o surgimento da Matemática, não se sabe ao certo sobre a origem da trigonometria. Sabe-se que ao longo do tempo, na Babilônia e no Egito, surgiu a necessidade de resolver problemas relacionados à Astronomia, a Agricultura e à cronologia do tempo.

Os primeiros vestígios de rudimentos da trigonometria surgiram tanto no Egito quanto na Babilônia. Para o povo da Babilônia surgiu a partir da tábula cuneiforme babilônica Plimpton 322, no qual está contida a tábua de secantes, que se originou do interesse de determinar triângulos retângulos de lados inteiros utilizando um caso especial de triplas pitagóricas, nesse caso chamadas de triplas babilônicas.

Os primeiros indícios da trigonometria no Egito se deu a partir do Papiro Ahmes, conhecido como Papiro de Rhind, que data de aproximadamente de 1650 a.C., e contém 84 problemas, dos quais quatro fazem menção ao seqt de um ângulo. Hoje em dia, seqt equivale à cotangente de um ângulo. Os egípcios introduziram o conceito de seqt, que representava a razão entre o afastamento horizontal e elevação vertical para a construção das pirâmides.

Os babilônios utilizavam a trigonometria para resolver problemas práticos, como a navegação e a astronomia. Sabe-se que foi à Astronomia que impulsionou o desenvolvimento da trigonometria, principalmente entre os gregos e egípcios. E isto se deve por causa dos astrônomos babilônicos dos séculos IV a. C. e V a.C., que acumularam uma massa considerável de dados de observações que foram passados para os gregos.

Os primeiros vestígios da contribuição grega para o estudo da trigonometria surgiram por volta de 180 a.C., quando o matemático e astrônomo grego Hipsícles (240

– 170 a.C.), influenciado pela cultura babilônica, dividiu o zodíaco em 360 partes, o qual foi posteriormente generalizado por Hiparco.

O desenvolvimento da trigonometria esta ligada ao da geometria. Neste ramo, a Grécia produziu grandes sábios, entre eles Thales (625 - 546 a.C.), com seus estudos de semelhança que embasam a trigonometria; e seu discípulo, Pitágoras (570 - 495 a.C.). Conjectura-se que este último tenha feito à primeira demonstração do teorema que leva seu nome: *Em todo triângulo retângulo a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.*

Entre os contribuintes do desenvolvimento da trigonometria, podemos destacar ainda o astrônomo grego Hiparco (180 – 125 a.C.), o qual associou a corda de um arco ao ângulo central correspondente em um círculo de raio fixo. Desse modo, foi lhe dado o título de “Pai da Trigonometria”. Atribui-se a ele o tratado em doze livros em que se ocupou da construção do que deve ter sido a primeira tabela trigonométrica, na qual incluiu uma tábua de corda. Ele introduziu na Grécia a divisão do círculo em 360°. Foi dele, também, a divisão de cada arco de 1° em 60 partes, de onde obteve o arco de um minuto.

A respeito de Ptolomeu (100 – 180 d.C), o maior astrônomo da Antiguidade, ele foi responsável pela obra mais importante da trigonometria: O Almagesto, o qual teve grande contribuição das teorias de Hiparco. A origem do nome Almagesto, proveniente de Al Magiste, que significa em Árabe “A maior = *al magest*”, surgiu com os árabes e estes o consideravam a maior obra em relação aos trabalhos astrônomos de Aristarco e outros. Neste trabalho de Ptolomeu, foram feitas descrições matemáticas a respeito da posição dos planetas por meio do modelo grego, distribuídas em 13 livros. Nesta obra (Almagesto), havia o uso dos termos grau, minutos ( $\frac{1}{60}$  de grau) e segundos ( $\frac{1}{3600}$  de grau). Nela está contida uma tabela de cordas mais completa que a de Hiparco.

Dentre os 13 livros do Almagesto, o primeiro traz informações matemáticas básicas indispensáveis na época e os demais são dedicados à astronomia, os quais se mantiveram como trabalho-modelo sobre astronomia até os tempos de Copérnico e Kepler. No século XVI.

Eratóstenes de Cirene (276 – 196 a.C.), contemporâneo de Arquimedes (287 – 212 a. C.) e Aristarco (310 – 230 a.C.), produziu a medida para a circunferência da Terra. Salientamos que, para tornar possível o trabalho de Eratóstenes, foi determinante na época o conhecimento do conceito de ângulo e de como medi-lo. O tratado sobre a

medida da circunferência da Terra relata as conclusões que ele chegou, mas esse escrito se perdeu e o que se sabe sobre o assunto chegou por meio de Ptolomeu e Heron.

Assim como os gregos, os hindus consideravam a trigonometria como ferramenta para sua astronomia. Foi através dos hindus que surgiu a mais importante contribuição para a trigonometria: a criação da função seno, a qual chamava de jiva.

Uma das poucas obras que se conservou desta época foram os Siddhantas e o Aryabhatiya, que trazem uma das mais antigas tabelas envolvendo metades de cordas que atualmente são as tabelas de senos.

O Siddhanta é um conjunto de textos matemáticos, cujo significado é sistemas de astronomia. Este trabalho refere-se ao tratado de uma tabela de meia corda com base na tabela de Ptolomeu. Já o Aryabhatiya, o qual o autor é Aryabhata, é um pequeno livro que relata sobre a Matemática e Astronomia, surgindo nesta obra o primeiro aparecimento verdadeiro do seno de um ângulo que atualmente é conhecida por tabela de senos. Tanto nos Siddhantas como em Aryabhatiya são calculados os senos de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , com vinte e quatro intervalos iguais de  $3^\circ\frac{3}{4}$  cada um. E para expressar o comprimento do arco e o comprimento do seno na mesma unidade, o raio foi considerado como 3438 e a circunferência como  $360 \times 60 = 21600$ .

Dessa maneira, encontraram para  $\pi$  o valor semelhante ao de Ptolomeu com até o quarto algarismo significativo, como:

$$\pi = \frac{360 \times 60}{2 \times 3438} = \frac{21.600}{6.876} = 3,14136,$$

explicando, de alguma forma, a semelhança do trabalho produzido pelos hindus a respeito do trabalho de Ptolomeu sobre Trigonometria e Astronomia. Quando se introduziu os conceitos de semi-corda e de seno pelos hindus, foram demonstradas algumas identidades e se encontrou em Varahamihira por volta de 505 d.C., o equivalente verbal de  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ .

Na trigonometria hindu, se resolvia problemas envolvendo triângulos planos e esféricos. Então, a sua trigonometria era mais aritmética, enquanto a grega era mais geométrica. Eles escreviam em versos e muitas vezes revestiam seus trabalhos de uma linguagem obscura e mística.

Depois dos hindus, surgiram as contribuições árabes e persas a respeito da trigonometria. Do mesmo modo que os hindus, os matemáticos árabes consideravam-se astrônomos e logo se dedicaram a trigonometria.

Os árabes tem o mérito sobre a utilização das seis funções trigonométricas e aprimoramentos na dedução de fórmulas da trigonometria esférica. Contribuíram no desenvolvimento das funções tangente, cotangente, secante e cossecante, mesmo que não fossem dessa maneira denominadas por eles na época. Construíram essa teoria baseada no comprimento das sombras devido à variação da altitude solar projetada.

O matemático astrônomo Al – Battani (850 – 929 d.C), conhecido na Europa como Albategnius, chegou à lei dos cossenos para um triângulo esférico obliquângulo, ou seja,

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin c \sin A.$$

e a fórmula

$$\cos B = \cos b \sin A$$

para um triângulo esférico ABC, reto em C , que lhe é às vezes chamado de Teorema de Geber. Outro matemático arábico, Nasir Eddin (1201 – 1274), foi autor do primeiro trabalho em que a trigonometria plana surgiu como uma ciência por ela própria, sem nenhuma ligação com a astronomia.

Dessa maneira, os árabes contribuíram de forma geral para a trigonometria, estabelecendo vínculos entre a trigonometria e a álgebra, solucionando o problema do cálculo do seno de ângulo arbitrário, por meio da resolução de equações cúbicas.

Quando os astrônomos árabes imigraram para a Europa, para trabalhar, levaram consigo os seus saberes e os divulgaram. Os principais astrônomos foram Ibrahim ibn Yahyâ al Naqqâsh (1029 – 1087) e Jabir ibn Atlan ( 1100 – 1150).

No século XIII, podemos destacar o matemático europeu Fibonacci (1175 – 1250), o mais talentoso da Idade Média, também conhecido como Leonardo de Pisa (ou Leonardo Pisano). Ele passou uma parte da sua vida no norte da África e com isto foi influenciado pela cultura árabe. No ano de 1220, surgiu então sua obra *Practica Geometriac*, uma coleção de material sobre geometria e trigonometria árabe na agrimensura.

A atividade matemática do século XV ocorreu em torno da aritmética, da álgebra e da trigonometria, pois as cidades se desenvolviam sob a influência do comércio, da navegação, da astronomia e da agrimensura.

Nesta época, o alemão George Von Peurbach (1423–1463) escreveu sobre aritmética, alguns trabalhos de astronomia e coligiu uma tábua de senos. Peurbach iniciou uma tradução do *Almagesto* de Ptolomeu. Quem deu continuidade à tradução do *Almagesto* foi o seu aluno, Johann Müller (1436–1476), conhecido por Regiomontanus. Ele fez com que a trigonometria fosse uma ciência sendo parte da Matemática, independente da Astronomia. A mais importante de suas obras foi o *Tratado sobre Triângulos*, escrito por volta de 1464 e publicado em 1533, que se dividem em cinco livros, os dois primeiros dedicados à trigonometria plana e os outros três à trigonometria esférica. Esta obra traz uma trigonometria mais completa, incluindo novas tábuas trigonométricas e a introdução na trigonometria europeia do uso das tangentes, onde às incluiu em suas tábuas. Dessa maneira, ele contribui de forma significativa para a trigonometria plana e esférica.

De acordo com os relatos históricos, a Astronomia contribuiu muito para a Matemática em si. Houve tempos que *matemático* significava *astrônomo*. Dentre os astrônomos que impulsionaram a Matemática, destaca o polonês Nicolau Copérnico (1473 – 1543), que contribui para a trigonometria por completar alguns trabalhos de Regiomontanus.

Por volta do século XVI, o aluno de Copérnico, Georg Joachim Rhaeticus (1514– 1576), foi o principal astrônomo matemático da época. Ele dedicou doze anos de sua vida a construção de duas tabuas trigonométricas notáveis que ainda são úteis hoje em dia. Uma delas envolve as seis funções trigonométricas, calculadas com dez casas, para intervalo de  $10''$  de arco; e a outra equivale a uma tábua de senos, com quinze casas, para intervalo de  $10''$  de arco. Foi ele o primeiro a definir as funções trigonométricas como razões entre lados de um triângulo retângulo. Em seu trabalho, apareceu a primeira tabela impressa de secantes, mesmo que não tenha dado nomes para o seno, cosseno e secante, e os cálculos de  $\text{sen } n\theta$  em termos de  $\text{sen } \theta$ , que mais tarde foram estudados e aperfeiçoados pelo matemático suíço Jacques Bernoulli (1654 – 1705).

As tábuas de Rhaeticus foram ajustadas e editadas por volta de 1593 por Bartholomaeus Pitiscus (1561 – 1613) que foi um astrônomo matemático e teólogo

alemão do século XVI. O seu tratado de trigonometria pela primeira vez apareceu à palavra trigonometria.

Outro matemático que teve grande importância no desenvolvimento da trigonometria foi o francês François Viète (1540 – 1603). Foi um grande algebrista por fazer uso das letras para representar coeficientes gerais e assim obter resultados em equações algébricas. Viète acrescentou um tratamento analítico à trigonometria. Também construiu as tábuas trigonométricas e calculou o seno de  $1^\circ$  com treze casas. Em sua obra *Canon mathematicus seu ad triangula*, desenvolve métodos no cálculo de medidas de lados e ângulos nos triângulos planos e esféricos, além de decompor os triângulos retângulos e oblíquos, podendo assim determinar as medidas dos seus lados e ângulos. Obteve também uma fórmula para o cálculo de  $\pi$  e o produto infinito convergente para  $\frac{2}{\pi}$ .

Muitas das fórmulas que usamos atualmente são graças a Viète, que as deduziu, como, por exemplo,

$$\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B = 2 \operatorname{sen} \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}.$$

Sendo umas das suas especialidades os cálculos de funções trigonométricas de múltiplos inteiros de um ângulo  $\theta$ , também deduziu expressões gerais como:

$$\operatorname{sen} 2\theta = 2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta,$$

$$\operatorname{sen} 3\theta = 3 \operatorname{sen} \theta - 4 \operatorname{sen}^3 \theta$$

e

$$\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta.$$

Já no século XVII, o britânico John Napier (1550 – 1617), em seus estudos matemáticos, inventou os logaritmos e um dispositivo, conhecido como *regras das partes circulares*, para reproduzir fórmulas usadas na resolução de triângulos esféricos.

Outro matemático influente nessa época foi William Oughtred (1574 – 1660), que contribuiu para a trigonometria através da sua obra *Trigonometrie* por apresentar uma das primeiras tentativas de introduzir abreviações para os nomes das funções trigonométricas.

Mais tarde, Isaac Newton (1642 – 1727) deu sua contribuição à trigonometria ao trabalhar com séries infinitas, estendendo  $\arcsen(x)$  em séries e concluindo a série para

$\text{sen}(x)$  por reversão. Dessa maneira, transmitiu a Leibniz a fórmula geral para  $\text{sen}(nx)$  e  $\cos(nx)$ .

Pode-se perceber que a trigonometria, no formato que utilizamos hoje em dia, também teve grande contribuição com Leonard Euler (1707 – 1783), por volta do século XVIII. Ele adotou a medida de um raio de um círculo como unidade e definiu funções aplicadas a um número e não mais a um ângulo. Criou também a função chamada *função de Euler* que permite descobrir o  $\text{sen}(x)$  e o  $\cos(x)$  como função de uma variável  $x$ , com  $x \in \mathbb{R}$ . Em sua obra *Introductio in Analysin Infinitorum*, considerada a porta da Análise Matemática, ele deu um tratamento às funções trigonométricas de concepção analítica. Em seu livro, o seno apareceu com a condição de número, ao ser definido pela série:

$$\text{sen}(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

Também se deve a ele a fórmula:

$$e^{ix} = \cos x + i \text{sen } x,$$

que, para  $x = \pi$ , se transforma em

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

Finalmente, podemos verificar que a evolução da trigonometria se deu a partir da Astronomia, inicialmente como autônoma e com o tempo tornou-se uma parte da Análise Matemática, tornando-se um objeto de estudo dentro da Matemática.

## 1.2 TRIGONOMETRIA: SUA IMPORTÂNCIA E SUAS APLICAÇÕES

Segundo Dante (2005), a trigonometria não se limita a estudar somente os triângulos; sua aplicação se estende a vários campos da Matemática (como a Geometria e a Análise). Além disso, as aplicações da trigonometria podem ser encontradas em outros ramos como, por exemplo, na eletricidade, mecânica, acústica, música, engenharia civil, topografia entre outras.

À princípio, a trigonometria surgiu com o intuito de determinar as distâncias que não podiam ser medidas diretamente, servindo à navegação, à agrimensura e à astronomia.

Atualmente é indispensável o estudo da Trigonometria para estudos de fenômenos de natureza periódica (funções trigonométricas). Por exemplo, a vibração do

som, o fluxo de corrente alternada, circulação de sangue, batimentos cardíacos, movimentos de planetas entre outros. No estudo da Música, é possível observar fenômenos periódicos que podem ser associados à trigonometria.

De acordo com Dante (2005):

A importância das funções trigonométricas foi grandemente reforçada com a descoberta de Joseph Fourier, em 1822, de que toda função periódica (com ligeiras e naturais restrições) é uma soma (finita ou infinita) de funções do tipo  $a \cdot \cos nx + b \cdot \sin nx$ . Para que se tenha uma ideia da relevância desse fato, que deu origem à chamada Análise de Fourier, basta dizer que, segundo o banco de dados da revista *Mathematical Reviews*, o nome mais citado nos títulos de trabalhos matemáticos nos últimos 50 anos é o de Fourier. (DANTE, 2005, p. 201).

O uso prático da Trigonometria permite, por exemplo, resolver problemas de agrimensura de um terreno por meio de instrumentos que possibilitem a medição de ângulo.

A trigonometria está presente também, na escalada de uma montanha, na travessia de um rio, numa cobrança de falta, em um jogo de bilhar. Por exemplo, para dar uma boa tacada em um jogo de bilhar, usa-se a trigonometria para calcular o ângulo da tacada e a distância que a bola irá percorrer até a caçapa.

Pelo que discutimos acima, a trigonometria é um ramo importante da Matemática, o qual deve ser estudado de maneira correta, devendo ser aproveitada da melhor maneira possível, com o intuito de buscar que o aluno se interesse no seu estudo, assim como os demais assuntos da Matemática.

## **2 O ENSINO DA TRIGONOMETRIA NOS PCNEM, PCN+, OCEM E PNLD**

Neste capítulo, analisaremos as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (2002) a respeito dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (2002), as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - OCEM e o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD (2014), o guia de livros didáticos, para compreendermos melhor as estratégias de se ensinar a trigonometria por meio das recomendações desses documentos.

### **2.1 PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO – PCNEM E AS ORIENTAÇÕES EDUCACIONAIS COMPLEMENTARES AOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS – PCN +**

De acordo com o Ministério da Educação e Cultura- MEC, em 1999 foi lançado os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM (Brasil, 1999), reformulando o Ensino Médio no Brasil, estabelecida pela Lei de Diretrizes e Bases- LDB. Essa etapa do ensino passou a ser a etapa final da Educação Básica, atendendo a necessidade de atualização da educação brasileira.

Os PCNEM (BRASIL, 2000) estabelecem que a Matemática, a Biologia, a Física e a Química integram uma mesma área do conhecimento. São ciências que têm em comum a investigação da natureza e do desenvolvimento tecnológico, pois compartilham linguagens para a representação e sistematização do conhecimento de fenômenos ou processos naturais e tecnológicos. Assim, os PCN + (Brasil, 2002) para o Ensino Médio têm por objetivar três conjuntos de competências a serem desenvolvidas: o de comunicar e representar, o de investigar e compreender e também a contextualização social ou histórica dos conhecimentos.

A proposta de aprender Matemática nos PCNEM (Brasil, 2000) apresenta a Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos, traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de

linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação.

Dessa maneira, os PCN + (Brasil, 2002) aborda um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento das competências almejadas, que foram sistematizadas em três eixos ou temas estruturadores, desenvolvidos ao mesmo tempo nas três séries do Ensino Médio. São eles: Álgebra: números e funções; Geometria e medidas; e Análise de dados. Neste caso, a trigonometria se encontra no primeiro eixo, junto com funções, mostrando a importância do conhecimento matemático para diversas situações em que a sociedade encontra em seu dia-a-dia, isto é, ao longo de sua vida encontra situações variadas que se tem que lidar por meio de conhecimentos matemáticos. Assim, apresenta para o aluno que se tem que buscar e pensar para que possa construir estratégias de resolução em diferentes situações.

Sobre o processo de aprendizagem, os PCNEM (Brasil, 2000) dizem que:

A aprendizagem não se dá com o indivíduo isolado, sem possibilidade de interagir com seus colegas e com o professor, mas em uma vivência coletiva de modo a explicitar para si e para os outros o que pensa e as dificuldades que enfrenta. Alunos que não falam sobre matemática e não têm a oportunidade de produzir seus próprios textos nesta linguagem dificilmente serão autônomos para se comunicarem nessa área. (BRASIL, 2000, p. 120).

Este documento retrata a importância da trigonometria, ressaltando a sua responsabilidade pelo avanço tecnológico, como por exemplo: sobre o período das navegações e também na agrimensura. Isso possibilita aos alunos perceber a relevância em se estudar a trigonometria para resolver os problemas. Entretanto, o que ocorre na prática, na maioria das vezes, é que ela é:

Apresentada desconectada das aplicações, investindo-se muito tempo no cálculo algébrico das identidades e equações em detrimento dos aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. (BRASIL, 2000, p. 121-122).

Os PCNEM (Brasil, 2000) propõe assegurar as aplicações da trigonometria na resolução de problemas em que envolvam medições, em especial, o cálculo de distâncias inacessíveis, e para construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos, enfatizando o estudo sobre as funções seno, cosseno e tangente com ênfase ao seu estudo na primeira volta do círculo trigonométrico e à perspectiva histórica das aplicações das relações trigonométricas.

Cabe, então, a quem ensina Matemática, a responsabilidade de garantir que o aluno adquira interesse e tenha uma facilidade em lidar com o conceito de trigonometria em diversas situações, por meio de diferentes situações-problemas que envolvam medições, em que o aluno seja incentivado a buscar a solução junto com seus conhecimentos trigonométricos, podendo construir uma maneira de interpretação e investigação.

Uma das propostas que os PCNEM trazem para se obter os objetivos a respeito do conhecimento matemático é em relação à *resolução de problemas* como processo metodológico, baseando-se no contexto social para facilitar a aprendizagem dos conteúdos específicos.

Segue ainda que o documento estabelece competências que devem ser desenvolvidas pela disciplina a respeito da avaliação do ensino e da aprendizagem:

- identificar os dados relevantes entre as informações obtidas;
- identificar diferentes formas de quantificar dados numéricos;
- selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas;
- traduzir uma situação dada em determinada linguagem em outra;
- ler e compreender diferentes tipos de textos com informações em linguagem matemática;
- ler e interpretar dados ou informações apresentados em tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas;
- identificar as relações entre os dados obtidos e as suas regularidades;
- extrair e sistematizar as principais conclusões e identificar problemas a serem enfrentados;
- elaborar possíveis estratégias para enfrentar os problemas levantados, buscando, se necessário, novas informações e conhecimentos. (BRASIL, 2000, p. 131-132).

Dessa maneira, é de grande importância que o aluno possa desenvolver essas competências para a aprendizagem matemática a serem utilizadas quando necessária em sua vida, seja ela escolar ou no contexto social.

Um dos temas que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências nos PCNEM é a trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações e enfatizando-se os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Especialmente para o indivíduo que não prosseguirá seus estudos nas carreiras ditas exatas, o que deve ser assegurado são as aplicações da trigonometria na resolução de problemas que envolvem

medições, em especial, o cálculo de distâncias inacessíveis e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos.

## 2.2 ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO – OCEM

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – OCME foram criadas em 2006 com a finalidade de aprimorar os conhecimentos no Ensino Médio, como também desenvolver alternativas didático-pedagógicas para obter uma organização no trabalho docente. Dessa maneira, estas orientações complementam os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio.

Neste documento, ressalta-se a importância de uma elaboração no conteúdo para cada disciplina em que se possam trabalhar temas relacionando as mesmas áreas de conhecimento e também com a própria Matemática. As OCEM trazem três aspectos para a contribuição dos debates sobre as orientações curriculares: a escolha de conteúdos; a forma de trabalhar os conteúdos; e o projeto político pedagógico e a organização curricular.

De acordo com as OCEM (Brasil, 2006),

Ao final do ensino médio, espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do cotidiano; para modelar fenômenos em outras áreas do conhecimento; compreendam que a Matemática é uma ciência com características próprias, que se organiza via teoremas e demonstrações; percebam a Matemática como um conhecimento social e historicamente construído; saibam apreciar a importância da Matemática no desenvolvimento científico e tecnológico. (BRASIL, 2006, p.69).

Para que isto ocorra, é necessário buscar ensinar uma Matemática que estimule o aluno a raciocinar no aspecto de formular questões, perguntar sobre o porquê da solução, estabelecendo a hipótese e tirar suas conclusões, mostrando uma Matemática investigativa.

Neste documento, os conteúdos de Matemática são divididos em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; e Análise de dados e probabilidade. Assim como nos PCNEM, o conteúdo de estudo desta pesquisa se encontra nas OCEM no bloco de funções:

No que se refere ao estudo das funções trigonométricas, destaca-se um trabalho com a Trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, cosseno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos do ensino médio. Na introdução das razões trigonométricas seno e cosseno, inicialmente para ângulos com medida entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , deve-se ressaltar que são as propriedades de semelhança de triângulos que dão sentido a essas definições; segue-se, então, com a definição das razões para ângulos de medida entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$ . A partir das definições e de propriedades básicas de triângulos, devem ser justificados os valores de seno e cosseno relativos aos ângulos de medida  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$ . A importância do estudo da Trigonometria é ressaltada nesse documento, que fala da sua relevância para a resolução de problemas, e como instrumento para outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2006, p. 73).

As OCEM (Brasil, 2006) sugerem que as leis do seno e do cosseno possam ser incentivadas através de questões que envolvam a determinação das medidas de elementos de um triângulo. Com por exemplo: se conheça a medida de dois lados de um triângulo e a medida do ângulo formado por esses lados, sabe-se que esse triângulo é único e, portanto, é possível calcular a medida dos demais elementos do triângulo. É recomendado destacar a importância do estudo da razão trigonométrica tangente pela resolução de diversos tipos de problemas.

As OCEM afirmam:

Problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola. Por exemplo, como calcular a largura de um rio? Que referências (árvore, pedra) são necessárias para que se possa fazer esse cálculo em diferentes condições – com régua e transferidor ou com calculadora? (BRASIL, 2006, p. 74).

De algum modo, o professor tem que se capacitar para que possa passar este conteúdo de uma forma que o aluno se interesse e entenda o porquê da importância de se estudar a Trigonometria, mais também a Matemática em si. Uma proposta bem interessante pra colocar em prática o uso da trigonometria é, por exemplo: o de resolver problemas com agrimensura de um terreno por meio de instrumentos que possibilitem a medição de ângulos. Este documento mostra a importância de se ensinar uma Matemática mais diversificada, tanto que dispensa alguns tópicos presentes no estudo da trigonometria, como as fórmulas para o  $\sin(a+b)$  e  $\cos(a+b)$ , além das outras três razões trigonométricas cotangente, cossecante e secante, que tanto exigem dos alunos para serem memorizadas. Além disso, as OCEM dizem a respeito da Trigonometria que:

É preciso atenção à transição do seno e do co-seno no triângulo retângulo (em que a medida do ângulo é dada em graus), para o seno e o co-seno, definidos como as coordenadas de um ponto que percorre um arco do círculo de raio unitário com medida em radianos. As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ . Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve  $f(x) = \sin(x)$ , usualmente a variável  $x$  corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas pode e deve ser colocado em segundo plano. (BRASIL, 2006, p. 74).

Outro bloco que traz um pouco da trigonometria é a Geometria, que propicia para o aluno a oportunidade de apreciar a faceta de Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas, apresentado dois aspectos – a Geometria que leva à trigonometria e a Geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes.

Outra questão importante que as OCEM (Brasil, 2006) ressaltam é a importância da história da Matemática como uma oportunidade de contextualizar o conhecimento matemático, em que a articulação com a história pode ser feita nessa perspectiva.

### 2.3 O PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO - PNLD 2014, O GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS

O Ministério da Educação realizou pela quarta vez a avaliação de livros didáticos de Matemática voltados para o Ensino Médio, embora o ministério já abranja desde 1990 experiências a respeito de programas dessa natureza.

No Programa Nacional do Livro Didático - PNLD (2014), suas avaliações estão sendo desenvolvidos pela Secretaria de Educação Básica (SEB) e pelo Fundo Nacional para Desenvolvimento da Educação (FNDE), ambos no MEC, em convênio com instituições públicas de Ensino Superior.

De acordo com o PNLD (2014), o livro didático traz para o processo de ensino e aprendizagem um terceiro personagem, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, o livro é portador de escolhas sobre: o saber a

ser estudado; os métodos adotados para que o aluno consiga aprendê-lo mais eficazmente; e a organização dos conteúdos ao longo dos anos de escolaridade.

Neste documento, a Matemática é uma das mais significativas conquistas do conhecimento humano. Desse modo, faz parte do cotidiano das pessoas e contribui para as atividades das outras ciências e de diferentes tecnologias.

O PNLD traz alguns critérios de avaliação do componente curricular Matemática que devem ser cumpridos pelas coleções de livros didáticos dessa área do conhecimento:

- incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidade;
- privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
- apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
- propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras. (PNLD, 2014, p. 13-14).

No PNLD, os conteúdos do livro didático foram agrupados em seis campos: números; funções; equações algébricas; geometria analítica; geometria; estatística e probabilidade. Dentre estas categorias, a trigonometria se encontra no campo de funções. O livro *Conexões com a Matemática*, obra de Fábio Martins de Leonardo, aborda que:

O estudo das funções trigonométricas inclui boas escolhas conceituais, mas é muito extenso e detalhado, o que pode ser desestimulante para os alunos. Outra limitação é que não se esclarece que as funções trigonométricas são modelos abstratos que expressam as oscilações nos fenômenos reais apenas de modo aproximado. (PNLD, 2014, p 26).

Já no livro *Matemática: Contexto & Aplicações* de Dante, diz que:

Quanto às funções trigonométricas, destaca-se positivamente a atenção dedicada às funções obtidas por meio de mudanças de variável em que se toma como base as funções seno ou cosseno. Sabe-se que tais mudanças de variável fornecem famílias bem gerais de funções periódicas. Contudo, não se alerta para o fato de que essas funções são modelos matemáticos importantes, porém apenas aproximados dos fenômenos naturais. Outra limitação da obra diz

respeito ao capítulo dedicado às identidades trigonométricas, que é extenso e muito técnico. (PNLD, 2014, p. 34).

Nos demais livros, o documento traz algumas considerações a respeito de funções e de como são apresentadas no livro didático, fazendo nenhum comentário a respeito da trigonometria.

Com relação à ficha de avaliação pedagógica, sobre as funções ela afirma que:

A abordagem do campo das funções contribui para a compreensão dos conteúdos matemáticos, considerando-se:

- o processo de sistematização;
- a articulação entre conceitos e representações;
- a articulação entre o conhecimento novo e o já abordado;
- a articulação com outros campos da Matemática.

(PNLD, 2015, p. 76).

O PNLD (2014) ressalta ainda que o conceito de função é um dos exemplos mais importantes de instrumento para o estudo dos fenômenos nas demais ciências e o de elemento integrador no âmbito da própria Matemática.

### 3 ESTUDO BIBLIOGRÁFICO

Diante das pesquisas feitas, foi possível encontrar algumas discussões que fazem referência à abordagem da trigonometria vivenciada nos tempos de hoje. É um assunto que tem certo receio de ser discutido por achar um grau a mais de dificuldade de lidar com o tema. Trago, neste capítulo, algumas discussões referentes ao processo de ensino e de aprendizagem, com a finalidade de colaborar com algum caminho para superar as dificuldades vivenciadas pelos estudantes em relação à trigonometria.

Na dissertação de Souza (2012), o objetivo foi de investigar como a história da trigonometria pode se constituir como um elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno.

A pesquisa de Souza surgiu a partir da ideia de que a história da trigonometria fosse um facilitador da aprendizagem por parte dos estudantes do Ensino Médio. Ele optou por uma dimensão teórico-metodológica em sua metodologia. Os referenciais teóricos são a abordagem mais significativa de aprendizagem na perspectiva de Douady (teorias com ênfase na cognição, ou seja, a psicologia cognitiva de Vygotsky), a aprendizagem significativa de Ausubel (também da perspectiva de Moreira (2011)) e nos Parâmetros Curriculares da Matemática.

Neste sentido, o autor organizou sua pesquisa em algumas etapas. Na primeira, fez uma abordagem da metodologia a ser utilizada e, em seguida, fez uma descrição dos sujeitos. Logo depois, coletou os dados e confirmou as fases da pesquisa. Por fim, a última etapa descreve o ensaio, fazendo uma investigação experimental de grupo único com pré-teste e pós-teste, nos termos em que Creswell (2010) o discute, referendando a concepção de Campbell e Stanley (1997). Os seus resultados foram positivos em relação ao uso da história da trigonometria como facilitador do ensino nos conteúdos abordados durante as aulas, constados pelo fato de o pós-teste apresentar um resultado superior ao pré-teste. Porém, de acordo com o autor, não podemos apostar, com alto grau de confiabilidade, no sentido de afirmar que os resultados entre as médias sejam atribuídos inteiramente ao Ensaio, e nem ao ensino em sala de aula. Prefiro considerar que esse ganho se deve à associação de ambos os elementos, no qual, a sua pesquisa colaborou para mostrar a importância que a história e a relevância do significado de certo conteúdo têm um propósito na vida do indivíduo, trazendo uma nova perspectiva ao se ensinar a Matemática de modo significativo na prática pedagógica.

Lima (2013) objetivou analisar como os alunos e os professores concebem o ensino e a aprendizagem de trigonometria, baseando-se que muitos professores não dão importância a contextualizar o ensino da Matemática, ficando distante da realidade dos estudantes, sendo assim considerada uma disciplina de difícil compreensão. Desta forma, as ideias teóricas que orientaram a pesquisa de Lima foram às de Moreira (1999 e 2001), Mendes (2009), Freire (1987), Lima (2003) e outros.

O contexto experimental constitui em uma investigação sobre as aplicabilidades da trigonometria para que pudesse ser analisada e adaptada à realidade da sala de aula, realizando, então, uma pesquisa de campo, observando as aulas ministradas com relação à trigonometria, aplicando, assim, um questionário com perguntas voltadas para os docentes e também para os discentes referentes ao ensino e aprendizagem. Esta pesquisa foi aplicada no colégio da rede pública estadual de ensino localizado na cidade de Feira de Santana-BA, para se analisar o ensino e aprendizagem de trigonometria no Ensino Médio. Os resultados obtidos pelo autor mostraram que é de grande importância trabalhar os conteúdos de trigonometria de forma mais contextualizada, podendo atribuir mais significado ao seu estudo, valorizando-se os conhecimentos já adquiridos pelos alunos.

Klein (2009), em sua dissertação, defende uma proposta de metodologia de ensino que possa contribuir para uma construção significativa dos conceitos envolvidos no campo conceitual da trigonometria. Procurou-se através dessa pesquisa desenvolver um trabalho referente às preocupações com a dificuldade de compreensão, de conceptualização dos alunos e da sua falta de interesse em relação ao assunto em questão, baseando-se nos referenciais teóricos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel e a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) de Vergnaud.

Para que fosse realizada a pesquisa, a autora fez um planejamento e uma verificação dos conceitos prévios dos alunos por meio de um questionário, cujas respostas foram tabuladas e categorizadas, servindo de base para a construção e proposta de situações, nas quais, os alunos, de forma individual ou em pequenos grupos, poderiam explicitar e construir novos conhecimentos. Teve como base metodológica, o registro oral e escrito dos conhecimentos prévios dos alunos, o registro das observações feitas em sala de aula, o registro escrito de várias situações-problema, além das avaliações formais, as quais possibilitaram identificar alguns conhecimentos.

Com os resultados obtidos, pode-se perceber a interação dos alunos em participar da aula, mostrando-os mais atentos e concentrados na atividade proposta, no

qual a avaliação não era considerada como um processo classificatório, mas sim como um momento de reavaliar o desenvolvimento cognitivo do aluno, trazendo o erro como uma forma de ensino e aprendizagem no desenvolvimento do aluno. Neste sentido, a autora Klein percebeu que o erro nem sempre era sobre o conceito de trigonometria, mas sim de outros conceitos com relação às operações matemáticas, representações e interpretações na resolução de problemas, por meio da atividade proposta em seu trabalho.

Sua dissertação faz refletir de trabalhar a metodologia de maneira diferente da tradicional, trazendo aspectos e resultados positivos para o professor e aluno no processo de ensino e aprendizagem não só de trigonometria, mas em outros estudos da Matemática.

A respeito da dissertação de Fortes (2012), teve por objetivo analisar os erros cometidos pelos alunos do 2º ano do Ensino Médio na resolução de problemas que envolvem razões trigonométricas no triângulo retângulo e planejar atividades para remediá-los. Ele procurou através desta pesquisa contextualizar o assunto por meio de problemas, utilizando como ferramenta as relações trigonométricas, isto se dando por meio de uma análise detalhada sobre os erros mais cometidos pelos alunos e suas possíveis causas, para, desta forma, utilizar metodologias que auxiliem esses estudantes a superar suas dificuldades. Também procurou coletar as opiniões de professores sobre tais erros, por meio de um questionário a eles aplicado.

Sua pesquisa foi realizada por meio de teste com questões sobre trigonometria, observações de sala de aula durante a aplicação da atividade e questionário com questões abertas para os professores. Para poder fazer esta pesquisa, a autora fez consulta em coleções matemáticas tanto de Ensino Fundamental quanto de Ensino Médio.

Segundo Fortes (2012), com resultados obtidos por meio de cada classe de erros verificou-se que os alunos têm muitas dificuldades na identificação de nomenclatura dos lados de um triângulo retângulo e no conhecimento das relações trigonométricas nele definidas. Os professores que responderam à pesquisa consideraram, em geral, que as dificuldades são relacionadas à falta de atenção e de ausência de conhecimentos básicos.

O resultado adquirido nesta pesquisa foi à elaboração de uma Webquest, no qual exige um novo papel, tanto do aluno como do professor, que tenha em vista superar as dificuldades apresentadas pelos estudantes. Dessa forma, não bastaria que o professor apontasse a solução para os erros e, sim, que reconhecesse as dificuldades na

aprendizagem desses alunos. E que a análise de erros possa ser usada como mais um instrumento para auxiliar tanto os professores quanto os alunos na caminhada em busca da aprendizagem de conceitos matemáticos.

Desse modo, pode-se notar que os autores buscam uma nova perspectiva para o ensino da trigonometria. As metodologias mencionadas compreendem, basicamente, o uso da história da trigonometria, a análise de erros e a contextualização.

#### 4 METODOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa se deu no ponto de vista tanto qualitativo como quantitativo, buscando investigar os problemas enfrentados diante da aprendizagem do ensino de trigonometria na perspectiva do licenciando em Matemática. Segundo Oliveira (2007), adotar a prática de combinar técnicas de análise quantitativa com técnicas qualitativas proporciona maior nível de *credibilidade* e *validade* aos resultados da pesquisa, evitando-se, assim, o reducionismo por uma só opção de análise. A respeito de uma pesquisa qualitativa, o autor ressalta como sendo um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou sua estruturação. (2001, p.37).

De acordo com Richardson (2011):

O método de pesquisa quantitativo representa, em princípio, a intenção de garantir a precisão dos resultados, evitar distorções de análise e interpretação, possibilitando, consequentemente, uma margem de segurança quanto às inferências.  
(RICHARDSON, [et al.] 2011, p.70).

A metodologia aplicada investigou o uso de conhecimentos básicos referentes à trigonometria e foi realizada em quatro etapas. Na primeira etapa, fizemos o levantamento bibliográfico com o propósito de investigar as experiências metodológicas aplicadas em pesquisas sobre trigonometria, entre as quais, as pesquisas de Souza (2012), Fortes (2012) e Lima (2013) foram de grande importância para a construção desta pesquisa.

Na segunda etapa, fizemos a construção de um questionário (Apêndice 1) contendo seis questões abertas a respeito de trigonometria, de modo que fosse possível verificar quais são as dificuldades dos alunos e também saber se para eles é importante estudar trigonometria. Nesta mesma etapa, elaboramos também um teste (Apêndice 2) contendo cinco questões com conteúdos de trigonometria. O objetivo foi examinar os conhecimentos básicos dos alunos a respeito de trigonometria. Nosso propósito não era saber quais alunos teriam domínio do conteúdo e sim se saberiam responder as questões por meio dos seus conhecimentos já adquiridos ao longo de seus estudos. Para a elaboração deste teste, foram realizadas consultas em coleções de livros de Matemática do Ensino Médio.

O questionário, juntamente com o teste, foi aplicado aos alunos do 1º período e do 4º período do ensino superior do curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, do Centro Acadêmico do Agreste – CAA. A escolha dessas turmas foi devido aos alunos do 1º período estar iniciando suas vidas acadêmicas, não tendo ainda estudado algum conteúdo que envolvesse trigonometria no curso, e os alunos do 4º período por já terem estudado trigonometria na disciplina de Matemática II e também em outras disciplinas que envolvia alguns conteúdos trigonométricos, podendo ser feito a comparação do teste em ambas as turmas de Matemática. Dessa maneira, averiguaremos se as dificuldades dos alunos são as mesmas e se há diferença quando esse conteúdo é visto no Ensino Básico em relação ao que é visto no Ensino Superior.

A terceira etapa foi à aplicação do questionário e do teste. Foi explicado a ambas as turmas que o questionário continha 6 questões abertas e o teste 5 questões, que ambos envolvia trigonometria e que aplicação teria um tempo estipulado por igual para as duas turmas, lembrando que foi aplicado o mesmo questionário e o mesmo teste para ambas as turmas com o objetivo de comparar os resultados. A quantidade de estudantes que contribuíram com a pesquisa foi de 20 alunos na turma do 1º período e 13 alunos na turma do 4º período.

Pesquisar o processo de ensino e aprendizagem é essencial, pois, segundo Freire (1996), não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino (FREIRE, 1996, p.32). Neste sentido, é importante pesquisar para verificar as dificuldades dos estudantes através dos resultados a serem obtidos. Assim, no último momento foi feito a análise da coleta dos dados adquiridos através da pesquisa aplicada e por meio desse resultado poder identificar e analisar os dados obtidos pelos alunos em relação à trigonometria e qual o ponto de vista desses alunos a respeito desse assunto.

Na quarta etapa fizemos a análise dos resultados obtidos nas duas turmas. Assim, o questionário aberto para os alunos foi feito para que pudessemos entender a trajetória e compreensão dos alunos a respeito da trigonometria. Já o teste, foi construído de forma que o aluno pudesse responder as questões com base em seu conhecimento a respeito do assunto. O mesmo abordou conteúdos do Ensino Médio, tais como: medidas de ângulos, funções trigonométricas (seno e cosseno), círculo trigonométrico e definição de trigonometria.

## 5 ANÁLISES E RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentadas as análises por meio das coletas de dados obtidos do questionário e do teste respondidos pelos discentes do 1º e 4º período do curso de Matemática – Licenciatura na Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, Centro Acadêmico do Agreste – CAA, os quais cursavam o primeiro semestre letivo de 2015, fazendo a comparação dos resultados de ambas as turmas.

Em cada teste ou questionário, os alunos foram identificados da seguinte forma: discentes do 1º período serão denotados por A1, A2,..., A20 e os discentes do 4º período por A'1, A'2,..., A'13, para preservar as suas identidades.

### 5.1 ANÁLISE DOS DADOS RELATIVA AO TESTE

O teste nos permite por meio da análise verificar as respostas inferidas pelos alunos do 1º período e do 4º período do curso de Matemática- Licenciatura da UFPE – CAA, observando quais as dificuldades ocorridas na construção do conceito de trigonometria como também sobre suas reflexões a respeito de conhecimentos básicos em relação ao assunto.

Um dos momentos foi o agrupamento das respostas da atividade, tendo sido utilizada as seguintes categorias: as *corretas*, as *parcialmente corretas*, as *erradas*, as *em branco* e também as questões em que foi utilizada a expressão *não sabe*. As respostas consideradas certas são as que apresentaram respostas totalmente corretas, chegando ao objetivo de cada questão. As parcialmente corretas foram as que chegaram parcialmente ao objetivo da questão, cometendo algum equívoco, sendo feita somente uma parte da resposta ou não justificando-a. As erradas são devido às respostas e os métodos não serem compatíveis a cada questão. E tivemos também as questões deixadas em branco, das quais não se pode fazer nenhuma análise uma vez que não se sabe o motivo de os alunos não expressarem nenhuma resposta; e, por fim, as questões classificadas como *não sabe*, devido o aluno expressar como resposta esclarecimentos como *não sei*, *não lembro* e *não ter estudado o assunto*.

O teste aplicado conteve cinco questões, que foram feitas para que os alunos respondessem por meio de conhecimentos já adquiridos ao longo de seus estudos. As

questões foram feitas através de consultas de livros didáticos de Matemática que continham conteúdos a respeito de medidas de ângulos, funções trigonométricas (seno e cosseno), círculo trigonométrico e definição de trigonometria.

A seguir, veremos o desempenho da turma do 1º período no teste. Vale lembrar que 20 alunos participaram da pesquisa.

**Tabela 1. Tabela quantitativa das respostas, por questão dos alunos do 1º período.**

| Questões | Respostas |                      |        |           |          |
|----------|-----------|----------------------|--------|-----------|----------|
|          | Correta   | Parcialmente Correta | Errada | Em Branco | Não sabe |
| 1º       | 1         | 5                    | 3      | 4         | 7        |
| 2º       | 7         | 4                    | 1      | 5         | 3        |
| 3º       | 0         | 5                    | 1      | 4         | 10       |
| 4º       | 8         | 4                    | 4      | 4         | 0        |
| 5º a)    | 1         | 11                   | 6      | 2         | 0        |
| b)       | 11        | 0                    | 8      | 1         | 0        |
| c)       | 1         | 9                    | 8      | 2         | 0        |
| d)       | 15        | 0                    | 4      | 1         | 0        |
| e)       | 0         | 8                    | 6      | 6         | 0        |
| f)       | 0         | 8                    | 6      | 6         | 0        |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Nesta tabela, podemos verificar as respostas dos alunos da turma do 1º período de Matemática. Nota-se que houve um maior número a respeito de respostas corretas parcialmente, sobretudo na Questão 5 (com exceção do item d) . As Questões 1 e 3 foram as que mais os alunos não souberam responder. E as que tiveram mais respostas corretas foram as questões 2, 4 e 5 (itens b e c). Verificaremos mais adiante cada questão detalhadamente. Mas antes disso, vamos verificar a seguinte tabela sobre o teste realizado na turma do 4º período. Neste caso, foram 13 alunos participantes.

Tabela 2. Tabela quantitativa das respostas, por questão, dos alunos do 4º período.

| Questões | Respostas |                      |        |           |          |
|----------|-----------|----------------------|--------|-----------|----------|
|          | Correta   | Parcialmente Correta | Errada | Em Branco | Não sabe |
| 1º       | 0         | 6                    | 4      | 3         | 0        |
| 2º       | 7         | 1                    | 3      | 2         | 0        |
| 3º       | 2         | 2                    | 0      | 2         | 7        |
| 4º       | 8         | 3                    | 1      | 1         | 0        |
| 5º a)    | 1         | 5                    | 6      | 0         | 1        |
| b)       | 8         | 0                    | 5      | 0         | 0        |
| c)       | 1         | 4                    | 7      | 0         | 1        |
| d)       | 9         | 0                    | 3      | 1         | 0        |
| e)       | 1         | 7                    | 4      | 0         | 1        |
| f)       | 2         | 6                    | 4      | 0         | 1        |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

De acordo com a tabela, percebeu-se que os estudantes da turma do 4º período, em relação à turma do 1º período, tiveram uma quantidade relativa de respostas corretas, com exceção da Questão 1 e dos itens *b* e *d* da Questão 5, e apresentou menor número de respostas em branco em relação a turma do 1º período.

Vejamos a seguir mais detalhadamente todas as cinco questões com os seus objetivos propostos, para fazer uma melhor análise e compararmos os resultados de ambas às turmas.

### 5.1.1 Análise da Questão 1

A Questão 1 tem o seguinte enunciado:

- *Como você definiria trigonometria? E se possível dê um ou mais exemplos de situações em que é aplicada a trigonometria.*

Esta questão teve por objetivo compreender a construção feita pelos alunos a respeito do conceito de trigonometria, de modo que pudéssemos verificar se o aluno traz consigo algum conceito a respeito de trigonometria e se saberia dizer onde poderia ser aplicada.

Segundo Souza (2012), a teoria dos campos conceituais é uma proposta didática para a construção do saber escolar, de forma a repensar as condições da aprendizagem conceitual com o objetivo de torná-lo mais acessível ao aluno. Esta teoria estuda as adaptações que o aluno realiza sob a influência de situações que este vivencia dentro e fora da escola.

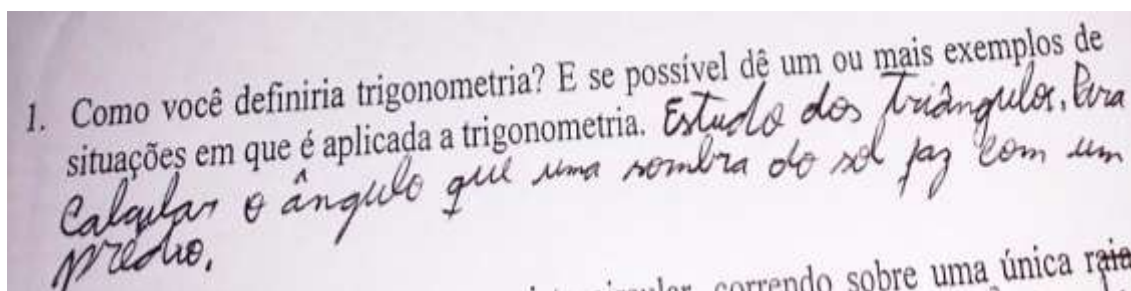
No primeiro momento, vejamos os resultados da Questão 1 dos discentes do 1º período a partir da seguinte tabela. No que segue, a letra N representa a quantidade absoluta de alunos que se enquadraram em cada classificação.

**Tabela 3. Tabela quantitativa das respostas da Questão 1 dos alunos do 1º período.**

| 1º Período           |   |    |
|----------------------|---|----|
| Respostas            | N | %  |
| Correta              | 1 | 5  |
| Parcialmente Correta | 5 | 25 |
| Errada               | 3 | 15 |
| Em branco            | 4 | 20 |
| Não sabe             | 7 | 35 |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

De acordo com a Tabela 3, os alunos que acertaram parcialmente cometeram erros ao definirem trigonometria, acertando totalmente apenas situações onde ela é aplicada, e em outros casos acertando não tão corretamente a definição, mas citando a aplicação. Ainda teve um estudante que apenas definiu, porém não disse nenhuma aplicação. O caso do Aluno A5 está relacionado à resposta onde se definiu e disse onde é aplicada a trigonometria. Este foi o único aluno em que a resposta foi considerada correta. Vejamos a Figura 1.



**Figura 1: Resposta da Questão 1 do Aluno A5. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

Na categoria parcialmente correta teve uma porcentagem de 25% que pode ser vista na tabela 3, a qual dividiu esse resultado em duas partes: onde 10% desse resultado, os alunos definiram corretamente a questão, mas não disse nenhuma aplicação. Que foi o caso dos alunos A7 e A2. A Outra parte se refere aos 15%, onde os alunos (A8, A18 e A20) não definiram corretamente a questão, mas disseram onde poderia ser aplicada. Um exemplo é visto na Figura 2.

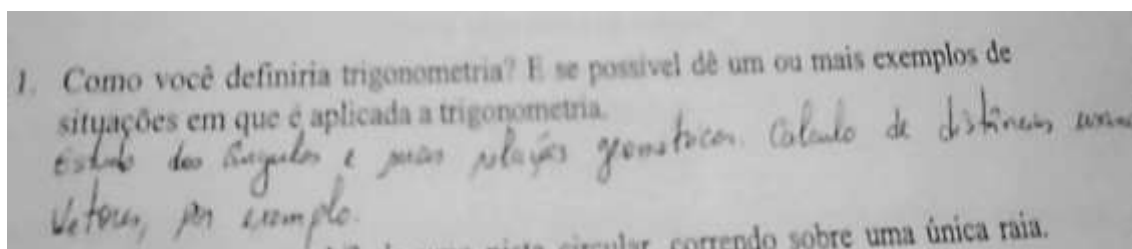


Figura 2: Resposta da Questão 1 do Aluno A18. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Outro exemplo é a respeito do aluno que só disse onde poderia ser aplicada. Esse é o caso do Aluno A8. Vejamos na Figura 3.

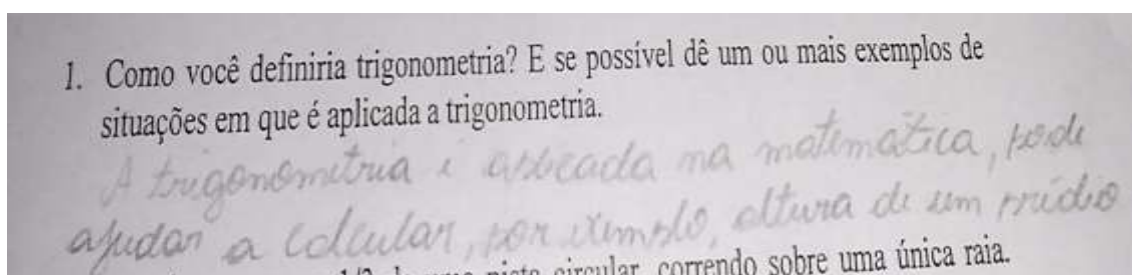


Figura 3: Resposta da Questão 1 do Aluno A8. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

A respeito das repostas erradas, os Alunos A1, A3 e A11 relacionaram a trigonometria a formas geométricas. Um exemplo é visto na Figura 4.

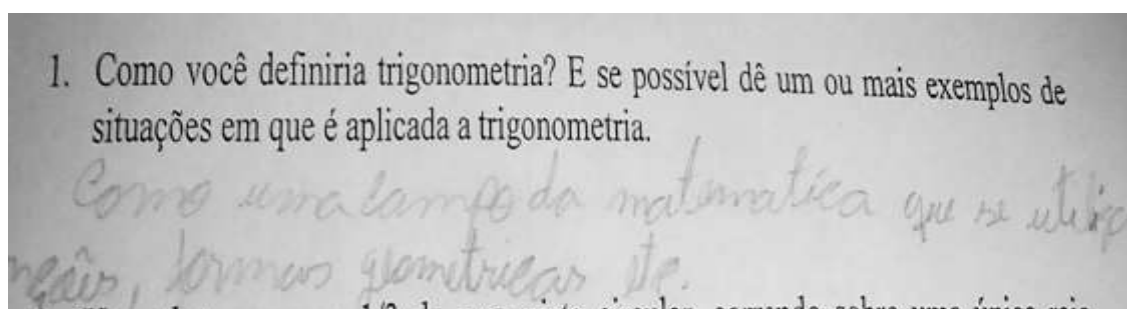


Figura 4: Resposta da Questão 1 do Aluno A3. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Agora, verifiquemos a Tabela 4 a respeito das respostas da Questão 1 da turma do 4º período.

**Tabela 4. Tabela quantitativa das respostas da Questão 1 dos alunos do 4º período**

| 4º Período           |   |    |
|----------------------|---|----|
| Respostas            | N | %  |
| Correta              | 0 | 0  |
| Parcialmente Correta | 6 | 46 |
| Errada               | 4 | 31 |
| Em Branco            | 3 | 23 |
| Não Sabe             | 0 | 0  |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Observando a tabela, podemos verificar que não se teve nenhum acerto totalmente, pois não definiram e disseram a aplicação na questão. No entanto, os alunos responderam parcialmente, isto é acertaram apenas uma parte da questão.

Desse modo, dividimos o resultado de 46% dos acertos parciais em duas partes. Onde 23% definiram corretamente a questão, mas não disseram nenhuma aplicação. Foi o caso dos estudantes A'2, A'7 e A'13. Podemos observar na Figura 5.

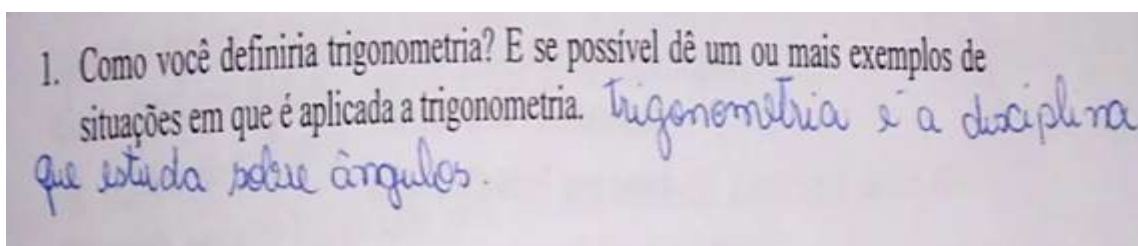


Figura 5: Resposta da Questão 1 do Aluno A'2. Fonte : Acervo da pesquisa, 2015.

Já a outra parte dos 23% é a respeito dos alunos A'4, A'5 e A'11, que não conseguiram definir corretamente o assunto, porém disseram algum tipo de situação onde é aplicada. Vejamos na Figura 6.

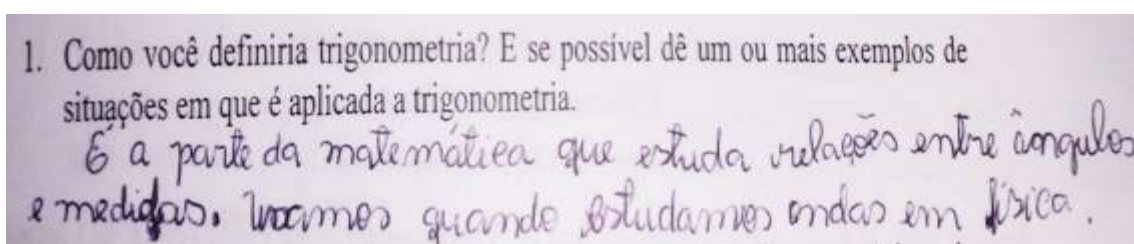


Figura 6: Resposta da Questão 1 do Aluno A'5. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Entre os discentes que erraram a questão, A'1, A'3, A'9 e A'12 relacionaram a trigonometria a figuras geométricas, gráficos e funções e não disseram nenhuma aplicação sobre o assunto. Vejamos na Figura 7.

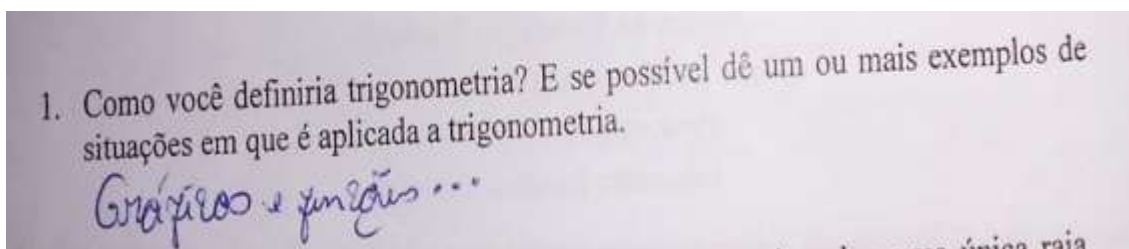


Figura 7: Resposta da Questão 1 do Aluno A'9. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Percebe-se que os alunos tentaram definir o assunto, em alguns casos de maneira diferente, isto condiz com Souza (2012), (...) que um simples conceito não se refere apenas a um tipo de situação, assim como uma simples situação não pode ser analisada através de um único conceito. Não faz sentido, portanto, estudar conceitos isoladamente, mas sim dentro de campos conceituais. Vejamos, então, a análise comparativa dos resultados das duas turmas.

#### 5.1.1.1 Comparação das Duas Turmas Sobre a 1 Questão.

Os resultados obtidos na Questão 1 em ambas as turmas pode ser verificado detalhadamente no seguinte gráfico.

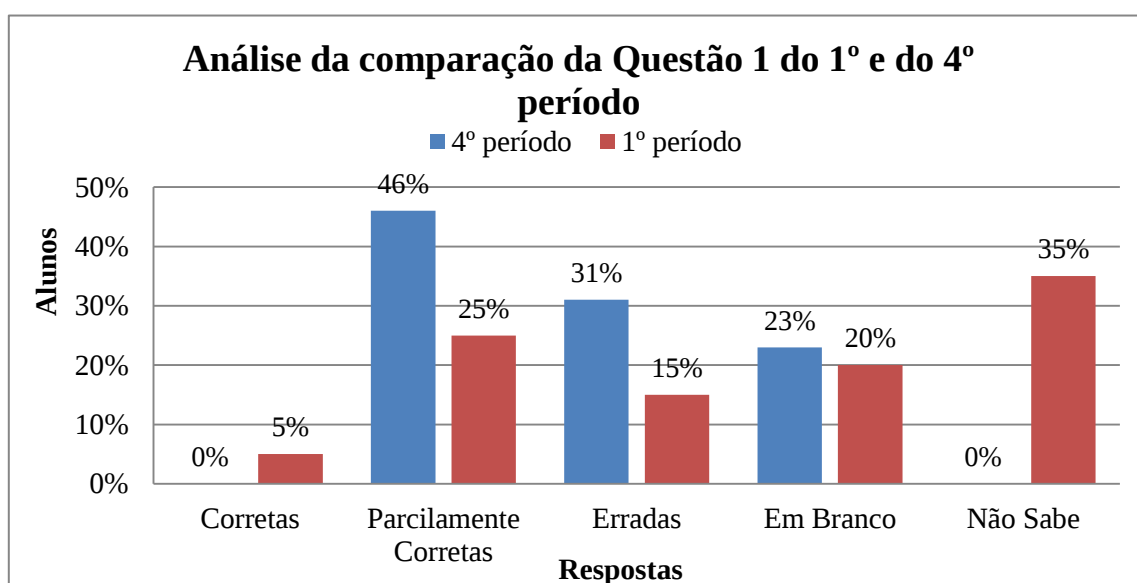


Gráfico 1. Comparação das respostas da Questão 1 nas turmas do 1º e do 4º período.

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

No Gráfico 1, nota-se que houve apenas um acerto na turma do 1º período e nenhum acerto no 4º período. Observa-se também que no 1º período, uma parte significativa dos alunos não sabia como definir trigonometria. Já na outra turma, ninguém falou que não sabia, embora não acertassem totalmente a questão. Pode-se dizer que por estarem a alguns períodos a mais no curso, os alunos da 4º período tenham alguma noção da definição de trigonometria, comparado com a turma do 1º período, que está começando o curso.

### 5.1.2 Análise da Questão 2

O enunciado da Questão 2 é:

- *Um atleta percorre  $1/3$  de uma pista circular, correndo sobre uma única raia. Qual é a medida do arco percorrido em graus? E em radianos?*

Esta questão teve o propósito de verificar a capacidade dos alunos em usarem os conhecimentos já adquiridos a respeito da trigonometria na circunferência e sobre a transformação da unidade de medida de grau para o radiano.

De acordo com Souza (2012), um importante conceito no desenvolvimento da trigonometria é o conceito de ângulo (grau ou radiano) e de como efetuar sua medida, suas transformações de grau para radiano e vice-versa, uma vez que ele é fundamental em diversas situações, como na compreensão das razões trigonométricas em triângulos retângulos.

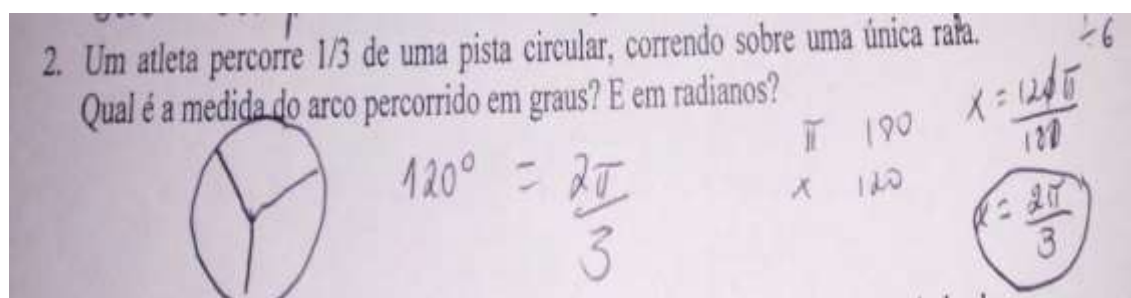
Então, observemos na seguinte tabela os resultados dos alunos do 1º período a respeito da Questão 2.

**Tabela 5. Tabela quantitativa das respostas da Questão 2 dos alunos do 1º período.**

| 1º Período           |   |    |
|----------------------|---|----|
| Respostas            | N | %  |
| Correta              | 7 | 35 |
| Parcialmente Correta | 4 | 20 |
| Errada               | 1 | 5  |
| Em branco            | 5 | 25 |
| Não sabe             | 3 | 15 |

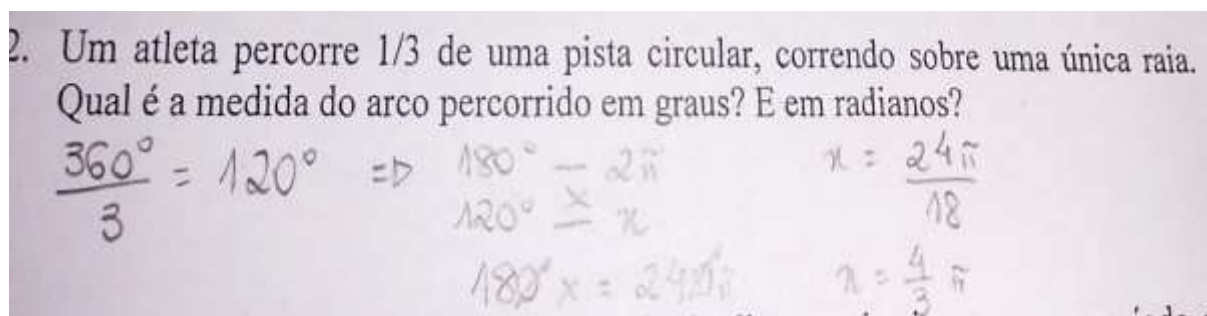
Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Percebe-se que os estudantes que acertaram corretamente fizeram a solução por meio de propriedade da circunferência, como pode ser visto nas respostas dos Alunos A1, A5, A11, A18 e A20. Segue a solução de um aluno na Figura 8.



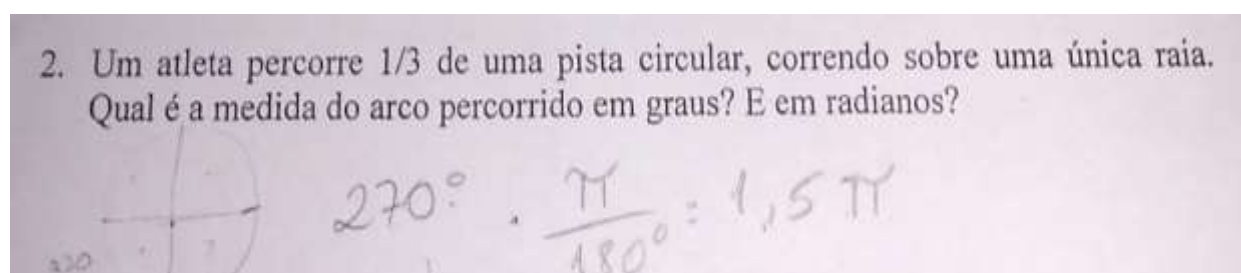
**Figura 8: Resposta da Questão 2 do Aluno A20. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

Nos acertos parciais, tivemos um aluno que apenas obteve a medida em graus, que foi o caso de A6, e os outros, A3, A13 e A14, conseguiram a medida em graus, porém ao obter em radiano, tiveram erro na sua resolução. Podemos verificar isso na Figura 9.



**Figura 9: Resposta da Questão 2 do Aluno A13. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

No caso do Aluno A16, ele não conseguiu obter 1/3 do arco da circunferência e assim errou toda a questão. Observemos a Figura 10.



**Figura 10: Resposta da Questão 2 do Aluno A16. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

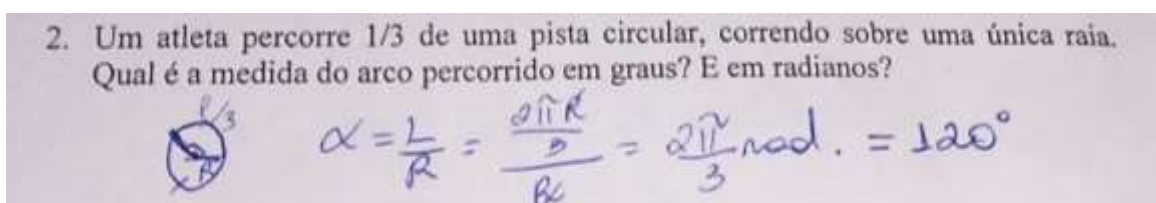
Analisemos as respostas da Questão 2 da turma do 4º período observando a seguinte tabela.

**Tabela 6. Tabela quantitativa das respostas da Questão 2 dos alunos do 4º período.**

| 4º Período           |   |    |
|----------------------|---|----|
| Respostas            | N | %  |
| Correta              | 7 | 54 |
| Parcialmente Correta | 1 | 8  |
| Errada               | 3 | 23 |
| Em Branco            | 2 | 15 |
| Não Sabe             | 0 | 0  |

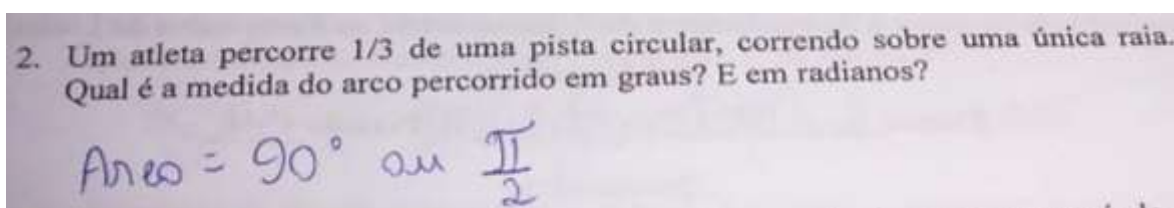
Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Nesta turma, a maioria dos alunos acertou a resposta da questão, dos que acertaram, 3 responderam diretamente colocando apenas a resposta, que foram os casos de A'4, A'7 e A'8. Já os outros 4, utilizaram propriedades da circunferência, sendo que três desses, A'2, A'5 e A'12, tiveram a mesma resolução dos alunos do 1º período e o outro, A'13, obteve primeiramente a medida em radiano para obter depois em ângulo como veremos na Figura 11.



**Figura 11: Resposta da Questão 2 do Aluno A'13. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

Os Alunos A'3, A'10 e A'11 não conseguiram calcular a medida do arco e colocaram uma solução qualquer. Um exemplo é visto na Figura 12.

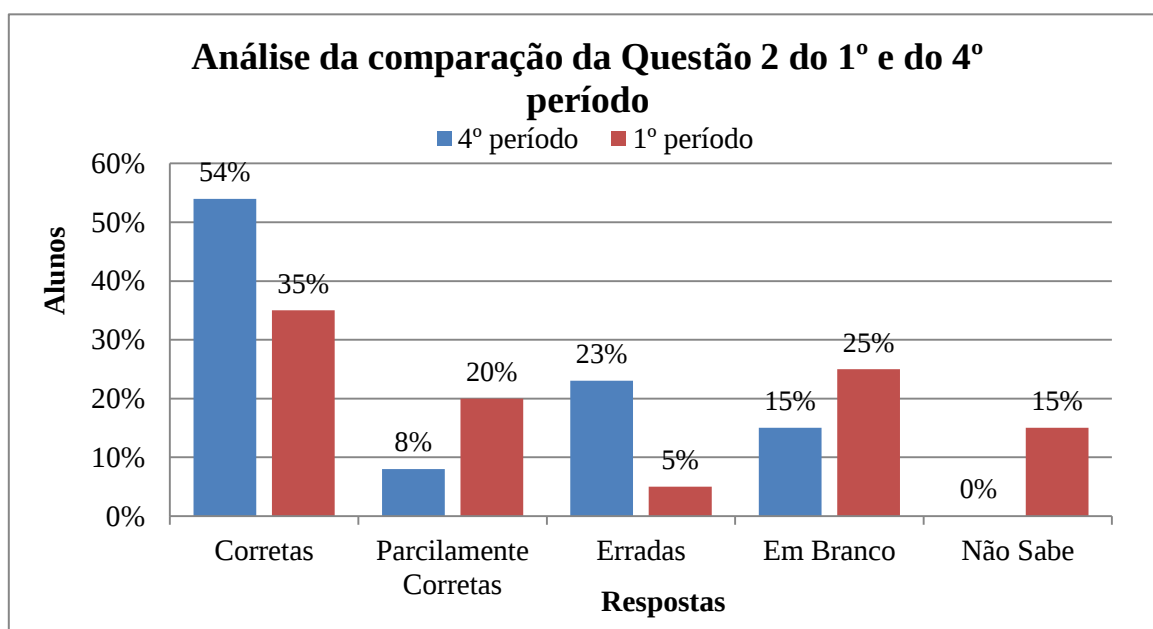


**Figura 12: Resposta da Questão 2 do Aluno A'3. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

Ribeiro (2011) afirma que os alunos têm dificuldades em partir de conceitos básicos e de forma autônoma chegar as novas relações e elaborações mentais. Ao estudar trigonometria, distanciam-se dos princípios básicos (definições e do círculo trigonométrico) e listam intermináveis fórmulas e relações. Isto pode ser observado nos erros cometidos por estes estudantes.

#### 5.1.2.1 Comparação das duas Turmas sobre a Questão 2.

Vamos verificar os resultados obtidos na Questão 2 em ambas as turmas observando o seguinte gráfico.



**Gráfico 2. Comparação das respostas da Questão 2 nas turmas do 1º e do 4º período.**

**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2015.

Observando as Tabelas 5 e 6, vemos que ambas as turmas tiveram o mesmo número de acertos, mas vale destacar que na turma do 4º período foram 13 sujeitos pesquisados e na outra turma, 20. Então, neste caso, o 4º período teve um melhor desempenho. Isso pode ser visto no Gráfico 2. Algo notório é sobre a categoria *não sabe*. No 1º período, 15% dos alunos disseram que não sabiam, enquanto que no 4º período, nenhum disse que não sabia.

Nesta questão, os alunos se mostraram familiarizados a obter uma solução. No 4º período, a maioria dos alunos pode compreender a definição de radiano, mas em alguns casos, ao relacionar com a medida em graus, se prendem a cálculos, esquecendo o seu significado.

### 5.1.3 Análise da Questão 3

A Questão 3 tem o seguinte enunciado:

- *A respeito das funções trigonometrias, saberia dizer qual a imagem e o período da função seno e da função cosseno? Se sim, digam quais são? Se não, justifique.*

Como foi verificado no PNLD 2014, entre os campos estudados, a trigonometria está na categoria de funções. Assim, nesta questão, queremos averiguar se o estudante teve alguma base de conhecimento a respeito das principais funções trigonométricas, neste caso, sobre as funções seno e cosseno.

Na tabela seguinte, mostraremos o desempenho dos estudantes do 1º período referente à Questão 3.

**Tabela 7. Tabela quantitativa das respostas da Questão 3 dos alunos do 1º período.**

| 1º Período           |    |    |
|----------------------|----|----|
| Respostas            | N  | %  |
| Correta              | 0  | 0  |
| Parcialmente Correta | 5  | 25 |
| Errada               | 1  | 5  |
| Em branco            | 4  | 20 |
| Não sabe             | 10 | 50 |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Observa-se na tabela que nenhum aluno respondeu corretamente a questão. O propósito de pedir para justificar a resposta, no caso daqueles que não sabiam, era para que conseguíssemos examinar o porquê de não saberem.

Dos discentes que acertaram parcialmente a resposta, quase todos colocaram apenas a imagem da função seno e da função cosseno e não disseram o período de ambas. Foram os casos dos Alunos A2, A5, A13 e A18. A respeito de A1, ele obteve a imagem das funções, no entanto considerou o período da função sendo o seu domínio, cometendo um equívoco em sua solução.

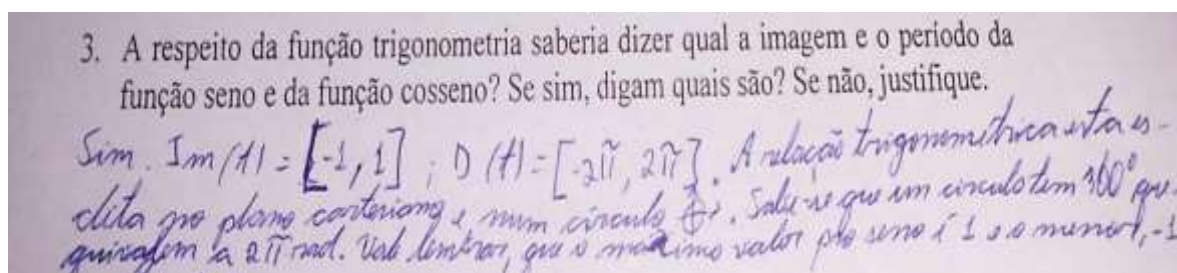


Figura 13: Resposta da Questão 3 do Aluno A1. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Dos estudantes que não souberam, apenas 6 justificaram, sendo eles os Alunos A8, A9, A10, A15, A19 e A20. No caso de A10 e A20, a justificativa foi:

**A10:** não sei, pois vi bem superficial.

**A20:** não lembro.

Percebe-se que, esses estudantes não tiveram uma boa base a respeito do assunto abordado. Podemos ver isso também na Figura 14.

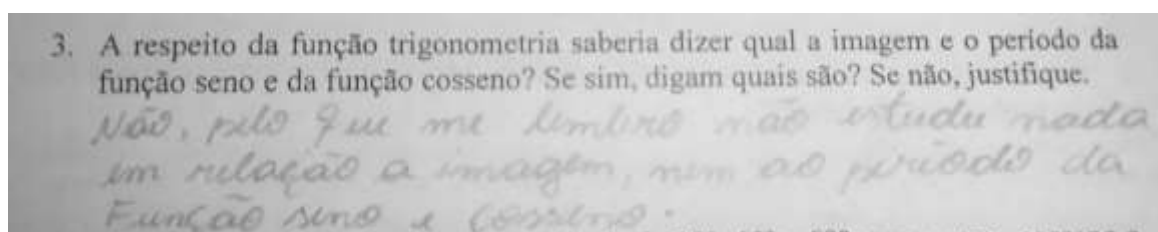


Figura 14: Resposta da Questão 3 do Aluno A8. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Conforme visto nos PCN+ (Brasil, 2002), o estudo das diferentes funções deve estar no conceito de função e em suas propriedades em relação às operações, na interpretação de seus gráficos e nas aplicações dessas funções.

Em relação a A3, este errou a resposta, como pode ser verificado na Figura 15.

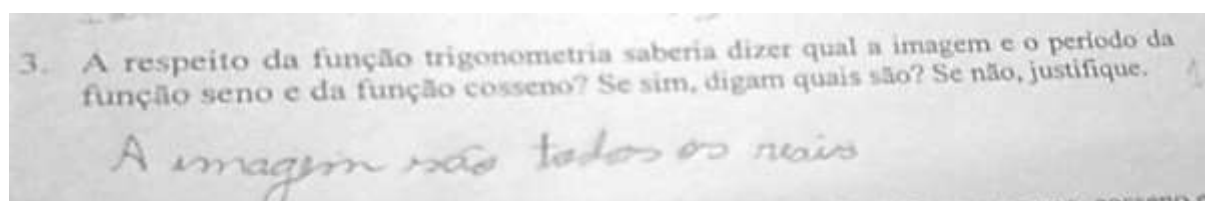


Figura 15: Resposta da Questão 3 do Aluno A3. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

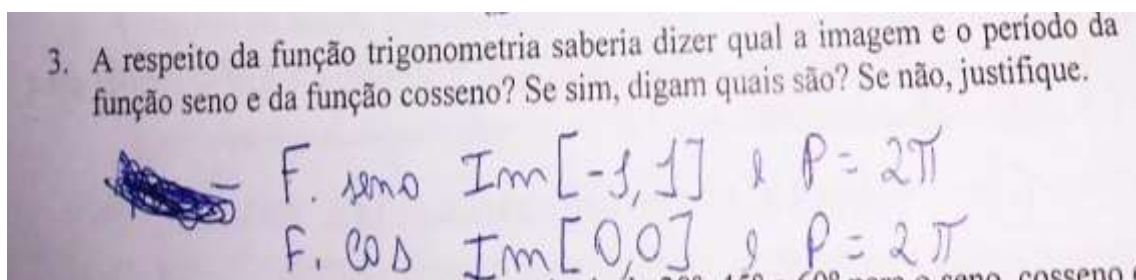
Analisemos o desempenho na Questão 3 da turma do 4º período na tabela seguinte.

**Tabela 8. Tabela quantitativa das respostas da Questão 3 dos alunos do 4º período.**

| 4º Período           |   |    |
|----------------------|---|----|
| Respostas            | N | %  |
| Correta              | 2 | 15 |
| Parcialmente Correta | 2 | 15 |
| Errada               | 0 | 0  |
| Em Branco            | 2 | 15 |
| Não Sabe             | 7 | 55 |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

A maioria dos estudantes desta turma também disse que não sabia a resposta da questão. Os Alunos A'12 e A'13 que acertaram totalmente a resposta dizendo a imagem e o período das funções seno e cosseno. Já os estudantes A'2 e A'3, acertaram parcialmente a questão. O aluno A'2 respondeu apenas a imagem e A'3 errou a imagem da função cosseno, mas acertou os períodos de ambas as funções, como pode ser visto na Figura 16.



**Figura 16: Resposta da Questão 3 do Aluno A'3. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

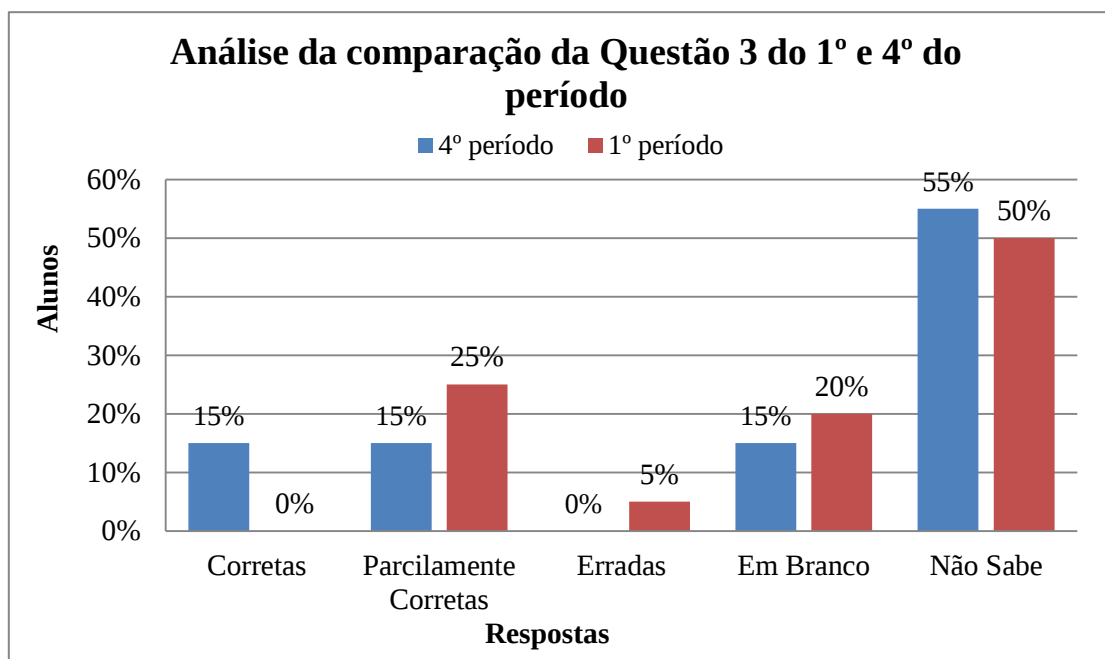
Dos 7 alunos que não souberam, 5 se justificaram, como foram os casos de A'5, A'7, A'9, A'10 e A'11, que tiveram a mesma resposta da turma do 1º período. Vejamos algumas dessas respostas:

*A'9: Não, porque não lembro;*

*A'11: Não, posso já ter estudado, mas não me lembro.*

### 5.1.3.1 Comparação das duas Turmas sobre a Questão 3

Os resultados obtidos na Questão 3 em ambas as turmas pode ser verificado detalhadamente no seguinte gráfico.



**Gráfico 3. Comparação das respostas da Questão 3 nas turmas do 1º e do 4º período.**

**Fonte:** Acervo da pesquisa, 2015.

Ao compararmos as análises no Gráfico 3, é possível notar que o 4º período tem um resultado significativamente melhor do que a outra turma a respeito de acertar a questão. No entanto, nas duas turmas, as suas justificativas para não saberem a resposta foram à mesma: não se lembra de ou não sabe. Vale destacar que os estudantes do 1º período estão ainda iniciando o curso e só viram o assunto no Ensino Básico, enquanto os do 4º período viram este assunto numa disciplina do curso no semestre anterior. Então, para este último caso, esta justificativa fica um pouco a desejar a respeito do assunto.

### 5.1.4 Análise da Questão 4

Esta questão trazia o seguinte enunciado:

- *Obtenha os valores dos ângulos notáveis de 30°, 45° e 60° para o seno, cosseno e tangente.*

A respeito desta questão, a ideia é verificar a aprendizagem que o aluno possui sobre a obtenção dos valores das funções trigonométricas calculadas nos ângulos notáveis.

Primeiramente, vamos observar o desempenho dos estudantes do 1º período de Matemática – Licenciatura.

**Tabela 9. Tabela quantitativa das respostas da Questão 4 dos alunos do 1º período**

| 1º Período           |   |    |
|----------------------|---|----|
| Respostas            | N | %  |
| Correta              | 8 | 40 |
| Parcialmente Correta | 4 | 20 |
| Errada               | 4 | 20 |
| Em branco            | 4 | 20 |
| Não sabe             | 0 | 0  |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Nesta tabela, podemos afirmar que nenhum estudante disse que não sabia resolver ou não se lembrava da questão.

Os alunos A1, A2, A5, A6, A11, A14, A18 e A20 acertaram a questão com a resolução por meio da construção de uma tabela colocando os ângulos das funções pedidas na questão. Em relação a A3, A8, A12 e A16, eles responderam também por meio da tabela, porém ao colocar os ângulos  $30^\circ$  e  $60^\circ$  da tangente, ocorreu uma troca nos valores. Vejamos na Figura 17.

4. Obtenha os valores dos ângulos notáveis, de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  para o seno, cosseno e tangente.

|          | $30^\circ$           | $45^\circ$           | $60^\circ$           |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Seno     | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| Cosseno  | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        |
| Tangente | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\sqrt{3}$           |

5. O gráfico abaixo representa uma função trigonométrica?

**Figura 17: Resposta da Questão 4 do Aluno A12. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.**

E os outros estudantes, A9, A10, A13 e A15, erraram a questão, como podemos verificar na Figura 18.

4. Obtenha os valores dos ângulos notáveis de 30°, 45° e 60° para o seno, cosseno e tangente.

$$180^\circ = 2\pi$$

$$30^\circ = x$$

$$x = 60\pi/180 = \pi/3$$

$$180^\circ = 2\pi$$

$$45^\circ = x$$

$$x = 90\pi/180 = \pi/2$$

$$60^\circ = 2 \cdot \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

Figura 18: Resposta da Questão 4 do Aluno A13. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Agora vejamos o desempenho dos estudantes da turma do 4º período a respeito da Questão 4 através da tabela abaixo.

Tabela 10. Tabela quantitativa das respostas da Questão 4 dos alunos do 4º período.

| 4º Período           |   |    |
|----------------------|---|----|
| Respostas            | N | %  |
| Correta              | 8 | 61 |
| Parcialmente Correta | 3 | 23 |
| Errada               | 1 | 8  |
| Em Branco            | 1 | 8  |
| Não Sabe             | 0 | 0  |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Observa-se na Tabela, que a maioria dos estudantes acertou a questão. Onde aconteceu apenas um teste com a resposta errada, em que A'11 chegou a colocar os valores dos ângulos, mas não relacionou os valores ao seno, ao cosseno e a tangente.

Os alunos que acertaram parcialmente, A'3, A'4 e A'10, também se confundiram com os valores dos ângulos de 30° e de 60° da tangente.

Já os estudantes A'1, A'2, A'5, A'7, A'8, A'9, A'12 acertaram a questão com a resolução por meio da construção de uma tabela, colocando os ângulos das funções pedidas.

A resolução de A'13 se deu por meio das propriedades trigonométricas de um triângulo retângulo, como se verifica na Figura 19.

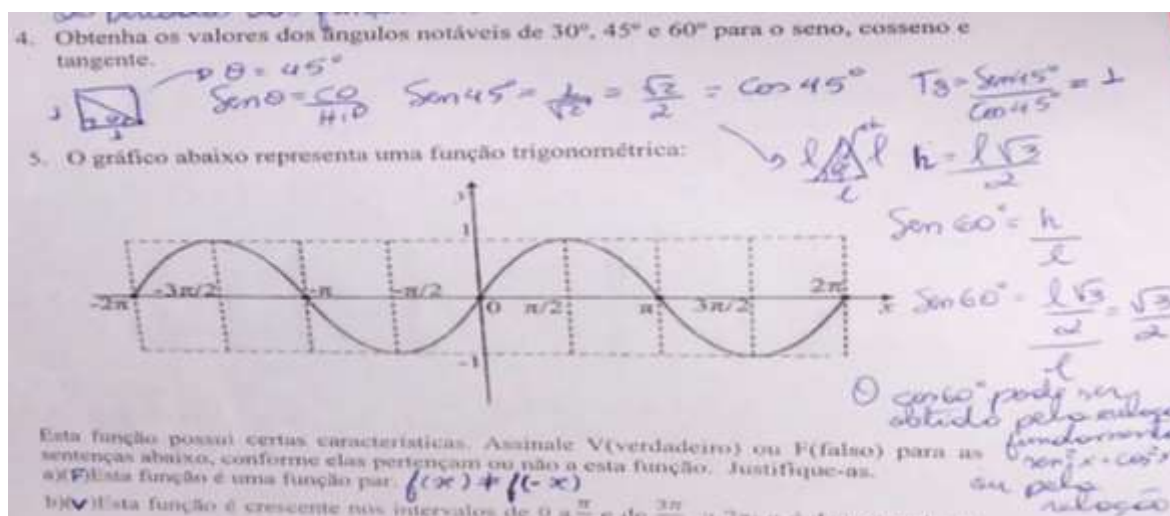


Figura 19: Resposta da Questão 4 do Aluno A'13. Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Esta resposta condiz com Souza (2012). Ele afirma que o aluno faz uso de vários conceitos correlatos, chegando a uma representação simbólica e formando o conceito do objeto em estudo, no final do processo.

#### 5.1.4.1 Comparação das Duas Turmas Sobre a 4 Questão.

Vamos verificar os resultados obtidos na Questão 4 em ambas as turmas observando o seguinte gráfico.

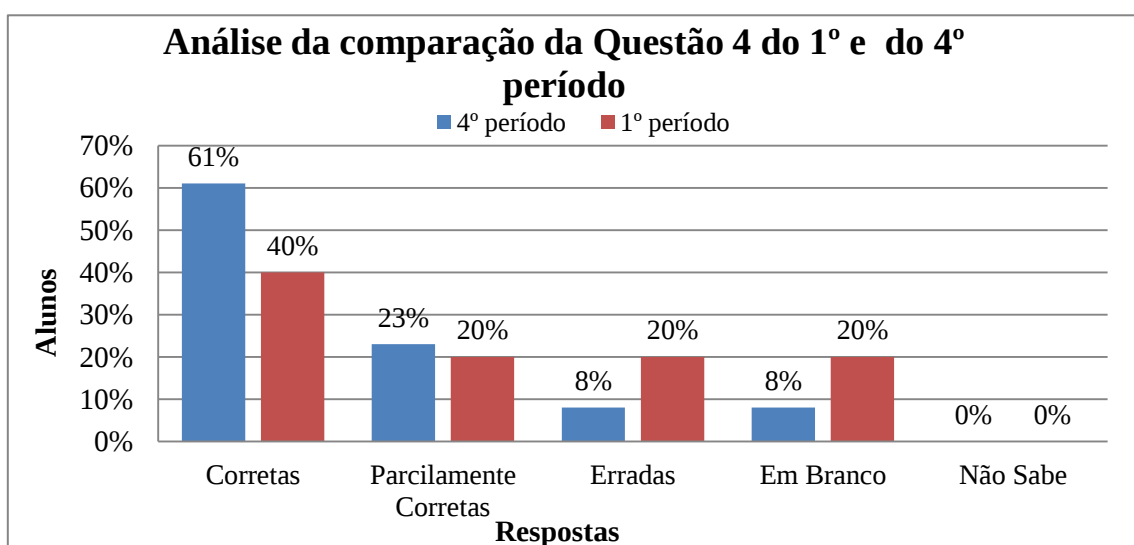


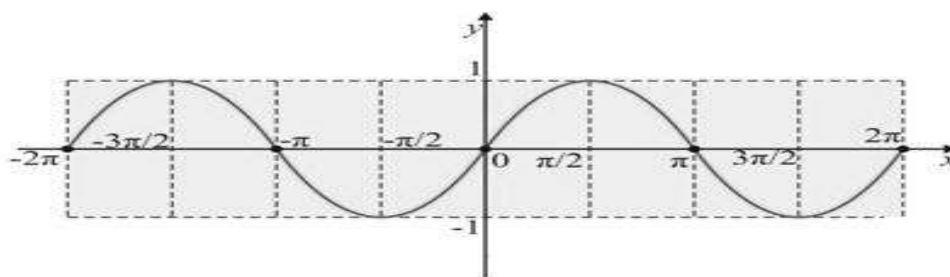
Gráfico 4. Comparação das respostas da Questão 4 nas turmas do 1º e do 4º período.

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Ao compararmos os resultados de ambas as turmas, considerando a quantidade de alunos que fizeram este teste, pode-se dizer que o 4º período teve um melhor desempenho, conseguindo resolver a questão não só apenas por meio de uma tabela, mas também pelo seu conhecimento adquirido durante o curso.

### 5.1.5 Análise da Questão 5

Nesta questão, tivemos o seguinte enunciado: *O gráfico abaixo representa uma função trigonométrica:*



Esta função possui certas características. Assinale V(verdadeiro) ou F(falso) para as sentenças abaixo, conforme elas pertençam ou não a esta função. Justifique-as.

- a)( ☐ )Esta função é uma função par.
- b)( ☐ )Esta função é crescente nos intervalos de 0 a  $\frac{\pi}{2}$  e de  $\frac{3\pi}{2}$  a  $2\pi$ ; e é decrescente no intervalo de  $\frac{\pi}{2}$  a  $\frac{3\pi}{2}$ .
- c)( ☐ )Esta função é uma função ímpar
- d)( ☐ )Esta função é crescente no intervalo de 0 a  $2\pi$ ; e decrescente no intervalo de 0 a  $\pi$ .
- e)( ☐ )Este gráfico é da função  $y = \sin x$ .
- f)( ☐ )Este gráfico é da função  $y = \cos x$ .

A Questão 5 envolve o conceito de função trigonométrica, identificar quando a função é par ou ímpar e analisar também o seu crescimento e decrescimento, podendo observar se o aluno de fato possui alguma aprendizagem ao analisar uma determinada função trigonométrica. Primeiramente, verifiquemos o desempenho das duas turmas a respeito dos itens a e c.

**Tabela 11. Tabela quantitativa das respostas da Questão 5, dos itens a e c dos alunos do 1º e 4º período.**

| 1º Período          |          |        |
|---------------------|----------|--------|
| Respostas           | Item a   | Item c |
| <b>Correta</b>      | 1 (5%)   | 1(5%)  |
| <b>Parcialmente</b> | 11 (55%) | 9(45%) |
| <b>Correta</b>      |          |        |
| <b>Errada</b>       | 6(30%)   | 8(40%) |
| <b>Em branco</b>    | 2(10%)   | 2(10%) |
| <b>Não sabe</b>     | 0        | 0      |

| 4º Período          |        |        |
|---------------------|--------|--------|
| Respostas           | Item a | Item c |
| <b>Correta</b>      | 1(8%)  | 1(8%)  |
| <b>Parcialmente</b> | 5(38%) | 4(30%) |
| <b>Correta</b>      |        |        |
| <b>Errada</b>       | 6(46%) | 7(54%) |
| <b>Em branco</b>    | 0      | 0      |
| <b>Não sabe</b>     | 1(8%)  | 1(8%)  |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Tivemos 55% dos estudantes do 1º período com acertos parciais no *item a* e 45% no *item c*. Este critério se deu por não terem justificado sua resposta em relação a que sentido a função dada no gráfico seria ímpar ou par. Foram os casos dos alunos A1, A4, A8, A12, A13, A16, A18, A19 e A20. Já A14 e A15 acertaram o *item a* e erraram o *item c*, e também não justificaram a resposta. Percebe-se a falta de entendimento dos alunos do 1º período perante o que se referia à questão, pois disseram que a função não seria par e nem ímpar. No 4º período, houve acertos parciais de 38% no *item a* e 30% no *item c* pelo mesmo motivo que o outro período, ou seja, por não justificarem suas respostas, que foram os casos de A'3, A'6, A'7 e A'11. E A'2 também respondeu que seria falsa ambos os itens.

Verifiquemos agora o desempenho das duas turmas a respeito do *item b* e *d*. O critério de analisar esses dois itens é devido um influenciar na resposta do outro item a respeito dos intervalos de decrescimento e crescimento da função.

**Tabela 12. Tabela quantitativa das respostas da Questão 5, dos itens b e d dos alunos do 1º e 4º período.**

| 1º Período          |         |         |
|---------------------|---------|---------|
| Respostas           | Item b  | Item d  |
| <b>Correta</b>      | 11(55%) | 15(75%) |
| <b>Parcialmente</b> | 0       | 0       |
| <b>Correta</b>      |         |         |
| <b>Errada</b>       | 8(40%)  | 4(20%)  |
| <b>Em branco</b>    | 1(5%)   | 1(5%)   |
| <b>Não sabe</b>     | 0       | 0       |

| 4º Período          |        |        |
|---------------------|--------|--------|
| Respostas           | Item b | Item d |
| <b>Correta</b>      | 8(62%) | 9(69%) |
| <b>Parcialmente</b> | 0      | 0      |
| <b>Correta</b>      |        |        |
| <b>Errada</b>       | 5(38%) | 3(23%) |
| <b>Em branco</b>    | 0      | 1(8%)  |
| <b>Não sabe</b>     | 0      | 0      |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Ao analisar se a função dada era crescente ou decrescente em determinado intervalo, a maioria acertou, pois neste caso não era preciso justificar sua resposta devido estar explícito no gráfico. Os estudantes A2, A5, A9, 16 e A18 acertaram o item *d*, mas erraram o item *b* e A14 acertou o item *b*, no entanto errou o item *d*. Isto ocorreu no 1º período e também no 4º período, onde A'3, A'8, A'10 e A'12 erraram o item *b* e acertaram o item *d* e A'2 acertou o item *b* errou o item *d*.

Examinemos o desempenho das duas turmas a respeito do item *e* e *f*.

**Tabela 13. Tabela quantitativa das respostas da Questão 5, dos itens e e f dos alunos do 1º e 4º período.**

| 1º Período          |        |        |
|---------------------|--------|--------|
| Respostas           | Item e | Item f |
| <b>Correta</b>      | 0      | 0      |
| <b>Parcialmente</b> | 8(40%) | 8(40%) |
| <b>Correta</b>      |        |        |
| <b>Errada</b>       | 6(30%) | 6(30%) |
| <b>Em branco</b>    | 6(30%) | 6(30%) |
| <b>Não sabe</b>     | 0      | 0      |

| 4º Período          |        |        |
|---------------------|--------|--------|
| Respostas           | Item e | Item f |
| <b>Correta</b>      | 1(8%)  | 2(16%) |
| <b>Parcialmente</b> | 7(54%) | 6(46%) |
| <b>Correta</b>      |        |        |
| <b>Errada</b>       | 4(30%) | 4(30%) |
| <b>Em branco</b>    | 0      | 0      |
| <b>Não sabe</b>     | 1(8%)  | 1(8%)  |

Fonte: Acervo da pesquisa, 2015.

Nestes itens *e* e *f*, os estudantes teriam que justificar sua resposta. Assim, as respostas que não foram justificadas estavam na categoria de acertos parciais. Observa-se que a turma do 4º período teve um melhor desempenho em analisar o gráfico e identificar de que função se tratava, não deixando nenhum desses itens em branco.

Em resumo, vale dizer que nessa análise tendemos a verificar a aprendizagem de trigonometria pelos discentes do 1º período e do 4º período, a qual mostrou resultados significativos dos que começaram a sua vida acadêmica daqueles que já estão tendo experiências vivenciadas no curso.

De acordo com Sanches (2004), a falta de preparo dos professores pode gerar dificuldades relacionadas às adoções de posturas teórico-metodológicas ou insuficiente, seja porque a organização desses não está bem sequenciada, ou não se proporcionam elementos de motivação suficientes; seja porque os conteúdos não se ajustam às necessidades e ao nível de desenvolvimento do aluno, ou não estão adequados ao nível de abstração, ou não se treinam as habilidades prévias; seja porque a metodologia é muito pouco motivadora e muito pouco eficaz.

## 5.2 ANÁLISE DOS DADOS RELATIVA AO QUESTIONÁRIO

O questionário foi aplicado junto com o teste para os mesmos discentes, isto é, os estudantes do 1º e 4º períodos do curso de Matemática – Licenciatura. Assim sendo, responderam ao questionário 20 alunos do 1º período e 13 alunos do 4º período, tendo por intuito investigar as experiências e expectativas dos licenciandos em sua trajetória no ensino da trigonometria, vindo a se constituir na parte qualitativa desta pesquisa. Trata-se de um questionário com seis perguntas subjetivas (Apêndice 2). Vale lembrar que os discentes serão identificados da mesma maneira que no teste para ambas as turmas. Vejamos a análise de cada questão.

A Questão 1 tinha o seguinte enunciado:

- *Sabendo que a trigonometria é uma parte da Matemática, o que você pode dizer sobre o que ela estuda?*

Cabia ao grupo de alunos se manifestarem sobre um direcionamento do que a trigonometria estuda.

Vejamos as respostas dos discentes do 1º período, as quais foram agrupadas em dois eixos: as que se remetem a ângulos ou ao círculo trigonométrico e as que se referem ao triângulo retângulo. Neste caso, verificamos as respostas de 17 dos 20 discentes, por que três alunos deixaram em branco a resposta.

A maioria dos estudantes, neste caso nove deles (45%) relacionou o estudo da trigonometria com ângulos ou com o ciclo trigonométrico, conforme suas palavras exemplificam.

*A6: “Os ângulos”.*

*A7: “Estuda o ciclo trigonométrico, seno, cosseno, tangente...”.*

*A8: “Estuda o ciclo trigonométrico, como calcular os ângulos, através do seno, cosseno, hipotenusa”.*

*A9: “Ela aborda a relação dos ângulos, medidas e o uso desses estudos em áreas contextualizadas com triângulos”.*

*A10: “Estuda os arcos”.*

*A12: “Ela estuda as relações dos ângulos, calcula áreas, volume e etc.”.*

*A14: “É o estudo dos ângulos”.*

*A18: “Estuda os ângulos e suas relações”.*

*A20: “Estuda as relações entre comprimento e o ângulo”.*

Outros seis (30%) discentes relacionaram o estudo da trigonometria com o triângulo. É o que dizem:

*A1: “Ela estuda, assim como seu nome infere, os triângulos, seus catetos e hipotenusa e ângulos”.*

*A3: “Em uma análise previa podemos dizer que a trigonometria estuda os componentes e propriedades dos triângulos, bem como funções”.*

*A2: “É o estudo dos triângulos”.*

*A5: “Trigonometria estuda o triângulo em suas determinadas áreas de aplicação”.*

*A13: “Os triângulos, seno, cosseno e tangente”.*

*A19: “Creio que estuda áreas de triângulos e usa em resoluções de questões”*

Já A16 relaciona ambos os eixos, como podemos perceber em sua resposta: “os triângulos, ângulos e circunferência”.

Observa-se, pelos exemplos acima transcritos, que os mesmos tratam de posicionamentos relevantes com relação ao estudo deste conteúdo.

Vejamos agora as respostas dos discentes do 4º período sobre a Questão 1. Neste caso, analisamos 12 dos 13 questionários, pois um dos alunos pesquisados deixou a resposta da questão em branco. Nesta turma, classificou-se também em dois eixos, que remete ao estudo dos ângulos e a função.

Diante das repostas, sete (55%) estudantes relacionaram o estudo da trigonometria ao dos ângulos. Em suas palavras:

*A'2 e A'10: “sobre ângulos”.*

*A'3: “Ela estuda as relações de ângulos...”.*

*A'4: “As relações entre ângulos”.*

*A'5: “As relações entre ângulos e medidas”.*

*A'12: “Ela é fundamental no ensino e a aprendizagem de ângulos. É fundamentalmente importante do uso em medições de prédios”.*

*A'13: “Estuda os ângulos, arcos, funções trigonométricas e suas propriedades”.*

Outros quatro alunos (30%) relacionaram o estudo de trigonometria com funções, por exemplo:

*A'1: “Medidas trigonométricas”*

*A'8: “Cosseno, seno, tangente”.*

*A'7: “(...), senos e cossenos”.*

*A'9: “Comportamento de funções nos gráficos nas figuras geométricas”.*

Já o A'6 expressou sua opinião dizendo: *“Estudo de pontos e retas”.*

Um fato interessante no que se diz respeito às respostas desta turma é que nenhum estudante relacionou a trigonometria ao estudo de triângulos, como ocorreu na turma do 1º período.

A Questão 2 perguntava o seguinte:

*Você já tinha estudado trigonometria antes de ingressar no ensino superior? Em que momento?*

Desejava-se saber se antes de estudar no ensino superior, os alunos já tinham algum conhecimento na sua trajetória do ensino básico sobre trigonometria.

Vejamos as respostas dos discentes do 1º período perante esta questão. Apenas um (5%) estudante disse que *não* e 19 (95%) disseram que *sim*.

O aluno que disse *não* (A19) expõe sua opinião dizendo: “*Não tive uma boa base de matemática no ensino médio*”.

Dentre os estudantes que disseram *sim*, 5 (25%) explanaram que estudaram apenas no ensino fundamental (A3, A4, A12, A14 e A17). Já 8 (40%) disseram que estudaram apenas no ensino médio (A6, A7, A8, A9, A10, A11, A13 e A16). Outros 5 (25%) responderam que estudaram tanto no ensino básico como no ensino médio (A1, A2, A5, A18 e A20). E o aluno A15 disse que “*acho que sim, mas não me lembro*”.

Pela maioria das respostas, os estudantes viram em algum momento algum assunto sobre trigonometria.

Agora, verifiquemos os resultados dos discentes do 4º período sobre a Questão 2. Todos os 13 (100%) alunos disseram que *sim*, já tinham estudado em algum momento trigonometria, dos quais 11 (84%) deles estudaram apenas no ensino médio (A'1, A'2, A'3, A'5, A'6, A'7, A'8, A'9, A'10, A'11 e A'13). Por exemplo, o aluno A'13 expõe sua opinião, dizendo “*Sim um pouco. No 2º ano do ensino médio, mas o professor só sabia que  $180^\circ = \pi \text{ rad}$* ”. E os outros 2 (16%) dos estudantes (A'4 e A'12), viu apenas no ensino fundamental.

Observa-se que nesta turma a maioria estudou no ensino médio e nenhum mencionou que estudou tanto no ensino fundamental como no ensino médio, o que foi visto na turma do 1º período.

A Questão 3 dizia:

➤ *Quais foram os conteúdos da trigonometria que você estudou?*

Nesta questão, queríamos verificar se os alunos que já haviam estudado trigonometria sabiam dizer quais foram os conteúdos que estudaram.

Analisemos as respostas dadas pelos alunos do 1º período. Dos 20 discentes, dois (10%) deixaram em branco (A4, A19) e três (15%) dos estudantes (A10, A15, A17) se posicionaram dizendo *não lembro*. Os outros 15 (75%) expuseram os conteúdos que estudaram, os quais são explicitados abaixo.

A1: “seno, cosseno, tangente, ângulos, catetos e hipotenusa”.

A2: “teorema de Pitágoras, relações trigonométricas, áreas do triângulo, tipos de triângulos”.

A3: “Cálculo de volume, área, faces do triângulo. Funções”.

A5: “trigonometria no triângulo retângulo, trigonometria no ciclo trigonométrico. Seno, cosseno, tangente, secante, cossecante, cotangente, teorema de Pitágoras”.

A6: “Triângulo reto e estudo dos ângulos”.

A7: “Estudei o ciclo trigonométrico, seno, cosseno, tangente”.

A8: “Estudei o ciclo trigonométrico, como calcular o seno, cosseno, a hipotenusa de um triângulo retângulo”.

A9: “Leis trigonométricas (seno, cosseno e tg...)”.

A11: “O triângulo retângulo no geral”.

A12: “Triângulo retângulo, ângulos em graus e em radianos”.

A13: “Ângulo, seno, cosseno, hipotenusa”.

A14: “Os triângulos e o ciclo trigonométrico”.

A16: “Triângulos, tangente, cosseno, seno e etc.”.

A18: “Relações de seno, cosseno, tangente, os arcos trigonométrico, as relações fundamentais, etc.”.

A20: “Relações trigonométrica triângulo retângulo (relações métricas/ relações na circunferência)”.

Podemos ver que a maioria dos discentes do 1º período estudou trigonometria em base do triângulo, do ciclo trigonométrico e relações de seno, cosseno e tangente. Isto condiz com a maioria das respostas dos mesmos ao dizerem o que a trigonometria estuda.

Vejamos o que os discentes do 4º período estudaram de conteúdo de trigonometria. Diante dos 13 questionários, todos os alunos responderam algum conteúdo. Em suas palavras:

A'1: “Seno, cosseno, tangente, raio e circunferência”.

A'2: “Equação geral da reta, distância entre ponto, ponte e reta, cônicas”.

A'3: “Basicamente os conteúdos do ciclo trigonométrico e as relações dos ângulos”

A'4: “seno”

A'5: “Relações trigonométricas no triângulo retângulo, círculo trigonométrico”.

*A'6: “Triângulo, área, aresta, perímetros,...”*

*A'7 e A'8: “Pitágoras – Teorema”.*

*A'9: “Seno, cosseno, tangente no triângulo retângulo”.*

*A'10: “Funções trigonométricas”.*

*A'11: “Triângulo retângulo, ângulos”.*

*A'12: “Ciclo trigonométrico e eu acho que todos”.*

*A'13: “Ângulos, arcos, funções trigonométricas, formulas de arco duplo, triplo, etc.”.*

As respostas mostradas a respeito do conteúdo que estudaram revelam a variedade dos assuntos de uma turma para outra. Devido aos alunos do 1º período terem como base apenas o ensino básico e os do 4º período por terem um aprofundamento do assunto ao ter visto na disciplina de Matemática II.

A Questão 4 tinha o seguinte enunciado:

- *Você lembra se quando estudou / estuda trigonometria a sua aprendizagem foi /é fácil? Por quê?*

Neste caso, investiu em verificar se algum discente teve dificuldade na aprendizagem da trigonometria quando estudou o assunto.

As respostas dos alunos do 1º período se dividiram em quatro grupos: mediana (1 estudante que equivale a 5%), depende do assunto (1 estudante que equivale a 5%), fácil (11 estudantes que equivale a 55%) e difícil (3 estudantes que equivale a 15%) os demais deixou em branco.

O aluno que disse que foi mediana a aprendizagem expõe sua opinião, argumentando:

*A16: “Mediana por que, como já faz tempo que estudei trigonometria, demoro um pouco para a pessoa entender o assunto”.*

Já A20 disse que: *“depende do conteúdo estudado”.*

Dentre os 11 que disseram que foi fácil sua aprendizagem, (A1, A2, A3, A5, A6, A7, A8, A11, A13, A14, A18), destacamos as seguintes explicações.

*A1: “Foi, embora o assunto não para visto de forma tão aprofundada. A metodologia adotada pelo professor (vários exemplos, atividades extraclasse, aplicações no dia -a - dia)”.*

*A6: “Sim, pois se baseavam em regras básicas para chegar no resultado final”.*

*A8: “Foi fácil, porque não tive dificuldade nos assuntos que vi”.*

*A11: “Foi fácil, pela abordagem do professor”.*

*A13: “Sim, porque há muita aplicação de fórmulas, além de muitos exercícios, o que facilita a fixação”.*

*A18: “A assimilação foi trabalhosa por envolver muitos conceitos, mas não considero difícil”.*

Os outros dois alunos disseram que foi fácil à aprendizagem por “*ter afinidade e também por gostar do assunto*”.

Os três disseram que a sua aprendizagem foi difícil. Um sem mais explicações nem detalhes disse que não foi fácil (A9).

Já os dois que disseram que foi difícil expressaram da seguinte forma:

*A12: “Foi difícil, o professor não era muito capacitado para dar aula sobre esse assunto e a turma também não ajudava”.*

*A19: “Não, não foi fácil, pois não tive uma boa base e os professores não incentivavam muito”.*

Vejamos as respostas do 4º período sobre a Questão 4. O grupo se dividiu entre os alunos que disseram que foi *fácil* (5 estudantes equivale a 38%), *difícil* (7 estudantes equivale a 54%), além de um (8%) aluno que respondeu A’4: “*um pouco, é um conteúdo extenso é preciso dedicação e prática*”.

Entre os depoimentos do grupo que disse que foi *fácil*, um deles (A’6) foi direto, sem qualquer comentário. As outras explicações foram nos seguintes termos:

*A’8: “Se um professor não soube explicar bem o conteúdo da trigonometria ela vai se tornar difícil. Quando estudei no ensino médio, achava complicado, mas depois que ingressei na faculdade essa opinião mudou. Acho fácil”.*

*A’11: “Sim, porque foi somente o básico”.*

*A'12: “Sim, pois acredito que o assunto não é difícil, e ele é um pouco atraente para o estudo”.*

*A'13: “Sim, tenho facilidade com esse assunto e a professora era muito boa”.*

Dentre os estudantes que disseram que foi *difícil*, foram explicitados os seguintes termos:

*A'1: “No ensino médio foi tranquilo, no superior também, mas um pouco mais complicado por se tratar de assuntos, mas difíceis e aprofundados”.*

*A'2: “Não, porque no ensino médio eu não prestava atenção nas aulas”.*

*A'3: “Não, principalmente no ensino médio”.*

*A'5: “Não, porque não tive interesse pelo assunto”*

*A'7: “Não, porque é necessário você saber muito sobre as relações trigonométricas”.*

*A'9: “Não foi fácil, porque foram tratados rapidamente”.*

*A'10: “não achei fácil porque o professor não sabia passar o assunto de uma forma fácil de aprender”.*

Observamos que no 4º período, as opiniões foram divididas. Uma parte achou fácil, cada um dizendo o seu ponto de vista. Um aluno relatou que achava difícil, mas, após estudar o conteúdo no curso, mudou de opinião. Enquanto isso, outro falou que foi difícil pelo fato de estudar mais aprofundado o assunto no curso. Tivemos justificativas diferentes pelas duas turmas, pelo fato que uma tem apenas os conhecimentos do ensino básico e o outro por ter visto o assunto no curso.

Por sua vez, a Questão 5 perguntava:

➤ *Você considera importante estudar trigonometria? Por quê?*

Neste caso, buscamos examinar se para os discentes a trigonometria é importante e ao estudá-la traz algo relevante sobre o assunto.

Verifiquemos as respostas do 1º período sobre a Questão 5. Todos os alunos responderam que *sim*, dos quais, dois (10%) responderam sem nenhuma explicação ou comentário (A9, A14). Os outros 18 (90%) justificaram suas respostas. Vejamos algumas explicitações:

*A1: “Muito. Ela é fundamental para o cálculo de medidas que cercam o dia-a-dia do ser humano”.*

*A7: “Sim, pois é necessário para entendermos outros assuntos da matemática”.*

*A12: “Sim, tem vários cálculos que precisamos usar a trigonometria”.*

*A13: “Sim, pois conhecendo esse assunto, muitas questões ficam mais fáceis de serem resolvidas”.*

Assim como na turma do 1º período, ao analisar as respostas do 4º período, percebemos que todos os 13 alunos disseram que *sim*. Um (8%) deles (A'9) enfatizou: *Não importante. Necessário*. Vejamos algumas opiniões dos discentes:

*A'1: “Sim. Ela é bastante importante na matemática, sem contar que está presente em varias situações do dia-a-dia”.*

*A'5: “Sim, porque ela é útil em varias áreas do conhecimento”.*

*A'7: “Sim, um licenciando em matemática deve estudar trigonometria porque é fundamental um professor de matemática saber trigonometria”.*

*A'8: “Sim, é um conteúdo que pode ser bem praticado no cotidiano, ao fazer uma casa ou saber qual a distância de tal ponto a outro ponto podemos achar”.*

*A'13: “Sim. Porque a trigonometria não esta envolvida apenas com ela mesmo, mas também em outras áreas como o cálculo diferencial e integral”.*

Verifica-se que os discentes de ambas as turmas enfatizam que a trigonometria é importante no nosso cotidiano.

Finalmente, a Questão 6 tinha o seguinte enunciado:

- *Sabendo que a trigonometria é aplicada na matemática, saberia dizer se ela é aplicada a outras áreas? Quais seriam essas áreas?*

Neste caso, desejaríamos saber se o estudante seria capaz de dizer se a trigonometria é aplicada em outras áreas que não seja a Matemática e quais seriam.

Ao verificar a resolução dos discentes do 1º período, apenas um (5%) o A8 disse *não*, sem nenhuma justificativa, já outro (5%) o A7 deixou em branco. Os outros 18 (90%) responderam *sim*, e dentre estes, seis (30%) dos alunos (A4, A9, A10, A13, A14 e A16) disseram que a trigonometria pode ser aplicada na área da física. Outros seis

(30%) dos estudantes (A2, A5, A6, A11, A18 e A19), disseram que ela pode ser aplicada tanto na área de física com em engenharia. Um expressou sua opinião, disse:

A11: “*Sim, na engenharia civil para calcular a altura de prédios e em diversas áreas*”.

Já três (15%) dos (A3, A12 e A20) responderam que era na física e na química, dois (10%) dos alunos (A15 e A17) disseram que não saberia dizer. O estudante A1 expressou da seguinte maneira: “*Sim, na astronomia, engenharia, física, arquitetura, robótica, marcenaria*”.

Vejamos as respostas da Questão 6 dos discentes do 4º período. Nesta turma, tivemos 11 (84%) dos alunos que disseram *sim* e dois (16%) dos estudantes (A’7 e A’9) disseram *não*. Esses que disseram *não*, não apresentaram justificativa. Por sua vez, dos que disseram *sim*, tivemos quatro (30%) dos estudantes (A’2, A’5, A’6 e A’13) que responderam que é aplicada na física, apenas um (8%) o A’4 disse que seria na física e química, dois (16%) dos (A’3 e A’11) disseram que é na física e na engenharia, outros quatro (30%) dos estudantes (A’1, A’8, A’10, A’12) disseram apenas que é aplicada na engenharia.

Agora, o Aluno A’1 expressou da seguinte forma: “*Na engenharia, nas medições de terras*”.

Em resumo, as falas dos alunos ao longo das respostas ao questionário parecem relevantes a sua trajetória de ensino quanto a sua aprendizagem em trigonometria. Portanto, pode-se dizer que foi significativa os resultados aqui obtidos para a contribuição da aprendizagem do assunto. A trigonometria, assim como qualquer conteúdo de Matemática, é considerada complicada e de difícil compreensão. Desse modo, esta pesquisa, como outras aqui citadas, tem por proposta trazê-la por um olhar pelo qual o aluno possa enxergar o conteúdo como algo interessante e ressaltando a sua importância na evolução como tantos outros assuntos matemáticos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir essa pesquisa, retomo o que abordei quando afirmei ter encontrado dificuldades na aprendizagem do conteúdo de trigonometria. Muitas vezes, essas dificuldades não estão relacionadas somente com o conteúdo de trigonometria, mas com assuntos matemáticos que foram ou deveriam ter sido trabalhados anteriormente, porém não foram compreendidos.

Ao analisar as questões do teste e do questionário, percebe-se as dificuldades dos alunos em conceituar a trigonometria. Isto se dá não apenas pelo fato de não interligar o assunto a suas vivências dentro e fora da escola, mas também por muitas vezes o assunto ser apresentado desconectado das aplicações, priorizando os cálculos.

A partir da comparação dos resultados dos alunos do 1º período e do 4º período, ocorreu um resultado significativamente melhor do 4º período, visto que os discentes já tinham estudado o assunto na disciplina de Matemática II, embora em alguns casos tivessem as mesmas dificuldades de respostas em relação à outra turma.

O 4º período mostrou um melhor desempenho nas Questões 4 e 5, que se tratavam dos valores angulares e de interpretar as funções trigonométricas respectivamente, pois em algumas resoluções conseguiu resolver a questão através dos conhecimentos adquiridos.

Sobre o questionamento de os assuntos de trigonometria serem de fácil compreensão, a turma que estava iniciando o curso afirmou, em sua maioria, que sim, enquanto na outra turma a opinião foi dividida: alguns acharam difícil no ensino básico, mas ao ver no curso não ficou tão difícil, e outros acharam difícil no curso devido ter visto o conteúdo de forma mais aprofundada, mostrando que ao ver o conteúdo no curso, há um melhor desempenho de aprendizagem, mas que há muito a se investigar sobre o ensino trigonometria.

Diante disto, verifico que para alguns alunos (4º período) que estudaram o assunto no curso, algumas de suas dificuldades foram as mesmas que eu e meus colegas tivemos ao presenciarmos esse assunto, por ver o conteúdo de forma mais aprofundada e detalhadamente, no entanto, e em alguns casos de forma mecânica.

Ao perguntar se a trigonometria tem alguma importância, ambas as turmas disseram que sim, o que é bastante positivo, pois ao ser interessante faz com que tenha algum significado em aprendê-la. Neste caso, tem que se buscar uma proposta metodológica de ensino que supere as dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Dessa maneira, as pesquisas de Souza, Fortes, Klein e Lima, por exemplo, ao desenvolverem seus trabalhos mostraram abordagens de ensino e aprendizagem para trigonometria ao se trabalhar, respectivamente, a sua história como facilitador da aprendizagem, a elaboração de uma Webquest que exige um novo papel tanto do aluno como do professor e a abordagem de um método de ensino que contribuísse para a construção significativa dos conceitos envolvidos no campo conceitual da trigonometria e uma análise como os alunos e os professores concebem o ensino e a aprendizagem de trigonometria. Os seus resultados destas propostas foram significativas com relação à aprendizagem dos conteúdos de trigonometria de forma mais contextualizada.

Nesta pesquisa, buscou-se trazer um olhar para o ensino da trigonometria. Como sugestões de novas pesquisas, poderia-se buscar novos estudos a respeito de outros conteúdos em que os alunos também sentem muitas dificuldades na aprendizagem. Além disso, foi visto nos documentos oficiais da educação brasileira que no estudo de trigonometria um dos principais enfoques seria análise dos gráficos das funções seno e cosseno. Neste caso, poderia-se também pesquisar como o uso de softwares gráficos podem facilitar o entendimento e a aprendizagem desta parte da trigonometria.

Espera-se que esta pesquisa possa contribuir de forma significativa no ensino e aprendizagem da construção do conceito matemático em destaque (trigonometria) para a formação dos alunos do curso de Matemática, visto que serão eles os professores do ensino básico, onde ao se deparar com o ensino desse conteúdo não tenham as mesmas dificuldades que tinham ao iniciar o curso. Contribuído assim, de algum modo para a construção do ensino de seus futuros alunos e os mesmos não encontrem tantas dificuldades não só a respeito de trigonometria, mas aos outros conteúdos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da educação, Secretaria da Educação Básica. **PCN + (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais)**; Volume 2, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **PCN + (Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio)**; Brasília: SEF/MEC, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Ensino Médio. **PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - PCNEM)**; Parte III. Brasília: SEF/MEC, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL, Secretaria de Educação Ensino Médio. **(Orientações Curriculares para o Ensino Médio- OCEM)**. Brasília: MEC/SEB, 2006.

BRASIL (2014). **Guia de livros didáticos: PNLD 2014 – Matemática**, Brasília: MEC/SEB.

BOYER, C.B. **História da matemática**. 2 ed. São Paulo: (tradução de Elza Gomide). Edgard Blucher, 2003. 496 p.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática** (Ensino médio), volume único. 1ªed., São Paulo: Ed. Ática, 2005.

EVES, H.: **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues, 4ª ed., Campinas, São Paulo: Ed. Unicamp, 2004.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à Prática Educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FORTES, A.W.B: **Razões trigonométricas no triângulo retângulo: uma análise de erros no Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado: Centro Universitário Franciscano-UNIFRA – Santa Maria - RS, 2012.

GALVÃO, M.E.E.L: **História da Matemática: dos números À geometria**. Osasco, São Paulo: Ed. Edifício, 2008.

GARBI, G.G: **O Romance das Equações Algébricas**. 2ª ed. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2007.

GRANJA, C.E. S. C; MELLO, J.L.P. **Atividades experimentais de matemática nos anos finais do ensino fundamental**. São Paulo: Ed. SM, 2012.

KLEIN, M. É. Z. **O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da aprendizagem significativa e dos campos conceituais**. Dissertação (mestrado em Educação em Ciências e Matemática), PUC- RS, 2009.

LIMA, E.L. [et al]. **Temas e Problemas**. Coleção do Professor de Matemática. 3ª ed. Rio de Janeiro. Sociedade Brasileira de Matemática, 2003.

LIMA, N.J: **A aprendizagem significativa em trigonometria sob o ponto de vista de quem ensina e de quem aprende**. Canoas- RGS. Ed. ULBRA, 2013.

RIBEIRO, E, C: **Material Concreto para O Ensino de Trigonometria**. Monografia de graduação: Universidade Federal de Minas Gerais – BH, 2011.

RICHARDSON, R.J: **Pesquisa Social: métodos e técnicas**. 3ª ed. São Paulo: Ed. Atlas, 2011.

SOUZA, C.A: **Uso da História da Trigonometria como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno: um estudo de caso**. Dissertação de Mestrado: Universidade do Grande Rio-UNIGRANRIO, 2012.

SANCHES, Jesus-Nicásio Garcia. **Dificuldades de aprendizagem e intervenção psicopedagógica**. Ed. Artmed, Porto Alegre, 2004.

OLIVEIRA, J: **Tópicos Seleccionados de Trigonometria e sua História**. Dissertação de graduação: Universidade Federal de São Carlos- SP, 2010.

OLIVEIRA, M.M: **Como fazer uma pesquisa qualitativa**. Petrópolis, Rio de Janeiro: Ed. Vozes, 2007.

**APÊNDICE 1**

**Centro Acadêmico do Agreste**  
**Núcleo de Formação Docente**  
**Curso de Matemática – Licenciatura**

**Orientador:** José Marcos

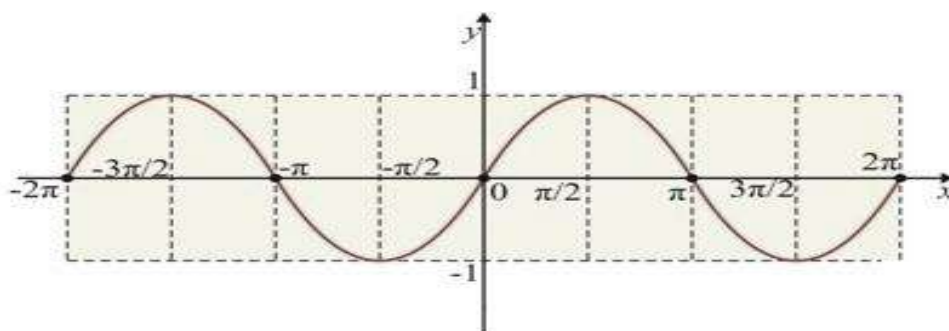
**Discente:** Ismaelle Santos

Pesquisa sobre **O Ensino e a Aprendizagem de Trigonometria na Perspectiva do Licenciando em Matemática**

**Turma**\_\_\_\_\_ **Período**\_\_\_\_\_

**Teste**

1. Como você definiria trigonometria? E se possível dê um ou mais exemplos de situações em que é aplicada a trigonometria.
2. Um atleta percorre  $1/3$  de uma pista circular, correndo sobre uma única raia. Qual é a medida do arco percorrido em graus? E em radianos?
3. A respeito da função trigonometria saberia dizer qual a imagem e o período da função seno e da função cosseno? Se sim, digam quais são? Se não, justifique.
4. Obtenha os valores dos ângulos notáveis de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  e  $60^\circ$  para o seno, cosseno e tangente.
5. O gráfico abaixo representa uma função trigonométrica:



Esta função possui certas características. Assinale V(verdadeiro) ou F(falso) para as sentenças abaixo, conforme elas pertençam ou não a esta função. Justifique-as.

a)( ☐ )Esta função é uma função par.

b)( ☐ )Esta função é crescente nos intervalos de 0 a  $\frac{\pi}{2}$  e de  $\frac{3\pi}{2}$  a  $2\pi$ ; e é decrescente no intervalo de  $\frac{\pi}{2}$  a  $\frac{3\pi}{2}$ .

c)( ☐ )Esta função é uma função ímpar

d)( ☐ )Esta função é crescente no intervalo de 0 a  $2\pi$ ; e decrescente no intervalo de 0 a  $\pi$ .

e)( ☐ )Este gráfico é da função  $y = \text{sen}x$ .

f)( ☐ )Este gráfico é da função  $y = \text{cos}x$ .

**APÊNDICE 2****Turma**\_\_\_\_\_ **Período**\_\_\_\_\_**Questionário**

1. Sabendo que a trigonometria é uma parte da Matemática, o que você pode dizer sobre o que ela estuda?
  
2. Você já tinha estudado trigonometria antes de ingressar no ensino superior? Em que momento?
  
3. Quais foram os conteúdos da trigonometria que você estudou?
  
4. Você lembra se quando estudou / estuda trigonometria a sua aprendizagem foi /é fácil? Por quê?
  
5. Você considera importante estudar trigonometria? Por quê?
  
6. Sabendo que a trigonometria é aplicada na matemática, saberia dizer se ela é aplicada a outras áreas? Quais seriam essas áreas?