

**Universidade Federal de Pernambuco  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Formação Docente  
Curso de Matemática - Licenciatura**

**ANÁLISE DA ABORDAGEM CONCEITUAL,  
HISTÓRICA E CONTEXTUAL DO NÚMERO  $\pi$ (Pi) NA  
COLEÇÃO “MATEMÁTICA: IMENES & LELLIS”**

**ANDRÉ TENÓRIO PEREIRA JÚNIOR**

Caruaru  
2015

ANDRÉ TENÓRIO PEREIRA JÚNIOR

**ANÁLISE DA ABORDAGEM CONCEITUAL,  
HISTÓRICA E CONTEXTUAL DO NÚMERO  $\pi$ (Pi) NA  
COLEÇÃO “MATEMÁTICA: IMENES & LELLIS”**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco como pré-requisito parcial para obtenção de grau de licenciado em Matemática. Orientadora: Simone Moura Queiroz.

Caruaru  
2015



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
Centro Acadêmico do Agreste  
Núcleo de Formação Docente  
Curso de Matemática – Licenciatura

ANÁLISE DA ABORDAGEM CONCEITUAL, HISTÓRICA E CONTEXTUAL DO  
NÚMERO  $\pi$ (Pi) NA COLEÇÃO “MATEMÁTICA: IMENES & LELLIS”

**André Tenório Pereira Júnior**

Monografia submetida ao Corpo Docente do curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e **aprovada** em 31 de julho de 2015.

**Banca Examinadora:**

---

Profa. Simone Moura Queiroz (CAA – UFPE)  
(Orientadora)

---

Prof. José Marcos da Silva (IFPB)  
(Examinador Externo)

---

Profa. Cristiane de Arimatéa Rocha (CAA – UFPE)  
(Examinadora Interna)

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por ter me guiado durante todo processo de formação.

Aos meus pais que tanto acreditaram em mim não medindo esforços para que eu alcançasse meus objetivos.

À todos os meus amigos, principalmente a Jackson Darlan que me ajudou dando apoio em diversas disciplinas com todo seu material pedagógico, como também, dando dicas e sugestões que enriqueceram, de forma significativa, toda essa pesquisa. À Vandembergue Antônio pelas nossas discussões ao longo do processo que propiciaram ideias para contribuição da formação. À Sérgio Romero que tanto me ajudou nas disciplinas de cálculos.

À todos os meus professores que estão ou estiveram presentes em todo o meu curso, proporcionando momentos de aprendizagem inigualáveis.

E à minha orientadora que tanto se disponibilizou e teve paciência comigo, me incentivando e orientando quando procurada.

*“A Matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o Universo.”*

*GALILEU GALILEI*

## RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo analisar algumas abordagens referentes ao ensino do número  $\pi$  na coleção de livros didáticos “Matemática: Imenes & Lellis”, procurando apresentar as metodologias e técnicas sugeridas, além de apresentar como a obra está estruturada. A investigação abordou os textos relacionados à formalização do conceito do número  $\pi$ , explicitando os métodos e experimentos realizados durante esse processo. Foi realizada também uma análise sobre o contexto histórico para determinação do valor exato de  $\pi$ , a partir do método de Arquimedes, que envolve o estudo com polígonos regulares inscritos e circunscritos. Além disso, a abordagem contextual foi investigada, levando em consideração a problematização dos exercícios de maneira contextualizada, envolvendo outros elementos da própria matemática como também de outras ciências. Por fim, foram verificados todos os três tipos de atividades e demais seções que faziam referência a esse número irracional, fazendo uso de recortes para expor de forma detalhada os objetivos propostos.

**Palavras-chave:** Número  $\pi$ ; Livro Didático; Ensino Fundamental II; Educação Matemática.

## ABSTRACT

This study aimed to analyze some approaches for the teaching of  $\pi$  number in the collection of textbooks, "Mathematica: Imenes & Lellis", seeking to present the methodologies and techniques suggested, in addition to presenting how the work is structured. The investigation covered the texts related to the formalization of the concept of number  $\pi$ , explaining the methods and experiments performed during this process. It also performed an analysis of the historical context to determine the exact value of  $\pi$ , from Archimedes' method, which involves the study of regular polygons inscribed and circumscribed. In addition, the contextual approach was investigated, taking into account the questioning of the exercises in context involving other elements of mathematics itself as well as other sciences. Finally, we checked all three types of activities and other sections that made reference to this irrational number, using cutouts to expose in detail the proposed objectives.

**Keywords:** Number  $\pi$ ; Textbook; Primary school II; Mathematics education.

# SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	9
<b>1. ABORDAGEM DO NÚMERO <math>\pi</math> NO LIVRO DIDÁTICO</b> .....	14
1.1. O LIVRO DIDÁTICO ATRAVÉS DO PNLD.....	14
1.2. O GUIA E SEU PAPEL NA ESCOLHA DO LIVRO DIDÁTICO.....	18
1.3. ADENTRANDO NOS BLOCOS DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	20
1.4. REFERÊNCIAS DA COLEÇÃO ANALISADAS PELO GUIA.....	22
1.5. O NÚMERO $\pi$ E SUA ABORDAGEM NO ÂMBITO ESCOLAR.....	24
<b>2. OBJETIVOS E DESCRIÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA</b> .....	29
<b>3. INVESTIGAÇÃO A RESPEITO DA ABORDAGEM DO NÚMERO <math>\pi</math> NA COLEÇÃO SOB A ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	31
<b>CAPÍTULO I - ESTRUTURA DA OBRA E ANÁLISE DOS LIVROS DO 6º E 7º ANO</b> .....	31
<b>CAPÍTULO II - ANÁLISE DO LIVRO DO 8º ANO</b> .....	35
<b>CAPÍTULO III - ANÁLISE DO LIVRO DO 9º ANO</b> .....	45
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	58
<b>REFÊRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	61

## INTRODUÇÃO

A Matemática durante a história teve e ainda tem papel um fundamental para a formação social e cultural da humanidade. Ao longo de todo esse tempo, o homem se viu envolvido em acontecimentos que fizeram com que o mesmo os relacionasse, despertando seu interesse por cálculos e formas geométricas. Através dela, o ser humano conseguiu compreender de forma significativa o meio em que está inserido, desde os pequenos problemas de contagem até questões mais complexas relacionadas à natureza planetária, à astronomia, etc. Sempre buscando desenvolver métodos para facilitar sua vida e o convívio com os demais, o homem foi capaz de aprimorar essa ferramenta que hoje se tornou a base das demais ciências.

Segundo os PCN, a Matemática na sala de aula deveria ser abordada de forma didática, fazendo com que o aluno realize análises sobre os problemas do seu cotidiano e a partir desse ponto busque soluções para resolvê-los.

As necessidades cotidianas fazem com que os alunos desenvolvam capacidades de natureza prática para lidar com a atividade matemática, o que lhes permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. (BRASIL, p.37, 1998)

Dessa maneira, o aluno pode ser levado a fazer reflexões sobre o desenvolvimento da Matemática ao longo da história e suas principais contribuições para a evolução da humanidade. É papel do professor em conjunto com seu material de apoio didático levar essa matemática de forma simplificada, inserindo-a no contexto do aluno.

Dentre os muitos conteúdos explorados em sala de aula, a inserção do conceito do número  $\pi$  (Pi) nas séries finais do ensino fundamental ainda é um processo desafiador para o docente e seu material pedagógico. O professor, além de dominar o conteúdo, deve trazer ao aluno em sua metodologia de ensino, meios que facilitem a construção desse conhecimento. É seu papel administrar formas para que o aluno desenvolva uma postura investigativa nas resoluções de problemas do seu cotidiano, e dessa forma compreender o meio em que ele está inserido.

Em diversas ocasiões o número  $\pi$  é apenas abordado de forma abstrata, como uma simples constante irracional que desempenha o papel nas fórmulas de

áreas, comprimento e volume de corpos redondos e circunferências. Além de serem avaliados e escolhidos pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) que tem como base os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os livros buscam em sua essência contribuir de forma significativa para essa nova abordagem dos conteúdos a seres trabalhados durante as aulas.

Dessa forma, o livro se utiliza de sequências didáticas para que o aluno consiga essa consecução de objetivos expressos, que estão ligados no campo dos direitos de aprendizagem do ensino de Matemática, como também, para a revisão e aprimoramento do conhecimento já construído.

Vale lembrar que a obra didática não deve ser utilizada como o único meio para a construção desse novo campo de conhecimentos matemáticos que o aluno está vivenciando. Isso também pode ser feito através de jogos lúdicos, contextualização com o dia-a-dia dos alunos, contextos históricos e suas construções epistemológicas, modelagem matemática, o uso de softwares educacionais, dentre outras tendências de ensino. Trabalhar com uma letra que representa uma constante como uma dízima não-periódica, pode se tornar uma tarefa difícil se não dispor de matérias de apoio de qualidade. Por isso, é dever do docente em conjuntos com a instituição fazer uso de ferramentas para subsidiar essas aulas.

Mesmo sendo um dos muitos instrumentos de apoio na área de ensino, o livro didático ainda é o mais importante e convencional. Por esse motivo, suas escolhas, cuidados e a sua forma de utilização são de muita importância por parte da escola e dos docentes. Atualmente a coleção de obras escolhidas pelo PNLD chega aos professores para que os mesmos realizem as análises e assim escolham o livro que vai fazer parte da sua vivência escolar pelos próximos três anos.

Por se tratar de uma escolha detalhada na qual se exige uma avaliação de critérios e metodologias, alguns autores realizaram estudos em análises bibliográficas procurando explorar a abordagem de variados temas, tal qual o da presente pesquisa, o número  $\pi$ , como BORTOLLETO (2008), que em sua dissertação, “Reflexões relativas às definições do número  $\pi$  (pi) e à presença da sua história em livros didáticos de Matemática no ensino fundamental”, apresenta as dificuldades em compreender o significado dos números irracionais, em destaque o número  $\pi$ . Ela começa trazendo no primeiro capítulo a importância do livro didático e

seu papel no ensino e aprendizagem. A mesma relaciona o conceito e abordagem histórica do número com a forma que é ensinada.

Pensamos que a evolução histórica dos conceitos é imprescindível em oferecer uma visão dinâmica da matemática, não como ciência acabada, exata, mas em construção. Assim, sem dúvida, todas as publicações e pesquisas que auxiliem alunos e professores nestas “viagens ao passado” são bem vindas.

Investigar a importância do conceito  $\pi$  para o ensino da Matemática na perspectiva da História parece ser um caminho importante para a melhoria da prática pedagógica e a compreensão dos cálculos que utilizam esse conceito em Educação Matemática. São muitos os potenciais da utilização da História da Ciência no ensino de matemática. (BORTOLETTO, 2008, p.17)

No segundo capítulo, ela começa trazendo a função do livro didático e seu papel como suporte fundamental na carreira do docente para a realização de suas aulas. O plano nacional do livro didático é citado como meio de assegurar a qualidade das obras a serem distribuídas e utilizadas nas escolas públicas de ensino básico do Brasil.

Já no terceiro e último capítulo, ela traz as metodologias do ensino do número  $\pi$ , segundo professores e livros didáticos. Nessa etapa da pesquisa, de natureza qualitativa e documental, foi realizada uma análise de 56 obras didáticas de Matemática das séries finais do ensino fundamental. Também foram expostas as definições dadas por 23 docentes que faziam parte do programa de formação continuada.

Em sua conclusão, BORTOLLETO (2008) observou que os professores, de maneira geral, não fazem uso da história e no caso dos livros, somente os mais recentes, trazem dados sobre ela relacionados à  $\pi$ . Se tratando do conceito, ela ressaltou que a maioria dos docentes apresenta o número como o resultado de uma razão na divisão do comprimento pelo diâmetro, e que apesar da maioria das obras e professores tratarem o  $\pi$  como um número irracional, não foram encontrados indícios que ressalte esse fato a partir do momento em que ensinam a descobrir seu valor.

Outro trabalho na área é o de POMMER (2011) que foi apresentado no Encontro Paraense de Educação Matemática, intitulado “Números irracionais no ensino fundamental: uma análise em livros didáticos”. Ele aborda não apenas como o número  $\pi$  é introduzido, conceituado e desenvolvido, seu tema principal é a análise bibliográfica no ensino dos demais números irracionais. Ele realiza sua pesquisa em

duas obras específicas escolhidas pelo plano nacional do Livro Didático, “Matemática. Fazendo a Diferença” de BONJORNO; BONJORNO; OLIVARES (PNLD/2008) e “Matemática para Todos” de IMENES & LELLIS (PNLD/2008-2010).

Ele começa trazendo alguns processos históricos para construção dos números irracionais, como as observações realizadas durante a Escola Pitagórica em relação às medidas do lado do quadrado e sua diagonal, notando que as mesmas não são comensuráveis, ou seja, sua razão não pode ser escrita como uma fração.

Em relação ao número  $\pi$ , POMMER menciona em sua pesquisa um parágrafo do livro de IMENES & LELLIS de como Arquimedes descobriu o valor de  $\pi$  através dos cálculos com o volume da esfera, porém o livro não desenvolve esse assunto. Os mesmos autores trazem também como o aluno pode encontrar o valor aproximado para  $\pi$  utilizando compasso, barbante e um instrumento para medida de comprimento.

Analisando a segunda coleção, BONJORNO; BONJORNO; OLIVARES (2008), POMMER verificou que os autores também se utilizam de barbantes para determinar a medida de  $\pi$ , através do uso de ferramentas como moedas, latinhas cilíndricas e Compact Disk. Sua obra também relata a história de Arquimedes e a determinação do número através de polígonos inscritos e circunscritos.

Assim, Para POMMER (2011, p.9), a análise da temática nessas duas obras didáticas o levou à seguinte conclusão:

Analisando as duas coleções, no núcleo I ambas fazem a introdução conceitual do número  $\pi$  pela referência clássica geométrica: razão entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência, em contexto evocado, não efetivo. Isto representa uma abordagem pseudo-empírica, não ficando trabalhada a natureza irracional deste número. Quanto ao processo de inscrição e circunscção de polígonos a um círculo, para delimitar um intervalo racional para o número  $\pi$ , ambos os livros mencionam o processo. O livro de Imenes&Lellis vai um pouco além, introduzindo a problemática, mas não avança no processo.

Observando as duas pesquisas apresentadas, a de BORTOLLETO e a de POMMER, foi possível averiguar a importância da análise bibliográfica para o docente e suas colaborações para área acadêmica e escolar. Assim, tendo em vista as contribuições já verificadas e a pouca quantidade de trabalhos acadêmicos relacionados ao número  $\pi$  em relação a sua abordagem histórica, contextual e conceitual, a presente pesquisa analisará a obra didática “MATEMÁTICA: IMENES & LELLIS” escolhida pelo PNLD/2011 da editora Moderna.

O interesse partiu quando foi diagnosticada uma grande dificuldade no ensino e aprendizagem do número  $\pi$  nas séries finais do ensino fundamental em uma escola municipal na cidade de Sairé, no interior de Pernambuco. Os docentes se queixavam do material pedagógico que subsidiava suas aulas, tanto como na falta de ferramentas matemáticas, que muitas vezes não eram adequadas ao nível dos alunos, como também o modo que o conteúdo era abordado pelo livro didático que será analisado nessa pesquisa.

Foi notado também que as últimas pesquisas na área foram realizadas há alguns anos, levando então a necessidade na elaboração de um trabalho sob as perspectivas dos livros didáticos atuais em relação à abordagem desse número irracional. Como  $\pi$  é discutido de forma gradual ao longo de todas as coleções, se faz necessário uma análise minuciosa de todos os capítulos.

Dessa forma, a primeira parte dessa pesquisa realizará uma investigação sobre a importância do livro didático como uma das principais ferramentas na construção do conhecimento. O processo na escolha das coleções e o Guia para a apresentação das obras também serão averiguados, levando em consideração as metodologias, conceitos e a linguagem utilizada pelos autores. Por fim, é apresentado o número  $\pi$  e sua abordagem nos anos finais do ensino fundamental.

A segunda parte tem como finalidade expor todos os objetivos, sendo eles descritos como gerais ou específicos referentes à pesquisa, como também, as metodologias realizadas durante o processo para alcançar esses objetivos, fazendo uso da análise de recortes, descrições e formalizações.

Em seguida, na terceira parte, é realizada toda abordagem conceitual, histórica e contextual da coleção, dividindo-a em três capítulos. O primeiro tem como objetivo investigar a estrutura da obra e os livros do 6º e 7º ano que não fazem referência direta ao número  $\pi$ , entretanto apresentam a base de conhecimentos apropriados para sua futura formalização. O segundo com a análise do livro do 8º ano que proporciona a primeira apresentação do conceito do  $\pi$  através do perímetro da circunferência. Já no último capítulo, com a análise do livro do 9º ano, são expostos os processos relacionados à sua formalização por meio dos estudos da geometria e do conjunto dos números irracionais.

# 1. ABORDAGEM DO NÚMERO $\pi$ NO LIVRO DIDÁTICO

## 1.1. O LIVRO DIDÁTICO ATRAVÉS DO PNLD

O livro didático tem tido papel fundamental na formação dos alunos das escolas públicas e privadas. No âmbito escolar, é um dos principais apoios entre os docentes para construção das suas habilidades críticas e analíticas. Seu papel no processo de ensino e aprendizagem tem sido cada vez mais eficaz ao longo dos anos, já que o professor se dispõe desse instrumento para mostrar uma nova abordagem dos conteúdos a serem trabalhados através de metodologias específicas que cada autor sugere. O livro do professor se torna assim um instrumento de pesquisa e orientação.

Para o aluno é essencial que o livro desperte um olhar investigativo, fazendo com que o mesmo busque soluções para situações problemas do seu dia-a-dia, como também, aprimorar os conhecimentos pré-existentes que o próprio traz em sua bagagem. Consideraremos o livro didático, aquele que vai, segundo Lajolo (1996, p.4):

[...] ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática. Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina. Como sugere o adjetivo didático, que qualifica e define um certo tipo de obra, o livro didático é instrumento específico e importantíssimo de ensino e de aprendizagem formal. Muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares.

Por isso é essencial que o livro didático traga informações corretas e atuais, cabendo ao professor estudar a obra antes de trabalhá-la em sala de aula, pesquisando em outras fontes se as informações contidas são verídicas. Alguns erros em sua elaboração podem proporcionar uma construção equivocada sobre determinado conhecimento, como também, uma ruptura com a realidade do cotidiano do aluno relativa à abordagem conceitual no livro.

O docente precisa conhecer a ferramenta que o auxiliará durante suas aulas. Essa análise minuciosa tem por objetivo encontrar erros, reformular exemplos

mais condizentes com a realidade do aluno, conhecer novas metodologias sugeridas pelos autores e dar suporte para preparação do plano de aula.

Minimizar os danos do mau livro começa pela atividade que precisa preceder o uso de qualquer livro didático, bom ou ruim, voluntariamente escolhido ou autoritariamente imposto: leitura integral e atenta do livro, de capa a capa, da folha de rosto até a última página. Esta tarefa pode ser mais interessante e produtiva se feita coletivamente, pelo conjunto de professores (da escola, da delegacia ou supervisão, da região...) em cujas classes o livro será adotado.

Essa leitura preparatória é o momento de planejar estratégias que favoreçam o estabelecimento de relações entre o que está no livro didático e a vida dos alunos, de decidir sobre as atividades que vão patrocinar a passagem do significado do mundo no qual vivem os alunos, para os significados de vida presentes no livro didático. Ela pede lápis na mão para assinalar as passagens do livro que, ou por serem fundamentais, ou por conterem informações que o professor sabe que estão incorretas, devem ser trabalhadas com muita atenção. (LAJOLO, 1996, p.7)

Antecedendo a chegada das coleções dos livros didáticos para escolha nas escolas públicas e privadas, cada obra passa por um rígido critério exigido pelos PCN. Elas precisam estar de acordo com todos os princípios exigidos por estes, alcançando as metas propostas pelo programa, levando em consideração as diferenças culturais, regionais e sociais do Brasil. Esse processo na escolha do livro didático é realizado pelo PNLD, ou seja, o Plano Nacional do Livro Didático, que foi instituindo pelo DECRETO N.º 91.542 DE 19 DE AGOSTO DE 1985.

Art. 1º - Fica instituído o Programa Nacional do Livro Didático, com a finalidade de distribuir livros escolares aos estudantes matriculados nas escolas públicas de 1º Grau.

Art. 2º - O Programa Nacional do Livro Didático será desenvolvido com a participação de professores do ensino de 1º Grau, mediante análise e indicação de títulos dos livros a serem adotados.

Segundo o PNLD, foi possível construir um sistema para a escolha da obra que irá subsidiar o material pedagógico e a sua distribuição nas escolas. O livro deve contemplar todos os alunos por um triênio alternado e são subdivididos em livros consumíveis, como Alfabetização Matemática, Letramento e Alfabetização, Inglês, Espanhol, Filosofia e Sociologia, e os reutilizáveis como Matemática, Língua Portuguesa, História, Geografia, Ciências, Física, Química e Biologia.

O material distribuído pelo PNLD vai desde livros didáticos e obras literárias até dicionários e obras complementares. Cabe aos professores a escolha da obra a ser trabalhada pela escola, levando em consideração que os mesmos serão aproveitados nos anos seguintes pelos alunos que avançarem nas novas etapas, estimulando seu uso e conservação. O professor deve verificar o material pedagógico, como também a metodologia abordada por cada autor. Esse processo

deve ser realizado por todos os docentes de cada área que trabalham na escola juntamente com a própria instituição.

No portal do MEC, encontram-se resenhas e/ou guia, especificando cada coleção, assim como a obra e o material que a compõe, desse modo o professor pode ter uma visão geral e de alguns pontos específicos. Para garantir a educação de qualidade para todos, o PNLD também distribui um material com versões acessíveis a portadores de deficiências, como em áudios, Brailles e MecDaisy.

No ano de 2011, foram reformulados e estabelecidos novos procedimentos no PNLD. De acordo com o novo sistema, as escolas devem fazer a adesão do programa uma única vez, não precisando fazê-la novamente. Com essa adesão, as escolas passam a participar automaticamente do Plano, podendo haver qualquer alteração como exclusão ou suspensão até o último dia do mês de maio do ano anterior àquele em que se deseja atendimento. Para facilitar a compreensão de todas as informações e normas, o portal do MEC ou do FNDE traz todos esses dados acessíveis através de qualquer aparelho com internet.

Assim, é necessário que os docentes das escolas inscritas no programa analisem todas as obras oferecidas pelo PNLD, para que então conheçam as propostas de cada autor e qual será a melhor a ser trabalhada na instituição. Os professores devem escolher duas obras que abordem de forma significativa todas as propostas fundamentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais em conjuntos com as propostas das políticas educativas da escola. O programa solicita que sejam escolhidos pelo menos duas obras para cada disciplina, tendo em vista que fica como prioridade a primeira.

Essa necessidade de planejamento acrescenta-se à necessidade de criação e desenvolvimento de mecanismos de avaliação dos livros didáticos disponíveis no mercado. Este processo de avaliação, da qual educadores de diferentes graus do ensino precisam participar em número cada vez maior, desempenha função pedagógica e tem efeitos multiplicadores para todas as instâncias envolvidas com o livro didático, principalmente seus usuários (alunos e professores) e seus produtores (escritores e editores). (LAJOLO, 1996, p.9)

Os PCN são a base para a elaboração de qualquer obra didática contida no PNLD. Elaborados como forma de subsidiar o trabalho dos docentes, segundo eles, sua função tem contribuído de forma notória na elaboração do plano de curso a ser trabalhado durante o ano letivo, na construção de novas estratégias para o avanço do ensino-aprendizagem em sala de aula, nos domínios do saber

tradicionalmente presentes no trabalho escolar incluindo questões sociais que são preocupações contemporâneas com o meio ambiente, com a saúde, com a sexualidade, como também a éticas relativas à dignidade do ser humano e à solidariedade e, sobretudo, a igualdade de direitos. Sua finalidade é garantir a construção da cidadania e levar a qualidade de ensino para todos, independente da região dos estados brasileiros, promovendo assistência didática para as instituições de áreas urbanas e rurais como também projetos educacionais.

Os parâmetros visam garantir o respeito entre a diversidade cultural promovendo uma ação inclusiva para as diferentes comunidades, incluído indígenas, litorâneas, urbanas e rurais. É através da reflexão pelo meio em que se encontra que é possível despertar o caráter investigativo para a compreensão do meio em que vivem, como para soluções de problemas e interação entre as diferentes culturas.

Mesmo compreendendo que é direito e dever das escolas garantir a igualdade para todos, é necessário uma abordagem democrática assegurando mais acessibilidade e comprometimento aos que mais precisam. Dessa forma, é possível construir ferramentas para enfrentar os problemas educacionais no Brasil.

Assim, é importante que haja parâmetros a partir dos quais o sistema educacional do país esteja organizado, a fim de garantir que, para além das diversidades culturais, regionais, étnicas, religiosas e políticas que atravessam uma sociedade múltipla e complexa, estejam também garantidos os princípios democráticos que definem a cidadania. Na sociedade democrática, ao contrário do que ocorre nos regimes autoritários, o processo educacional não pode ser instrumento para a imposição, por parte do governo, de um projeto de sociedade e de nação. Tal projeto deve resultar do próprio processo democrático, nas suas dimensões mais amplas, envolvendo a contraposição de diferentes interesses e a negociação política necessária para encontrar soluções para os conflitos sociais. (BRASIL, 1998, p.50)

No campo da Matemática, os PCN buscam transformar o conhecimento matemático mecânico em usual, contextualizado e contemporâneo. Assim, o aluno começa a enxergar o mundo numa perspectiva diferente e com um olhar crítico-analítico. Esse conhecimento possibilita a formação do caráter de cada cidadão em formação, buscando soluções para o trabalho, relações sociais e culturais. Essas modificações melhoraram ainda mais as concepções do campo da educação matemática, com o objetivo de levar para sala de aula a noção de quantificação e qualificação, identificar objetos sólidos no espaço, compreender a leitura de gráfico e

tabelas, comparar resultados analisando suas semelhanças e diferenças, conhecer a nova linguagem matemática e suas tecnologias entre muitas outras.

Assim é compreendido que, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998, p.60), a Matemática deve:

- incorporam o estudo dos recursos estatísticos constituindo um bloco de conteúdos denominado Tratamento de Informação;
- indicam aspectos novos no estudo dos números e operações, privilegiando o desenvolvimento do sentido numérico e a compreensão de diferentes significados das operações;
- propõem novo enfoque para o tratamento da álgebra, apresentando-a incorporada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo;
- enfatizam a exploração do espaço e de suas representações e a articulação entre a geometria plana e espacial;
- destacam a importância do desenvolvimento do pensamento indutivo e dedutivo e oferecem sugestões de como trabalhar com explicações, argumentações e demonstrações;
- apresentam uma graduação dos conteúdos do segundo para o terceiro ciclo que contempla diferentes níveis de aprofundamento, evitando repetições;
- recomendam o uso de calculadoras nas aulas de Matemática.

## 1.2. O GUIA E SEU PAPEL NA ESCOLHA DO LIVRO DIDÁTICO

Compreendido tais critérios, são escolhidos 10 livros didáticos e assim elaborado um guia sobre as coleções. Esse guia pode ser encontrado no site do FNDE, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, e auxilia os docentes e dirigentes da escola na escolha do livro que será trabalhado no próximo triênio, sempre analisando o público a qual o livro será destinado, como também o projeto político pedagógico da instituição. Esse documento traz muitas informações referentes aos livros indicados.

O professor não encontrará neste Guia apenas as resenhas. Ele inclui, também, textos sobre os princípios gerais e os critérios que foram utilizados na avaliação dos livros e a própria ficha usada pelos avaliadores. Há, ainda, uma reflexão sobre o complexo cenário da sala de aula, no qual interagem: o professor; o aluno; o livro didático; e o saber a ser estudado. (BRASIL, 2010, p.09)

Em Matemática, o guia aborda a importância do livro didático não como meio para substituir o papel do docente em sala de aula, mas como meio de auxiliá-lo e complementá-lo. A forma que os conteúdos estão dispostos é responsável pela correspondência entre o conhecimento abstrato e concreto. Isso pode ocorrer através de vários meios, como a transposição didática na reestruturação dos

saberes historicamente construídos em saberes caracteristicamente escolares, na elaboração de pesquisas incluindo a interação com outros campos da ciências, no questionamento sobre os resultados obtidos no processo e na verificação desses resultados.

Com o passar o tempo, a Matemática tem se tornado essencial e indispensável na vida de todos. Muitas mudanças aconteceram ao decorrer da sua história, tornando-a instrumento para resolver situações do dia-a-dia como em outras áreas do conhecimento. No decorrer dos anos, ela passa a ser ensinada de forma menos complexa, através de um processo de ensino construtivista, onde o saber não é abordado como algo pronto, mas sim um processo de etapas em incessante criação.

Ao longo dos anos, ela passou por mudanças nos seus campos conceituais, tanto nas áreas da Matemática pura e abstrata como também na área de metodologia do ensino. Essa evolução surtiu também mudanças em outras áreas do saber, principalmente da área das exatas. A Matemática vista como linguagem para disciplinas das ciências naturais tem sido a base fundamental para a evolução da robótica, sistemas de informação, física conceitual e aplicada, química, estatística e entre outras.

Assim, essa ciência deve ser fundamentada em sala de aula através dos campos da educação matemática. Sua missão não é a transmissão dos saberes por meios mecânicos de repetições e conteudistas, mas sim uma construção do conhecimento por intermédio de uma formação por etapas sistemáticas, onde o aluno participe dessa construção despertando seu espírito investigativo e também analítico, obtendo assim o desenvolvendo conceitual da indução e dedução.

É importante que o aluno saiba que a Matemática desempenha papel fundamental para a aprendizagem de outras disciplinas, independente da área do conhecimento. Seus conteúdos estão interligados dentro da área da Matemática com diversas outras áreas do saber. Um mesmo conteúdo pode ser trabalhado em diversos ramos da Matemática, como por exemplo, a medida de áreas relacionando o conceito de frações e números decimais. O mesmo conteúdo sobre áreas também pode ser trabalhado dentro da porcentagem ou decomposição de grandezas. Podemos trabalhar a Matemática dentro da biologia quando buscamos a probabilidade de uma determinada espécie em ser dominante ou recessiva ou então

quando fazemos balanceamento numa reação química. Na área das humanas, encontramos na história com a linha do tempo, compreendida como uma reta numérica, onde o tempo é dividido em dois seguimentos em sentidos oposto partindo no nascimento de Cristo.

A base do ensino de Matemática é a resolução de problemas. Foram através deles que o homem desenvolveu sua capacidade cognitiva ao longo da sua trajetória. A busca da resolução desses problemas promoveu a evolução da Matemática até a que utilizamos hoje no nosso dia-a-dia. Quando resolvidos, os problemas induzem os alunos a realizarem a verificação do resultado obtido.

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter. (POLYA, 1995, p.v).

Diferente das demais linguagens, a Matemática é a única que é universal, independente da diversidade cultural, regional e social. Ela é dividida em vários segmentos de estudo, todos com particularidades próprias que as diferencia das demais, com também características que as correspondem. Segundo os PCN, os grandes blocos de conteúdos estudados nas séries finais do ensino fundamental são: Os números e grandezas; álgebra; geométrica como espaço e forma; grandezas e medidas e o tratamento de informação.

### 1.3. ADENTRANDO NOS BLOCOS DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS NOS LIVROS DIDÁTICOS.

Segundo o Guia do PNL/2011, os números e operações trabalham os conteúdos que constituem os instrumentos matemáticos essenciais para qualquer resolução de problemas. Estes são a base para a carreira profissional, principalmente por trabalhar com a área financeira. Relações entre quantitatividade e qualitatividade são abordadas de maneira que o aluno consiga diferenciá-las nas situações-problemas do seu cotidiano. A compreensão dos conjuntos numéricos, decodificar o sistema de numeração decimal, aprender a leitura dos números,

resolver problemas de multiplicação, divisão, soma e subtração, compreender a noção de fração como número decimal e vice-versa e fazer comparações entre valores estabelecidos são alguns dos objetivos desse bloco de conteúdo. Por exemplo, valor que uma empresa lucra ao término do ano ou a divisão desse lucro pelos proprietários da empresa.

A álgebra elementar surgiu na Babilônia, quando os povos da antiguidade desenvolviam cálculos numéricos. Nessa época, apenas elementos da aritmética e geometria estavam em estudos e foi a partir daí que começaram as primeiras noções da variável na Matemática, principalmente quando por indução construíam as fórmulas e seus cálculos para investigar fenômenos dos seus cotidianos. Hoje, existe um campo amplo no ensino da álgebra, fazendo a inserção do novo conceito com valores desconhecidos representados por essas variáveis. Um exemplo do uso da álgebra é quando se precisa encontrar o valor, ainda desconhecido, de dos lados de um triângulo retângulo, conhecendo os outros dois.

A geometria como espaço e forma permite que o aluno compreenda, descreva e represente o mundo onde vive. Trata da compreensão das dimensões e como elas são encontradas no espaço em que habitamos. Distinguir e nomear essas formas em figuras e objetos encontrados na natureza e aquelas que foram construídas pelo homem, compreender a planificação de sólidos geométricos, entender o movimento e a localização no espaço e plano, reconhecer no meio onde vive semelhanças e congruências, identificar as simetrias podem ser alguns dos conceitos estudados nesse bloco.

Grandezas e medidas são conteúdos que proporcionam uma interação entre outros dois campos, o das operações e o geométrico. Nesse bloco de conteúdos desenvolve-se uma prática juntamente com sua função, que é de grande relevância para o meio onde se vive. Durante o processo de ensino e aprendizagem, o aluno aprende conceitos de medidas de perímetros, áreas e volumes, compara capacidades de diferentes objetos no espaço, compreende a decomposição de figuras e sólidos em outros, fazem a correspondência de determinadas grandezas como comprimento e volume, estuda as diferentes unidades de medidas e como se relacionam entre outros.

O tratamento da informação é uma das habilidades que pode ser trabalhada entre os demais conteúdos. Seu frequente uso na nossa sociedade atual

tem tornando-o num dos conteúdos mais requisitados entre aqueles ensinados pelos professores nas salas de aulas. Hoje, estudar a análise de gráficos e tabelas compreendendo valores quantitativos e qualitativos como também sua construção, compreender os conceitos de probabilidade e estatística, realizar coleta e crítica sobre os dados é fundamental para construir um novo olhar sobre o meio em que se vive.

#### 1.4. REFERÊNCIAS DA COLEÇÃO ANALISADAS PELO GUIA

Esses cinco campos da Matemática escolar são alguns dos critérios avaliados na escolha por obras didáticas pelo PNLD/2011. Segundo ele, outros critérios que possuem caráter eliminatório também são examinados, como a apresentação de erros ou indução a erros em conceitos, argumentação e procedimentos matemáticos, ou seja, focar apenas ao trabalho mecânico com procedimentos, a discordância da exploração dos conceitos matemáticos e sua utilidade para resolver problemas, não incentivar o aluno a desenvolver as competências cognitivas básicas e, por fim, apresentar publicidade de produtos ou empresas.

Nesse contexto, a coleção didática que será analisada nesse trabalho é a “Matemática: IMENES & LELLIS”, que foi escolhida pelo PNLD/2011 pela editora Moderna. Nela, foram analisadas pelo PNLD as abordagens dos conteúdos envolvendo esses grandes blocos, metodologias do ensino e aprendizagem de Matemática utilizando as novas tendências que fazem parte do modelo de aula, sua linguagem e aspectos gráficos e o manual do professor, com as recomendações de como trabalhar a obra em sala de aula.

Segundo o Guia do PNLD/2011, a coleção traz uma abordagem equilibrada com procedimentos e algoritmos satisfatórios. Os livros exploram uma linguagem usual, focando o uso de textos na introdução e acompanhamentos dos seus conteúdos. Ele trabalha na perspectiva de ensino em espiral, que é uma das singularidades de Imenes e Lellis, assim distinguindo-o dos demais autores. Esse ensino mostra como os objetos de estudos devem ser retomados gradativamente, e

assim, ampliados e aprofundados ao longo dos diferentes volumes ou até mesmo no próprio livro.

Sua estrutura é bem dinâmica, levando sempre o aluno a investigar passo a passo o desenvolvimento das atividades e resoluções de problemas. Segundo o guia do PNLD (BRASIL, 2011, p.29), a descrição da coleção nos mostra que:

Os livros são divididos em capítulos, subdivididos em itens. Cada capítulo ou item se inicia com um pequeno texto de apresentação do conteúdo, seguido das seções Conversando sobre o texto; Ação; Problemas e exercícios – para serem resolvidos em classe; Problemas e exercícios para casa. Além disso, os capítulos são finalizados com as seções especiais: Confira! e Um toque a mais. No encerramento de cada volume, há: Problemas e exercícios complementares; Supertestes para autoavaliação; Dicionário; Conferindo respostas; Sugestões de leitura para o aluno e Referências bibliográficas.

Segundo a análise do guia, a abordagem dos conteúdos no livro é incomum dos demais, contextualizando temas que poucos livros trazem com tanta significância, como volumes de cilindros e conceitos de simetrias. A retomada dos conteúdos é sempre utilizada pelo autor, revisando e aprimorando conhecimentos já vistos anteriormente.

Em relação aos principais blocos de conteúdos, o Guia do PNLD/2011 realiza uma análise sobre números e operações mostrando que o livro se encontra adequadamente contextualizado em relação as práticas atuais, trabalhando também a diversidade do uso de frações de forma progressiva e trazendo aos poucos a construção dos conjuntos numéricos. Em relação à álgebra, são realizadas comparações com o uso de figuras geométricas, fazendo com que os alunos desenvolvam um processo investigativo a fim de descobrir padrões numéricos e geométricos. A função é trabalhada desde as turmas do 6º ano de maneira gradual, com pequenas noções de localização geográfica e correspondência entre conjuntos.

Partindo para geometria, o livro trabalha em cima de recortes, dobraduras e planificações de objetos espaciais. Referencia sobre os diversos tipos de simetrias também são vistos e sempre abordados nos livros do 6º ao 9º ano. As grandezas e medidas são exploradas em decomposição de figuras e objetos, fazendo o uso também da ideia do cálculo aproximado. A obra traz muito além das grandezas usuais, como o princípio de velocidade e de densidade demográfica. Todos os conteúdos trabalhados na obra fazem ligações com o tratamento das informações. Assim, assuntos como atividades de verificação e contagem de possibilidades, construção e leitura de tabelas e gráficos são destaques ao longo de toda coleção.

Ainda de acordo com o Guia, a metodologia dos livros incentiva que o aluno desenvolva a realização de atividades em grupo, fazendo o uso de conhecimentos já vistos na própria obra ou aqueles que são chamados de extraescolares. Algumas atividades exploram a interpretação do uso da Matemática em textos, apresentando desafios ou até mesmo problemas com uma, nenhuma ou várias soluções. Esse tipo de abordagem possibilita que o aluno faça o uso da verificação dos resultados encontrados.

As novas tendências no campo da Matemática como a modelagem, etnomatemática, história da Matemática, jogos e tecnologias são particularidades exploradas ao longo da obra. Na parte que explora a linguagem, o Guia expõe que a obra faz uma correspondência entre a língua materna e a língua matemática. Um dos grandes destaques é a forma com que os livros interagem com os alunos, utilizando-se de um vocabulário mais simples e usual, sempre com clareza nas apresentações dos conteúdos e nas formulações das atividades.

Para o docente, ela traz um manual próprio do professor, com comentários e um suplemento dividido em duas partes. A primeira aborda os campos do conhecimento atuais da Matemática, como também algumas fundamentações teóricas. A segunda traz importantes comentários do autor em relação aos problemas e sugestões para atividades complementares, como também outras bibliografias sobre os temas.

### 1.5. O NÚMERO $\pi$ E SUA ABORDAGEM NO ÂMBITO ESCOLAR

Um dos conteúdos trabalhados na obra didática são os números irracionais. De acordo com a pesquisa de Pommer e Pommer (2012, p.6), diferentemente dos demais povos antigos, a civilização grega estudava os números inteiros como particularidades abstratas, principalmente quando os estudos analisavam as diagonais de um quadrado e sua relação com a medida do lado, eles perceberam que estes segmentos são incomensuráveis. Isso significa que a razão entre a medida do lado e a diagonal de um quadrado não pode ser expressa como uma fração.

Isto significa, geometricamente, não existir uma unidade comum de comprimento, uma tira, por mais curta que seja, que possa ser colocada um número inteiro de vezes sobre o lado e a diagonal de um quadrado. Em outras palavras, não existe unidade de comprimento, não importa quão pequena, da qual o lado e a diagonal de um quadrado sejam múltiplos inteiros. (RIPOLL et al., 2002, p.86)

A abordagem dos números irracionais nos livros didáticos, segundo Pommer e Pommer (2012, p7), precisam seguir as orientações e pressupostos exigidos pelos PCN. O seu trabalho durante as séries finais do ensino fundamental geralmente se encontra muito simplificado, já que a maioria dos autores tem se concentrando em cálculos operatórios com radicais e se limitando a apresentação de raízes inexatas e do número  $\pi$ .

Todo o conhecimento envolvendo o conjunto dos números irracionais sofreu uma série de transformações durante os últimos dois séculos, sendo resolvido e sistematizado pelos matemáticos há pouco mais de 100 anos. Foi através da transposição didática que todo esse conhecimento construído ao longo dos anos pôde ser inserido nos livros didáticos e assim serem levados para sala de aula.

A relação numérica e geométrica do número irracional  $\pi$  (Pi), que é o tema de pesquisa desse trabalho, foi um desses conhecimentos. Os estudos relativos ao  $\pi$  durante o ensino fundamental tem dado abertura a uma explanação sobre os conceitos e propriedades dos *incomensuráveis* e da geometria, tanto se tratando de comprimentos como áreas e volumes. Apesar de poucos estudos relativos ao ensino desse número, as dificuldades encontradas pelos professores em relação à metodologia, ferramentas de apoio e livros didáticos ainda são uma problemática para ser questionada na carreira docente. .

O estudo do número  $\pi$  pode ser tratado pelo professor como uma nova forma de proporcionar ao aluno uma investigação sobre os números irracionais que são descritos como dízimas não-periódicas e sobre conceitos de razão, que nesse caso é mostrado como uma divisão entre o perímetro e o diâmetro de qualquer circunferência. Porém, na maioria dos casos, essa forma de ensino acaba sendo deixada de lado, pois para o docente da área é mais fácil trabalhá-lo apenas como uma constante irracional, o representado como uma aproximação de 3,14.

Para a melhoria nesse processo de ensino e aprendizagem é de suma importância que os livros tragam o tema de forma contextualizada e substancial para

a vida dos alunos, envolvendo-os em resoluções de problemas, contextos históricos, atividades lúdicas, e em alguns casos, se possível, com uma interatividade no uso em softwares.

As dificuldades no estudo desse número irracional parte do pressuposto que os alunos não percebem que para qualquer circunferência, independente do seu tamanho, a razão do seu comprimento pelo seu diâmetro resulta em  $\pi$ . Por ser um número com algarismos decimais infinito com sequência não repetitiva, sua abordagem em sala de aula deve trazer o máximo de aplicações para o cotidiano dos alunos, através de exemplos e experimentos. As atividades devem ser investigativas através de sequências didáticas para que o aluno construa esse crescimento de forma gradativa ao longo do processo.

Deve-se observar também que o contexto histórico é fundamental para o desenvolvimento das teorias e conceitos usados pelos professores na escola básica, e segundo as teorias sobre a importância da história da Matemática de Duarte e Matthews (2004, 1995 apud BORTOLETTO 2008 p.9):

As primeiras investigações na literatura evidenciaram que muitos autores acreditam que a história da matemática contribui para o seu ensino, pois: fornece informação contextualizada dos conceitos e teorias científicas que prevaleceram em vários momentos da história; facilita e enriquece a compreensão conceitual, humaniza a matéria; motiva e atrai o aluno; pode ajudar os professores a antecipar concepções pelos alunos ou a obter uma percepção das dificuldades conceituais e de que existe um paralelismo entre a construção histórica dos conceitos científicos e a sua construção psicológica pelos alunos quer na suposição, mais ainda moderada, da existência de analogias entre concepções perfilhadas por antigos cientistas e algumas idéias dos alunos.

Ensinar a história do número  $\pi$  pode ser uma forma de estimular a aprendizagem, já que um embasamento teórico sobre o tema estudado proporcionaria de forma significativa uma compreensão melhor da sua utilização. Relatos mostram que Arquimedes foi o precursor ao identificar pela primeira vez, cientificamente, o número  $\pi$ .

A primeira tentativa científica de calcular  $\pi$  parece ter sido a de Arquimedes [...] em 240 a.C. Suponhamos que se tome um círculo de diâmetro unitário. Podemos calcular os perímetros dos polígonos regulares inscritos e circunscritos de doze, vinte e quatro, quarenta e oito e noventa e seis lados e obter limites cada vez mais próximos de  $\pi$ . Foi isso essencialmente o que fez Arquimedes, chegando a conclusão de que  $\pi$  está entre  $223/71$  e  $22/7$  ou que, até a segunda casa decimal,  $\pi$  é dado por 3,14. (FRAGA, 2006, p.11)

No entanto, muito antes de Arquimedes já se utilizava as noções do  $\pi$  para construções, mostrado em alguns trechos bíblicos.

O número  $\pi$  tem uma história fascinante, que começou acerca de 4000 anos atrás [...] Inúmeros povos andaram à sua procura mesmo antes que chegassem a ter consciência matemática. No velho testamento (I Reis 7:23) lê-se: "E ele (Salomão) fez também um lago de dez cúbitos, de margem a margem, circular, cinco cúbitos de fundo, e trinta cúbitos em redor". Este mesmo verso aparece também em II Crônicas 4:2. Esta passagem ocorre em uma lista de especificações para o grande templo de Salomão, construído cerca de 950 a.C. A circunferência era, pois, três vezes o diâmetro. Isto significa que os antigos Hebreus se contentavam em atribuir a  $\pi$  o valor 3. (WENDPAP; BASTIANI; GUZZO, 2008, p.1)

Segundo LAURENTINO (2013, p.41), um dos grandes avanços para a determinação mais exata desse número irracional foi através das pesquisas de Claudio Ptolomeu em sua famosa obra "*Sintaxis Mathematica*". Através da simples ideia de utilizar uma tábua de cordas que há no tratado, ele conseguiu um valor ainda mais próximo para  $\pi$ . A tábua proporcionava os comprimentos de cordas equivalentes aos ângulos centrais de  $1^\circ$  a  $180^\circ$ , com acréscimos do meio grau. Assim o valor do número  $\pi$  identificado foi de  $377/120$ , ou seja, 3,1416.

Assim a importância do conhecimento dos professores de Matemática sobre a história é fundamental para a aprendizagem, já que, como é esperado, o seu ensino está condicionado a ele. Contudo, o docente deve mostrar além da importância do número  $\pi$  para Matemática, sua importância em outras áreas.

A importância de  $\pi$  deve-se também ao fato da sua presença em várias equações de diferentes campos da ciência: descrevendo a hélice dupla do DNA, na teoria das supercordas, nas equações de Einstein do campo gravitacional, na arquitetura e em um grande número de problemas geométricos e estatísticos. O  $\pi$  apresenta-se também na teoria das vibrações e movimentos ondulatórios. Mesmo na arte  $\pi$  tem sido uma fonte de inspiração. Umberto Eco, na primeira página do seu livro 'O Pêndulo de Foucault', descreve o pêndulo e a associação de  $\pi$  com o período do pêndulo. (WENDPAP; BASTIANI; GUZZO, 2008, p.3)

Os professores podem buscar situações que contextualizem ou se adaptem ao cotidiano do aluno e por isso é necessário que aulas sejam dinâmicas, fugindo totalmente das metodologias e aulas monótonas que normalmente os docentes abordam em sala de aula. Isso ocorre também pelo fato desses profissionais trabalharem ainda de forma metódica, preparando atividades que restringem o uso do  $\pi$  em aplicações diretas.

As novas proposições para a abordagem de conceitos causaram grande impacto, gerando polêmica. Isto porque, apesar dos documentos, legislações e livros sugerirem a revogação das práticas tradicionais de tratamento do tema e proporem uma abordagem mais contextualizada

através de situações-problema, história, jogos e outras dinâmicas com a participação de todos os envolvidos, os educadores não foram orientados sobre o que mudar, porque mudar e como mudar. Assim, muitos continuaram (e continuam) abordando o conteúdo da forma tradicional. (BORTOLETTO, 2008, p.9)

Para os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, p.35), numa reflexão sobre o ensino de Matemática, é de fundamental importância ao professor: identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações; conhecer a história de vida dos alunos, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais; ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdo, os de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

## 2. OBJETIVOS E DESCRIÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA

A presente pesquisa teve o objetivo de realizar uma análise minuciosa na coleção de livros didáticos "MATEMÁTICA: IMENES & LELLIS" da editora moderna, buscando renovar os estudos em relação ao número  $\pi$  nos livros didáticos. Também foi evidenciada a estrutura que o autor trabalha esse número, levando em consideração como a obra explora o processo histórico e epistemológico que o homem levou até conseguir identificar essa constante irracional na natureza. Foi também analisada a forma conceitual que o mesmo trata em sua metodologia, mostrando como é possível encontrar o número a partir de experiências em sala de aula.

O estudo desse trabalho buscou trazer os métodos diferenciados, que são particularidades dos autores, presente na obra didática, evidenciando a estrutura de como cada conteúdo é correlacionado ao outro. Assim, a pesquisa teve como objetivos específicos:

- Identificar informações históricas referentes aos conceitos do número  $\pi$  fornecidas nos livros didáticos;
- Analisar a linguagem e estrutura do conceito do  $\pi$  e sua relação com outros conteúdos da Matemática;
- Verificar a forma contextualizada que os exercícios trazem para o cotidiano de cada aluno;
- Identificar a definição que o autor busca em relação a geometria como uma razão e sua relação com os números irracionais;
- Analisar a prática investigativa que os autores utilizam para que o aluno encontre o seu valor aproximado;
- Identificar as relações existentes com o número  $\pi$  e outros campos da ciência;

A metodologia que a pesquisa realizou para alcançar os objetivos pressupostos será através da análise em recortes da coleção didática, subdividindo em três capítulos, no qual, cada um fez referência aos livros de acordo com a série/ano. Os recortes analisados tiveram correspondência diretamente ou indiretamente com a abordagem do número  $\pi$ , considerando também, referências ao

tema em conteúdos totalmente independentes aos que são trabalhados nas seções específicas do livro didático.

Foram verificados os recortes relativos à abordagem histórica que o obra expõe, e se a mesma explora o processo epistemológico do conceito relacionado ao número  $\pi$  na transição da história. Foram analisados também a metodologia que autor aborda em relação a definição e construção do mesmo pelo aluno em sala de aula. Os problemas e exercícios que a coleção didática traz também foram explorados, mesmo aqueles que não fazem parte da seção exclusiva do conteúdo. As variadas referências entre outros conteúdos matemáticos e de outros campos da ciência também serão investigados.

Outro fator a ser analisado é o nível das questões apresentadas, tendo como base as relações abordadas, como o grau de conhecimento prévio adequado para a resolução do problema e sua adequação à contextualização trabalhada. Por fim, será levado em consideração se o livro está apropriado ao cotidiano de qualquer escola, sendo ela pública ou privada, do interior ou do litoral, da zona urbana ou rural, como também da disponibilidade de ferramentas acessíveis ao professor juntamente ao aluno que possam utilizar na sala de aula ou em qualquer outro espaço físico.

### **3. INVESTIGAÇÃO A RESPEITO DA ABORDAGEM DO NÚMERO $\pi$ NA COLEÇÃO SOB A ANÁLISE DOS DADOS**

#### **CAPÍTULO I - ESTRUTURA DA OBRA E ANÁLISE DOS LIVROS DO 6º E 7º ANO**

Todos os livros da coleção “Matemática” de IMENES & LELLIS trazem três tipos de prefácios, apresentando a obra para os alunos, pais e professores. A linguagem é clara e direcionada a cada um dos leitores específicos, mostrando curiosidades, cuidados, novidades em relação às edições anteriores e os critérios do desenvolvimento da obra tanto como as metodologias dos autores.

Para o aluno, os autores começam relacionando a importância no cuidado dos livros como qualquer patrimônio público, como a escola ou as carteiras escolares que usam. Também mencionam a reutilização do livro após seu uso para os próximos alunos, sempre o tratando bem, evitando rasgar, sujar e amassar.

A sessão destinada aos pais relaciona o papel da família na educação dos filhos como peça fundamental no processo de ensino e aprendizagem. A coleção aborda uma nova forma de ensino na educação matemática de modo mais significativo, oferecendo instrumentos que desenvolva o raciocínio e proporcionem o pensamento independente.

Por se tratar de métodos diferenciados para a maioria dos pais, levando em consideração toda sua vivência escolar, alguns questionamentos foram levantados sobre a organização e o tratamento da nova abordagem dessa coleção. Assim é exposto para os pais um quadro comparativo para que os mesmos observem as mudanças e o porquê delas na educação matemática contemporânea.

Figura 1 – Recorte do quadro das mudanças na educação matemática

O que era importante	O que é importante hoje
Desenvolver destreza em cálculo numérico e algébrico feito em papel.	Desenvolver habilidades em cálculo mental, em estimativas e no uso de calculadoras.
Resolver muitos exercícios mecânicos, de simples fixação dos conceitos estudados.	Compreender os usos da Matemática nas situações cotidianas da sociedade de nosso tempo.
Conhecer "receitas" para resolver problemas matemáticos típicos.	Desenvolver competência para enfrentar problemas novos.
Decorar fórmulas e definições.	Compreender de fato os conceitos estudados e a origem das fórmulas, para poder aplicá-los de forma consciente.

(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.4).

Os autores descrevem sua metodologia diferenciada com proposta correspondente às exigências no cotidiano dos alunos, tanto em sala de aula como fora dela, deixando de lado os métodos arcaicos em resolver exercícios e problemas matemáticos, sempre seguindo às orientações dos PCN e preparando para todas as formas avaliativas propostas para o ensino básico, como prova Brasil, Enem entre outras.

Na sessão voltada aos professores, eles citam as mudanças no ensino da disciplina através dos estudos e práticas na educação matemática. Os autores abordam seus objetivos de educar pela Matemática e não apenas propor conteúdos e exercícios matemáticos que não construam o conhecimento adequado para vida do aluno.

[...] Também por isso, há abordagens inovadoras de conteúdos, apresentação em ordem diferente da habitual e retomada com novos enfoques de conteúdos já apresentados. Nessa mesma linha, as atividades estimulam habilidades e competências variadas, envolvendo investigações próprias, problemas originais, análise e interpretação de texto, atividades práticas e jogo, além de exercícios no padrão habitual (IMENES & LELLIS, 2012, p.5)

A obra também buscou novos métodos em abordar seus conteúdos em relação às trabalhos anteriores. A seção "Para não esquecer", que faz uma breve revisão do conteúdo trabalhado no capítulo, é ideal para os alunos estudarem ao fim das unidades, possibilitando consultas rápidas e estudo para as provas. A seção do "Supertestes" é voltada aos mais significativos exames nacionais.

Após a apresentação da obra, a coleção expõe sua estrutura, informando que cada capítulo é subdividido em partes para desenvolver sua abordagem metodológica diferenciada. Essas partes são apresentadas como os seguintes itens: Texto de abertura, Conversar para aprender, Ação, Problemas e Exercícios,

Problemas e Exercícios para Casa, Para não Esquecer, Supertestes, Dicionário, Conferindo Respostas, Sugestão de Leitura para o Aluno e referências bibliográficas.

O livro do 6º Ano da coleção não traz referências diretas ao número  $\pi$ , apesar de abordar conteúdos conceitualmente importantes para subsidiar a compreensão futura do aluno em relação a esse número irracional. Este livro tem como objetivo fazer uma revisão e aprofundamento dos principais conteúdos vistos pelos alunos nas séries anteriores, como geometria espacial e plana, medidas de áreas e perímetros com polígonos, operações fundamentais, números decimais, múltiplos e divisores, fração e porcentagem.

No Capítulo 9, que envolve as operações com números decimais, o livro aborda apenas noções operatórias exatas, principalmente trabalhando com o sistema monetário, usando em alguns casos o cálculo mental e a calculadora. Essas operações realizadas com o sistema decimal são expostas no livro, não apenas se utilizando do algoritmo, mas também, através de metodologias práticas que além de auxiliar nas resoluções também reduzem o tempo para resolvê-las.

O Capítulo 11, relacionado a medidas de áreas e perímetros, faz apenas referência ao uso de polígonos, ou seja, figuras fechadas formadas por segmentos de retas. É explorado a decomposição e os conceitos das principais unidades de medida, não fazendo nenhuma citação ao cálculo de perímetro ou área envolvendo círculos e circunferências.

No Livro do 7º ano, surgem os primeiros estudos envolvendo circunferências e seu papel na construção da história da humanidade. Uma referência disso é um texto da página 39, que mostra a principal característica da circunferência em um exemplo envolvendo pescadores de Moçambique e a forma como os mesmos desidratavam os peixes para que demorassem mais para estragar. Faziam isso colocando os peixes espetados em varinhas fixadas na areia em forma de círculo e no seu centro acendiam uma fogueira. Dessa forma os peixes desidratavam por igual, já que a distância da fogueira era igual para todos os peixes.

Nesse mesmo capítulo, o aluno compreende que para toda circunferência, a medida do centro para qualquer ponto da sua extremidade será sempre a mesma, e que essa medida é chamada de raio. Também descobrem que

o diâmetro é o maior comprimento entre as extremidades passando pelo centro, ou seja, a medida de dois raios.

O livro também aborda as frações como uma razão entre dois números inteiros, onde o denominador é não nulo, e que a divisão do numerador pelo denominador pode resultar numa divisão exata ou em uma dízima periódica. Os autores nesse livro não expõem nenhuma definição de números racionais, apenas trabalha com números decimais de acordo com o conhecimento prévio que os alunos possuem. As dízimas periódicas são representadas como aproximações.

## CAPÍTULO II - ANÁLISE DO LIVRO DO 8º ANO

O livro do 8º Ano da coleção traz a definição dos números racionais que até então não havia sido formalizada.

Em matemática, os números representados por frações (inclusive os números inteiros) são conhecidos como números racionais. O nome “racionais” vem do latim *ratio* que significa “divisão”; esse nome decorre, portanto, do fato de as frações representarem resultados de divisões. (IMENES & LELLIS, 2012, p.29, 8ºano)

É no Capítulo 5 que os autores fazem a primeira menção ao número  $\pi$ , em um exercício sobre fórmulas matemáticas e o uso das letras que representam valores desconhecidos, apresentadas como variáveis ou constantes chamadas de incógnitas.

Figura 2 – Recorte da questão 13 da seção Problemas e Exercícios para Casa.

13. Às vezes, um criador precisa dar remédios a seu gado. A dosagem de remédio depende da massa do animal. No entanto, há criadores sem recursos que vivem em locais distantes. Como poderiam pesar seu gado? Para ajudar os criadores de seu país, Moçambique, o professor Paulus Gerdes apresentou uma fórmula para se obter a massa aproximada do gado:

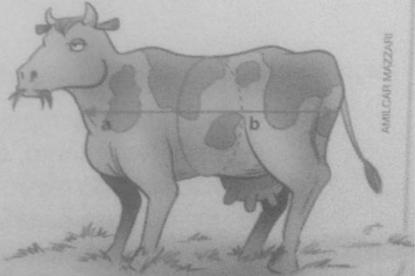
$$M = \frac{ab^2}{4\pi}$$

em que:  
M = massa aproximada do animal em quilograma

a = comprimento do tronco em decímetro  
b = comprimento da cintura em decímetro  
 $\pi$  (pi) — letra grega que representa um número cujo valor aproximado é 3,1

a) Qual é a massa de uma novilha cujo tronco mede 9,3 dm (ou 93 cm) de comprimento e a cintura, 16 dm (ou 160 cm)?

b) Imagine que seu tio, pequeno criador de gado, queira que você lhe explique como aplicar a fórmula de Paulus Gerdes. Escreva-lhe uma carta bem curta (ou uma mensagem por internet) dando as explicações.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.89, 8º Ano).

Fica notável nessa questão 13, que o objetivo da questão não é trabalhar estritamente com o número  $\pi$ , porém é apenas utilizando os dados do problema que se é possível chegar à solução. Assim, o papel do  $\pi$  é de incógnita a ser substituída pelo valor previamente dado para efetuar os algoritmos da fórmula.

No capítulo 7, os autores trabalham com potências e raízes, levando o aluno a ter as primeiras noções de dízimas não periódicas. Eles não formalizaram o

que são os números irracionais na Matemática, porém utilizando de aproximações e o uso da calculadora, os exercícios procuraram levar o aluno a descobrir os valores não exatos das raízes.

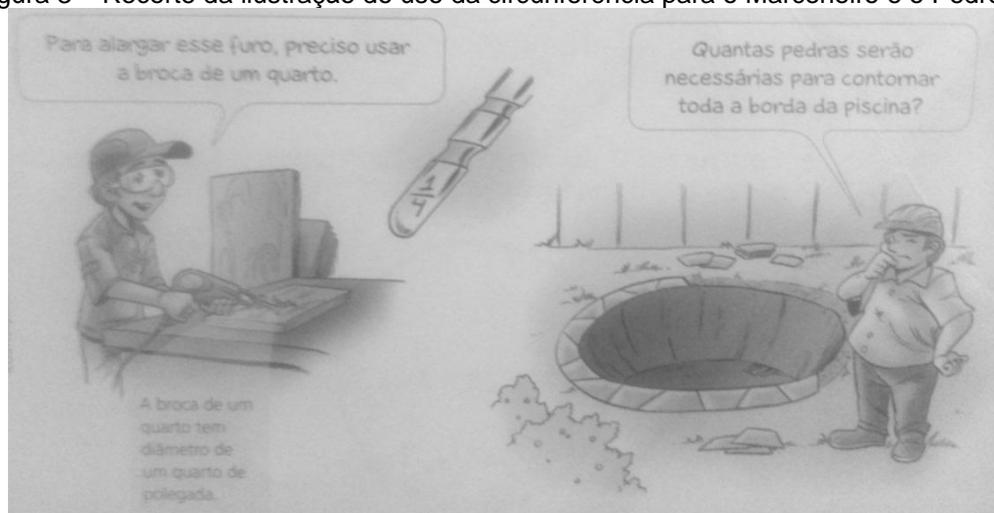
Outro momento envolvendo os números irracionais é no Capítulo 10 com o Teorema de Pitágoras. Através do conhecimento construído sobre raízes e seus resultados obtidos por aproximações, o livro aborda um dos principais e mais importantes teoremas da Matemática. O teorema mostra que em um triângulo retângulo o quadrado da medida da hipotenusa será sempre igual à soma do quadrado das medidas dos catetos.

E seguindo essa linha de raciocínio, entende-se que a medida da diagonal de um quadrado de lados inteiros não pode ser representada por um número inteiro, mas pelo produto da medida do lado por uma raiz não exata, ou seja, uma dízima não periódica.

Os autores, no capítulo 13, fazem uma abordagem sobre a proporcionalidade entre figuras na Matemática. Através de uma investigação, o aluno é levado a descobrir semelhanças entre triângulos e assim compreendem que figuras com a mesma forma, tanto ampliadas como reduzidas, possuem lados proporcionais. Essa proporcionalidade pode ser representada através da igualdade entre as razões das medidas que se correspondem nas figuras.

Assim, ao final desse capítulo o autor traz o conceito do número  $\pi$  através do perímetro da circunferência. Ele traz uma ilustração (Figura 3) juntamente com um texto introdutório relacionando a medida do perímetro de uma circunferência com o tamanho do seu diâmetro.

Figura 3 – Recorte da ilustração do uso da circunferência para o Marceneiro e o Pedreiro.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.277, 8º Ano).

Na situação do marceneiro é preciso conhecer o diâmetro da circunferência. Na situação do pedreiro interessa saber qual o perímetro da circunferência. Que relação existe entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência? Se houver uma fórmula que relacione esses dois comprimentos, conhecendo um deles será possível calcular o outro, certo?

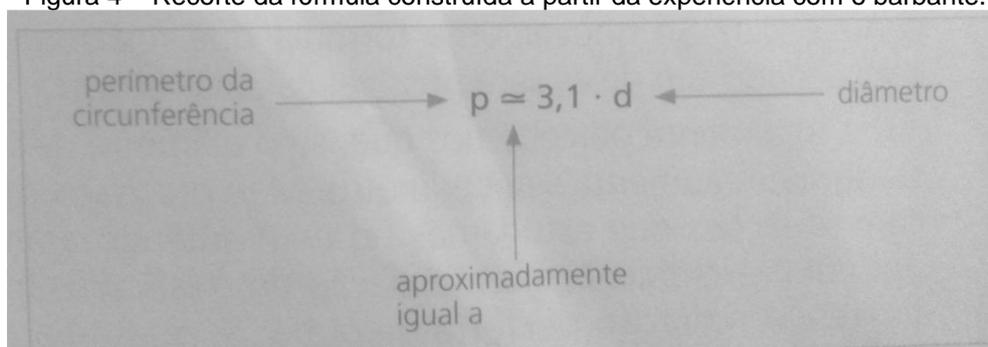
Visualmente percebemos que, se o diâmetro de uma circunferência aumenta, também aumenta seu diâmetro. [...] Quando uma figura é ampliação perfeita da outra, as duas tem a mesmíssima forma e são chamadas semelhantes. Vimos que, no caso de figuras semelhantes, os comprimentos correspondentes das duas figuras são proporcionais.

Pois bem, com duas circunferências acontece o mesmo: elas são semelhantes, ou seja, a maior é ampliação perfeita da menor. Por isso, podemos concluir que os comprimentos de uma são proporcionais aos comprimentos da outra. (IMENES & LELLIS, 2012, p.277, 8ºano)

Através dessa ideia, o livro sugere ao aluno fazer uma experiência construindo uma circunferência utilizando, para isso, régua, barbante e compasso, em que por meio dela possa ser conduzida a fórmula citada pelo autor. Enfatizamos que o material utilizado para a experiência pode ser facilmente conseguido para se trabalhar em sala de aula. A seguir descreveremos o procedimento descrito no livro.

Primeiramente, é pedido para que o aluno desenhe uma circunferência com diâmetro de 4 cm e sobre ela ajuste o barbante. Assim, depois de medir o comprimento do barbante ele deve concluir que seu tamanho é um pouco maior que o triplo do tamanho do seu diâmetro, ou seja, aproximadamente 3,1 vezes o seu tamanho, construindo assim uma fórmula, como mostra a ilustração.

Figura 4 – Recorte da fórmula construída a partir da experiência com o barbante.



(Fonte: IMENES&LELLIS, 2012, p.278, 8º Ano).

Por que a fórmula é válida para todas as circunferências? Porque, em duas circunferências, quaisquer comprimentos correspondentes são sempre proporcionais. Assim, aumentar o diâmetro de uma circunferência faz seu perímetro aumentar na mesma proporção. Por exemplo, se o diâmetro duplicar, o perímetro também duplica e continua valendo, aproximadamente 3,1 vezes o seu tamanho. (IMENES & LELLIS, 2012, p.279, 8ºano)

Através dessa observação, o aluno compreende que para aquela circunferência, a razão entre o perímetro e seu diâmetro sempre será um valor

aproximadamente igual a 3,1. Então, por ser uma constante na equação, essa razão recebeu um nome próprio, fazendo referência a uma letra grega,  $\pi$  (pi).

O livro expõe um quadro com informações adicionais para uma melhor compreensão do conteúdo, facilitando os futuros cálculos com essa constante matemática:

O valor 3,1 que apresentamos para  $\pi$  foi obtido por meio de um experimento. Por métodos teóricos, baseado apenas em raciocínio dedutivo, os matemáticos obtiveram valores muito mais precisos para esse número. Por exemplo:

$$\pi = 3,1415926$$

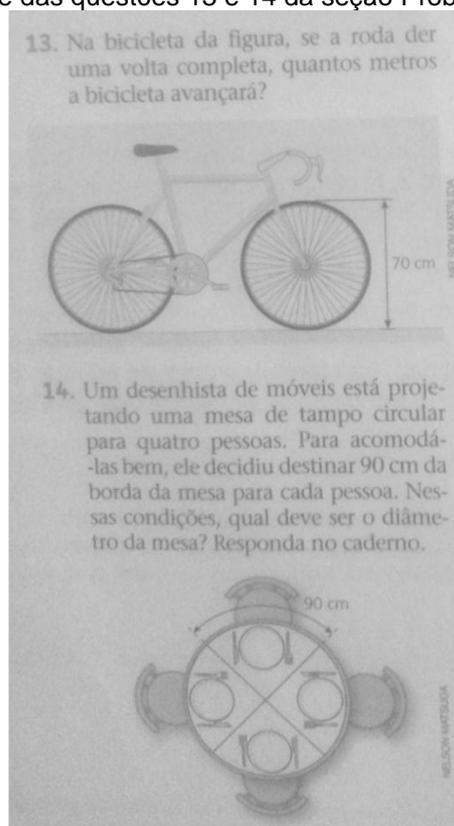
No entanto, para facilitar os cálculos entre o número  $\pi$ , costuma-se considera-lo arredondado: 3,14 (IMENES & LELLIS, 2012, p.279, 8ºano)

Em uma das seções finais do capítulo, “Conversar para aprender”, o livro sugere vários questionamentos para serem debatidos em sala de aula. Assim, o conteúdo poderá ser mais bem aproveitado e compreendido. Através do debate, os autores propõem o trabalho oral, com questões que propiciem o diálogo entre o professor e sua turma, levando a trocas de ideias e reflexões sobre o que foi estudado.

- a. Dê exemplos de uma situação na qual convém saber o diâmetro de uma circunferência.
- b. Agora, dê exemplos de uma situação na qual precisamos conhecer o perímetro da circunferência.
- c. No texto, como se conclui que o perímetro da circunferência é aproximadamente 3,1 vezes o diâmetro?
- d. Com um arame de 1 m de comprimento, vou fazer uma circunferência. Que conta faço para saber que diâmetro ele terá?
- e. Explique com suas palavras: que é o número  $\pi$ ?
- f. Por que as fórmulas que obtivemos em uma circunferência de 4 cm de diâmetro vale para todas as demais?
- g. O que são figuras geometricamente semelhantes? (IMENES & LELLIS, 2012, p.279, 8ºano)

Na seção dos “Problemas e Exercícios”, o livro propõe ao aluno que para as resoluções dos próximos problemas, seja adotado para  $\pi$  aproximadamente o valor de 3,14. Nessa parte do capítulo, são propostos quatro situações-problemas para serem analisados e respondidos em sala de aula com o apoio do professor.

Figura 5 – Recorte das questões 13 e 14 da seção Problemas e Exercícios

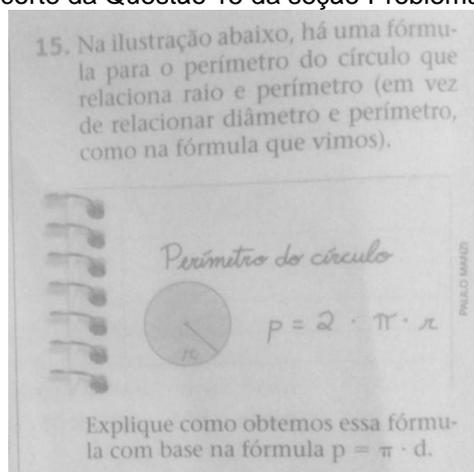


(Fonte: IMENES&LELLIS, 2012, p.280, 8º Ano).

A Questão 13 induz o aluno a descobrir o perímetro da circunferência em uma roda de bicicleta. Para chegar à solução, ele é levado a utilizar a equação ou fórmula obtida durante o estudo do capítulo que relaciona essas duas medidas como também o valor de  $\pi$ .

O problema da Questão 14 é semelhante ao anterior, com mudanças apenas na variável que o aluno deve descobrir. Ao em vez de encontrar o perímetro, ela propõe que o aluno ache a medida do diâmetro.

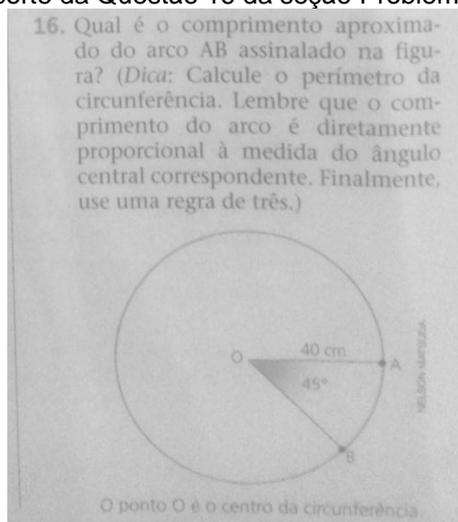
Figura 6 – Recorte da Questão 15 da seção Problemas e Exercícios.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.280, 8º Ano).

Nesse problema (Figura 6) o aluno é levado a investigar qual o método utilizado pelo livro para encontrar uma nova equação envolvendo o perímetro e o número  $\pi$ , que tenha sido obtida por meio da fórmula  $p = \pi \cdot d$ . Desse modo o professor poderá realizar uma análise, através das respostas, do conhecimento sobre raios e diâmetros de circunferências dos seus alunos.

Figura 7 – Recorte da Questão 16 da seção Problemas e Exercícios.

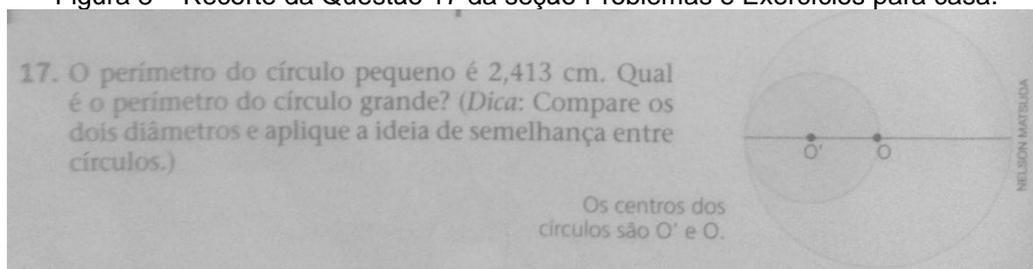


(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.280, 8º Ano).

Através da compreensão sobre o comprimento do perímetro e a medida do ângulo, em graus, que correspondem à circunferência, o problema da Figura 7 propõe uma análise para descobrir a medida de um arco da circunferência equivalente a  $45^\circ$ , ou seja,  $1/8$  do seu tamanho.

A próxima etapa é a seção que corresponde a “Problemas e Exercícios para Casa”. Depois da resolução dos quatro problemas propostos anteriormente em sala de aula, juntamente com suas correções, o livro proporciona mais seis novos problemas para que o aluno possa resolver em casa. O objetivo desse processo é a proposta do trabalho individual, que além de reforçar o aprendizado de conceitos e técnicas, traz alguns novos desafios, levando o aluno a investigar a solução através de ferramentas apropriadas.

Figura 8 – Recorte da Questão 17 da seção Problemas e Exercícios para casa.



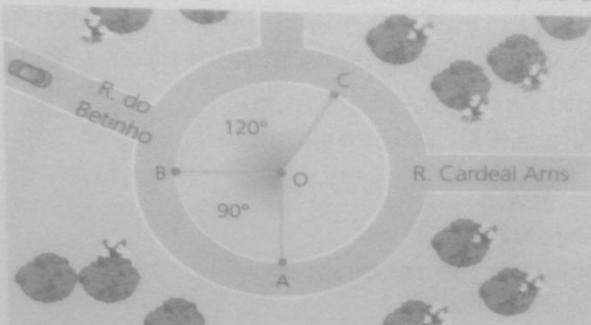
(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.280, 8º Ano).

A Figura 8 mostra uma questão que envolve o conceito de semelhança entre círculos, sugerindo ao aluno que faça uma comparação entre os círculos, sabendo que o diâmetro do maior possui duas vezes o tamanho do diâmetro do menor.

Figura 9 – Recorte das Questões 18 e 21 da seção Problemas e Exercícios para casa

18. O raio de uma circunferência mede 12 cm. Calcule o comprimento de um arco dessa circunferência determinado por um ângulo central de  $30^\circ$ . Dê a resposta em função de  $\pi$ , ou seja, a resposta será  $3\pi$ , ou  $5,7\pi$ , ou algo parecido.

21. A praça circular do mapa a seguir tem centro O e diâmetro de 40 m.



a) Uma pessoa que se encontra nessa região quer ir do ponto A ao B pelo caminho mais curto. Ela deve andar pelo contorno da praça ou fazer o percurso AO e depois OB? Por quê?

b) Outra pessoa quer ir de B para C. Neste caso, qual é o caminho mais curto? Sem pisar no jardim, é claro.

(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.281, 8º Ano)

As duas questões da Figura 9 abordam arcos de circunferências apresentados com ângulos medidos em graus. A Questão 18 envolve o mesmo raciocínio utilizado na resolução da Questão 16 da seção “Problemas e Exercício”, vista anteriormente. A mudança feita é apenas quando é pedido para deixar a resposta em função de  $\pi$ , em vez de substituir a constante por 3,14.

Já a Questão 21 traz como foco a comparação entre medidas, fazendo com que o aluno realize cálculos envolvendo a medida do diâmetro, raio e perímetro da circunferência da ilustração.

Figura 10 – Recorte da Questão 19 da seção Problemas e Exercícios para Casa.

19. Arquimedes — grande matemático e cientista da Grécia antiga, que viveu no século III a.C. — usava o valor  $\frac{22}{7}$  para  $\pi$ . As calculadoras científicas são programadas com um valor mais preciso, mostrado ao lado. O valor usado por Arquimedes é correto até os centésimos? Até os milésimos? (Dica: Use uma calculadora comum para responder.)

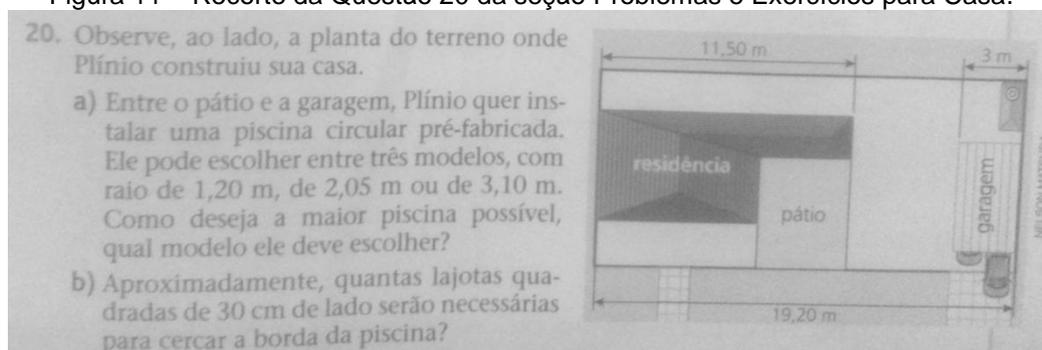


(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.281, 8º Ano).

Nesse problema 19, o livro mostra uma breve história de como o matemático Arquimedes representava o número  $\pi$  no século III a.C., fazendo uma comparação entre os algarismos decimais com outra representação do número  $\pi$ , usando uma calculadora científica, conforme a figura 10.

A questão envolve outra área da Matemática, o sistema de numeração decimal. Através da análise dos resultados obtidos, ele perceberá que o valor para o número  $\pi$  representado pela fração de Arquimedes é igual ao resultado da calculadora científica até o algarismo dos centésimos, alterando a partir dos milésimos.

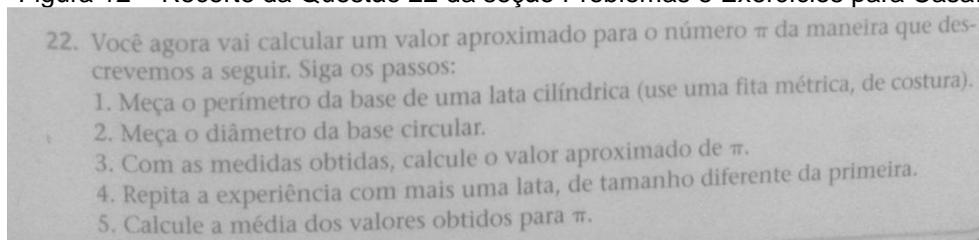
Figura 11 – Recorte da Questão 20 da seção Problemas e Exercícios para Casa.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.281, 8º Ano).

Para encontrar a solução do problema da Figura 11, o aluno deve descobrir a medida do espaço onde ficará a piscina, entre o pátio e a garagem, para escolher o tamanho apropriado entre as três opções de piscina que Plínio tem para comprar. A questão aborda novamente a relação entre o raio e o diâmetro de uma circunferência.

Figura 12 – Recorte da Questão 22 da seção Problemas e Exercícios para Casa.

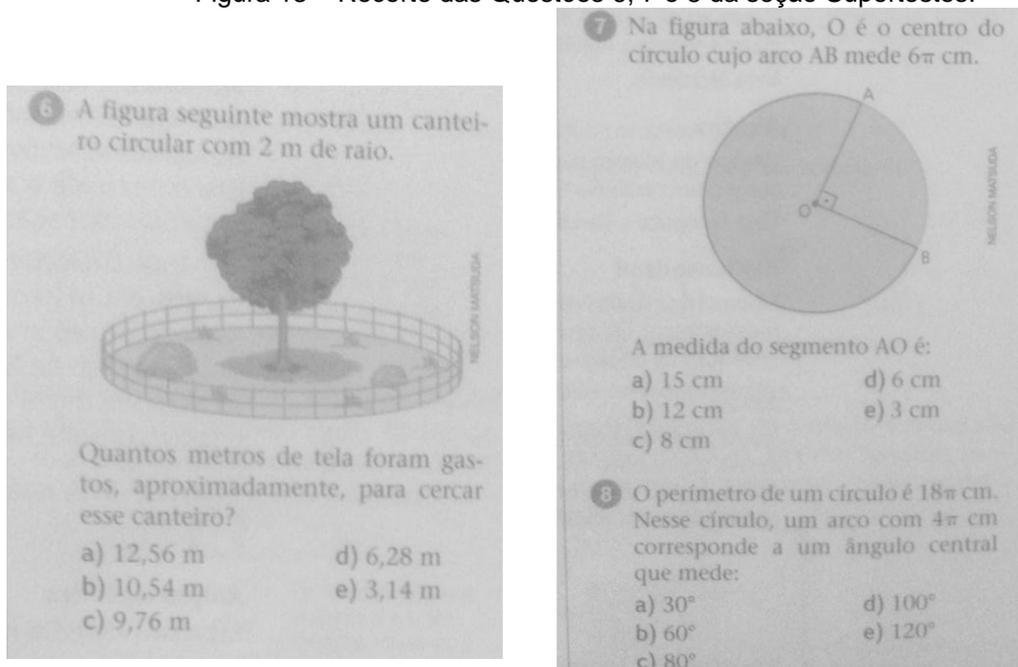


(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.281, 8º Ano).

Essa última questão exposta na Figura 12 da seção “Problemas e Exercícios para Casa”, o livro elabora uma série de perguntas para que aluno realize uma investigação que possa chegar a um valor médio para o número  $\pi$ . Para o experimento, o aluno utilizará itens de fácil acesso, como latas de diferentes tamanhos e uma fita métrica, podendo ser substituída por um barbante e uma régua.

Outra seção do livro são os “Supertestes”, que traz exercícios focando os principais exames nacionais. São constituídos de recurso para autoavaliação do aprendizado ou de estudo extra e servem como um meio para desenvolver a autonomia dos alunos como mostra as questões a seguir:

Figura 13 – Recorte das Questões 6, 7 e 8 da seção Supertestes.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.283, 8º Ano).

O livro dispõe desses três problemas de múltipla escolha apresentados na Figura 13. A questão 6 faz referência a aplicação da fórmula do perímetro da circunferência, dados a medida do seu raio. O problema 7 também utiliza a fórmula, porém o propósito é encontrar a medida do diâmetro, tendo apenas como dado a medida do arco AB. E o último, o problema 8, que tem como solução o ângulo que corresponde a um arco da circunferência.

Uma das últimas seções do livro é o “Dicionário”, nessa seção os autores mostram um conteúdo amplamente ilustrado, trazendo muitos termos e expressões usuais no estudo da Matemática, explicando os conceitos de maneira acessível ao aluno.

O número  $\pi$  é exposto da seguinte forma:

1. Letra do alfabeto grego, cujo símbolo é  $\pi$  (minúscula) ou  $\Pi$  (maiúscula).
2. Nome de um número importante em Matemática. Esse número é o quociente da divisão do perímetro de uma circunferência pela medida de seu diâmetro. Portanto, o perímetro  $p$  de uma circunferência de raio  $r$  é dado pela fórmula  $p = 2 \cdot \pi \cdot r$

O valor aproximado desse número é 3,1416. (IMENES & LELLIS, 2012, p.299, 8ºano).

De forma geral, o livro trouxe, através de uma linguagem simples e objetiva, a introdução do conceito do número  $\pi$  expondo situações em que seu uso é fundamental. Sua estrutura proporciona uma clareza nas ideias através de exemplos envolvendo o cotidiano em que os alunos estão inseridos. Os exercícios proporcionam níveis de dificuldades graduais, que levam o aluno a desenvolver métodos investigativos para chegar às soluções.

Ainda em relação às atividades propostas pelo livro, os autores desenvolvem contextos para a aplicação do número, utilizando um valor aproximado, em diversos campos da Matemática e outras ciências. Dessa forma, o aluno compreende seu papel tanto em figuras na geometria como em construções da arquitetura e da marcenaria.

### CAPÍTULO III - ANÁLISE DO LIVRO DO 9º ANO

A primeira abordagem do número  $\pi$  nesse último livro é no Capítulo 9, sobre trigonometria e aplicações. Após estudar todas as relações trigonométricas e os conceitos fundamentais dos polígonos regulares inscritos e circunscritos, o livro propõe um item inteiramente voltado ao estudo do perímetro e área do círculo.

Primeiramente, ele faz uma breve revisão das relações entre o perímetro e o diâmetro das circunferências trazidas no livro do 8º ano da mesma coleção, retomando a mesma experiência, ou seja, medindo o comprimento do perímetro de uma circunferência com diâmetro de 4 cm, encontrando o valor de 12,6, que é aproximadamente 3,1 vezes o tamanho do diâmetro.

Assim, através da mesma verificação em outras circunferências de tamanhos diferentes, ele conclui que para qualquer circunferência, a razão entre a medida do perímetro e a medida do diâmetro tende a uma única constante, que recebe o nome de uma letra grega  $\pi$ . Essa razão é ser expressa da seguinte forma:

$$\pi = P/d \rightarrow P = \pi \cdot d \quad \text{ou} \quad P = 2 \cdot \pi \cdot r \quad (P=\text{perímetro}; d=\text{diâmetro}; r=\text{raio})$$

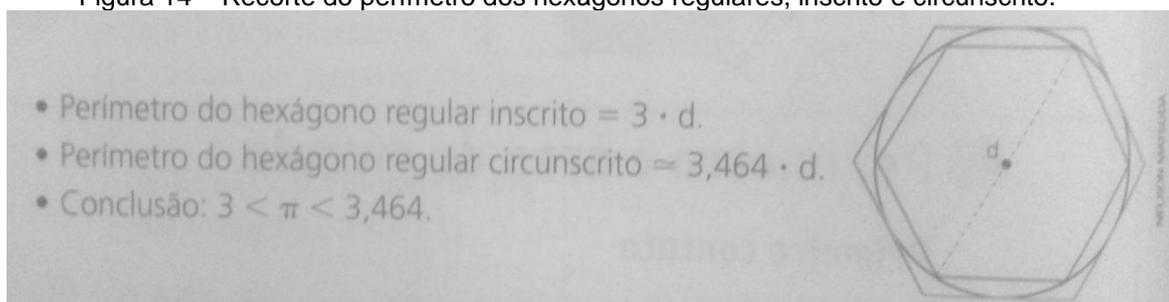
Diferentemente do livro anterior, nesse os autores fazem uma breve passagem mostrando uma das formas de se encontrar com mais precisão o valor de  $\pi$ .

Uma das ideias para obter o perímetro do círculo por meios exclusivamente matemáticos usa cálculos relativos a polígonos regulares inscritos e circunscritos em um círculo, como vimos no item anterior (começo do capítulo).

Considere, por exemplo, um hexágono regular inscrito e um hexágono regular circunscrito a um círculo de diâmetro  $d$ . Podemos calcular os lados desses polígonos e depois seus perímetros, Não mostraremos os detalhes. Veja apenas os resultados: (IMENES & LELLIS, 2012, p.196, 9ºano)

A representação dos resultados em relação aos perímetros dos hexágonos regulares inscritos e circunscritos é mostrada na figura a seguir:

Figura 14 – Recorte do perímetro dos hexágonos regulares, inscrito e circunscrito.



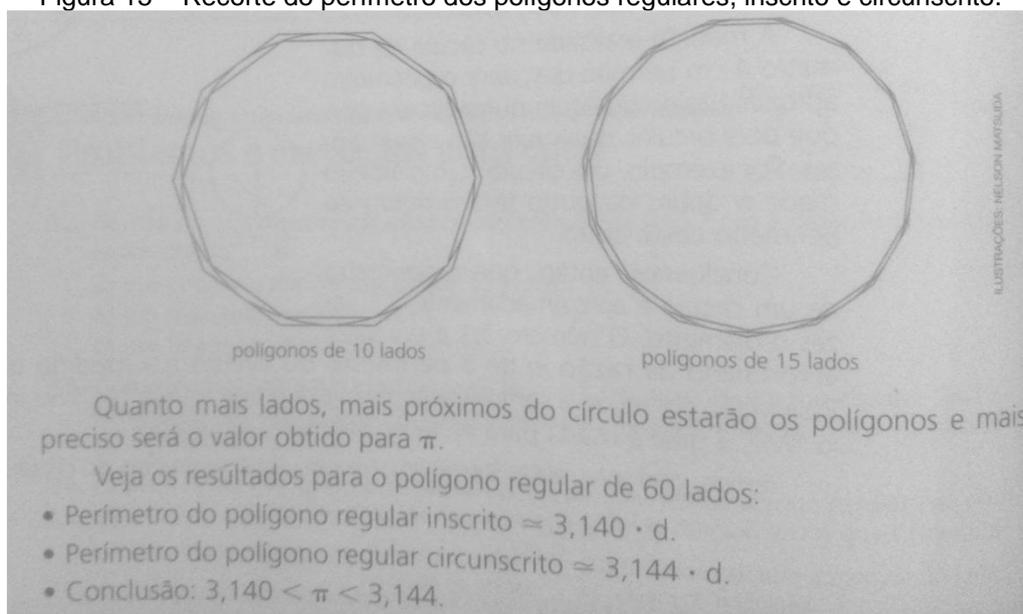
(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.196, 9º Ano).

Aqui já podemos concluir que o perímetro  $P_c$  do círculo é maior que  $3 \cdot d$  e menor que  $3,464 \cdot d$ . Disso conclui-se que  $\pi$  é um número entre 3 e 3,464, ou seja,  $3 < \pi < 3,464$  (3 é menor que  $\pi$ , o qual é maior que 3,464).

Para obter um valor mais preciso de  $\pi$ , devemos calcular perímetros de polígonos inscritos e circunscritos mais próximos do círculo. Veja estes casos: (IMENES E LELLIS, 2012, p.196, 9ºano)

O livro apresenta esses dados envolvendo os perímetros dos polígonos regulares inscritos e circunscritos e seus resultados por aproximação na figura 15.

Figura 15 – Recorte do perímetro dos polígonos regulares, inscrito e circunscrito.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.196, 9º Ano).

Aumentando mais o número de lados, concluiremos que  $\pi \approx 3,141592$ . Embora esse ainda seja um valor aproximado, é bem mais preciso que o valor inicial que tínhamos. (IMENES & LELLIS, 2012, p.196, 9ºano)

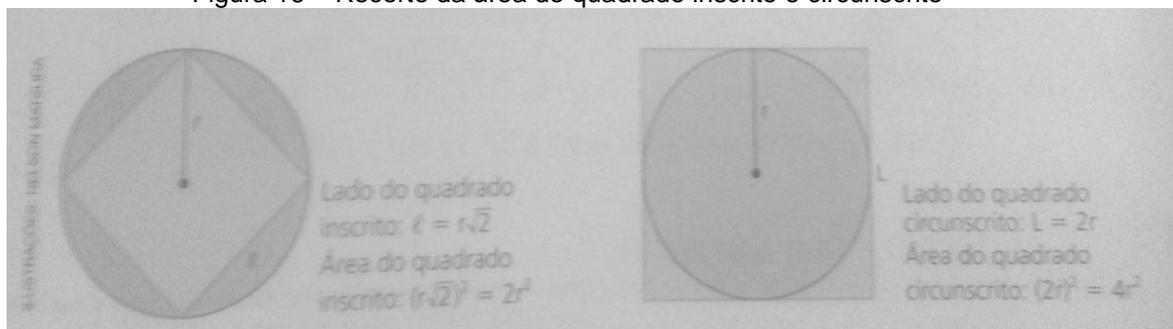
Claramente, o autor trouxe de forma explicitada a ideia de Arquimedes, que nasceu na cidade de Siracusa, em 287 a.C.

O método de Arquimedes para o cálculo do perímetro da circunferência era baseado no seguinte princípio: Arquimedes construiu uma circunferência e dois triângulos equiláteros, um inscrito e outro circunscrito à circunferência.

Então ele concluiu que o perímetro da circunferência era um número entre os perímetros dos triângulos inscrito e circunscrito. A partir dos triângulos, construiu dois polígonos regulares de seis lados e seguiu com o procedimento sempre dobrando o número de lados do polígono anterior fazendo assim polígonos regulares de 12, 24, 48 e 96 lados. Desse modo Arquimedes obteve um valor para  $\pi$  igual a aproximadamente 3,14. (LAURENTINO, 2013, pp 43-44)

O número  $\pi$  também é utilizado na formalização no conceito de área de círculos, trabalhando a mesma ideia com polígonos regulares inscritos e circunscritos observada na Figura 16.

Figura 16 – Recorte da área do quadrado inscrito e circunscrito



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.197, 9º Ano).

Observando as informações mostradas na Figura 16 e levando em consideração as análises realizadas na formalização do conceito de perímetro vista anteriormente, os autores propõem o desenvolvimento da fórmula da área de círculos.

Com esses resultados, já se percebe que a área do círculo ( $A_c$ ) é um número entre  $2r^2$  e  $4r^2$ , ou seja,  $2r^2 < A_c < 4r^2$ .

No caso dos hexágonos regulares, inscritos e circunscritos, obtemos:  $3r^2 \frac{\sqrt{3}}{2} < A_c < 2r^2 \sqrt{3}$ . Esses são valores exatos; calculando as raízes, temos os valores aproximados:  $2,598r^2 < A_c < 3,464r^2$

Saltando para as áreas dos polígonos regulares, inscritos e circunscritos, de 180 lados, obtemos  $3,140r^2 < A_c < 3,142r^2$

Agora, não só temos uma aproximação melhor para  $A_c$ , como também percebemos novamente a presença do  $\pi$ ! O número que multiplica  $r^2$  aproxima-se de  $\pi$ , tanto na área dos polígonos inscritos quanto na área dos circunscritos. Quanto maior for o número de lados desses polígonos, mais próximos da área do círculo estaremos. Daí a fórmula:  $A_c = \pi \cdot r^2$  (IMENES & LELLIS, 2012, p.197, 9ºano)

Esses processos apresentados no livro para descobrir um novo conceito matemático, através de suposições e tentativas, poderão ser construtivos para concepção dos alunos em compreender os métodos de resolução que posteriormente serão utilizados. Não é apenas decorar uma fórmula matemática, mas compreender seu significado.

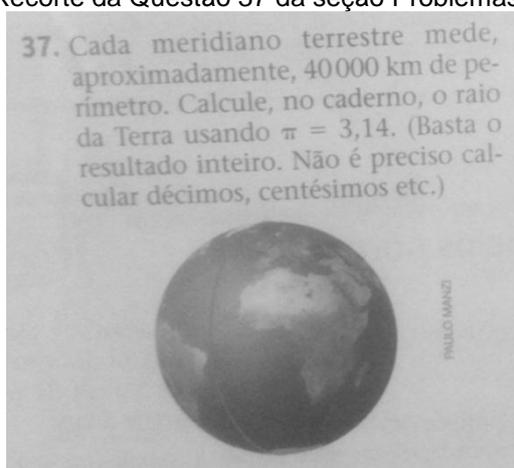
Na seção “Conversar para Aprender”, o autor sugere oito perguntas para serem debatidas em sala de aula.

- a. Dê exemplos de uma situação prática em que seja necessário o cálculo do perímetro da circunferência.
- b. Como encontrar um valor aproximado para  $\pi$  fazendo medições?
- c. Qual dos dois se aproxima mais do perímetro da circunferência: O perímetro do hexágono regular inscrito ou o perímetro do hexágono regular circunscrito?
- d. Para calcular o perímetro da circunferência de maneira aproximada pode-se usar um polígono regular inscrito de seis lados. Mas um polígono de 60 lados fornece resultado mais preciso. Por quê?
- e. Qual é a fórmula da área do círculo em função de  $r$ ? E em função de  $d$ ?
- f. Qual das duas aproxima-se mais da área do círculo: a área do quadrado inscrito ou a do quadrado circunscrito?
- g. Como é que  $\pi$  aparece quando procuramos calcular a área do círculo?
- h. Pode-se escrever uma fórmula para a área de um setor circular de raio  $r$  correspondente a um ângulo central que mede  $x$  graus. Pense e descubra como é essa fórmula. (IMENES & LELLIS, 2012, p. 198, 9ºano)

Na conclusão do capítulo, o livro novamente traz três seções de exercícios, cada um com objetivos diferentes que já foram analisados anteriormente nesse trabalho. A primeira seção é a dos “Problemas e Exercícios” que são realizados em sala de aula individualmente ou em grupos de estudo orientados pelo professor.

Mais uma vez o livro sugere que para resolver os problemas, os alunos utilizem o valor aproximado de  $\pi$  como 3,14, com exceção se for indicado algum outro valor no enunciado das situações-problemas. Como se pode perceber na Figura 17, a seguir:

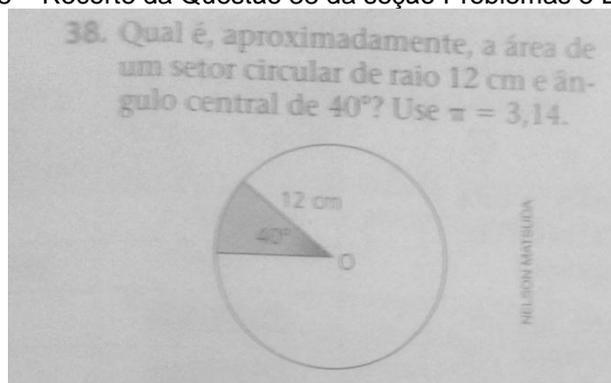
Figura 17 – Recorte da Questão 37 da seção Problemas e Exercícios.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.199, 9º Ano).

A Questão 37 aborda a interdisciplinaridade da Matemática com outra ciência, a geografia. Problemas que abordam outras disciplinas podem construir de forma significativa um aprendizado mais dinâmico e contextual. O objetivo do problema é levar o aluno a utilizar a aplicação da fórmula com os dois valores dados, o perímetro e o  $\pi$ , encontrando o valor do terceiro, ou seja, o raio.

Figura 18 – Recorte da Questão 38 da seção Problemas e Exercícios.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.199, 9º Ano).

Nesse problema da Figura 18 é necessário calcular a área do setor dado, sabendo que o mesmo tem ângulo de  $40^\circ$ , chegando à solução através da decomposição do círculo em setores iguais. O aluno poderá utilizar a proporcionalidade para encontrar o resultado.

Figura 19 – Recorte das Questões 39 e 40 da seção Problemas e Exercícios.

39. Calcule o perímetro e a área da região azul na figura. A linha curva é um arco de circunferência com centro D.

Resolução  
O arco  $\widehat{AC}$  corresponde a um setor circular de  $90^\circ$ , com centro em D. Esse setor é  $\frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}$  do círculo. Assim, temos:

- comprimento de  $\widehat{AC}$ :  
 $\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 20 \text{ cm} = 10\pi \text{ cm};$
- perímetro da região azul:  
 $(20 + 20 + 10\pi) \text{ cm} = (40 + 10\pi) \text{ cm} = 10(4 + \pi) \text{ cm};$
- área do setor circular:  
 $\frac{1}{4} \cdot \pi \cdot 20^2 \text{ cm}^2 = 100\pi \text{ cm}^2;$
- a área da região azul (área do quadrado menos a do setor):  
 $(20^2 - 100\pi) \text{ cm}^2 = 100(4 - \pi) \text{ m}^2$

40. Aplique o que você aprendeu no problema 39 e obtenha o perímetro e a área da região verde da figura, sabendo que as linhas curvas são arcos de circunferências de mesmo raio, com centros em A e B.

(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.199, 9º Ano).

Os dois problemas da Figura 19 possuem o mesmo caráter investigativo, a decomposição de uma figura plana em diferentes partes, possuindo juntas as mesmas áreas da figura original. O cálculo também envolve setores circulares de acordo com a amplitude do ângulo dado.

Figura 20 – Recorte da Questão 41 da seção Problemas e Exercícios.

41. Três fios de arame têm o mesmo comprimento: 120 cm. Com um deles se faz um quadrado; com os outros, um hexágono regular e uma circunferência. As três figuras terão o mesmo perímetro de 120 mm.



a) Calcule a área delimitada pelo quadrado de arame.  
 b) Calcule a área delimitada pelo hexágono de arame. (*Dica:* Decomponha o hexágono em triângulos equiláteros. Depois, calcule a altura de cada triângulo usando a fórmula  $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ . Depois, ... Use  $\sqrt{3} = 1,73$ .)  
 c) Calcule a área delimitada pela circunferência, para  $\pi = 3,14$ .  
 d) Qual das três figuras cercadas com o arame de 120 cm apresenta a maior área?

(Fontes: IMENES & LELLIS, 2012, p.199 e 200, 9º Ano).

Nessa questão 41, o livro procura levar o aluno, através de uma análise comparativa, a encontrar a solução entre as opções dadas. Para resolver o problema deve também ser considerado o conceito de área das diferentes figuras planas.

Figura 21 – Recorte da Questão 42 da seção Problemas e Exercícios.

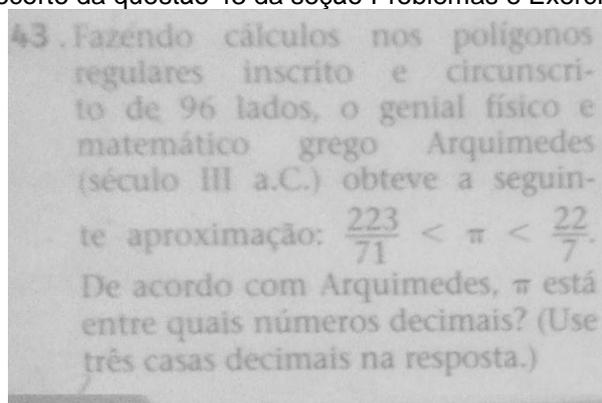
42. Os matemáticos chegaram às fórmulas  $P_C = 2\pi r$  e  $A_C = \pi r^2$  fazendo cálculos, em vez de medições de perímetros ou áreas. Explique que cálculos são esses, que medidas foram calculadas para se chegar às fórmulas. (*Dica:* Você pode começar assim: "Para obter o perímetro do círculo, foram calculadas as medidas dos lados de...".)

(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.200, 9º Ano).

Essa última atividade da seção (Figura 21), os autores realizam uma verificação do conhecimento que o aluno construiu em relação à formalização das equações do perímetro e área dos círculos, mostradas ao longo do capítulo. A questão traz a possibilidade de debates construtivos a partir do momento que as respostas obtidas em sala de aula são individuais.

Na próxima seção de atividades, “Problemas e Exercícios para Casa”, é sugerido ao aluno oito questões para serem resolvidas fora do ambiente escolar. O livro faz uma observação no início da atividade, comentando sobre o uso da calculadora em algumas questões específicas.

Figura 22 – Recorte da questão 43 da seção Problemas e Exercícios para Casa.

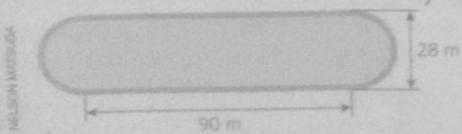


(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.200, 9º Ano).

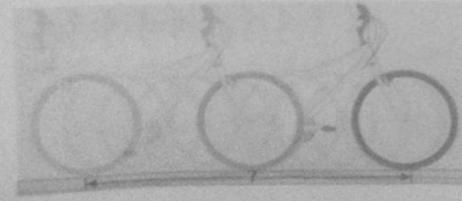
A Figura 22 mostra uma questão que envolve tanto a história do número  $\pi$ , com sua formalização por Arquimedes, como as relações com o sistema de numeração decimal. Para chegar à solução, análises deverão ser realizadas a partir dos algoritmos decimais encontrados na divisão das frações.

Figura 23 – Recorte das Questões 44, 45 e 48 da seção Problemas e exercícios para casa.

44. Calcule o comprimento aproximado da pista de atletismo. Os trechos curvos são metades de circunferências (ou semicircunferências). Em seus cálculos, use  $\pi = \frac{22}{7}$ .



45. O raio da roda de uma bicicleta mede 40 cm. Responda às questões dando o resultado em metro, com uma casa decimal.



48. A trajetória da Lua em torno da Terra corresponde, aproximadamente, a uma circunferência de raio  $3,844 \times 10^5$  km. Responda, no caderno, com valores aproximados, usando a notação científica:

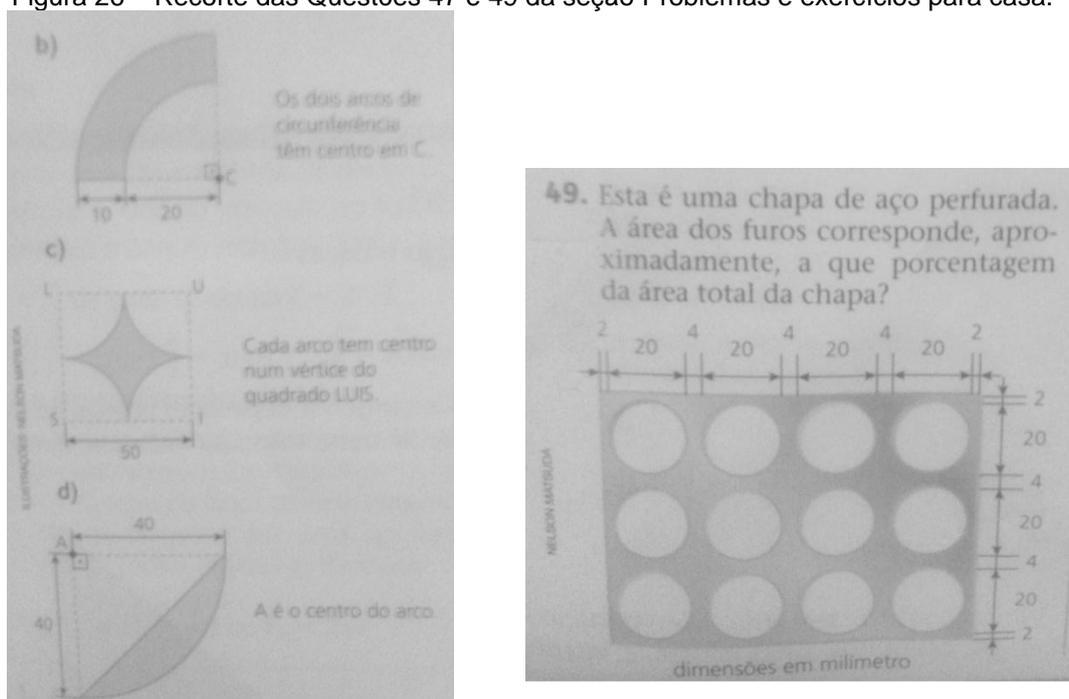
- Qual é a distância percorrida pela Lua num giro completo em torno da Terra?
- Esse giro se completa em aproximadamente 28 dias. Quantos quilômetros de sua órbita a Lua percorre em 1 dia?

(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.200, 9º Ano).

Três questões que abordam o mesmo conceito: o cálculo do perímetro da circunferência. No primeiro caso, além do perímetro, o aluno deve acrescer os comprimentos dos trechos que ligam as semicircunferências da pista de atletismo, dados que para resolver a questão deve-se trabalhar o número  $\pi$  como  $\frac{22}{7}$ . A segunda traz a aplicação da fórmula obtida no Capítulo 9 para determinar o perímetro da roda de uma bicicleta. A terceira, além de envolver a utilização da fórmula de perímetro, aborda conceitos de notação científica dentro da Matemática como também a astronomia.



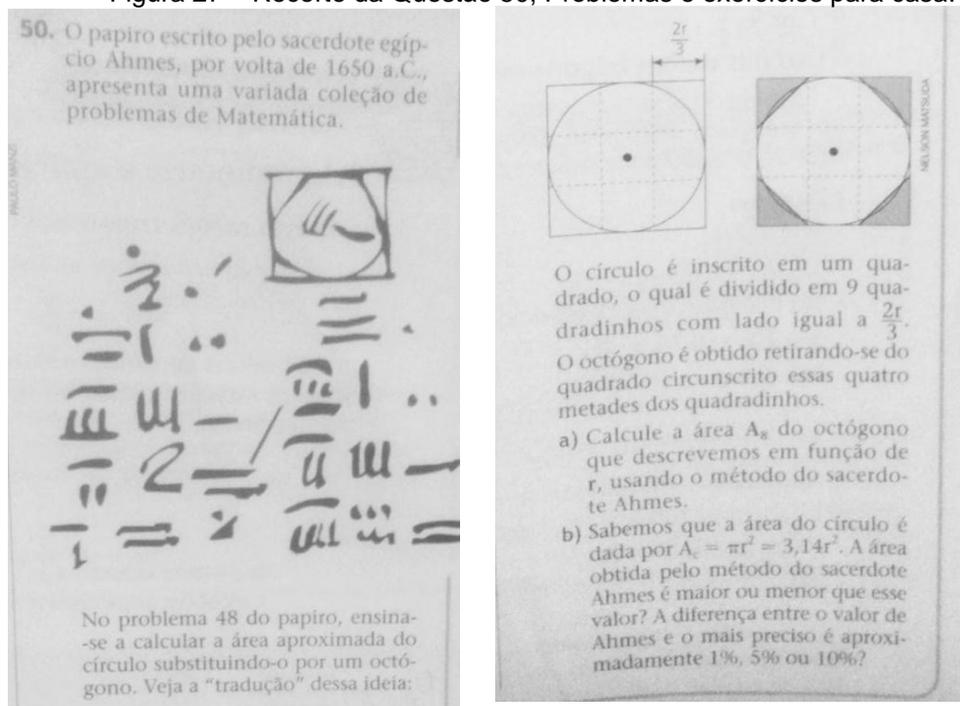
Figura 26 – Recorte das Questões 47 e 49 da seção Problemas e exercícios para casa.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.201, 9º Ano).

Os dois problemas (Questões 47 e 49) enfocam, como visto na Questão 39 da seção anterior, a decomposição de superfícies planas. As duas questões conduzem o aluno a desenvolver métodos que facilitem a resolução envolvendo as fórmulas de áreas de superfícies planas.

Figura 27 – Recorte da Questão 50, Problemas e exercícios para casa.

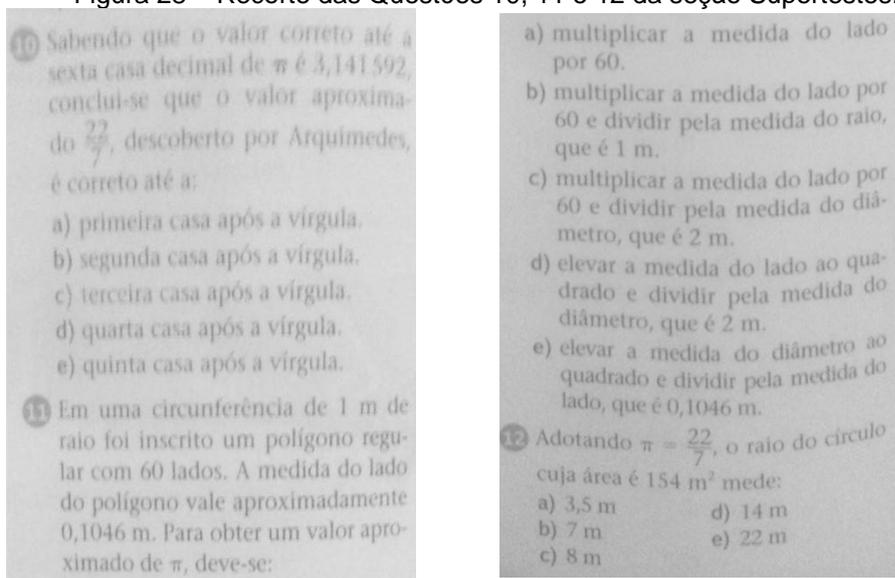


(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.201, 9º Ano).

Os autores expõem nesse problema, da Figura 27, curiosidades em relação ao método utilizado pelo egípcio Ahmes para o cálculo aproximado da área dos círculos, comparando-os com octógonos. Nesse contexto, o aluno desenvolverá comparações entre o método egípcio e a fórmula usual estudada.

Na conclusão do capítulo, o livro dispõe da seção dos “Supertestes”, que traz questões objetivas, direcionadas para as avaliações externas. São apresentados três problemas envolvendo o número  $\pi$  e suas relações no contexto matemático.

Figura 28 – Recorte das Questões 10, 11 e 12 da seção Supertestes.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.204, 9º Ano)

A Questão 10 proporciona comparações envolvendo os algarismos decimais entre o valor de  $\pi$  até sua sexta casa decimal com o valor aproximado encontrado por Arquimedes. O objetivo da Questão 11 é verificar o conhecimento construído pelo aluno no processo de formalização do número  $\pi$ , utilizando o método dos polígonos regulares inscritos na circunferência. E a última questão aborda a aplicação do número  $\pi$ , descrito no problema como  $\frac{22}{7}$ , através da fórmula de área do círculo para a identificação do seu raio.

No Capítulo 12, o livro aborda o conceito dos números irracionais, que até o momento não havia sido apresentado na coleção. Verificando os números racionais, os autores indagam a possibilidade da existência de dízimas não periódicas. Para exemplificar seu questionamento, ele mostra alguns exemplos estudados no livro como  $\sqrt{2}$  e  $\pi$ .

Números que não podem ser gerados pela divisão de números inteiros, ou seja, que não são racionais. Formam o conjunto dos números irracionais. Embora não exista um símbolo matemático específico para indicar esse conjunto, para facilitar a comunicação vamos representá-lo por  $I$ . (IMENES & LELLIS, 2012, p. 254, 9ºano)

Nesse mesmo capítulo, o livro traz uma importante referência sobre a história do número  $\pi$ , verificada na análise desse trabalho. Com o título “O mistério de  $\pi$ ”, ele menciona toda a importância desse número irracional na Matemática como também em outras ciências, relatando sua evolução durante a história até o ano de 1946.

O  $\pi$  é um dos números mais usados em Matemática, aparecendo em fórmulas relativas a círculos, cilindros, cones, esferas, elipses e em domínios tão distantes entre si quanto a Estatística ou as equações das ondas eletromagnéticas.

Eis o  $\pi$ , com 30 casas decimais corretas:

3,141592653589793238462643383279

O empenho em determinar o valor exato desse número tão famoso tem uma longa história, de mais de 2500 anos!

No velho testamento da Bíblia, há um trecho sobre o palácio do rei Salomão em que considera que  $\pi = 3$ . Muito mais tarde, por volta de 250 a.C., Arquimedes concluiu que  $\pi$  valia aproximadamente  $22/7$ . Quando os matemáticos dominaram a Álgebra, no século XVII, apareceram novos métodos para calcular  $\pi$ , e a precisão aumentou muito, mas ninguém chegou ao final. Por que ninguém conseguia encontrar o valor exato?

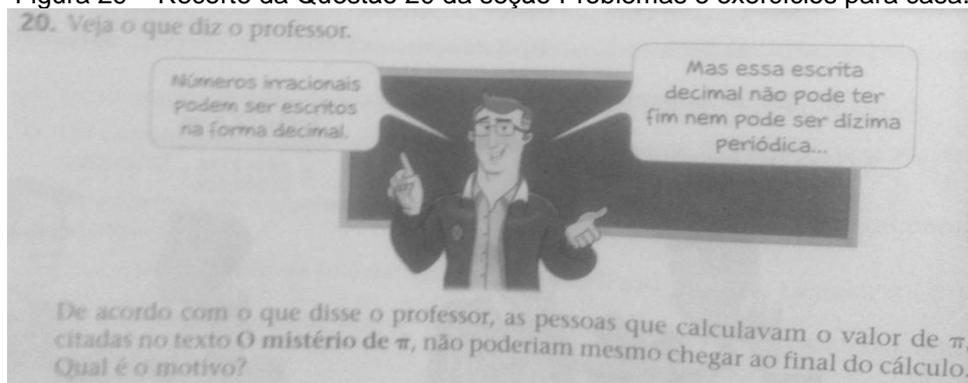
O motivo apareceu no século XVIII, quando o matemático francês Jean Henri Lambert provou que  $\pi$  é um número irracional, ou seja, que tem infinitas casas decimais e que, portanto, é impossível escrever seu valor exato na forma decimal.

Mesmo assim, os calculadores de  $\pi$  não desistiram. O inglês William Shanks anunciou, em 1874, ter calculado 707 casas decimais do número! Em sua homenagem, um museu parisiense gravou esse valor com 708 algarismos (o três inicial mais os valores à direita da vírgula) na parede de uma sala circular.

Curiosamente. Em 1946, D. F. Ferguson, usando uma calculadora mecânica, descobriu que Shanks errara a 528ª casa e conseqüentemente todas as seguintes. O museu teve que refazer a inscrição na parede. (IMENES & LELLIS, 2012, p. 255, 9ºano)

Na seção “Problemas e Exercícios para Casa” desse capítulo, o número  $\pi$  é abordado na Questão 20, através de um questionamento feito pelo professor da ilustração sobre o cálculo com números irracionais, relacionando-os com o texto “O mistério de  $\pi$ ”.

Figura 29 – Recorte da Questão 20 da seção Problemas e exercícios para casa.



(Fonte: IMENES & LELLIS, 2012, p.258, 9º Ano).

De maneira geral, o livro abordou, de forma significativa, toda formalização do conceito do número  $\pi$  através do estudo com área de círculos e perímetro de circunferências, como também, por meio do estudo envolvendo o conjunto dos números irracionais. Os exercícios foram propostos com a finalidade de promover análises investigativas em relação a problemas contextuais, principalmente aqueles que proporcionam a interdisciplinaridade entre outras áreas do conhecimento.

Os problemas referentes às avaliações externas também cumpriram seus objetivos, trabalhando de forma direta a aplicação das fórmulas estudadas. Desse modo, os três tipos de atividades foram elaborados para desenvolver diferentes habilidades da educação matemática, proporcionando a realização de estimativas, aproximações, comparações, algoritmos, entre outras.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com a análise apresentada, a coleção traz uma abordagem significativa e de forma diferenciada em relação à formalização e aplicação do número  $\pi$ . Os autores se propuseram a realizar um trabalho que levasse o aluno a desenvolver concepções críticas e analíticas sobre os conteúdos, proporcionando investigações, experiências, resolução de problemas envolvendo elementos do seu cotidiano e discursões para debates em sala de aula.

Em relação ao conceito do número  $\pi$ , este foi introduzido no livro do 8º ano quando a fórmula do comprimento da circunferência foi apresentada. A experiência realizada para desenvolver essa fórmula ocorreu utilizando materiais do cotidiano, possibilitando o próprio docente a propor sua realização com seus alunos. O processo para definição do número  $\pi$  não foi feito de forma direta, mas sendo construído paulatinamente. Por se tratar de um número irracional, o mesmo foi mostrado através de aproximações, resultado da relação do comprimento do perímetro com o diâmetro das circunferências.

No livro do 9º ano, o número  $\pi$  aparece em dois contextos diferentes. O primeiro foi através do estudo com área de círculos e perímetro de circunferências. Nesse capítulo, a formalização da equação de perímetro, vista no livro anterior, e da área foram expostas através do método de Arquimedes, utilizando a ideia de polígonos regulares inscritos e circunscritos. Dessa forma, o aluno poderá compreender o surgimento e o motivo de sua aplicação nas fórmulas usadas em exercícios posteriores.

O segundo contexto apresentado foi em relação ao número  $\pi$  como um exemplo de número irracional. Nesse capítulo, o aluno assimila que  $\pi$  não pode ser expresso como uma fração, por se tratar de uma dízima não periódica, representado através de valores aproximados.

Em relação à abordagem histórica, a coleção dispõe de textos, ilustrações e problemas expondo os procedimentos utilizados para chegar ao seu valor. O método de Arquimedes foi, em diversos momentos, proposto para o desenvolvimento das fórmulas com círculos e circunferências, como também para a

análise comparativa entre o seu valor representado por números decimais com os resultados precisos de calculadoras científicas.

No texto “O mistério de  $\pi$ ” temos uma referência histórica mais expressiva do número  $\pi$  em toda a coleção. Nele é apresentada uma parte do processo evolutivo que foi desenvolvido para que hoje possa ser representado com aproximações decimais “mais precisas”. O objetivo dos autores foi apresentar curiosidades que proporcionassem uma maior aproximação dos alunos com esse número irracional.

O texto também traz uma abordagem contextual desse número com outras áreas da própria matemática, descrevendo também sua importância em fórmulas relativas a outras ciências. Esse contexto foi bastante apresentado ao longo de toda a análise desse trabalho. É notável que o processo metodológico no desenvolvimento da coleção levou em consideração o cotidiano dos alunos, através da exposição de textos, exemplos, experiências e problemas com linguagens usuais e contextualizadas.

Os problemas e exercícios reforçaram conceitos relacionados às fórmulas expostas e suas aplicações. Apresentadas em níveis apropriados, as questões abordaram conceitos variados dentro da Matemática, como o sistema de numeração decimal, geometria plana e medidas de ângulos e arcos.

Alguns problemas são propostos como sequências didáticas, levando o aluno a desenvolver vários procedimentos, através de etapas ligadas entre si para tornar mais significativo o processo na construção do conhecimento.

A ideia dos autores em dispor de três tipos de atividades com finalidades diferentes é algo a ser destacado. Através destas, o professor pode realizar debates durante as resoluções, fazendo com que os alunos desenvolvam métodos investigativos para chegar às soluções apropriadas.

A coleção trabalhou os critérios propostos pelos PCN relacionados à educação matemática, envolvendo o aluno em atividades contextualizadas no âmbito escolar. As mudanças relacionadas à nova metodologia em ensino espiral, proposta pelos autores, podem levar de início a alguns questionamentos, porém sua abordagem é resultado das pesquisas na implantação de novas ideias que comprovam a formação de estudantes mais autônomos, optativos e criativos.

Por fim, a pesquisa também proporcionou uma série de questões que podem servir como objeto de estudo em trabalhos posteriores, contribuindo de maneira relevante na área da educação matemática ou em outras áreas do conhecimento. Por exemplo, a presença do número  $\pi$  dentro da Física ou da Estatística, a elaborações de pesquisas históricas referentes aos números irracionais apresentados como incomensuráveis, análises bibliográficas de outras coleções em relação à abordagem do  $\pi$ , estudo sobre as diversas formalizações da equação de área e perímetro de circunferências, entre outras.

## REFÊRENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL; **Guia de livros didáticos: PNLD 2011: Matemática.** – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. 96 p.

BRASIL. **Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências.** Decreto n.º 91.542 de 19 de agosto de 1985.

Disponível em:

<http://legis.senado.gov.br/legislacao/ListaTextoIntegral.action?id=205418&norma=218965>

Acesso em: Jul. 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF. 1998.

BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A.; OLIVARES, A. **Matemática. Fazendo a Diferença.** São Paulo: Editora FTD, 4 volumes, PNLD 2008

BORTOLETTO, A. R. S. **Reflexões relativas às definições do número  $\pi$  e à presença da sua história em livros didáticos de matemática do ensino fundamental.** Piracicaba: UNIMEP, 2008. Dissertação - Programa de Pós-Graduação em Educação da UNIMEP, Piracicaba, 2008

DUARTE, M. da C. **A história da Ciência na prática de professores portugueses: implicações para a formação de professores de ciências.** *Revista Ciência & Educação*, v. 10, n. 3, p. 317—331, 2004.

FRAGA, F. G. **O Número  $\pi$ .** Belo Horizonte: UFMG - Instituto de Ciências Exatas - Departamento de Matemática, Belo Horizonte, 2006.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática: Imenes & Lellis**. São Paulo: Editora Moderna, 4 volumes, PNLD 2011.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática para Todos**. São Paulo: Editora Scipione, 4 volumes, PNLD 2008-2010

LAJOLO, M. Enfoque: **Qual é a questão? Livro Didático: Um (quase) manual de usuário**. Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

LAURENTINO, C. B. **Números irracionais: Uma visão mais ampla para o professor da educação básica**. Ceará: UECE, 2013. Dissertação - Curso de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional - PROFMAT da Universidade Estadual do Ceará. 2013.

MATTHEWS, M. R. História, **filosofia e ensino de Ciências: a tendência atual de reaproximação**. *Caderno Catarinense do Ensino de Física*, v. 12, n.3, p.164-214. Florianópolis, 1995.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POMMER, W. M. **Números irracionais no ensino fundamental: Uma análise em livros didáticos**. VIII E P A E M - Encontro Paraense de Educação Matemática: Faces da História da Matemática e da Educação Matemática na Amazônia. Belém. 2011.

POMMER, W. M.; POMMER, C. P. C. R. **Interfaces da educação: A abordagem de alguns números irracionais notáveis nos livros didáticos do ensino fundamental e médio**. Paranaíba, v.2, n.6, p.5-22, 2012.

RIPOLL et al. **Números Irracionais, Transcendentes e Algébricos: A existência e a densidade dos números**. Canos, vol.4, n.1, p.85-89, jan/jun. 2002.

WENDPAP, Gabriela Wendpap; BASTIANI Fernanda De; GUZZO Sandro Marcos, Cascavel. **Uma abordagem histórico-matemática do número pi ( $\pi$ )**, XXII SEMANA ACADÊMICA DA MATEMÁTICA, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas – UNIOESTE – Campus de Cascavel, 2008.