



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FABIANE PEREIRA DOS SANTOS

**CONHECIMENTO DE ÁLGEBRA DE FUTUROS
PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA DISCUSSÃO
SOBRE OS ERROS COMETIDOS POR EGRESSOS DO
ENSINO MÉDIO**

CARUARU, 2014

FABIANE PEREIRA DOS SANTOS

**CONHECIMENTO DE ÁLGEBRA DE FUTUROS
PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA DISCUSSÃO
SOBRE OS ERROS COMETIDOS POR EGRESSOS DO
ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática apresentado ao colegiado de Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco, sob orientação da professora Cristiane de Arimatéa Rocha e coorientação de Valdir Bezerra dos Santos Júnior.

CARUARU, 2014

Catálogo na fonte:
Bibliotecário Simone Xavier CRB4 – 1242

S237c Santos, Fabiane Pereira dos.
Conhecimento de álgebra de futuros professores de matemática: Uma discussão sobre os erros cometidos por egressos do ensino médio. / Fabiane Pereira dos Santos. - Caruaru: O Autor, 2014.
62f.; il. ; 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéia Rocha
Coorientador: Valdir Bezerra dos Santos Júnior.
Monografia (Trabalho de Conclusão de curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2014.
Inclui referências bibliográficas

1. Álgebra – Estudo e ensino. 2. Aprendizagem. 3. Tipologia de erros. I. Rocha, Cristiane de Arimatéia (Orientadora). II. Santos Júnior, Valdir Bezerra dos. III. Título.

510 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2014-014)

FABIANE PEREIRA DOS SANTOS

**CONHECIMENTO DE ÁLGEBRA DE FUTUROS
PROFESSORES DE MATEMÁTICA: UMA DISCUSSÃO
SOBRE OS ERROS COMETIDOS POR EGRESSOS DO
ENSINO MÉDIO**

BANCA EXAMINADORA

Cristiane de Arimatéa Rocha
(Orientadora)

Kátia Silva Cunha
(Examinadora interna)

Fabiana dos Santos Faria
(Examinadora externa)

Trabalho de Conclusão de Curso aprovado em 14 / 03 / 2014

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus familiares que sempre estiveram ao meu lado, apoiando e incentivando-me em minha jornada. Assim como aos meus amigos e professores que muitas vezes me compreenderam e me deram a força necessária para permanecer nesta caminhada.

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado a vida e permitir hoje a vivência de um momento único e tão especial.

A minha orientadora Cristiane de Arimatéa Rocha, pela sua disponibilidade, paciência e confiança durante a realização deste trabalho.

Ao meu coorientador Valdir Bezerra dos Santos Júnior, pelas preciosas contribuições dadas a esta pesquisa.

As professoras Katia Cunha e Fabiana Farias pela leitura cuidadosa desse trabalho, ajudando valiosamente na sua construção.

Aos estudantes do 1º período de Licenciatura em Matemática pela contribuição voluntária dedicada na resolução de problemas.

Aos meus professores do curso pelos ensinamentos que certamente contribuíram na minha formação acadêmica assim como pessoal.

Aos meus amigos da graduação que durante todo curso compartilharam de momentos felizes e junto a mim superaram obstáculos tornando-me vitoriosa em minha caminhada.

Aos meus demais amigos que estiveram junto a mim torcendo por esta conquista.

A minha mãe Marinalva pela credibilidade, segurança e força e pelos ensinamentos que ajudaram a formar meu caráter e disciplina.

A minha madrinha Ângela que junto à minha mãe sempre me apoiou e me ajudou em todos os momentos.

A minha avó Josefa pelos carinhos recebidos sempre que necessitei.

Ao meu irmão Luciano que sempre buscou em mim um espelho para traçar seu futuro proporcionando-me amor e dedicação a cada experiência de um novo dia vivido.

Aos meus familiares que pacientemente souberam compreender minha ausência em momentos diversos.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte desta pesquisa e as pessoas cujo nome não citei, sei que nunca conseguirei agradecer a altura e espero que me entenda e perdoe por não citá-la.

RESUMO

Neste trabalho objetivou-se analisar e categorizar os tipos de erros cometidos por futuros professores de Matemática na resolução de questões Algébricas, baseando-se no modelo de categorização de erros de Nitsa Movshovitz-Hadar e seus colaboradores. A investigação tem caráter qualitativo e quantitativo e foi desenvolvida na Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste. Para isso foi elaborado um teste com 8 questões com base nos descritores de Álgebra da Educação Básica retiradas e adaptadas da prova do SAEPE -Pacto pela Educação dos anos de 2011 e 2012. Esse teste foi aplicado na turma do 1º período de Licenciatura em Matemática e 35 estudantes responderam. As referidas questões, que originalmente eram aplicadas no formato de múltipla escolha, foram modificadas e aplicadas de forma discursiva, para que fosse valorizado o processo de resolução e não somente o de resultado. Considera-se a importância do tratamento didático do erro no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra para que esses erros não se constituam como obstáculos, para própria sala de aula do futuro professor, trazendo como consequência um ensino frágil, que pode levar seus alunos a erros do mesmo tipo. A análise fundamentou-se em minha experiência profissional, portanto outro profissional poderia indicar uma classificação diferente e é realizada de forma extensiva e não intensiva a fim de analisar a maior quantidade de questões e verificar a maior quantidade de tipos de erros.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem de Álgebra; Tipos de erro.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA.....	5
AGRADECIMENTOS.....	6
RESUMO	7
1. INTRODUÇÃO	12
2. REVISÃO DA LITERATURA.....	14
2.1 O ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA.....	14
2.2 O ERRO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA.....	17
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	20
4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	23
ANÁLISE DO DESCRITOR - RESOLVER PROBLEMA QUE ENVOLVA VARIAÇÃO PROPORCIONAL, DIRETA OU INVERSA, ENTRE GRANDEZAS.....	
4.1 PRIMEIRA QUESTÃO.....	26
4.1.1 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido.....	266
4.1.2 Quanto aos Erros Sem Justificativa.....	27
4.2 QUINTA QUESTÃO	28
4.2.1 Quanto aos erros de Linguagem Mal Interpretada	29
4.2.2 Quanto aos erros sem justificativa.....	30
ANÁLISE DO DESCRITOR - RESOLVER PROBLEMA QUE ENVOLVA FUNÇÃO EXPONENCIAL	
4.3 SEGUNDA QUESTÃO.....	30
4.3.1 Quanto aos erros de linguagem mal interpretada	31
4.3.2 Quanto ao erro de teorema ou definição distorcido	31
4.3.3 Quanto Aos Erros Técnicos	31
4.4 SÉTIMA QUESTÃO	32
4.4.1 Quanto aos erros perdendo dados (dados mal sucedidos)	33
4.4.2 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido.....	344
4.4.3 Quanto aos erros técnicos	355
4.4.4 Quanto ao erro sem justificativa.....	366
4.4.5 Quanto a resposta parcialmente correta.....	366

ANÁLISE DO DESCRITOR - <i>RECONHECER A REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA DE UMA FUNÇÃO</i>	
<i>POLINOMIAL DO 1º GRAU DADO O SEU GRÁFICO, OU VICE-VERSA.....</i>	<i>37</i>
4.5 TERCEIRA QUESTÃO.....	37
4.5.1 <i>Quanto ao erro perdendo dados (dados mal sucedidos)</i>	<i>388</i>
4.5.2 <i>Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido.....</i>	<i>38</i>
4.5.3 <i>Quanto aos erros sem justificativa.....</i>	<i>38</i>
4.6 SEXTA QUESTÃO	388
4.6.1 <i>Quanto aos erros de linguagem mal interpretada.....</i>	<i>399</i>
4.6.2 <i>Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido.....</i>	<i>40</i>
4.6.3 <i>Quanto ao erro técnico.....</i>	<i>44</i>
ANÁLISE DO DESCRITOR - <i>DETERMINAR A SOLUÇÃO DE UM SISTEMA LINEAR FORAM.....</i>	<i>45</i>
4.7 QUARTA QUESTÃO.....	45
4.7.1 <i>Quanto aos erros de inferência logicamente inválida</i>	<i>46</i>
4.7.2 <i>Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido.....</i>	<i>47</i>
4.7.3 <i>Quanto aos erros técnicos</i>	<i>48</i>
4.7.4 <i>Quanto aos erros sem justificativa.....</i>	<i>49</i>
4.7.5 <i>Quanto as respostas parcialmente corretas</i>	<i>49</i>
4.7.6 <i>Quanto as respostas incompletas.....</i>	<i>50</i>
4.8 OITAVA QUESTÃO.....	50
4.8.1 <i>Quanto ao erro perdendo dados (dados mal sucedidos)</i>	<i>51</i>
4.8.2 <i>Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido.....</i>	<i>52</i>
4.8.3 <i>Quanto ao erro técnico.....</i>	<i>53</i>
4.8.4 <i>Quanto as respostas incompletas.....</i>	<i>54</i>
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	56
REFERÊNCIAS.....	57
APÊNDICES	59

LISTA DE TABELA

TABELA 1: ERROS E ACERTOS POR QUESTÕES	233
--	-----

LISTA DE GRÁFICO

GRÁFICO 1: QUANTITATIVO DE ERROS POR QUANTIDADE DE ALUNOS	24
GRÁFICO 2: QUANTITATIVO DE ERROS POR QUESTÃO, POR DESCRITOR.....	45

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: PROTOCOLO REFERENTE À PRIMEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 31	276
FIGURA 2: PROTOCOLO REFERENTE À PRIMEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 09	277
FIGURA 3: PROTOCOLO REFERENTE À PRIMEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 16	277
FIGURA 4: PROTOCOLO REFERENTE À PRIMEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 10	277
FIGURA 5: PROTOCOLO REFERENTE À PRIMEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 02	278
FIGURA 6: PROTOCOLO REFERENTE À QUINTA QUESTÃO DO SUJEITO 27	279
FIGURA 7: PROTOCOLO REFERENTE À QUINTA QUESTÃO, ITEM 1, DO SUJEITO 30	279
FIGURA 8: PROTOCOLO REFERENTE À QUINTA QUESTÃO, ITEM 5, DO SUJEITO 28	30
FIGURA 9: PROTOCOLO REFERENTE À SEGUNDA QUESTÃO DO SUJEITO 16	30
FIGURA 10: PROTOCOLO REFERENTE À SEGUNDA QUESTÃO DO SUJEITO 07	31
FIGURA 11: PROTOCOLO REFERENTE À SEGUNDA QUESTÃO DO SUJEITO 08	31
FIGURA 12: PROTOCOLO REFERENTE À SEGUNDA QUESTÃO DO SUJEITO 13	31
FIGURA 13: PROTOCOLO REFERENTE À SEGUNDA QUESTÃO DO SUJEITO 04	32
FIGURA 14: PROTOCOLO REFERENTE À SEGUNDA QUESTÃO DO SUJEITO 35	32
FIGURA 15: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 32.....	33
FIGURA 16: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 04.....	33
FIGURA 17: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 27.....	34
FIGURA 18: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 35.....	34
FIGURA 19: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 19.....	34
FIGURA 20: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 14.....	35
FIGURA 21: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 03.....	35
FIGURA 22: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 20.....	36
FIGURA 23: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 29.....	36
FIGURA 24: PROTOCOLO REFERENTE À SÉTIMA QUESTÃO DO SUJEITO 13.....	37
FIGURA 25: PROTOCOLO REFERENTE À TERCEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 32	37
FIGURA 26: PROTOCOLO REFERENTE À TERCEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 01	38
FIGURA 27: PROTOCOLO REFERENTE À TERCEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 07	38
FIGURA 28: PROTOCOLO REFERENTE À TERCEIRA QUESTÃO DO SUJEITO 03	38
FIGURA 29: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 20	39
FIGURA 30: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 03	40
FIGURA 31: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 01	40
FIGURA 32: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 28	41
FIGURA 33: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 33	41
FIGURA 34: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 05	41
FIGURA 35: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 34	42
FIGURA 36: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 13	42
FIGURA 37: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 17	43

FIGURA 38: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 30	43
FIGURA 39: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 07	44
FIGURA 40: PROTOCOLO REFERENTE À SEXTA QUESTÃO DO SUJEITO 29	45
FIGURA 41: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 17	46
FIGURA 42: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 13	46
FIGURA 43: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 16	47
FIGURA 44: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 04	47
FIGURA 45: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 05	48
FIGURA 46: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 29	48
FIGURA 47: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 33	49
FIGURA 48: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 02	49
FIGURA 49: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 03	49
FIGURA 50: PROTOCOLO REFERENTE À QUARTA QUESTÃO DO SUJEITO 01	50
FIGURA 51: PROTOCOLO REFERENTE À OITAVA QUESTÃO DO SUJEITO 32	51
FIGURA 52: PROTOCOLO REFERENTE À OITAVA QUESTÃO DO SUJEITO 27	52
FIGURA 53: PROTOCOLO REFERENTE À OITAVA QUESTÃO DO SUJEITO 16	53
FIGURA 54: PROTOCOLO REFERENTE À OITAVA QUESTÃO DO SUJEITO 28	54
FIGURA 55: PROTOCOLO REFERENTE À OITAVA QUESTÃO DO SUJEITO 17	55

1. INTRODUÇÃO

No contexto da sala de aula, o erro é geralmente delimitado a uma forma de avaliar o desempenho acadêmico do aluno, impedindo, desta forma, que este tenha uma visão positiva do erro. Em contrapartida, entende que o erro pode ser trabalhado de forma mais compreensiva e significativa, proporcionando ao aluno a superação desses erros. Nessa perspectiva, o erro deve ser percebido, sobretudo, como uma ferramenta pessoal e intransferível de representar saberes, e não como uma simples ponderação de conhecimentos.

Nessa pesquisa focaliza-se a análise e a categorização dos erros dos estudantes, mas é importante esclarecer que consideramos o erro como parte do processo de estudo e envolvimento dos alunos com os saberes escolares. Dessa maneira, o erro não se configura, necessariamente, como ausência de conhecimento, mas sim como uma maneira situada de construir sentido e representação para os conteúdos.

A análise dos erros traz uma contribuição significativa no processo de ensino-aprendizagem em Matemática, pois nos revela elementos que identificam níveis de dificuldades que poderão dar subsídios na definição das etapas a serem seguidas pelo professor no ensino e evidencia a importância do tratamento adequado do erro para que este não se torne recorrente no percurso escolar do aluno.

Dessa maneira, o problema central de nossa pesquisa pode ser apresentado da seguinte forma: **Quais os tipos de erros cometidos em Álgebra por estudantes iniciantes da Licenciatura em Matemática?**

Este trabalho é composto por cinco capítulos. O capítulo 1 apresenta a introdução e objetivos do trabalho. O capítulo 2 busca suporte teórico para a pesquisa e está dividido em dois momentos: o primeiro traz abordagem geral sobre o ensino e aprendizagem de Álgebra; e o segundo momento discute sobre o erro no ensino e aprendizagem de Matemática.

O capítulo 3 contempla os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa. No capítulo 4 apresentamos a análise e discussão dos resultados. Nas considerações finais trazemos a percepção que o professor precisa estar atento aos erros cometidos pelos alunos e procurar a melhor maneira de tratá-los para que não se tornem frequentes nas séries posteriores.

Temos por objetivo geral de nossa pesquisa analisar os erros cometidos em questões Algébricas por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. E trazemos como objetivos específicos identificar os erros de alunos do curso de Licenciatura em Matemática na resolução de questões de raciocínio Algébrico e classificar os erros cometidos na resolução dessas questões conforme o modelo de categorização de erros de Nitsa Movshovitz-Hadar et al (1987).

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 O ENSINO E APRENDIZAGEM DE ÁLGEBRA

A linguagem Algébrica é comumente inserida no ambiente escolar nos anos finais do ensino fundamental. Autores apontam que grande parte dos alunos apresentam dificuldades nessa passagem da aritmética para a Álgebra (GARCIA, 1997; DA ROCHA FALCÃO, 1993).

Os Parâmetros Curriculares de Matemática do Ensino Fundamental e Médio do Estado de Pernambuco orientam o trabalho com essa linguagem de maneira intuitiva desde os anos iniciais.

Na realidade, as tendências atuais em Educação Matemática encaram a Álgebra não mais como um bloco de conteúdos, mas como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada, entre outros aspectos, pela busca de generalizações e de regularidades. Adotado esse ponto de vista, é recomendável que o ensino de Álgebra seja desenvolvido desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, com o cuidado de não o reduzir a simples manipulação simbólica. (PERNAMBUCO, 2012, p.63)

A preocupação com a redução dessa linguagem a manipulações Algébricas no ensino de Álgebra se mantém nos demais anos da Educação Básica, e pode-se observar o que orientam os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental:

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções Algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica em significados (BRASIL, 1998, p.117).

Nesse contexto, o ensino de Álgebra no Ensino Médio pode desenvolver nos alunos a compreensão de definições e simbologias necessárias a compreensão da Matemática como Ciência, mesmo assim os Parâmetros Curriculares de Matemática do Ensino Fundamental e Médio de Pernambuco orientam o trabalho de professor

[...] é importante que o professor esteja atento ao desenvolvimento, por parte do estudante, da capacidade de expressar-se em linguagem matemática, de realizar formulações coerentes e validá-las com

argumentos apoiados no pensamento dedutivo. (PERNAMBUCO, 2012, p.121)

A partir de nossos estudos em disciplinas de Álgebra, pudemos perceber, enquanto discentes do curso de Licenciatura em Matemática, que se pode dizer que os conteúdos são apresentados como uma rígida sequência de regras. Nesse sentido, alguns autores em pesquisas recentemente realizadas acrescentaram a discussão do ensino e aprendizagem de Álgebra.

Santos e Morelatti (2013) consideram que uma das funções do curso de licenciatura é favorecer o desenvolvimento profissional de futuros professores de Matemática em diversas dimensões e apontam que os licenciandos, durante seu período de formação, deveriam construir significados sobre o ensino de Álgebra, devendo associar conhecimento teórico acadêmico e conhecimento pedagógico da Álgebra.

Nessa pesquisa, as autoras realizaram uma análise documental do Projeto Político Pedagógico de um curso de Licenciatura em Matemática de São Paulo, cujo objetivo foi o de identificar em que momento e como a Álgebra e o ensino da Álgebra são abordados ao longo do curso.

Como resultado, Santos e Morelatti (2013) apontam que nas cinco disciplinas que tratam de Álgebra no projeto do curso, apenas Álgebra Elementar e Álgebra Linear II apresentam 15 horas destinadas a atividades práticas, que podem ser utilizadas para a relação entre conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo. Com relação aos planos de ensino das disciplinas as autoras apontam para a ausência de bibliografias que abordassem a relação teoria e prática.

Nesse sentido, as autoras advogam sobre a necessidade dos futuros professores, ainda na formação inicial, deveriam construir significados sobre o ensino de Álgebra, devendo associar conhecimento teórico acadêmico e conhecimento pedagógico da Álgebra.

Essa associação pode ser encontrada em parte nos estágios supervisionados, no entanto, em nossas observações em estágios escolares, são destacados os momentos revelados de frustração dos alunos da Educação Básica que não conseguem alcançar um desempenho satisfatório nas aulas de Matemática por, na maioria das vezes, não entenderem a necessidade do aprendizado de determinado assunto.

Considerando esta afirmação em relação aos conteúdos e a experiências nas disciplinas, dir-se-ia que o ensino da Álgebra apresenta-se em forma fragmentada, pois muitos tópicos não são vencidos em alguma etapa da escolaridade e também não são

retomados ao longo da formação inicial do professor, geralmente são deixados de lado e na apresentação de um novo conteúdo a dificuldade em formar o pensamento Algébrico do estudante torna-se maior.

Não há como pensar em ensinar aritmética sem pensar em Álgebra, pois existe uma conexão matemática determinada entre ambas desde o início da alfabetização matemática do aluno. A Álgebra, no contexto essencialmente Matemático, não passa de uma aritmética generalizadora ou a estrutura da aritmética, criada para suprir as necessidades que a simples aritmética não conseguia suprir. Enquanto que no cotidiano o simples lidar com as operações elementares em nível de aritmética é suficiente para a maioria das pessoas.

Se considerarmos este conceito frequente “generalização da aritmética”, encontramos concordância com a primeira concepção da Álgebra proposta por Usiskin (1995), definindo que as diferentes concepções da Álgebra relacionam-se com os diferentes usos das variáveis.

Cabe ao professor repensar seriamente no papel da Álgebra na escola e principalmente na formação do pensamento Algébrico do aluno, pois este pensamento relaciona-se, no processo de escolarização, com o pensamento aritmético e geométrico.

Cury, Lannes, Brolezzi, Vianna (2002) aplicaram um questionário com os alunos de Licenciatura em Matemática sobre a Álgebra e a educação Algébrica, com a intenção de identificar concepções de Álgebra e educação Algébrica, como também os estilos de aprendizagem. Segundo esses autores muitos dos alunos entrevistados raciocinam a aprendizagem da indução matemática sob o enfoque da concepção linguística-pragmática, ou seja, "esperam aprender um conteúdo, enquanto discursamos sobre um método dedutivo" (CURY et al., 2002, p. 11).

Esses autores caracterizam a concepção linguística-pragmática a partir de depoimentos dos alunos observados que mencionavam o desejo de aprender pela obtenção de regras, de artifícios, de “modelos”, com intuito apenas de resolver um problema proposto.

Nesse artigo, os autores ainda discorrem sobre o nível de abstração existente na Álgebra e as práticas geralmente adotadas pelos professores do Ensino Fundamental. Cury et al (2002) apresentam que:

Na Álgebra, há um nível de abstração que provoca, tanto na Educação Básica quanto na Superior, um momento de ruptura com conceitos e procedimentos já internalizados pelos alunos. Os professores do Ensino

Fundamental muitas vezes buscam recursos baseados na linguagem usual, para introduzir conteúdos de Álgebra; assim, surgem os “quadrinhos” que funcionam como “marcadores de lugar”, esperando apenas a resposta do cálculo mental para “cederem seu lugar” ao número que vai ser obtido. (CURY et al., 2002, p. 12).

Cury e Konzen (2006) realizaram uma pesquisa com alunos de 9º ano na qual procuravam compreender as origens dos erros de Álgebra, geralmente encontrados nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Essas autoras com relação às concepções que os alunos possuem de Álgebra nos cursos de graduação comentam:

No Ensino Superior, encontramos alunos que já formaram concepções sobre a Álgebra, lá introjetaram esquemas ou “macetes” que lhes impedem de pensar sobre o que estão fazendo; uma das “regras” mais recitadas diz que “ao trocar de lado, muda-se o sinal”. Ora, sem entender o porquê da regra, o aluno, muitas vezes, não sabe a que se refere o “mudar de sinal”, cometendo erros que nos parecem absurdos e que comprometem todo o aprendizado de conteúdos de Cálculo, Álgebra Linear, Estruturas Algébricas etc. (CURY e KONZEN, 2006, p. 3).

Assim sendo, não se pode deixar uma defasagem no aprendizado e na construção Matemática do estudante. Sendo apresentado de forma fragmentada, o ensino da Álgebra é visto como um ente Matemático que não se relaciona com a contextualização de conteúdos, ignora-se totalmente a formação das ideias em que a Álgebra se apoia.

2.2 O ERRO NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Muito se tem discutido a respeito do papel do erro no processo de ensino e aprendizagem, já que o mesmo é considerado parte integrante do processo de aprendizagem. Através da análise dos erros é possível obter informações sobre como está acontecendo o aprendizado dos alunos, encontrar as suas possíveis causas e assim, realizar o tratamento do mesmo. Este tratamento consiste na localização, identificação e correção dos erros e pode ser feito em três fases, como proposto por Torre (2007):

Fases do tratamento didático dos erros.

1. *Deteção do erro.* Esta pode ser realizada pelo professor, por quem cometeu o erro ou até por colegas, dependendo do tipo de erro cometido.

2. *Identificação de erros.* Esta pode ser chamada de “fase de diagnose”, pois além de identificarmos o erro, descrevemos e buscamos entender as suas causas.

3. *Retificação de erros.* Esta é a fase da correção e eliminação do erro.

Este mesmo autor ainda afirma que o tratamento do erro pode ser benéfico para a melhor compreensão dos mecanismos de aprendizagem do aluno. De fato, só é possível ocorrer uma aprendizagem significativa quando o aluno é capaz de refletir sobre seus erros gerando assim, uma mudança em seus processos de aprendizagem e uma maior compreensão destes processos.

Dessa forma, autores como Boot (1995) entendem que a análise do erro contribui no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, pois possibilita revelar elementos que identificam níveis de dificuldades do aluno. Quando esses elementos são diagnosticados permitem uma melhor definição das etapas a serem seguidas pelo professor no decorrer do ensino propiciando um melhor acompanhamento da aprendizagem.

No presente estudo analisaremos e categorizaremos erros cometidos por alunos do 1º período de Licenciatura em Matemática em questões adaptadas do SAEPE, que envolvem conceitos de Álgebra, tomando como base o modelo empírico de categorização de erros de Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987).

Esse modelo foi obtido a partir de análises realizadas em testes aplicados em Israel para cerca de 20.000 estudantes (17 anos) ao final da conclusão da Educação Básica. Esses testes foram reaplicados em dois anos consecutivos e abordavam diferentes conteúdos matemáticos tais como funções linear e quadrática, equações, exponenciais e logaritmos, geometria espacial e plana, estatística, probabilidade e trigonometria.

Após a análise das resoluções desses problemas os autores classificaram os erros encontrados em cinco categorias:

1. Perdendo informações (dados mal interpretados)

Nesta categoria são incluídos os erros de compreensão do enunciado, inclusão ou negligenciamento de informações pelo estudante no enunciado da questão. É exemplo desse tipo de erro, a utilização de um valor numérico para uma variável não correspondente.

2. Linguagem mal interpretada

Esta categoria lida com os erros que ocorrem no processo de interpretação da linguagem simbólica ou natural utilizada, ou seja, com a tradução incorreta de fatos matemáticos descritos em linguagem simbólica a outra (possivelmente simbólica). Por

exemplo, combinar incorretamente um par ordenado a um ponto de intersecção de duas retas em um gráfico.

3. Inferência logicamente inválida

Em geral, esta categoria inclui aqueles erros que lidam com raciocínios falaciosos que geram erros na resolução do problema. Um exemplo, desse tipo de categoria seria realizar um exercício sem justificativa de inferência lógica, afirmando que uma proposição decorre de outra sem fornecer os argumentos necessários.

4. Teorema ou definição distorcido

Esta categoria inclui os erros que lidam com uma distorção de um específico e identificável princípio, regra, teorema, ou definição. Nesse caso, o estudante aplica uma propriedade do tipo distributiva a uma função ou operação não distributiva. Ou então usa definições incompletas durante a resolução do problema.

5. Erro técnico

Esta categoria inclui erros de execução operacionais, erros na manipulação Algébrica elementar de símbolos. Nessa categoria estão os erros de omitir a presença dos parênteses em operações numéricas, ou mesmo no algoritmo das operações, que podem ser vistos nos anos finais do Ensino Fundamental e ao longo do Ensino Médio.

Nitsa Movshovitz-Hadar et al (1987) acreditam apesar de ser um modelo baseado em uma pesquisa experimental e havendo ainda algumas limitações como modelo, este pode ser utilizado por professores, desenvolvedores de currículo e pesquisadores interessados em diagnósticos de erros matemáticos dos alunos pois é solidamente fundamentado na prática.

Nesse sentido, utilizaremos esse modelo com a finalidade de compreender os erros dos alunos e viabilizar uma discussão para o tratamento didático dos erros como uma tentativa de evitar a recorrência desses erros em momentos posteriores no percurso escolar do aluno, que no caso serão futuros professores.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa tem caráter qualitativo quando busca analisar os tipos de erros que os estudantes mais cometeram no conteúdo matemático de Álgebra e quantitativo ao efetuar uma análise estatística da frequência dos mesmos. Nesse sentido, foi elaborado um teste com oito questões Algébricas (APÊNDICE A) fundamentadas nas provas do SAEPE¹ do Pacto pela Educação e que foram adaptadas para questões abertas² (discursivas).

Para a elaboração do teste, foram analisadas 16 provas do 3º ano do Ensino Médio do SAEPE do Pacto pela Educação dos anos de 2011 e 2012 do primeiro e segundo semestres. Cada prova tem 52 problemas, sendo igualmente divididas em Português (26) e Matemática (26). Utilizou-se a Matriz de Referência de Matemática do Pacto pela Educação como fonte de análise dos descritores envolvidos no campo de Álgebra para o levantamento do quantitativo de questões de Álgebra. A partir desta análise, foram escolhidos os quatro descritores mais frequentes entre as questões, e por meio uma escolha aleatória, selecionadas duas questões de cada descritor.

Os parágrafos seguintes apresentam os descritores mais frequentes discutindo aspectos das questões selecionadas.

Nos comentários sobre os descritores da matriz de referência de Matemática do 3º ano do Ensino Médio (Inep) o descritor *resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas* avalia o trabalho com a proporcionalidade por meio de situações-problema contextualizadas.

Nas duas questões escolhidas (1ª e 5ª) sobre esse descritor serão discutidas noções de acréscimo e decréscimo na relação com os contextos de valor monetário e venda de automóveis.

No descritor *reconhecer a representação Algébrica de uma função polinomial do 1º grau dado o seu gráfico, ou vice-versa* são analisadas as habilidades dos alunos na compreensão das representações da função (gráfico e lei de formação). Para isso foram selecionadas questões (3ª e 6ª) relativas ao reconhecimento dos coeficientes da função de primeiro grau e a construção do gráfico da função.

¹ Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco

² Considerando que questões fechadas, também chamadas de questões de múltipla escolha ou objetivas, são aquelas que trazem juntamente com o seu enunciado as alternativas de resposta, por conseguinte, as questões abertas são todas aquelas que não são de múltipla escolha, que são subjetivas e podem ser chamadas de discursivas porque requerem que o resolvidor encontre uma resposta e mostre os caminhos que foram seguidos para chegar a ela (SILVA, 2005, p.11).

O descritor *resolver problema que envolva função exponencial* tem por objetivo verificar a habilidade do aluno em manipular de forma Algébrica e/ou numérica a expressão de uma função exponencial. As questões escolhidas (2ª e 7ª) apresentam que essas habilidades são avaliadas por meio de situações-problema contextualizadas, nas quais é pedido ao aluno para calcular valores para a função exponencial.

Já o descritor *determinar a solução de um sistema linear* foram escolhidas questões (4ª e 8ª) que analisassem a habilidade do aluno determinar os valores das variáveis, sendo permitido diferentes métodos para esse fim, por meio do escalonamento da matriz, ou por métodos de substituição, adição ou comparação, ou mesmo pela Regra de Crammer.

Após escolhermos e adaptarmos as 8 questões, estas foram aplicadas a um total de 35 estudantes do 1º período do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco do Campus Acadêmico do Agreste. A escolha dos participantes se justificou por não terem vivenciado discussões sobre Álgebra no curso, e sim apenas no Ensino Médio da região. Para análise e discussão dos dados recolhidos e garantia de sigilo dos participantes, ao longo do trabalho serão codificados de Sujeito 1 ao Sujeito 35.

As respostas dos testes foram analisadas e categorizadas a partir dos erros cometidos na resolução de questões, e se fundamentou no modelo de categorização de erros proposto por Nitsa Movshovitz-Hadar et al (1987), com a finalidade de mostrar a importância do tratamento didático do erro como tentativa de evitar a recorrência desses erros em momentos posteriores no percurso escolar do aluno.

Como anteriormente apresentado o Modelo de categorização de erros de Nitsa Movshovitz-Hadar et al (1987) inclui as seguintes categorias: 1) Perdendo dados (dados mal sucedidos); 2) Linguagem mal interpretada; 3) Inferência logicamente inválida; 4) Teorema ou definição distorcido; 5) Erro técnico.

Após analisarmos os erros dos estudantes nesse trabalho, necessitamos introduzir ao nosso trabalho três outras classificações para os erros encontrados:

- **Erro sem justificativa (ESJ)**

Esta categoria inclui aquelas questões que não conseguimos especificar o tipo de erro encontrado.

- **Resposta parcialmente correta (RPC)**

Esta categoria inclui aquelas questões que apresentam a resolução parcialmente efetuada de forma correta. Nesta, os alunos iniciaram corretamente o processo de resolução, porém não o fizeram até o final.

- **Resposta incompleta (RI)**

Esta categoria inclui aquelas questões onde o aluno explicitou a forma correta de resolução, porém não a efetuou. Ou seja, o aluno apenas escreveu, com palavras, qual a maneira que deve-se proceder a resolução.

Com isso, ficam descritas as oito categorias do nosso modelo base de classificação dos erros para a atividade desenvolvida:

1. **Perdendo dados (dados mal sucedidos)**
2. **Linguagem mal interpretada**
3. **Inferência logicamente inválida**
4. **Teorema ou definição distorcido**
5. **Erro técnico**
6. **Erro sem justificativa (ESJ)**
7. **Resposta parcialmente correta (RPC)**
8. **Resposta incompleta (RI)**

Dessa forma, discutimos para cada questão os erros mais frequentes e possíveis justificativas com base nessa classificação.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentamos e discutimos os resultados relacionados ao desempenho dos alunos nas oito questões da atividade. Faremos ainda algumas considerações sobre os erros encontrados em cada uma das questões.

Depois de analisar e classificar as 280 resoluções obtidas nas questões, observamos um total de 87 respostas corretas (31,1%), 130 respostas erradas (46,4%) e 63 questões em branco (22,5%). Na Tabela 1 a seguir apresentamos a distribuição desse quantitativo por questão.

Tabela 1: Erros e acertos por questões

DESCRIPTOR/ASSUNTO	QUESTÃO	ACERTOS	ERROS	EM BRANCO
Proporcionalidade	1	17(48,6%)	18 (51,4%)	-
Função Exponencial	2	25 (71,4%)	10 (28,6%)	-
Função Polinomial do 1º grau/gráfico	3	3(8,6%)	24(68,6%)	8(22,8%)
Sistema Linear	4	7(20%)	18(51,4%)	10(28,6%)
Proporcionalidade	5	27 (77.2 %)	7(20%)	1(2,8%)
Função Polinomial do 1º grau/gráfico	6	4(11,5%)	22 (62, 8%)	9(25,7%)
Função Exponencial	7	3(8,5%)	17(48,6%)	15(42,8%)
Sistema Linear	8	1(2,8%)	14(40%)	20(57,2%)

Observou-se nesta tabela o grande número de respostas em branco na questão 8 que trata da resolução de sistema linear com três incógnitas. Além disso, se observa a alta frequência de acertos ficou na questão 5 que trata de proporcionalidade e o alto número de erros nas questões 3 e 6 relativas ao conceito de Função Polinomial do 1º grau.

Como o objetivo, deste trabalho, é categorizar os erros apresentados pelos alunos, focalizou-se a análise nos erros encontrados. Não foram objetos de análise as questões tidas como corretas, muito menos aquelas deixadas em branco. Sobre essas respostas apresentou-se apenas sua frequência na Tabela 1.

Observa-se ainda na Tabela 1, que os erros são recorrentes nas questões 3 e 6 que tratam de Funções/Gráficos.

O gráfico abaixo mostra a quantidade de questões erradas por quantidade de alunos.

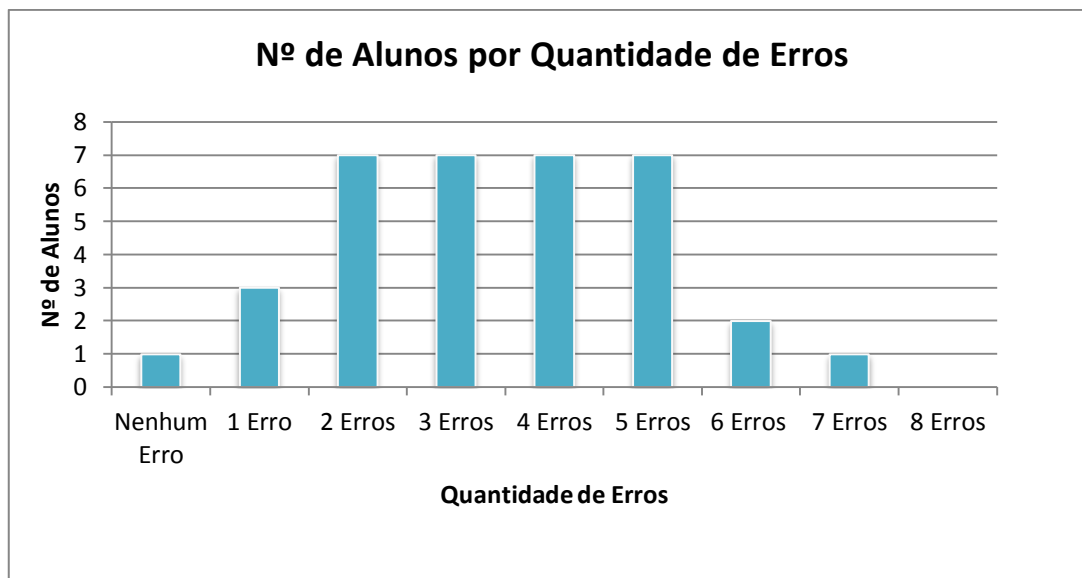


Gráfico 1: Quantitativo de erros por quantidade de alunos.

Notou-se que, o maior número de estudantes errou entre duas e cinco questões. Atribuindo 1 ponto a cada questão do teste conseguimos estipular uma média geral para a turma de aproximadamente 4,4.

Nota-se também que apenas um sujeito acertou todas as questões e que nenhum sujeito errou as oito questões, já que as questões em branco não são consideradas como erro.

No Gráfico 2 apresenta-se o número de erro por questões e por descritor.

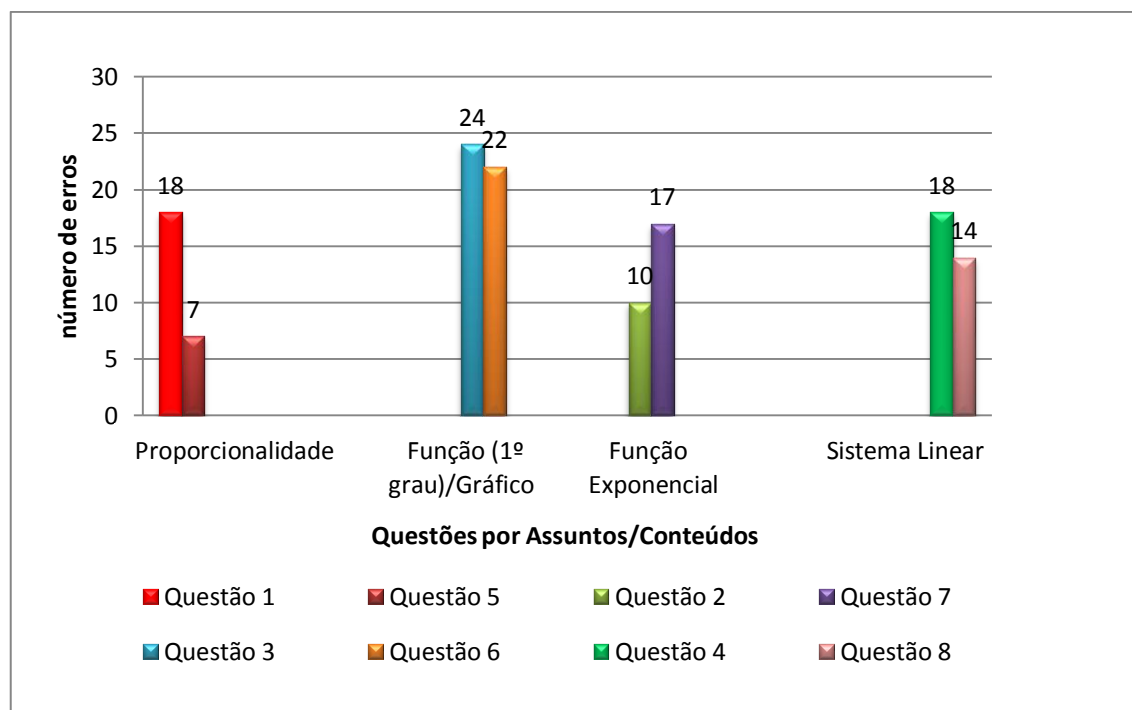


Gráfico 2: Total de erros por questão, por descritor

Observou-se a partir do Gráfico 2 que o maior número de erros encontra-se no descritor *reconhecer a representação Algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico, ou vice-versa*. E o que obteve menor número de erros no descritor *resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas*.

Com o intuito de facilitar o entendimento do leitor, apresentaremos, a seguir, a análise dos erros por descritor.

Análise do Descritor - Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas

4.1 Primeira Questão

O quadro abaixo apresenta 5 marcas de tênis, com seus respectivos preços nos meses de Julho e Dezembro.

	JULHO	DEZEMBRO
Confortável	R\$ 60,00	R\$ 110,00
Resistente	R\$ 40,00	R\$ 80,00
Courobom	R\$ 50,00	R\$ 75,00
Duramuito	R\$ 70,00	R\$ 350,00
Muitobelo	R\$ 80,00	R\$ 80,50

Qual desses tênis teve um acréscimo de 50% do mês de Julho para o mês de Dezembro?

Dentre os sujeitos que acertaram esta questão, destacamos a resolução do sujeito 31 que utilizou a proporcionalidade de maneira correta, como previsto para esta questão.

$50,00 \rightarrow 100\%$
 $x \rightarrow 50\%$
 $50x = 2500$
 $x = 2500 / 50$
 $x = 50$
 $50,00 + 25,00 = 75,00$
 O tênis da Courobom teve um acréscimo de 50% do mês de julho para o mês de Dezembro.

Figura 1: Protocolo referente à primeira questão do sujeito 31

Esta questão, cujo descritor almeja que o sujeito resolva um problema que envolve variação proporcional entre grandezas, é composta por uma amostra de dezoito erros, sendo estes classificados por erros de teorema ou definição distorcido (oito) e erros sem justificativa (dez). Todos eles escolheram resistente como sendo a resposta a essa questão, que analisaremos a seguir:

4.1.1 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido

Dentre essas oito questões classificadas como erro de teorema ou definição distorcido, analisamos que ocorreu devido a duas principais causas:

A primeira é que seis alunos utilizaram o Teorema Fundamental da Proporcionalidade, no entanto a noção de equivalência entre as grandezas foi equivocada, provocando o erro do valor encontrado.

1. Resistente

$$\frac{80,00}{40,00} = \frac{100\%}{x}$$

$$80x = 40,00 \cdot 100\%$$

$$x = \frac{40,00 \cdot 100\%}{80,00}$$

$$x = 0,5$$

$$x = 50\%$$

Figura 2: Protocolo referente à primeira questão do sujeito 09.

Nesse caso, o sujeito 09 atribui 100% ao valor 80 que deveria valer, de acordo com o problema 150%, realizando uma associação inválida. A noção de acréscimo é esquecida e apenas a taxa é considerada, pois se houvesse um acréscimo de 50% de julho a dezembro na marca Resistente, em dezembro ele custaria R\$ 60,00

Na segunda, observamos uma noção intuitiva de dois alunos que utilizaram a noção de proporcionalidade para trabalhar apenas a adição e subtração entre as grandezas.

R = Resistente

$$80 - 40 = 40$$

Figura 3: Protocolo referente à primeira questão do sujeito 16.

Questão 1:

$$40 + 20 = 80$$

— a marca Resistente.

Figura4: Protocolo referente à primeira questão do sujeito 10.

4.1.2 Quanto aos erros sem justificativa

Os dez alunos responderam apenas o nome da marca de tênis, sem anexar nenhum tipo de cálculo ou raciocínio lógico utilizado para se chegar à resposta escrita por eles. Supomos, assim, que eles chegaram à resposta através de cálculos mentais, podendo estar utilizando raciocínios similares ao anterior.

1) Resis Tenta

Figura 5: Protocolo referente à primeira questão do sujeito 02.

4.2 Quinta Questão

O quadro abaixo corresponde a quantidade de automóveis vendidos de acordo com o modelo.

Modelo	Quantidade de automóveis vendidos
X	250
Y	400
Z	750

De acordo com os dados desse quadro, responda falso (F) ou verdadeiro (V), JUSTIFICANDO cada resposta.

- () A quantidade de venda do modelo X foi três vezes maior que a venda do modelo Z.
- () A quantidade de venda do modelo Z foi 250 unidades a mais que a venda do modelo Y.
- () A soma das quantidades de venda do modelo X e do modelo Y é maior do que o modelo Z.
- () A quantidade de venda do modelo X representa a terça parte da venda do modelo Z.
- () A diferença entre a quantidade de venda do modelo Z e Y é menor que a venda do modelo X.

Entre os sujeitos que acertaram todos os itens desta questão temos o sujeito 27 que compreendeu e relacionou os elementos, verificando se eram verdadeiros ou falsos, como pedido no enunciado.

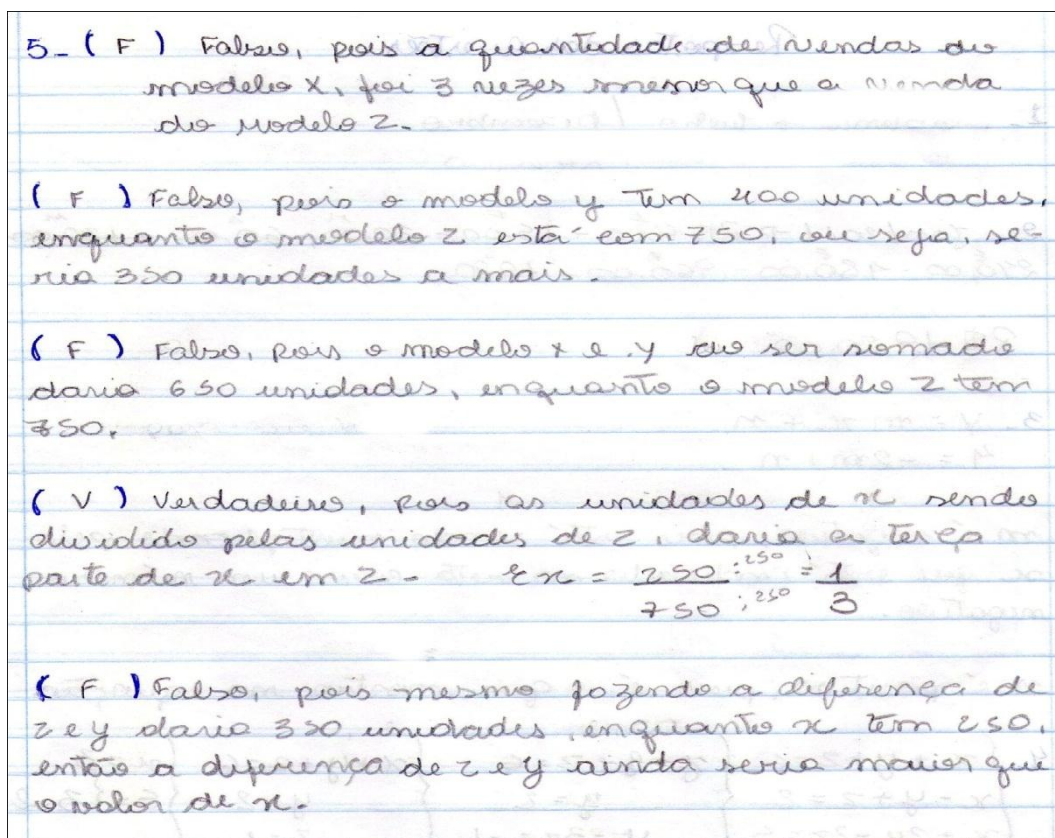


Figura 6: Protocolo referente à quinta questão do sujeito 27.

Essa questão apresentou um total de sete erros, os quais são seis erros de linguagem mal interpretada e um erro sem justificativa.

4.2.1 Quanto aos erros de linguagem mal interpretada

Na primeira afirmação desta questão, cinco sujeitos visualizaram que o modelo Z seria três vezes o valor de X e ao invés de observarem que X seria um terço do valor de Z, concluíram que este seria três vezes maior que Z.

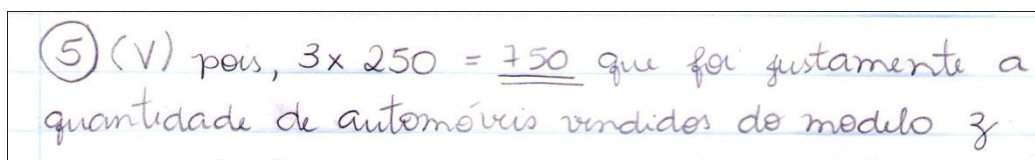


Figura 7: Protocolo referente à quinta questão, item 1, do sujeito 30.

Na última afirmação desta questão, o sujeito 28 apresenta os cálculos de maneira correta, cometendo o erro de não reler a afirmação, que dizia ser esta subtração menor que o valor de X, e concluir que a afirmação é verdadeira.

$$2) V, 2 - 1 = 350 \quad 350 > 250 \text{ Verdadeira.}$$

$$750 - 400$$

Figura 8: Protocolo referente à quinta questão, item 5, do sujeito 28.

4.2.2 Quanto aos erros sem justificativa

O sujeito 07 assinalou que a segunda e quinta afirmações seriam verdadeiras, porém não deixou nada escrito a respeito dessa confirmação.

Análise do Descritor - Resolver problema que envolva função exponencial

4.3 Segunda Questão

João faz depósitos mensais em sua poupança. Em janeiro de 2011, ele fez um depósito de R\$ 5,00 e, a cada mês seguinte, depositou o dobro da quantia correspondente ao mês anterior. Qual foi a quantia depositada por João no mês de setembro de 2011?

O sujeito 16 resolveu esta questão pelo princípio aditivo, obtendo a solução deste problema.

Mês	Quantia (R\$)
Janeiro	5,00
Fevereiro	10,00
Março	20,00
Abril	40,00
Maior	80,00
Junho	160,00
Julho	320,00
Agosto	640,00
Setembro	1280,00

5
10
20
40
80
160
320
640
1280
2615

Figura 9: Protocolo referente à segunda questão do sujeito 16.

Esta questão tem como descritor resolver problema que envolva função exponencial e a compomos por uma amostra de dez erros, sendo estes classificados por dois erros de linguagem mal interpretada, um erro de teorema ou definição distorcido e sete erros técnicos.

4.3.1 Quanto aos erros de linguagem mal interpretada

O sujeito 07 aplica a exponencial, mas ao final, faz a soma de todos os valores encontrados, indo além do que a questão pede.

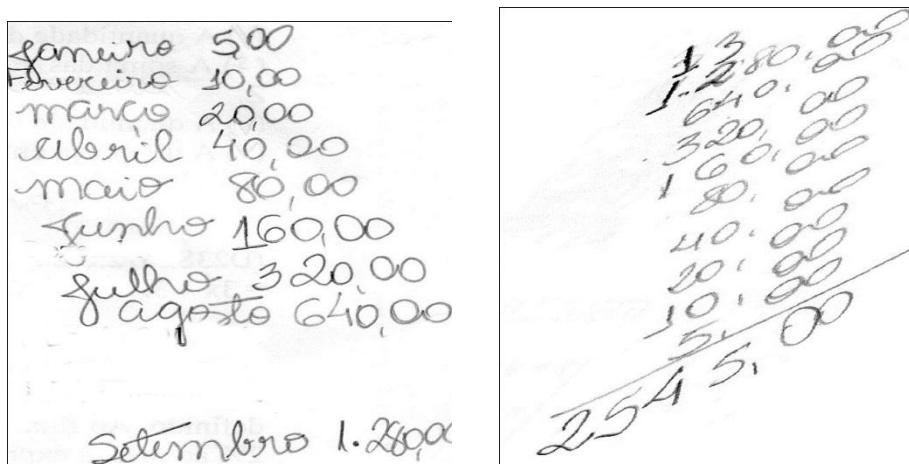


Figura 10: Protocolo referente à segunda questão do sujeito 07.

O sujeito 08 entende a questão como sendo função afim e não faz relação alguma com função exponencial.

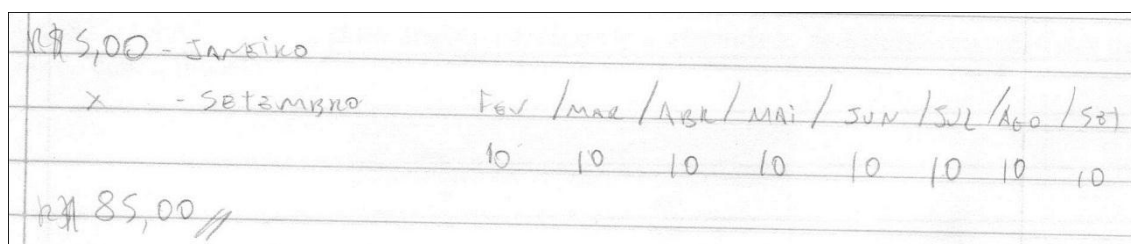


Figura 11: Protocolo referente à segunda questão do sujeito 08.

4.3.2 Quanto ao erro de teorema ou definição distorcido

O sujeito 13 não entende exponencial e faz apenas uma multiplicação de fatores.

Handwritten calculation for subject 13:

$$2) \quad 9 \times 5 = 45 \text{ reais}$$

Figura 12: Protocolo referente à segunda questão do sujeito 13.

4.3.3 Quanto aos erros técnicos

Dois sujeitos, ao fazerem os cálculos, pularam um dos meses, ao qual resultou o erro, ou seja, encontraram um valor menor que o desejado.

O sujeito 27 utilizou o valor do montante como sendo o capital, o que resulta num valor diferente do esperado.

7. R = R\$ 9.005,47 a 2% ao mês

$$A(t) = C_0 \cdot 1,02^t$$

$$A(t) = 9.005,47 \cdot 1,34$$

$$A(t) = 12.067,32$$

Calculation steps on the right:

$$\begin{array}{r} 9.005,47 \\ \times 1,34 \\ \hline 3602188 \\ 2701641 \\ \hline 12.067,3298 \end{array}$$

Figura 17: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 27.

O sujeito 35 utilizou a fórmula montante = capital * taxa * tempo, não conseguindo chegar a resposta correta para o capital, como havíamos previsto.

7ª) QUESTÃO:

$$9.005,47 = C \cdot 2 \cdot 6$$

$$\frac{9.005,47}{12} = C = C = 7.504,55$$

Figura 18: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 35.

4.4.2 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido

Três sujeitos trataram a função exponencial como sendo função polinomial do 1º grau.

7ª) $A = i \cdot t \cdot C_0$

$$9.005,47 = 2 \cdot 2,34 \cdot C_0$$

$$9.005,47 = 2,68 \cdot C_0$$

$$\frac{9.005,47}{2,68} = C_0$$

$$C_0 = 3342,24$$

Figura 29: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 19.

Os outros dois sujeitos não identificaram as variáveis apresentadas na questão.

⑦ 9005,47
 2% ao mês
 $G = C_0 \times 1,34$
 $G = C_0 1,34$
 $C_0 = \frac{6}{1,34}$
 $C_0 = 4,47$

Figura 20: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 14.

4.4.3 Quanto aos erros técnicos

Os sujeitos não souberam efetuar a operação divisão com números decimais, implicando, assim, em um resultado inadequado.

⑦ 9005,47(6) = $C_0 \cdot 1,34$
 $C_0 = \frac{9005,47}{1,34}$
 $C_0 = 6,7250$

Figura 23: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 03.

⑦ $9005,47 = C_0 \cdot 1,34$

$$C_0 = \frac{9005,47}{1,34}$$

Handwritten calculations showing the division of 9005,47 by 1,34. The student uses a grid paper and shows multiple steps of the division process, including borrowing and carrying over. The final result is 6700.

Figura 22: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 20.

4.4.4 Quanto ao erro sem justificativa

O sujeito 29 afirmou que $100\% - 1,34\% = 98,76\%$ e multiplicando esse valor pelo montante, encontrou um valor que achou ser a resposta correta.

Handwritten calculations showing the subtraction of 1,34% from 100% to get 98,76%. Then, the student multiplies 9.005,47 by 98,76% to get 8893,80, which is circled and labeled "Resposta".

Figura 23: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 29.

4.4.5 Quanto a resposta parcialmente correta

O sujeito 13 fez o procedimento e montou toda a estrutura dos cálculos, não efetuando, apenas, a divisão para encontrar o valor desejado.

(7) $9005,47 = C_0 - 1,34$
 $C_0 = \frac{9005,47}{1,34} =$

Figura 24: Protocolo referente à sétima questão do sujeito 13.

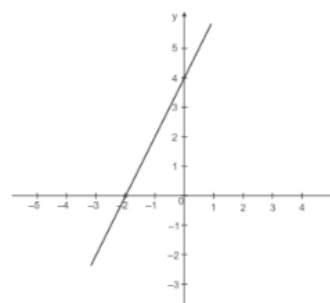
Análise do Descritor - Reconhecer a representação Algébrica de uma função polinomial do 1º grau dado o seu gráfico, ou vice-versa

4.5 Terceira Questão

Observe no desenho abaixo a representação geométrica da reta $y = mx + n$.

Quais são os sinais dos coeficientes m e n dessa reta?

JUSTIFIQUE sua resposta.



Utilizando de fórmulas vivenciadas no Ensino Médio, o sujeito 32 obteve os valores para os coeficientes dados na questão.

3- $y = mx + n$
 onde m é coeficiente angular e n é coeficiente linear.
 $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ onde x e y são pontos ordenados de pontos A e B conhecidos.
 $m = \frac{4-0}{0-(-2)} = \frac{4-0}{0+2} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow m = 2$
 Partindo dos artifícios de geometria analítica temos que a equação da reta é dada por:
 $y - y_0 = m(x - x_0)$
 Para A partir do ponto $P(0, 4)$
 $y - 4 = 2(x - 0)$
 $y = 2x + 4$, logo $m = 4$ e $n = 2$.

Figura 25: Protocolo referente à terceira questão do sujeito 32.

De acordo com a matriz referência do SAEPE, esta questão espera que o aluno reconheça a representação Algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico, ou vice-versa. Tivemos um total de vinte e quatro erros, sendo um erro perdendo dados ou dados

mal sucedidos, vinte e dois erros de teorema ou definição distorcido e um erro sem justificativa.

4.5.1 Quanto ao erro perdendo dados (dados mal sucedidos)

O sujeito 01 se limitou a encontrar alguns pontos da função, não mostrando o que a questão pedia.

Handwritten list of points: $(x, y) = (-2, 1), (-1, 2), (-0, 5, 3), (0, 4), (1, 5)$

Figura 26: Protocolo referente à terceira questão do sujeito 01.

4.5.2 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido

Os sujeitos não identificam um ponto da função a partir de um gráfico dado, ou seja, estes sujeitos afirmaram que os valores dos coeficientes seriam os números onde a reta toca no eixo das coordenadas x e y.

Handwritten text: $m = -2$ O valor de m está no eixo das ordenadas de x. $n = 4$ O valor de n está no eixo das ordenadas de y.

Figura 27: Protocolo referente à terceira questão do sujeito 07.

4.5.3 Quanto ao erro sem justificativa

O sujeito 03 respondeu a questão indicando os sinais dos coeficientes, mas sem anexar nesta o referido procedimento utilizado para a resolução, como pedia a questão.

Handwritten text: (3) $m = \text{negativo}$
 $n = \text{positivo}$

Figura 28: Protocolo referente à terceira questão do sujeito 03.

4.6 Sexta Questão

Desenhe o gráfico que representa a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 3$.

Nesta questão o sujeito encontrou as raízes da equação e desenhou o gráfico, conforme foi pedido.

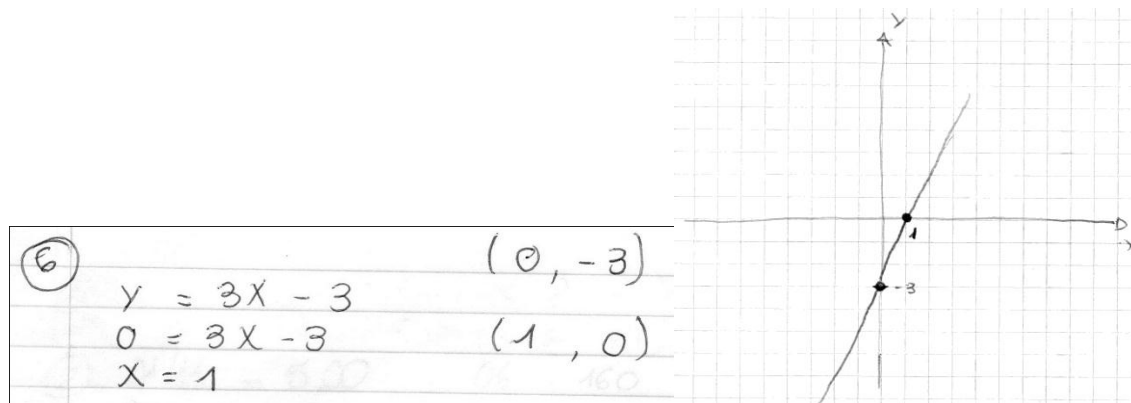


Figura 29: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 20.

De acordo com os descritores na matriz referência do SAEPE, nesta questão o aluno deve reconhecer a representação Algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico, ou vice-versa. Analisamos e encontramos um total de vinte e dois erros, sendo dois erros de linguagem mal interpretada, dezenove erros de teorema ou definição distorcido e um erro técnico.

4.6.1 Quanto aos erros de linguagem mal interpretada

O sujeito 03 determinou alguns pontos da função corretamente, mas não soube distribuí-los no plano cartesiano xy.

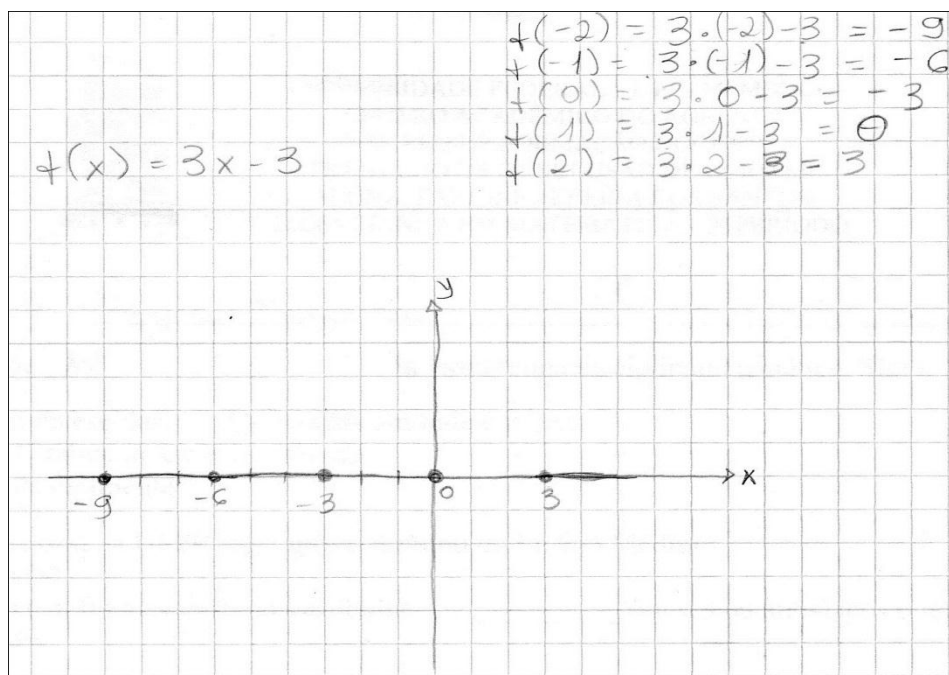


Figura 30: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 03.

O sujeito 01 simplesmente determinou três pontos distintos no plano cartesiano xy, sendo dois deles corretos e um errado, mas não traçou o gráfico.

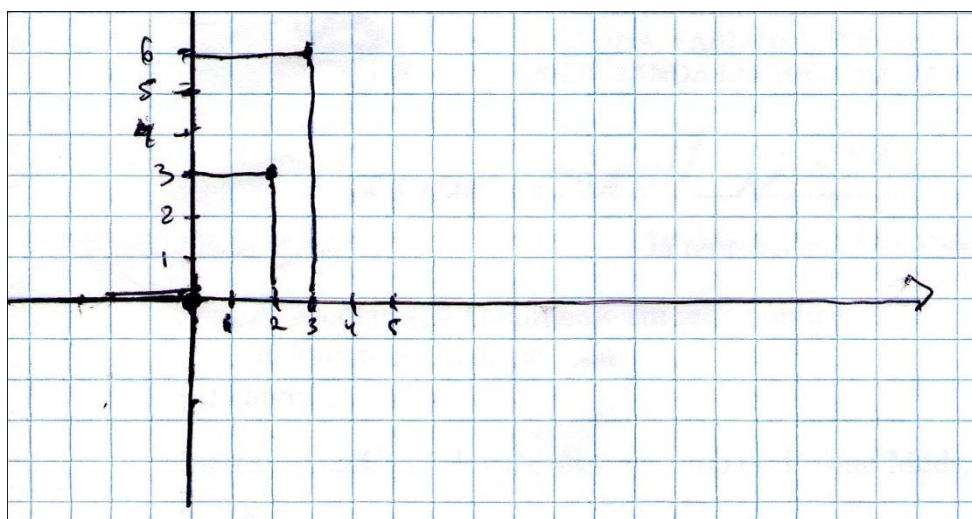


Figura 31: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 01.

4.6.2 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido

Nove sujeitos identificam os coeficientes como sendo os pontos da reta.

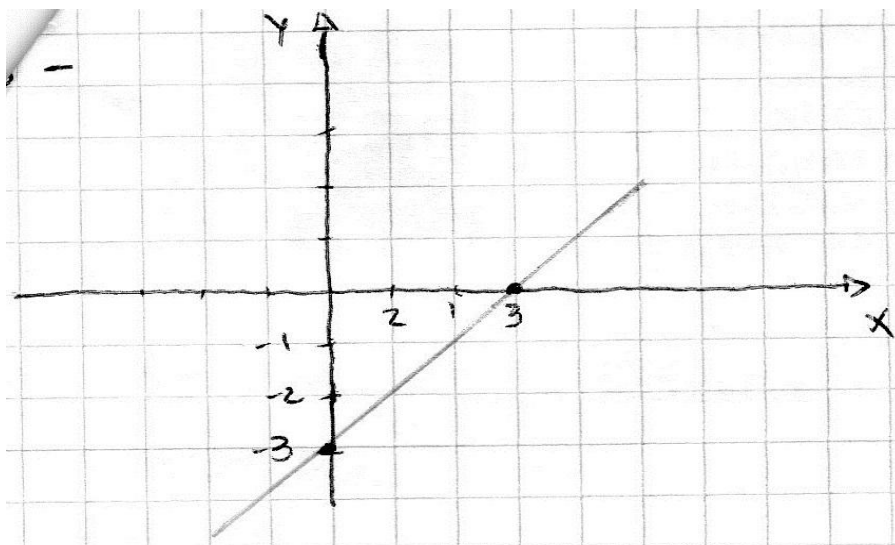


Figura 32: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 28.

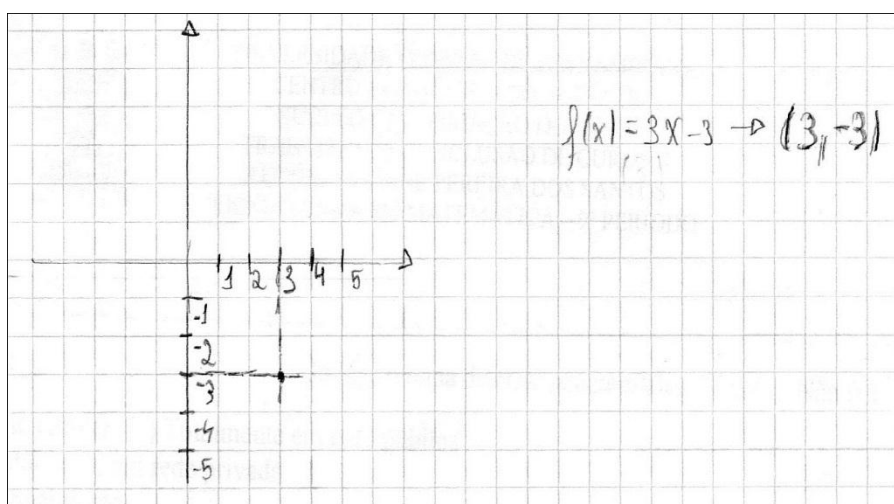


Figura 33: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 33.

Cinco dos sujeitos localizaram um ponto sem relação com a formação da função.

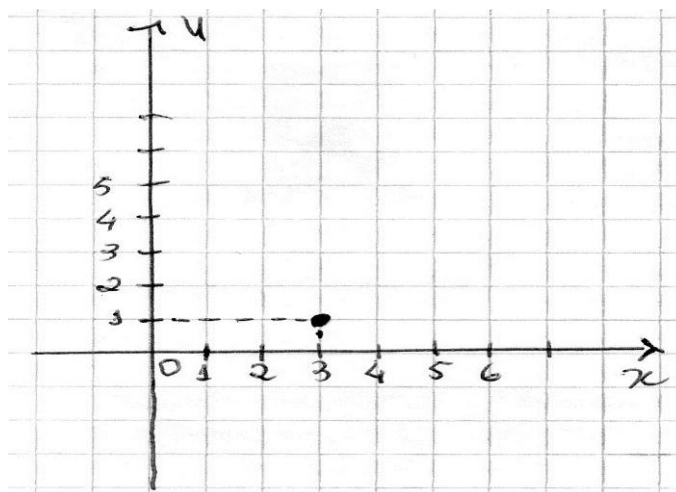


Figura 34: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 05.

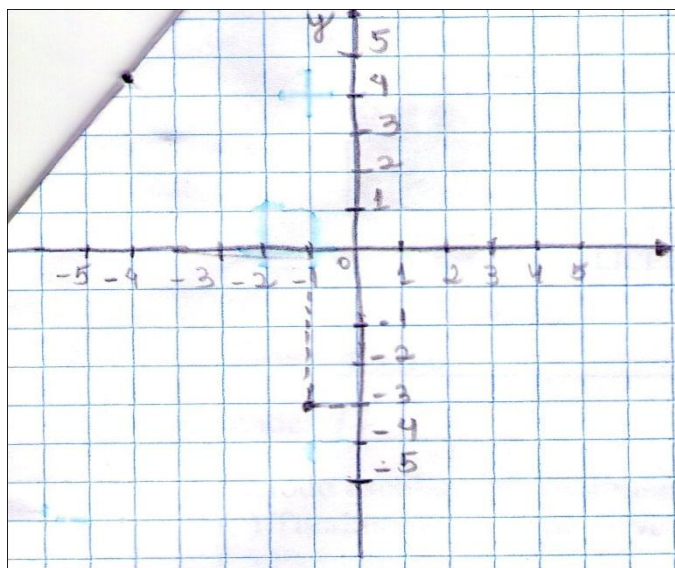


Figura 35: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 34.

O sujeito 13 apenas desenhou uma reta passando pela origem em xy.

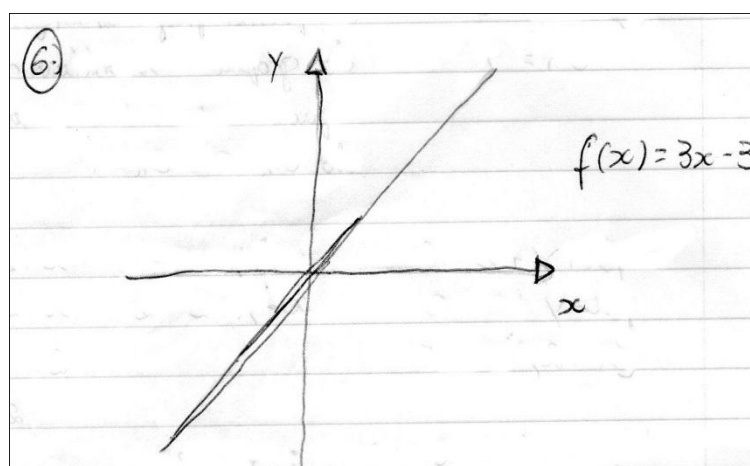


Figura 36: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 13.

Três sujeitos tentaram localizar os zeros da função, mas para isso encontraram o valor de x quando y for igual a zero, porém não viram a solução para y quando o valor de x for zero, indicando no gráfico um valor qualquer para ser o ponto na reta y .

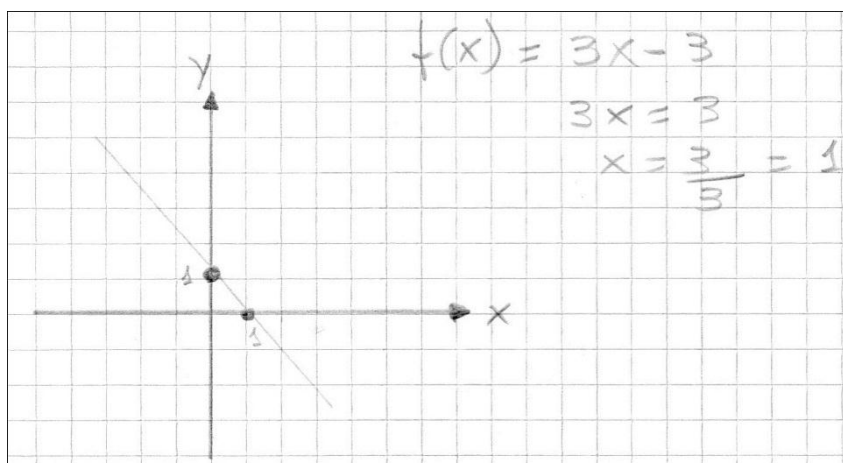


Figura 37: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 17.

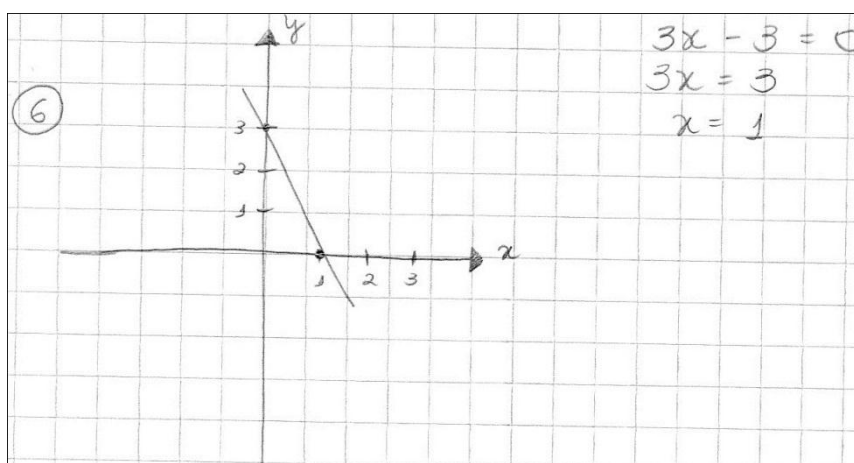


Figura 38: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 30.

O sujeito 07 entende função afim como sendo função quadrática.

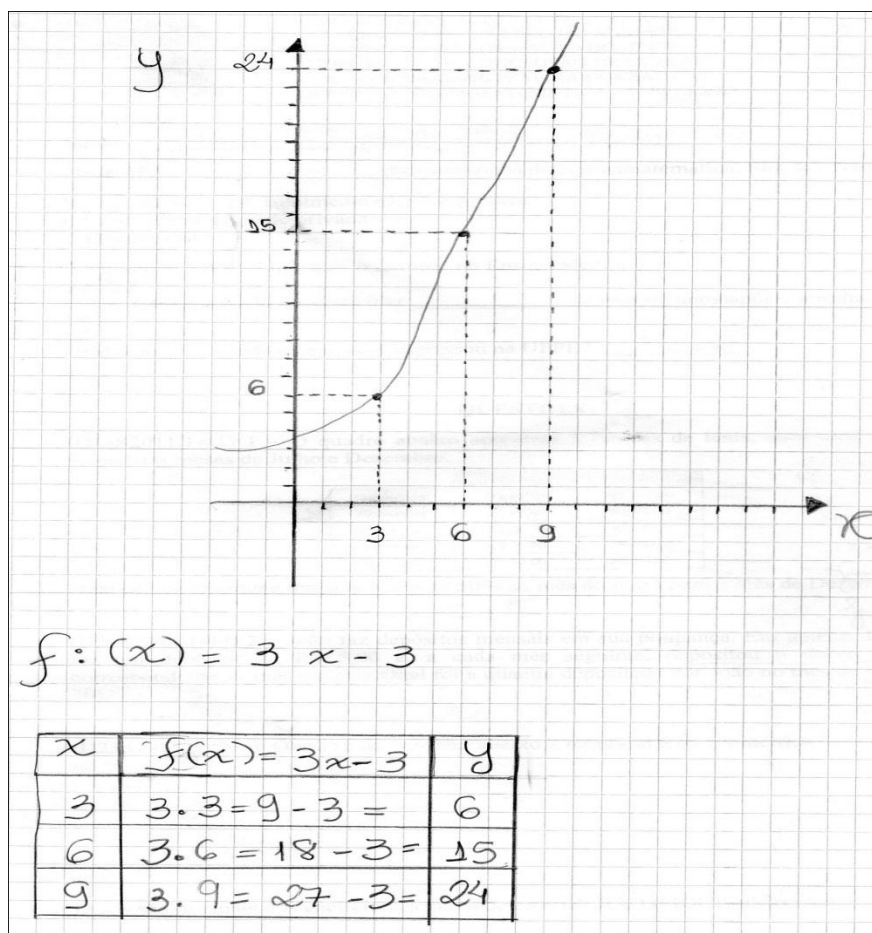


Figura 39: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 07.

4.6.3 Quanto ao erro técnico

O sujeito 29 efetuou todos os cálculos corretos, mas ao passar os valores obtidos para formar o gráfico, ele não considerou a função como sendo contínua, ou seja, parou-a em um dos pontos não prosseguindo com a reta.

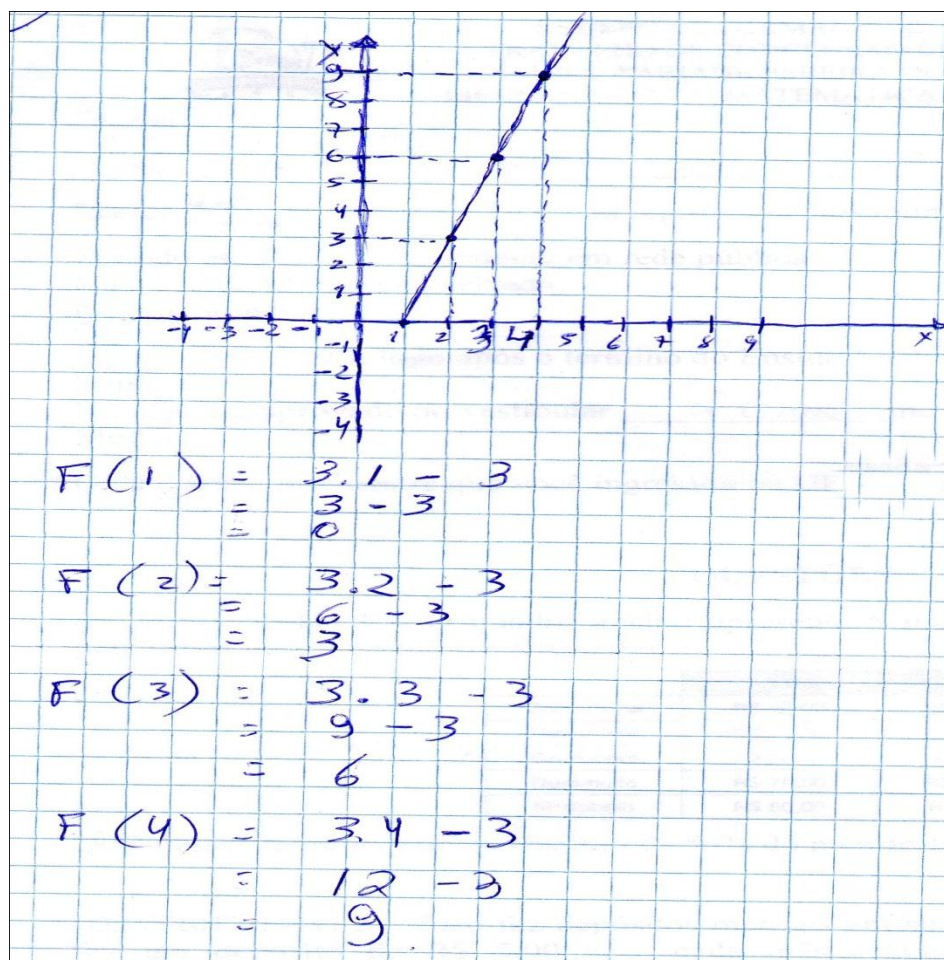


Figura 40: Protocolo referente à sexta questão do sujeito 29.

Análise do Descritor - Determinar a solução de um sistema linear

4.7 Quarta Questão

Determine a solução do sistema linear abaixo

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases}$$

Nesta resolução, o sujeito 17 operou de forma correta com o processo de escalonamento, conseguindo obter a solução do sistema dado.

$$\begin{aligned}
 &4) \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \xrightarrow{L1+L3} \begin{cases} x-2+z=6 \quad (-1) \\ x+2(-2)-2z=5 \end{cases} \\
 &\xrightarrow{L2+L3} \begin{cases} x+y+z=6 \quad (-1) \\ x-y+z=2 \\ -2-z=-1 \end{cases} \\
 &\begin{cases} -x-y-z=-6 \\ x-y+z=2 \end{cases} \xrightarrow{-2y=-4} y = \frac{-4}{-2} = \underline{-2} \\
 &\begin{cases} -x+2+z=-6 \\ x+4-2z=5 \end{cases} \xrightarrow{-2-z=-1} -z = -1+2 \\
 &\xrightarrow{-z=-1 \quad (-1)} z = \underline{-1} \\
 &\xrightarrow{L2+L3} \begin{cases} x-y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \\
 &\begin{cases} x+2+1=2 \quad (-1) \\ x+2(+2)-2(+1)=5 \end{cases} \\
 &\begin{cases} x+2+1=2 \\ x+4+2=5 \end{cases} \\
 &2x+2+1=7 \quad 2x = 7-1 \quad x = \frac{6}{2} = \underline{3}
 \end{aligned}$$

Figura 41: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 17.

Nesta questão o descritor almeja que o sujeito determine a solução de um sistema linear, esta contém uma amostra de dezoito erros, sendo estes classificados por dois erros de inferência logicamente inválida, quatro erros de teorema ou definição distorcido, três erros técnicos, seis erros sem justificativa, duas respostas parcialmente corretas e uma resposta incompleta.

4.7.1 Quanto aos erros de inferência logicamente inválida

O sujeito 13 faz a manipulação com soma e multiplicação nas equações para encontrar os valores das incógnitas, mas utiliza as equações erradas na resolução inferindo, assim, uma lógica inválida para o resultado do valor de x.

$$\begin{aligned}
 &4) \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \xrightarrow{L1+L3} \begin{cases} x-2+z=6 \\ x+2(-2)-2z=5 \end{cases} \\
 &\xrightarrow{L2+L3} \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ -2-z=-1 \end{cases} \\
 &\begin{cases} -x-y-z=-6 \\ x-y+z=2 \end{cases} \xrightarrow{-2y=-4} y = \frac{-4}{-2} = \underline{2} \\
 &\begin{cases} -x+2+z=-6 \\ x+4-2z=5 \end{cases} \xrightarrow{-2-z=-1} -z = -1+2 \\
 &\xrightarrow{-z=-1 \quad (-1)} z = \underline{1} \\
 &\xrightarrow{L2+L3} \begin{cases} x-y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \\
 &\begin{cases} x+2+1=2 \quad (-1) \\ x+2(+2)-2(+1)=5 \end{cases} \\
 &\begin{cases} x+2+1=2 \\ x+4+2=5 \end{cases} \\
 &2x+2+1=7 \quad 2x = 7-1 \quad x = \frac{6}{2} = \underline{3}
 \end{aligned}$$

Figura 42: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 13.

O sujeito 16 não consegue concluir a manipulação com soma e multiplicação nas equações, tenta fazer por substituição de uma das incógnitas isoladas em função das demais em uma das equações, porém não obtém êxito por ter substituído na mesma equação e acaba inferindo que os valores das três incógnitas é zero.

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{4} \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases} \\
 & \quad x = -2y + 2z - 5 \\
 & \quad (-2y + 2z - 5) + 2y - 2z = 5 \\
 & \quad -5 = 5 \quad -1 \\
 & \quad \begin{cases} x + z = 6 \\ x + z = 2 \end{cases} \quad \text{Logo } x = 0 \\
 & \quad x + 2y - 2z = 5 \quad z = 0 \\
 & \quad \begin{cases} -x - z = 6 \\ x + z = 2 \end{cases} \quad y = 0 \\
 & \quad x + 2y - 2z = 5
 \end{aligned}$$

Figura 43: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 16.

4.7.2 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido

O sujeito 04 fez a soma das três equações e encontrou um valor para a incógnita y em função de x, substituindo-a na equação encontrada, o que resultou em nenhuma resposta esperada.

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases} \quad x = -y - z + 6 \\
 & \quad 3x + 2y = 13 \\
 & \quad x = \frac{13 - 2y}{3} \\
 & \quad y = \frac{13 - 3x}{2} \\
 & \quad 6x + 26 = 42 \\
 & \quad x = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}
 \end{aligned}$$

Figura 44: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 04.

Dois sujeitos iniciaram o processo de escalonamento, porém não conseguiram concluir, pois misturaram as equações ao longo da resolução.

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases} = \begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ 2x + 2z = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2z = 8 \\ x + 2y - 2z = 5 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 2y + 0z = 13 \\ 2x + 0y + 2z = 8 \quad (-1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y + 0z = 13 \\ -2x + 0y + 2z = -8 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{cases}$$

Figura 45: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 05.

O sujeito 29 atribuiu o valor zero à incógnita x para encontrar os respectivos valores de y e z .

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 + y + z = 6 \\ 0 - y + z = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} + y + z &= 6 \\ y &= 6 - z \\ y &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + y + z &= 6 \\ x &= 6 - 6 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 + y + z &= 6 \\ z &= 6 - y \\ z &= 2 \end{aligned}$$

Figura 46: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 29.

4.7.3 Quanto aos erros técnicos

Os três sujeitos efetuaram uma multiplicação/divisão errada entre algarismos, o que resultou na reposta errada, mas o processo de resolução está todo correto.

$$\begin{aligned}
 4c) \quad & \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \quad \begin{aligned} & x = y - z + 2 \\ & x + y + z = 6 \\ & y - z + 2 + y + z = 6 \\ & 2y = 6 - 2 \\ & y = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned} \\
 & x + 2y - 2z = 5 \\
 & y - z + 2 + 2y - 2z = 5 \\
 & 2 - 3z + 2 = 5 - 2 \\
 & -3z + 6 = 3 \\
 & -3z = 3 - 6 \\
 & -3z = -3 \\
 & z = \frac{-3}{-3} = 1 \\
 & x = 1
 \end{aligned}$$

Figura 47: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 33.

4.7.4 Quanto aos erros sem justificativa

Os seis sujeitos manipularam as equações com a soma entre elas, deixando a resposta final como sendo uma nova equação em função das mesmas incógnitas.

$$\begin{aligned}
 41) \quad & \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \quad \begin{aligned} & 2x + 2z = 8 \\ & x + 2y - 2z = 5 + \end{aligned} \\
 & \quad \quad \quad 3x + 2y = 13
 \end{aligned}$$

Figura 48: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 02.

4.7.5 Quanto as respostas parcialmente corretas

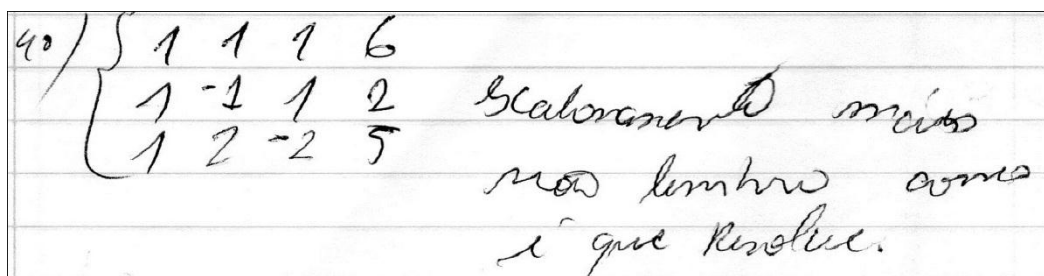
Os dois sujeitos determinaram como solução do sistema apenas o valor de y , não efetuando os cálculos posteriores para determinar os valores de x e z das equações.

$$\begin{aligned}
 4) \quad & \begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ x+2y-2z=5 \end{cases} \quad \begin{aligned} & x = 6 - y - z \\ & 6 - y - z - y + z = 2 \\ & 6 - 2y = 2 \\ & -2y = 2 - 6 \\ & -2y = -4 \\ & 2y = 4 \\ & y = \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}
 \end{aligned}$$

Figura 49: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 03.

4.7.6 Quanto as respostas incompletas

O sujeito 01 montou a matriz das equações, mas afirmou não lembrar o processo de escalonamento da mesma.



Handwritten work on lined paper. On the left, a 3x4 matrix is written with a large curly brace to its left. The matrix is:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

To the right of the matrix, the following text is written in cursive:

Escalonamento não
me lembro como
é que resolve.

Figura 50: Protocolo referente à quarta questão do sujeito 01.

4.8 Oitava Questão

Qual a solução do sistema linear abaixo?

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y + 4z = 50 \\ \frac{3}{2}x + y + 8z = 42 \\ x + y + z = 19 \end{cases}$$

O único sujeito que acertou esta questão fez o isolamento de uma incógnita, encontrando-a em função das outras duas, e em seguida substituiu em outra equação para encontrar mais uma incógnita em função da terceira, e prosseguiu com o sistema de isolamento e substituição até adquirir os valores procurados.

8-
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y + 4z = 50 \\ \frac{3}{2}x + y + 8z = 42 \\ x + y + z = 19 \end{cases} \rightarrow \text{outro página}$$

$x = 19 - y - z$

$3 \cdot (\frac{1}{2}x + 3y + 4z) + y + 8z = 42 \cdot 2$

$\frac{57}{2} - \frac{3y}{2} - \frac{z \cdot 3}{2} + y + 8z = 42 \cdot 2$

$57 - 3y - 3z + 2y + 16z = 84$

$-y + 13z = 84 - 57$

$-y + 13z = 27 + y$

$z = \frac{27+y}{13}$

$x = 19 - y - \frac{27+y}{13}$

$13x = 19 \cdot 13 - 13y - (27+y)$

$13x = 247 - 13y - 27 - y$

$13x = 220 - 14y$

$x = \frac{220 - 14y}{13}$

$220 - 14y \cdot \frac{1}{13} + 3 \cdot y + 4 \cdot \frac{27+y}{13} = 50$

$220 - 14y + 3y + 108 + 4y = 50 \cdot 26$

$220 - 14y + 78y + 2(108 + 4y) = 1300$

$220 + 64y + 216 + 8y = 1300$

$72y = 1300 - 436$

$72y = 864$

$y = 12$

$x = \frac{220 - 14(12)}{13}$

$x = \frac{220 - 168}{13}$

$x = \frac{52}{13} = 4$

$z = \frac{27 + 12}{13}$

$z = \frac{39}{13} = 3$

$S = \{x, y, z\} = \{4, 12, 3\}$

Figura 51: Protocolo referente à oitava questão do sujeito 32.

Esta questão possui o mesmo descritor da questão quatro, ao qual almeja que o sujeito determine a solução de um sistema linear, esta contém uma amostra de quatorze erros, sendo estes descritos por um erro perdendo dados ou dados mal sucedidos, seis erros de teorema ou definição distorcido, um erro técnico e seis respostas incompletas.

4.8.1 Quanto ao erro perdendo dados (dados mal sucedidos)

O sujeito 27 inverteu o valor da fração coeficiente de x dado na questão e também não soube operar com o sistema de escalonamento, não conseguindo chegar a lugar nenhum.

8-

$$\begin{cases} 1x + 3y + 4z = 50 & (x-2) \\ 2 \\ 2x + y + 8z = 42 \\ 3 \\ x + y + z = 19 & (x-4) \end{cases} \quad \begin{cases} 1x + 3y + 4z = 50 \\ 2 \\ 2x - 5y = -58 \\ -7x - y = -26 & (-5) \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -2x - 6y - 8z = -100 \\ 4 \quad 3 \\ \hline 2x + y + 8z = 42 \\ 3 \\ \hline -2x - 5y = -58 \end{array} \quad \begin{array}{r} -2x + 2z \\ 4 \quad 3 \\ \hline -6 + 8 = 2 \\ 12 \quad 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19. \\ \times 4 \\ \hline 76 \\ \hline 1x + 3y + 4z = 50 \\ 2 \\ \hline -4x - 4y - 4z = -76 \\ -7x - y = -26 \\ 2x - 5y = -58 \\ -35x + 5y = 130 \\ -33x = 72 \\ x = 72/33 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1x - 4x = - \\ 2 \\ \hline 1x - 8x = - \\ 2 \end{array}$$

Figura 52: Protocolo referente à oitava questão do sujeito 27.

4.8.2 Quanto aos erros de teorema ou definição distorcido

Todos os sujeitos iniciaram o processo de escalonamento, porém não conseguiram chegar a uma conclusão.

$$\textcircled{8} \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y + 4z = 50 \\ \frac{3}{2}x + y + 8z = 42 \\ x + y + z = 19 \end{cases}$$

$$-3 \cdot \textcircled{1} \Rightarrow x = -y - z + 19$$

$$1/2(-y - z + 19) + 3y + 4z = 50$$

$$-1/2y - 1/2z + 19/2 + 3y + 4z = 50$$

$$5/2y + 7/2z = 81/2$$

$$5y + 7z = 81$$

$$1/2(-y - z + 19) + y + z = 19$$

$$-1/2y - 1/2z + 19/2 + y + z = 19$$

$$1/2y + 1/2z = 19/2$$

$$y + z = 19$$

$$-3/2x - 9y - 4z = -150$$

$$\begin{cases} -3/2x - 9y - 4z = -150 \\ 3/2x + y + 8z = 42 \\ x + y + z = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -8y + 4z = -58 \\ x + y + z = 19 \end{cases}$$

Figura 53: Protocolo referente à oitava questão do sujeito 16.

4.8.3 Quanto ao erro técnico

O sujeito 28 cometeu erro, inicialmente, nas propriedades de multiplicação, o que o levou a errar continuamente na questão.

$$8) \begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y + 4z = 50 \\ \frac{3}{2}x + y + 8z = 42 \\ x + y + z = 19 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1x - 6y - 8z = 50 \quad (-2) \\ \frac{3}{2}x + y + 8z = 42 \end{cases}$$

Figura 55: Protocolo referente à oitava questão do sujeito 17.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando os erros cometidos por esses licenciandos em Matemática, pode-se supor que, se essas dificuldades não forem discutidas no curso de Licenciatura, serão levadas adiante, para a própria sala de aula do futuro professor, trazendo como consequência um ensino frágil, que pode levar seus alunos a erros do mesmo tipo.

Para análise de erros, deve-se realizar uma observação detalhada da resolução das atividades propostas, com o cuidado de questionar as respostas e verificar como pensam os alunos ao solucionar as questões. Busca-se assim entender as causas das dificuldades e encontrar formas de aproveitar os erros como uma ferramenta para aprendizagem.

O professor precisa estimular a capacidade de seus alunos em construir e expor seu próprio conhecimento, organizando suas estratégias, criando e testando hipóteses. Dessa forma, o docente terá maiores chances de fazer com que seus alunos entendam que a matemática não é tão difícil como é estigmatizada.

De acordo com a análise dos erros dos alunos (APÊNDICE B) vimos que o tipo de erro mais frequente foi o teorema ou definição distorcido, o que requer uma atenção e dedicação especial do professor em sala de aula para o tratamento deste erro.

O professor tem a incumbência de distinguir qual a natureza de cada um desses erros, bem como que ações precisa realizar para explorá-los a fim de minimizar as deficiências no aprendizado e fazer com que os alunos entendam seus erros e como podem saná-los. Entendemos também que a exploração dos erros deve servir para o aperfeiçoamento do professor, seja na sua metodologia de ensino, assim como no despertar a necessidade de testar seus conhecimentos matemáticos.

REFERÊNCIAS

BOOTH, Lesley R. Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra. In: COXFORD, Arthur F. (org.); SHULTE, Albert P. (org.). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL (País). Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRUM, Lauren Darold. **Análise de erros Cometidos por Alunos de 8º Ano do Ensino Fundamental em Conteúdos de Álgebra**. Santa Maria - RS, 2013.

CORDEIRO, Clailton Costa; FRIEDMANN, Clicia Valladares Peixoto. Análise e Classificação de Erros de Questões de Geometria da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas: Alguns Resultados. In: **IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia**, 2009, PUCPR.

COXFORD, Arthur F. (org.); SHULTE, Albert P. (org.). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

CURY, H. N; KONZEN, B. Classificação e análise de erros em Álgebra. In: **Anais do IX Encontro Gaúcho de Educação Matemática**, 2006, Caxias do Sul – RS. Disponível: http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Encontro_Gaucha_Ed_Matem/cientificos/CC26.pdf. Acesso em: 04 de Setembro de 2013.

CURY, Helena Noronha; LANNES, Wagner; BROLEZZI, Antônio Carlos; Vianna, Carlos Roberto. Álgebra e educação Algébrica: concepções de alunos e professores de matemática. In: **Educação Matemática em Revista**- RS, v.4, n.4, p.9-15, 2002.

DA ROCHA FALCÃO, J. T. A Álgebra como Ferramenta de Representação e Resolução de Problemas. IN: SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: Ed. UFPE, 1993.

GARCIA, Francisco Fernandes. Aspectos históricos del paso de la aritmética al Álgebra. IN: **Revista de Didáctica de las Matemáticas**. Número 14, ano IV, outubro de 1997. Graó, Barcelona.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** SBEM, 1º SEM. 1995, p.3-13.

MOVSHOVITZ-HADAR, Nitsa; ZASLAVSKY, Orit; INBAR, Shlomo. **An Empirical Classification Model For Errors In High School Mathematics**, Israel, 1987.

PEREZ, G. **Pressupostos e reflexões teóricas e metodológicas da pesquisa participante no ensino da Geometria para as camadas populares**. Campinas, 1991. Doutorado – Faculdade de Educação – UNICAMP.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. Recife, 2012.

Provas do SAEPE Pacto pela Educação, 2011 e 2012. In: <http://www.saepe.caedufjf.net/>

QUARTIERI, Marli Teresinha; DULLIUS, Maria Madalena; FURLANETTO, Virginia. Verificação dos tipos de erros cometidos em uma prova de Olimpíada Matemática. In: **Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**, 2011, Recife – PE.

SANTOS, Daniela Miranda Fernandes; MORELATTI, Maria Raquel Miotto. A Álgebra no Projeto Pedagógico de um Curso de Licenciatura em Matemática: Implicações Pedagógicas. In: **XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2013, Curitiba – PR.

SOUZA, Juliana Alves de. A Álgebra Escolar na Formação Inicial do Professor de Matemática. In: **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2013, Curitiba – PR.

SOUZA, Sueli Spolador Simões de. **Erros em Matemática: Um Estudo Diagnóstico com Alunos de 6ª Série do Ensino Fundamental**. Marília, 2002.

TORRE, Saturnino de La. **Aprender com os erros: o erro como estratégia de mudança**. Tradução Ernani Rosa. – porto Alegre: Artmed, 2007.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. (org.); SHULTE, Albert P. (org.). **As ideias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

APÊNDICES

APÊNDICE A

Nome: _____

Idade: _____ Já reprovou na disciplina matemática: Sim () Não ()

Período escolar: () Totalmente em rede pública

() Totalmente em rede privada

() Parcialmente

Ingressou na UFPE logo após o término do Ensino Médio:

Sim ()

Não (), fui aprovado no vestibular _____ (meses ou anos) após o término do Ensino Médio.

Qual o ano e o semestre que você ingressou na UFPE? _____

QUESTÕES

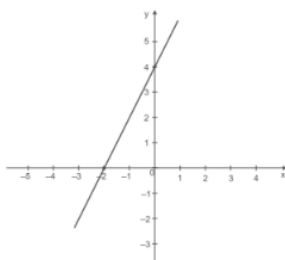
(D15S2011.1-41) **1** – O quadro abaixo apresenta 5 marcas de tênis, com seus respectivos preços nos meses de Julho e Dezembro.

	JULHO	DEZEMBRO
Confortável	R\$ 60,00	R\$ 110,00
Resistente	R\$ 40,00	R\$ 80,00
Courobom	R\$ 50,00	R\$ 75,00
Duramuito	R\$ 70,00	R\$ 350,00
Muitobelo	R\$ 80,00	R\$ 80,50

Qual desses tênis teve um acréscimo de 50% do mês de Julho para o mês de Dezembro?

(D28S2012.1-44) **2** – João faz depósitos mensais em sua poupança. Em janeiro de 2011, ele fez um depósito de R\$ 5,00 e, a cada mês seguinte, depositou o dobro da quantia correspondente ao mês anterior. Qual foi a quantia depositada por João no mês de setembro de 2011?

(D23S2012.2-46) **3** – Observe no desenho abaixo a representação geométrica da reta $y = mx + n$.



Quais são os sinais dos coeficientes m e n dessa reta? JUSTIFIQUE sua resposta.

(D30S2011.2-25) **4** – Determine a solução do sistema linear abaixo

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 5 \end{cases}$$

(D15S2011.1-43) 5 – O quadro abaixo corresponde a quantidade de automóveis vendidos de acordo com o modelo.

Modelo	Quantidade de automóveis vendidos
X	250
Y	400
Z	750

De acordo com os dados desse quadro, responda falso (F) ou verdadeiro (V), JUSTIFICANDO cada resposta.

- () A quantidade de venda do modelo X foi três vezes maior que a venda do modelo Z.
- () A quantidade de venda do modelo Z foi 250 unidades a mais que a venda do modelo Y.
- () A soma das quantidades de venda do modelo X e do modelo Y é maior do que o modelo Z.
- () A quantidade de venda do modelo X representa a terça parte da venda do modelo Z.
- () A diferença entre a quantidade de venda do modelo Z e Y é menor que a venda do modelo X.

(D23S2012.2-24) 6 – Desenhe o gráfico que representa a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 3$.

(D28S2012.1-47) 7 - Luiza aplicou um determinado valor em um fundo de renda fixa. Nesse tipo de investimento, incide sobre o valor aplicado uma taxa fixa de juros por um período definido. Ao final da aplicação, ela resgatou R\$ 9 005,47. Sabendo que a rentabilidade foi de 2% ao mês, a expressão matemática que relaciona o tempo decorrido e o valor aplicado nessa operação é $A(t) = C_0 \cdot 1,02^t$, em que C_0 representa o valor inicial e t , o tempo em que o dinheiro ficou aplicado.

Se esse resgate foi feito após 6 meses, qual foi o valor depositado por Luiza no início dessa aplicação com aproximação na ordem dos centésimos?

Use $1,02^6 = 1,34$

(D30S2012.1-45) 8 – Qual a solução do sistema linear abaixo?

$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 3y + 4z = 50 \\ \frac{3}{2}x + y + 8z = 42 \\ x + y + z = 19 \end{cases}$$

APÊNDICE B

Descritor	15	15	28	28	23	23	30	30	
Questão Sujeito	1	5	2	7	3	6	4	8	Total
1	Erro 4		Erro 6		Erro 1	Erro 2	Incompleta	Incompleta	6
2	ESJ		Erro 6		Erro 4	Erro 4	ESJ	Erro 4	6
3	ESJ	Erro 2		Erro 6	ARE	Erro 2	Parc. correta		6
4	Erro 4		Erro 6	Erro 1	Erro 4	Erro 4	Erro 4	Erro 4	7
5	ESJ					Erro 4	Erro 4		3
6	ESJ						ESJ		2
7	ESJ	ESJ	Erro 2		Erro 4	Erro 4			5
8	ESJ	Erro 2	Erro 2		Erro 4				4
9	Erro 4	Erro 2		Erro 6					3
10	Erro 4				Erro 4				2
11	ESJ	Erro 2		Erro 4	Erro 4	Erro 4			5
12	Erro 4			Erro 6	Erro 4	Erro 4	Erro 6	Erro 4	6
13	ESJ		Erro 4	Parc. correta	Erro 4	Erro 4	Erro 3	Incompleta	7
14	ESJ			Erro 4	Erro 4	Erro 4	Erro 4		5
15	ESJ								1
16	Erro 4				Erro 4	Erro 4	Erro 3	Erro 4	5
17	Erro 4					Erro 4		Incompleta	3
18	Erro 4				Erro 4	Erro 4	Erro 6	Erro 4	5
19				Erro 4	Erro 4	Erro 4	ESJ		4
20				Erro 6			ESJ		2
21			Erro 6	Erro 6	Erro 4				3
22			Erro 6						1
23					Erro 4				1
24					Erro 4		ESJ		2
25				Erro 4	Erro 4	Erro 4	ESJ		4
26				Erro 6	Erro 4	Erro 4			3
27			Erro 6	Erro 1	Erro 4			Erro 1	3
28		Erro 2			Erro 4	Erro 4		Erro 6	4
29				ESJ	Erro 4	Erro 6	Erro 4		4
30		Erro 2				Erro 4		Incompleta	3
31				Erro 6				Erro 4	2
32									-
33					Erro 4	Erro 4	Erro 6	Incompleta	4
34				Erro 4	Erro 4	Erro 4	Parc. Correta	Incompleta	5
35			Erro 6	Erro 1		Erro 4			3
Total	18	7	10	17	24	22	18	14	130